

2. (20 pont) Egy üzemben háromféle erőforrás (I.-III.) segítségével négyféle termék (a,b,c,d) gyártható a táblázat adatainak megfelelően.

Az első erőforrásból **legfeljebb** 35 egység használható fel.

A második erőforrást **teljesen** fel kell használni.

A harmadik erőforrásból **legalább** 22 egységet fel kell használni.

A cél az összes haszon maximalizálása. Oldja meg a feladatot! (Mi az optimális megoldás? Van-e alternatív optimum? Mennyi marad az I. erőforrás készletéből? Mennyivel többet használunk fel a III. erőforrás készletéből)

Erőforrás	Termék				Készlet
	a	b	c	d	
I.	1	2	4	0	35
II.	1	2	1	2	40
III.	1	1	0	1	22
Haszon	8	12	15	10	

1.) Modell:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 & \leq 35 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 & = 40 \\ x_1 + x_2 + x_4 & \geq 22 \\ x & \geq 0 \end{cases}$$

$$z = 8x_1 + 12x_2 + 15x_3 + 10x_4 \rightarrow \max$$

2.) Standard alak:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_5 & = 35 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 & = 40 \\ x_1 + x_2 + x_4 - x_6 & = 22 \\ x & \geq 0 \end{cases}$$

maradék változó

többlet változó

$$z = 8x_1 + 12x_2 + 15x_3 + 10x_4 + 0x_5 + 0x_6 \rightarrow \max$$

3.) Az első fázis feladata:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_5 = 35 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 + y_1 = 40 \\ x_1 + x_2 + x_4 - x_6 + y_2 = 22 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$

$$z = 8x_1 + 12x_2 + 15x_3 + 10x_4 + 0x_5 + 0x_6 \rightarrow \max$$

$$z^* = -y_1 - y_2 \rightarrow \max$$

4.) Az első fázis első szimplex táblája

			0	0	0	0	0	0	-1	-1
	B	zB	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	a ₅	a ₆	a ₇	a ₈
0	a ₅	35	1	2	4	0	1	0	0	0
-1	a ₇	40	1	2	1	2	0	0	1	0
-1	a ₈	22	1	1	0	1	0	-1	0	1
		-62	-2	-3	-1	-3	0	1	0	0

$$\frac{2 \cdot 22}{1} = 44$$

$$\frac{40 \cdot 3}{2} = 60$$

$$\min \left\{ \frac{35}{1}, \frac{40}{1}, \frac{22}{1} \right\} = \min \left\{ \frac{35}{4}, \frac{40}{1}, \frac{22}{0} \right\}$$

$$\min \left\{ \frac{35}{2}, \frac{40}{2}, \frac{22}{1} \right\} = \min \left\{ \frac{35}{0}, \frac{40}{2}, \frac{22}{1} \right\}$$

	B	zB	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	a ₅	a ₆	a ₇
	a ₅	35	1	2	4	0	1	0	0
	a ₄	20	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	1	0	0	0
$\lambda = \frac{1}{2}$	a ₂	2	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	0	0	-1	1
$\lambda = -\frac{3}{2}$		-2	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	0	0	1	0

$$\min \left\{ \frac{35}{1}, \frac{20}{\frac{1}{2}}, \frac{2}{\frac{1}{2}} \right\}$$

B	ΣB	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
a_5	31	0	2	5	0	1	2
a_4	18	0	1	1	1	0	1
a_1	4	1	0	-1	0	0	-2
	0	0	0	0	0	0	0

Az első fázis végéhez értünk.

1. Van egy bázisunk.
2. Ismerjük a hozzátartozó bázista'blat.
3. A bázismegoldás megengedett.

Az eredeti feladatnak van megengedett megoldása.

5.) A második fázis

			8	12	15	10	0	0
	B	ΣB	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
0	a_5	31	0	2	5	0	1	2
10	a_4	18	0	1	1	1	0	1
8	a_1	4	1	0	-1	0	0	-2
		212	0	-2	-13	0	0	-6
				↑	↑		↑	
				31	80,6		33	

$$\min \left\{ \frac{31}{2}, \frac{18}{1}, \frac{4}{0} \right\}$$

$$\min \left\{ \frac{31}{5}, \frac{18}{1}, \frac{4}{-1} \right\}$$

$$\min \left\{ \frac{31}{2}, \frac{18}{1}, \frac{4}{-2} \right\}$$

B	ΣB	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
a_6	$\frac{31}{2}$						
a_4	$\frac{5}{2}$						
a_1	35						
	305	0	4	2	0	3	0

Egyedüli optimális megoldás

$$\underline{x}_{\text{opt}} \left(35, 0, 0, \frac{5}{2} \mid 0, \frac{31}{2} \right)$$

$$z_{\text{max}} = 305$$

Válasz: Az 1. termékből 35-öt, a 4. termékből $\frac{5}{2}$ -et.

Nincs alternatív optimum.

Első erőforrásból nem marad, $\frac{31}{2}$ -del használunk többet a harmadik erőforrás készletéből.