Kalibrierung des 3D Scanners

Prof. Dr. Philipp Jenke, Joschka Schulz

In diesem Dokument wird der Ansatz zur Kalibrierung des 3D Scanners beschrieben. Der Aufbau des Scanners ist in Abbildung 1 dargestellt. Ziel der Kalibrierung ist es, Informationen aus verschiedenen Koordinatensystemen in ein einheitliches Koordinatensystem (Weltkoordinatensystem) zu bringen. Unter Koordinatensystem wird hier ein Tupel bestehend aus einer Rotationmatrix $R \in \mathbb{R}^{3x3}$ und einem Translationsvektor $\mathbf{t} \in \mathbb{R}^3$ verstanden. Die Spalten der Rotationsmatrix sind gleichzeitig die Basisvektoren (Koordinatenachsen) des Koordinatensystems. Es handelt sich jeweils um orthonormale Systeme, d.h. die Basisvektoren haben die Länge 1 und stehen jeweils paarweise senkrecht aufeinander.

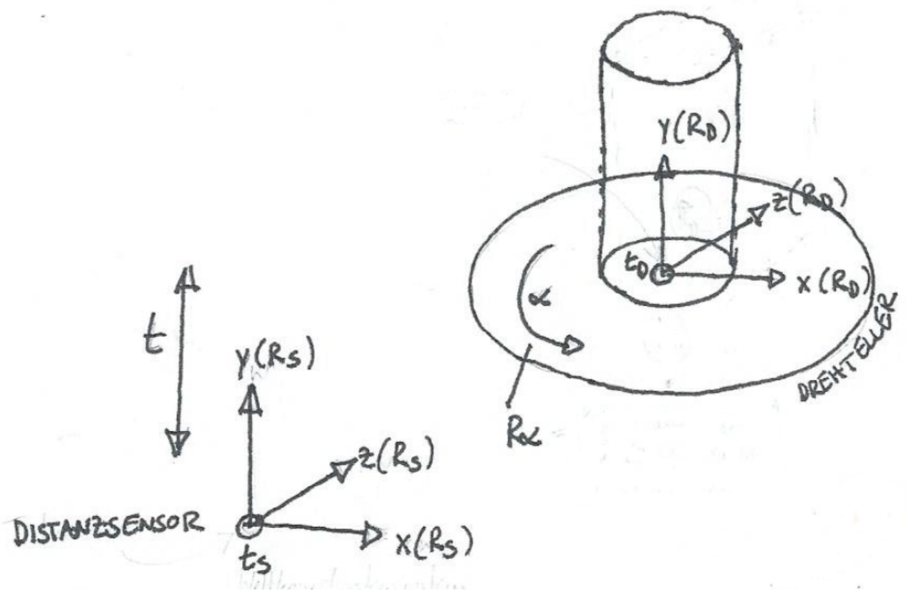

Abbildung 1: Setup des 3D Scanners bestehend aus je einem Koordinatensystem für den Sensor (S) und für den Drehteller (D).

1 Koordinatensysteme

Der Distanzsensor ist auf einer vertikal verschiebbaren Plattform angebracht. Für das Koordinatensystem des Sensors verwenden wir den Bezeichner S (für Sensor). Das Koordinatensystem besteht also aus der Rotationsmatrix R_S und dem Translationsvektor $\mathbf{t_S}$. Wir definieren, dass der Sensor in Richtung der $\mathbf{z}$-Achse ausgerichtet ist, die Translationsplattform bewegt sich entlang der $\mathbf{y}$-Achse. Ein Messpunkt $\mathbf{p_M}$ ergibt sich aus der gemessenen Entfernung z_0 und dem aktuellen

Translationswert t_0:

$$\mathbf{p_M} = \begin{pmatrix} 0 \\ t_0 \\ z_0 \end{pmatrix}.$$

Ein Messpunkt wird folgendermaßen in das Euklidische Koordinatensystem transformiert:

$$\mathbf{p_E} = R_S \cdot p_M + \mathbf{t_S}$$

Der rotierende Drehteller befindet sich im Koordinatensystem D, bestehend aus der Rotationsmatrix R_D und dem Translationsanteil $\mathbf{t_D}$. Außerdem dreht sich der Drehteller. Bei jeder Messung hat er eine Position α eingenommen. Die Rotation um den Winkel α wird durch die Rotationsmatrix R_α beschrieben. Wir nehmen hier an, dass sich der Drehteller im Ursprung des Weltkoordinatensystems befindet, daher ist $\mathbf{t_D}$ der Nullvektor:

$$\mathbf{t_D} = \mathbf{0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Ein Punkt $\mathbf{p_E}$ aus dem Euklidischen Koordinatensystem wird also in Drehtellerkoordinaten (und damit Weltkoordinaten) folgendermaßen umgerechnet:

$$\mathbf{p_D} = R_\alpha \cdot R_D^{-1} \cdot (\mathbf{p_E} - \mathbf{t_D}).$$

Daraus ergibt sich folgende Vorschrift für die Umrechnung eines Meßpunktes $\mathbf{p_M}$ in Drehtteller-koordinaten:

$$\mathbf{p_D} = R_\alpha \cdot R_D^{-1} \cdot (R_S \cdot \mathbf{p_M} + \mathbf{t_S} - \mathbf{t_D}).$$

2 Kalibrierung

Bei der Kalibrierung müssen die Unbekannten der beiden Koordinatensysteme bestimmt werden. Wir nehmen hier vereinfachend an, dass die **x**-, **y**- und **z**-Achsen der beiden Koordinatensysteme identisch sind[1].

Daher muss zunächst nur der Translationsanteil $\mathbf{t_S}$ des Sensorkoordinatensystems bestimmt werden. Die Verschiebung entlang der **y**-Achse ist irrelevant, daher sind nur $t_{S|x}$ und $t_{S|Z}$ zu bestimmen. Die Kalibrierung erfolgt über die Aufnahme eines bekannten Objektes, in diesem Fall eines Zylinders. Ein Zylinder lässt sich beschreiben durch

- Richtungsvektor $\mathbf{d_Z} \in \mathbb{R}^3$
- beliebiger Punkt auf der Achse $\mathbf{p_Z} \in \mathbb{R}^3$
- Radius $r_Z \in \mathbf{R}$

Die Hauptachse des Zylinders zeigt hier in die **y**-Richtung (siehe Abbildung 1), daher:

$$\mathbf{d_Z} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Die y-Koordinate des Zylinderpunktes ist wieder irrelevant, $p_{Z|x}$ und $p_{Z|z}$ sind aber vorher nicht bekannt und müssen daher im Rahmen der Kalibrierung bestimmt werden.

[1] **Anmerkung:** für **x** und **z** ist das zunächst keine Einschränkung. Es könnte aber sein, dass die beiden **y**-Achsen nicht in die exakt gleiche Richtung zeigen. Hier ist langfristig eine Erweiterung der Kalibrierung notwenig. Dann müssen auch die **x**- und die **z**-Achse angepasst werden.

Die grundlegende Idee der Kalibrierung ist es, Belegungen für die Unbekannten zu finden, sodass alle gescannten Messungen auf der Oberfläche des Zylinders liegen. Dazu benötigt man eine Anstandsfunktion $dist_Z(\mathbf{p})$ von der Oberfläche des Zylinders:

$$dist_Z(\mathbf{p}) = ||(\mathbf{p_z} + ((\mathbf{p} - \mathbf{p_Z}) \cdot \mathbf{d_Z}) \cdot \mathbf{d_Z}) - \mathbf{p}||.$$

Mit Hilfe der Distanzfunktion lässt sich eine Fehlerfunktion E bestimmen ("Wie weit sind die Messpunkte im Schnitt von der Oberfläche entfernt?"):

$$E(\mathbf{x}) = \frac{1}{n} \sum_{i \in n} dist_Z(\mathbf{p_{iD}})^2,$$

für einen Scan mit n Messpunkten $\mathbf{p_{iD}}$, die jeweils ins Drehtellerkoordinatensystem umgerechnet wurden.
Ziel ist es, das Minimum dieser Fehlerfunktion zu finden, also Werte für die Unbekannten $\mathbf{x} = (t_{S|x}, t_{S|x}, p_{Z|x}, p_{Z|z})$, sodass

$$E(\mathbf{x}) \rightarrow \min.$$

Wir verwenden hier ein naives Gradientenabstiegsverfahren. Wir bilden also den Gradienten der Fehlerfunktion $E(\mathbf{x})$:

$$\nabla\mathbf{E} = \begin{pmatrix} \frac{\partial E}{\partial t_{S|x}} \\ \frac{\partial E}{\partial t_{S|z}} \\ \frac{\partial E}{\partial p_{Z|x}} \\ \frac{\partial E}{\partial p_{Z|Z}} \end{pmatrix}$$

Iterativ finden wir dann eine bessere Lösung für den Parametervektor $\mathbf{x}$ durch die Vorschrift

$$\mathbf{x_{i+1}} = \mathbf{x_i} - \nabla\mathbf{E} \cdot h$$

für eine geeignet kleine Schrittweite h. Als Abbruchbedingung für die Iteration sind verschiedene Verfahren denkbar (manuelle Steuerung, Überwachung des Fehlers, Überwachung der Veränderung zwischen zwei Schritten, ...)
Die partiellen Ableitungen für die Berechnung des Gradienten werden über finite Differenzen approximiert.