Sayısal Yöntemler Dersi 2. Hafta Ders Notu

Sayısal yöntemler problemlerin aritmetik işlemlerle çözülebilmelerini sağlayacak şekilde formülüze edilmiş tekniklerdir. Çok sayıda aritmetik işlem içeren matematik problemerinin çözümünde yaygın olarak kullanılan bilgisayarla sayısal yöntemler rahatlıla uygulanabilmektedir.

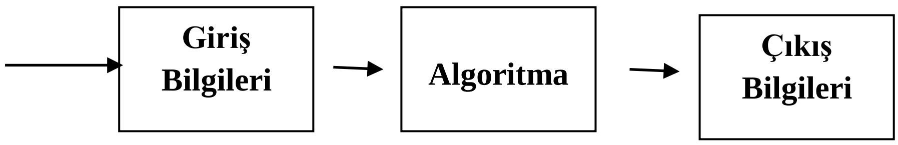
Sayısal işlemlerin tarihi binlerce yıl öncesine dayanmaktadır. Fakat özellikle 1950'li yıllardan sonra geliştirilen bilgisayarla birlikte kullanılan sayısal yöntemleri mühendislik problemlerinin çözümünü belirgin bir şekilde etkilemiştir.

Problemlerin çözümünde aşağıdaki yöntemler izlenebilir:

Grafik Çözümleri:

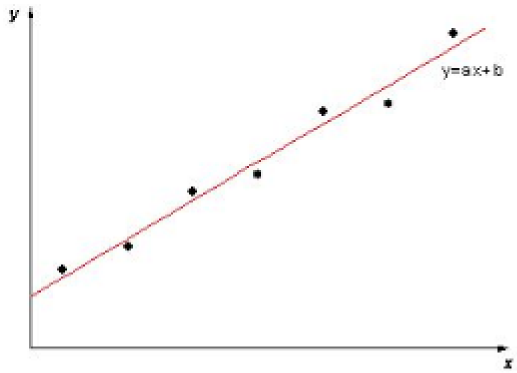
Analitik Çözümler: Küçük boyutlu sistemlerin çözümünde analitik yöntemlerin kullanılmasıyla elde edilen sonuçlar sistemlerin davranışları hakkında açıklayıcı bilgi verdiği için tercih edilmektedir.

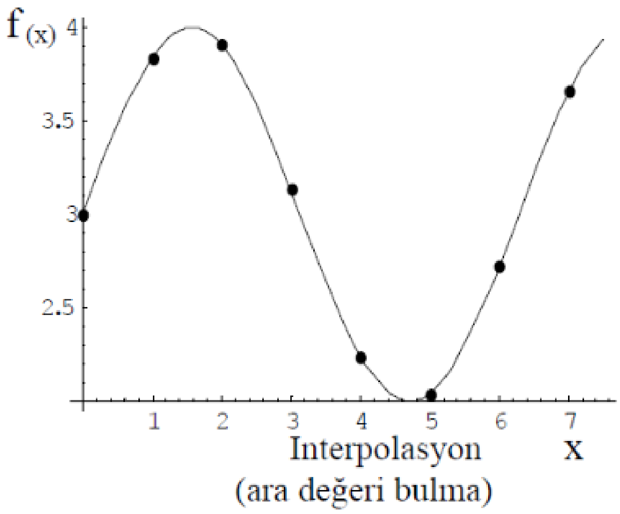
Sayısal Çözümler:



Sayısal Yöntemlerin Konusu:

Denklem Çözme: Denklemler doğrusal denklemler ve doğrusal olamayan denklemler olmak üzere ikiye ayrılır.
Denklem Sistemleri:
İnterpolasyon ve Eğri Uydurma: Veri noktalrına eğri uydurmak için geliştirilen yöntemler genel olarak 2 ye ayrılır.





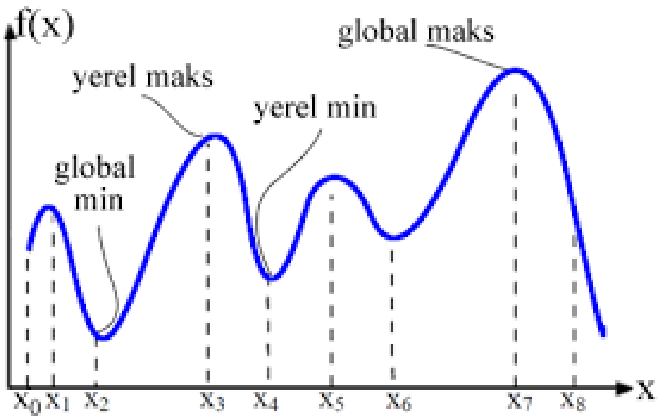
Eğri Uydurma (Regresyon)

interpolasyon (ara değerler)

Türev ve İntegral: Sayısal integralin fiziksel anlamı bir eğri altında kalan alan olarak belirlenmiştir.

Diferansiyel Denklemler: Bir bilinmeyen fonksiyonun ve onun türevlerinden birinin veya daha çoğunun birbirine bağlayan denkleme diferansiyel denklem denir.

Optimizasyon: Bu problemler bir fonksiyonun en iyi optimum değerine karşı gelen bağımsız değişken değerinin veya değerlerinin belirlenmesini içerir.



Mühendislik Uygulamaları ve bazı Problemlerin Matematiksel hale getirilmesi:

1. Newton'un soğuma yasası:

Sıcak bir cismin kendi sıcaklığı ile çevre sıcaklığı arasındaki farkla orantılı bir hızla soğuyacağını belirtmektedir. Buna göre k pozitif bir sabit sayı olmak üzere bir cismin sıcaklığı zamana göre değişimin oranı, cismin T sıcaklı ile S sıcaklığı arasındaki fark ile orantılıdır. (Not: Formülde k=-k alınmalıdır.)

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - S)$$

2. 180 F sıcaklığında kahve bardağı 50 F sıcaklığındaki bir odaya bırakıldığında zaman bağlı kahvenin sıcaklığını belirleyiniz.

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - S) \qquad T(0) = 180F$$

$$S = 50F$$

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - 50)$$

$$\int \frac{dT}{(T - 50)} = \int -kdt$$

$$\ln(T - 50) = -kt + C$$

$$T - 50 = e^{-kt+C}$$

$$T - 50 = e^{-kt}e^{c}$$

$$T(t) = 50 + Ae^{-kt}$$

$$t = 0 \Rightarrow 180$$

$$180 = 50 + Ae^{-kt}$$

$$T(t) = 50 + 130e^{-kt}$$

3. Toriccelli Yasası
   Boşalan bir tanktaki suyun V hacminin değişiminin zamana oranının tanktaki suyun Y derinliğinin kareköküyle orantılı olduğunu ifade eder.
   Orantı sabitini –k alınız.

$$\frac{dV}{dt} = -k\sqrt{y}$$

4. 100 voltluk bir jeneratör 8 Ω luk bir direnç ve 4 H lık bir bobinle seri bağlanmıştır. t=0 anında anahtar kapanırsa devredeki akımın matematiksel modelini kirchof kanununda yararlanarak yazınız.

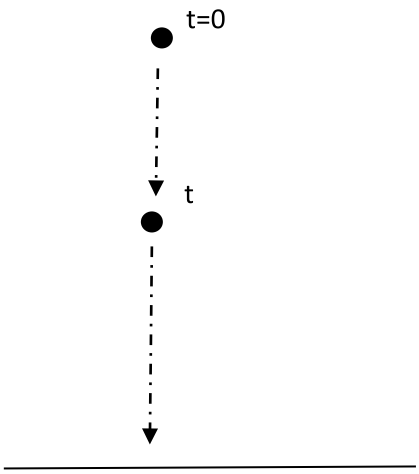
$$R = \frac{V}{I} \Rightarrow V = RI$$

$$8I \qquad 4\frac{dI}{dt} = L\frac{dI}{dt}$$

$$100 = 8I + 4\frac{dI}{dt}$$

$$25 = 2I + \frac{dI}{dt}$$

5. m gramlık bir kütlenin yer çekimi etkisi altında aşağı doğru düşmektedir.
   a) Hareketi belirleyen koşulların diferansiyel denklemi Newton hareket kanuna göre yazınız.
   b) Matematiksel modeli analitik yöntemler çözünüz.
   c) 4. sn sonunda m gramlık kütlenin nerede olacağını bulunuz.



$$V = \frac{dx}{dt} \qquad \frac{dV}{dt} = g$$

$$V = gt + c_1$$

$$V = gt$$

$$\frac{dx}{dt} = gt \quad x = \frac{1}{2}gt^2 + c_2 \quad t = 0 \;\; x = 0$$

4.sn sonra m gramlık kütlenin nerede oldugu

$$x = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}9.8(km / sn^2)(4^2) = 78cm$$