

Dai resoconti degli Incontri interdisciplinari del Centro San Domenico di Bologna del 31 marzo e 28 aprile 1993
(resoconti non rivisti dall'Autore)

RELAZIONI DEL PROF. PIERLUIGI FORTINI

SU FISICA E QUESTIONI BIOLOGICHE

Premessa

Il testo di Prigogine investe sia questioni di carattere scientifico (su cui l'autore è competente) e questioni di carattere filosofico (con cui in gran parte dissento). Questa sera mi occuperò solo delle questioni scientifiche, in termini anche abbastanza tecnici, onde evitare di far dire alla scienza ciò che la scienza non dice, poi, eventualmente, potremmo occuparci anche delle questioni filosofiche che sono poi sviluppate.

La spiegazione scientifica della vita e dell'uomo

Questo lavoro contiene l'esposizione sintetizzata e abbreviata dei capitoli IV, V, VIII e IX del libro di Ilya Prigogine e Isabelle Stengers "La nuova alleanza" Ed. Einaudi (1981).

1) Limiti imposti dalla fisica moderna al meccanicismo newtoniano

Relatività e teoria dei quanti sono limiti imposti all'originaria concezione meccanicistica alla Laplace: la prima limita tale concezione dal lato delle alte velocità e la seconda dal lato delle piccole masse. Queste due nuove teorie sono ben note e comprese in maniera abbastanza soddisfacente. Ma esiste una terza limitazione, della quale si è parlato in maniera cosciente e sistematica solo nella seconda metà del XX secolo e che per ciò stesso è molto meno chiara delle altre due ed è quella dal lato del numero delle particelle materiali che costituiscono il sistema meccanico. L'origine di questa limitazione è la seguente.

Matematicamente la determinazione della traiettoria dei corpi di un sistema dinamico è legata alla possibilità di trovare delle trasformazioni dalle variabili iniziali nelle quali viene descritto il sistema (ad esempio la posizione e la quantità di moto (= prodotto della massa per la velocità) e nelle quali variabili le equazioni del moto sono quelle di corpi interagenti mediante le forze mutue che si esercitano tra di essi (ad esempio le forze gravitazionali o le forze elettromagnetiche), ad altre variabili nelle quali il sistema viene descritto come insieme di particelle che si comportano in maniera indipendente le une dalle altre. Un sistema con questa proprietà si chiama integrabile: esso è completamente deterministico perché ciascuna delle particelle che lo compongono, in un opportuno sistema di coordinate, si muove come se fosse libera (e quindi segue un moto per inerzia) ed indipendente dalle altre. Dato che i sistemi semplici (costituiti da uno o due corpi) sono effettivamente sistemi integrabili si è per moltissimo tempo creduto che tutti i sistemi dinamici lo fossero! Questa è l'origine dell'ideologia meccanicistica: estrapolazione (oggi evidentemente indebita ma non allora) dal caso di due corpi al caso di molti corpi. Per tutto il settecento e gran parte dell'ottocento si è creduto che tale trasformazione di variabili esistesse per ogni sistema e che il fatto che non la si fosse trovata dipendesse solo da difficoltà matematiche. Una dimostrazione che senza dubbio sarebbe stata ritenuta sufficiente di questo fatto sarebbe stata l'integrazione dell'equazione del moto dei tre corpi. Questo celeberrimo problema (allo studio del quale dobbiamo alcuni dei maggiori progressi della matematica) fu intensamente studiato per due secoli (Lagrange trovò ad esempio una soluzione particolare) data anche la sua importanza per il fatto che terra, sole e luna formano un sistema di questo tipo. Infine Poincaré dimostrò che il problema di tre o più corpi non è integrabile, minando così alla base la possibilità assoluta di ottenere sempre una traiettoria e quindi il determinismo stesso. Questo è in ultima analisi il motivo per cui i satelliti artificiali finiscono per cadere sulla terra dopo un certo numero di anni trascorsi dal loro lancio.

A questo si aggiunga che le traiettorie possono diventare, in certi punti detti punti singolari, intrinsecamente indeterminate come nel caso di un pendolo dotato di energia cinetica esattamente sufficiente a farlo fermare in posizione

verticale: in questo stato esso può, sotto l'azione di una perturbazione anche infinitesima, oscillare o ruotare attorno al punto di sospensione.

Una teoria generale dei sistemi non integrabili è stata raggiunta negli anni '70 ad opera di Kolmogorov, Arnold (che ha ricevuto la laurea ad honorem dall'università di Bologna) e Moser (teorema KAM). In questi sistemi spesso si verifica il fenomeno dell'instabilità e cioè che la minima incertezza nelle condizioni iniziali (o che è la stessa cosa, la minima perturbazione ad opera di altri corpi) viene amplificata al punto che, se si aspetta un tempo sufficiente, la probabilità di trovare un corpo in un volume prefissato risulta uniforme. Per questi sistemi quindi l'unica descrizione possibile risulta essere quella statistica: non è più lecito, per sistemi di molti corpi, dare una descrizione in termini di traiettorie dei singoli corpi ma solo in termini di distribuzioni di probabilità. Ovviamente possono esistere configurazioni particolari per un sistema di molti corpi nelle quali il sistema è integrabile e quindi descrivibile in termini deterministici. Infatti una traiettoria può sembrare periodica per tempi lunghissimi (ad esempio milioni di anni) e poi cessare di esserlo (vi sono dei bei programmi per Personal Computer che simulano questo fenomeno in un semplice sistema di tre corpi). In questa ottica è interessante ricordare che non si sa ancora a tutt'oggi se il sistema solare è o non è stabile (misure indirette delle condizioni climatiche della terra nelle varie ere geologiche sembrano però puntare ad una stabilità durata almeno tre miliardi di anni!).

2) La termodinamica dei sistemi in equilibrio

Nei sistemi meccanici (ad esempio per un corpo in caduta) la conservazione dell'energia si associa sempre alla reversibilità cioè alla possibilità di riportare il sistema esattamente nella condizione iniziale. Nei sistemi termodinamici (= sistemi con numero elevatissimo di corpi) si ha in generale conservazione dell'energia (I Principio della termodinamica) senza reversibilità, ossia le trasformazioni termodinamiche, pur avvenendo in accordo col principio di conservazione dell'energia, una volta avvenute non possono essere più fatte avvenire all'indietro nel tempo in modo da fare riprendere al sistema esattamente lo stesso stato iniziale dal quale esso era partito. Tutto ciò è dovuto alla presenza di forze dissipative che convertono l'energia meccanica in calore.

La quantità fisica che misura il grado di irreversibilità delle trasformazioni è l'entropia S la cui variazione (nel passaggio da uno stato 1 ad un altro stato 2) $dS = S_2 - S_1$ è data da:

$$dS = dS_e + dS_i$$

ove dS_e riguarda la variazione di entropia dovuta agli scambi di calore che il sistema fa col mondo esterno (ad esempio tra una macchina termica e le sorgenti di calore che sono la caldaia ed il refrigeratore). Questo termine cambia di segno se si cambia di segno al flusso di calore. dS_i invece ha sempre segno costante e rappresenta la produzione di entropia interna del sistema. La seconda legge della termodinamica afferma che la variazione di S_i è sempre positiva o nulla e cioè che, comunque avvenga la trasformazione, S_i cresce o rimane costante. Ciò significa in particolare che l'entropia nel corso dell'evoluzione di un sistema non può cambiare di segno.

Così in un sistema isolato, nel quale per definizione $dS_e = 0$, l'entropia cresce o rimane costante. L'entropia quindi sta ad indicare il senso in cui procede l'evoluzione dei sistemi e quindi sta ad indicare la cosiddetta "freccia del tempo" (Prigogine p.127). Detto con altre parole, i sistemi isolati evolvono nel senso di un aumento di entropia e verso uno stato nel quale tale funzione termodinamica è massima. Tale stato è lo stato di equilibrio nel quale non possono più avvenire trasformazioni (morte termica). Per stato di equilibrio intendiamo uno stato nel quale le variabili termodinamiche (temperatura, pressione, densità ecc.) sono costanti su tutto il sistema ovvero, detto con altre parole, i gradienti termici e di densità sono nulli. Così qualunque sia lo stato di non equilibrio nel quale venga preparato il sistema isolato, nel corso del tempo si ha "attrazione" verso quello stato nel quale l'entropia è massima (cioè lo stato di equilibrio).

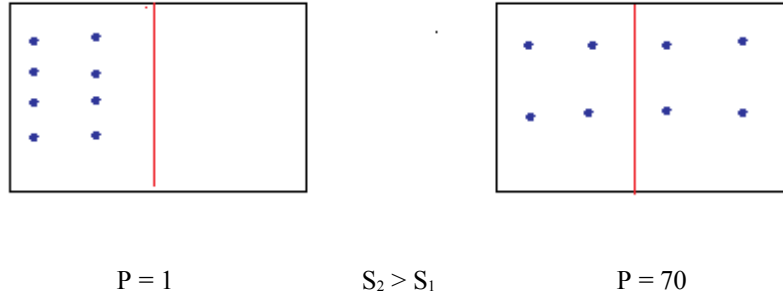
Secondo l'interpretazione di Boltzmann, l'entropia è una misura del disordine molecolare: egli identificò l'entropia col numero di possibilità di realizzare un dato stato e più precisamente enunciò la celeberrima relazione (scritta pure sulla sua tomba)

$$S = k \log P$$

ove P è il numero dei modi in cui lo stato cui compete l'entropia S viene realizzato. Lo stato di equilibrio corrisponde in questa teoria allo stato di equipartizione.

Figura: sistema isolato formato da otto particelle inizialmente confinate nella metà sinistra della scatola.

Stato iniziale con entropia S_1 , stato finale con entropia S_2



Stato poco probabile = stato a bassa entropia

Stato molto probabile = stato ad elevata entropia

L'evoluzione di un sistema isolato avviene nel senso dell'aumento della probabilità. k è una costante universale detta costante di Boltzmann.

Raggiunto l'equilibrio, al sistema è lasciata solo la possibilità di fluttuare attorno ad esso; in altre parole ora avere solo piccole variazioni dall'equilibrio e per tempi brevi (ad esempio scambio delle particelle tra le due metà del contenitore).

Queste considerazioni si possono estendere, mediante l'introduzione di particolari funzioni dette funzioni termodinamiche, a quei sistemi che ammettono uno stato di equilibrio anche se non sono isolati. Così ad esempio per un sistema chiuso (cioè che può scambiare solo energia ma non materia con l'esterno) e che possiede uno stato di equilibrio, tale stato è definito dal minimo della quantità:

$$F = E - TS$$

(detta energia libera) ove E è l'energia del sistema, T la sua temperatura (costante) ed S l'entropia.

A bassa temperatura lo stato del sistema è essenzialmente dominato dall'energia interna: si formano così strutture ordinate (a bassa entropia) come ad esempio i cristalli. Poiché la temperatura è bassa le energie cinetiche delle particelle sono piccole rispetto alle energie di legame dovute alle forze elettromagnetiche attrattive e pertanto le particelle si possono mantenere immobili nelle posizioni di equilibrio formando così un reticolo cristallino.

Se la temperatura è alta domina invece l'entropia e quindi il disordine molecolare: si passa così, all'aumentare della temperatura, allo stato liquido poi a quello gassoso. Per altre condizioni del sistema (ad esempio a pressione costante) esistono altri potenziali termodinamici ma il discorso non cambia nella sua sostanza.

Tutte queste strutture ordinate sono strutture di equilibrio e sono strutture che si realizzano a livello delle dimensioni molecolari. Tuttavia i grandi sistemi ordinati che si trovano in natura (la vita, l'idrodinamica, la meteorologia ecc.) sono completamente estranei al mondo della termodinamica di equilibrio dato che essi mantengono la propria identità a spese del mondo esterno col quale scambiano materia ed energia. Tutte queste strutture non sono strutture di equilibrio (non hanno cioè nulla in comune col cristallo) e la loro esistenza è dovuta alla creazione di ordine non a livello molecolare ma a livello macroscopico: tutti questi fenomeni richiedono una coerenza (=cooperazione) di un numero quasi macroscopico di molecole e non di una o due come nelle strutture ordinate di equilibrio. Il fatto è che la termodinamica di equilibrio è solo una prima risposta, la più semplice, al problema della complessità.

3) La termodinamica dei sistemi di non equilibrio

I processi irreversibili responsabili dell'aumento dell'entropia in un sistema isolato sono molto vari e differenziati. Tra tutti ne consideriamo due come esempio.

- a) Le reazioni chimiche, se importanti, mutano la composizione del sistema. Se le velocità con cui avvengono queste trasformazioni sono piccole allora l'evoluzione del sistema si può considerare come una successione di stati di equilibrio e quindi si possono applicare le considerazioni del paragrafo precedente.
- b) La conduzione del calore da un punto ad un altro del sistema.

Se questa quantità produce dei gradienti termici trascurabili l'evoluzione del sistema si può ancora considerare come costituita da una successione di stati di equilibrio e si può procedere come prima.

In generale i fenomeni irreversibili sono dovuti a forze cosiddette generalizzate (negli esempi fatti esse sono il gradiente di concentrazione ed il gradiente di temperatura) che producono flussi generalizzati (sempre nei due casi precedenti la diffusione delle specie ed il flusso di calore).

Sia che esista sia che non esista uno stato di equilibrio, si assume come legge generale che la produzione di entropia interna al sistema per unità di tempo è uguale alla somma dei prodotti dei flussi per le rispettive forze. In questa ottica uno stato di equilibrio corrisponde all'annullarsi dei flussi, delle forze e della produzione di entropia. Esistono tuttavia situazioni termodinamiche (e sono di gran lunga le più frequenti) nelle quali non esiste alcun equilibrio: in questo caso si parla di termodinamica di non equilibrio. Essa viene suddivisa in due campi fondamentali:

- a) Quello nel quale le forze sono deboli (ma non nulle) ed i flussi sono funzioni lineari delle forze stesse (termodinamica lineare o dei sistemi debolmente fuori di equilibrio).
- b) Quello nel quale i flussi sono funzioni non lineari delle forze (termodinamica non lineare o dei sistemi fortemente fuori di equilibrio).

La legge fondamentale che governa la termodinamica lineare è costituita da certe relazioni, dette di reciprocità o di Onsager (stabilite nel 1931). Queste relazioni hanno trovato conferma sperimentale in vari domini di applicabilità della termodinamica di non equilibrio.

L'altra legge fondamentale è costituita dal principio della minima produzione di entropia (attenzione a non confonderlo con la legge, valida per i sistemi di equilibrio, dell'aumento dell'entropia fino a raggiungere il massimo nello stato di equilibrio ove la produzione di entropia è nulla) che si può così caratterizzare: nel dominio di validità delle relazioni di Onsager cioè quello della termodinamica lineare un sistema evolve verso uno stato stazionario definito come quello stato nel quale la produzione di entropia è minima e questo compatibilmente con le condizioni al contorno imposte dal sistema. Ad esempio in un sistema si possono mantenere artificialmente due punti a temperature differenti oppure si può creare un flusso di materia che alimenti con continuità una reazione e ne elimini i prodotti ecc. ecc. La differenza tra stato di equilibrio e stato stazionario è che nel primo i flussi sono nulli mentre nel secondo i flussi sono diversi da zero ma indipendenti dal tempo. In uno stato di questo tipo, essendo l'entropia indipendente dal tempo, si ha

$$dS / dt = 0$$

cioè

$$dS_e = - dS_i$$

ma $dS_i > 0$ quindi $dS_e < 0$ cioè: il flusso di materia o di calore proveniente dall'ambiente determina un flusso negativo di entropia che compensa esattamente la produzione di entropia dS_i dovuta ai processi irreversibili interni al sistema. Un flusso negativo di entropia dS_e significa che il sistema trasferisce entropia al mondo esterno.

Così nello stato stazionario raggiunto, l'attività del sistema fa crescere continuamente l'entropia dell'ambiente (inquinamento!) per compensare il proprio aumento interno (nutrizione!).

Questo risultato importantissimo generalizza quello noto della termodinamica di equilibrio per la quale si ha produzione nulla di entropia all'equilibrio. Sono le condizioni al contorno che impediscono al sistema di evolvere verso l'equilibrio e così il sistema si comporta come se facesse del suo meglio: si dirige verso uno stato di minima produzione di entropia cioè verso uno stato il più possibile vicino all'equilibrio.

Ciò che accomuna il caso dell'equilibrio col caso lineare è che in entrambi esiste una funzione termodinamica (nel primo l'entropia e nel secondo la produzione di entropia) e ciò implica che il sistema viene immobilizzato nello stato imposto dall'estremo della funzione termodinamica. Ogni fluttuazione (=deviazione dallo stato di equilibrio o stazionario) viene smorzata ed il sistema ritorna verso lo stato stabile.

Se queste fluttuazioni sono però molto violente il sistema può uscire da questa regione lineare (nella quale agisce un potenziale termodinamico con funzione stabilizzatrice) e si parlerà allora di sistemi in regime non lineare. In queste

condizioni il sistema ubbidisce a delle leggi totalmente nuove che nulla hanno a che vedere con quelle della termodinamica lineare. Possiamo citare due esempi ben noti:

- 1) passaggio dal regime laminare al regime turbolento: quando la velocità di efflusso di un liquido in un condotto supera un certo valore il moto del fluido passa da una situazione apparentemente ordinata ad una nella quale le porzioni di fluido si arricciano e si intrecciano in un moto caotico. Fino ad oggi la fisica non è riuscita a spiegare la natura della turbolenza. Quello che si sa per certo è che il moto turbolento è, nonostante le apparenze, altamente organizzato a livello molecolare: il passaggio dal moto laminare a quello turbolento è un processo di auto-organizzazione nel quale parte dell'energia, che nel moto laminare era contenuta nel moto termico delle singole molecole, viene ora, nel moto turbolento, utilizzata per creare un moto ordinato collettivo di un numero rilevante di molecole.
- 2) la convezione: in un liquido posto in un recipiente su una fonte di calore si viene a creare un flusso di calore dal basso verso l'alto. Quando questo gradiente supera un certo valore si instaura un fenomeno di convezione che è un moto coerente di molecole che ha come effetto di accelerare la trasmissione del calore (prima esso veniva trasmesso solo per diffusione, ora anche per trasporto) e quindi con un aumento di entropia. Questo però avviene con creazione di strutture altamente ordinate dette celle di convezione: questo sembra però contrastare con la nozione che abbiamo di aumento di entropia come aumento di disordine. Le stesse considerazioni valgono per il moto turbolento sopra considerato. Questa apparente contraddizione scompare non appena si interpreta questo fatto come dovuto all'aumento dell'ampiezza di moti ordinati che in condizioni di quasi equilibrio (regime lineare) vengono smorzate perché il sistema viene attratto verso lo stato di minimo dei potenziali termodinamici. Lontano dall'equilibrio cessa l'attrazione di questo stato e certe fluttuazioni possono essere amplificate anziché smorzate senza per questo modificare l'entropia dato che la loro probabilità è piccola (si ricordi la relazione di Boltzmann).

Così mentre le strutture di equilibrio, come i cristalli, sono strutture a bassa entropia, le cellule convettive e la turbolenza sono strutture ad alta entropia e per questo esse vengono chiamate strutture dissipative o entropiche. Mentre le prime sono organizzazioni a livello molecolare le seconde lo sono a livello sopramolecolare (intermedio tra quello molecolare e quello propriamente macroscopico) e coinvolgono il moto coerente e collettivo di milioni di molecole: nelle prime le lunghezze caratteristiche sono dell'ordine di 10^{-8} cm., nelle seconde esse sono invece dell'ordine del centimetro (!); similmente le scale dei tempi delle prime sono dell'ordine di quello delle vibrazioni molecolari cioè 10^{-15} sec. mentre quelle delle seconde sono di secondi, minuti ed ore (!). Per lunghezze e tempi caratteristici intendiamo lunghezze e tempi sui quali si hanno fluttuazioni del sistema; le strutture dissipative fluttuano, ovvero vengono create e distrutte sulle scale dei centimetri e delle ore (mentre il reticolo cristallino possiede vibrazioni termiche che lo mettono in vibrazione su scale di 10^{-8} cm. 10^{-15} sec.).

Altra profonda differenza col caso della termodinamica lineare è che se il sistema viene spinto sempre più lontano dall'equilibrio (ad esempio aumentando le concentrazioni ed i gradienti delle sostanze che formano il sistema) si arriva ad una situazione nella quale il sistema può transire ad uno di due o più stati profondamente diversi e questo in maniera statistica; questo comportamento si può ripetere un numero arbitrariamente grande di volte con produzione di caos per biforcazione.

4) Conclusione

In base a quanto precede, il libro così conclude:

«Così Jacques Monod aveva ragione. È morta e sepolta l'antica alleanza, l'alleanza animista, ed insieme ad essa sono morte tutte le altre che ci volevano soggetti volontari, coscienti, dotati di progetti, chiusi in un'identità stabile e in usi ben stabiliti, cittadini del mondo, di un mondo fatto per noi. È morto e sepolto il mondo finalizzato, statico ed armonioso che la rivoluzione copernicana distrusse quando lanciò la terra negli spazi infiniti. Ma il nostro mondo non è nemmeno il mondo della "moderna alleanza". Non è il mondo silenzioso e monotono, abbandonato dagli antichi incantesimi, il mondo-orologio sul quale ci era stata assegnata la giurisdizione. La natura non è fatta per noi, essa non è abbandonata alla nostra volontà. Jacques Monod aveva ragione: è ormai tempo che ci assumiamo i rischi dell'avventura umana.

Ma se oggi possiamo farlo è perché, ormai, solo così possiamo partecipare al divenire culturale e naturale, perché questa è la lezione che ci impartisce la natura, se vogliamo davvero ascoltarla. Il sapere scientifico sbarazzato dalle fantasticherie di una rivelazione ispirata, soprannaturale, può oggi scoprirsi ascolto poetico della natura, processo aperto di produzione e di invenzione, in un mondo aperto, produttivo ed inventivo.

È ormai tempo per nuove alleanze, alleanze da sempre annodate, per tanto tempo misconosciute, tra la storia degli uomini, delle loro società, dei loro saperi e l'avventura esploratrice della natura».

Sono, queste, conclusioni realmente inevitabili? In altre parole: la lezione filosofica da trarre dai fatti sopra esposti è realmente questa (a mio giudizio nichilista) ?

L'interpretazione di Prigogine

Questa è la seconda parte dell'esame delle idee di Prigogine ed è basata sul suo libro più recente: "Le leggi del caos" che contiene il testo delle lezioni tenute a Milano presso la cattedra di Filosofia della Scienza occupata da Giulio Giorello (Ed. Laterza, Lezioni Italiane a cura della Fondazione Sigma Tau, 1993).

1) Il caos deterministico

L'interpretazione corrente che la fisica classica dà delle leggi di natura è di descrizione deterministica e reversibile nel tempo dei fenomeni fisici; l'irreversibilità e la freccia del tempo sono conseguenza di altri fattori quali il gran numero di particelle che costituiscono un sistema. La descrizione probabilistica, da usarsi necessariamente in questi casi, porta al concetto di entropia ed all'aumento di questa quantità in ogni insieme isolato come si è visto nella relazione precedente. Ora, che questo fatto sia stato, nella mente degli scienziati, come necessario perché dovuto alla nostra ignoranza, come sostiene l'Autore, non mi sembra corretto perché quando un sistema è abbastanza complesso compaiono nuove caratteristiche: ad esempio il concetto di pressione, di temperatura ecc. sono definibili solo per sistemi formati da un grande numero di particelle. Si è visto che applicando le leggi probabilistiche a questi sistemi, tenendo conto che le singole particelle si comportano conformemente alle leggi galileiane del moto, si ottiene una descrizione soddisfacente almeno nel caso di un sistema termodinamico isolato.

Che un sistema complesso presenti caratteristiche nuove rispetto a sistemi semplici è cosa nota dalla chimica nella quale le proprietà delle molecole sono differenti a seconda degli elementi che le compongono i quali a loro volta hanno proprietà chimiche differenti a seconda della loro struttura interna ecc. ecc. e che queste proprietà siano spiegate in maniera fino ad oggi soddisfacente in termini di leggi reversibili (quali le leggi della meccanica classica e quantistica) è altrettanto vero; ciò evidentemente non toglie che nuovi fatti da spiegare si vadano accumulando man mano che la ricerca prosegue. È però altrettanto vero che questi fatti nuovi si debbano spiegare prima di tutto usando le conoscenze a nostra disposizione: a mio avviso anche i fenomeni di cui qui si parla sono fenomeni riconducibili alla fisica newtoniana semplicemente perché essi sono il risultato di calcoli eseguiti sulle equazioni di Newton.

È anche evidente che la complessità non è sinonimo di gran numero di sottosistemi perché esistono sistemi complessi (che presentano cioè proprietà differenti rispetto alla somma delle proprietà dei loro costituenti) formati di pochi sottosistemi come il sistema dei tre corpi in gravitazione newtoniana.

Questo discorso vale anche per le proprietà cosiddette caotiche dei sistemi newtoniani che possono essere caratterizzate brevemente nel seguente modo.

Era opinione comune, fino alla fine del secolo scorso, che le equazioni di Newton ammettessero come soluzione delle traiettorie dotate di particolari proprietà matematiche che le rendessero simili alla nozione intuitiva di curva quale esiste nella nostra mente (cerchio, iperbole ecc.): questa opinione però non è mai stata dimostrata rigorosamente. Esistono infatti certe situazioni nelle quali la traiettoria ha un andamento molto meno regolare e può, in determinate circostanze, improvvisamente avere una brusca deviazione da un andamento medio sino ad allora tenuto (ad esempio una traiettoria contenuta in una regione anulare del piano che improvvisamente parte ed esce allontanandosi all'infinito). È evidente che questa situazione (assieme ad altre analoghe) si può presentare o no: se essa si presenta il sistema si dice instabile, se non si presenta il sistema si dice stabile. Queste cose sono note da più di un secolo e nessuno ha mai pensato, come Prigogine, che: "gli esperti per tre secoli si sono sbagliati su un punto essenziale della loro ricerca". Il determinismo continua ancora a valere ma certi sistemi presentano traiettorie (si noti bene che soddisfano le equazioni di Newton!!) così complicate ed insolite da dare origine a comportamenti bizzarri ma non per questo in contrasto con le equazioni di Newton.

Il caso è analogo a quello che si è presentato nel secolo scorso per i sistemi termodinamici: la complessità (in questo caso il gran numero di corpi) ha suggerito che le proprietà misurabili (e quindi quelle che veramente importano) di questi sistemi sono descrivibili in termini di altre grandezze le proprietà delle quali si spiegano in base al fatto che le leggi seguite dalle parti sono quelle di Newton. Così dalla considerazione di questi sistemi sono sorti i concetti di pressione, temperatura ecc.: niente di strano che la comparsa di fenomeni di instabilità in alcuni sistemi suggerisca una descrizione in termini di altre quantità che siano più significative del sapere esattamente dove si troverà ciascuna

particella in ogni istante. Più che di ignoranza direi che si tratta di comodità di descrizione di ciò che è importante del sistema.

Se, per ricordare l'esempio fatto sopra, un sistema esegue moti regolari per un milione di anni e poi improvvisamente si disintegra è chiaro che non è la singola traiettoria che diventa interessante ma il perché questa traiettoria che sembrava stabile in realtà è esplosa verso l'esterno. In altre parole: di fronte ai sistemi complessi è la nostra mente che si pone domande differenti da quelle che si porrebbe di fronte ad un sistema semplice proprio perché caratteristiche nuove la colpiscono.

Credo si possa dire anche così: se il sistema si trova in condizioni di instabilità la descrizione in termini di traiettorie diventa faticosa (le traiettorie sono infatti molto complicate sia spazialmente che temporalmente) mentre diventa semplice in termini di altre quantità.

Vediamo ora più da vicino quali problemi hanno condotto al concetto di caos deterministico. La questione fu posta e risolta quasi completamente da Poincaré il quale osservò che il sistema è stabile se si può trovare una particolare trasformazione matematica con la quale si passa a variabili dinamiche nelle quali le forze agenti tra i corpi del sistema sono nulle. Rispetto a queste coordinate i corpi si muovono come se fossero liberi (moto per inerzia). Inoltre dimostrò che la causa delle instabilità è dovuta a fenomeni di risonanza tra le frequenze proprie del sistema dinamico. Un fenomeno di risonanza noto a tutti è il moto dell'altalena nel quale, se la spinta viene data con un ritmo uguale a quello dell'oscillazione libera dell'altalena stessa, l'ampiezza di oscillazione aumenta rendendo così il sistema instabile (volendo si può fare un giro completo come nel giro della morte al Luna Park). Se nel sistema esistono queste risonanze esso risulta instabile e finirà per disorganizzarsi (ricordare l'esempio che abbiamo fatto della traiettoria che si allontana all'infinito).

Questi risultati sono stati ampliati e dimostrati in maniera sistematica in un teorema famoso detto "Teorema KAM" (dai nomi dei matematici russi Kolmogorov, Arnold e Moser) i quali hanno fatto vedere che il comportamento caotico (sempre legato alle risonanze di Poincaré) si manifesta anche in sistemi relativamente semplici (ad esempio nel problema dei tre corpi) purché l'energia sia sufficientemente elevata ed hanno trovato che per certi sistemi (classificati come LPS cioè Large Poincaré Systems) l'instabilità si manifesta per quasi tutte le traiettorie.

Come si vede da questi esempi si tratta più di difficoltà matematiche che di vere e proprie novità fisiche come lo stesso Prigogine ricorda a pag.55:

"Tranne in casi particolarissimi noi non siamo in grado di integrare le equazioni della meccanica classica (o quantistica) e, quel che è peggio, neppure disponiamo di un metodo per sapere se un dato problema meccanico è integrabile".

Infatti, aggiungo io, non sappiamo nemmeno se il sistema solare è stabile o no (anche se certamente negli ultimi quattro miliardi di anni le orbite dei pianeti sembrano essere variate di ben poco).

La mia conclusione è che certamente questi fatti sono fatti nuovi ma che non inficiano minimamente la validità della descrizione classica che diamo da trecento anni: semplicemente, mentre prima si credeva per ignoranza matematica che tutti i sistemi meccanici fossero stabili, oggi si sa che non è così; e questo proprio in base alle leggi di Newton.

La descrizione probabilistica si è rivelata anche in questo caso adatta per evidenziare le novità che compaiono nei sistemi instabili: essa serve (a differenza di quanto pensa Prigogine) per superare le difficoltà matematiche enormi che si incontrano se si vogliono spiegare i fenomeni di instabilità in termini di conoscenza puntuale della traiettoria: spieghiamo ciò che conta, ciò che è nuovo, con strumenti più adatti di quelli che avevamo prima a nostra disposizione (nel nostro caso le traiettorie). In fisica è sempre stato così: a nuove nozioni fisiche corrispondono nuovi linguaggi matematici e le due cose si sono temporalmente succedute in tutti e due i sensi: la novità fisica che esige nuovi strumenti matematici (caso di Newton che si inventò per questo il calcolo infinitesimale) e la novità matematica che evidenzia novità fisiche (come nel caso presente del caos deterministico).

Il formalismo matematico usato da Prigogine per descrivere il caos deterministico è una tecnica di analisi funzionale già studiata da Von Neumann a partire dagli anni '30: esso è illustrato in appendice ed è di difficile lettura per persone con poca dimestichezza con l'analisi.

2) Il caos quantistico

Per comprendere questa nozione dobbiamo prima passare brevemente in rassegna la teoria quantistica nei suoi fondamenti essenziali. Questo tipo di descrizione della natura differisce da quella classica per il fatto che le grandezze fisiche non sono più rappresentate da funzioni ordinarie ma da operatori. L'oggetto fondamentale della teoria è la funzione d'onda Ψ che obbedisce all'equazione di Schroedinger nella quale compare l'operatore Hamiltoniano che è determinato in stretta analogia con l'energia meccanica classica.

$$i\hbar \partial_t \Psi = H \Psi$$

ove ∂_t significa la derivata rispetto al tempo, i è l'unità immaginaria e \hbar è la costante di Planck.

Si chiama operatore un oggetto matematico che trasforma una funzione in un'altra (ad esempio la moltiplicazione per un numero, la derivata e l'integrale sono operatori). Ogni operatore è completamente caratterizzato dall'insieme delle funzioni che esso trasforma in sé (autofunzioni) cioè di quelle funzioni tali che, se si applica a ciascuna di esse l'operatore, si ottiene ancora la stessa funzione a parte una costante moltiplicativa (detta autovalore). Così se A è un operatore e Y è una sua autofunzione allora esiste un numero a (detto autovalore dell'operatore corrispondente all'autofunzione Y) tale che:

$$A\Psi = a\Psi$$

La conoscenza delle autofunzioni e degli autovalori caratterizza completamente l'operatore. In particolare se conosciamo le autofunzioni dell'operatore hamiltoniano ogni soluzione dell'equazione di Schroedinger può essere espressa come somma di tali autofunzioni:

$$\Psi(x,t) = \sum_n c_n e^{-iE_n t} u_n(x)$$

Ed ora veniamo ai postulati fondamentali della meccanica quantistica:

- 1) Ad ogni grandezza fisica corrisponde un operatore
- 2) La funzione d'onda descrive lo stato del sistema e contiene quindi tutte le informazioni possibili sul sistema stesso.
- 3) Se un sistema si trova in un autostato di un operatore (ad esempio H) cui corrisponde una certa grandezza fisica (in questo esempio l'energia) la misura di questa grandezza fisica ha come risultato certo l'autovalore corrispondente.
- 4) Se il sistema si trova in uno stato arbitrario (esprimibile come somma di autostati come si è visto nella formula precedente), il risultato della misura può essere uno qualunque degli autovalori dell'operatore corrispondente. La probabilità che si presenti l'autovalore E_n è data dal (modulo) quadrato dei numeri c_n . Dopo la misura il sistema si trova nell'autostato corrispondente all'autovalore che è uscito: e questo verbo "uscire" va preso nel suo significato di uscire ai dadi o alla roulette.

Si noti che questo postulato afferma che non è possibile sapere, prima di eseguire la misura, quale valore della grandezza fisica si otterrà anche se tale valore deve essere con certezza uno degli autovalori dell'operatore corrispondente alla grandezza fisica che si sta misurando.

Si noti che l'aspetto probabilistico della meccanica quantistica compare proprio col postulato 4) ma che la funzione d'onda soddisfa una equazione differenziale e quindi è una quantità che obbedisce ad una legge deterministica. È l'atto della misura che fa collassare la funzione d'onda, ed in maniera imprevedibile, in una delle infinite autofunzioni.

Da quanto precede non è difficile convincersi che nella meccanica quantistica la funzione d'onda ha lo stesso status logico della traiettoria della meccanica classica: la conoscenza di questa funzione dà tutta l'informazione ottenibile dal sistema e, come la traiettoria, la funzione d'onda è un oggetto completamente deterministico.

Come è facile intuire l'equazione di Schroedinger è risolubile in pochissimi casi e quindi sarebbe azzardato estrapolare, come si fece nel '600 e '700 in meccanica, l'esistenza della funzione d'onda con le proprietà richieste dalla meccanica quantistica. È quindi presumibile che per sistemi complessi si presentino fenomeni di instabilità (questa volta relativi alla funzione d'onda) che conducano a situazioni di caos prodotto da risonanze.

Se questo avviene (e a differenza di quanto succede in meccanica classica il comportamento caotico di un sistema quantistico non è così chiaro come quello classico ed è tuttora oggetto di discussione tra i fisici; in particolare non esistono teoremi così certi quali ad esempio il teorema KAM) allora bisognerà ricorrere ad una descrizione probabilistica dei sistemi quantistici caotici.

Il caos in particolare potrebbe rivelarsi come un comportamento instabile nell'insieme degli autovalori e delle autofunzioni degli operatori quantistici così che risulterebbe più interessante avere una conoscenza statistica di questa instabilità piuttosto che una conoscenza dettagliata di una complicatissima funzione di stato.

3) Conclusione

Da quanto precede Prigogine si sente giustificato nel concludere che:

- 1) Non esistono più leggi di natura nel senso che non esistono più comportamenti prevedibili e che "La scienza inizia ad essere in grado di descrivere la creatività della natura". (p.85)

- 2) La presenza di oggetti che invece obbediscono a leggi classiche deterministiche e reversibili è eccezionale: “per la visione classica i sistemi stabili erano la regola e i sistemi instabili eccezioni, mentre oggi capovolgiamo questa prospettiva”, e che quindi è auspicabile che la “descrizione microscopica dell’universo si faccia tramite sistemi dinamici instabili”. (p.80)

L’obiezione che viene in mente subito a tale modo di vedere le cose è che, nonostante l’auspicio di Prigogine, è difficile negare che l’irreversibilità e la freccia del tempo siano in qualche modo fenomeni da spiegare: essi sono infatti certamente complessi e non rivestono alcun carattere di primordialità o intuitività. La posizione classica segue la via del senso comune che ci fa ritenere come primordiali fenomeni che esprimono regolarità e invece come necessitanti di una spiegazione quelli che, come il comportamento degli esseri viventi, mostrano un grado più o meno elevato di complessità o imprevedibilità.

Insomma è difficile negare che ci sentiamo a disagio se diamo per originario (e quindi non bisognoso di spiegazione) il comportamento di un corpo che per un milione di anni si muove praticamente su orbite molto vicine e poi improvvisamente parte verso gli spazi infiniti quando tutto faceva prevedere che avrebbe continuato ancora a comportarsi così. La cosa diventa paradossale se mediante un comportamento di tal fatta vogliamo spiegare il moto regolarissimo di un sistema come *PSR 1913+16* che è talmente semplice e ripetitivo da costituire il banco di prova migliore che oggi conosciamo per testare una teoria così deterministica e reversibile quale la relatività generale!

A me personalmente una posizione di questo tipo sembra andare contro tutto quello che si pensa che debba essere una spiegazione scientifica: da principi semplici spiegare cose e fenomeni complessi e non viceversa!

È poi innegabile che questi comportamenti caotici sono risultato delle equazioni deterministiche e reversibili della meccanica sia quantistica che newtoniana e che il non essersi accorti prima della loro esistenza (pensando che le equazioni fossero banalmente integrabili nel senso di ammettere soluzioni estremamente regolari) era dovuto alle nostre conoscenze matematiche ancora assai primordiali: il fatto che la irreversibilità possa essere una conseguenza della fisica reversibile conferma, invece di inficiare, l’adeguatezza delle nostre teorie, almeno fino ad oggi, nello spiegare il mondo che ci circonda.

Se poi era questo che Prigogine voleva dire allora mi trova consenziente ma, debbo confessarlo, non è assolutamente chiaro, almeno a me, quale sia la sua posizione. Non è infatti difficile sfuggire, dopo aver letto i suoi libri, alla sensazione che egli voglia mirare a conclusioni sensazionali partendo da cose che, per quanto ho capito io, non fanno altro che confermare la fisica sia classica che quantistica come modelli validi di spiegazione della irreversibilità e della freccia del tempo.