

# DISZKRÉT PROGRAMOZÁS

- Hátfizsák feladat

haszon							
h	8	35	13	36	22	15	
s	1	5	2	6	4	3	

kapacitás  
 $K = 15$

Válogassuk ki a tárgyakat úgy, hogy a haszon legyen maximális és a kapacitást ne lépjük túl!

B & B – Branch and Bound – Korlátozás és szétválasztás algoritmus

1. Változókat vezetünk be!

$$x_i = \begin{cases} 1, & \text{ha az } i. \text{ tárgyat bepakoljuk} \\ 0, & \text{egyébként} \end{cases}$$

2. Modell felírása:

$$\begin{cases} 1x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 6x_4 + 4x_5 + 3x_6 = 15 \\ x_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, 6 \\ z = 8x_1 + 35x_2 + 13x_3 + 36x_4 + 22x_5 + 15x_6 \rightarrow \max \end{cases}$$

NP – teljes feladat.

3. A feladat relaxációja:

$$\begin{cases} 1x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 6x_4 + 4x_5 + 3x_6 = 15 \\ 0 \leq x_i \leq 1 \quad i = 1, \dots, 6 \\ z = 8x_1 + 35x_2 + 13x_3 + 36x_4 + 22x_5 + 15x_6 \rightarrow \max \end{cases}$$

Fajlagos haszon:  $\frac{\text{haszon}}{\text{súly}}$

Állítás: Tegyük fel, hogy a tárgyak a fajlagos haszon szerint csökkenő sorrendben vannak. (Ha nem, sorbarendezzük.)

Ekkor a relaxált feladat megoldása a következő:

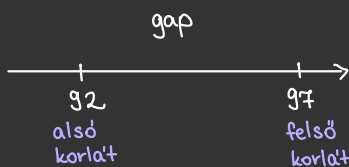
Ebben a sorrendben bepakolom a tárgyakat a zsákba, amíg belefér.  
Ha a következő nem fér bele, de marad hely, akkor tört szerint kipótoljuk.

$$\underline{x}_{\text{opt}}^r \left( 1, 1, 1, 1, \frac{1}{4}, 0 \right)$$

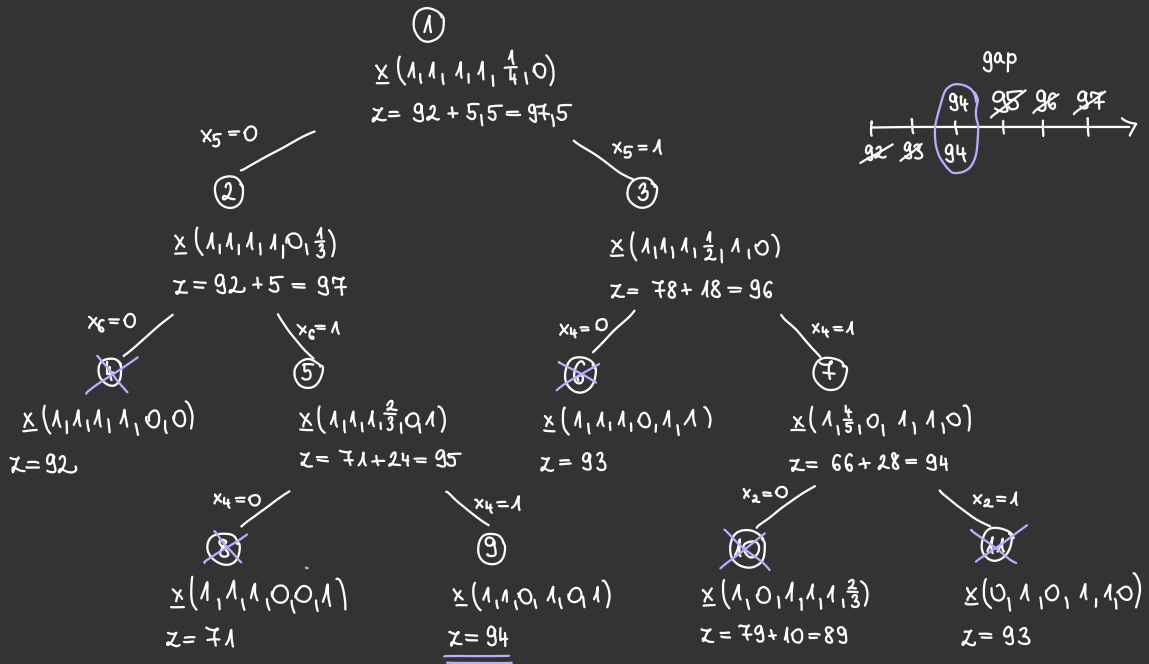
$$Z = 92 + 5,5 = 97,5$$

Tekintsünk egy olyan feladatot, ahol a célfüggvényt maximalizáljuk és tekintsük a feladatnak valamely relaxációját.

Állítás: Ekkor a relaxált feladat optimális megoldásának értéke legalább akkora, mint az eredeti feladat optimális megoldásának értéke.



B & B algoritmusos stratégia:



4 összetevője van a módszernek:

- 1.) alaphalmaz (összes megengedett megoldás)
- 2.) célfüggvény becslése
- 3.) szétválasztási stratégia

- mindig azt a halmazt osztjuk tovább, ahol a  $z$  legnagyobb
- amelyik halmaznál a becslés rosszabb, mint ami a legjobb megoldás, azt kidobjuk
- ha nincs tört koordináta, ott nem osztunk tovább

4.) megengedettség vizsgálata:

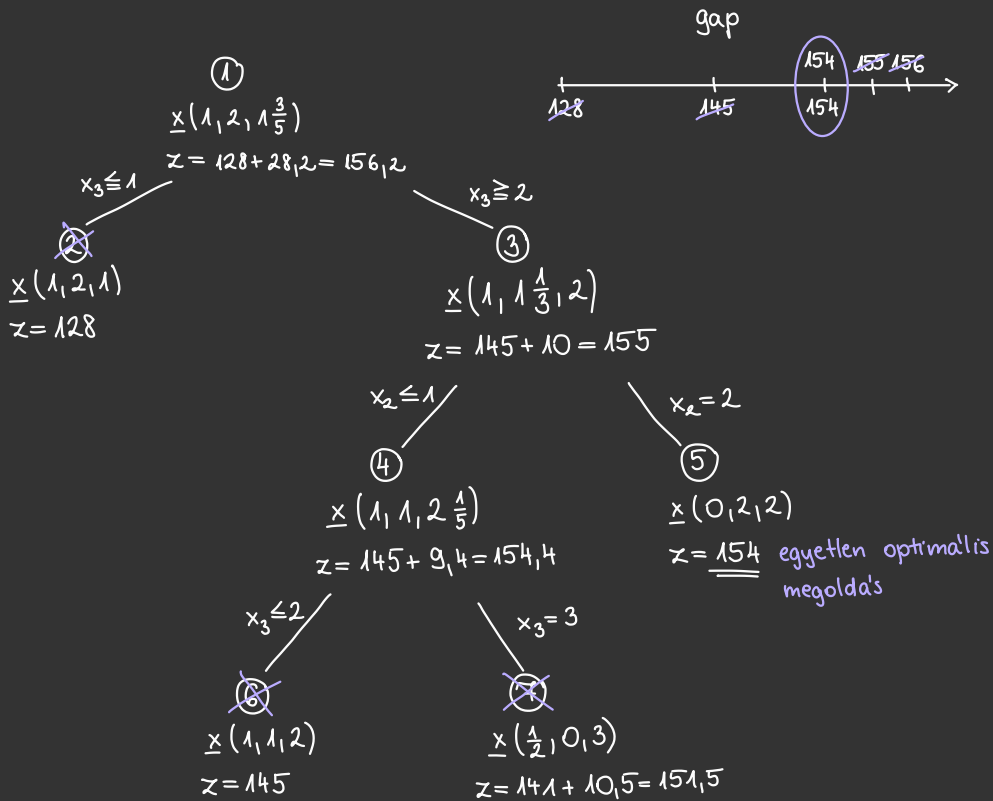
- ahol ellentmondásosak a feltételek, azt kidobjuk

Akkor van vége a feladatnak, ha a megtalált eddigi legjobb és az összes elő halmaz maximuma találkozik.

• Felsőkorlátos hátizsák feladat:

h	21	30	47
s	2	3	5
db → #	1	2	3

$$K = 16$$



[H7.] Ugyanez a feladat, de  $K = 17$ .

Valamely csúcsban relaxált feladat optimális megoldását így számítjuk:

1.) amit muszáj, beletesszük a zsákba

2.) 3 lehetőség van:

a.) amit be kellene tenni a zsákba, de nem fér be → nincs megengedett megoldás

b.) amit be kellene tenni a zsákba, és pont belefér → megvan az optimális megoldás

c.) amit be kellene tenni a zsákba, és maradt hely → balról jobbra haladva feltöltjük, többet nem viszünk és a felső korlátra figyelünk

• FELADAT:

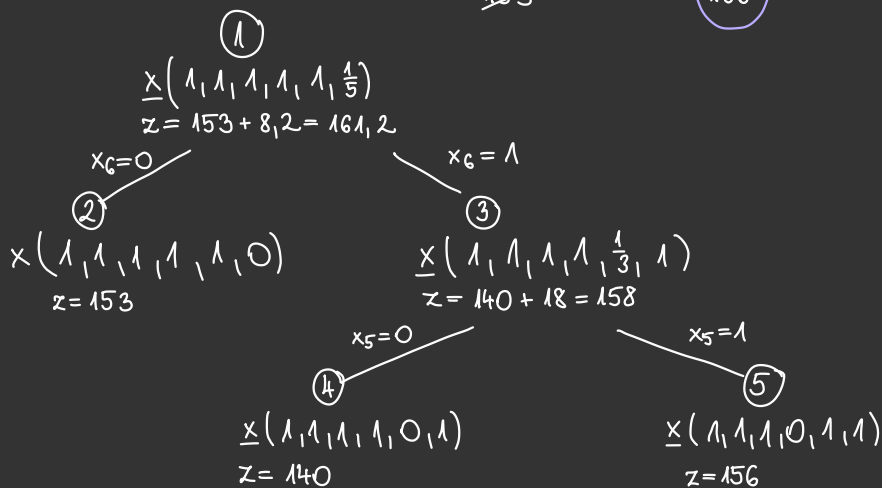
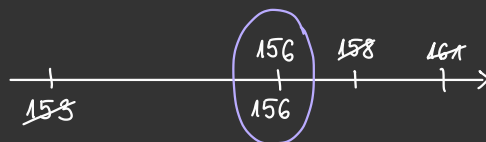
h	30	12	19	38	41	54
s	3	1	2	4	5	6

10 12 9,5 9,5 8,2 9

$$K = 17$$

h	12	30	19	38	54	41
s	1	3	2	4	6	5

$$K = 17$$



**Hf.** Ugyanez a feladat, de  $K = 15$