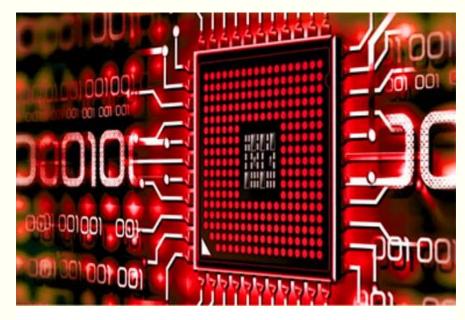
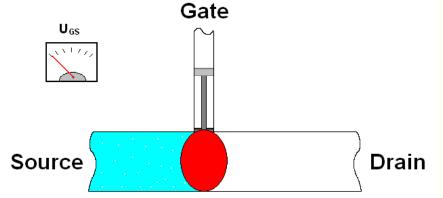
ПРЕДСТАВЛЕННЯ ІНФОРМАЦІЇ В ПАМ'ЯТІ КОМП'ЮТЕРА

Питання 2.2.

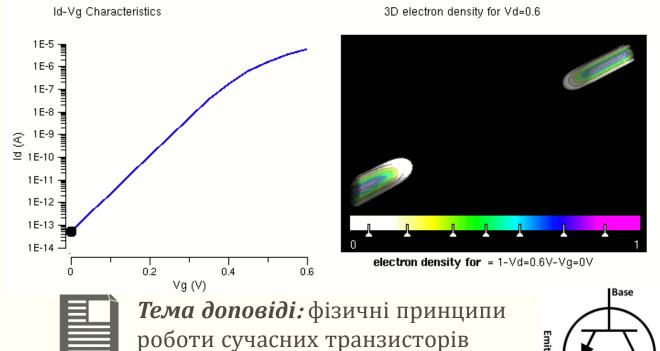


Сучасна техніка будується на транзисторах



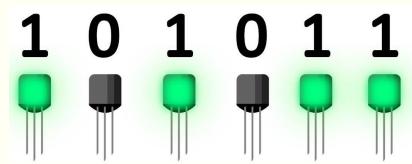


- Напівпровідникові пристрої призначені для управління електричним струмом.
 - Можуть працювати як перемикачі
 - Здатні посилювати сигнал



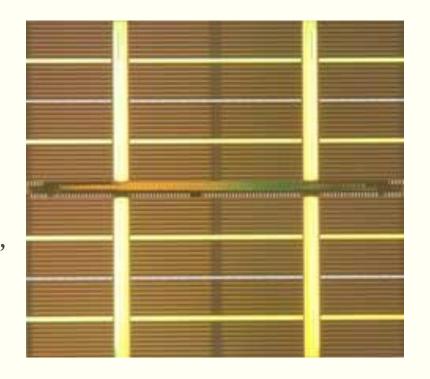
Мова комп'ютера – 0 і 1

• «binary digit» = $\operatorname{6it}(0 - \operatorname{струму} \operatorname{нема}\varepsilon, 1 - \operatorname{струм}\varepsilon)$



- Пам'ять комп'ютера сітка комірок (memory cells), які, в тому числі, включають транзистори.
- Вся інформація кодується нулями та одиницями!
 - Числа
 - Текст
 - Зображення

- Аудіо
- Відео



Системи числення

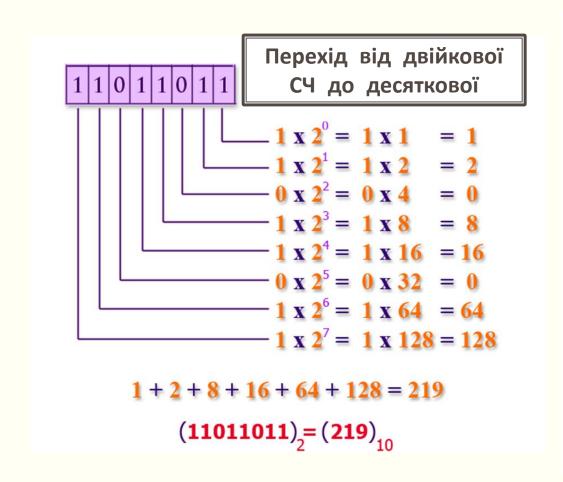
10	2	8	16	
0	0000	0	0	
1	0001	1	1	
2	0010	2	2	
3	0011	3	3	
4	0100	4	4	-
5	0101	5	5	
6	0110	6	6	
7	0111	7	7	
8	1000	10	8	
9	1001	11	9	
10	1010	12	A	
11	1011	13	В	
12	1100	14	С	
13	1101	15	D	ts.
14	1110	16	E	
15	1111	17	F	

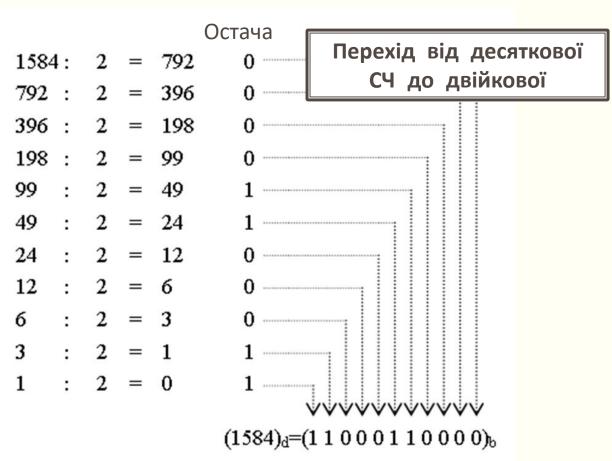
 Системою числення, або нумерацією, називається сукупність правил і знаків, за допомогою яких можна відобразити (кодувати) будь-яке невід'ємне число.



- За кількістю унікальних символів для представлення числа:
 - Двійкова (0, 1)
 - Вісімкова (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)
 - Десяткова (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)
 - Шістнадцяткова (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F)

Двійкова система числення



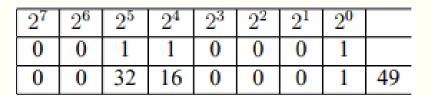


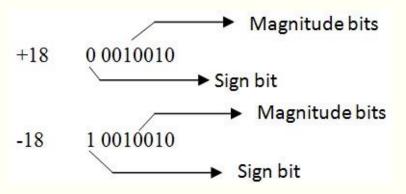
Представлення даних. Цілі числа

- 1 байт = 8 послідовних бітів
 - <u>8-бітове ціле беззнакове число може представити</u> діапазон від 0 до 2⁸-1=255

- <u>8-бітове ціле знакове число виділяє</u> <u>старший біт для знаку</u>
 - діапазон від -2⁷=-128 до 2⁷-1=127

- *Байт* найменша комірка пам'яті, яку можна адресувати.
 - <u>Комірки пам'яті пронумеровані, порядковий номер комірки це її адреса.</u>



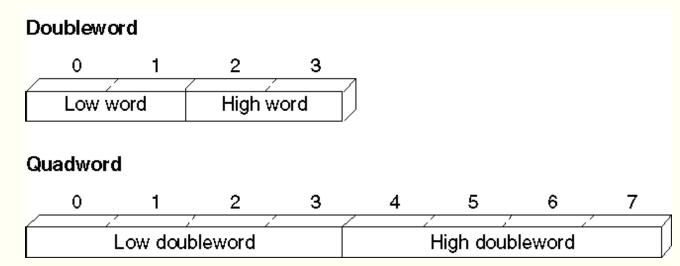


0-й байт	0	1	0	1	1	0	0	0
1-й байт	1	1	0	0	1	1	0	1
2-й байт	1	0	1	0	1	1	1	1
3-й байт	0	0	1	0	1	0	0	1
•••								

Слова та розрядність

- Для конкретних процесорів одиницями інформації виступають машинні слова.
 - Розрядність даних = довжина стандартного машинного слова.
 - 64-розрядний процесор 64-розрядне машинне слово
- Інколи машинне слово приймають як 2 послідовно розташованих байта = 16 біт.
 - 32 біт подвійне слово (doubleword)
 - 64 біт збільшене вчетверо слово (quadword)

Слово									
Старший байт	Младший байт								
15	7 0								



Межі для представлення цілих чисел

Знак	Байти	Тип мови С	Мінімум	Максимум
unsigned	1	unsigned char	0	255
signed	1	char	-128	127
unsigned	unsigned short		0	65535
signed	2	short	-32768	32767
unsigned	4	unsigned int	0	4294967295
signed	4	int	-2147483648	2147483647
unsigned	8	unsigned long	0	18446744073709551615
signed	8	long	-9223372036854775808	9223372036854775807

Демонстрація в коді мовою С

```
[*] type_limits.c
                                                                    F:\GDisk\[⁴юыхфц]\[⁴ёэютш яЁюуЁрьєтрээ Єр рыуюЁш€ь|ўэ| ьютш]\2020_тхьр 02\
1 #include <stdio.h>
2 #include <limits.h>
                                                                   Unsigned byte : [0, 255];
                                                                                                            Number of bytes: 1
                                                                     Signed byte : [-128, 127];
                                                                                                            Number of bytes: 1
                                                                   Unsigned short : [0, 65535];
                                                                                                            Number of bytes: 2
4 □ main() {
                                                                     Signed short : [-32768, 32767];
                                                                                                            Number of bytes: 2
       unsigned char
                       max unsigned byte
                                            = UCHAR MAX;
                                                                   Unsigned int : [0, 4294967295];
                                                                                                            Number of bytes: 4
                       min signed byte
       signed char
                                            = SCHAR MIN;
                                                                   max+1 = 0, min-1 = 4294967295
                       max signed byte
                                            = SCHAR MAX;
       signed char
       unsigned short
                       max_unsigned_short
                                            = USHRT MAX;
8
       signed short
                       min_signed_short
                                            = SHRT MIN;
10
       signed short
                       max signed short
                                            = SHRT MAX;
11
       printf("Unsigned byte : [0, %d]; \t\t Number of bytes: %d\n", max unsigned byte, sizeof(unsigned char));
13
       printf(" Signed byte : [%d, %d]; \t\t Number of bytes: %d\n", min_signed_byte, max_signed_byte, sizeof(signed char));
14
       printf("Unsigned short : [0, %d]; \t\t Number of bytes: %d\n", max_unsigned_short, sizeof(unsigned short));
       printf(" Signed short: [%d, %d]; \t Number of bytes: %d\n", min signed short, max signed short, sizeof(signed short));
16
18
       unsigned int
                       max uint
                                            = UINT MAX;
       printf("Unsigned int : [0, %u]; \t Number of bytes: %d\n", max uint, sizeof(unsigned int));
19
       printf("max+1 = %u, min-1 = %u\n", max uint+1, -1);
20
```

Порядок байтів. Little-Endian проти Big-Endian



- Байт допускає 256 різних значень.
 - Числа представляються одним або декількома байтами A_0, \dots, A_n
 - А₀ молодший байт числа
 - A_n старший байт числа
- Порядок від старшого до молодшого (*big-endian -* A_n , ..., A_0) звичний порядок запису арабських цифр.
- Порядок від молодшого до старшого (little-endian A_0, \dots, A_n) прийнято для пам'яті в х86-комп'ютерах.
 - Зручніше: при збільшенні розрядності числа розряди дописуються в кінець
 - 3210 → 3210'0000

Навіщо нулю знак?

- Спеціальні числа в IEEE754 (викликають виключення):
 - $\pm \infty$ отримується від ділення числа на 0, проте при діленні 0/0 невизначеність (NaN)
 - NaN (not a number) представляє арифметично беззмістовне значення, NaN ≠ NaN
- Способи отримання NaN:
 - $-\infty + (-\infty)$
 - **■** () · ∞
 - $0/0, \infty/\infty$
 - \sqrt{x} , де x < 0
- +0 vs -0
 - +0 = -0, проте знак збережено для максимальної коректності результату обчислень.
 - Наприклад, $\frac{1}{+\infty} = +0$, $\frac{1}{-\infty} = -0$
 - $(+\infty/0) + \infty = +\infty$, тоді як $(+\infty/-0) + \infty = NaN$

Дробові числа у двійковій системі

```
Python 3.6.5 (v3.6.5:f59c0932b4, Mar 28 2018, 17:00:18) [MSC v.1900 64 bit (AMD64)] on win32 Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 0.1+0.1+0.1==0.3
False
>>> 0.1+0.1+0.1
0.30000000000000004
>>> 0.25+0.25+0.25==0.75
True
```

- Записати дробове десяткове число 0,116 у двійковій системі числення.
 - дробову частину множимо на основу **2**, заносячи цілі частини добутку в розряди після коми для шуканого дробового числа:

$$.116 \cdot 2 = 0.232$$
 $.424 \cdot 2 = 0.848$ $.232 \cdot 2 = 0.464$ $.848 \cdot 2 = 1.696$ $.464 \cdot 2 = 0.928$ $.696 \cdot 2 = 1.392$ $.928 \cdot 2 = 1.856$ $.784 \cdot 2 = 0.784$ i т. д. $.712 \cdot 2 = 1.424$

Дробові числа у двійковій системі



$$5 = 101 = 1.01e2$$
 Нормалізоване представлення

 $2.5 = 1*2^1+0*2^0+1*2^{-1} = 10.1 = 1.01e1$ Мантисса = 1.01Порядок = 1



Стандарт запису дробових чисел IEEE754

- **Приклад.** Представити 3.14₁₀ у нормалізованому двійковому вигляді відповідно до 32бітного стандарту IEEE754.
 - Число додатне біт знаку S = 0.



- Число знаходиться між степенями 2 та 4, тобто «вікно» числа починається з $2^1 \rightarrow E = 127 + 1 = 128$
- Мантиса в 23 біти дає 2²³ зміщень, якими можна виразити число 3.14 всередині інтервалу [2-4].
- Воно знаходиться в $\frac{3.14-2}{4-2} = 0.57$ всередині інтервалу, що дає «зміщення» (мантису) $M = 2^{23} * 0.57 = 4781507$
- У двійковому вигляді: $S = 0_2$, $E = 10000000_2$, $M = 4781507_{10} = 10010001111010111000011_2$

31 30

23 22

U

■ Отримане число в десятковому вигляді: 3,1400001049041748046875.

Представлення тексту у двійковій системі. ASCII

Char	ASCII Code	Binary	Char	ASCII Code	Binary
a	097	01100001	A	065	01000001
b	098	01100010	В	066	01000010
c	099	01100011	C	067	01000011
d	100	01100100	D	068	01000100
e	101	01100101	E	069	01000101
f	102	01100110	F	070	01000110
g	103	01100111	G	071	01000111
h	104	01101000	H	072	01001000
i	105	01101001	I	073	01001001
j	106	01101010	J	074	01001010
k	107	01101011	K	075	01001011
1	108	01101100	L	076	01001100
m	109	01101101	M	077	01001101
n	110	01101110	N	078	01001110
0	111	01101111	0	079	01001111
р	112	01110000	P	080	01010000
q	113	01110001	Q	081	01010001
r	114	01110010	R	082	01010010
S	115	01110011	S	083	01010011
t	116	01110100	T	084	01010100
u	117	01110101	U	085	01010101
v	118	01110110	V	086	01010110
w	119	01110111	W	087	01010111
x	120	01111000	X	088	01011000
y	121	01111001	Y	089	01011001
Z	122	01111010	Z	090	01011010

- Текст кодується байтовою послідовністю за допомогою таблиці ASCII (American Standard Code for Information Interchange).
 - Перші 128 кодів зарезервували під стандартні символи.
- Утворилось багато кодувань, решта 128 символів у виробників були власними.
 - MS DOS: кодування 855, 866,
 - Windows: 1251,
 - Mac OS використовує своє кодування,
 - KOI8 та KOI7,
 - ISO 8859-5.

Представлення тексту у двійковій системі. Unicode

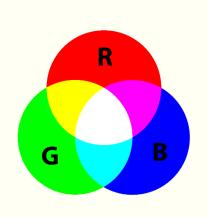
- Кожному символу назавжди присвоюється певний код *кодова точка*.
 - Перші 256 символів відповідають ASCII-таблиці стандарту <u>ISO 8859-1</u>.
 - UTF-16 кожному символу з <u>базової багатомовної площини</u> встановлюється 16-бітний номер.
 - Решта символів по 4 байта (32 біти).
- Проблема несумісність з ASCII (символи двобайтні, а не однобайтні).
 - UTF-8 включає однобайтні символи ASCII (256 штук)
 - Далі двобайтні символи (більшість європейських алфавітів, іврит, арабський алфавіт)
 - Три байти базова багатомовна площина
 - Чотири байти решта символів
- Робота з UTF-8 складна, проте текст
 - компактний,
 - містить захист від помилок зчитування
 - інтернаціональний: для всіх виглядатиме однаково.

character	encoding				bits
A	UTF-8				01000001
A	UTF-16			0000000	01000001
A	UTF-32	0000000	0000000	0000000	01000001
あ	UTF-8		11100011	10000001	10000010
あ	UTF-16			00110000	01000010
あ	UTF-32	0000000	00000000	00110000	01000010

Представлення зображень та відео у двійковій системі

■ Кожен піксель кодується кількома цілими числами.

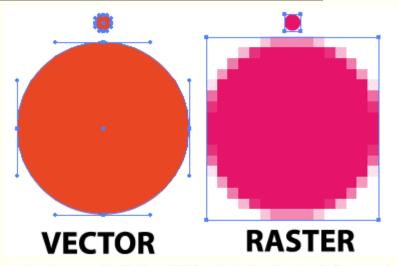






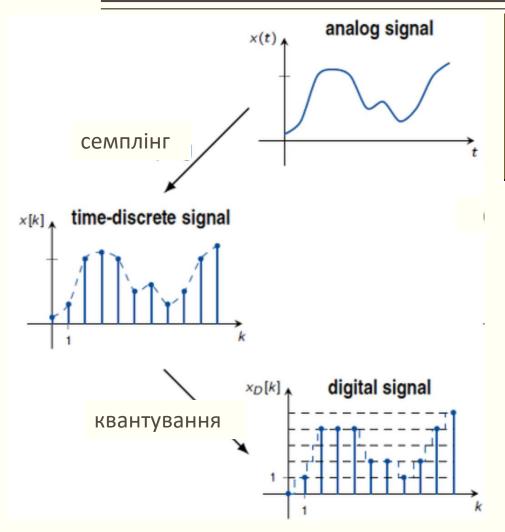
Представлення зображень та відео у двійковій системі

- Для векторної графіки характерне розбиття зображення на ряд графічних примітивів точки, прямі, ламані, дуги, полігони.
 - Для відрисовки прямої потрібні координати двох точок, які зв'язуються найкоротшою прямою лінією.
 - Для дуги задається радіус і т. д.
 - Зображення зберігається в пам'яті як база даних описів примітивів.
- Відео набір растрових зображень (кадрів).
 - Растрове зображення набір чисел.





Представлення аудіо у двійковій системі





Audio Format : MPEG Audio Format version : Version 1 Format profile : Layer 3 Duration : 3 min 44 s Bit rate mode : Constant Bit rate : 320 kb/sChannel(s) : 2 channels Sampling rate : 44.1 kHz

Frame rate : 38.281 FPS (1152 SPF)

Compression mode : Lossy

Stream size : 8.57 MiB (99%)



Тема доповіді: аналогово-цифрове та цифро-аналогове перетворення звуку

Шістнадцяткова система числення

- Використовується програмістами для опису місця знаходження в пам'яті кожного байту.
 - Замість 8 бітів або трьох десяткових розрядів два шістнадцяткових розряди.
 - Простіша для розуміння, порівнюючи з двійковою системою числення.
 - Зазвичай до шістнадцяткових чисел дописують префікс Ох або суфікс h
- Набагато простіше представляється в пам'яті комп'ютера, порівнюючи з десятковою системою.
 - 4 біти заміняються на одне шістнадцяткове значення.
 - $(1110)_2 = 0Eh$
 - $(10011100)_2 = 0x9C$
- Використовується для короткого запису кольорів (R, G, B)
 - #23A1F2

Бінарна	Шістнадцяткова
0000	0
0001	1
0010	2
0011	3
0100	4
0101	5
0110	6
0111	7
1000	8
1001	9
1010	Α
1011	В
1100	С
1101	D
1110	E
1111	F

Загалом про системи числення

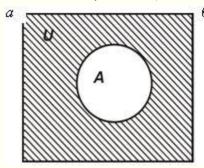
10	2	8	16	
0	0000	0	0	
1	0001	1	1	
2	0010	2	2	
3	0011	3	3	
4	0100	4	4	
5	0101	5	5	
6	0110	6	6	
7	0111	7	7	
8	1000	10	8	
9	1001	11	9	
10	1010	12	A	
11	1011	13	В	
12	1100	14	С	
13	1101	15	D	
14	1110	16	E	
15	1111	17	F	

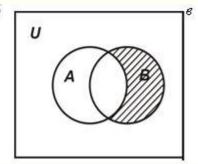
- Яке з чисел більше?
 - 9B₁₆
 - **•** 10011010₂
 - **153**
 - **234**₈

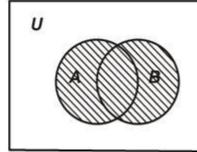
Base	Readable	Converts easily into bytes	Good compression
4	4	-	
8	>		
16	1	1	1
32	/		1
64	7		7
128			1
256		1	1

Двійкова логіка та логічні елементи

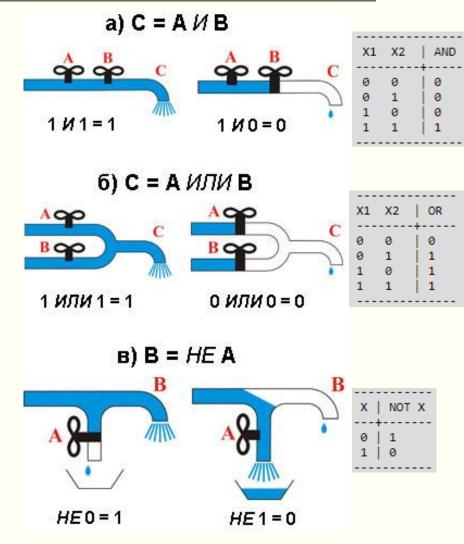
- Основними логічними операціями є:
 - Унарна операція заперечення (інверсія, операція $HE, \bar{A}, \neg A$)
 - Бінарна операція логічного множення (кон'юнкція, операція I, $A \cdot B$, $A \wedge B$)
 - Бінарна операція логічного додавання (диз'юнкція, операція A FO, $A \lor B$, A + B)







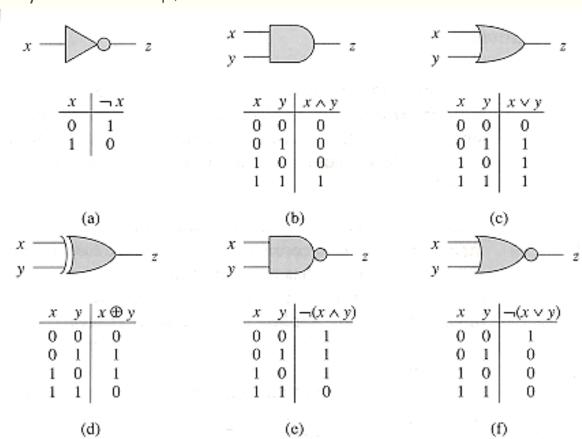
- Операції можуть комбінуватись, наприклад:
 - I-НЕ (логічний елемент Шефера)
 - АБО-НЕ (логічний елемент Пірса)
 - Виключна диз'юнкція (\bigoplus) заперечення логічної еквівалентності $(A \leftrightarrow B)$



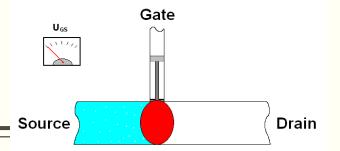
Логічні елементи та їх позначення

- Існує кілька видів схемотехнічних позначень логічних елементів:
 - ANSI (американські позначення, використовуються в лекції)
 - DIN (європейські позначення)
- Логічні елементи:
 - a) HE = NOT
 - b) Логічне I = AND
 - c) Логічне АБО = OR
 - d) Виключна диз'юнкція = XOR
 - e) I-HE = NAND
 - f) ABO-HE = NOR

XNOR???







■ *Логічний вентиль* — базовий елемент цифрової схеми, що виконує (обчислює) елементарну логічну операцію, перетворюючи таким чином вхідні логічні сигнали у вихідний логічний сигнал.

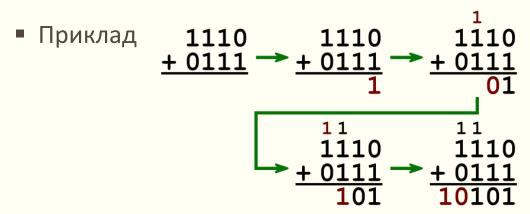


Name	NO	OT AND NAND OR				NOI	3		XOI	3	X	NO	R											
Alg. Expr.		4		AB			\overline{AB}			A + E	}	$\overline{A+B}$			$A \oplus B$			$\overline{A \oplus B}$						
Symbol	<u>A</u>	>> <u>×</u>	A B	\supset	<u>×</u>										>			> —	15-		>-			>
Truth	A	X	В	A	X	В	A	X	В	A	X	В	A	X	В	A	X	В	A	X				
Table	0	1 0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1 0	0	0	0 1	0	0	1 0				
			1	0	0	1	0	1 0	1	0	1	1	0	0	1	0	1 0	1	0	0 1				

Практична реалізація

Алгебраїчні операції у двійковій системі. Додавання

- Правила додавання:
 - -0+0=0
 - -1+0=1
 - 0 + 1 = 1
 - 1 + 1 = 10 (два вентилі, AND і XOR)



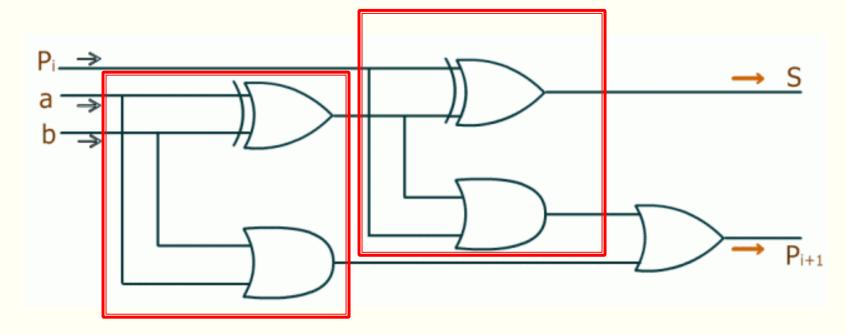
INP	UTS	OUTPUT	rs.	$\frac{a}{}$ \rightarrow S
A	В	Р	S	
0	0	0	0	b > /2
0	1	0	1	
1	0	0	1	
1	1	1	0	
				сення в наступний розряд
		S - cyn	ла рс	озряду

- Схема називається напівсуматором (half adder).
 - Значний недолік не враховує можливе перенесення одиниці з *молодшого* розряду

Додавання у двійковій системі. Суматор (full adder)

 Для врахування переносу з молодшого розряду треба організувати З входи та поєднати два напівсуматора:

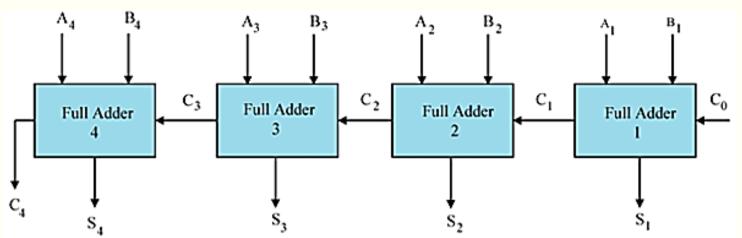
Е	Вході	Ы	Выходы				
а	b	Pi	S	P _{i+1}			
0	0	0	0	0			
0	0	1	1	0			
0	1	0	1	0			
1	0	0	1	0			
0	1	1	0	1			
1	0	1	0	1			
1	1	0	0	1			
1	1	1	1	1			

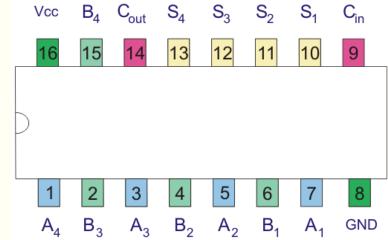


■ Такий суматор називають *однобітним* (One-bit Full Adder).

Мультибітове додавання

■ Потребує каскад суматорів, з'єднаних в ланцюг за допомогою carry-ліній

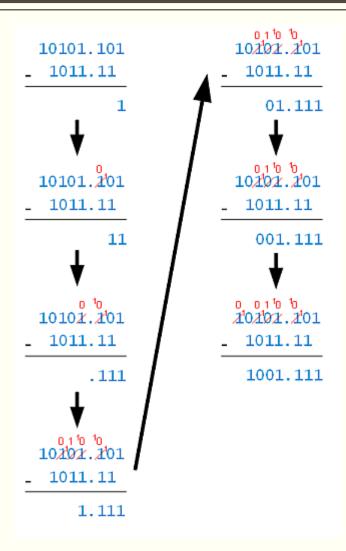




$$Here,\ A_1=1,\ A_2=1,\ A_3=0\ A_4=1.$$
 $B_1=1,\ B_2=0,\ B_3=1\ B_4=1.$

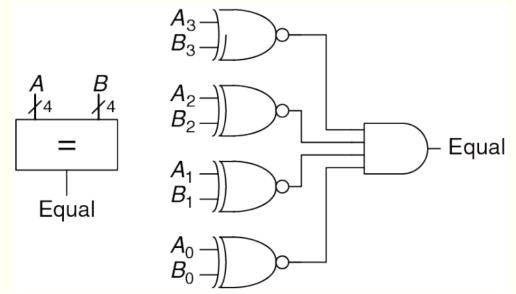
Віднімання у двійковій системі

- Правила віднімання:
 - -0-0=0
 - 1 0 = 1
 - 0 1 = (займаємо із старшого розряду) 1
 - 1 1 = 0
- x-y=x+(-y)
 - $-y = (\neg y) + 1$
- $-x-y = x + (\neg y) + 1$
 - Суму може обчислити суматор

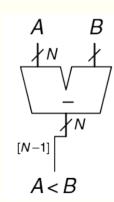


Компаратори

- Компаратори визначають, чи є два двійкових числа рівними або одне з них більше/менше за інше.
 - Компаратор отримує два N-розрядних двійкових числа A і B.
 - Компаратор рівності видає один вихідний сигнал, показуючи, чи рівні А і В (А==В).
 - *Компаратор величини* видає один або більше вихідних сигналів, показуючи відношення величин *А* і *В.*



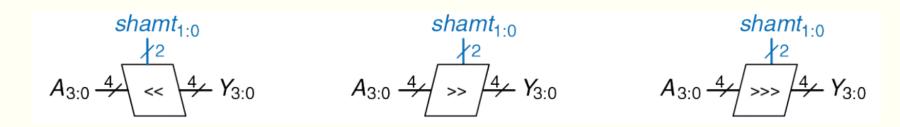
4-розрядний компаратор рівності



N-розрядний компаратор величини

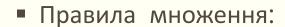
Схеми зсуву і циклічного зсуву

- Переміщають біти (множать або ділять на степінь 2).
 - Логічні схеми зсуву зсувають число вліво (LSL) або вправо (LSR) і заповнюють порожні розряди нулями: 11001 LSR 2 = 00110; 11001 LSL 2 = 00100
 - **Арифметичні схеми зсуву** діють так же, проте при зсуві вправо вони заповнюють найбільш значущі розряди значенням знакового біта початкового числа. (необхідно при множенні та діленні знакових чисел): 11001 ASR 2 = 11110; 11001 ASL 2 = 00100
 - Схеми циклічного зсуву зсувають число по колу так, що порожні місця заповнюються розрядами, що зсунуті з іншого кінця: 11001 ROR 2 = 01110; 11001 ROL 2 = 00111.

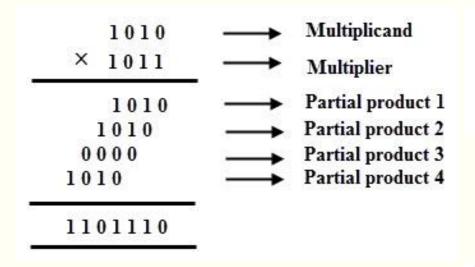


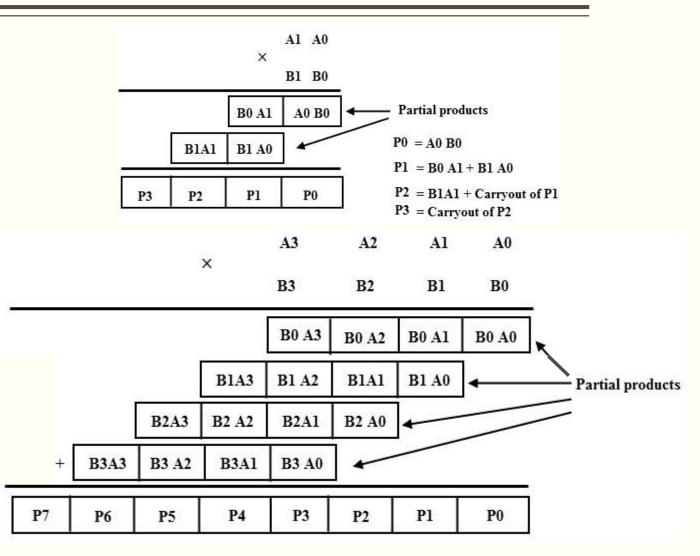
4-розрядні схеми зсуву: (a) зсув уліво, (b) логічний зсув управо, (c) арифметичний зсув вправо

Множення у двійковій системі

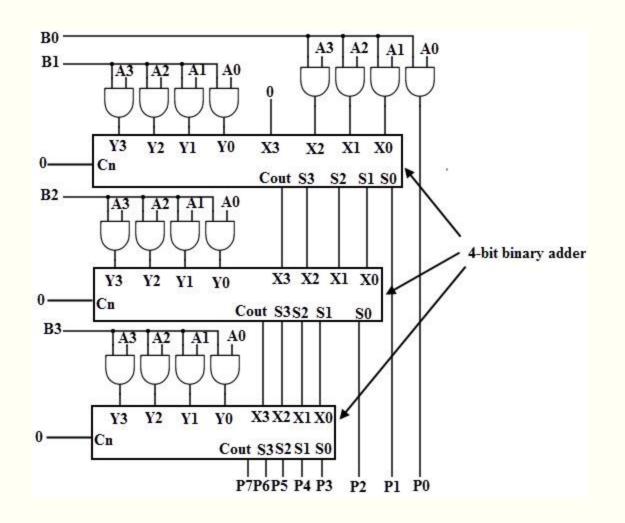


- 0 * 0 = 0
- **1** * 0 = 0
- 0 * 1 = 0
- 1 * 1 = 1





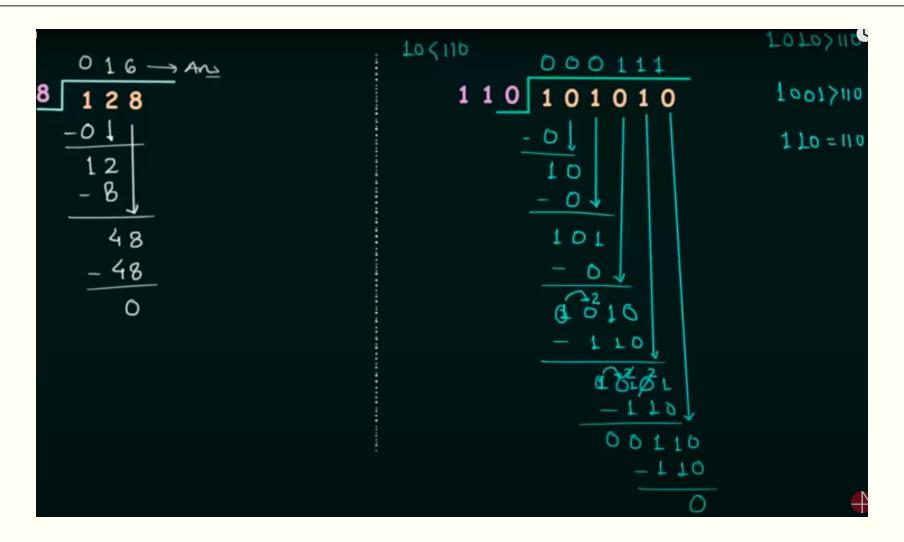
Множення у двійковій системі



■ Існують інші алгоритми множення.

,	
Multiplicand:	1011
Multiplier:	× 1010
Initialize Partial Product Z to 0	0000
Add $(Y_0 = 0) \times (X = 1011)$ to Z	+ 0000
and shift right one position	00000
Add $(Y_1 = 1) \times (X = 1011)$ to Z	<u>+ 1011</u>
and shift right one position	010110
Add $(Y_2 = 0) \times (X = 1011)$ to Z	<u>+ 0000</u>
and shift right one position	0010110
Add $(Y_3 = 1) \times (X = 1011)$ to Z	<u>+ 1011</u>
and shift right one position Product:	01101110

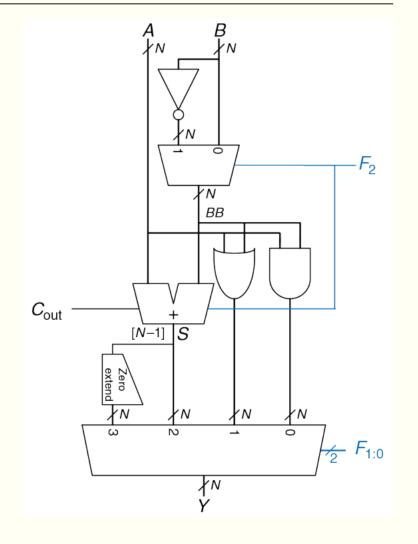
Ділення в двійковій системі



Найпростіший АЛУ

F _{2:0}	Function
000	A AND B
001	A OR B
010	A + B
011	not used
100	A AND B
101	A OR $\overline{\mathbb{B}}$
110	A – B
111	SLT

- Складається з *N*-бітного суматора, *N* двовходових логічних елементів I та двоходових логічних елементів АБО.
 - Также містить інвертори та мультиплексор для інверсії бітів B, коли управляючий сигнал F2 активний.
 - Мультиплексор з організацією 4:1 обирає необхідну функцію на основі сигналів управління F1:0.



Quiz

■ Скільки бітів потрібно для представлення числа 1121?

A. 6

D. 11

B. 8

E. 12

C. 10

F. 16

■ <u>Що виведеться в консолі після виконання інструкції 0.125+0.125+0.125==0.375?</u>

A. 0

C. True

B. 0.375

D. False

• Колір (15, 0, 240) у двійковому коді з порядком little-endian запишеться як

A. 000011110000111100001111

C. 0000111111111000011110000

B. 000011110000000011110000

D. 111100000000000011110000

ДЯКУЮ ЗА УВАГУ!

Наступне питання: Представлення програми в пам'яті

Теми доповідей



Тема доповіді: фізичні принципи роботи сучасних транзисторів



Тема доповіді: проектування логічних схем



Тема доповіді: арифметика з плаваючою крапкою



Тема доповіді: алгоритми множення у комп'ютерних системах



Тема доповіді: суматори