

**2. (20 pont)** Egy üzemben háromféle erőforrás (I.-III.) segítségével négyféle termék (a,b,c,d) gyártható a táblázat adatainak megfelelően.

Az első erőforrásból **legfeljebb** 34 egység használható fel.

A második erőforrást **teljesen** fel kell használni.

A harmadik erőforrásból **legalább** 26 egységet fel kell használni.

A cél az összes haszon maximalizálása. Oldja meg a feladatot! (Mi az optimális megoldás? Van-e alternatív optimum? Mennyi marad az I. erőforrás készletéből? Mennyivel többet használunk fel a III. erőforrás készletéből)

Erőforrás	Termék				Készlet
	a	b	c	d	
I.	0	2	4	1	34
II.	1	2	1	2	50
III.	1	1	0	1	26
Haszon	9	12	15	11	

$$1.) \text{ Modell: } \left\{ \begin{array}{l} 2x_2 + 4x_3 + x_4 \leq 34 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 50 \\ x_1 + x_2 + x_4 \geq 26 \\ \underline{x} \geq \underline{0} \\ z = 9x_1 + 12x_2 + 15x_3 + 11x_4 \rightarrow \max \end{array} \right.$$

2.) Standard alak:

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x_2 + 4x_3 + x_4 + x_5 = 34 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 50 \\ x_1 + x_2 + x_4 - x_6 = 26 \\ \underline{x} \geq \underline{0} \\ z = 9x_1 + 12x_2 + 15x_3 + 11x_4 + 0x_5 - 0x_6 \rightarrow \max \end{array} \right.$$

3.) Az első fázis feladata:

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x_2 + 4x_3 + x_4 + x_5 = 34 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 + y_1 = 50 \\ x_1 + x_2 + x_4 - x_6 + y_2 = 26 \\ x \geq 0, y \geq 0 \\ Z = 9x_1 + 12x_2 + 15x_3 + 11x_4 + 0x_5 - 0x_6 \rightarrow \max \\ Z^* = -y_1 - y_2 \rightarrow \max \end{array} \right.$$

4.) Az első fázis első szimplex táblája:

			0	0	0	0	0	0	-1	-1
	B	$x_B$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$	$a_7$	$a_8$
0	$a_5$	34	0	2	4	1	1	0	0	0
-1	$a_7$	50	1	2	1	2	0	0	1	0
-1	$a_8$	26	1	1	0	1	0	-1	0	1
		-76	-2	-3	-1	-3	0	1	0	0

$$\frac{2 \cdot 26}{1} = 52$$

$$\frac{3 \cdot 50}{2} = 75$$

$$\min \left\{ \frac{34}{0}, \frac{50}{1}, \frac{26}{1} \right\} = \min \left\{ \frac{34}{0}, \frac{50}{1}, \frac{26}{1} \right\}$$

$$\min \left\{ \frac{34}{2}, \frac{50}{2}, \frac{26}{1} \right\} = \min \left\{ \frac{34}{1}, \frac{50}{2}, \frac{26}{1} \right\}$$

	B	$x_B$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$	$a_7$
	$a_5$	9	$-\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	0	1	0	0
	$a_4$	25	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	1	0	0	0
	$a_7$	1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	0	0	-1	1
		-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	0	0	1	0

$$\min \left\{ \frac{9}{-\frac{1}{2}}, \frac{25}{\frac{1}{2}}, \frac{1}{\frac{1}{2}} \right\}$$

B	$\sum B$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$
$a_5$	10	0	1	3	0	1	-2
$a_4$	24	0	1	1	1	0	1
$a_1$	2	1	0	-1	0	0	-2
	0	0	0	0	0	0	0

5.) A második fázis:

			9	12	15	11	0	0
	B	$\sum B$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$
0	$a_5$	10	0	1	3	0	1	-1
11	$a_4$	24	0	1	1	1	0	1
9	$a_1$	2	1	0	-1	0	0	-2
		282	0	-1	-13	0	0	-7
			$\frac{10 \cdot 1}{10}$	$\frac{13 \cdot 10}{43,3}$			$\frac{7 \cdot 24}{168}$	

$$\min \left\{ \frac{10}{1}, \frac{24}{1}, \frac{2}{0} \right\}$$

$$\min \left\{ \frac{10}{3}, \frac{24}{1}, \frac{2}{0} \right\}$$

$$\min \left\{ \frac{10}{2}, \frac{24}{1}, \frac{2}{2} \right\}$$

B	$\sum B$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$
$a_5$	34	0	2	4	1	1	0
$a_6$	24	0	1	1	1	0	1
$a_1$	50	1	2	1	2	0	0
	150	0	6	-6	7	0	0

$$\min \left\{ \frac{34}{4}, \frac{24}{1}, \frac{50}{1} \right\}$$

B	$\sum B$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$
$a_3$	$\frac{17}{2}$						
$a_6$	$\frac{31}{2}$						
$a_1$	$\frac{83}{2}$						
	501	0	9	0	$\frac{17}{2}$	$\frac{3}{2}$	0

Egyedüli optimális megoldás.

$$\underline{x}_{\text{opt}} \left( \frac{83}{2}; 0; \frac{17}{2}; 0 \mid 0; \frac{31}{2} \right)$$

$$z_{\text{max}} = 501$$

A maximális haszon 501.

Az 1. termékből  $\frac{83}{2}$ -et, a 3. termékből  $\frac{17}{2}$ -et termelünk, a többiből semmit.

Az 1. erőforrás készletét teljesen felhasználjuk (vagyis 0 marad belőle), a

3. erőforrásból  $\frac{31}{2}$ -del használunk többet.