

## □ অধ্যায় শেষে শিক্ষার্থীরা—

- বাস্তব সংখ্যার শ্রেণিবিন্যাস করতে পারবে।
- বাস্তব সংখ্যাকে দশমিকে প্রকাশ করে আসন্ন মান নির্ণয় করতে পারবে।
- দশমিক ভগ্নাংশের শ্রেণিবিন্যাস ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ ব্যাখ্যা করতে পারবে এবং ভগ্নাংশকে আবৃত্ত দশমিকে প্রকাশ করতে পারবে।
- আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশকে সাধারণ ভগ্নাংশে রূপান্বয় করতে পারবে।
- অসীম অনাবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- সদৃশ ও বিসদৃশ দশমিক ভগ্নাংশ ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশের যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ করতে পারবে এবং এতদসত্ত্বেও বিভিন্ন সমস্যার সমাধান করতে পারবে।

## যা মনে রাখতে হবে...



স্বাভাবিক সংখ্যা : 1, 2, 3, 4..... ইত্যাদি সংখ্যাগুলোকে

স্বাভাবিক সংখ্যা বা ধনাত্মক অথবা সংখ্যা বলে। 2, 3, 5, 7.....

ইত্যাদি মৌলিক সংখ্যা এবং 4, 6, 8, 9..... ইত্যাদি যৌগিক

সংখ্যা।

পূর্ণসংখ্যা : শূন্যসহ সকল ধনাত্মক ও ঋগাত্মক অথবা

সংখ্যাসমূহকে পূর্ণসংখ্যা বলা হয়। অর্থাৎ .....

-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3..... ইত্যাদি পূর্ণসংখ্যা।

ভগ্নাংশ সংখ্যা :  $p, q$  পরস্পর সহমৌলিক,  $q \neq 0$  এবং  $q \neq 1$

হলে,  $\frac{p}{q}$  আকারের সংখ্যাকে ভগ্নাংশ সংখ্যা বলে। যেমন :

$\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{-5}{3}$  ইত্যাদি ভগ্নাংশ সংখ্যা।

$p < q$  হলে ভগ্নাংশকে প্রকৃত ভগ্নাংশ এবং  $p > q$  হলে

ভগ্নাংশকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশ বলা হয়। যেমন :

$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \dots$  ইত্যাদি প্রকৃত ভগ্নাংশ এবং

$\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{3}, \frac{5}{4}, \dots$  ইত্যাদি অপ্রকৃত ভগ্নাংশ।

মূলদ সংখ্যা :  $p$  ও  $q$  পূর্ণসংখ্যা এবং  $q \neq 0$  হলে,  $\frac{p}{q}$

আকারের সংখ্যাকে মূলদ সংখ্যা বলা হয়। যেমন :

$\frac{3}{1} = 3, \frac{11}{2} = 5.5, \frac{5}{3} = 1.666\dots$  ইত্যাদি মূলদ সংখ্যা। মূলদ

সংখ্যাকে দুইটি পূর্ণসংখ্যার অনুপাত হিসাবে প্রকাশ করা যায়।

সুতরাং সকল পূর্ণসংখ্যা এবং সকল ভগ্নাংশ সংখ্যা হবে মূলদ

সংখ্যা।

অমূলদ সংখ্যা : যে সংখ্যাকে  $\frac{p}{q}$  আকারে প্রকাশ করা যায় না,

যেখানে  $p, q$  পূর্ণসংখ্যা এবং  $q \neq 0$ , সে সংখ্যাকে অমূলদ

সংখ্যা বলা হয়। পূর্ণবর্গ নয় এবং যে কোনো স্বাভাবিক সংখ্যার

বর্গমূল একটি অমূলদ সংখ্যা। যেমন :

$$\sqrt{2} = 1.414213\dots, \sqrt{3} = 1.732\dots,$$

$$\frac{\sqrt{5}}{2} = 1.58113\dots \text{ ইত্যাদি অমূলদ সংখ্যা। অমূলদ সংখ্যাকে}$$

দুইটি পূর্ণসংখ্যার অনুপাত হিসাবে প্রকাশ করা যায় না।

দশমিক ভগ্নাংশ সংখ্যা : মূলদ সংখ্যা ও অমূলদ সংখ্যাকে দশমিকে

প্রকাশ করা হলে তাকে দশমিক ভগ্নাংশ বলা হয়। যেমন,

$$3 = 3 \cdot 0, \frac{5}{2} = 2 \cdot 5, \frac{10}{3} = 3 \cdot 3333\dots, \sqrt{3} = 1.732\dots$$

ইত্যাদি দশমিক ভগ্নাংশ সংখ্যা। দশমিক কিন্তু পর অঙ্ক সংখ্যা

সমীম হলে, এদেরকে সসীম দশমিক ভগ্নাংশ এবং অঙ্ক সংখ্যা

অসীম হলে, এদেরকে অসীম দশমিক ভগ্নাংশ বলা হয়। যেমন,

$$0.52, 3.4152 \text{ ইত্যাদি সসীম দশমিক ভগ্নাংশ এবং } 1.333\dots, 2.123512367\dots \text{ ইত্যাদি অসীম দশমিক}$$

ভগ্নাংশ সংখ্যা। আবার, অসীম দশমিক ভগ্নাংশ সংখ্যাগুলোর মধ্যে

দশমিক কিন্তু পর অঙ্কগুলো পুনরাবৃত্তি হলে, তাদেরকে অসীম

আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ এবং অঙ্কগুলো পুনরাবৃত্তি না হলে তাদের

অসীম অনাবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ সংখ্যা বলা হয়। যেমন,

$$1.2323\dots, 5.654 \text{ ইত্যাদি অসীম আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ এবং } 0.523050056\dots, 2.12340314\dots \text{ ইত্যাদি}$$

অনাবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ।

বাস্তব সংখ্যা : সকল মূলদ সংখ্যা এবং অমূলদ সংখ্যাকে বাস্তব

সংখ্যা বলা হয়। যেমন :

$$0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

$$\pm \frac{1}{2}, \pm \frac{3}{2}, \pm \frac{4}{3}, \dots$$

$$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \dots \text{ ইত্যাদি বাস্তব সংখ্যা।}$$

$$1.23, 0.415, 1.333\dots, 0.62, 4.120345061\dots$$

ধনাত্মক সংখ্যা : শূন্য অপেক্ষা বড় সকল বাস্তব সংখ্যাকে

ধনাত্মক সংখ্যা বলা হয়। যেমন,

মাধ্যমিক গণিত

$1, 2, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \sqrt{2}, 0.415, 0.62, 4.120345061, \dots$  ইত্যাদি ধনাত্মক সংখ্যা।

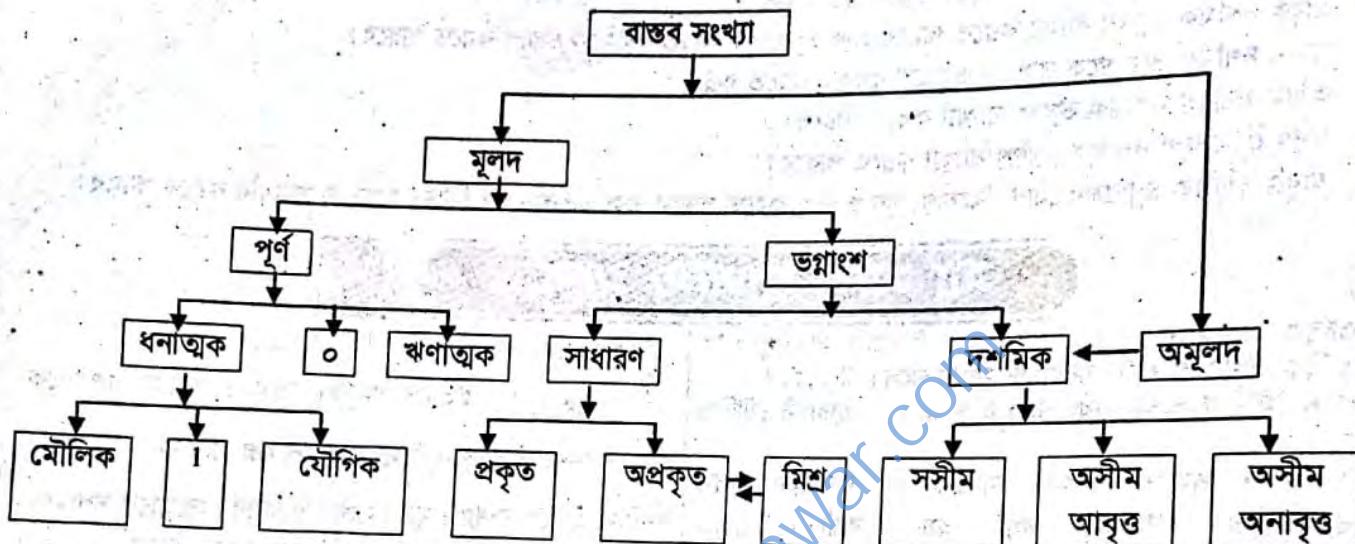
বৰ্গাত্মক সংখ্যা : শূন্য অপেক্ষা ছোট সকল বাস্তব সংখ্যাকে বৰ্গাত্মক সংখ্যা বলা হয়।

যেমন,  $-1, -2, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, -\sqrt{2}, -0.415, -0.62, -4.120345061, \dots$  ইত্যাদি বৰ্গাত্মক সংখ্যা।

অক্ষগাত্মক সংখ্যা : শূন্যসহ সকল ধনাত্মক সংখ্যাকে অক্ষগাত্মক সংখ্যা বলা হয়।

যেমন,  $0, 3, \frac{1}{2}, 0.612, 1.3, 2.120345, \dots$  ইত্যাদি অক্ষগাত্মক সংখ্যা।

বাস্তব সংখ্যার প্রেগিভিন্যাস



পাঠ্যবইয়ের কাজসমূহের সমাধান

কাজ :  $\frac{3}{4}, 5, -7, \sqrt{13}, 0, 1, \frac{9}{7}, 12, 2\frac{4}{5}, 1.1234, \dots, 323$

সংখ্যাগুলোকে বাস্তব সংখ্যার প্রেগিভিন্যাসে অবস্থান দেখাও।

[পৃষ্ঠা- 8]

সমাধান : নিচে প্রদত্ত সংখ্যাগুলোকে বাস্তব সংখ্যার প্রেগিভিন্যাসে অবস্থান দেখানো হলো—

$\frac{3}{4}$  একটি মূলদ সংখ্যা।

5 একটি মূলদ সংখ্যা।

$-7$  একটি পূর্ণ সংখ্যা।

$\sqrt{13}$  একটি অমূলদ সংখ্যা।

০ একটি পূর্ণ সংখ্যা।

1 একটি ধনাত্মক সংখ্যা।

$\frac{9}{7}$  একটি মূলদ সংখ্যা।

12 একটি মূলদ সংখ্যা।

$2\frac{4}{5}$  একটি সাধারণ অপ্রকৃত ভগ্নাংশ সংখ্যা।

1.1234..... একটি অমূলদ সংখ্যা।

323 একটি মূলদ সংখ্যা।

কাজ : প্রমাণ কর যে,  $\sqrt{3}$  একটি অমূলদ সংখ্যা। [পৃষ্ঠা- 6]

সমাধান : আমরা জানি,  $1 < 3 < 4$

$\therefore \sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$

বা,  $1 < \sqrt{3} < 2$

প্রমাণ :  $1^2 = 1, \sqrt{3}^2 = 3, 2^2 = 4$

সুতরাং  $\sqrt{3}$  এর মান 1 অপেক্ষা বড় এবং 2 অপেক্ষা ছোট।  
অতএব,  $\sqrt{3}$  পূর্ণসংখ্যা নয়।

$\therefore \sqrt{3}$  মূলদ সংখ্যা অথবা অমূলদ সংখ্যা। যদি মূলদ সংখ্যা হয় তবে,

ধরি,  $\sqrt{3} = \frac{p}{q}$ , যেখানে  $p$  ও  $q$  স্বাভাবিক সংখ্যা ও  $p > q$

সহমৌলিক এবং  $q > 1$

বা,  $3 = \frac{p^2}{q^2}$ ; [বর্গ করে]

বা,  $3q = \frac{p^2}{q}$  [উভয়পক্ষকে  $q$  দ্বারা গুণ করে]

স্পষ্টত :  $3q$  পূর্ণ সংখ্যা কিন্তু,  $\frac{p^2}{q}$  পূর্ণসংখ্যা নয়, কারণ  $p$  ও  $q$  স্বাভাবিক সংখ্যা ও এরা পরম্পর সহমৌলিক এবং  $q > 1$

$\therefore 3q$  এবং  $\frac{p^2}{q}$  সমান হতে পারে না, অর্থাৎ  $3q \neq \frac{p^2}{q}$

$\sqrt{3}$  এর মান  $\frac{p}{q}$  আকারে কোন সংখ্যা হতে পারে না, অর্থাৎ  $\sqrt{3} \neq \frac{p}{q}$

$\therefore \sqrt{3}$  একটি অমূলদ সংখ্যা। (প্রমাণিত)

বাস্তুর সংখ্যা

৩

- কাজ : 1.723, 5.2333..., 0.0025, 2.1356127..., 0.0105105 ..... এবং 0.450123..... ভগ্নাংশগুলোকে কারণসহ প্রেরিত্বিল্যাস কর। [পৃষ্ঠা-৬]

**সমাধান :** 1.723 ভগ্নাংশটি একটি সৌম দশমিক ভগ্নাংশ, কারণ দশমিক চিহ্নের ডানদিকে সৌম সংখ্যক অঙ্ক রয়েছে। 5.2333..... ভগ্নাংশটি একটি আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ, কারণ দশমিক চিহ্নের ডানদিকের অঙ্কগুলোর অঙ্কবিশেষ বার বার রয়েছে।

0.0025 ভগ্নাংশটি একটি সৌম দশমিক ভগ্নাংশ, কারণ দশমিক চিহ্নের ডানদিকে সৌম সংখ্যক অঙ্ক রয়েছে। 2.1356124..... ভগ্নাংশটি একটি অসৌম দশমিক ভগ্নাংশ, কারণ দশমিক চিহ্নের ডানদিকের অঙ্কগুলো সৌম নয় বা অঙ্কবিশেষ বারবার আসেনি। একে অমূলদসংখ্যাও বলা হয়।

0.0105105..... ভগ্নাংশটি একটি আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ, কারণ দশমিক চিহ্নের ডানদিকের অঙ্কগুলো 'সৌম' নয় এবং অঙ্কবিশেষ বার বার রয়েছে। একে মূলদ সংখ্যাও বলা হয়।

0.450123..... ভগ্নাংশটি একটি অসৌম দশমিক ভগ্নাংশ, কারণ দশমিক চিহ্নের ডানদিকের অঙ্কগুলো সৌম নয় বা অঙ্কবিশেষ বার বার আসেনি। একে অমূলদ সংখ্যাও বলা হয়।

- কাজ : 0.41 এবং 3.04623 কে ভগ্নাংশে রূপান্তর কর। [পৃষ্ঠা-১০]

**সমাধান :** 0.41

$$\text{এখানে, } 0.41 = 0.414141\ldots\ldots$$

$$\text{সূতরাং } 0.41 \times 100 = 41.4141$$

$$\text{এবং } 0.41 \times 1 = .4141$$

$$(-) \text{ করে, } 0.41 \times 99 = 41$$

$$\text{অতএব, } 0.41 = \frac{41}{99}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় ভগ্নাংশ } \frac{41}{99}$$

$$\text{এবং } 3.4623$$

$$\text{এখানে, } 3.04623 = 3.04623623$$

$$\text{সূতরাং } 3.04623 \times 100000 = 304623.623$$

$$3.04623 \times 100 = 304.623623$$

$$(-) \text{ করে, } 3.04623 \times 99900 = 304623 - 304$$

$$\text{বা, } 3.04623 = \frac{304319}{99900}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় ভগ্নাংশ } \frac{304319}{99900}$$

- কাজ : 0.012 এবং 3.3124 কে ভগ্নাংশে রূপান্তর কর। [পৃষ্ঠা-১১]

**সমাধান :**  $0.012 = \frac{12}{990} = \frac{2}{165}$

$$3.3124 = \frac{33124 - 331}{9900} = \frac{32793}{9900} = \frac{10931}{3300}$$

- কাজ : 3.467, 2.01243 এবং 7.5256 কে সদৃশ আবৃত্ত দশমিকে পরিবর্তন কর। [পৃষ্ঠা-১২]

**সমাধান :** 3.467 এ অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 3 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 0

$$2.01243 \text{ এ } " " " 2 \text{ এবং } " " " 3$$

$$7.5256 \text{ এ } " " " 2 \text{ এবং } " " " 2$$

এখানে অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা সবচেয়ে বেশি হলো 3 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 2, 3 এর ল.স.গ. 6। অর্থাৎ ভগ্নাংশগুলোকে সদৃশ আবৃত্ত দশমিকে পরিবর্তন করতে হলে, অনাবৃত্ত অংশে অঙ্ক সংখ্যা হবে 3 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্কের সংখ্যা হবে 6।

$$\therefore 3.467 = 3.467000000$$

$$2.01243 = 2.012432432$$

$$7.5256 = 7.525656565$$

- কাজ : যোগ কর : [পৃষ্ঠা-১৮]

$$1.1 + 2.097 + 5.12768$$

**সমাধান :** ভগ্নাংশগুলোকে সদৃশ করতে হলে অনাবৃত্ত অংশে অঙ্ক সংখ্যা হবে 2 এবং আবৃত্ত অংশে অঙ্ক সংখ্যা হবে 2 ও 3 ল.স.গ. 6।

এখন দুটি আবৃত্ত দশমিককে সদৃশ দশমিকে পরিবর্তন করে যোগ করা হলো :

$$2.097 = 2.09797979 | 79$$

$$5.12768 = 5.12768768 | 76$$

$$= 7.22566748 | 55$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় যোগফল} = 7.22566748$$

২।  $1.345, 0.31576$  ও  $0.05678$

**সমাধান :** এখানে দশমিক ভগ্নাংশগুলোকে সদৃশ করতে হলে  
অন্তর্বৃত্ত অংশে অঙ্ক সংখ্যা হবে 3 এবং আবৃত্ত অংশে অঙ্ক  
সংখ্যা হবে 1, 3, 2 এর ল.স.গু. 6। এখন আবৃত্ত  
দশমিকগুলোকে সদৃশ দশমিকে পরিবর্তন করে যোগ করা  
হলো—

$$\begin{aligned} 1.345 &= 1.34555555 | 55 \\ 031576 &= 0.315765765 | 76 \\ 8.05678 &= 8.056787878 | 78 \\ &= 9.718109200 | 09 \end{aligned}$$

∴ নির্ণয় যোগফল = 9.718109200

□ কাজ :

১।  $13.12784$  থেকে  $10.418$  বিয়োগ কর।

**সমাধান :** এখানে দশমিক ভগ্নাংশগুলোকে সদৃশ দশমিকে  
পরিবর্তন করতে হলে অন্তর্বৃত্ত অংশে অঙ্ক সংখ্যা হবে 3  
এবং আবৃত্ত অংশে অঙ্ক সংখ্যা হবে 3।  
এখন আবৃত্ত দশমিকগুলোকে সদৃশ দশমিকে পরিবর্তন করে  
বিয়োগ করা হলো—

$$\begin{aligned} 13.12784 &= 13.127847 | 84 \\ 10.418 &= 10.418000 | 00 \\ &= 2.709847 | 84 \end{aligned}$$

∴ নির্ণয় যোগফল = 2.709847

২।  $230394$  থেকে  $9.2645$

**সমাধান :** এখানে দশমিক ভগ্নাংশগুলোকে সদৃশ দশমিকে  
পরিবর্তন করতে হলে অন্তর্বৃত্ত অংশে অঙ্ক সংখ্যা হবে 2  
এবং আবৃত্ত অংশে অঙ্ক সংখ্যা হবে 2 ও 3 এর ল.স.গু. 6।  
এখন আবৃত্ত দশমিকগুলোকে সদৃশ দশমিকে পরিবর্তন করে  
বিয়োগ করা হলো—

$$\begin{aligned} 23.0394 &= 23.03949494 | 94 \\ 9.12645 &= 9.12645645 | 64 \\ &= 13.91303849 | 30 \end{aligned}$$

∴ নির্ণয় যোগফল = 13.91303849

[পৃষ্ঠা-১৫]

□ কাজ :

১।  $1.13$  কে  $2.6$  দ্বারা গুণ কর।

$$\text{সমাধান : } 1.13 = \frac{113 - 11}{90} = \frac{102}{90}$$

$$2.6 = \frac{26}{10}$$

$$\begin{aligned} \therefore 1.13 \times 2.6 &= \frac{102}{90} \times \frac{26}{10} = \frac{2652}{900} \\ &= 2.9466... = 2946 \end{aligned}$$

২।  $0.2 \times 1.12 \times 0.081$  = কত?

$$\text{সমাধান : } 0.2 \times 1.12 \times 0.081$$

$$= \frac{2}{9} \times \frac{112 - 1}{99} \times \frac{81}{990}$$

$$= \frac{2}{9} \times \frac{111}{99} \times \frac{81}{110}$$

$$= \frac{1111}{5445}$$

$$= 0.0203856 \dots$$

[পৃষ্ঠা-১৭]

□ কাজ :

১।  $0.6$  কে  $0.9$  দ্বারা ভাগ কর।

$$\text{সমাধান : } 0.6 \div 0.9$$

$$\text{এখানে, } 0.6 = \frac{6}{9} = \frac{2}{3} \text{ এবং } 0.9 = \frac{9}{9} = 1$$

$$\therefore 0.6 \div 0.9 = \frac{2}{3} + 1 = \frac{3}{2}$$

২।  $0.732$  কে  $0.027$  দ্বারা ভাগ কর।

$$\text{সমাধান : } 0.732 = \frac{732 - 7}{990}$$

$$= \frac{725}{990} = \frac{145}{198}$$

$$\text{এবং } 0.027 = \frac{27}{990}$$

$$0.732 \div 0.027 = \frac{145}{198} = \frac{27}{990} = \frac{3}{110}$$

$$= \frac{145}{198} = \frac{140}{9}$$

$$= \frac{725}{27}$$

$$= 26.851851 \dots$$

$$= 26.851 \dots$$

□ কাজ :

[পৃষ্ঠা-১৮]

১। 29 এর বর্গমূল নির্ণয় কর এবং বর্গমূলকে দুই দশমিক স্থান  
পর্যন্ত মান এবং দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান লেখ।

$$\text{সমাধান : } 5) 29 ( 5.3851 \dots$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ 103 \boxed{400} \\ \quad 309 \\ \hline 1068 \boxed{9100} \\ \quad 8544 \\ \hline 10765 \boxed{55600} \\ \quad 53825 \\ \hline 107701 \boxed{177500} \\ \quad 107701 \\ \hline 69799 \end{array}$$

∴ নির্ণয় বর্গমূল 5.3851....

নির্ণয় দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত মান 5.38

এবং দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান 5.39

## পাঠ্যবইয়ের গুরুত্বপূর্ণ উদাহরণ

**উদাহরণ-** ১।  $\sqrt{3}$  এবং 4 এর মধ্যে দুটি অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় কর।

**সমাধান :**  $\sqrt{3}$  এবং 4 এর মধ্যে দুটি অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় করতে হবে।

$$\text{এখানে, } \sqrt{3} = 1.7320508\dots$$

$$\text{যানে } a = 2.03003300333\dots$$

$$\text{এবং } b = 2.505500555\dots$$

**স্পষ্টত :**  $a$  ও  $b$  উভয়ই দুইটি বাস্তব সংখ্যা এবং উভয়ই অপেক্ষা বড় এবং 4 অপেক্ষা ছোট।

$$\text{অর্থাৎ } \sqrt{3} < 2.03003300333\dots < 4$$

$$\text{এবং } \sqrt{3} < 2.505500555\dots < 4$$

আবার,  $a$  ও  $b$  কে ভগ্নাংশ আকারে প্রকাশ করা যায় না।

∴  $a$  ও  $b$  দুইটি নির্ণেয় অমূলদ সংখ্যা।

**প্রতিজ্ঞা :**  $\sqrt{2}$  একটি অমূলদ সংখ্যা।

**সমাধান :** আমরা জানি,  $1 < 2 < 4$

$$\therefore \sqrt{1} < \sqrt{2} < \sqrt{4}$$

$$\text{বা, } 1 < \sqrt{2} < 2$$

$$\text{প্রমাণ : } 1^2 = 1, (\sqrt{2})^2 = 2, 2^2 = 4$$

সূতরাং  $\sqrt{2}$  এর মান 1 অপেক্ষা বড় এবং 2 অপেক্ষা ছোট।

অতএব  $\sqrt{2}$  পূর্ণসংখ্যা নয়।

∴  $\sqrt{2}$  মূলদ সংখ্যা অথবা অমূলদ সংখ্যা। যদি  $\sqrt{2}$  মূলদ সংখ্যা হয় তবে

ধরি,  $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ ; যেখানে  $p$  ও  $q$  স্বাভাবিক সংখ্যা ও পরস্পর সহমৌলিক এবং  $q > 1$

$$\text{বা, } 2 = \frac{p^2}{q^2}; \text{ বর্গ করে}$$

$$\text{বা, } 2q = \frac{p^2}{q}; \text{ উভয়পক্ষকে } q \text{ দ্বারা গুণ করে।}$$

**স্পষ্টত :**  $2q$  পূর্ণ সংখ্যা কিন্তু  $\frac{p^2}{q}$ , পূর্ণসংখ্যা নয়, কারণ  $p$  ও  $q$  স্বাভাবিক সংখ্যা ও এরা পরস্পর সহযৈমৌলিক এবং  $q > 1$

∴  $2q$  এবং  $\frac{p^2}{q}$  সমান হতে পারে না, অর্থাৎ  $2q \neq \frac{p^2}{q}$

∴  $\sqrt{2}$  এর মান  $\frac{p}{q}$  আকারের কোনো সংখ্যা হতে পারে না,

$$\text{অর্থাৎ } \sqrt{2} \neq \frac{p}{q}$$

∴  $\sqrt{2}$  একটি অমূলদ সংখ্যা (প্রমাণিত)

**উদাহরণ-** ৮। 32.3478 কে সামান্য ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

**সমাধান :**  $42.3478 = 42.347878\dots$

$$\text{সূতরাং, } 42.3478 \times 10000 = 42.347878 \dots \times 10000 = 42348.7878$$

$$\text{এবং } 42.3478 \times 100 = 42.347878 \dots \times 100 = 4234.7878$$

$$\text{বিয়োগ করে, } 42.3478 \times 9900 = 423478 - 4234$$

$$\text{অতএব, } 42.3478 = \frac{423478 - 4234}{9900} = \frac{419244}{9900} = \frac{34937}{825} = 42\frac{287}{825}$$

**উদাহরণ-** ২। প্রমাণ কর যে, কোনো চারটি ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যার গুণফলের সাথে 1 যোগ করলে যোগফল একটি পূর্ণসংখ্যা হবে।

**সমাধান :** মনে করি, চারটি ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যা

যথাক্রমে  $x, x+1, x+2, x+3$

ক্রমিক সংখ্যা চারটির গুণফলের সাথে 1 যোগ করলে পাওয়া যায়,

$$x(x+1)(x+2)(x+3) + 1 = x(x+3)(x+1)(x+2) + 1$$

$$= (x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 2) + 1$$

$$= a(a+2) + 1; [x^2 + 3x = a \text{ থের }]$$

$$= a^2 + 2a + 1 = (a+1)^2 = (x^2 + 3x + 1)^2; \text{ যা একটি পূর্ণসংখ্যা।}$$

∴ যে কোনো চারটি ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যার গুণফলের সাথে 1 যোগ করলে যোগফল একটি পূর্ণসংখ্যা হবে। (প্রমাণিত)

**উদাহরণ-** ৩।  $\frac{3}{11}$  কে দশমিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

**সমাধান :**

$$37) 30 (0.2727$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ 80 \\ 77 \\ \hline 30 \\ 22 \\ \hline 80 \\ 77 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় দশমিক ভগ্নাংশ} = 0.2727\dots \\ = 027$$

**উদাহরণ-** ৪।  $\frac{95}{37}$  কে দশমিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

**সমাধান :**

$$37) 95 (2.56756$$

$$\begin{array}{r} 74 \\ 210 \\ 185 \\ \hline 250 \\ 222 \\ \hline 280 \\ 259 \\ \hline 210 \\ 185 \\ \hline 250 \\ 222 \\ \hline 28 \end{array}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় দশমিক ভগ্নাংশ} = 2.56756\dots \\ = 2.567$$

বার্ষিক গণিত

**উদাহরণ—১।** 5.23457 কে সমাপ্ত দশমিকে পরিবর্তন কর।

$$\text{সমাধান} \quad 5.23457 = 5.23457457457\dots$$

$$\text{সূত্রাঃ} \quad 5.23457 \times 100000 = 523457.457457$$

$$\text{এবং} \quad 5.23457 \times 100 = 523.457457$$

$$\text{বিয়োগ করে, } 5.23457 \times 99900 = 522943$$

$$\text{অতএব, } 5.23457 = \frac{522934}{99900} = \frac{261467}{49950}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় ভগ্নাংশ } \frac{261467}{49950}$$

**উদাহরণ—১৩।** 1.7643, 3.24 ও 2.78346 কে সদৃশ আবৃত্ত দশমিকে পরিবর্তন কর।

**সমাধান :** 1.7643 এ অনাবৃত্ত অঙ্ক বলতে দশমিক কিন্তু পরের 8টি অঙ্ক, এখানে আবৃত্ত অংশ নেই।  
 3.24 এ অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 0 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 2;  
 2.78346 এ অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 2 এবং আবৃত্ত অংশের সংখ্যা 3।  
 এখানে অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 8 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 2 ও 3 এর ল.স.গু হলো 6।  
 প্রত্যেকটি দশমিকের অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 4 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 6।

$$\therefore 1.7643 = 1.7643000000,$$

$$3.24$$

$$= 3.2424242424$$

$$\text{ও } 2.78346 = 2.7834634634$$

নির্ণেয় সদৃশ আবৃত্ত দশমিকসমূহ :

$$1.7643000000, 3.2424249424, 2.7834634634$$

**উদাহরণ—১৮।** 3.89, 2.178 ও 5.89798 যোগ কর।

**সমাধান :** এখানে অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 2 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক হবে 2, 2 ও 3 এর ল.স.গু 6। প্রথমে তিনটি

আবৃত্ত দশমিককে সদৃশ দশমিকে পরিবর্তন করা হয়েছে।

$$3.89 = 3.89898989$$

$$2.178 = 2.17878787$$

$$5.89798 = 5.89798798$$

$$11.97576574 [8 + 8 + 7 + 2 = 25, \text{ এখানে } 2 \text{ হলো হাতের } 2। 25 \text{ এর } 2 \text{ যোগ হয়েছে।}]$$

$$+ 2$$

$$11.97576579$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় যোগফল } 11.97576576 \text{ বা } 11.97576$$

**উদাহরণ—১৬।** 8.243 থেকে 5.24673 বিয়োগ কর।

**সমাধান :** এখানে অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 2 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 2 ও 3 এর ল.স.গু. 6। এখন দশমিক সংখ্যা দুটিকে সদৃশ করে বিয়োগ করা হলো।

$$8.243 = 8.24343434$$

$$5.24643 = 5.24673673$$

$$2.99669761$$

$$- 1$$

$$2.99669760$$

[3 থেকে 6 বিয়োগ করলে হাতে 1 নিতে হবে।]

নির্ণেয় বিয়োগফল 2.99669760।

**মন্তব্য :** পৌনঃপুনিক কিন্তু যেখানে শুরু সেখানে বিয়োজন সংখ্যা বিয়োজ্য সংখ্যা থেকে ছোট হলে সব সময় সর্বডানের অংশ থেকে 1 বিয়োগ করতে হবে।

**দ্রষ্টব্য :** সর্বডানের অঙ্ক থেকে 1 কেন বিয়োগ করা হয় তা বোঝানোর জন্য নিচে অন্যভাবে বিয়োগ করে দেখানো হলো।

$$8.243 = 8.24343434 | 34$$

$$5.24673 = 5.24673673 | 67$$

$$2.99669760 | 67$$

নির্ণেয় বিয়োগফল 2.99669760 | 67 এখানে দৃটি বিয়োগফলই এক।

উদাহরণ- ১৭। 24.45645 থেকে 16.437 বিয়োগ কর।

সমাধান :

$$\begin{array}{r} 24.45645 \\ - 16.437 \\ \hline 8.01902 \end{array}$$

[6 থেকে 7 বিয়োগ করলে হাতে 1 নিতে হবে।] - 1

$8.01901$

∴ নির্ণেয় বিয়োগফল  $8.01901$

মুক্তব্য :

$$24.45645 = 24.45645 | .64$$

$$16.437 = 16.43743 | .74$$

$8.01901 | .90$

উদাহরণ- ১৯। 0.28 কে 42.18 দ্বারা গুণ কর।

$$\text{সমাধান : } 0.28 = \frac{28-2}{90} = \frac{26}{90} = \frac{13}{45}$$

$$42.18 = \frac{4218-42}{99} = \frac{4176}{99} = \frac{464}{11}$$

$$\begin{aligned} \therefore 0.28 \times 42.18 &= \frac{13}{45} \times \frac{464}{11} \\ &= \frac{6032}{495} = 12.185 \end{aligned}$$

∴ নির্ণেয় গুণফল  $12.185$

উদাহরণ- ২০।  $2.5 \times 4.35 \times 1.234$  = কত?

$$\text{সমাধান : } 2.5 = \frac{25}{10} = \frac{5}{2}$$

$$4.35 = \frac{435-43}{90} = \frac{392}{90}$$

$$\begin{aligned} 1.234 &= \frac{1234-12}{990} = \frac{1222}{990} = \frac{611}{495} \\ \therefore \frac{5}{2} \times \frac{392}{90} \times \frac{611}{495} &= \frac{196 \times 611}{8910} \\ &= \frac{119756}{8910} \\ &= 13.44063 \dots \end{aligned}$$

∴ নির্ণেয় গুণফল  $13.44063$

উদাহরণ- ২১। 2.2718 কে 1.912 দ্বারা ভাগ কর।

$$\text{সমাধান : } 2.2718 = \frac{22718-2}{9999} = \frac{22176}{9999}$$

$$1.912 = \frac{1912-19}{990} = \frac{1893}{990}$$

$$\begin{aligned} \therefore 2.2718 \div 1.912 &= \frac{22716}{9999} \div \frac{1893}{990} \\ &= \frac{22716}{9999} \times \frac{990}{1893} \\ &= \frac{120}{101} \\ &= 1.1881 \end{aligned}$$

∴ নির্ণেয় ভাগফল  $1.1881$

উদাহরণ- ২৮। 13 এর বর্গমূল বের কর এবং তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান লেখ।

সমাধান :

3.) 13 (3.605551....)

$$\begin{array}{r} 9 \\ 66 \overline{) 400} \\ 396 \\ \hline 7205 \overline{) 40000} \\ 36025 \\ \hline 72105 \overline{) 3697500} \\ 3605525 \\ \hline 7211101 \overline{) 9197500} \\ 7211101 \\ \hline 1986399 \end{array}$$

নির্ণেয় বর্গমূল  $3.605551.....$

এবং তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান  $3.606$

উদাহরণ- ২৫। 4.4623845.... দশমিকটির 1, 2, 3, 4 ও 5

দশমিক স্থান পর্যন্ত মান ও আসন্ন মান বের কর।

সমাধান :

4.4623846 সংখ্যাটির

এক দশমিক স্থান পর্যন্ত মান  $4.4$

এবং এক দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান  $4.5$

দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত মান  $4.46$

এবং দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান  $4.46$

তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত মান  $4.462$

এবং তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান  $4.462$

চার দশমিক স্থান পর্যন্ত  $4.4623$

এবং চার দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন  $4.4624$

পাঁচ দশমিক স্থান পর্যন্ত মান  $4.46238$

এবং পাঁচ দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান  $4.46238$

## পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান

১। প্রমাণ কর যে, ক)  $\sqrt{5}$  খ)  $\sqrt{7}$  গ)  $\sqrt{10}$  প্রত্যেকে অমূলদ সংখ্যা।

ক)  $\sqrt{5}$  একটি অমূলদ সংখ্যা।

সমাধান :

$$\sqrt{1} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$$

$$\text{বা, } 1 < \sqrt{5} < 3$$

$$\text{এখানে, } (1)^2 = 1, (\sqrt{5})^2 = 5, 3^2 = 9.$$

সুতরাং  $\sqrt{5}$  এর মান 1 অপেক্ষা বড় এবং 3 অপেক্ষা ছোট  
অতএব,  $\sqrt{5}$  পূর্ণসংখ্যা নয়।

$\sqrt{5}$  মূলদ সংখ্যা অথবা অমূলদ সংখ্যা। যদি  $\sqrt{5}$  মূলদ সংখ্যা হয় তবে,

$$\text{মনে করি, } \sqrt{5} = \frac{p}{q}$$

[যেখানে p ও q স্বাভাবিক সংখ্যা ও পরম্পর সহমৌলিক  
এবং  $q > 1$ ]

$$\text{বা, } 5 = \frac{p^2}{q^2}$$

$$\text{বা, } 5q = \frac{p^2}{q}$$

[বর্গ করে]

[উভয় পক্ষকে q দ্বারা গুণ করে]

মাধ্যমিক গণিত

স্পষ্টত :  $5q$  পূর্ণ সংখ্যা কিন্তু  $\frac{p^2}{q}$  : পূর্ণসংখ্যা নয়, কারণ  $p$  ও  $q$  স্বাভাবিক সংখ্যা ও এরা পরস্পর সহমৌলিক এবং  $q > 1$

$5q$  এবং  $\frac{p^2}{q}$  সমান হতে পারে না, অর্থাৎ  $5q \neq \frac{p^2}{q}$

$\sqrt{5}$  এর মান  $\frac{p}{q}$  আকারের কোনো সংখ্যা হতে পারে না,  
অর্থাৎ  $\sqrt{5} \neq \frac{p}{q}$

$\sqrt{5}$  একটি অমূলদ সংখ্যা।

ধ)  $\sqrt{7}$  একটি অমূলদ সংখ্যা।

সমাধান : আমরা জানি,  $1 < 7 < 9$

বা,  $1 < \sqrt{7} < 3$

এখানে,  $(1)^2 = 1$ ,  $(\sqrt{7})^2 = 7$ ,  $(3)^2 = 9$

সূতরাং  $\sqrt{7}$  এর মান 1 অপেক্ষা বড় এবং 3 অপেক্ষা ছোট।

অতএব,  $\sqrt{7}$  পূর্ণ সংখ্যা নয়।

$\sqrt{7}$  মূলদ সংখ্যা অথবা অমূলদ সংখ্যা। যদি  $\sqrt{7}$  মূলদ সংখ্যা হয় তবে,

মনে করি,  $\sqrt{7} = \frac{p}{q}$

[যেখানে  $p$  ও  $q$  স্বাভাবিক সংখ্যা ও পরস্পর সহমৌলিক এবং  $q > 1$ ]

বা,  $7 = \frac{p^2}{q^2}$  [বর্গ করে]

বা,  $7q = \frac{p^2}{q}$  [উভয় পক্ষকে  $q$  দ্বারা গুণ করে]

স্পষ্টত :  $7q$  পূর্ণসংখ্যা কিন্তু  $\frac{p^2}{q}$  পূর্ণসংখ্যা নয়, কারণ  $p$  ও  $q$  স্বাভাবিক সংখ্যা ও এরা পরস্পর সহমৌলিক এবং  $2 > 1$

$7q$  এবং  $\frac{p^2}{q}$  সমান হতে পারে না, অর্থাৎ  $7q \neq \frac{p^2}{q}$

$\sqrt{7}$  এর মান  $\frac{p}{q}$  আকারের কোনো সংখ্যা হতে পারে না

অর্থাৎ  $\sqrt{7} \neq \frac{p}{q}$

$\sqrt{7}$  একটি অমূলদ সংখ্যা।

গ)  $\sqrt{10}$  একটি অমূলদ সংখ্যা।

সমাধান : আমরা জানি,  $1 < 10 < 16$

$\therefore \sqrt{1} < \sqrt{10} < \sqrt{16}$

বা,  $1 < \sqrt{10} < 4$

এখানে,  $(1)^2 = 1$ ,  $(\sqrt{10})^2 = 10$ ,  $(4)^2 = 16$

সূতরাং  $\sqrt{10}$  এর মান 1 অপেক্ষা বড় এবং 4 অপেক্ষা ছোট।

অতএব,  $\sqrt{10}$  পূর্ণসংখ্যা নয়।

$\sqrt{10}$  মূলদ সংখ্যা অথবা অমূলদ সংখ্যা। যদি  $\sqrt{10}$  মূলদ সংখ্যা হয় তবে,

মনে করি,  $\sqrt{10} = \frac{p}{q}$

[যেখানে  $p$  ও  $q$  স্বাভাবিক সংখ্যা ও পরস্পর সহমৌলিক এবং  $q > 1$ ]

বা,  $10 = \frac{p^2}{q^2}$  [বর্গ করে]

বা,  $10q = \frac{p^2}{q}$  [উভয় পক্ষকে  $q$  দ্বারা গুণ করে]

স্পষ্টত :  $10q$  পূর্ণ সংখ্যা কিন্তু  $\frac{p^2}{q}$  পূর্ণ সংখ্যা নয়, কারণ  $p$

ও  $q$  স্বাভাবিক সংখ্যা ও এরা পরস্পর সহ মৌলিক এবং

$q > 1$   $10q$  এবং  $\frac{p^2}{q}$  সমান হতে পারে না, অর্থাৎ  $10q \neq \frac{p^2}{q}$

$\therefore 10q$  এবং  $\frac{p^2}{q}$  সমান হতে পারে না, অর্থাৎ  $10q \neq \frac{p^2}{q}$

$\therefore \sqrt{10}$  এর মান  $\frac{p}{q}$  আকারের কোনো সংখ্যা হতে পারে না,

অর্থাৎ  $\sqrt{10} \neq \frac{p}{q}$

$\therefore \sqrt{10}$  একটি অমূলদ সংখ্যা।

২। ক) 0.31 এবং 0.12 এর মধ্যে দুইটি অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি,

একটি সংখ্যা  $a = 0.301001000100001$

এবং অপর সংখ্যা  $b = 0.302002000200002$

স্পষ্টত :  $a$  ও  $b$  উভয়ই দুইটি বাস্তব সংখ্যা এবং উভয়

$0.31$  অপেক্ষা ছোট এবং  $0.12$  অপেক্ষা বড়।

অর্থাৎ,  $0.31 > 0.3010010001 > 0.12$

এবং  $0.31 > 0.3020020002 > 0.12$

আবার,  $a$  ও  $b$  কে ভগ্নাংশ আকারে প্রকাশ করা যায় না।

$a$  ও  $b$   $0.31$  এবং  $0.12$  এর মাঝখানে অবস্থিত।

$a$  ও  $b$  দুইটি নির্ণয় অমূলদ সংখ্যা।

এভাবে অনেক উভয় আসবে যার সবই গ্রহণযোগ্য।

খ)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  এবং  $\sqrt{2}$  এর মধ্যে একটি মূলদ এবং একটি অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে,  $\frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707106$

$\sqrt{2} = 1.4142$

$\therefore 0.707106$  ও  $1.4142$  এর মাঝখানে একটি মূলদ সংখ্যা  $a$   $= 0.70717071$

$\therefore$  কোনো সংখ্যার দশমিকের পরে অসীম পর্যন্ত অংক থাকলে এই

অংকগুলো যদি পুনরাবৃত্ত হয় তবে সংখ্যাটি মূলদ সংখ্যা হয়।

এবং অমূলদ সংখ্যা  $b = 1.414213562101001$

$\therefore$  নির্ণয়  $0.70717071$  --- একটি মূলদ সংখ্যা

এবং  $1.414213562101001$  --- একটি অমূলদ সংখ্যা

৪। আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর :

ক)  $\frac{1}{6}$

সমাধান :  $\frac{1}{6}$

$6 \mid 10 \mid 0.1666$

$\frac{6}{40}$

$\frac{36}{40}$

$\frac{4}{40}$

$\frac{36}{40}$

$\frac{4}{36}$

$\frac{4}{4}$

$\therefore$  নির্ণয় আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ  $0.16$



৬। সদৃশ আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

$$\text{ক) } 2.3, 5.235$$

$$\text{সমাধান: } 2.3, 5.235$$

এখানে, আবৃত্ত দশমিকে অনাবৃত্ত অংক সংখ্যা সর্বোচ্চ ১ এবং সুতরাং সদৃশ আবৃত্ত দশমিক করতে হলে প্রত্যেক দশমিকের হবে ২।

$$\therefore 2.3 = 2.333$$

$$5.235 = 5.235$$

∴ নির্ণেয় সদৃশ আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ  $2.333, 5.235$

$$\text{গ) } 7.26, 4.237$$

$$\text{সমাধান: } 7.26, 4.237$$

এখানে, আবৃত্ত দশমিকে অনাবৃত্ত অংক সংখ্যা সর্বোচ্চ ২ এবং সুতরাং সদৃশ আবৃত্ত দশমিক করতে হলে প্রত্যেক দশমিকের হবে ১।

$$7.26 = 7.266$$

$$4.237 = 4.237$$

∴ নির্ণেয় সদৃশ আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ  $7.266, 4.237$

$$\text{গ) } 5.7, 8.34, 6.245$$

$$\text{সমাধান: } 5.7, 8.34, 6.245$$

এখানে, আবৃত্ত দশমিকে অনাবৃত্ত অংক সংখ্যা ০ এবং আবৃত্ত অংক সংখ্যা  $= 1, 2, 3$  এর ল.স.গু.  $= 6$ ।

সুতরাং সদৃশ আবৃত্ত দশমিক করতে হলে, প্রত্যেকটি দশমিকের অনাবৃত্ত অংক সংখ্যা হবে ০ (শূন্য)। এবং আবৃত্ত অংক সংখ্যা 6 হবে।

$$5.7 = 5.77777$$

$$8.34 = 8.343434$$

$$6.245 = 6.245245$$

∴ নির্ণেয় সদৃশ আবৃত্ত দশমিকসমূহ :  $5.77777, 8.343434$  এবং  $6.245245$

$$\text{ঘ) } 12.32, 2.19, 4.3256$$

$$\text{সমাধান: } 12.32, 2.19, 4.3256$$

এখানে, আবৃত্ত দশমিকে অনাবৃত্ত অংক সংখ্যা সর্বোচ্চ ২ এবং আবৃত্ত অংক সংখ্যা  $= 0, 1, 2$  এর ল.স.গু.  $= 2$ ।

সুতরাং সদৃশ আবৃত্ত দশমিক করতে হলে, প্রত্যেকটি দশমিকের অনাবৃত্ত অংক সংখ্যা হবে ২ এবং আবৃত্ত অংক সংখ্যাও হবে ২।

$$12.32 = 12.3200$$

$$2.19 = 2.1999$$

$$4.3256 = 4.3256$$

∴ নির্ণেয় আবৃত্ত দশমিকসমূহ  $12.3200, 2.1999$  এবং  $4.3256$

৭। যোগ কর :

$$\text{ক) } 0.45 + 0.134$$

**সমাধান:** এখানে অনাবৃত্ত অংশের অংক সংখ্যা সর্বোচ্চ ২ এবং আবৃত্ত অংশের অংক সংখ্যা ১।

$$\therefore 0.45 = 0.455$$

$$0.134 = 0.134$$

$$0.589$$

∴ নির্ণেয় যোগফল  $0.589$

$$\text{খ) } 2.05 + 8.04 + 7.018$$

**সমাধান:** এখানে অনাবৃত্ত অংশের অংক সংখ্যা সর্বোচ্চ ৩

এবং আবৃত্ত অংশের অংক সংখ্যা ১।

$$\therefore 2.05 = 2.0555$$

$$8.04 = 8.0444$$

$$7.018 = 7.0180$$

$$17.1179$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় যোগফল } 17.1179$$

$$\text{গ) } 0.006 + 0.92 + 0.0134$$

**সমাধান:** এখানে, অনাবৃত্ত অংশের অংক সংখ্যা  $1, 2, 3, 1$  এদের ল.স.গু. = এবং আবৃত্ত অংশের অংক সংখ্যা  $1, 2, 3, 1$ ।

$$6. \quad 0.006 = 0.00666666$$

$$0.92 = 0.92929292$$

$$0.0134 = 0.01341341$$

$$= 0.94937299$$

$$+ 1$$

$$0.94937300$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় যোগফল } 0.94937300$$

৮। বিয়োগ কর :

$$\text{ক) } 3.4 - 2.13$$

**সমাধান:** এখানে অনাবৃত্ত অংশের অংক সংখ্যা ১ এবং আবৃত্ত অংশের অংক সংখ্যাও ১।

$$\therefore 3.4 = 3.44$$

$$\text{এবং } 2.13 = 2.13$$

$$1.31$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় বিয়োগফল } 1.31.$$

$$\text{খ) } 5.12 - 3.45$$

**সমাধান:** এখানে অনাবৃত্ত অংশের অংক সংখ্যা ১ এবং আবৃত্ত অংশের অংক সংখ্যা  $1, 2$  এর ল.স.গু. = 2।

$$\therefore 5.12 = 5.121$$

$$3.45 = 3.455$$

$$1.666$$

$$- 1$$

$$1.665$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় বিয়োগফল } 1.665.$$

**মন্তব্য :** পৌন: পুনিক বিন্দু যেখানে শুরু সেখানে বিয়োজন সংখ্যা বিয়োজ্য সংখ্যা থেকে ছোট হলে সব সময় সর্বডানের অংক থেকে 1 বিয়োগ করতে হয়।

$$\text{গ) } 8.49 - 5.356$$

**সমাধান:** এখানে অনাবৃত্ত অংশের অংক সংখ্যা 2 এবং আবৃত্ত অংশের অংক সংখ্যাও 2।

$$\therefore 8.49 = 8.4900$$

$$5.356 = 5.3565$$

$$= 3.1335$$

$$- 1$$

$$3.1334$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় বিয়োগফল } 3.1334.$$

$$\text{ঘ) } 19.345 - 13.2349$$

**সমাধান:** এখানে অনাবৃত্ত অংশের অংক সংখ্যা  $1, 3$  এর ল.স.গু. = 3 এবং আবৃত্ত অংশের অংক সংখ্যা  $1, 3$ ।

$$\therefore 19.345 = 19.34555$$

$$13.2349 = 13.23493$$

$$6.11062$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় বিয়োগফল } 6.11062$$

১। গুণ কর:

ক)  $0.\dot{3} \times 0.\dot{6}$

সমাধান: এখানে,  $0.\dot{3} = \frac{3}{9}$  এবং  $0.\dot{6} = \frac{6}{9}$

এখন,  $0.\dot{3} \times 0.\dot{6} = \frac{3}{9} \times \frac{6}{9} = \frac{2}{9} = 0.2$

∴ নির্ণয় গুণফল 0.2.

খ)  $2.\dot{4} \times 0.\dot{8}\dot{1}$

সমাধান: এখানে,  $2.\dot{4} = \frac{24 - 2}{9} = \frac{22}{9}$  এবং  $0.\dot{8}\dot{1} = \frac{81}{99}$

এখন,  $2.\dot{4} \times 0.\dot{8}\dot{1} = \frac{22}{9} \times \frac{81}{99} = 2$

∴ নির্ণয় গুণফল 2

গ)  $0.6\dot{2} \times 0.\dot{3}$

সমাধান: এখানে,  $0.6\dot{2} = \frac{62 - 6}{90} = \frac{56}{90}$  এবং  $0.\dot{3} = \frac{3}{9}$

এখন,  $0.6\dot{2} \times 0.\dot{3} = \frac{56}{90} \times \frac{3}{9} = \frac{28}{135} = 0.2074$

∴ নির্ণয় গুণফল 0.2074

ঘ)  $42.\dot{1}\dot{8} \times 0.\dot{2}\dot{8}$

সমাধান: এখানে,  $42.\dot{1}\dot{8} = \frac{4218 - 42}{99} = \frac{4176}{99}$

এবং  $0.2\dot{8} = \frac{28 - 2}{90} = \frac{26}{90}$   
 $\begin{array}{r} 464 \\ 1292 \end{array} \quad 13$

এখন,  $42.\dot{1}\dot{8} \times 0.2\dot{8} = \frac{4176}{99} \times \frac{26}{90} = \frac{33}{45} \times \frac{15}{15} = \frac{6032}{495} = 12.185$

∴ নির্ণয় গুণফল 12.185

১০। ভাগ কর:

ক)  $0.\dot{3} \div 0.\dot{6}$

সমাধান: এখানে,  $0.\dot{3} = \frac{3}{9}$  এবং  $0.\dot{6} = \frac{6}{9}$

এখন,  $\frac{3}{9} \div \frac{6}{9} = \frac{3}{9} \times \frac{9}{6} = \frac{1}{2} = 0.5$

∴ নির্ণয় ভাগফল 0.5

খ)  $0.3\dot{5} \div 1.\dot{7}$

সমাধান: এখানে,  $0.3\dot{5} = \frac{35 - 3}{90} = \frac{32}{90}$

এবং  $1.\dot{7} = \frac{17 - 1}{9} = \frac{16}{9}$

এখন,  $\frac{32}{90} \div \frac{16}{9} =$

$$= \frac{32}{90} \times \frac{9}{16} =$$

$$= \frac{10}{5} =$$

$$= \frac{1}{5} =$$

$$= 0.2$$

∴ নির্ণয় ভাগফল 0.2

গ)  $2.3\dot{7} \div 0.4\dot{5}$

সমাধান: এখানে,  $2.3\dot{7} = \frac{237 - 23}{90} = \frac{214}{90}$

এবং  $0.4\dot{5} = \frac{45 - 4}{90} = \frac{41}{90}$

এখন,  $2.3\dot{7} \div 0.4\dot{5} = \frac{214}{90} \div \frac{41}{90} =$

$$= \frac{214}{90} \times \frac{90}{41} =$$

$$= \frac{214}{41} =$$

$$= 5.21951$$

∴ নির্ণয় ভাগফল = 5.21951

ঘ)  $1.18\dot{5} \div 0.2\dot{4}$

সমাধান: এখানে,  $1.18\dot{5} = \frac{1185 - 1}{999} = \frac{1184}{999}$

এবং  $0.2\dot{4} = \frac{24}{99}$

এখন,  $1.18\dot{5} \div 0.2\dot{4} = \frac{1184}{999} \div \frac{24}{99} =$

$$= \frac{148}{296} = \frac{11}{592} = \frac{11}{38}$$

$$= \frac{1184}{999} \times \frac{99}{24} = \frac{335}{1184} = \frac{12}{111} = \frac{8}{3}$$

$$= \frac{111}{296} = \frac{11}{592} = \frac{11}{38} = \frac{8}{3}$$

$$= \frac{111}{592} = \frac{11}{38} = \frac{11}{333} = \frac{8}{3} = 4.8$$

∴ নির্ণয় ভাগফল 4.8

১১। বর্গমূল নির্ণয় কর (তিনি দশমিক স্থান পর্যন্ত) এবং দুই দশমিক  
ক) 12 স্থানের আসন্ন মান লেখ :

**সমাধান :** 12 এর বর্গমূল  $= \sqrt{12}$

$$\begin{array}{r} 12000000 \\ \hline 9 \end{array} \quad 3.464$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 300 \\ 256 \\ \hline 4400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 684 \\ 4116 \\ \hline 28400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6924 \\ 27696 \\ \hline 704 \end{array}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় বর্গমূল} = 3.464$$

এবং দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান 3.46

খ) 0.25

**সমাধান :** 0.25 এর বর্গমূল  $= \sqrt{0.25}$

$$0.25 = 0.252525 \dots$$

$$\begin{array}{r} 0.5 \\ \hline 0.252525 \\ 25 \\ \hline 1002 \\ 2525 \\ 2004 \\ \hline 10045 \\ 52125 \\ 50225 \\ \hline 1900 \end{array} \quad 0.5025$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় বর্গমূল} = 0.502$$

এবং দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান = 0.50

গ) 1.34

**সমাধান :** 1.34 এর বর্গমূল  $= \sqrt{1.34}$

$$1.34 = 1.34444 \dots$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \hline 1.34444 \dots \\ 1 \\ \hline 21 \\ 34 \\ 21 \\ \hline 225 \\ 1344 \\ 1125 \\ \hline 2309 \\ 21944 \\ 20781 \\ \hline 1163 \end{array} \quad 1.159$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় বর্গমূল} = 1.159$$

এবং দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান = 1.16

ঘ) 5.1302

**সমাধান :** 5.1302 এর বর্গমূল  $= \sqrt{5.1302}$

$$\therefore 5.1302 = 5.1302302302 \dots$$

মাধ্যমিক গণিত

$$\begin{array}{r} 2 | 5.1302302302 \dots & 2.265 \\ 4 \\ \hline 42 \quad 113 \\ 84 \\ \hline 446 \quad 2902 \\ 2676 \\ \hline 4525 \quad 22630 \\ 22625 \\ \hline 5 \end{array}$$

∴ নির্ণেয় বর্গমূল 2.265  
এবং দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান = 2.27  
১২। নিচের কোন সংখ্যাগুলোর মূলদ এবং কোন সংখ্যাগুলো অমূলদ  
লেখ :

ক) 0.4

$$\begin{array}{l} \text{সমাধান : } 0.4 \\ = \frac{4}{9} \end{array}$$

সংখ্যাটি অমূলদ

খ)  $\sqrt{9}$

$$\begin{array}{l} \text{সমাধান : } \sqrt{9} = \sqrt{(3)^2} = 3 \\ \therefore \text{সংখ্যাটি মূলদ} \end{array}$$

গ)  $\sqrt{11}$

$$\begin{array}{l} \text{সমাধান : } \sqrt{11} \\ = 3.31662 \dots \\ \therefore \text{সংখ্যাটি অমূলদ} \end{array}$$

ঘ)  $\frac{\sqrt{6}}{3}$

$$\begin{array}{l} \text{সমাধান : } \frac{\sqrt{6}}{3} \\ = \frac{\sqrt{3 \times 2}}{3} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{3} \\ = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \\ \therefore \text{সংখ্যাটি অমূলদ} \end{array}$$

ঙ)  $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{7}}$

$$\begin{array}{l} \text{সমাধান : } \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{7}} \\ = \frac{\sqrt{2 \times 4}}{\sqrt{7}} \\ = \frac{2\sqrt{2}}{7} \\ \therefore \text{সংখ্যাটি অমূলদ} \end{array}$$

চ)  $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{48}}$

$$\begin{array}{l} \text{সমাধান : } \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{48}} \\ = \frac{\sqrt{3 \times 9}}{\sqrt{3 \times 16}} \\ = \frac{\sqrt{3} \sqrt{9}}{\sqrt{3} \sqrt{16}} = \frac{3}{4} \\ \therefore \text{সংখ্যাটি অমূলদ} \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \frac{2}{3} \\
 \times \frac{3}{7} \\
 \hline
 = \frac{2}{3} \times \frac{7}{3} = \frac{14}{9} \\
 = 1.63\dot{8}
 \end{array}$$

∴ সংখ্যাটি মূলদ

১৩। সরল কর :

ক)  $(0.3 \times 0.83) + (0.5 \times 0.1) + 0.35 + 0.08$

$$\begin{aligned}
 \text{সমাধান : } & (0.3 \times 0.83) + (0.5 \times 0.1) + 0.35 + 0.08 \\
 = & \left( \frac{3}{9} \times \frac{83-8}{90} \right) + \left( \frac{5}{10} \times \frac{1}{9} \right) + \frac{35-3}{90} + \frac{8-0}{90} \\
 = & \left( \frac{25}{90} \times \frac{25}{90} \right) + \left( \frac{8}{90} \right) + \frac{32}{90} + \frac{8}{90} \\
 = & \frac{5}{18} + \frac{1}{18} + \frac{16}{45} + \frac{4}{45} \\
 = & \frac{5}{18} \times \frac{18}{1} + \frac{16}{45} \times \frac{45}{4} \\
 = & 5 + 4 = 9
 \end{aligned}$$

∴ নির্ণেয় সরল মান 9

খ)  $[(6.27 \times 0.5) \div \{(0.5 \times 0.75) \times 8.36\}] \div \{(0.25 \times 0.1) \times (0.75 \times 21.3) \times 0.5\}$

$$\begin{aligned}
 \text{সমাধান : } & [(6.27 \times 0.5) \div \{(0.5 \times 0.75) \times 8.36\}] \div \{(0.25 \times 0.1) \times (0.75 \times 21.3) \times 0.5\} \\
 = & \left[ \left( \frac{627}{100} \times \frac{5}{10} \right) \div \left\{ \left( \frac{5}{10} \times \frac{75}{100} \right) \times \frac{836}{100} \right\} \right] \div \left\{ \left( \frac{25}{100} \times \frac{1}{10} \right) \times \left( \frac{75}{100} \times \frac{213}{10} \right) \times \frac{5}{10} \right\} \\
 = & \left[ \frac{627}{200} \div \left\{ \frac{25}{200} \times \frac{836}{100} \right\} \right] \div \left\{ \frac{5}{40} \times \frac{3195}{40} \times \frac{1}{2} \right\} \\
 = & \left[ \frac{627}{200} \div \frac{627}{200} \right] \div \left\{ \left( \frac{1}{40} \times \frac{639}{40} \right) \times \frac{1}{2} \right\} \\
 = & \left[ \frac{200}{627} \times \frac{627}{200} \right] \div \left\{ \left( \frac{639}{1600} \times \frac{1}{2} \right) \right\} \\
 = & 1 \div \left( \frac{639}{3200} \right) \\
 = & 1 \times \frac{3200}{639} \\
 = & \frac{3200}{639} = \frac{3200}{639} \\
 = & 5.007
 \end{aligned}$$

∴ নির্ণেয় সরল মান 5.

১৪।  $\sqrt{5}$  ও 4 দুইটি বাস্তব সংখ্যা।

- ক) কোনটি মূলদ ও কোনটি অমূলদ নির্দেশ কর।  
 খ)  $\sqrt{5}$  ও 4 এদের মধ্যে দুইটি অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় কর।  
 গ) প্রমান কর যে,  $\sqrt{5}$  একটি অমূলদ সংখ্যা।

সমাধান :

$$\begin{aligned}
 \text{জ) } & 5.639 \\
 \text{সমাধান } & 5.639 \\
 = & \frac{5639 - 5}{999} \\
 = & \frac{5634}{999}
 \end{aligned}$$

∴ সংখ্যাটি মূলদ

ক) এখানে,  $\sqrt{5} = 2.36067$  -----∴  $\sqrt{5}$  একটি অমূলদ সংখ্যা।

এবং 4 একটি মূলদ সংখ্যা।

খ) এখানে,  $\sqrt{5} = 2.236067$  -----মনে করি,  $a = 3.202002000$  -----

মাধ্যমিক গণিত

এবং  $b = 3.505005000$

স্পষ্টত :  $a$  ও  $b$  উভয়ই দুইটি বাস্তব সংখ্যা এবং উভয়ই

$\sqrt{5}$  অপেক্ষা বড় এবং ৪ অপেক্ষা ছোট।  
অর্থাৎ,  $\sqrt{5} < 3.202002000 < 4$

এবং  $\sqrt{5} < 3.50500500 < 4$

∴  $a$  ও  $b$ -ই নির্ণেয় দুইটি অমূলদ সংখ্যা।

∴  $\sqrt{1} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$

বা,  $1 < \sqrt{5} < 3$

এখানে,  $(1)^2 = 1$ ,  $(\sqrt{5})^2 = 5$  এবং  $(3)^2 = 9$

সুতরাং  $\sqrt{5}$  এর মান ১ অপেক্ষা বড় এবং ৩ অপেক্ষা ছোট

অতএব,  $\sqrt{5}$  পূর্ণ সংখ্যা নয়।

∴  $\sqrt{5}$  মূলদ সংখ্যা অথবা অমূলদ সংখ্যা যদি  $\sqrt{5}$  একটি মূলদ সংখ্যা হয়।

তাহলে,  $\sqrt{5} = \frac{p}{q}$

[যেখানে  $p$  ও  $q$  স্বাভাবিক সংখ্যা ও পরম্পর সহমৌলিক এবং  $2 > 1$ ]

বা,  $(\sqrt{5})^2 = \frac{p^2}{q^2}$  [বর্ণ করে]

বা,  $5 = \frac{p^2}{q^2}$

বা,  $5q^2 = p^2$  [q দ্বারা উভয় পক্ষকে গুণ করে]

স্পষ্টত :  $5q^2$  পূর্ণ সংখ্যাকা কিছু  $\frac{p^2}{q^2}$  পূর্ণ সংখ্যা নয়, কারণ  $p$  ও  $q$  স্বাভাবিক সংখ্যা ও পরম্পর সহমৌলিক এবং  $q > 1$

∴  $5q^2$  এবং  $\frac{p^2}{q^2}$  সমান হতে পারে না।

অর্থাৎ  $5q^2 \neq p^2$

∴  $\sqrt{5}$  এর মান  $\frac{p}{q}$  আকারে কোন সংখ্যা হতে পারে না,

অর্থাৎ,  $\sqrt{5} \neq \frac{p}{q}$

অতএব,  $\sqrt{5}$  একটি অমূলদ সংখ্যা।

## সূজনশীল অংশ

মাস্টার ট্রেইনার কর্তৃক প্রণীত বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর :

### সাধারণ বহুনির্বাচনি :

১.  $a, b, c$  বাস্তব সংখ্যা  $a < b$  এবং  $c < 0$  হলে, নিচের কোনটি সঠিক? [তিকারুনিসা নূন স্কুল অ্যাড কলেজ, ঢাকা]

ক  $ac = bc$       খ  $ac > bc$       ৩

গ  $ac < bc$       ঘ  $ac \neq bc$

২.  $0.13$  কে সামান্য ভগ্নাংশে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি হবে? [তিকারুনিসা নূন স্কুল অ্যাড কলেজ, ঢাকা]

ক  $\frac{13}{90}$       খ  $\frac{13}{99}$       ৩

গ  $\frac{2}{15}$       ঘ  $\frac{4}{33}$

৩. নিচের কোনটি আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ?

[তিকারুনিসা নূন স্কুল অ্যাড কলেজ, ঢাকা]

ক  $1.4142135$       খ  $2.1356124$       ৩

গ  $2.282471$       ঘ  $5.12765765$

৪. মৌলিক সংখ্যা সেটের স্থূলতম সদস্য কোনটি?

[ডা. আন্তর্গত সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]

ক ১      খ ২      ৩

গ ৩      ঘ ৮

৫.  $0.9$  এর মান কোনটি?

[ঢাকা রেসিডেন্সিয়াল মডেল]

ক  $\frac{9}{10}$       খ  $\frac{1}{9}$       ৩

গ  $\frac{1}{6}$       ঘ ১

৬. নিচের কোনটি মূলদ সংখ্যা? [ঢাকা রেসিডেন্সিয়াল মডেল]

ক  $\sqrt{0.25}$       খ  $\sqrt{0.35}$       ৩

গ  $\sqrt{0.9}$       ঘ  $\sqrt{0.10}$

৭. গণনাকারী সংখ্যার অপর নাম কী? [ব্রার্ড স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট]

ক মূলদ সংখ্যা      খ অমূলদ সংখ্যা      ৩

গ স্বাভাবিক সংখ্যা      ঘ বাস্তব সংখ্যা

৮. নিচের কোনটি অমূলদ সংখ্যা? [ব্রার্ড স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট]

ক 3.415      খ  $\frac{5}{9}$       ৩

গ  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       ঘ  $\frac{\sqrt{9}}{4}$

৯. 1.3 কে সাধারণ ভগ্নাংশে পরিণত করলে কত হবে?

[ব্রার্ড স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট]

ক  $\frac{7}{3}$       খ  $\frac{5}{3}$       ৩

গ  $\frac{4}{3}$       ঘ  $\frac{2}{3}$

১০.  $0.5$  এর  $0.19 =$  কত?

[ব্রার্ড স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট]

ক  $\frac{5}{8}$       খ  $\frac{7}{9}$       ৩

গ  $\frac{1}{9}$       ঘ  $\frac{3}{5}$

১১.  $0.24$  কে সামান্য ভগ্নাংশে প্রকাশ করলে কত হয়?

[ব্রার্ড স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট]

ক  $\frac{8}{33}$       খ  $\frac{8}{13}$       ৩

গ  $\frac{8}{23}$       ঘ  $\frac{8}{43}$

□ অধ্যায় শেষে শিক্ষার্থীরা—

- সেট ও উপসেটের ধারণা ব্যাখ্যা করে প্রতীকের সাহায্যে প্রকাশ করতে পারবে।
- সেট প্রকাশের পদ্ধতি বর্ণনা করতে পারবে।
- অসীম সেট ব্যাখ্যা করতে পারবে এবং সীমান্ত ও অসীম সেটের পার্থক্য নিরূপণ করতে পারবে।
- সেটের সংযোগ ও ছেদ ব্যাখ্যা এবং যাচাই করতে পারবে।
- শক্তি সেট ব্যাখ্যা করতে পারবে এবং দুই ও তিন সদস্যবিশিষ্ট সেটের শক্তি সেট গঠন করতে পারবে।
- ক্রমজোড় ও কার্ডেসীয় গুণজ ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- উদাহরণ ও ভেনচিত্রের সাহায্যে সেট প্রকিয়ার সহজ বিধিগুলো প্রমাণ করতে পারবে এবং বিধিগুলো প্রয়োগ করে বিভিন্ন সমস্যা সমাধান করতে পারবে।
- অন্য ও ফাংশন ব্যাখ্যা করতে ও গঠন করতে পারবে।
- ডোমেন ও রেঞ্জ কী ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- ফাংশনের ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় করতে পারবে।
- ফাংশনের লেখিচ্ছি অঙ্কন করতে পারবে।

মা মনে রাখতে হবে...



□ সেট :

আধুনিক গণিতের হাতিয়ার হিসেবে সেটের ব্যবহার ব্যাপক। জার্মান গণিতবিদ জর্জ ক্যাল্টর (১৮৪৪ – ১৯১৮) সেট সংক্ষেপে প্রথম ব্যাখ্যা প্রদান করেন। তিনি অসীম সেটের যে ধারণা প্রদান করেন তা গণিত শাস্ত্রে বিপুল আলোড়ন সৃষ্টি করে। তাঁর প্রদত্ত ব্যাখ্যা গণিত শাস্ত্রে যে নতুন শাখার জন্ম দেয়, তা সেট তত্ত্ব (Set Theory) হিসেবে পরিচিত। “বাস্তব জগত এবং চিন্তা জগতের বস্তুসমূহের যেকোনো সুনির্ধারিত সংগ্রহই সেট।” সেটের সদস্য সংখ্যা সীমাবদ্ধ বা অসীম হতে পারে। এই সদস্যসমূহ অন্তত একটি শর্ত দ্বারা পরম্পরের সাথে সম্পর্কযুক্ত।

□ কতিপয় বিশেষ ধরনের সেট এবং এদের সংজ্ঞা :

- ❖ **সীম সেট :** যে সেটের উপাদান সংখ্যা নির্দিষ্ট তাকে সীম সেট বলে। যেমন,  $A = \{2, 5, 6\}$  সেটটির উপাদান সংখ্যা ৩। সূতরাং এটি একটি সীম সেট।
- ❖ **অসীম সেট :** যে সেটের উপাদান সংখ্যা অসীম(নির্দিষ্ট নয় বা গণনা করা যায় না) তাকে অসীম সেট বলে। যেমন, সকল জোড় সংখ্যার সেট  $A = \{2, 4, 6, \dots\}$  একটি অসীম সেট। কারণ এর উপাদান সংখ্যা অসীম।
- ❖ **ফাঁকা সেট :** যে সেটের কোনো উপাদান নেই অর্থাৎ উপাদান সংখ্যা শূন্য তাকে ফাঁকা সেট বলে। যেমন, 24 এবং 28 এর মধ্যে মৌলিক সংখ্যার সেট একটি ফাঁকা সেট। কারণ 24 এবং 28 এর মধ্যে কোনো মৌলিক সংখ্যা নেই। ফাঁকা সেটকে {} অথবা প্রতীক দ্বারা লেখা হয়।
- ❖ **উপসেট :** A সেটের প্রত্যেকটি উপাদান B সেটে বিদ্যমান থাকলে A কে B এর উপসেট বলে। একে  $A \subset B$  আকারে লেখা হয়। যেমন,  
 $A = \{2, 4, 6\}$  এবং  $B = \{2, 4, 6, 8\}$  হলে A, B এর একটি উপসেট বা  $A \subset B$
- ❖ **প্রকৃত উপসেট :** যদি একটি সেট A থেকে একাধিক নতুন সেট পাওয়া যায় এবং মূল সেট A তে অন্তত একটি উপাদান থাকে যা প্রাপ্ত নতুন সেটগুলোতে নেই, তবে প্রাপ্ত সেটগুলোকে মূল সেট A এর প্রকৃত উপসেট বলে।  
অতএব, A নিজে A এর প্রকৃত উপসেট নয়।
- ❖ **সার্বিক সেট :** আলোচনাধীন সকল সেট কোনো নির্দিষ্ট সেটের উপসেট হলে ঐ নির্দিষ্ট সেটকে সার্বিক সেট বলে। একে U প্রতীক দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
- ❖ **সংযোগ সেট :** দুই বা ততোধিক সেটের সকল উপাদান নিয়ে গঠিত সেটকে সংযোগ সেট বলে। এই ক্ষেত্রে কোন উপাদানকেই পুনরাবৃত্তি না করে শুধু একবার লেখা হয়। যেমন,  
 $A = \{1, 3\}$  এবং  $B = \{3, 5\}$  হলে A ও B এর সংযোগ সেট  $C = \{1, 3, 5\}$ । একে  $C = A \cup B$  আকারে লেখা হয় এবং পড়া হয় A সংযোগ B বা A union B.
- ❖ **ছেদ সেট :** দুই বা ততোধিক সেটের সাধারণ উপাদান নিয়ে গঠিত সেটকে ছেদ সেট বলে। A ও B এর ছেদ সেট C হলে,  
 $C = A \cap B$ . একে  $C = A \text{ intersection } B$  পড়া হয়।  
 $A = \{1, 3, 5\}$  এবং  $B = \{3, 5, 7\}$  হলে এদের ছেদ সেট  $C = A \cap B = \{3, 5\}$
- ❖ **নিশ্চেদ সেট :** দুটি সেটের কোনো সাধারণ উপাদান না থাকলে তাদের নিশ্চেদ সেট বলে। যেমন,  $A = \{1, 3, 5\}$  এবং  $B = \{2, 4, 6\}$  হলে, এ সেট দুটি নিশ্চেদ সেট। দুটি নিশ্চেদ সেটের ছেদ সেট হলো একটি ফাঁকা সেট।

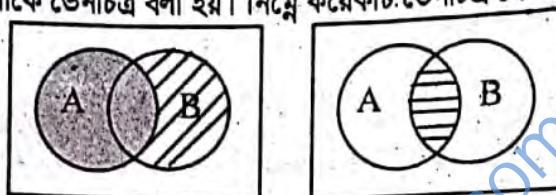
- ❖ **পূরক সেট :** দুটি সেট A এবং B যদি এমন হয় যে A এর বেসর উপাদান B' এর উপাদান নয়, তবে উক্ত উপাদানসমূহ লিয়ে গঠিত সেটকে A এর পূরক সেট বলে। একে  $A \setminus B$  আকারে প্রকাশ করা হয়।  

$$B' = A - B = \{2, 4, 6, 8\} - \{2, 4\} = \{6, 8\}$$
 [এখানে B এর উপাদানগুলো বাদে A এর সব উপাদান]
- ❖ **পাওয়ার সেট :** মনে করি, A একটি সেট। A সেটের যতগুলো উপসেট হয়, তাদের সেটকে A সেটের পাওয়ার সেট বলে এবং সেখা হয়  $P(A)$ ।  

$$A \text{-এর উপাদান সংখ্যা } n \text{ হলে, } P(A) \text{ এর উপাদান সংখ্যা } 2^n. \text{ যেমন- কোনো সেটের উপাদান সংখ্যা } 4 \text{ হলে এর উপসেট সংখ্যা } 2^4 = 16.$$
- ❖ **কার্ডিনেল গুণজ :** দুটি সেট যেমন,  $A = \{a, b\}$  এবং  $B = \{x, y\}$  হলে, A এবং B-এর কার্ডিনেল গুণজ  

$$A \times B = \{a, b\} \times \{x, y\} = \{(a, x), (a, y), (b, x), (b, y)\}$$
- ❖ **দুইটি সেটের তুলনা :** দুইটি সেট যেমন,  $A = (a, b)$  এবং  $B = (x, y)$  সমান হলে,  

$$\text{অর্থাৎ } (a, b) = (x, y) \text{ হলে, } a = x, b = y \text{ হবে।}$$
- ❖ **ডেনচিত্র :** কোনো সেটের একাধিক উপসেটের মধ্যে সম্পর্ক নির্দেশ করতে যে জ্যামিতিক চিত্র ব্যবহার করা হয়, তাকে ডেনচিত্র বলে।  
 বিটিশ তর্কশাস্ত্রবিদ জন ডেন (1838 – 1887) কতিপয় জ্যামিতিক চিত্রের সাহায্যে বিভিন্ন প্রকার সেটের মধ্যকার সম্পর্ক স্থাপন করেন। তার নাম অনুসারে এগুলোকে ডেনচিত্র বলা হয়। নিম্নে কয়েকটি ডেনচিত্র দেখানো হলো :



$A \cup B$  হলো, গাঢ় অংশটুকু

$A \cap B$  হলো, গাঢ় অংশটুকু

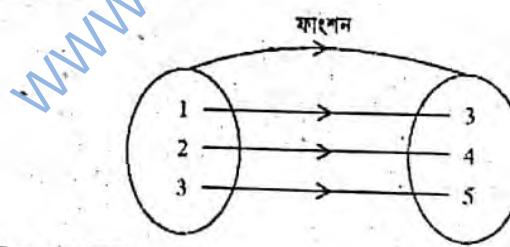
একটি আয়তক্ষেত্র দ্বারা সার্বিক সেট U এবং দুইটি পরস্পরছেদী বৃক্ষক্ষেত্র দ্বারা A ও B সেট চিহ্নিত করা হয়েছে। এতে সার্বিক সেট চারটি এলাকায় বিভক্ত হলো যাদের a, b, c, d দ্বারা চিহ্নিত করা হয়েছে।

- ❖ **বীজগণিতের মৌলিক উপপাদ্য :** একটি পূর্ণ সংখ্যাকে অন্যভাবে মৌলিক সংখ্যার গুণফল আকারে প্রকাশ করা যায়। যেমন-

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$42 = 2 \times 3 \times 7$$

- ❖ **অব্যয় :** যদি A ও B দুইটি সেট হয় তবে সেটবয়ের কার্ডিনেল গুণজ  $A \times B$  সেটের অন্তর্গত ক্রমজোড়গুলোর অশূন্য উপসেট R  
 $\text{কে. } A \text{ সেট হতে } B \text{ সেটের একটি অব্যয় বা সম্পর্ক বলা হয়। এখানে, } R \text{ সেট } A \times B \text{ সেটের একটি উপসেট অর্থাৎ, } R \subseteq A \times B$
- ❖ **ফাংশন :** নিচের A ও B সেটের অব্যয় লক্ষ করি :



এখানে, যখন  $y = x + 2$ ; তখন  $x = 1$  হলে,  $y = 3$

$$x = 2 \text{ হলে, } y = 4$$

$$x = 3 \text{ হলে, } y = 5$$

অর্থাৎ x এর এক-একটি মানের জন্য y এর মাত্র একটি মান পাওয়া যায় এবং x ও y -এর মধ্যে সম্পর্ক তৈরি হয়  $y = x + 2$  দ্বারা। সুতরাং দুইটি চলক x এবং y এমনভাবে সম্পর্কযুক্ত যেন x এর যেকোনো একটি মানের জন্য y এর একটি মাত্র মান মনে করি,  $y = x^2 - 2x + 3$  একটি ফাংশন। এখানে, x এর যে কোনো একটি মানের জন্য y এর একটি মাত্র মান পাওয়া যাবে। এখানে, x এবং y উভয়ই চলক তবে, x এর মানের উপর y এর মান নির্ভরশীল। কাজেই x হচ্ছে স্বাধীন চলক এবং y হচ্ছে অধীন চলক।

- ❖ **ডোমেন ও রেঞ্জ**

কোনো অব্যয়ের ক্রমজোড়গুলোর প্রথম উপাদানসমূহের সেটকে এর ডোমেন এবং দ্বিতীয় উপাদানসমূহের সেটকে এর রেঞ্জ বলা হয়।

মনে করি, A সেট থেকে B সেটে R একটি অব্যয় অর্থাৎ  $R \subseteq A \times B$ , R এ অন্তর্ভুক্ত ক্রমজোড়গুলোর প্রথম উপাদান সেট হবে R এর ডোমেন এবং দ্বিতীয় উপাদানসমূহের সেট হবে R এর রেঞ্জ। R এর ডোমেনকে ডোম R এবং রেঞ্জকে রেঞ্জ R লিখে

## □ অনুশিলনী- ২.১

### পাঠ্যবইয়ের কাজসমূহের সমাধান

□ কাজ-১ :  $C = \{-9, -6, -3, 3, 6, 9\}$  সেটকে সেট গঠন।  
পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

[পৃষ্ঠা- ২২]

**সমাধান :** দেওয়া আছে,  $C = \{-9, -6, -3, 3, 6, 9\}$   
C সেটের উপাদানসমূহ -9, -6, -3, 3, 6, 9  
এখানে প্রত্যেকটি উপাদান 3 ঘারা বিভাজ্য এবং পূর্ণসংখ্যা।  
নির্ণয় সেট,  $C = \{x : x \text{ পূর্ণসংখ্যা এবং } -9 \leq x^2 < 100\}$

(Ans.)

□ কাজ-২:  $Q = \{y : y \text{ পূর্ণসংখ্যা এবং } y^3 \leq 27\}$  সেটটিকে  
তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

[পৃষ্ঠা- ২২]

**সমাধান :** দেওয়া আছে,  $Q = \{y : y \text{ পূর্ণসংখ্যা এবং } y^3 \leq 27\}$

পূর্ণসংখ্যার সেট,  $Z = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$

$$y = 0 \text{ হলে } y^3 = 0^3 = 0, \text{ যা } 27 \text{ থেকে ছোট}$$

$$y = 1 \quad " \quad y^3 = (1)^3 = 1, \quad " \quad "$$

$$y = -1 \quad " \quad y^3 = (-1)^3 = -1, \quad " \quad "$$

$$y = 2 \quad " \quad y^3 = (2)^3 = 8, \quad " \quad "$$

$$y = -2 \quad " \quad y^3 = (-2)^3 = -8, \quad " \quad "$$

$$y = 3 \quad " \quad y^3 = (3)^3 = 27, \text{ যা } 27 \text{ এর সমান}$$

$$y = -3 \quad " \quad y^3 = (-3)^3 = -27, \text{ যা } 27 \text{ এর ছোট}$$

$$y = 4 \quad " \quad y^3 = (4)^3 = 64, \text{ যা } 27 \text{ এর বড়}$$

$$y = -4 \quad " \quad y^3 = (-4)^3 = -64, \text{ যা } 27 \text{ এর ছোট}$$

প্রদত্ত শর্তানুযায়ী নির্ণয় সেট,  $Q = \{\dots -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

□ কাজ-৩: নিচের সেটগুলো থেকে সসীম সেট ও অসীম সেট  
লেখ :

[পৃষ্ঠা- ২২]

১।  $\{3, 5, 7\}$ 

**সমাধান :** মনে করি,  $A = \{3, 5, 7\}$

এখানে A সেটে ৩টি উপাদান আছে।

আমরা জানি, যে সেটের উপাদান সংখ্যা গণনা করে নির্ধারণ  
করা যায়, তাকে সসীম সেট বলে।

এখানে A সেটের উপাদান সংখ্যা নির্ধারিত এবং গণনা করে  
নির্ধারণ করা যায়।

সুতরাং A সেটটি একটি সসীম সেট।

২।  $\{1, 2, 2^2, \dots, 2^{10}\}$ 

**সমাধান :** মনে করি,  $B = \{1, 2, 2^2, \dots, 2^{10}\}$   
আমরা জানি, যে সেটের উপাদান সংখ্যা গণনা করে নির্ধারণ  
করা যায়, তাকে অসীম সেট বলে।

এখানে B সেটের উপাদান সংখ্যা নির্ধারিত এবং গণনা করে  
নির্ধারণ করা যায়।

B সেটটি একটি সসীম সেট।

৩।  $\{3, 3^2, 3^3, \dots\}$ 

**সমাধান :** মনে করি,  $C = \{3, 3^2, 3^3, \dots\}$

আমরা জানি, যে সেটের উপাদান সংখ্যা গণনা করে নির্ধারণ  
করা যায় না, তাকে অসীম সেট বলে।

এখানে, C সেটের উপাদান সংখ্যা নির্ধারিত নয় অর্থাৎ অসীম

C সেটটি একটি অসীম সেট।

৪।  $\{x : x \text{ পূর্ণসংখ্যা এবং } x < 4\}$ 

**সমাধান :** দেওয়া আছে,  $\{x : x \text{ পূর্ণসংখ্যা এবং } x < 4\}$

আমরা জানি, পূর্ণসংখ্যার সেট,  $Z = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$   
প্রদত্ত সেট দেখা যাচ্ছে পূর্ণ সংখ্যাগুলো নির্ধারিত নয়, অর্থাৎ

4 থেকে ছোট সকল পূর্ণ সংখ্যার সেট।

4 থেকে ছোট পূর্ণসংখ্যার সেট =  $\{\dots -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

প্রদত্ত সেটটি একটি অসীম সেট।

৫।  $\{\frac{p}{q} : p \text{ ও } q \text{ পরম্পর সহমৌলিক এবং } q > 1\}$ 

**সমাধান :** দেওয়া আছে,

$\{\frac{p}{q} : p \text{ ও } q \text{ পরম্পর সহমৌলিক এবং } q > 1\}$

আমরা জানি, যে সেটের উপাদান সংখ্যা গণনা করে নির্ধারণ  
করা যায় না তাকে অসীম সেট বলে।

প্রদত্ত সেটটি একটি মূলদ সংখ্যার সেট এবং এ প্রদত্ত সেটের

উপাদানগুলো অসীম অর্থাৎ গণনা করে শেষ করা যায় না।

প্রদত্ত সেটটি একটি অসীম সেট।

৬।  $\{y : y \in \mathbb{N} \text{ এবং } y^2 < 100 < y^3\}$ 

**সমাধান :** মনে করি,  $A = \{y : y \in \mathbb{N} \text{ এবং } y^2 < 100 < y^3\}$

আমরা জানি,  
স্বাভাবিক সংখ্যার সেট,  $N = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$   
যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গ 100 থেকে ছোট এবং ঘন  
100 থেকে বড় তাদের সেট।

A সেটটিতে দেখা যাচ্ছে 100 থেকে ছোট স্বাভাবিক  
সংখ্যাগুলো গণনা করা গেলেও 100 থেকে বড় স্বাভাবিক  
সংখ্যাগুলো গণনা করে শেষ করা যাবে না।

∴ A সেটটি একটি অসীম সেট।

□ কাজ-৮:  $U = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}, E = \{1, 5, 9\}$  এবং  $F = \{3, 7, 11\}$  হলে  $E^c \cup F^c$  এবং  $E^c \cap F^c$  নির্ণয় কর।

[পৃষ্ঠা- ২৬]

**সমাধান :** দেওয়া আছে,  $U = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$

$E = \{1, 5, 9\}$

$F = \{3, 7, 11\}$

এখানে,  $E^c = U \setminus E = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\} \setminus \{1, 5, 9\}$

=  $\{3, 7, 11\}$

$F^c = U \setminus F = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\} \setminus \{3, 7, 11\}$

=  $\{1, 5, 9\}$

∴  $E^c \cup F^c = \{3, 7, 11\} \cup \{1, 5, 9\}$

=  $\{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$  (Ans.)

এবং  $E^c \cap F^c = \{3, 7, 11\} \cap \{1, 5, 9\}$

=  $\Phi$  (Ans.)

□ কাজ-৯:  $G = \{1, 2, 3\}$  হলে,  $P(G)$  নির্ণয় কর এবং দেখা ও  
যে,  $P(G)$  এর উপাদান সংখ্যা  $2^n$  কে সমর্থন করে।

[পৃষ্ঠা- ২৬]

**সমাধান :** দেওয়া আছে,  $G = \{1, 2, 3\}$

মাধ্যমিক গণিত

- G সেটের সকল উপসেট-ই হলো P(G) এর উপাদান।  
 $P(G) = \{\{1, 2, 3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \emptyset\}$
- এখনে, P(G) এর উপাদান সংখ্যা = 8  
G সেটের উপাদান সংখ্যা n = 3  
এবং P(G) সেটের উপাদান সংখ্যার =  $8 = 2^3 = 2^n$   
P(G) এর উপাদান সংখ্যা  $2^n$  কে সমর্থন করে। (দেখানো হলো)

□ কাজ-৬:  $\left(\frac{x}{2} + \frac{y}{3}, 1\right) = \left(1, \frac{x}{3} + \frac{y}{2}\right)$  হলে, (x, y) নির্ণয় কর। [পৃষ্ঠা-২৭]

**সমাধান:** দেওয়া আছে,  $\left(\frac{x}{2} + \frac{y}{3}, 1\right) = \left(1, \frac{x}{3} + \frac{y}{2}\right)$

ক্রমজোড়ের সংজ্ঞানুসারে,

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1 \quad \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{এবং } \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1 \quad \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

- (i) নং সমীকরণকে  $\frac{1}{2}$  ও (ii) নং সমীকরণকে  $\frac{1}{3}$  দ্বারা গুণ করে পাই,

$$\frac{x}{4} + \frac{y}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{x}{9} + \frac{y}{6} = \frac{1}{3}$$

$$(-) \frac{x}{4} - \frac{x}{9} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$$

$$\text{বা, } \frac{9x - 4x}{36} = \frac{3 - 2}{6}$$

$$\text{বা, } \frac{5x}{36} = \frac{1}{6}$$

$$\text{বা, } 5x \times 6 = 36$$

$$\text{বা, } x = \frac{36}{5 \times 6}$$

$$\text{বা, } x = \frac{6}{5}$$

সমীকরণ (i) এবং  $x = \frac{6}{5}$  বসিয়ে পাই,

$$\frac{6}{5} + \frac{y}{3} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{6}{5} \times \frac{1}{2} + \frac{y}{3} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{3}{5} + \frac{y}{3} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{y}{3} = 1 - \frac{3}{5}$$

$$\text{বা, } \frac{y}{3} = \frac{5 - 3}{5}$$

$$\text{বা, } \frac{y}{3} = \frac{2}{5}$$

$$\text{বা, } 5y = 6$$

$$\therefore y = \frac{6}{5}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় } (x, y) = \left(\frac{6}{5}, \frac{6}{5}\right)$$

□ কাজ-৭:  $P = \{1, 2, 3\}, Q = \{3, 4\}$  এবং  $R = \{x, y\}$  হলে,  $(P \cap Q) \times R$  এবং  $(P \cap Q) \times Q$  নির্ণয় কর।

**সমাধান:**  $P = \{1, 2, 3\}, Q = \{3, 4\}$  এবং  $R = \{x, y\}$  হলে,  $(P \cap Q) \times R$  এবং  $(P \cap Q) \times Q$  মান নির্ণয় করতে হবে।

$$\text{এখনে, } (P \cap Q) = \{1, 2, 3\} \cap \{3, 4\} = \{3\}$$

$$(P \cap Q) \times R = \{3\} \times \{x, y\} \\ = \{(3, x), (3, y)\} \text{ (Ans.)}$$

$$\text{আবার, } P \cap Q = \{1, 2, 3\} \cap \{3, 4\} = \{3\}$$

$$(P \cap Q) \times Q = \{3\} \times \{3, 4\} \\ = \{(3, 3), (3, 4)\} \text{ (Ans.)}$$

## পাঠ্যবইয়ের উদাহরণসমূহ

উদাহরণ- ১॥ A = {7, 14, 21, 28} সেটটিকে সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

**সমাধান:** দেওয়া আছে, A = {7, 14, 21, 28}

A সেটের উপাদানসমূহ 7, 14, 21, 28

এখনে, প্রত্যেকটি উপাদান 7 দ্বারা বিভাজ্য, অর্থাৎ 7 এর গুণিতক এবং 28 এর বড় নয়।

$\therefore A = \{x : x, 7 \text{ এর গুণিতক এবং } x \leq 28\}$

উদাহরণ- ২॥ B = {x : x, 28 এর গুণনীয়ক} সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

**সমাধান:** দেওয়া আছে, B = {x : x, 28 এর গুণনীয়ক}

এখনে,  $28 = 1 \times 28 = 2 \times 14 = 4 \times 7$

$\therefore 28$  এর গুণনীয়কসমূহ 1, 2, 4, 7, 14, 28

$\therefore$  নির্ণেয় সেট, B = {1, 2, 4, 7, 14, 28}

উদাহরণ- ৩॥ C = {x : x ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা এবং  $x^2 < 18$ } সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

**সমাধান:** দেওয়া আছে, C = {x : x ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা এবং  $< 18\}$

ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যাসমূহ 1, 2, 3, 4, 5, .....

এখনে,  $x = 1$  হলে,  $x^2 = 1^2 = 1$

$x = 2$  হলে,  $x^2 = 2^2 = 4$

$x = 3$  হলে,  $x^2 = 3^2 = 9$

$x = 4$  হলে,  $x^2 = 4^2 = 16$

$x = 5$  হলে,  $x^2 = 5^2 = 25$ ; যা 18 এর চেয়ে বড়

$\therefore$  শর্তানুসারে ধরণযোগ্য ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যাসমূহ 1, 2, 3, 4

$\therefore$  নির্ণেয় সেট, C = {1, 2, 3, 4}.

উদাহরণ- ৪॥ দেখাও যে, সকল স্বাভাবিক সংখ্যার সেট একটি অসীম সেট।

**সমাধান:** দেখাতে হবে যে, সকল স্বাভাবিক সংখ্যার সেট একটি অসীম সেট।

স্বাভাবিক সংখ্যার সেট N = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, .....}





৭)  $\{x \in \mathbb{N} : x^3 < 25 \text{ এবং } x^4 < 264\}$

**সমাধান :** আমরা জানি, স্বাভাবিক সংখ্যার সেট = {1, 2, 3, 4, 5, 6, ...}

এখন, যেসব স্বাভাবিক সংখ্যার ঘন 25 অপেক্ষা কম সেগুলো হলো 1, 2, 3, 4

কারণ  $x = 1$  হলে  $1^3 < 25$

$x = 2$  "  $2^3 < 25$

আবার, যেসব স্বাভাবিক সংখ্যার  $x^4$ , 264 অপেক্ষা কম সেগুলো হলো 1, 2, 3, 4

কারণ,  $x = 1$  হলে  $1^4 < 264$

$x = 2$  "  $2^4 < 264$

"  $x = 3$  "  $3^4 < 264$

"  $x = 4$  "  $4^4 < 264$

কিন্তু  $x = 5$  হলে,  $5^4 > 264$

এ থেকে দেখা যায় শুধুমাত্র স্বাভাবিক সংখ্যা  $x = 2$  এর ক্ষেত্রে  $2^3 < 25$  এবং  $2^4 < 264$  শর্তদ্বয় পূরণ করে।

অর্থাৎ শর্তমতে নির্ণেয় সেট = {2}

২। নিচের সেটগুলোকে সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

ক) {3, 5, 7, 9, 11}

খ) 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

গ) {4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40}

ঘ) {± 4, ± 5, ± 6}

**সমাধান :**

ক) {3, 5, 7, 9, 11}

মনেকরি, A = {3, 5, 7, 9, 11}

অর্থাৎ A সেটের উপাদানসমূহ 3, 5, 7, 9, 11

এখানে, প্রত্যেকটি উপাদান বিজোড় এবং 11 এর বড় নয়।

$\therefore A = \{x \in \mathbb{N} : x, \text{স্বাভাবিক বিজোড় সংখ্যা যেখানে, } x \leq 11\}$  (Ans.)

খ) {1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 12, 18, 36}

মনেকরি, A = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 12, 18, 36}

অর্থাৎ A সেটের উপাদানসমূহ, {1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 12, 18, 36}

এখানে, প্রত্যেকটি উপাদান 36 এর গুণনীয়ক।

$\therefore A = \{x \in \mathbb{N} : x, 36 \text{ এর গুণনীয়ক}\}$  (Ans.)

গ) {4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40}

মনেকরি, A = {4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40}

অর্থাৎ A সেটের উপাদানসমূহ 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40.

এখানে, প্রত্যেকটি উপাদান 4 দ্বারা বিভাজ্য অর্থাৎ 4 এর গুণিতক এবং  $x \leq 40$

$\therefore A = \{x : x, 4 \text{ এর গুণিতক এবং } x \leq 40\}$

ঘ) {± 4, ± 5, ± 6}

**সমাধান :**

ধরি, A = {± 4, ± 5, ± 6}

এখানে A সেটের উপাদানসমূহ পূর্ণসংখ্যা এবং যার বর্গ 16 অপেক্ষা বড় অথবা সমান এবং ঘন 216 অপেক্ষা ছেট অথবা সমান।

$\therefore$  প্রদত্ত শর্তানুযায়ী নির্ণেয় সেট A = { $x \in \mathbb{Z} : x^2 \geq 16$  এবং  $x^3 \leq 216\}$

৩। A = {2, 3, 4}, B = {1, 2, a} এবং C = {2, a, b} হলে নিচের সেটগুলো নির্ণয় কর :

ক) B/C খ) A ∪ B

গ) A ∩ C ঘ) A ∪ (B ∩ C)

**সমাধান :**

ক) B/C

দেওয়া আছে, B = {1, 2, a} C = {2, a, b}

$\therefore B/C = \{1, 2, a\} / \{2, a, b\}$

= {1} (Ans.)

খ) A ∪ B

দেওয়া আছে, A = {2, 3, 4}

B = {1, 2, a}

$\therefore A \cup B = \{2, 3, 4\} \cup \{1, 2, a\}$

= {1, 2, 3, 4, a} (Ans.)

গ) A ∩ C

দেওয়া আছে, A = {2, 3, 4}

C = {1, a, b}

$\therefore A \cap C = \{2, 3, 4\} \cap \{2, a, b\}$

= {2} (Ans.)

ঘ) A ∪ (B ∩ C)

দেওয়া আছে, A = {2, 3, 4}

B = {1, 2, a}

C = {2, a, b}

এখানে, B ∩ C = {1, 2, a} ∩ {2, a, b}

= {2, a}

$\therefore A \cup (B \cap C) = \{2, 3, 4\} \cup \{2, a\}$

= {2, 3, 4, a} (Ans.)

ঙ) A ∩ (B ∪ C)

দেওয়া আছে, A = {2, 3, 4}

B = {1, 2, a}

C = {2, a, b}

এখানে, B ∪ C = {1, 2, a} ∪ {2, a, b}

= {1, 2, a, b}

$\therefore A \cap (B \cup C) = \{2, 3, 4\} \cup \{1, 2, a, b\}$

= {2} (Ans.)

৪। U = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}, A = {1, 3, 5}, B = {2, 4, 6} এবং C = {3, 4, 5, 6, 7} হলে, নিম্নলিখিত ক্ষেত্রে সত্যজ্ঞ যাচাই কর :

i)  $(A \cup B)' = A' \cup B'$

ii)  $(B \cap C)' = B' \cup C'$

iii)  $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$

iv)  $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$

**সমাধান :**

i)  $(A \cup B)' = A' \cup B'$

দেওয়া আছে, U = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}

A = {1, 3, 5}

B = {2, 4, 6}

$\therefore A \cup B = \{1, 3, 5\} \cup \{2, 4, 6\}$

= {1, 2, 3, 4, 5, 6}

$\therefore L.H.S = (A \cup B)' = U - (A \cup B)$

= {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} - {1, 2, 3, 4, 5, 6}

= {7}

R.H.S' A' = U - A

= {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} - {1, 3, 5}

= {2, 4, 6, 7}

B' = U - B

= {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} - {2, 4, 6}

= {1, 3, 5, 7}

$$R.H.S = A' \cap B'$$

$$= \{2, 4, 6, 7\} \cap \{1, 3, 5, 7\}$$

$$= \{7\}$$

$$\therefore L.H.S = R.H.S \text{ (Proved)}$$

$$(B \cap C)' = B' \cup C'$$

$$\text{দেওয়া আছে, } U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$B = \{2, 4, 6\}$$

$$C = \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$B \cap C = \{2, 4, 6\} \cap \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$= \{4, 6\}$$

$$\therefore L.H.S = (B \cap C)' = U - (B \cup C)$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{4, 6\}$$

$$B' = U - B$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{2, 4, 6\}$$

$$C' = U - C$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$= \{1, 2\}$$

$$R.H.S = B' \cup C'$$

$$= \{1, 3, 5, 7\} \cup \{1, 2\}$$

$$= \{1, 2, 3, 5, 7\}$$

$$\therefore L.H.S = R.H.S \text{ (Proved)}$$

$$iii) (A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$$

$$\text{দেওয়া আছে, } A = \{1, 3, 5\}$$

$$B = \{2, 4, 6\}$$

$$C = \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$\therefore A \cup B = \{1, 3, 5\} \cup \{2, 4, 6\}$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$\therefore L.H.S = (A \cup B) \cap C$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \cap \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$= \{3, 4, 5, 6\}$$

$$A \cap C = \{1, 3, 5\} \cap \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$= \{3, 5\}$$

$$B \cap C = \{2, 4, 6\} \cap \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$= \{4, 6\}$$

$$R.H.S = (A \cap C) \cup (B \cap C)$$

$$= \{3, 5\} \cup \{4, 6\}$$

$$= \{3, 4, 5, 6\}$$

$$\therefore L.H.S = R.H.S \text{ (Proved)}$$

$$iv) (A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$$

$$\text{দেওয়া আছে, } A = \{1, 3, 5\}$$

$$B = \{2, 4, 6\}$$

$$C = \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$A \cap B = \{1, 3, 5\} \cap \{2, 4, 6\}$$

$$= \emptyset$$

$$\therefore L.H.S = (A \cap B) \cup C$$

$$= \emptyset \cup \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$= \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$A \cup C = \{1, 3, 5\} \cup \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$= \{1, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$B \cup C = \{2, 4, 6\} \cup \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$= \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$R.H.S = (A \cup C) \cap (B \cup C)$$

$$= \{1, 3, 4, 5, 6, 7\} \cap \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$= \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$\therefore L.H.S = R.H.S \text{ (Proved)}$$

### বাধ্যমিক গণিত

i)  $Q = \{x, y\}$  এবং  $R = \{m, n, l\}$  হলে,  $P(Q)$  এবং  $P(R)$

নির্ণয় কর।

**সমাধান :** দেওয়া আছে,

$$Q = \{x, y\}$$

$$\therefore P(Q) = \{\{x, y\}, \{x\}, \{y\}, \emptyset\} \text{ (Ans.)}$$

এখানে,  $Q$  সেটের উপাদানসংখ্যা 2 তাই এর শক্তি সেটের

উপাদান সংখ্যা হবে  $= 4 = 2^2$

এবং  $R = \{m, n, l\}$

$$\therefore P(R) = \{\{m, n, l\}, \{m, n\}, \{m, l\}, \{n, l\}, \{m\},$$

$$\{n\}, \{l\}, \{\emptyset\}\} \text{ (Ans.)}$$

এখানে  $R$  সেটের উপাদানসংখ্যা 3 তাই এর শক্তি সেটের

উপাদান সংখ্যা হবে,  $8 = 2^3$ .

ii)  $A = \{a, b\}, B = \{a, b, c\}$  এবং  $C = A \cup B$  হলে, দেখাও

যে,  $P(C)$  এর উপাদান সংখ্যা  $2^n$ , যেখানে,  $n$  হচ্ছে  $C$  এর

উপাদান সংখ্যা।

**সমাধান :** দেওয়া আছে,  $A = \{a, b\}$

$$B = \{a, b, c\}$$

$$C = A \cup B$$

$$= \{a, b\} \cup \{a, b, c\}$$

$$= \{a, b, c\}$$

$$\therefore P(C) = \{\{a, b, c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a\}, \{b\},$$

$$\{c\}, \emptyset\}$$

কোনো সেটের উপাদান সংখ্যা  $n$  হলে উপসেটের সংখ্যা হবে  $2^n$

যেহেতু  $n$  হচ্ছে  $C$  সেটের উপাদান সংখ্যা।

$\therefore P(C)$  এর উপাদান সংখ্যা  $2^n$  (দেখানো হলো)

iii)  $(x - 1, y + 2) = (y - 2, 2x + 1)$  হলে  $x$  এবং  $y$  এর মান নির্ণয় কর।

**সমাধান :** দেওয়া আছে,  $(x - 1, y + 2) = (y - 2, 2x + 1)$

আমরা ক্রমজোড়ের ধারণা থেকে পাই,

$$x - 1 = y - 2 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$y + 2 = 2x + 1 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

(i) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$$x - 1 = y - 2$$

$$\text{বা, } x = y - 2 + 1$$

$$\therefore x = y - 1 \dots \dots \dots \text{(iii)}$$

$x$ -এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$y + 2 = 2(y - 1) + 1$$

$$\text{বা, } y = 2(y - 1) + 1 - 2$$

$$\text{বা, } y = 2y - 2 + 1 - 2$$

$$\text{বা, } y = 2y - 3$$

$$\text{বা, } y - 2y = -3$$

$$\text{বা, } -y = -3$$

$$\therefore y = 3$$

$y$  এর মান (iii) সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$x = 3 - 1$$

$$\text{বা, } x = 2$$

$$\therefore x = 2$$

অতএব, নির্ণেয় মান  $(x, y) = (2, 3)$ .

iv)  $(ax - cy, a^2 - c^2) = (0, ay - cx)$  হলে,  $(x, y)$  এর

মান নির্ণয় কর।

**সমাধান :** দেওয়া আছে,  $(ax - cy, a^2 - c^2) = (0, ay -$

আমরা, ক্রমজোড়ের ধারণা থেকে পাই,

$$ax - cy = 0 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$a^2 - c^2 = ay - cx \dots \dots \dots \text{(ii)}$$





# পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান

২.২

১। ৪ এর গুণনীয়ক সেট কোনটি?

- ক)  $\{8, 16, 24, \dots\}$
- খ)  $\{1, 2, 3, 4, 8\}$
- গ)  $\{2, 4, 8\}$
- ঘ)  $\{1, 2\}$

Ans :  $\{8, 16, 24, \dots\}$

২। সেট C হতে সেট B এ একটি সম্পর্ক R হলে নিচের কোনটি সঠিক?

- ক)  $R \subset C$
- খ)  $R \subset B$
- গ)  $R \subseteq C \times B$
- ঘ)  $C \times B \subseteq R$

Ans :  $R \subseteq C \times B$

৩।  $A = \{6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$  হলে, নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:

i. A সেটের গঠন পদ্ধতি কোনটি?

- ক)  $\{x \in N : 6 < x < 13\}$
- খ)  $\{x \in N : 6 \leq x < 13\}$
- গ)  $\{x \in N : 6 \leq x \leq 13\}$
- ঘ)  $\{x \in N : 6 < x \leq 13\}$

Ans :  $\{x \in N : 6 \leq x \leq 13\}$

ii. মৌলিক সংখ্যাগুলোর সেট কোনটি?

- ক)  $\{6, 8, 10, 12\}$
- খ)  $\{7, 9, 11, 13\}$
- গ)  $\{7, 11, 13\}$
- ঘ)  $A = \{9, 12\}$

Ans :  $A = \{7, 11, 13\}$

iii. ৩ এর গুণিতকগুলোর সেট কোনটি?

- ক)  $\{6, 9\}$
- খ)  $\{6, 11\}$
- গ)  $\{9, 12\}$
- ঘ)  $\{6, 9, 12\}$

Ans :  $\{6, 9, 12\}$

iv. বৃহত্তম জোড়া সংখ্যার গুণনীয়কের সেট কোনটি?

- ক)  $\{1, 13\}$
- খ)  $\{1, 2, 3, 6\}$
- গ)  $\{1, 2, 9\}$
- ঘ)  $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

Ans :  $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

৮। যদি  $A = \{3, 4\}$ ,  $B = \{2, 4\}$  হয়, তবে A ও B এর উপাদানগুলোর মধ্যে  $x < y$  সম্পর্ক বিবেচনা করে রিলেশনটি নির্ণয় কর।

**সমাধান :** দেয়া আছে,  $A = \{3, 4\}$

এবং  $B = \{2, 4\}$

প্রশ্নানুসারে, অস্বয়  $R = \{(x, y) : x \in A, y \in B \text{ এবং } x > y\}$

এখানে,  $A \times B = \{3, 4\} \times \{2, 4\}$

$$= \{(3, 2), (3, 4), (4, 2), (4, 4)\}$$

$$\therefore R = \{(3, 2), (4, 2)\}$$

∴ নির্ণেয় রিলেশন,  $\{(3, 2), (4, 2)\}$

৫। যদি  $C = \{2, 5\}$ ,  $D = \{4, 6\}$  এবং C ও D এর উপাদানগুলোর মধ্যে  $x + 1 < y$  সম্পর্কটি বিবেচনায় থাকে তবে রিলেশনটি নির্ণয় কর।

**সমাধান :**

দেয়া আছে,  $C = \{2, 5\}$

এবং  $D = \{4, 6\}$

প্রশ্নানুসারে অস্বয়,  $R = \{(x, y) : x \in C, y \in D \text{ এবং } x + 1 < y\}$

এখন,  $C \times D = \{2, 5\} \times \{4, 6\}$

$$= \{(2, 4), (2, 6), (5, 4), (5, 6)\}$$

$$\therefore R = \{(2, 4), (2, 6)\}$$

∴ নির্ণেয় রিলেশন  $\{(2, 4), (2, 6)\}$

৬।  $f(x) = x^4 + 5x - 3$  হলে,  $f(-1)$ ,  $f(2)$  এবং  $f\left(\frac{1}{2}\right)$  এর মান নির্ণয় কর।

**সমাধান :**

$$\text{দেয়া আছে, } f(x) = x^4 + 5x - 3$$

$$\therefore f(-1) = (-1)^4 + 5(-1) - 3$$

$$= 1 - 5 - 3$$

$$= -7$$

$$\therefore f(2) = (2)^4 + 5 \times 2 - 3$$

$$= 16 + 10 - 3$$

$$= 26 - 3$$

$$= 23.$$

$$\text{এবং } f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^4 + 5 \cdot \frac{1}{2} - 3$$

$$= \frac{1}{16} + \frac{5}{2} - 3$$

$$= \frac{1 + 40 - 48}{16}$$

$$= \frac{-7}{16}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় মান} = -7, 23, \frac{-7}{16}$$

৭। যদি  $f(y) = y^3 + ky^2 - 4y - 8$  হয়, তবে k এর কোন মানের জন্য  $f(-2) = 0$  হবে?

**সমাধান :**

$$\text{দেয়া আছে, } f(y) = y^3 + ky^2 - 4y - 8$$

$$\therefore f(-2) = (-2)^3 + k(-2)^2 - 4(-2) - 8$$

$$= -8 + 4k + 8 - 8$$

$$= 4k - 8$$

$$\text{কিন্তু } f(-2) = 0$$

$$\therefore 4k - 8 = 0$$

$$\text{বা, } 4k = 8$$

$$\text{বা, } k = \frac{8}{4}$$

$$\therefore k = 2$$

∴ k এর 2 মানের জন্য  $f(-2) = 0$  হবে

৮।  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$  হলে, x এর কোন মানের জন্য  $f(x) = 0$  হবে?

**সমাধান :**

$$\text{দেয়া আছে, } f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$$

$$\text{যেহেতু } f(x) = 0$$

$$\therefore x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$$

$$\text{বা, } x^3 - 3x^2 - 3x^2 + 9x + 2x - 6 = 0$$

$$\text{বা, } x^2(x - 3) - 3x(x - 3) + 2(x - 3) = 0$$

$$\text{বা, } (x - 3)(x^2 - 3x + 2) = 0$$

$$\text{বা, } (x - 3)(x^2 - 2x - x + 2) = 0$$

$$\text{বা, } (x - 3)(x - 2) - 1(x - 2) = 0$$

$$\text{বা, } (x - 3)(x - 2)(x - 1) = 0$$

$$\text{হল } x - 3 = 0 \quad x - 2 = 0 \quad x - 1 = 0$$

$$\therefore x = 3 \quad x = 2 \quad \therefore x = 1$$

∴  $x = 1$  অথবা  $2$  অথবা  $3$  হলে  $f(x) = 0$  হবে।

১। যদি  $f(x) = \frac{2x+1}{2x-1}$  হয়, তবে  $\frac{f\left(\frac{1}{x^2}\right)+1}{f\left(\frac{1}{x^2}\right)-1}$  এর মান নির্ণয় কর।

**সমাধান :**

$$\text{দেয়া আছে, } f(x) = \frac{2x+1}{2x-1}$$

$$\therefore f\left(\frac{1}{x^2}\right) = \frac{2 \cdot \frac{1}{x^2} + 1}{2 \cdot \frac{1}{x^2} - 1}$$

$$= \frac{\frac{2}{x^2} + 1}{\frac{2}{x^2} - 1}$$

$$= \frac{\frac{2+x^2}{x^2}}{\frac{2-x^2}{x^2}}$$

$$= \frac{2+x^2}{x^2} \times \frac{x^2}{2-x^2}$$

$$= \frac{2+x^2}{2-x^2}$$

$$\therefore \frac{f\left(\frac{1}{x^2}\right) + 1}{f\left(\frac{1}{x^2}\right) - 1} = \frac{\frac{2+x^2}{2-x^2} + 1}{\frac{2+x^2}{2-x^2} - 1}$$

$$= \frac{\frac{2+x^2+2-x^2}{2-x^2}}{\frac{2+x^2-2+x^2}{2-x^2}}$$

$$= \frac{4}{2-x^2} \times \frac{2-x^2}{2x^2}$$

$$= \frac{2}{x^2}$$

∴ নির্ণেয় মান,  $\frac{2}{x^2}$

১০।  $g(x) = \frac{1+x^2+x^4}{x^2}$  হলে, দেখাও যে,  $g\left(\frac{1}{x^2}\right) = g(x^2)$

**সমাধান :**

$$\text{দেওয়া আছে, } g(x) = \frac{1+x^2+x^4}{x^2}$$

$$\text{বামপক্ষ, } g\left(\frac{1}{x^2}\right) = \frac{1 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^4}{\left(\frac{1}{x^2}\right)^2}$$

$$= \frac{1 + \frac{1}{x^4} + \frac{1}{x^8}}{\frac{1}{x^4}}$$

$$= \frac{x^8 + x^4 + 1}{x^8}$$

$$= \frac{1}{x^4}$$

$$= \frac{1+x^4+x^8}{x^8} \times \frac{x^4}{1}$$

$$= \frac{1+x^4+x^8}{x^4}$$

$$\text{ডানপক্ষ, } g(x^2) = \frac{1+(x^2)^2+(x^2)^4}{(x^2)^2}$$

$$= \frac{1+x^4+x^8}{x^4}$$

$$\therefore g\left(\frac{1}{x^2}\right) = g(x^2) \text{ (দেখানো হলো)}$$

১১। নিচের অসমগুলো থেকে ডোমেন এবং রেজ নির্ণয় কর :

ক)  $R = \{(2,1), (2,2), (2,3)\}$

খ)  $S = \{(-2, 4), (-1, 1), (0, 0), (1, 1), (2, 4)\}$

গ)  $F = \left\{ \left(\frac{1}{2}, 0\right), (1, 1), (1, -1), \left(\frac{5}{2}, 2\right), \left(\frac{5}{2}, -2\right) \right\}$

**সমাধান :**

ক) দেওয়া আছে,  $R = \{2, 1\}, (2, 2), (2, 3)\}$

$R$  অন্তর্য ক্রমোজোড়গুলোর প্রথম উপাদানসমূহ 2, 2, 2 এবং দ্বিতীয় উপাদানসমূহ 1, 2, 3.

∴ ডোম  $R = \{2\}$

এবং রেজ  $R = \{1, 2, 3\}$

খ) দেওয়া আছে,  $S = \{(-2, 4), (-1, 1), (0, 0), (1, 1), (2, 4)\}$

$S$  অন্তর্য ক্রমোজোড়গুলোর প্রথম উপাদানসমূহ -2, -1, 0, 1, 2 এবং দ্বিতীয় উপাদানসমূহ 4, 1, 0, 1, 4

∴ ডোম  $S = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

রেজ  $S = \{0, 1, 4\}$

গ) দেয়া আছে,

$$F = \left\{ \left(\frac{1}{2}, 0\right), (1, 1), (1, -1), \left(\frac{5}{2}, 2\right), \left(\frac{5}{2}, -2\right) \right\}$$

$F$  অন্তর্য ক্রমোজোড়গুলোর প্রথম উপাদানসমূহ  $\frac{1}{2}, 1, 1, \frac{5}{2}$ ,

$\frac{5}{2}$  এবং দ্বিতীয় উপাদানসমূহ 0, 1, -1, 2, -2.

$$\therefore \text{ডোম } F = \left\{ \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, \frac{5}{2} \right\}$$

এবং রেজ  $F = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

১২। নিচের অসমগুলোকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর এবং ডোমেন ও রেজ নির্ণয় কর :

ক)  $R = \{(2, 1), (2, 2), (2, 3)\}$

খ)  $F = \{(x, y) : x \in C, y \in C \text{ এবং } x = 2y\}$ , যেখানে  $C = \{-1, 0, 1, 1, 3\}$

**সমাধান :**

ক) দেওয়া আছে,  $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

এবং  $R = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } x + y = 1\}$   
 $R$  এর বর্ণিত শর্ত হতে পাই,  $x + y = 1$

∴  $y = 1 - x$

এখন, প্রত্যেক  $x \in A$  এর জন্য  $y = 1 - x$  এর মান নির্ণয় করি।

x	-2	-1	0	1	2
y	3	2	1	0	-1

যেহেতু  $x \notin A$ , কাজেই  $(-2, 3) \notin R$

∴  $R = \{(-1, 2), (0, 1), (1, 0), (2, -1)\}$

∴ ডোম  $R = \{-1, 0, 1, 2\}$

এবং রেজ  $R = \{1, 0, -1\}$

খ) দেয়া আছে,

$C = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$   
 $F = \{(x, y) : x \in C, y \in C \text{ এবং } x = 2y\}$

F অর বাণিত শর্ত থেকে  $y = 2x$  এর মান নির্ণয় করি।

x	-1	0	1	2	3
y	-2	0	2	4	6

∴ কিছু 6  $\in C$  কাজেই  $(3, 6) \notin F$

প্রদত্ত পার্টানুয়ায়ী F =  $\{(-1, -2), (0, 0), (1, 2)\}$

∴ ডোম F =  $\{-1, 0, 1\}$

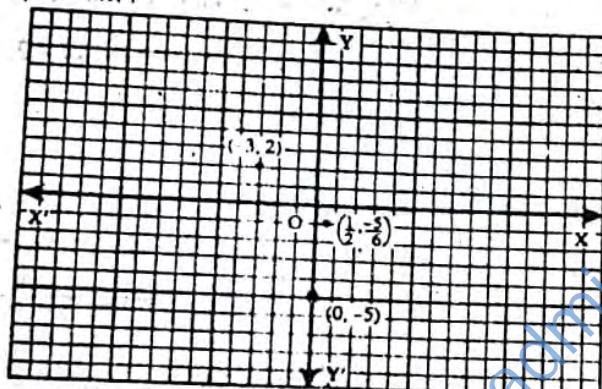
এবং রেজ F =  $\{-2, 0, 2\}$

- 13। হক কাগজে  $(-3, 2), (0, -5), \left(\frac{1}{2}, -\frac{5}{6}\right)$  বিন্দুগুলো স্থাপন কর।

#### সমাধান :

মনে করি XOX' ও YOY' যথাক্রমে x অক্ষ ও y অক্ষ। O মূলবিন্দু। উভয় অক্ষে ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।  $(-3, 2)$  বিন্দুর ভুজ = -3 এবং কোটি = 2 কাজেই x অক্ষের দিকে কমে -3 একক গিয়ে y অক্ষের ওপরের দিকে 2 একক যাওয়ার পর যে বিন্দুটি পাওয়া যাবে সেটিই হবে  $(-3, 2)$  বিন্দু অবস্থান।

অনুরূপভাবে,  $(0, -5)$  এবং  $\left(\frac{1}{2}, -\frac{5}{6}\right)$  বিন্দুটি হক কাগজে স্থাপন করি।

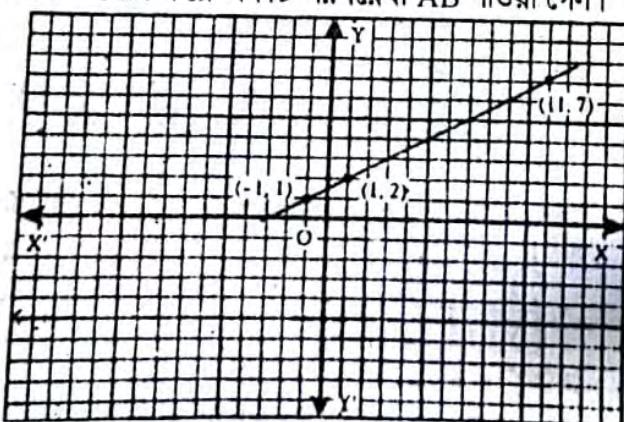


- 18। হক কাগজে  $(1, 2), (-1, 1), (11, 7)$  বিন্দু তিনটি স্থাপন করে দেখাও যে, বিন্দু তিনটি একই সরলরেখায় অবস্থিত।

#### সমাধান :

মনে করি, XOX' ও YOY' যথাক্রমে x অক্ষ ও y অক্ষ। O মূলবিন্দু।

হক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে  $(1, 2), (-1, 1), (11, 7)$  বিন্দুগুলো স্থাপন করি। বিন্দু তিনটি যোগ করে একটি সরলরেখা AB পাওয়া গেল।



সার্বিক সেট  $U = \{x : x \in N \text{ এবং } x \text{ বিজোড় সংখ্যা}\}$

$$A = \{x \in N : 2 \leq x \leq 7\}$$

$$B = \{x \in N : 3 < x < 6\}$$

$$C = \{x \in N : x^2 > 5 \text{ এবং } x^3 < 130\}$$

ক) A সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

খ)  $A'$  এবং  $C - B$  নির্ণয় কর।

গ)  $B \times C$  এবং  $P(A \cap C)$  নির্ণয় কর।

#### সমাধান :

দেয়া আছে,  $U = \{x : x \in N \text{ এবং } x \text{ বিজোড় সংখ্যা}\}$

এখানে,  $N = \text{স্বাভাবিক সংখ্যার সেট}$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, \dots\}$$

$$\text{বিজোড় সংখ্যা সেট} = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, \dots\}$$

$$\therefore U = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, \dots\}$$

$$A = \{x \in N : 2 \leq x \leq 7\}$$

$$= \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$B = \{x \in N : 3 < x < 6\}$$

$$= \{4, 5\}$$

$$C = \{x \in N : x^2 > 5 \text{ এবং } x^3 < 130\}$$

$$= \{3, 4, 5\}$$

ক) দেয়া আছে,  $A = \{x \in N : 2 \leq x \leq 7\}$

আমরা জানি, স্বাভাবিক সংখ্যার সেট

$$N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$$

x এর মান 2 এর সমান বা 2 থেকে বড়

এবং 7 এর সমান বা 7 থেকে ছোট হবে।

নির্ণেয় সেট  $A = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

খ)  $A' = U - A$

$$= \{1, 3, 5, 7, 9, 11, \dots\}$$

$$- \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$= \{1, 9, 11, \dots\}$$

$$\text{এবং } C - B = \{3, 4, 5\} - \{4, 5\}$$

$$= \{3\}$$

$$\text{গ) } B \times C = \{4, 5\} \times \{3, 4, 5\}$$

$$= \{(4, 3), (4, 4), (4, 5), (5, 3), (5, 4), (5, 5)\}$$

$$\text{এবং } P(A \cap C)$$

$$\therefore A \cap C = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\} \cap \{3, 4, 5\}$$

$$= \{3, 4, 5\} \text{ (Ans.)}$$

$$P(A \cap C) = P\{3, 4, 5\}$$

$$= \{\{3, 4, 5\}, \{3, 4\}, \{3, 5\},$$

$$\{4, 5\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \emptyset\}$$

(Ans.)

I MyMahbub

জাতীয় প্রকাশনা বিহু পত্রিকা

# I ❤️ MyMahbub

বাস্তব সম্মতি সমাধানের জন্য বীজগাণিতিক সূত্র গঠন করতে পারবে এবং সূত্র প্রয়োগ করে সমস্যা সমাধান করতে পারবে।

যা মনে রাখতে হবে...



❖ বর্ণের সূত্রবলি :

- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$   
 $= (a^2 + b^2 + c^2) + 2(ab + bc + ca)$
- $(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab$
- $(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$
- $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$
- $a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab$
- $2(a^2 + b^2) = (a+b)^2 + (a-b)^2$
- $a^2 + b^2 = \frac{(a+b)^2 + (a-b)^2}{2}$
- $4ab = (a+b)^2 - (a-b)^2$
- $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$
- $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

❖ ঘন সম্পর্কিত সূত্রবলি :

- $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
- $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
- $(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$
- $(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$
- $a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$
- $a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b)$
- $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
- $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
- $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = \frac{1}{2}(a+b+c) \{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$

❖ রাশি : এক বা একাধিক চলক ও ধ্রুবককে  $+$ ,  $-$ ,  $\times$ ,  $\div$  ক্রিয়াসূচক, চিহ্ন দ্বারা যুক্ত করা হলে তার বিন্যাসকে (বীজগাণিতিক) রাশি বলে। যেমন :  $ax^2 + bx + c$

❖ চল বা চলক : যে প্রতীক, নির্দিষ্ট সেটের যে কোনো উপাদানকে বোবায়, তাকে চল বলে। যেমন –

$A = \{x \in R : 1 \leq x \leq 3\}$  এক্ষেত্রে  $x$  একটি চল।  $x$  এর মান 1 হতে 3 পর্যন্ত যেকোনো বাস্তব সংখ্যা।

❖ ঘাত :  $a^n$  কে  $a$  এর  $n$  তম ঘাত বলে যেখানে,  $n \in N$ .

❖ সূত্র : সূত্র হলো চলক সম্বলিত সমীকরণ যা সংশ্লিষ্ট চলকের যেকোনো মানের জন্য সত্য। অন্যভাবে সূত্র হল প্রতীক দ্বারা প্রকাশিত সাধারণ নিয়ম।

❖ উৎপাদক : যদি একটি রাশি দুই বা ততোধিক রাশির গুণফলের সমান হয়, তাহলে শেষোক্ত রাশিগুলোর প্রত্যেকটিকে প্রথমোক্ত রাশির উৎপাদক বা গুণনীয়ক বলে।  
 যেমন—  $a^2 + a - 6 = (a+3)(a-2)$

এখানে,  $(a+3)$  ও  $(a-2)$ ,  $a^2 + a - 6$  এর দুটি উৎপাদক।

❖ উৎপাদকে বিশ্লেষণ : কোনো বীজগাণিতীয় রাশির সবগুলো সম্ভাব্য উৎপাদক বের করে একে লব্ধ উৎপাদকগুলোর গুণফলরূপে প্রকাশ করাকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ বলা হয়।

❖ উৎপাদক নির্ণয় করার পদ্ধতি :

(i) প্রথমে প্রদত্ত রাশিমালাটিকে পর্যবেক্ষণ করে দেখতে হবে সবগুলো পদে কোনো সাধারণ উৎপাদক অর্থাৎ এক জাতীয় রাশি আছে কিনা। যদি থাকে তবে তা Common নিতে হবে। যেমন—

$2ax^2 - 2ay^2$  রাশিটিতে সাধারণ উৎপাদক  $2a$ . সূত্রঃ  $2a$ , Common নিয়ে রাশিটিকে লেখা যায়,  $2ax^2 - 2ay^2 = 2a(x^2 - y^2)$

(ii) সাধারণ উৎপাদক Common নেয়ার পর প্রাপ্ত রাশিটিকে সূত্রের সাহায্যে উৎপাদক নির্ণয় করা সম্ভব হলে তা করতে হবে। যেমন—

ওপরের উদাহরণে  $2ax^2 - 2ay^2 = 2a(x^2 - y^2)$   
 $= 2a(x+y)(x-y)$

(iii)  $ax^2 + bx + c$  আকারের রাশির জন্য – Middle term break up (মধ্যপদী বিশ্লেষণ) পদ্ধতি প্রয়োগ করতে হবে।

❖ ফাংশন : যদি দুটি চলরাশি  $x$  ও  $y$  এরূপভাবে সম্পর্কযুক্ত হয় যে,  $x$  এর যে কোনো মানের জন্য  $y$  এর অনুরূপ একটি মান পাওয়া যায়, তবে  $y$ -কে  $x$ -এর ফাংশন বলে। যেমন :  $y = 2x^2 + 5$

এখানে,  $x$  স্বাধীন চলক এবং  $y$  অধীন চলক।

ফাংশনকে সাধারণত  $f$ ,  $F$ ,  $g$ ,  $h$  ইত্যাদি দ্বারা প্রকাশ করা হয়। যেমন,  $y = f(x) = 2x^2 + 5$

ভাগশেষ উৎপাদ্য : কোনো বহুপদী ফাংশন  $f(x)$ -কে  $(x - a)$  আকারের বহুপদী হারা ভাগ করলে ভাগশেষ কত হবে তা ভাগ না করে বের করার সূত্রই হল ভাগশেষ উৎপাদ্য।

যদি কোনো বহুপদী ফাংশন  $f(x)$  এর মান  $x$  এর কোনো একটি নির্দিষ্ট মান  $a$  এর জন্য শূন্য অর্থাৎ  $f(a) = 0$  হয়, তবে  $(x - a)$  হবে এর একটি উৎপাদক। যেমন,

$$f(x) = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$$

$$\text{এখনে, } x = -1 \text{ বসালে,}$$

$$f(-1) = (-1)^3 + 6 \cdot (-1)^2 + 11 \cdot (-1) + 6$$

$$= -1 + 6 - 11 + 6$$

$$= 12 - 12$$

$$= 0$$

$x = -1$  অর্থাৎ  $x + 1$ ,  $f(x)$  এর একটি উৎপাদক।

উৎপাদক উৎপাদ্য : কোনো বহুপদী  $f(x)$ ,  $x - a$  হারা বিভাজ্য হবে যদি এবং কেবল যদি  $f(a) = 0$  হয়।

## □ অনুশিলনী- ৩.১

### পাঠ্যবইয়ের কাজসমূহের সমাধান

□ কাজ- : সূত্রের সাহায্যে বর্গ নির্ণয় কর : [পৃষ্ঠা-৪১]

১।  $3xy + 2ax$

**সমাধান :**  $3xy + 2ax$  এর বর্গ

$$= (3xy + 2ax)^2$$

$$= (3xy)^2 + 2 \cdot 3xy \cdot 2ax + (2ax)^2$$

$$= 9x^2y^2 + 12ax^2y + 4a^2x^2$$

$$= x^2(9y^2 + 12ay + 4a^2) \text{ (Ans.)}$$

২।  $4x - 3y$

**সমাধান :**  $4x - 3y$  এর বর্গ

$$= (4x - 3y)^2$$

$$= (4x)^2 - 2 \cdot 4x \cdot 3y + (3y)^2$$

$$= 16x^2 - 24xy + 9y^2 \text{ (Ans.)}$$

৩।  $x - 5y + 2z$

**সমাধান :**  $x - 5y + 2z$  এর বর্গ  $= (x - 5y + 2z)^2$

$$= (x - 5y)^2 + 2(x - 5y) \cdot 2z + (2z)^2$$

$$= x^2 - 2 \cdot x \cdot 5y + (5y)^2 + 4xz - 20yz + 4z^2$$

$$= x^2 - 10xy + 25y^2 + 4xz - 20yz + 4z^2 \text{ (Ans.)}$$

অথবা,  $x - 5y + 2z$  এর বর্গ  $= (x - 5y + 2z)^2$

$$= x^2 + (-5y)^2 + (2z)^2 + 2 \cdot x \cdot (-5y) + 2 \cdot (-5y) \cdot 2z + 2 \cdot x \cdot 2z$$

$$= x^2 + 25y^2 + 4z^2 - 10xy - 20yz + 4xz \text{ (Ans.)}$$

□ কাজ

১। সরল কর :  $(4x + 3y)^2 + 2(4x + 3y)(4x - 3y) + 94x - 3y^2$  [পৃষ্ঠা-৮৬]

**সমাধান :** ধরি,  $4x + 3y = a$

$$\text{এবং } 4x - 3y = b$$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = a^2 + 2ab + b^2$$

$$= (a + b)^2$$

$$= (4x + 3y + 4x - 3y)^2 \quad [a \text{ ও } b \text{ এর মান বসিয়ে]$$

$$= (8x)^2$$

$$= 64x^2 \text{ (Ans.)}$$

২।  $x + y + z = 12$  এবং  $x^2 + y^2 + z^2 = 50$  হলে,  $(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2$  এর মান নির্ণয় কর।

**সমাধান :** দেওয়া আছে,  $x + y + z = 12$

$$\text{বা, } (x + y + z)^2 = (12)^2 \quad [\text{উভয়পক্ষকে বর্গ করে}]$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx) = 144$$

$$\text{বা, } 50 + 2(xy + yz + zx) = 144$$

$$\text{বা, } 2(xy + yz + zx) = 144 - 50$$

$$\text{বা, } xy + yz + zx = \frac{94}{2}$$

$\therefore xy + yz + zx = 47$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = (x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2$$

$$= x^2 - 2xy + y^2 + y^2 - 2yz + z^2 + z^2 - 2zx + x^2$$

$$= 2(x^2 + y^2 + z^2) - 2(xy + yz + zx)$$

$$= 2 \times 50 - 2 \times 47 \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= 100 - 94 = 6 \text{ (Ans.)}$$

### পাঠ্যবইয়ের গুরুত্বপূর্ণ উদাহরণসমূহ

উদাহরণ- ৮॥  $a + b + c + d$  এর বর্গ কত?

**সমাধান :**  $a + b + c + d$  এর বর্গ  $(a + b + c + d)^2 = \{(a + b) + (c + d)\}^2$

$$= (a + b)^2 + 2(a + b)(c + d) + (c + d)^2$$

$$= a^2 + 2ab + b^2 + 2(ac + ad + bc + bd) + c^2 + 2cd + d^2$$

$$= a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2ad + 2bc + 2bd + c^2 + 2cd + d^2$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2ab + 2ac + 2ad + 2bc + 2bd + 2cd$$

$$= (Ans.)$$

উদাহরণ- ৫॥ সরল কর :  $(5x + 7y + 3z)^2 + 2(7x - 7y - 3z)$

$$(5x + 7y + 3z) + (7x - 7y - 3z)^2$$

**সমাধান :** ধরি,  $5x + 7y + 3z = a$  এবং  $7x - 7y - 3z = b$

$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} = a^2 + 2.b.a + b^2$

$= a^2 + 2ab + b^2$

$$= (a + b)^2$$

$$= \{(5x + 7y + 3z) + (7x - 7y - 3z)\}^2$$

$$[a \text{ ও } b \text{ এর মান বসিয়ে]$$

$$= (5x + 7y + 3z + 7x - 7y - 3z)^2$$

$$= (12x)^2$$

$$= 144x^2 \text{ (Ans.)}$$

উদাহরণ- ৬॥  $x - y = 2$  এবং  $xy = 24$  হলে,  $x + y$  এর মান কত?

**সমাধান :** দেওয়া আছে,  $x - y = 2$  এবং  $xy = 24$

এখন,  $x + y$  এর মান বের করতে হবে।

আমরা জানি,  $(x + y)^2 = (x - y)^2 + 4xy = (2)^2 + 4 \times 24 = 4 + 96 = 100$

$\therefore x + y = \pm \sqrt{100} = \pm 10 \text{ (Ans.)}$

উদাহরণ - ৭। যদি  $a^4 + a^2b^2 + b^4 = 3$  এবং  $a^2 + ab + b^2 = 3$  হলে, তবে  $a^2 + b^2$  এর মান কত?

$$\begin{aligned} \text{সমাধান : } & a^4 + a^2b^2 + b^4 = 3 \text{ এবং } a^2 + ab + b^2 = 3 \text{ হলে} \\ & a^2 + b^2 \text{ এর মান বের করতে হবে।} \\ & a^4 + a^2b^2 + b^4 = (a^2)^2 + 2a^2b^2 + (b^2)^2 - a^2b^2 \\ & = (a^2 + b^2)^2 - (ab)^2 \\ & = (a^2 + b^2 + ab)(a^2 + b^2 - ab) \\ & = (a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2) \\ \therefore 3 & = 3(a^2 - ab + b^2) \text{ [মান বসিয়ে]} \end{aligned}$$

$$\text{বা, } a^2 - ab + b^2 = \frac{3}{3} = 1$$

এখন,  $a^2 + ab + b^2 = 3$  এবং  $a^2 - ab + b^2 = 1$  যোগ করে পাই,  $2(a^2 + b^2) = 4$

$$\text{বা, } a^2 + b^2 = \frac{4}{2} = 2$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 2 \text{ (Ans.)}$$

উদাহরণ - ৮। প্রমাণ কর যে,  $(a + b)^4 - (a - b)^4 = 8ab(a^2 + b^2)$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান : } & \text{প্রমাণ করতে হবে যে, } (a + b)^4 - (a - b)^4 = 8ab(a^2 + b^2) \\ & (a + b)^4 - (a - b)^4 = \{(a + b)^2\}^2 - \{(a - b)^2\}^2 \\ & = \{(a + b)^2 + (a - b)^2\} \{(a + b)^2 - (a - b)^2\} \\ & = 2(a^2 + b^2) \times 4ab \\ & [\because (a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)] \\ & \text{এবং } (a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab] \\ & = 8ab(a^2 + b^2) \\ \therefore (a + b)^4 - (a - b)^4 & = 8ab(a^2 + b^2) \text{ (প্রমাণিত)} \end{aligned}$$

উদাহরণ - ৯।  $a + b + c = 15$  এবং  $a^2 + b^2 + c^2 = 83$  হলে,  $ab + bc + ca$  এর মান কত?

সমাধান :  $a + b + c = 15$  এবং  $a^2 + b^2 + c^2 = 83$  হলে,  $ab + bc + ca$  এর মান বের করতে হবে।

$$\begin{aligned} \text{এখনে, } 2(ab + bc + ac) &= (a + b + c)^2 - (a^2 + b^2 + c^2) \\ &= (15)^2 - 83 \\ &= 225 - 83 \text{ [মান বসিয়ে]} \\ &= 142 \\ \therefore ab + bc + ac &= \frac{142}{2} = 71 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

বিকল পদ্ধতি :

$$\text{আমরা জানি, } (a + b + c)^2 = (a^2 + b^2 + c^2) + 2(ab + bc + ac)$$

$$(a + b + c)^2 = (a^2 + b^2 + c^2) + 2(ab + bc + ac)$$

$$\text{বা, } (15)^2 = 83 + 2(ab + bc + ac)$$

$$\text{বা, } 225 - 83 = 2(ab + bc + ac)$$

$$\text{বা, } 2(ab + bc + ac) = 142$$

$$\therefore ab + bc + ca = \frac{142}{2} = 71 \text{ (Ans.)}$$

উদাহরণ - ১০।  $a + b + c = 2$  এবং  $ab + bc + ac = 1$  হলে,  $(a + b)^2 + (b + c)^2 + (c + a)^2$  এর মান কত?

সমাধান :  $a + b + c = 2$  এবং  $ab + bc + ac = 1$  হলে,

$$(a + b)^2 + (b + c)^2 + (c + a)^2 \text{ এর মান বের করতে হবে।}$$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি, } (a + b)^2 + (b + c)^2 + (c + a)^2$$

$$= a^2 + 2ab + b^2 + b^2 + 2ab + c^2 + c^2 + 2ca + a^2$$

$$= (a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca) + (a^2 + b^2 + c^2)$$

$$= (a + b + c)^2 + \{(a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ac)\}$$

$$= 4 + 4 - 2 = 8 - 2 = 6 \text{ (Ans.)}$$

উদাহরণ - ১১।  $(2x + 3y)(4x - 5y)$  কে দুটি বর্গে

বিয়োগফলরূপে প্রকাশ কর।

সমাধান :  $(2x + 3y)(4x - 5y)$  কে দুটি বর্গে

বিয়োগফলরূপে প্রকাশ করতে হবে।

$$\text{ধরি, } 2x + 3y = a \text{ এবং } 4x - 5y = b$$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} = ab$$

$$\text{আমরা জানি, } ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$$

$$(2x + 3y)(4x - 5y) = \left(\frac{2x + 3y + 4x - 5y}{2}\right)^2 - \left(\frac{2x + 3y - 4x + 5y}{2}\right)^2$$

$$[a \text{ ও } b \text{ এর মান বসিয়ে]$$

$$= \left(\frac{2(3x - y)}{2}\right)^2 - \left(\frac{2(4y - x)}{2}\right)^2$$

$$= (3x - y)^2 - (4y - x)^2$$

$$\therefore (2x + 3y)(4x - 5y) = (3x - y)^2 - (4y - x)^2 \text{ (প্রকাশিতরূপ)}$$

## পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান

৩.১

১। সূত্রের সাহায্যে বর্গ নির্ণয় কর।

ক)  $2a + 3b$  এর বর্গ কত?

$$\begin{aligned} \text{সমাধান : } & (2a + 3b)^2 \\ &= (2a)^2 + 2.2a.3b + (3b)^2 \\ &= 4a^2 + 12ab + 9b^2 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

খ)  $2ab + 3bc$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান : } & (2ab + 3bc)^2 \\ &= (2ab)^2 + 2.2ab.3bc + (3bc)^2 \\ &= 4a^2b^2 + 12ab^2c + 9b^2c^2 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

গ)  $x^2 + \frac{2}{y^2}$

$$\text{সমাধান : } \left(x^2 + \frac{2}{y^2}\right)^2$$

$$= (x^2)^2 + 2.x^2 \cdot \frac{2}{y^2} + \left(\frac{2}{y^2}\right)^2$$

$$= x^4 + 4 \cdot \frac{x^2}{y^2} + \frac{4}{y^4}$$

$$= x^4 + \frac{4x^2}{y^2} + \frac{4}{y^4} \text{ (Ans.)}$$

ঘ)  $a + \frac{1}{a}$

$$\text{সমাধান : } \left(a + \frac{1}{a}\right)^2$$

$$= a^2 + 2.a \cdot \frac{1}{a} + \left(\frac{1}{a}\right)^2$$

$$= a^2 + 2 + \frac{1}{a^2} \text{ (Ans.)}$$



৭)  $(2m + 3n - p)^2 + (2m - 3n + p)^2 - 2(2m + 3n - p)(2m - 3n + p)$

**সমাধান :** মনে করি,  $2m + 3n - p = a$   
 $2m - 3n + p = b$

প্রদত্ত রাশি,  
 $= (a)^2 + (b)^2 - 2 \cdot a \cdot b$   
 $= a^2 - 2ab + b^2$   
 $= (a - b)^2$   
 $= ((2m + 3n - p) - (2m - 3n + p))^2$  [a, b এর মান বসিয়ে]  
 $= (2m + 3n - p - 2m + 3n - p)^2$   
 $= (6n - 2p)^2$   
 $= (6n)^2 - 2 \cdot 6n \cdot 2p + (2p)^2$   
 $= 36n^2 - 24np + 4p^2$  (Ans.)

৮)  $6.35 \times 6.35 + 2 \times 6.35 \times 3.65 + 3.65 \times 3.65$

**সমাধান :** মনে করি,  $6.35 = a$

$3.65 = b$

$\therefore$  প্রদত্ত রাশি,  
 $= a \times a + 2 \times a \times b + b \times b$   
 $= a^2 + 2ab + b^2$   
 $= (a + b)^2$   
 $= (6.35 + 3.65)^2$  [a, b এর মান বসিয়ে]  
 $= (10)^2$   
 $= 100$  (Ans.)

৯)  $5874 \times 5874 + 3774 \times 3774 - 7548 \times 5874$

**সমাধান :** মনে করি,  $5874 = a$

$3774 = b$

প্রদত্ত রাশি,  
 $5874 \times 5874 + 3774 \times 3774 - 7548 \times 5874$   
 $= a \times a + b \times b - .2 \times b \times a$   
 $= a^2 + b^2 - 2ab$   
 $= a^2 - 2ab + b^2$   
 $= (a - b)^2$   
 $= (5874 - 3774)^2$  [a ও b এর মান বসিয়ে]  
 $= (2100)^2$   
 $= 4410000$  (Ans.)

১০)  $\frac{7529 \times 7529 - 7519 \times 7519}{7529 + 7519}$

**সমাধান :** মনে করি,  $7529 = a$

$7519 = b$

$\therefore \frac{a \times a - b \times b}{a + b}$   
 $= \frac{a^2 - b^2}{a + b}$   
 $= \frac{(a + b)(a - b)}{(a + b)}$   
 $= (a - b)$   
 $= (7529 - 7519)$  [a ও b এর মান বসিয়ে]  
 $= 10$  (Ans.)

১১)  $\frac{2345 \times 2345 - 759 \times 759}{2345 - 759}$

**সমাধান :** মনে করি,  $2345 = a$

$759 = b$

$\therefore \frac{a \times a - b \times b}{a - b}$   
 $= \frac{a^2 - b^2}{(a - b)}$

$= \frac{(a + b)(a - b)}{(a - b)}$

$= (a + b)$   
 $= (2345 + 759)$  [a ও b এর মান বসিয়ে]  
 $= 3104$  (Ans.)

১২)  $a - b = 4$  এবং  $ab = 60$  হলে  $a + b$  এর মান কত?

**সমাধান :** দেয়া আছে,  $a - b = 4$

এবং  $ab = 60$

$\therefore a + b = ?$

আমরা জানি,  $(a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab$   
 $= (4)^2 + 4 \cdot 60$   
 $= 16 + 240$   
 $= 256$

$\therefore a + b = \pm \sqrt{256}$   
 $= \pm 16$  (Ans.)

১৩)  $a + b = 7$  এবং  $ab = 12$  হলে  $a - b$  এর মান কত?

**সমাধান :** দেয়া আছে,  $a + b = 7$

এবং  $ab = 12$

$\therefore a - b = ?$

আমরা জানি,  $(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$   
 $= (7)^2 - 4 \times 12$   
 $= 49 - 48$   
 $= 1$

$\therefore a - b = \pm \sqrt{1}$   
 $= \pm 1$  (Ans.)

১৪)  $a + b = 9m$  এবং  $ab = 18m^2$  হলে  $a - b$  এর মান কত?

**সমাধান :** দেয়া আছে,  $a + b = 9m$

এবং  $ab = 18m^2$

$\therefore a - b = ?$

আমরা জানি,  $(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$   
 $= (9m)^2 - 4 \times 18m^2$   
 $= 81m^2 - 72m^2$   
 $= 9m^2$

$\therefore a - b = \pm \sqrt{9m^2}$   
 $= \pm 3m$  (Ans.)

১৫)  $x - y = 2$  এবং  $xy = 63$  হলে,  $x^2 + y^2$  এর মান কত?

**সমাধান :** দেয়া আছে,  $x - y = 2$

এবং  $xy = 63$

$\therefore x^2 + y^2 = ?$

আমরা জানি,  $x^2 + y^2 = (x - y)^2 + 2xy$   
 $= (2)^2 + 2 \times 63$   
 $= 4 + 126$   
 $= 130$  (Ans.)

১৬)  $x - \frac{1}{x} = 4$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $x^4 - \frac{1}{x^4} = 322$ .

**সমাধান :** দেয়া আছে,  $x - \frac{1}{x} = 4$

বা,  $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = (4)^2$  [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা,  $x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 16$

বা,  $(x)^2 + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 16 + 2$

বীজগাণিতিক সমস্যা

৪৮

$$\text{বা, } x^2 + \frac{1}{x^2} = 18$$

$$\text{বা, } \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = (18)^2 \text{ [গুনরায় উভয় পক্ষকে বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } (x^2)^2 + 2x^2 \cdot \frac{1}{x^2} + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 = 324$$

$$\text{বা, } x^4 + \frac{1}{x^4} = 324 - 2$$

$$\text{বা, } x^4 + \frac{1}{x^4} = 322 \text{ (প্রমাণিত)}$$

$$8। 2x + \frac{2}{x} = 3 \text{ হলে, } x^2 + \frac{1}{x^2} \text{ এর মান কত?}$$

$$\text{সমাধান: } \text{দেয়া আছে, } 2x + \frac{2}{x} = 3$$

$$\text{বা, } \left(2x + \frac{2}{x}\right)^2 = (3)^2 \text{ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } 4x^2 + 2 \cdot 2x \cdot \frac{2}{x} + \left(\frac{2}{x}\right)^2 = 9$$

$$\text{বা, } 4x^2 + 8 + \frac{4}{x^2} = 9$$

$$\text{বা, } 4x^2 + \frac{4}{x^2} = 9 - 8$$

$$\text{বা, } 4 \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 1$$

$$\text{বা, } x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় মান} = \frac{1}{4}$$

$$9। a + \frac{1}{a} = 2 \text{ হলে, } \text{দেখাও যে, } a^2 + \frac{1}{a^2} = a^4 + \frac{1}{a^4}$$

$$\text{সমাধান: } \text{দেয়া আছে, } a + \frac{1}{a} = 2$$

$$\text{বা, } \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = (2)^2 \text{ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } a^2 + 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} = 4$$

$$\text{বা, } a^2 + \frac{1}{a^2} = 4 - 2$$

$$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = 2$$

$$\text{আবার, } a^2 + \frac{1}{a^2} = 2$$

$$\text{বা, } \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 = (2)^2 \text{ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } (a^2)^2 + 2a^2 \cdot \frac{1}{a^2} + \left(\frac{1}{a^2}\right)^2 = 4$$

$$\text{বা, } a^4 + \frac{1}{a^4} = 4 - 2$$

$$\therefore a^4 + \frac{1}{a^4} = 2$$

$$\text{অতএব, } a^2 + \frac{1}{a^2} = a^4 + \frac{1}{a^4} \text{ [দেখানো হলো]}$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ x \end{pmatrix}$$

$$10। a + b = \sqrt{7} \text{ এবং } a - b = \sqrt{5} \text{ হলে, } ab \text{ কত যোগী?}$$

$$8ab(a^2 + b^2) = 24$$

$$\text{সমাধান: } \text{দেয়া আছে, } a + b = \sqrt{7}$$

$$a - b = \sqrt{5}$$

$$\text{এখন, বামপক্ষ} = 8ab(a^2 + b^2)$$

$$= 4ab \times 2(a^2 + b^2)$$

$$= \{(a+b)^2 - (a-b)^2\} \times \{(a+b)^2 + (a-b)^2\} \quad \text{[সূত্র প্রয়োগ করে]$$

$$= \{(\sqrt{7})^2 - (\sqrt{5})^2\} \times \{(\sqrt{7})^2 + (\sqrt{5})^2\}$$

$$= (7 - 5) \times (7 + 5)$$

$$= 2 \times 12$$

$$= 24$$

$$= \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore \text{বামপক্ষ} = \text{ডানপক্ষ} \text{ (প্রমাণিত)}$$

$$11। a + b + c = 9 \text{ এবং } ab + bc + ca = 31 \text{ হলে, } a^2 + b^2 + c^2 \text{ এর মান নির্ণয় কর।}$$

$$\text{সমাধান: } \text{দেয়া আছে, } a + b + c = 9$$

$$\text{এবং } ab + bc + ca = 31$$

আমরা জানি,

$$a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)$$

$$= (9)^2 - 2 \times 31$$

$$= 81 - 62$$

$$= 19 \text{ (Ans.)}$$

$$12। a^2 + b^2 + c^2 = 9 \text{ এবং } ab + bc + ca = 8 \text{ হলে, } (a + b + c)^2 \text{ এর মান কত?}$$

$$\text{সমাধান: } \text{দেয়া আছে, } a^2 + b^2 + c^2 = 9$$

$$\text{এবং } ab + bc + ca = 8$$

আমরা জানি,

$$a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)$$

$$\text{বা, } (a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$

$$= 9 + 2 \times 8$$

[মান বসিয়ে]

$$= 9 + 16$$

$$= 25 \text{ (Ans.)}$$

$$13। a + b + c = 6 \text{ এবং } a^2 + b^2 + c^2 = 14 \text{ হলে, } (a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \text{ এর মান নির্ণয় কর।}$$

$$\text{সমাধান: } \text{দেয়া আছে, } a + b + c = 6$$

$$\text{এবং } a^2 + b^2 + c^2 = 14$$

$$\text{এখন, } (a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2$$

$$= a^2 - 2ab + b^2 + b^2 - 2bc + c^2 + c^2 - 2ca + a^2$$

$$= 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca$$

$$= 2(a^2 + b^2 + c^2) - 2(ab + bc + ca)$$

$$= 2(a^2 + b^2 + c^2) + (a^2 + b^2 + c^2) - (a + b + c)^2$$

$$[\because a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)]$$

$$= 2 \times 14 + 14 - (6)^2$$

$$= 28 + 14 - 36$$

$$= 42 - 36$$

$$= 6 \text{ (Ans.)}$$

১৪।  $x + y + z = 10$  এবং  $xy + yz + zx = 31$  হলে,  $(x + y)^2 + (y + z)^2 + (z + x)^2$  এর মান কত?

**সমাধান :** দেয়া আছে,  $x + y + z = 10$

$$\begin{aligned} & xy + yz + zx = 31 \\ \text{এখন, } & (x + y)^2 + (y + z)^2 + (z + x)^2 \\ &= x^2 + 2xy + y^2 + y^2 + 2yz + z^2 + z^2 + 2xz + x^2 \\ &= 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 2xy + 2yz + 2xz \\ &= 2(x^2 + y^2 + z^2) + 2(xy + yz + xz) \\ &= 2\{(x + y + z)^2 - 2(xy + yz + xz)\} + 2(xy + yz + xz) \\ &= 2(x + y + z)^2 - 4(xy + yz + xz) + 2(xy + yz + xz) \\ &= 2 \times (10)^2 - 4 \times 31 + 2 \times 31 \\ &= 2 \times 100 - 124 + 62 \\ &= 200 - 124 + 62 \\ &= 262 - 124 \\ &= 138 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

১৫।  $x = 3, y = 4$  এবং  $z = 5$  হলে,  $9x^2 + 16y^2 + 4z^2 - 24xy - 16yz + 12zx$  এর মান নির্ণয় কর।

**সমাধান :**

দেয়া আছে,  $x = 3$

$y = 4$

$\text{এবং } z = 5$

$$\begin{aligned} \text{এখন, } & 9x^2 + 16y^2 + 4z^2 - 24xy - 16yz + 12zx \\ &= 9 \times (3)^2 + 16(4)^2 + 4(5)^2 - 24 \times 3 \times 4 - 16 \times 4 \times 5 \\ &\quad + 12 \times 5 \times 3 \\ &= 9 \times 9 + 16 \times 16 + 4 \times 25 - 288 - 320 + 180 \\ &= 81 + 256 + 100 - 288 - 320 + 180 \\ &= 617 - 608 \\ &= 9 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

১৬। প্রমাণ কর যে,

$$\left\{ \left( \frac{x+y}{2} \right)^2 - \left( \frac{x-y}{2} \right)^2 \right\}^2 = \left( \frac{x^2+y^2}{2} \right)^2 - \left( \frac{x^2-y^2}{2} \right)^2$$

**সমাধান :**

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= \left\{ \left( \frac{x+y}{2} \right)^2 - \left( \frac{x-y}{2} \right)^2 \right\}^2 \\ &= \left\{ \frac{(x+y)^2}{4} - \frac{(x-y)^2}{4} \right\}^2 \\ &= \left\{ \frac{x^2+2xy+y^2}{4} - \frac{x^2-2xy+y^2}{4} \right\}^2 \\ &= \left\{ \frac{x^2+2xy+y^2-x^2+2xy-y^2}{4} \right\}^2 \\ &= \left( \frac{4xy}{4} \right)^2 \\ &= x^2y^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ডানপক্ষ} &= \left( \frac{x^2+y^2}{2} \right)^2 - \left( \frac{x^2-y^2}{2} \right)^2 \\ &= \frac{x^4+2x^2y^2+y^4}{4} - \frac{x^4-2x^2y^2+y^4}{4} \\ &= \frac{x^4+2x^2y^2+y^4-x^4+2x^2y^2-y^4}{4} \\ &= \frac{4x^2y^2}{4} \\ &= x^2y^2 \end{aligned}$$

$\therefore$  বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

১৭।  $(a + 2b)(3a + 2c)$  কে দুইটি বর্গের বিয়োগফলরূপে প্রকাশ কর।

**সমাধান :** মনে করি,  $a + 2b = x$

$3a + 2c = y$

$\text{প্রদত্ত রাশি} = (a + 2b)(3a + 2c)$

$$\begin{aligned} &= xy \\ &= \left( \frac{x+y}{2} \right)^2 - \left( \frac{x-y}{2} \right)^2 \\ &= \left( \frac{a+2b+3a+2c}{2} \right)^2 - \left( \frac{a+2b-3a-2c}{2} \right)^2 \end{aligned}$$

[ $x$  ও  $y$  এর মান বসিয়ে]

$$= \left( \frac{4a+2b+2c}{2} \right)^2 - \left( \frac{2b-2a-2c}{2} \right)^2$$

$= \left\{ \frac{2(2a+b+c)}{2} \right\}^2 - \left\{ \frac{2(b-a-c)}{2} \right\}^2$

$= (2a+b+c)^2 - (b-a-c)^2$

এটিই দুইটি বর্গের বিয়োগফল।

$\therefore (a + 2b)(3a + 2c) = (2a + b + c)^2 - (b - a - c)^2$

(Ans.)

১৮।  $(x + 7)(x - 9)$  কে দুইটি বর্গের বিয়োগফলরূপে প্রকাশ কর।

**সমাধান :** মনে করি,  $x + 7 = a$

$x - 9 = b$

$\text{প্রদত্ত রাশি} = (x + 7)(x - 9)$

$$\begin{aligned} &= ab \\ &= \left( \frac{a+b}{2} \right)^2 - \left( \frac{a-b}{2} \right)^2 \\ &= \left( \frac{x+7+x-9}{2} \right)^2 - \left( \frac{x+7-x+9}{2} \right)^2 \end{aligned}$$

$= \left( \frac{2x-2}{2} \right)^2 - \left( \frac{16}{2} \right)^2$

$= \left\{ \frac{2(x-1)}{2} \right\}^2 - (8)^2$

$= (x-1)^2 - (8)^2$

এটি-ই দুইটি বর্গের বিয়োগফল

$\therefore (x + 7)(x - 9) = (x - 1)^2 - (8)^2 \text{ (Ans.)}$

১৯।  $x^2 + 10x + 24$  কে দুইটি বর্গের বিয়োগফলরূপে প্রকাশ কর।

**সমাধান :** এখানে,  $x^2 + 10x + 24$

$= x^2 + 6x + 4x + 24$

$= x(x + 6) + 4(x + 6)$

$= (x + 6)(x + 4)$

মনে করি,  $x + 6 = a$

$x + 4 = b$

$\therefore$  প্রদত্ত রাশি =  $(x + 6)(x + 4)$

$= ab$

$= \left( \frac{a+b}{2} \right)^2 - \left( \frac{a-b}{2} \right)^2$

$= \left( \frac{x+6+x+4}{2} \right)^2 - \left( \frac{x+6-x-4}{2} \right)^2$

$= \left( \frac{2x+10}{2} \right)^2 - \left( \frac{2}{2} \right)^2$

$= \left\{ \frac{2(x+5)}{2} \right\}^2 - (1)^2$

$= (x+5)^2 - (1)^2$

এটিই দুইটি বর্গের বিয়োগফল।

$\therefore (x + 6)(x + 4) = (x + 5)^2 - (1)^2 \text{ (Ans.)}$

২০।  $a^4 + a^2b^2 + b^4 = 8$  এবং  $a^2 + ab + b^2 = 4$  হলে, (i)  $a^2 + b^2$  (ii)  $ab$  এর মান নির্ণয় কর।

**সমাধান :** দেওয়া আছে,  $a^4 + a^2b^2 + b^4 = 8$

$$\text{বা, } (a^2)^2 + 2a^2b^2 + (b^2)^2 - a^2b^2 = 8$$

$$\text{বা, } (a^2 + b^2)^2 - (ab)^2 = 8$$

$$\text{বা, } (a^2 + b^2 + ab)(a^2 + b^2 - ab) = 8$$

$$[\because a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)]$$

$$\text{বা, } 4(a^2 - ab + b^2) = 8 [\because a^2 + b^2 + ab = 4]$$

$$\text{বা, } a^2 - ab + b^2 = \frac{8}{4}$$

$$\therefore a^2 - ab + b^2 = 2 \quad \text{(i)}$$

$$\text{এবং } a^2 + ab + b^2 = 4 \quad \text{(ii)}$$

$$(i) + (ii) \text{ নং হতে, } a^2 + ab + b^2 = 4$$

$$\begin{array}{r} a^2 - ab + b^2 = 2 \\ 2(a^2 + b^2) = 6 \end{array}$$

$$\therefore a^2 + b^2 = \frac{6}{2}$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 3$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় মান, } a^2 + b^2 = 3$$

$$\text{আবার (i) } - (ii) \text{ নং হতে, } a^2 + ab + b^2 = 4$$

$$\begin{array}{r} a^2 - ab + b^2 = 2 \\ 2ab = 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{বা, } ab = \frac{2}{2} \\ = 1 \end{array}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় মান, } ab = 1$$

## □ অনুশীলনী- ৩.২

### পাঠ্যবইয়ের কাজসমূহের সমাধান

কাজ-: সূত্রের সাহায্যে ঘন নির্ণয় কর :

১।  $3x + 2y$

[পৃষ্ঠা-৪৬]

**সমাধান :**  $3x + 2y$

এখানে,  $(3x + 2y)$  এর ঘন

$$\begin{aligned} (3x + 2y)^3 &= (3x)^3 + 3(3x)^2 \cdot 2y + 3 \cdot 3x \cdot (2y)^2 + (2y)^3 \\ &= 27x^3 + 54x^2y + 36xy^2 + 8y^3. \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

২।  $3x - 4y$

**সমাধান :**  $3x - 4y$

এখানে,  $(3x - 4y)$  এর ঘন

$$\begin{aligned} (3x - 4y)^3 &= (3x)^3 - 3 \cdot (3x)^2 \cdot 4y + 3 \cdot 3x \cdot (4y)^2 - (4y)^3 \\ &= 27x^3 - 108x^2y + 144xy^2 - 64y^3 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

৩।  $397$

**সমাধান :**  $397$

এখানে,  $397$  এর ঘন

$$\begin{aligned} (397)^3 &= (400 - 3)^3 \\ &= (400)^3 - 3 \cdot (400)^2 \cdot 3 + 3 \cdot 400 \cdot 3^2 - (2)^3 \\ &= 64000000 - 14400000 + 10800 - 27 \\ &= 64010800 - 140027 \\ &= 62570773 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

কাজ-:

[পৃষ্ঠা-৪৮]

১।  $x = -2$  হলে,  $27x^3 - 54x^2 + 36x - 8$  এর মান কত?

**সমাধান :** দেওয়া আছে,  $x = -2$

$$\begin{aligned} &\therefore 27x^3 - 54x^2 + 36x - 8 \\ &= (3x)^3 - 3 \cdot (3x)^2 \cdot 2 + 3 \cdot 3x \cdot 2^2 - (2)^3 \\ &= (3x - 2)^3 \\ &= \{3(-2) - 2\}^3 \text{ [মান বসিয়ে]} \\ &= (-6 - 2)^3 \\ &= (-8)^3 \\ &= -512 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

২।  $a + b = 5$  এবং  $ab = 6$  হলে,  $a^3 + b^3 + 4(a - b)^3$  এর মান নির্ণয় কর।

**সমাধান :** দেওয়া আছে,  $a + b = 5$  এবং  $ab = 6$

এখন,  $a^3 + b^3 + 4(a - b)^3$  এর মান নির্ণয় করতে হবে।

এখন,  $a^3 + b^3 + 4(a - b)^3$

$$= (a + b)^3 - 3ab(a + b) + 4((a + b)^2 - 4ab)$$

$$= (5)^3 - 3 \cdot 6 \cdot 5 + 4 \{(5)^2 - 4 \cdot 6\}$$

$$= 125 - 90 + 4(25 - 24)$$

$$= 125 - 90 + 41$$

$$= 129 - 90$$

$$= 39 \text{ (Ans.)}$$

৩।  $x = \sqrt{5} + \sqrt{3}$  হলে,  $x^3 + \frac{1}{x^3}$  এর মান নির্ণয় কর।

**সমাধান :** দেওয়া আছে,  $x = \sqrt{5} + \sqrt{3}$

$$= 2.2361 + 1.7321$$

$$= 3.9682$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} &= \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} \\ &= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})} \end{aligned}$$

[বর ও হুকে  $(\sqrt{5} - \sqrt{3})$  দ্বারা গুণ করে]

$$\begin{aligned} &= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2} \\ &= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2} = \frac{2.2361 - 1.7321}{2} = 0.252 \end{aligned}$$

$$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = (3.9682)^3 + (0.252)^3$$

$$= 62.4857 + 0.0160$$

$$= 62.5017 \text{ (Ans.)}$$

# পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান

৩.২

১। সূজ্জের সাহায্যে ঘন নির্ণয় কর :

ক)  $(2x + 5)$  এর ঘন

$$\boxed{\text{সমাধান}}: (2x + 5)^3$$

$$= (2x)^3 + 3.(2x)^2 \cdot 5 + 3.2x \cdot (5)^2 + (5)^3 \\ = 8x^3 + 3.4x^2 \cdot 5 + 3.2x \cdot 25 + 125 \\ = 8x^3 + 60x^2 + 150x + 125 \quad (\text{Ans.})$$

গ)  $(4a - 5x^2)$  এর ঘন

$$\boxed{\text{সমাধান}}: (4a - 5x^2)^3$$

$$= (4a)^3 - 3(4a)^2 \cdot 5x^2 + 3.4a \cdot (5x^2)^2 - (5x^2)^3 \\ = 64a^3 - 3.16a^2 \cdot 5x^2 + 3.4a \cdot 25x^4 - 125x^6 \\ = 64a^3 - 240a^2x^2 + 300ax^4 - 125x^6 \quad (\text{Ans.})$$

ঝ) 403 এর ঘন

$$\boxed{\text{সমাধান}}: (403)^3$$

$$= (400+3)^3 \\ = (400)^3 + 3.(400)^2 \cdot 3 + 3.400(3)^2 + (3)^3 \\ = 64000000 + 3.160000.3 + 3.400.9 + 27 \\ = 64000000 + 1440000 + 10800 + 27 \\ = 65450827 \quad (\text{Ans.})$$

ছ)  $(2a - b - 3c)$  এর ঘন

$$\boxed{\text{সমাধান}}: (2a - b - 3c)^3$$

$$= \{(2a - b) - 3c\}^3 \\ = (2a - b)^3 - 3(2a - b)^2 \cdot 3c + 3(2a - b) \cdot (3c)^2 - (3c)^3 \\ = (2a)^3 - 3.(2a)^2 \cdot b + 3.2a(b)^2 - (b)^3 - 3.(4a^2 - 4ab + b^2) \cdot 3c + 3(2a - b) \cdot 9c^2 - 27c^3 \\ = 8a^3 - 12a^2b + 6ab^2 - b^3 - 9c(4a^2 - 4ab + b^2) + 27c^2(2a - b) - 27c^3 \\ = 8a^3 - 12a^2b + 6ab^2 - b^3 - 36a^2c + 36abc - 9b^2c + 54ac^2 - 27bc^2 - 27c^3 \\ = 8a^3 - b^3 - 27c^3 - 12a^2b + 6ab^2 - 36a^2c - 9b^2c + 54ac^2 - 27bc^2 + 36abc \quad (\text{Ans.})$$

জ)  $(2x + 3y + z)$  এর ঘন

$$\boxed{\text{সমাধান}}: (2x + 3y + z)^3$$

$$= [(2x + 3y) + z]^3 \\ = (2x + 3y)^3 + 3(2x + 3y)^2 \cdot z + 3(2x + 3y) \cdot z^2 + z^3 \\ = (2x)^3 + 3(2x)^2 \cdot 3y + 3.2x(3y)^2 + (3y)^3 + 3z(2x)^2 + 2.2x \cdot 3y + (3y)^2 \cdot z + 3z^2(2x + 3y) + z^3 \\ = 8x^3 + 3.4x^2 \cdot 3y + 3.2x \cdot 9y^2 + 27y^3 + 3z(4x^2 + 12xy + 9y^2) + 6xz^2 + 9yz^2 + z^3 \\ = 8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3 + 12x^2z + 36xyz + 27y^2z + 6xz^2 + 9yz^2 + z^3 \\ = 8x^3 + 27y^3 + z^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 12x^2z + 27y^2z + 6xz^2 + 9yz^2 + 36xyz \quad (\text{Ans.})$$

২। সরল কর :

$$\text{ক) } (4a - 3b)^3 - 3(4a - 3b)^2(2a - 3b) + 3(4a - 3b)(2a - 3b)^2 - (2a - 3b)^3$$

**সমাধান :**মনে করি,  $(4a - 3b) = x$ এবং  $(2a - 3b) = y$ 

$$\text{প্রদত্তরাশি} = x^2 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$

$$= x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$

$$= (x - y)^3$$

$$= \{(4a - 3b) - (2a - 3b)\}$$

$$= (4a - 3b - 2a + 3b)^3 \quad [x \text{ ও } y \text{ এর মান বসিয়ে]$$

$$= (2a)^3$$

$$= 8a^3. \quad (\text{Ans.})$$

$$\text{খ) } (2x + y)^3 + 3(2x + y)^2(2x - y) + 3(2x + y)(2x - y)^2 + (2x - y)^3$$

**সমাধান :**মনে করি,  $2x + y = a$ এবং  $2x - y = b$ 

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = a^3 + 3.a^2.b + 3.a.b^2 + b^3$$

$$= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$= (a + b)^3$$

$$= \{(2x + y) + (2x - y)\}^3 \quad [a \text{ ও } b \text{ এর মান বসিয়ে]$$

$$= (2x + y + 2x - y)^3$$

$$= (4x)^3$$

$$= 64x^3. \quad (\text{Ans.})$$

গ)  $(7x + 3b)^3 - (5x + 3b)^3 - 6x(7x + 3b)(5x + 3b)$

**সমাধান :**  $(7x + 3b)^3 - (5x + 3b)^3 - 3 \cdot 2x(7x + 3b)$   
 $(5x + 3b)$   
 মনে করি,

$$\begin{array}{r} 7x + 3b = a \\ \text{এবং } 5x + 3b = b \end{array}$$

$$\begin{aligned} (-) \text{ করে } 2x &= a - b \\ \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^3 - b^3 - 3(a - b)ab \\ &= a^3 - b^3 - 3ab(a - b) \\ &= (a - b)^3 \\ &= \{(7x + 3b) - (5x + 3b)\}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \{7x + 3b - 5x - 3b\}^3 \\ &= (2x)^3 \\ &= 8x^3. \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

ঘ)  $(x - 15)^3 + (16 - x)^3 + 3(x - 15)(16 - x)$

**সমাধান :**  $(x - 15)^3 + (16 - x)^3 + 3 \cdot 1(x - 15)(16 - x)$   
 মনে করি,

$$\begin{array}{r} x - 15 = a \\ 16 - x = b \end{array}$$

$$(+)\text{ করে } 16 - 15 = a + b$$

$$\begin{aligned} &\therefore a + b = 1 \\ \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^3 + b^3 + 3(a + b)ab \\ &= a^3 + b^3 + 3ab(a + b) \\ &= (a + b)^3 \\ &= \{(x - 15) + (16 - x)\}^3 \\ &= (x - 15 + 16 - x)^3 \\ &= (1)^3 = 1 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

ঙ)  $(a + b + c)^3 - (a - b - c)^3 - 6(b + c)\{a^2 - (b + c)^2\}$

**সমাধান :**

$$\begin{aligned} &(a + b + c)^3 - (a - b - c)^3 - 6(b + c)\{a^2 - (b + c)^2\} \\ &= (a + b + c)^3 - (a - b - c)^3 - 3.2(b + c)\{(a^2 - (b + c)^2\} \end{aligned}$$

মনে করি,

$$\begin{array}{r} a + b + c = x \\ a - b - c = y \end{array}$$

$$(-)\text{ করে } 2(b + c) = x - y$$

$$\begin{aligned} \text{আবার, } xy &= (a + b + c)(a - b - c) \\ &= \{a + (b + c)\}\{a - (b + c)\} \\ &= \{a^2 - (b + c)^2\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= x^3 - y^3 - 3(x - y)xy \\ &= x^3 - y^3 - 3xy(x - y) \\ &= (x - y)^3 \\ &= \{2(b + c)\}^3[x - y \text{ এর মান বসিয়ে} \\ &= 8(b + c)^3 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

চ)  $(m + n)^6 - (m - n)^6 - 12mn(m^2 - n^2)^2$

**সমাধান :**  $(m + n)^6 - (m - n)^6 - 12mn(m^2 - n^2)^2$   
 $= (m + n)^2 - \{(m - n)^2\}^3 - 3(m^2 - n^2)^2 \cdot 4mn.$   
 মনে করি,  $(m + n)^2 = x$

$$(m - n)^2 = y$$

$$\begin{aligned} \therefore x - y &= (m + n)^2 - (m - n)^2 \\ &= m^2 + 2mn + n^2 - (m^2 - 2mn + n^2) \\ &= 4mn. \end{aligned}$$

আবার,  $xy = (m + n)^2(m - n)^2$   
 $= (m^2 - n^2)^2$   
 $\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} = x^3 - y^3 - 3xy(x - y)$

$$\begin{aligned} &= (x - y)^3 \\ &= (4mn)^3 \\ &= 64m^3n^3 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

[ $x - y$  এর মান বসিয়ে]

ঝ)  $(x + y)(x^2 - xy + y^2) + (y + z)$   
 $(y^2 - yz + z^2) + (z + x)(z^2 - zx + x^2)$

**সমাধান :**  $(x + y)(x^2 - xy + y^2) + (y + z)$   
 $(y^2 - yz + z^2) + (z + x)(z^2 - zx + x^2)$   
 $= (x^3 + y^3) + (y^3 + z^3) + (z^3 + x^3)$   
 $= x^3 + y^3 + z^3 + z^3 + x^3$   
 $= 2x^3 + 2y^3 + 2z^3$   
 $= 2(x^3 + y^3 + z^3) \text{ (Ans.)}$

ঞ)  $(2x + 3y - 4z)^3 + (2x - 3y + 4z)^3 + 12x\{4x^2 - (3y - 4z)^2\}$

**সমাধান :**  $(2x + 3y - 4z)^3 + (2x - 3y + 4z)^3 +$   
 $12x\{4x^2 - (3y - 4z)^2\}$   
 $= (2x + 3y - 4z)^3 + (2x - 3y + 4z)^3 + 3(4x^2 - (3y - 4z)^2) \cdot 4x$   
 মনে করি,

$$2x + 3y - 4z = a$$

$$\text{এবং } 2x - 3y + 4z = b$$

$$\therefore a + b = 2x + 3y - 4z + 2x - 3y + 4z$$

$$= 4x.$$

আবার,  $ab = (2x + 3y - 4z)(2x - 3y + 4z)$

$$= \{2x + (3y - 4z)\}\{2x - (3y - 4z)\}$$

$$= \{(2x)^2 - (3y - 4z)^2\}$$

$$= \{4x^2 - (3y - 4z)^2\}$$

**প্রদত্ত রাশি** =  $a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$

$$= (a + b)^3$$

$$= (4x)^3$$

$$= 64x^3 \text{ (Ans.)}$$

ঢ।  $a - b = 5$  এবং  $ab = 36$  হলে,  $a^3 - b^3$  এর মান কত?

**সমাধান :**

দেয়া আছে,  $a - b = 5$

$$\text{এবং } ab = 36$$

$$\therefore a^3 - b^3 = ?$$

আমরা জানি,  $a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$

$$= (5)^3 + 3 \cdot 36 \cdot 5$$

$$= 125 + 540$$

$$= 665$$

**নির্ণয় মান** = 665.

৪। যদি  $a^3 - b^3 = 513$  এবং  $a - b = 3$  হয়, তবে  $ab$  এর মান কত?

**সমাধান :**

দেয়া আছে,  $a^3 - b^3 = 513$

$$\text{এবং } a - b = 3$$

$$\therefore ab = ?$$

আমরা জানি,  $a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$

$$\text{বা, } 513 = (3)^3 + 3ab \cdot 3$$

$$\text{বা, } 513 = 27 + 9ab$$

$$\text{বা, } 9ab = 513 - 27$$

$$\text{বা, } 9ab = 486$$

$$\text{বা, } ab = \frac{486}{9}$$

$$\text{বা, } ab = 54$$

**নির্ণয় মান** = 54.

৫।  $x = 19$  এবং  $y = -12$  হলে,  $8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3$  এর মান নির্ণয় কর।

**সমাধান :**

দেয়া আছে,  $x = 19$

এবং  $y = -12$

$ab = ?$

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত রাশি}, & 8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3 \\ &= (2x)^3 + 3.(2x)^2 \cdot 3y + 3.2x \cdot (3y)^2 + (3y)^3 \\ &= (2x + 3y)^3 \\ &= \{2(19) + 3(-12)\}^3 \\ &= (38 - 36)^3 \\ &= (2)^3 \\ &= 8 \end{aligned}$$

$\therefore$  নির্ণেয় মান = 8.

৬। যদি  $a = 15$  হয়, তবে  $8a^3 + 60a^2 + 150a + 130$  এর মান কত?

**সমাধান :**  $8a^3 + 60a^2 + 150a + 130$

$$\begin{aligned} &= (2a)^3 + 3.(2a)^2 \cdot 5 + 3.2a \cdot (5)^2 + (5)^3 + 5 \\ &= (2a + 5)^3 + 5 \\ &= (2.15 + 5)^3 + 5. \quad [a \text{ এর মান বসিয়ে}] \\ &= (30 + 5)^3 + 5 \\ &= (35)^3 + 5 \\ &= 42875 + 5 \\ &= 42880 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

৭।  $a = 7$  এবং  $b = -5$  হলে,  $(3a - 5b)^3 + (4b - 2a)^3 + 3(a - b)(3a - 5b)(4b - 2a)$  এর মান কত।

**সমাধান :**

দেয়া আছে,  $a = 7$

এবং  $b = -5$

মনে করি,

$$\begin{array}{l} 3a - 5b = x \\ 2x - 3y = y \end{array}$$

$$(+)\text{ করে } a - b = x + y$$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = (3a - 5b)^3 + (4b - 2a)^3 + 3(a - b)$$

$$\begin{aligned} (3a - 5b)(4b - 2a) &= x^3 + y^3 + 3(x+y)xy \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= x^3 + y^3 + 3xy(x+y) \\ &= (x+y)^3 \\ &= \{(3a - 5b) + (4b - 2a)\}^3 \\ &= (3a - 5b + 4b - 2a)^3 \\ &= (a - b)^3 \\ &= \{7 - (-5)\}^3 \\ &= (7 + 5)^3 \\ &= (12)^3 \\ &= 1728 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

৮। যদি  $a + b = m$ ,  $a^2 + b^2 = n$  এবং  $a^3 + b^3 = p^3$  হয়, তবে দেখাও যে,  $m^3 + 2p^3 = 3mn$ .

**সমাধান :**

দেয়া আছে,  $a + b = m$

$$a^2 + b^2 = n$$

$$\text{এবং } a^3 + b^3 = p^3$$

$$\text{বামপক্ষ} = m^3 + 2p^3$$

$$= (a + b)^3 + 2(a^3 + b^3) \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= (a + b)(a + b)^2 + 2(a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$= (a + b) \{(a + b)^2 + 2(a^2 - ab + b^2)\}$$

$$\begin{aligned} &= (a + b)(a^2 + 2ab + b^2 + 2a^2 - 2ab + 2b^2) \\ &= (a + b)(3a^2 + 3b^2) \\ &= (a + b) 3.(a^2 + b^2) \\ &= 3(a + b)(a^2 + b^2) \\ &= 3mn. \\ &= \text{ডানপক্ষ}. \end{aligned}$$

$\therefore$  বামপক্ষ = ডানপক্ষ (দেখানো হলো)

৯। যদি  $x + y = 1$  হয়, তবে দেখাও যে,  $x^3 + y^3 - xy = (x - y)^2$ .

**সমাধান :** দেওয়া আছে,  $x + y = 1$

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= x^3 + y^3 - xy \\ &= (x + y)(x^2 - xy + y^2) - xy \\ &[ \because x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2) \text{ মান বসিয়ে }] \\ &= 1.(x^2 - xy - xy) \\ &= x^2 - 2xy \\ &= (x - y)^2 \\ &= \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

$\therefore$  বামপক্ষ = ডানপক্ষ (দেখানো হলো)

১০।  $a + b = 3$  এবং  $ab = 2$  হলে,

(ক)  $a^2 - ab + b^2$  এবং

(খ)  $a^3 + b^3$  এর মান নির্ণয় কর।

**সমাধান :** দেওয়া আছে,  $a + b = 3$

এবং  $ab = 2$

$$\begin{aligned} (\text{খ}) \text{ আমরা জানি, } a^3 + b^3 &= (a + b)^3 - 3ab(a + b) \\ &= (3)^3 - 3.2.3 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= 27 - 18 \\ &= 9 \end{aligned}$$

$\therefore$  নির্ণেয় মান = 9

(ক) আবার,

$$\text{আমরা জানি, } a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$\text{বা, } 9 = 3.(a^2 - ab + b^2) \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$\text{বা, } (a^2 - ab + b^2) = \frac{9}{3}$$

$$\therefore a^2 - ab + b^2 = 3$$

$\therefore$  নির্ণেয় মান = 3.

১১।  $a - b = 5$  এবং  $ab = 36$  হলে,

(ক)  $a^2 + ab + b^2$  এবং

(খ)  $a^3 - b^3$  এর মান নির্ণয় কর।

**সমাধান :** দেওয়া আছে,  $a - b = 5$

এবং  $ab = 36$

$$\begin{aligned} (\text{খ}) \text{ আমরা জানি, } a^3 - b^3 &= (a - b)^3 - 3ab(a - b) \\ &= (5)^3 + 3.36.5 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= 125 + 540 \\ &= 665 \end{aligned}$$

$\therefore$  নির্ণেয় মান = 665

(ক) আবার, আমরা জানি,  $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 - ab + b^2)$

$$\text{বা, } 665 = 5(a^2 - ab + b^2)$$

মান বসিয়ে]

$$\text{বা, } (a^2 - ab + b^2) = \frac{665}{5}$$

$$\therefore a^2 - ab + b^2 = 133$$

$\therefore$  নির্ণেয় মান = 133.

১২।  $m + \frac{1}{m} = a$  হলে,  $m^3 + \frac{1}{m^3}$  এর মান নির্ণয় কর।

**সমাধান :** দেওয়া আছে,  $m + \frac{1}{m} = a$

$$\begin{aligned} \therefore m^3 + \frac{1}{m^3} &= \left(m + \frac{1}{m}\right)^3 - 3m \cdot \frac{1}{m} \left(m + \frac{1}{m}\right) \\ &= (a)^3 - 3a \quad \left[\text{যেহেতু } m + \frac{1}{m} = a\right] \\ &= a^3 - 3a \end{aligned}$$

∴ নির্ণেয় মান =  $a^3 - 3a$ .

১৩।  $x - \frac{1}{x} = p$  হলে,  $x^3 - \frac{1}{x^3}$  এর মান নির্ণয় কর।

**সমাধান :** দেওয়া আছে,  $x - \frac{1}{x} = p$

$$\begin{aligned} \therefore x^3 - \frac{1}{x^3} &= \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3x \cdot \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x}\right) \\ &= p^3 + 3p \end{aligned}$$

∴ নির্ণেয় মান =  $p^3 + 3p$ .

১৪।  $a - \frac{1}{a} = 1$  হয়, তবে দেখাও যে,  $a^3 - \frac{1}{a^3} = 4$

**সমাধান :** দেওয়া আছে,  $a - \frac{1}{a} = 1$

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ : } a^3 - \frac{1}{a^3} &= \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3a \cdot \frac{1}{a} \left(a - \frac{1}{a}\right) \\ &= (1)^3 + 3 \cdot 1 = 4 = \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (দেখানো হলো)

১৫। যদি  $a + b + c = 0$  হয়, তবে দেখাও যে,

ক)  $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

**সমাধান :** দেওয়া আছে,  $a + b + c = 0$

বা,  $a + b = -c$

বা,  $(a + b)^3 = (-c)^3$  [উভয় পক্ষকে ঘন করো]

বা,  $a^3 + b^3 + 3ab(a + b) = -c^3$

বা,  $a^3 + b^3 + 3ab(-c) = -c^3$  [ $\because a + b = -c$ ]

বা,  $a^3 + b^3 - 3abc = -c^3$

বা,  $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$  (দেখানো হলো)

খ)  $\frac{(b+c)^2}{3bc} + \frac{(c+a)^2}{3ac} + \frac{(a+b)^2}{3ab} = 1$

**সমাধান :** দেওয়া আছে,  $a + b + c = 0$

∴  $a + b = -c$

এবং  $b + c = -a$

∴  $c + a = -b$

বামপক্ষ =  $\frac{(b+c)^2}{3bc} + \frac{(c+a)^2}{3ca} + \frac{(a+b)^2}{3ab}$

=  $\frac{a(b+c)^2 + b(c+a)^2 + c(a+b)^2}{3abc}$

=  $\frac{a^3 + b^3 + c^3}{3abc}$

=  $\frac{(a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) + 3abc}{3abc}$

[ $\because a^3 + b^3 + c^3 = (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) + 3abc$ ]

=  $\frac{0 + 3abc}{3abc} = 1 = \text{ডানপক্ষ}$ ।

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ। (দেখানো হলো)

১৬।  $p - q = r$  হলে, দেখাও যে,  $p^3 - q^3 - r^3 = 3pqr$

**সমাধান :** দেওয়া আছে,  $p - q = r$  [উভয় পক্ষকে ঘন করো]  
 বা,  $(p - q)^3 = (r)^3$   
 বা,  $p^3 - q^3 - 3pq(p - q) = r^3$   
 বা,  $p^3 - q^3 - 3pqr = r^3$  [ $\because p - q = r$ ]  
 বা,  $p^3 - q^3 - r^3 = 3pqr$  (দেখানো হলো)

১৭।  $2x - \frac{2}{x} = 3$  হলে, দেখাও যে,  $8\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) = 63$

**সমাধান :** দেওয়া আছে,  $2x - \frac{2}{x} = 3$

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= 8\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) \\ &= 8x^3 - \frac{8}{x^3} \\ &= (2x)^3 - \left(\frac{2}{x}\right)^3 \\ &= \left(2x - \frac{2}{x}\right)^3 + 3 \cdot 2 \cdot \frac{2}{x} \left(2x - \frac{2}{x}\right) \\ &= (3)^3 + 12 \cdot 3 \\ &= 27 + 36 \\ &= 63 \\ &= \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (দেখানো হলো)

১৮।  $a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$  হলে,  $\frac{a^6 - 1}{a^3}$  এর মান নির্ণয় কর।

**সমাধান :** দেওয়া আছে,  $a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1}{a} &= \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{5}} \\ &= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{(\sqrt{6})^2 - (\sqrt{5})^2} \\ &= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{6 - 5} \\ &= \sqrt{6} - \sqrt{5} \\ \text{এখন, } a - \frac{1}{a} &= \sqrt{6} + \sqrt{5} - (\sqrt{6} - \sqrt{5}) \\ &= \sqrt{6} + \sqrt{5} - \sqrt{6} + \sqrt{5} \\ &= 2\sqrt{5} \\ \therefore \frac{a^6 - 1}{a^3} &= \frac{a^6 - 1}{a^3} \\ &= a^3 - \frac{1}{a^3} \\ &= \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3a \cdot \frac{1}{a} \left(a - \frac{1}{a}\right) \\ &= (2\sqrt{5})^3 + 3 \cdot 2\sqrt{5} \\ &= 8(\sqrt{5})^3 + 6(\sqrt{5})^3 \\ &= 8 \cdot 5\sqrt{5} + 6\sqrt{5} \\ &= 40\sqrt{5} + 6\sqrt{5} \\ &= 46\sqrt{5} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

১৯।  $x^3 + \frac{1}{x^3} = 18\sqrt{3}$  হলে, প্রমাণ কর যে, দেখাও যে,  $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$

**সমাধান :** দেওয়া আছে,  $x^3 + \frac{1}{x^3} = 18\sqrt{3}$   
বা,  $\frac{x^6 + 1}{x^3} = 18\sqrt{3}$

বা,  $x^6 - 18\sqrt{3}x^3 + 1 = 0$

বা,  $(x^3)^2 - 2x^3 \cdot 9\sqrt{3} + (9\sqrt{3})^2 - 242 = 0$

বা,  $(x^3 - 9\sqrt{3})^2 = 242$

বা,  $x^3 - 9\sqrt{3} = \sqrt{(11)^2 \times 2}$

বা,  $x^3 - 9\sqrt{3} = 11\sqrt{2}$

বা,  $x^3 = 9\sqrt{3} + 11\sqrt{2}$

$= 3\sqrt{3} + 6\sqrt{3} + 9\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$

$= (\sqrt{3})^3 + 3 \cdot (\sqrt{3})^2 \cdot \sqrt{2} + 3 \cdot \sqrt{3} \cdot (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^3$

$= (\sqrt{3} + \sqrt{2})^3 [ \because (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 ]$

$\therefore x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$  (প্রমাণিত)

২০।  $a^4 - a^2 + 1 = 0$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $a^3 + \frac{1}{a^3} = 0$

**সমাধান :** দেওয়া আছে,  $a^4 - a^2 + 1 = 0$

বা,  $\frac{a^4}{a^2} - \frac{a^2}{a^2} + \frac{1}{a^2} = 0$  [  $a^2$  দ্বারা ভাগ করে ]

বা,  $a^2 + \frac{1}{a^2} = 1$

বা,  $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2a \cdot \frac{1}{a} = 1$

বা,  $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = 3$

$\therefore a + \frac{1}{a} = \sqrt{3}$

এখন, বামপক্ষ  $= a^3 + \frac{1}{a^3}$

$= \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3a \cdot \frac{1}{a} \left(a + \frac{1}{a}\right)$

$= (\sqrt{3})^3 - 3 \cdot \sqrt{3}$

$= 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3}$

$= 0 = ডানপক্ষ$

$\therefore$  বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

## □ অনুশিলনি ৩.৩

### পাঠ্যবইয়ের কাজসমূহের সমাধান

□ কাজ : উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর :

১।  $abx^2 + acx^3 + adx^4$

**সমাধান :**  $abx^2 + acx^3 + adx^4$   
 $= ax^2(b + cx + dx^2)$  (Ans.)

২।  $xa^2 - 144xb^2$

**সমাধান :**  $xa^2 - 144xb^2$   
 $= x(a^2 - 144b^2)$   
 $= x \{(a)^2 - (12b)^2\}$   
 $= x(a + 12b)(a - 12b)$  (Ans.)

৩।  $x^2 - 2xy - 4y - 4$

**সমাধান :**  $x^2 - 2xy - 4y - 4$   
 $= x^2 - 2xy + y^2 - y^2 - 4y - 4$   
 $= (x - y)^2 - (y^2 + 4y + 4)$   
 $= (x - y)^2 - (y + 2)^2$   
 $= (x - y + y + 2)(x - y - y - 2)$   
 $= (x + 2)(x - 2y - 2)$  (Ans.)

□ কাজ- : উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

১।  $x^2 + x - 56$

**সমাধান :**  $x^2 + x - 56$   
 $= (x^2 + 8x - 7x - 56) \cdot x(x+8) - 7(x+8)$   
 $= x(x+8) - 7(x+8)$   
 $= (x+8)(x-7)$  (Ans.)

[পৃষ্ঠা-৫০]

২।  $16x^3 - 46x^2 + 15x$

**সমাধান :**  $16x^3 - 46x^2 + 15x$   
 $= x(16x^2 - 40x + 15)$   
 $= x(16x^2 - 40x - 6x + 15)$   
 $= x\{8x(2x-5) - 3(2x-5)\}$   
 $= x(2x-5)(8x-3)$  (Ans.)

৩।  $12x^2 + 17x + 6$

**সমাধান :**  $12x^2 + 17x + 6$   
 $= 12x^2 + 9x + 8x + 6$   
 $= 3x(4x+3) + 2(4x+3)$   
 $= (4x+3)(3x+2)$  (Ans.)

[পৃষ্ঠা-৫১]

□ কাজ : উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর :

১।  $2x^4 + 16x$

**সমাধান :**  $2x^4 + 16x$   
 $= 2x(x^3 + 8)$   
 $= 2x\{(x)^3 + (2)^3\}$   
 $= 2x(x+2)(x^2 - x \cdot 2 + 2^2)$   
 $= 2x(x+2)(x^2 - 2x + 4)$  (Ans.)

২।  $8 - a^3 + 3a^2b - 3ab^2 + b^3$

**সমাধান :**  $8 - a^3 + 3a^2b - 3ab^2 + b^3$   
 $= 8 - (a^3 - 3a^2b + 3ab^2 + b^3)$   
 $= (2)^3 - (a-b)^3$   
 $= \{2 - (a-b)\} \{(2)^2 + 2(a-b) + (a-b)^2\}$   
 $= (2-a+b)(4+2a-2b+a^2-2ab+b^2)$   
 $= (2-a+b)(a^2+b^2-2ab+2a-2b+4)$  (Ans.)

৩।  $(a+b)^3 + (a-b)^3$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান : } & (a+b)^3 + (a-b)^3 \\ & = ((a+b) + (a-b)) \{(a+b)^2 - (a+b)(a-b) + (a-b)^2\} \\ & = (a+b+a-b) \{a^2 + 2ab + b^2 - (a^2 - b^2) + a^2 - 2ab + b^2\} \\ & = 2a(a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + b^2 + a^2 - 2ab + b^2) \\ & = 2a(a^2 + 3b^2) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

কাজ: উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর :

[পৃষ্ঠা-৫৩]

১।  $\frac{1}{2}x^2 + \frac{7}{6}x + \frac{1}{3}$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান : } & \frac{1}{2}x^2 + \frac{7}{6}x + \frac{1}{3} \\ & = \frac{1}{6}(3x^2 + 7x + 2) \\ & = \frac{1}{6}(3x^2 + 6x + x + 2) \\ & = \frac{1}{6}\{3x(x+2) + 1(x+2)\} \\ & = \frac{1}{6}(x+2)(3x+1) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

২।  $a^3 + \frac{1}{8}$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান : } & a^3 + \frac{1}{8} \\ & = (a)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \\ & = \left(a + \frac{1}{2}\right) \left\{a^2 - a \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2\right\} \\ & = \left(a + \frac{1}{2}\right) \left(a^2 - \frac{a}{2} + \frac{1}{4}\right) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

৩।  $16x^2 - 25y^2 - 8xz + 10yz$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান : } & 16x^2 - 25y^2 - 8xz + 10yz \\ & = (4x)^2 - (5y)^2 - 2z(4x - 5y) \\ & = (4x + 5y)(4x - 5y) - 2z(4x - 5y) \\ & = (4x - 5y)(4x + 5y - 2z) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

## পাঠ্যবইয়ের উদাহরণসমূহ

উদাহরণ- ১॥  $4x^2 + 12x + 9$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

$$\begin{aligned} \text{সমাধান : } & 4x^2 + 12x + 9 \\ & = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + (3)^2 \\ & = (2x + 3)^2 \\ & = (2x + 3)(2x + 3) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

উদাহরণ- ২॥  $9x^2 - 30xy + 25y^2$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

$$\begin{aligned} \text{সমাধান : } & 9x^2 - 30xy + 25y^2 \\ & = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 5y + (5y)^2 \\ & = (3x - 5y)^2 \\ & = (3x - 5y)(3x - 5y) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

উদাহরণ- ৩॥  $a^2 - 1 + 2b - b^2$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

$$\begin{aligned} \text{সমাধান : } & a^2 - 1 + 2b - b^2 \\ & = a^2 - (b^2 - 2b + 1) \\ & = a^2 - (b - 1)^2 \\ & = \{a + (b - 1)\} \{a - (b - 1)\} \\ & = (a + b - 1)(a - b + 1) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

উদাহরণ- ৪॥  $a^4 + 64b^4$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

$$\begin{aligned} \text{সমাধান : } & a^4 + 64b^4 \\ & = (a^2)^2 + (8b^2)^2 \\ & = (a^2)^2 + 2 \times a^2 \times 8b^2 + (8b^2)^2 - 16a^2b^2 \\ & = (a^2 + 8b^2)^2 - (4ab)^2 \\ & = (a^2 + 8b^2 + 4ab)(a^2 + 8b^2 - 4ab) \\ & = (a^2 + 4ab + 8b^2)(a^2 + 4ab - 8b^2) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

উদাহরণ- ৫॥  $x^2 + 12x + 35$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

$$\begin{aligned} \text{সমাধান : } & x^2 + 12x + 35 \\ & = x^2 + (5 + 7)x + 5 \times 7 \\ & = x^2 + 5x + 7x + 5 \times 7 \\ & = x(x+5) + 7(x+5) \\ & = (x+5)(x+7) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

উদাহরণ- ৬॥  $x^2 - 5x + 6$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

$$\begin{aligned} \text{সমাধান : } & x^2 - 5x + 6 \\ & = x^2 - 2x - 3x + 6 \\ & = x(x-2) - 3(x-2) \\ & = (x-2)(x-3) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

উদাহরণ- ৭॥  $x^2 - 2x - 35$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

$$\begin{aligned} \text{সমাধান : } & x^2 - 2x - 35 \\ & = x^2 - 7x + 5x - 35 \\ & = x(x-7) + 5(x-7) \\ & = (x-7)(x+5) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

উদাহরণ- ৮॥  $x^2 + x - 20$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

$$\begin{aligned} \text{সমাধান : } & x^2 + x - 20 \\ & = x^2 + 5x - 4x - 20 \\ & = x(x+5) - 4(x+5) \\ & = (x+5)(x-4) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

উদাহরণ- ৯॥  $12x^2 + 35x + 18$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

$$\begin{aligned} \text{সমাধান : } & 12x^2 + 35x + 18 \\ & = 12x^2 + 27x + 8x + 18 \\ & = 3x(4x+9) + 2(4x+9) \\ & = (4x+9)(3x+2) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

উদাহরণ- ১০॥  $3x^2 - x - 14$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

$$\begin{aligned} \text{সমাধান : } & 3x^2 - x - 14 \\ & = 3x^2 - 7x + 6x - 14 \\ & = x(3x-7) + 2(3x-7) \\ & = (3x-7)(x+2) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

উদাহরণ- ১১॥  $8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

$$\begin{aligned} \text{সমাধান : } & 8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3 \\ & = (2x)^3 + 3 \times (2x)^2 \times 3y + 3 \times 2x \times (3y)^2 + (3y)^3 \\ & = (2x+3y)^3 \\ & = (2x+3y)(2x+3y)(2x+3y) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

উদাহরণ- ১২॥ উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর :

- i)  $8a^3 + 27b^3$
- ii)  $a^6 - 64$

সমাধান :

$$\begin{aligned} \text{i) } & 8a^3 + 27b^3 = (2a)^3 + (3b)^3 \\ &= (2a + 3b) [(2a)^2 - 2a \times 3b + (3b)^2] \\ &= (2a + 3b) (4a^2 - 6ab + 9b^2) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii) } & a^6 - 64 = (a^3)^2 - (8)^2 \\ &= (a^3 + 8)(a^3 - 8) \\ &= (a^3 + 2^3)(a^3 - 2^3) \\ &= (a+2)(a^2 - 2a + 4) \times (a-2)(a^2 + 2a + 4) \\ &= (a+2)(a-2)(a^2 + 2a + 4) \times (a^2 - 2a + 4) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

উপরোক্ত  $x^3 + 6x^2y + 11xy^2 + 6y^3$  কে উৎপদকে বিশ্লেষণ কর।

$$\begin{aligned} \text{সমাধান: } & x^3 + 6x^2y + 11xy^2 + 6y^3 \\ &= (x^3 + 3x^2 \cdot 2y + 3x(2y)^2 + (2y)^3) - xy^3 - 2y^3 \\ &= (x+2y)^3 - y^3(x+2y) \\ &= (x+2y)((x+2y)^2 - y^2) \\ &= (x+2y)(x+2y+y)(x+2y-y) \\ &= (x+2y)(x+3y)(x+y) \\ &= (x+y)(x+2y)(x+3y) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

## পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান

৩.৩

উৎপদকে বিশ্লেষণ কর : (১ – ৮৩) :

১।  $a^2 + ab + ac + bc$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান: } & a^2 + ab + ac + bc \\ &= a(a+b) + c(a+b) \\ &= (a+b)(a+c) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

২।  $ab + a - b - 1$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান: } & ab + a - b - 1 \\ &= ab - b + a - 1 \\ &= b(a-1) + 1(a-1) \\ &= (a-1)(b+1) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

৩।  $(x-y)(x+y) + (x-y)(y-z) + (x-y)(z+x)$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & (x-y)(x+y) + (x-y)(y+z) + (x-y)(z+x) \\ &= (x-y)(x+y+y+z+z+x) \\ &= (x-y)(2x+2y+2z) \\ &= 2(x-y)(x+y+z) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

৪।  $ab(x-y) - bc(x-y)$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান: } & ab(x-y) - bc(x-y) \\ &= (x-y)\{ab - bc\} \\ &= (x-y)\{b(a-c)\} \\ &= b(x-y)(a-c) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

৫।  $9x^2 + 24x + 16$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান: } & 9x^2 + 24x + 16 \\ &= 9x^2 + 12x + 12x + 16 \\ &= 3x(3x+4) + 4(3x+4) \\ &= (3x+4)(3x+4) \\ &= (3x+4)^2 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

৬।  $a^4 - 27a^2 + 1$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান: } & a^4 - 27a^2 + 1 \\ &= (a^2)^2 - 2 \cdot a^2 \cdot 1 + 1 - 25a^2 \\ &= (a^2 - 1)^2 - 25a^2 \\ &= (a^2 - 1)^2 - (5a)^2 \\ &= (a^2 - 1 + 5a)(a^2 - 1 - 5a) \\ &\quad [\because a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)] \\ &= (a^2 + 5a - 1)(a^2 - 5a - 1) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

৭।  $x^4 - 6x^2y^2 + y^4$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান: } & x^4 - 6x^2y^2 + y^4 \\ &= (x^2)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot y^2 + (y^2)^2 - 4x^2y^2 \\ &= (x^2 - y^2)^2 - (2xy)^2 \\ &= (x^2 - y^2 + 2xy)(x^2 - y^2 - 2xy) \\ &= (x^2 + 2xy - y^2)(x^2 - 2xy - y^2) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

৮।  $(a^2 - b^2)(x^2 - y^2) + 4abxy$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান: } & (a^2 - b^2)(x^2 - y^2) + 4abxy \\ &= a^2x^2 - a^2y^2 - b^2x^2 + b^2y^2 + 2abxy + 2abxy \\ &= a^2x^2 + 2abxy + b^2y^2 - a^2y^2 + 2abxy - b^2x^2 \\ &= (a^2x^2 + 2abxy + b^2y^2) - (a^2y^2 - 2abxy - b^2x^2) \\ &= \{(ax)^2 + 2 \cdot ax \cdot by + (by)^2\} - \{(ay)^2 - 2 \cdot ay \cdot bx + (bx)^2\} \\ &= (ax + by)^2 - (ay - bx)^2 \\ &= \{(ax + by) + (ay - bx)\}(ax + by) - (ay - bx) \\ &= (ax + by + ay - bx)(ax + by - ay + bx) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

৯।  $4x^2 - 12ab + 9b^2 - 4c^2$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান: } & 4x^2 - 12ab + 9b^2 - 4c^2 \\ &= \{(2a)^2 - 2 \cdot 2a \cdot 3b + (3b)^2\} - 4c^2 \\ &= (2a - 3b)^2 - (2c)^2 \\ &= \{(2a - 3b) + (2c)\}(2a - 3b) - (2c) \\ &= (2a - 3b + 2c)(2a - 3b - 2c) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

১০।  $9x^4 - 45a^2x^2 + 36a^4$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান: } & 9x^4 - 45a^2x^2 + 36a^4 \\ &= 9(x^4 - 5a^2x^2 + 4a^4) \\ &= 9(x^4 - 4a^2x^2 - a^2x^2 + 4a^4) \\ &= 9\{x^2(x^2 - 4a^2) - a^2(x^2 - 4a^2)\} \\ &= 9(x^2 - 4a^2)(x^2 - a^2) \\ &= 9\{(x)^2 - (2a)^2\}\{(x+a)(x-a)\} \\ &= 9(x+a)(x-a)(x+2a)(x-2a) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

১১।  $a^2 + 6a + 8 - y^2 + 2y$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান: } & a^2 + 6a + 8 - y^2 + 2y \\ &= a^2 + 6a + 9 - y^2 + 2y - 1 \\ &= \{(a^2) + 2 \cdot a \cdot 3 + (3)^2 - \{y^2 - 2 \cdot y \cdot 1 + 1^2\}\} \\ &= (a+3)^2 - (y-1)^2 \\ &= \{(a+3) + (y-1)\} \{(a+3) - (y-1)\} \\ &= (a+3+y-1)(a+3-y+1) \\ &= (a+y+2)(a-y+4) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

১২।  $16x^2 - 25y^2 - 8xz + 10yz$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান: } & 16x^2 - 25y^2 - 8xz + 10yz \\ &= \{(4x)^2 - (5y)^2\} - 2z(4x - 5y) \\ &= (4x + 5y)(4x - 5y) - 2z(4x - 5y) \\ &= 4x - 5y \{(4x + 5y) - 2z\} \\ &= (4x - 5y)(4x + 5y - 2z) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

১৩।  $2b^2c^2 + 2c^2a^2 + 2a^2b^2 - a^4 - b^4 - c^4$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান: } & 2b^2c^2 + 2c^2a^2 + 2a^2b^2 - a^4 - b^4 - c^4 \\ &= 4b^2c^2 - 2b^2c^2 + 2c^2a^2 + 2a^2b^2 - a^4 - b^4 - c^4 \\ &= 4b^2c^2 - (a^4 + b^4 + c^4 + 2b^2c^2 - 2c^2a^2 - 2a^2b^2) \\ &= (2bc)^2 - \{(a^2)^2 + (-b^2)^2 + (-c^2)^2 + 2 \cdot (a^2) \cdot (-b^2) + 2(-b^2) \cdot (-c^2) + 2(-c^2) \cdot a^2\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= (2bc)^2 - \{(a^2) + (-b^2) + (-c^2)\}^2 \\
 &= (2bc)^2 - (a^2 - b^2 - c^2) \\
 &= (2bc + a^2 - b^2 - c^2)(2bc - a^2 + b^2 + c^2) \\
 &= \{a^2 - (b^2 - 2bc + c^2)\} \{b^2 + 2bc + c^2 - a^2\} \\
 &= \{(a)^2 - (b - c)^2\} \{(b + c)^2 - (a)^2\} \\
 &= (a + b - c)(a - b + c)(b + c + a)(b + c - a) \\
 &= (a + b + c)(b + c - a)(c + a - b)(a + b - c) \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

১৪ |  $x^2 + 13x + 36$

$$\begin{aligned}
 \text{সমাধান: } &x^2 + 13x + 36 \\
 &= x^2 + 4x + 9x + 36 \\
 &= x(x + 4) + 9(x + 4) \\
 &= (x + 4)(x + 9) \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

১৫ |  $x^4 + x^2 - 20$

$$\begin{aligned}
 \text{সমাধান: } &x^4 + x^2 - 20 \\
 &= x^4 + 5x^2 - 4x^2 - 20 \\
 &= x^2(x^2 + 5) - 4(x^2 + 5) \\
 &= (x^2 + 5)(x^2 - 4) \\
 &= (x^2 + 5)\{(x)^2 - (2)^2\} \\
 &= (x^2 + 5)(x + 2)(x - 2) \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

১৬ |  $a^2 - 30a + 216$

$$\begin{aligned}
 \text{সমাধান: } &a^2 - 30a + 216 \\
 &= a^2 - 12a - 18a + 216 \\
 &= a(a - 12) - 18(a - 12) \\
 &= (a - 12)(a - 18) \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

১৭ |  $x^6y^6 - x^3y^3 - 6$

$$\begin{aligned}
 \text{সমাধান: } &x^6y^6 - x^3y^3 - 6 \\
 &= x^6y^6 - 3x^3y^3 + 2x^3y^3 - 6 \\
 &= x^3y^3(x^3y^3 - 3) + 2(x^3y^3 - 3) \\
 &= x^3y^3(x^3y^3 - 3) + 2(x^3y^3 - 3) \\
 &= (x^3y^3 - 3)(x^3y^3 + 2) \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

১৮ |  $a^8 - a^4 - 2$

$$\begin{aligned}
 \text{সমাধান: } &a^8 - a^4 - 2 \\
 &= a^8 - 2a^4 + a^4 - 2 \\
 &= a^4(a^4 - 2) + 1(a^4 - 2) \\
 &= (a^4 - 2)(a^4 + 1) \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

১৯ |  $a^2b^2 - 8ab - 105$

$$\begin{aligned}
 \text{সমাধান: } &a^2b^2 - 8ab - 105 \\
 &= a^2b^2 - 15ab + 7ab - 105 \\
 &= ab(ab - 15) + 7(ab - 15) \\
 &= (ab - 15)(ab + 7) \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

২০ |  $x^2 - 37x - 650$

$$\begin{aligned}
 \text{সমাধান: } &x^2 - 37x - 650 \\
 &= x^2 - 50x + 13x - 650 \\
 &= x(x - 50) + 13(x - 50) \\
 &= (x - 50)(x + 13) \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

২১ |  $4x^4 - 25x^2 + 36$

$$\begin{aligned}
 \text{সমাধান: } &4x^4 - 25x^2 + 36 \\
 &= 4x^4 - 16x^2 - 9x^2 + 36 \\
 &= 4x^2(x^2 - 4) - 9(x^2 - 4) \\
 &= (x^2 - 4)(4x^2 - 9) \\
 &= \{(x)^2 - (2)^2\} \{(2x)^2 - (3)^2\} \\
 &= \{(x + 2)(x - 2)\} \{(2x + 3)(2x - 3)\} \\
 &= (x + 2)(x - 2)(2x + 3)(2x - 3) \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

২২ |  $12x^2 - 38x + 20$

$$\begin{aligned}
 \text{সমাধান: } &12x^2 - 38x + 20 \\
 &= 2(6x^2 - 19x + 10) \\
 &= 2(6x^2 - 15x - 4x + 10)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= 2\{3x(2x - 5) - 2(2x - 5)\} \\
 &= 2(2x - 5)(3x - 2) \\
 &= (2x - 5)(6x - 4) \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

২৩ |  $9x^2y^2 - 5xy^2 - 14y^2$

$$\begin{aligned}
 \text{সমাধান: } &9x^2y^2 - 5xy^2 - 14y^2 \\
 &= y^2\{9x^2 - 5x - 14\} \\
 &= y^2\{9x^2 + 9x - 14x - 14\} \\
 &= y^2\{9x(x + 1) - 14(x + 1)\} \\
 &= y^2(x + 1)(9x - 14) \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

২৪ |  $14x^4 - 27x^2 - 81$

$$\begin{aligned}
 \text{সমাধান: } &14x^4 - 27x^2 - 81 \\
 &= 4x^4 - 36x^2 + 9x^2 - 81 \\
 &= 4x^2(x^2 - 9) + 9(x^2 - 9) \\
 &= (4x^2 + 9)(x^2 - 9) \\
 &= (4x^2 + 9)\{x\}^2 - (3)^2 \\
 &= (4x^2 + 9)(a + 3)(x - 3) \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

২৫ |  $ax^2 + (a^2 + 1)x + a$

$$\begin{aligned}
 \text{সমাধান: } &ax^2 + (a^2 + 1)x + a \\
 &= ax^2 + a^2x + x + a \\
 &= ax(x + a) + 1(x + a) \\
 &= (x + a)(ax + 1) \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

২৬ |  $3(a^2 + 2a)^2 - 22(a^2 + 2a) + 40$

$$\begin{aligned}
 \text{সমাধান: } &\text{মনে করি, } a^2 + 2a = x \\
 &\text{পদত্ব রাশি, } 3x^2 - 22x + 40 \\
 &= 3x^2 - 12x - 10x + 40 \\
 &= 3x(x - 4) - 10(x - 4) \\
 &= (x - 4)(3x - 19) \\
 &= (a^2 + 2a - 4)\{3(a^2 + 2a) - 10\} \\
 &= (a^2 + 2a - 4)(3a^2 + 6a - 10) \\
 &= (a^2 + 2a - 4)(3a^2 + 6a - 10) \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

২৭ |  $14(x + z)^2 - 29(x + z)(x + 1) - 15(x + 1)^2$

$$\begin{aligned}
 \text{সমাধান: } &\text{মনে করি, } \\
 &x + z = a \\
 &x + 1 = b \\
 &\text{পদত্ব রাশি} = 14a^2 - 29ab - 15b^2 \\
 &= 14a^2 - 35ab + 6ab - 15b^2 \\
 &= 7a(2a - 5b) + 3b(2a - 5b) \\
 &= (2a - 5b)(7a + 3b) \\
 &= \{2(x + z) - 5(x + 1)\} \{7(x + z) + 3(x + 1)\} \\
 &= (2x + 2z - 5x - 5)(7x + 7z + 3x + 3) \\
 &= (2z - 3x - 5)(10x + 7z + 3) \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

২৮ |  $(4a - 3b)^2 - 2(4a - 3b)(a + 2b) - 35(a + 2b)^2$

$$\begin{aligned}
 \text{সমাধান: } &\text{মনে করি, } \\
 &4x - 3b = x \\
 &a + 2b = y \\
 &\text{পদত্ব রাশি} = x^2 - 2xy - 35y^2 \\
 &= x^2 - 7xy + 5xy - 35y^2 \\
 &= x(x - 7y) + 5y(x - 7y) \\
 &= (x - 7y)(x + 5y) \\
 &= \{(4x - 3b) - 7(a + 2b)\} \{(4a - 3b) + 5(a + 2b)\} \\
 &= (4a - 3b - 7a - 14b)(4a - 3b + 5a + 10b) \\
 &= (-3a - 17b)(9a + 7b) \\
 &= -(3a + 17b)(9a + 7b) \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

২৯ |  $(a - 1)x^2 + a^2xy + (a + 1)y^2$

$$\begin{aligned}
 \text{সমাধান: } & \\
 &\text{মনে করি, } a - 1 = p \\
 &\text{এবং } a + 1 = q \\
 &\text{(গুণ করে) } a^2 - 1 = pq \\
 &\text{বা, } a^2 = pq + 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{পদতাৰণ} &= px^2 + (pq + 1)xy + qy^2 \\
 &= px^2 + pqxy + xy + qy^2 \\
 &= px(x + 2y) + y(x + 2y) \\
 &= (x + 2y)(px + y) \\
 &= \{x + (a + 1)y\} \{(a - 1)x + y\} [p \neq q \text{ এৰ মান বসিয়ে] \\
 &= (x + ay + y)(ax - x + y) \\
 &= (x + ay + y)(ax - x + y) (\text{Ans.})
 \end{aligned}$$

৩০ |  $24x^4 - 3x$

$$\begin{aligned}
 \text{সমাধান} : & 24x^4 - 3x \\
 &= 3x(8x^3 - 1) \\
 &= 3x\{(2x)^3 - (1)^3\} \\
 &= 3x\{(2x - 1)\{(2x)^2 + 2x \cdot 1 + (1)^2\}\} \\
 &\quad [\because a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)] \\
 &= 3x(2x - 1)(4x^2 + 2x + 1) (\text{Ans.})
 \end{aligned}$$

৩১ |  $(a^2 + b^2)^3 + 8a^3b^3$

$$\begin{aligned}
 \text{সমাধান} : & (a^2 + b^2)^3 + 8a^3b^3 \\
 &= (a^2 + b^2)^3 + (2ab)^3 \\
 &= (a^2 + b^2 + 2ab)\{(a^2 + b^2)^2 - (a^2 + b^2) \cdot 2ab + (2ab)^2\} \\
 &= (a + b)^2\{(a^2)^2 + 2a^2b^2 + (b^2)^2 - 2a^3b - 2ab^3 + 4a^2b^2\} \\
 &= (a + b)^2\{(a^2)^2 + 2a^2 \cdot b^2 + b^4 - 2a^3b - 2ab^3 + 4a^2b^2\} \\
 &= (a + b)^2(a^4 + b^4 + 6a^2b^2 - 2a^3b - 2ab^3) (\text{Ans.})
 \end{aligned}$$

৩২ |  $x^3 + 3x^2 + 3x + 2$

$$\begin{aligned}
 \text{সমাধান} : & x^3 + 3x^2 + 3x + 2 \\
 &= x^3 + 3x^2 + 3x + 1 + 1 \\
 &= (x)^3 + 3.(x)^2 \cdot 1 + 3x \cdot (1)^2 + (1)^3 + 1 \\
 &= (x + 1)^3 + (1)^3 \\
 &= (x + 1 + 1)\{(x + 1)^2 - (x + 1) \cdot 1 + (1)^2\} \\
 &= (x + 2)(x^2 + 2x + 1 - x - 1 + 1) \\
 &= (x + 2)(x^2 + x + 1) (\text{Ans.})
 \end{aligned}$$

৩৩ |  $a^3 - 6a^2 + 12a - 9$

$$\begin{aligned}
 \text{সমাধান} : & a^3 - 6a^2 + 12a - 9 \\
 &= a^3 - 3a^2 - 3a^2 + 9a + 3a - 9 \\
 &= a^2(a - 3) - 3a(a - 3) + 3(a - 3) \\
 &= (a - 3)(a^2 - 3a + 3) (\text{Ans.})
 \end{aligned}$$

৩৪ |  $a^3 - 9b^3 + (a + b)^3$

$$\begin{aligned}
 \text{সমাধান} : & a^3 - 9b^3 + (a + b)^3 \\
 &= a^3 - 8b^3 - b^3 + (a + b)^3 \\
 &= a^3 - b^3 + (a + b)^3 - 2b^3 \\
 &= (a - b)(a^2 + ab + b^2) + (a + b - 2b) \\
 &\quad \{a^2 + 2ab + b^2 + 2ab + 2b^2 + 4b^2\} \\
 &= (a - b)(a^2 + ab + b^2) + (a - b)(a^2 + 4ab + 7b^2) \\
 &= (a - b)(a^2 + ab + b^2 + a^2 + 4ab + 7b^2) \\
 &= (a - b)(2a^2 + 5ab + 8b^2) (\text{Ans.})
 \end{aligned}$$

৩৫ |  $8x^3 + 12x^2 + 6x - 63$

$$\begin{aligned}
 \text{সমাধান} : & 8x^3 + 12x^2 + 6x - 63 \\
 &= (2x)^3 + 3(2x)^2 \cdot 1 + 3 \cdot 2x \cdot 1^2 + 1^3 - 64 \\
 &= (2x + 1)^3 - (4)^3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= (2x + 1 - 4)\{(2x + 1)^2 + (2x + 1) \cdot 4 + (4)^2\} \\
 &= (2x - 3)(4x^2 + 4x + 1 + 8x + 4 + 16) \\
 &= (2x - 3)(4x^2 + 12x + 21) (\text{Ans.})
 \end{aligned}$$

৩৬ |  $8a^3 + \frac{b^3}{27}$

$$\begin{aligned}
 \text{সমাধান} : & 8a^3 + \frac{b^3}{27} \\
 &= (2a)^3 + \left(\frac{b}{3}\right)^3 \\
 &= \left(2a + \frac{b}{3}\right)\left\{(2a)^2 - 2a \cdot \frac{b}{3} + \left(\frac{b}{3}\right)^2\right\} \\
 &= \left(2a + \frac{b}{3}\right)\left(4a^2 - \frac{2ab}{3} + \frac{b^2}{9}\right) \\
 &= \left(\frac{6a + b}{3}\right)\left(\frac{36a^2 - 6ab + b^2}{9}\right) \\
 &= \frac{1}{27}(6a + b)(36a^2 - 6ab + b^2) (\text{Ans.})
 \end{aligned}$$

৩৭ |  $a^3 - \frac{1}{8}$

$$\begin{aligned}
 \text{সমাধান} : & a^3 - \frac{1}{8} \\
 &= (a)^3 - \left(\frac{1}{2}\right)^3 \\
 &= \left(a - \frac{1}{2}\right)\left\{(a)^2 + a \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2\right\} \\
 &= \left(a - \frac{1}{2}\right)\left(a^2 + \frac{1}{2}a + \frac{1}{4}\right) \\
 &= \left(\frac{2a - 1}{2}\right)\left(\frac{4a^2 + 2a + 1}{4}\right) \\
 &= \frac{1}{8}(2a - 1)(4a^2 + 2a + 1) (\text{Ans.})
 \end{aligned}$$

৩৮ |  $\frac{a^6}{27} - b^6$

$$\begin{aligned}
 \text{সমাধান} : & \frac{a^6}{27} - b^6 \\
 &= \left(\frac{a^2}{3}\right)^3 - (b^2)^3 \\
 &= \left(\frac{a^2}{2} - b^2\right)\left\{\left(\frac{a^2}{3}\right)^2 + \frac{a^2}{3} \cdot b^2 + (b^2)^2\right\} \\
 &= \left(\frac{a^2}{2} - b^2\right)\left(\frac{a^4}{9} + \frac{a^2b^2}{3} + b^4\right) (\text{Ans.})
 \end{aligned}$$

৩৯ |  $4a^2 + \frac{1}{4a^2} - 2 + 4a - \frac{1}{a}$

$$\begin{aligned}
 \text{সমাধান} : & 4a^2 + \frac{1}{4a^2} - 2 + 4a - \frac{1}{a} \\
 &= 4a^2 - 2 + \frac{1}{4a^2} + 4a - \frac{1}{a} \\
 &= (2a)^2 - 2 \cdot 2a \cdot \frac{1}{2a} + \left(\frac{1}{2a}\right)^2 + 2\left(2a - \frac{1}{2a}\right) \\
 &= \left(2a - \frac{1}{2a}\right)^2 + 2\left(2a - \frac{1}{2a}\right) \\
 &= \left(2a - \frac{1}{2a}\right)\left(2a - \frac{1}{2a} + 2\right) (\text{Ans.})
 \end{aligned}$$

৮০।  $(3a+1)^3 - (2a-3)^3$

সমাধান :  $(3a+1)^3 - (2a-3)^3$

$$\begin{aligned} &= \{(3a+1) - (2a-3)\} \{(3a+1)^2 + (3a+1)(2a-3) + (2a-3)^2\} \\ &= (3a+1 - 2a+3) \{(3a)^2 + 2.3a.1 + 1^2 + (6a^2 - 9a + 2a - 3) + (2a)^2 - 2.2a.3 + (3)^2\} \\ &= (a+4) \{9a^2 + 6a + 1 + 6a^2 - 7a - 3 + 4a^2 - 12a + 9\} \\ &= (a+4) (19a^2 - 13a + 7) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

৮১।  $(x+5)(x-9) - 15$

সমাধান :  $(x+5)(x-9) - 15$

$$\begin{aligned} &= x^2 - 9x + 5x - 45 - 15 \\ &= x^2 - 4x - 60 \\ &= x^2 - 10x + 6x - 60 \\ &= x(x-10) + 6(x-10) \\ &= (x-10)(x+6) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

৮২।  $(x+2)(x+3)(x+4)(x+5) - 48$

সমাধান :  $(x+2)(x+3)(x+4)(x+5) - 48$

$$\begin{aligned} &= (x+2)(x+5)(x+3)(x+4) - 48 \\ &= (x^2 + 5x + 2x + 10)(x^2 + 4x + 3x + 12) \\ &= (x^2 + 7x + 10)(x^2 + 7x + 12) - 48 \end{aligned}$$

মনে করি,  $x^2 + 7x = x$

প্রদত্ত রাশি,  $(x+10)(x+12) - 48$

$$\begin{aligned} &= x^2 + 12x + 10x + 120 - 48 \\ &= x^2 + 22x + 72 \\ &= x^2 + 18x + 4x + 72 \\ &= x(x+18) + 4(x+18) \\ &= (x+18)(x+4) \\ &= (x^2 + 7x + 18)(x^2 + 7x + 4) \end{aligned}$$

$\because x$  এর মান বসিয়ে

$$= (x^2 + 7x + 18)(x^2 + 7x + 4) \text{ (Ans.)}$$

৮৩।  $(x-1)(x-3)(x-5)(x-7) - 65$

সমাধান :  $(x-1)(x-3)(x-5)(x-7) - 65$

$$\begin{aligned} &= (x-1)(x-7)(x-3)(x-5) - 65 \\ &= (x^2 - 8x + 7)(x^2 - 8x + 15) - 65 \end{aligned}$$

মনে করি,  $x^2 - 8 = 1$

$\therefore$  প্রদত্ত রাশি :  $(a+7)(a+15) - 65$

$$= a^2 + 22a + 105 - 65$$

$$= a^2 + 22a + 40$$

$$= a^2 + 20a + 2a + 40$$

$$= a(a+20) + 2(a+20)$$

$$= (a+20)(a+2)$$

$$= (x^2 - 8 + 20)(x^2 - 8 + 2) \text{ [ } a \text{ এর মান বসিয়ে ] }$$

(Ans.)

৮৪। দেখাও যে,  $x^3 + 9x^2 + 26x + 24 = (x+2)(x+3)(x+4)$

সমাধান :

$$\text{বামপক্ষ} = x^3 + 9x^2 + 26x + 24$$

$$= x^3 + 2x^2 + 26x + 24$$

$$= x^2(x+2) + 7x(x+2) + 12(x+2)$$

$$= (x+2)(x^2 + 7x + 12)$$

$$= (x+2)(x^2 + 3x + 4x + 12)$$

$$= (x+2)\{x(x+3) + 4(x+3)\}$$

$$= (x+2)(x+3)(x+4)$$

$$= \text{ডানপক্ষ}$$

$\therefore$  বামপক্ষ = ডানপক্ষ (দেখানো হলো)

৮৫। দেখাও যে,  $(x+1)(x+2)(3x-1)(3x-4) = (3x^2 + 2x - 1)(3x^2 + 2x - 8)$

সমাধান :

$$\text{বামপক্ষ} = (x+1)(x+2)(3x-1)(3x-4)$$

$$= (x+1)(3x-1)(x+2)(3x-4)$$

$$= (3x^2 - x + 3x - 1)(3x^2 - 4x + 6x - 8)$$

$$= (3x^2 + 2x - 1)(3x^2 + 2x - 8)$$

$$= (3x^2 + 2x - 1)(3x^2 + 2x - 8)$$

$$= \text{ডানপক্ষ}$$

$\therefore$  বামপক্ষ = ডানপক্ষ (দেখানো হলো)

## □ অনুশীলনী- ৩.৮

### পাঠ্যবইয়ের কাজসমূহের সমাধান

□ কাজ : উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর :

১।  $x^3 - 21x - 20$

সমাধান :  $x^3 - 21x - 20$

ধরি,  $f(x) = x^3 - 21x - 20$

তাহলে  $f(-1) = (-1) - 21.(-1) - 20$

$$= -1 + 21 - 20$$

$$= -20 + 20 = 0$$

$\therefore (x+1), f(x)$  এর একটি উৎপাদক

এখন,  $x^3 - 21x - 20$

$$= x^3 + x^2 - x^2 - x - 20x - 20$$

$$= x^2(x+1) - x(x+1) - 20(x+1)$$

$$= (x+1)(x^2 - x - 20)$$

$$= (x+1)(x^2 - 5x + 4x - 20)$$

$$= (x+1)\{x(x-5) + 4(x-5)\}$$

$$= (x+1)(x-5)(x+)(\text{Ans.})$$

২।  $2x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

সমাধান :  $2x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

ধরি,  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

তাহলে,  $f\left(\frac{1}{2}\right) = 2\left(\frac{1}{2}\right)^3 - 3\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 3\left(\frac{1}{2}\right) - 1$

$$= 2 \times \frac{1}{8} - 3 \times \frac{1}{4} + 3 \times \frac{1}{2} - 1$$

$$= \frac{1}{4} - \frac{3}{4} + \frac{3}{2} - 1$$

$$= \frac{1-3+6-4}{4} = \frac{0}{4} = 0$$

$\therefore (2x-1), f(x)$  এর একটি উৎপাদক

এখন,  $2x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

[পৃষ্ঠা-৫৮]

$$\begin{aligned}
 &= 2x^3 - x^2 - 2x^2 + x + 2x - 1 \\
 &= x^2(2x - 1) - x(2x - 1) + 1(2x - 1) \\
 &= (2x - 1)(x^2 - x + 1) \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

৩।  $x^3 + 6x^2 + 11x + 6$

**সমাধান :**  $x^3 + 6x^2 + 11x + 6$

ধরি,  $f(x) = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$

$$\begin{aligned}
 \text{তাহলে, } f(-1) &= (-1)^3 + 6(-1)^2 + 11(-1) + 6 \\
 &= -1 + 6 - 11 + 6
 \end{aligned}$$

$(x+1), f(x)$  এর একটি উৎপাদক

$$\text{এখন, } x^3 + 6x^2 + 11x + 6$$

$$x^3 + x^2 + 5x^2 + 5x + 6x + 6$$

$$x^2(x+1) + 5x(x+1) + 6(x+1)$$

$$(x+1)(x^2 + 5x + 6)$$

$$(x+1)(x^2 + 3x + 2x + 6)$$

$$= (x+1) \{x(x+3) + 2(x+3)\}$$

$$= (x+1)(x+3)(x+2) \text{ (Ans.)}$$

## পাঠ্যবইয়ের উদাহরণসমূহ

উদাহরণ—১।  $x^3 - x - 6$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

**সমাধান :** এখানে,  $f(x) = x^3 - x - 6$  একটি বহুপদী। এর ধৰণ—৬ এর উৎপাদকগুলো হচ্ছে  $\pm 1, \pm 2, \pm 3$  এবং  $\pm 6$ । এখন,  $x = 1, -1$  বসিয়ে দেখি,  $f(x)$  এর মান শূন্য হয় না। কিন্তু  $x = 2$  বসিয়ে দেখি,  $f(x)$  এর মান শূন্য হয়।

অর্থাৎ,  $f(2) = 2^3 - 2 - 6 = 8 - 2 - 6 = 0$

সুতরাং,  $x - 2, f(x)$  বহুপদীটির একটি উৎপাদক।

$$\begin{aligned}
 f(x) &= x^3 - x - 6 \\
 &= x^3 - 2x^2 + 2x^2 - x \\
 &= x^2(x-2) + 2x(x-2) - x \\
 &= (x-2)(x^2 + 2x + 1)
 \end{aligned}$$

উদাহরণ—২।  $x^3 - 3xy^2 + 2y^3$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

**সমাধান :** এখানে,  $x$  কে চলক এবং  $y$  কে ধৰক হিসেবে বিবেচনা করি।

প্রদত্ত রাশিকে  $x$ -এর বহুপদী বিবেচনা করে।

ধরি,  $f(x) = x^3 - 3xy^2 + 2y^3$

$$\begin{aligned}
 \text{তাহলে, } f(y) &= y^3 - 3y \cdot y^2 + 2y^3 \\
 &= 3y^3 - 3y^3 = 0
 \end{aligned}$$

$\therefore (x-y), f(x)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $x^3 - 3xy^2 + 2y^3$

$$\begin{aligned}
 &= x^3 - x^2y + x^2y - xy^2 - 2xy^2 + 2y^3 \\
 &= x^2(x-y) + xy(x-y) - 2y^2(x-y)
 \end{aligned}$$

$$= (x-y)(x^2 + xy - 2y^2)$$

আবার,

$$\text{ধরি, } g(x) = x^2 + xy - 2y^2$$

$$\therefore g(y) = y^2 + y^2 - 2y^2 = 0$$

$$\therefore (x-y), g(x)$$
 এর একটি উৎপাদক

$$x^2 + xy - 2y^2$$

$$= x^2 - xy + 2xy - 2y^2$$

$$= x(x-y) + 2y(x-y)$$

$$= (x-y)(x+2y)$$

$$x^3 - 3xy^2 + 2y^3 = (x-y)^2(x+2y) \text{ (Ans.)}$$

উদাহরণ—৩।  $x^4 + 27x^3a - 16x - 8a$  কে উৎপাদকে

বিবেচনা কর।

**সমাধান :** ধরি,  $f(x) = 54x^4 + 27x^3a - 16x - 8a$

$$\text{তাহলে, } f\left(-\frac{1}{2}a\right) = 54\left(-\frac{1}{2}a\right)^4 + 27a\left(-\frac{1}{2}a\right)^3 -$$

$$16\left(-\frac{1}{2}a\right) - 8a = \frac{27}{8}a^4 - \frac{27}{8}a^4 + 8a - 8a = 0$$

$$x - \left(-\frac{1}{2}a\right) = x + \frac{a}{2}$$

অর্থাৎ,  $2x + a, f(x)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $54x^4 + 27x^3a - 16x - 8a$

$$= 27x^3(2x+a) - 8(2x+a)$$

$$= (2x+a)(27x^3 - 8)$$

$$= (2x+a)\{(3x)^3 - (2)^3\}$$

$$= (2x+a)(3x-2)(9x^2 + 6x + 4) \text{ (Ans.)}$$

## পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান

৩.৪

উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর :

১।  $6x^2 - 7x + 1$

**সমাধান :** প্রদত্ত রাশি =  $6x^2 - 7x + 1$

মনে করি,  $f(x) = 6x^2 - 7x + 1$  একটি বহুপদী

এখানে,  $x = 1$  বসালে,  $f(1) = 6 \cdot 1^2 - 7 \cdot 1 + 1$

$$= 6 - 7 + 1$$

$$= 0$$

সুতরাং  $(x-1), f(x)$  বহুপদীটির একটি উৎপাদক।

এখন,  $6x^2 - 7x + 1$

$$= 6x^2 - 6x - x + 1$$

$$= 6x(x-1) - 1(x-1)$$

$$= (x-1)(6x-1)$$

অতএব, নির্ণেয় উৎপাদক =  $(x-1)(6x-1)$

২।  $3a^3 + 2a + 5$

**সমাধান :** প্রদত্ত রাশি =  $3a^3 + 2a + 5$

মনে করি,  $f(a) = 3a^3 + 2a + 5$

এখানে,  $a = -1$  বসালে,  $f(-1) = 3(-1)^3 + 2(-1) + 5$

$$= -3 - 2 + 5$$

$$= -5 + 5$$

$$= 0$$

সুতরাং  $(x+1), f(x)$  বহুপদীটির একটি উৎপাদক।

এখন,  $3a^3 + 2a + 5$

$$= 3a^3 + 3a^2 - 3a^2 - 3a + 5a + 5$$

$$= 3a^2(a+1) - 3a(a+1) + 5(a+1)$$

$$= (a+1)(3a^2 - 3a + 5)$$

অতএব, নির্ণেয় উৎপাদক =  $(a+1)(3a^2 - 3a + 5)$

৩।  $x^3 - 7xy^2 - 6y^3$

**সমাধান :** প্রদত্ত রাশি =  $x^3 - 7xy^2 - 6y^3$

মনে করি,  $f(x) = x^3 - 7xy^2 - 6y^3$

এখানে,

$$x = -y \text{ বসালে, } f(-y) = (-y)^3 - 7(-y)y^2 - 6y^3$$

$$= -y^3 + 7y^3 - 6y^3$$

$$= 7y^3 - 7y^3$$

$$= 0$$

$\therefore (x+y), f(x)$  বহুপদটির একটি উৎপাদক।

$$\begin{aligned} \text{এখন, } x^3 - 7xy^2 - 6y^3 \\ &= x^3 + x^2y - x^2y - xy^2 - 6xy^2 - 6y^3 \\ &= x^2(x+y) - xy(x+y) - 6y^2(x+y) \\ &= (x+y)(x^2 - xy - 6y^2) \\ &= (x+y)(x^2 - 3xy + 2xy - 6y^2) \\ &= (x+y)\{(x(x-3y) + 2y(x-3y))\} \\ &= (x+y)(x-3y)(x+2y) \end{aligned}$$

অতএব, নির্ণেয় উৎপাদক =  $(x+y)(x-3y)(x+2y)$

৪।  $x^2 - 5x - 6$

**সমাধান:** প্রদত্ত রাশি =  $x^2 - 5x - 6$

মনে করি,  $f(x) = x^2 - 5x - 6$

$$\begin{aligned} \text{এখানে, } x = 6 \text{ বসালে, } f(6) &= (6)^2 - 5.(6) - 6 \\ &= 36 - 30 - 6 \\ &= 36 - 36 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$\therefore (x-6), f(x)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $x^2 - 5x - 6$

$$\begin{aligned} &= x^2 - 6x + x - 6 \\ &= x(x-6) + 1(x-6) \\ &= (x-6)(x+1) \end{aligned}$$

$\therefore$  নির্ণেয় উৎপাদক =  $(x-6)(x+1)$

৫।  $2x^2 - x - 3$

**সমাধান:** প্রদত্ত রাশি =  $2x^2 - x - 3$

মনে করি,  $f(x) = 2x^2 - x - 3$

এখানে,  $x = -1$  বসালে,

$$\begin{aligned} f(-1) &= 2(-1)^2 - (-1) - 3 \\ &= 2 + 1 - 3 \\ &= 3 - 3 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$\therefore (x+1), f(x)$  এর একটি উৎপাদক।

$\therefore x^2 - x - 3$

$$= 2x^2 + 2x - 3x - 3$$

$$= 2x(x+1) - 3(x+1)$$

$$= (x+1)(2x-3)$$

$\therefore$  নির্ণেয় উৎপাদক =  $(x+1)(2x-3)$

৬।  $3x^2 - 7x - 6$

**সমাধান:** প্রদত্ত রাশি =  $3x^2 - 7x - 6$

মনে করি,  $f(x) = 3x^2 - 7x - 6$

এখানে,  $x = 3$  বসালে,  $f(3) = 3(3)^2 - 7(3) - 6$

$$= 27 - 21 - 6$$

$$= 0$$

$\therefore (x-3), f(x)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $3x^2 - 7x - 6$

$$= 3x^2 - 9x + 2x - 6$$

$$= 3x(x-3) + 2(x-3)$$

$$= (x-3)(3x+2)$$

$\therefore$  নির্ণেয় উৎপাদক =  $(x-3)(3x+2)$

৭।  $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$

**সমাধান:** প্রদত্ত রাশি =  $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$

মনে করি,  $f(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$

এখানে,  $x = 2$  বসালে,  $f(2) = 2^3 + 2.2^2 - 5.2 - 6$

$$= 8 + 8 - 10 - 6$$

$$= 16 - 16$$

$$= 0$$

$\therefore (x-2), f(x)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$

$$\begin{aligned} &= x^3 - 2x^2 + 4x^2 - 8x + 3x - 6 \\ &= x^2(x-2) + 4x(x-2) + 3(x-2) \\ &= (x-2)(x^2 + 4x + 3) \\ &= (x-2)(x^2 + 3x + x + 3) \\ &= (x-2)\{x(x+3) + 1(x+3)\} \\ &= (x-2)(x+3)(x+1) \\ \therefore \text{নির্ণেয় উৎপাদক} &= (x-2)(x+1)(x+3) \end{aligned}$$

৮।  $x^3 + 4x^2 + x - 6$

**সমাধান:** প্রদত্ত রাশি =  $x^3 + 4x^2 + x - 6$

মনে করি,  $f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$

এখানে,  $x = 1$  বসালে,  $f(1) = 1^3 + 4.1^2 + 1 - 6$

$$\begin{aligned} &= 1 + 4 + 1 - 6 \\ &= 6 - 6 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$\therefore (x-1), f(x)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $x^3 + 4x^2 + x - 6$

$$= x^3 - x^2 + 5x^2 - 5x + 6x - 6$$

$$= x^2(x-1) + 5x(x-1) + 6(x-1)$$

$$= (x-1)(x^2 + 5x + 6)$$

$$= (x-1)(x^2 + 3x + 2x + 6)$$

$$= (x-1)\{x(x+3) + 2(x+3)\}$$

$$= (x-1)(x+3)(x+2)$$

$\therefore$  নির্ণেয় উৎপাদক =  $(x-1)(x+3)(x+2)$

৯।  $a^3 + 3a + 36$

**সমাধান:** প্রদত্ত রাশি =  $a^3 + 3a + 36$

মনে করি,  $f(a) = a^3 + 3a + 36$

এখানে,  $a = -3$  বসালে,

$$\begin{aligned} f(-3) &= (-3)^3 + 3(-3) + 36 \\ &= -27 - 9 + 36 \\ &= -36 + 36 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$\therefore (x+3), f(x)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $a^3 + 3a + 36$

$$= a^3 + 3a^2 - 3a^2 - 9a + 12a + 36$$

$$= a^2(a+3) - 3a(a+3) + 12(a+3)$$

$$= (a+3)(a^2 - 3a + 12)$$

$\therefore$  নির্ণেয় উৎপাদক =  $(a+3)(a^2 - 3a + 12)$

১০।  $a^4 - 4a + 3$

**সমাধান:** প্রদত্ত রাশি =  $a^4 - 4a + 3$

মনে করি,  $f(a) = a^4 - 4a + 3$

এখানে,  $a = 1$  বসালে,  $f(1) = (1)^4 - 4.1 + 3$

$$= 1 - 4 + 3$$

$$= 4 - 4$$

$$= 0$$

$\therefore (a-1), f(x)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $a^4 - 4a + 3$

$$= a^4 - a^3 + a^2 - a^2 + a^2 - a - 3a + 3$$

$$= a^3(a-1) + a^2(a-1) + a(a-1) - 3(a-1)$$

$$= (a-1)(a^3 + a^2 + a - 3)$$

আবার, মনে করি,  $f'(a) = a^3 + a^2 + a - 3$

এখানে,  $a = 1$  বসালে,  $f'(1) = (1)^3 + 1^2 + 1 - 3$

$$= 0$$

$\therefore (a-1)f'(a)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $a^3 + a^2 + a - 3$

$$= a^3 - a^2 + 2a^2 - 2a + 3a - 3$$

$$= a^2(a-1) + 2a(a-1) + 3(a-1)$$

$$= (a-1)(a^2 + 2a + 3)$$

$\therefore$  নির্ণেয় উৎপাদক =  $(a-1)(a-1)(a^2 + 2a + 3)$

$$11 | a^3 - a^2 - 10a - 8$$

**সমাধান :** প্রদত্ত রাশি =  $a^3 - a^2 - 10a - 8$   
মনে করি,  $f(a) = a^3 - a^2 - 10a - 8$

এখানে,  $a = -1$  বসালে,

$$\begin{aligned} f(-1) &= (-1)^3 - (-1)^2 - 10(-1) - 8 \\ &= -1 - 1 + 10 - 8 \\ &= 10 - 10 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$\therefore (a+1), f(x)$  এর একটি উৎপাদক

$$\begin{aligned} \text{এখন, } a^3 - a^2 - 10a - 8 \\ &= a^3 + a^2 - 2a^2 - 2a - 8a - 8 \\ &= a^2(a+1) - 2a(a+1) - 8(a+1) \\ &= (a+1)(a^2 - 2a - 8) \\ &= (a+1)(a^2 - 4a + 2a - 8) \\ &= (a+1)\{a(a-4) + 2(a-4)\} \\ &= (a+1)(a-4)(a+2) \end{aligned}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় উৎপাদক} = (a+1)(a-4)(a+2)$$

$$12 | x^3 - 3x^2 + 4x - 4$$

**সমাধান :** প্রদত্ত রাশি =  $x^3 - 3x^2 + 4x - 4$   
মনে করি,  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x - 4$

$$\begin{aligned} \text{এখানে, } x = 2 \text{ বসালে, } f(2) &= (2)^3 - 3(2)^2 + 4 \cdot 2 - 4 \\ &= 8 - 12 + 8 - 4 \\ &= 16 - 16 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$\therefore (x-2), f(x)$  এর একটি উৎপাদক

$$\begin{aligned} \text{এখন, } x^3 - 3x^2 + 4x - 4 \\ &= x^3 - 2x^2 - x^2 + 2x + 2x - 4 \\ &= x^2(x-2) - x(x-2) + 2(x-2) \\ &= (x-2)(x^2 - x + 2) \end{aligned}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় উৎপাদক} = (x-2)(x^2 - x + 2)$$

$$13 | a^3 - 7a^2b + 7ab^2 - b^3$$

**সমাধান :** প্রদত্ত রাশি =  $a^3 - 7a^2b + 7ab^2 - b^3$   
মনে করি,  $f(a) = a^3 - 7a^2b + 7ab^2 - b^3$   
এখানে,  $a = b$  বসালে  $f(b) = b^3 - 7b^3 + 7b^3 - b^3$   
 $= 8b^3 - 8b^3$   
 $= 0$

$\therefore (a-b), f(x)$  এর একটি উৎপাদক।

$$\begin{aligned} \text{এখন, } a^3 - 7a^2b + 7ab^2 - b^3 \\ &= a^3 - a^2b - 6a^2b + 6a^2b^2 + ab^2 - b^3 \\ &= a^2(a-b) - 6ab(a-b) + b^2(a-b) \\ &= (a-b)(a^2 - 6ab + b^2) \\ &= (a-b)(a^2 - 6ab + b^2) \end{aligned}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় উৎপাদক} = (a-b)(a^2 - 6ab + b^2)$$

$$14 | x^3 - x - 24$$

**সমাধান :** প্রদত্ত রাশি =  $x^3 - x - 24$

মনে করি,  $f(x) = x^3 - x - 24$

$$\begin{aligned} \text{এখানে, } x = 3 \text{ বসালে, } f(3) &= (3)^3 - 3 - 24 \\ &= 27 - 27 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$\therefore (x-3), f(x)$  এর একটি উৎপাদক

$$\begin{aligned} \text{এখন, } x^3 - x - 2y \\ &= x^3 - 3x^2 + 3x^2 - 9x + 8x - 24 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= x^2(x-3) + 3x(x-3) + 8(x-3) \\ &= (x-3)(x^2 + 3x + 8) \end{aligned}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় উৎপাদক} = (x-3)(x^2 + 3x + 8)$$

$$15 | x^3 + 6x^2y + 11xy^2 + 6y^3$$

**সমাধান :** প্রদত্ত রাশি =  $x^3 + 6x^2y + 11xy^2 + 6y^3$

মনে করি,  $f(x) = x^3 + 6x^2y + 11xy^2 + 6y^3$

এখানে,  $x = -y$  বসালে,

$$\begin{aligned} f(-y) &= (-y)^3 - 6(-y)^2 \cdot y + 11(-y) \cdot y^2 + 6y^3 \\ &= -y^3 + 6y^3 - 11y^3 + 6y^3 \\ &= 12y^3 - 12y^3 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$\therefore (x+y), f(x)$  এর একটি উৎপাদক।

$$\begin{aligned} \text{এখন, } x^3 + 6x^2y + 11xy^2 + 6y^3 \\ &= x^3 + x^2y + 5x^2y + 5xy^2 + 6xy^2 + 6y^3 \\ &= x^2(x+y) + 5xy(x+y) + 6xy^2(x+y) \\ &= (x+y)(x^2 + 5xy + 6y^2) \\ &= (x+y)(x^2 + 2xy + 3xy + 6y^2) \\ &= (x+y)(x+2y)(x+3y) \end{aligned}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় উৎপাদক} = (x+y)(x+2y)(x+3y)$$

$$16 | 2x^4 - 3x^3 - 3x - 2$$

**সমাধান :** প্রদত্ত রাশি =  $2x^4 - 3x^3 - 3x - 2$

$$\begin{aligned} \text{মনে করি, } f(x) &= 2x^4 - 3x^3 - 3x - 2 \\ \text{এখানে, } x = 2 \text{ বসালে, } f(2) &= 2 \cdot 2^4 - 3 \cdot 2^3 - 3 \cdot 2 - 2 \\ &= 32 - 24 - 6 - 2 \\ &= 32 - 32 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$(x-2), f(x)$  এর একটি উৎপাদক

$$\begin{aligned} \text{এখন, } 2x^4 - 3x^3 - 3x - 2 \\ &= 2x^4 - 4x^3 + x^3 - 2x^2 + 2x^2 - 4x + x - 2 \\ &= 2x^3(x-2) + x^2(x-2) + 2x(x-2) + 1(x-2) \\ &= (x-2)(2x^3 + x^2 + 2x + 1) \\ &= (x-2)\{x^2(2x+1) + 1(2x+1)\} \\ &= (x-2)(2x+1)(x^2+1) \end{aligned}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় উৎপাদক} = (x-2)(2x+1)(x^2+1)$$

$$17 | 4x^4 + 12x^3 + 7x^2 - 3x - 2$$

**সমাধান :** প্রদত্ত রাশি =  $4x^4 + 12x^3 + 7x^2 - 3x - 2$

মনে করি,  $f(x) = 4x^4 + 12x^3 + 7x^2 - 3x - 2$

এখানে,  $x = -2$  বসালে,

$$\begin{aligned} f(-2) &= 4(-2)^4 + 12(-2)^3 + 7(-2)^2 - 3(-2) - 2 \\ &= 4 \cdot 16 - 12 \cdot 8 + 28 + 6 - 2 \\ &= 64 - 96 + 28 + 6 - 2 \\ &= 98 - 98 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$(x+2), f(x)$  এর একটি উৎপাদক।

$$\text{এখন, } 4x^4 + 12x^3 + 7x^2 - 3x - 2$$

$$= 4x^4 + 8x^3 + 4x^3 + 8x^2 - x^2 - 2x - x - 2$$

$$= 4x^3(x+2) + 4x^2(x+2) - x(x+2) - 1(x+2)$$

$$= (x+2)(4x^3 + 4x^2 - x - 1)$$

$$= (x+2)(x+1)(4x^2 - 1)$$

$$= (x+2)(x+1)\{(2x)^2 - 1^2\}$$

$$= (x+2)(x+1)(2x+1)(2x-1)$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় উৎপাদক} = (x+1)(x+2)(2x+1)(2x-1)$$

$$18 | x^6 - x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - x$$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান: } & \text{প্রদত্ত রাশি} = x^6 - x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - x \\ & = x(x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1) \\ & = x\{x^4(x-1) + x^2(x-1) + 1(x-1)\} \\ & = x(x-1)(x^4 + x^2 + 1) \\ & = x(x-1)\{(x^2)^2 + 2.x^2.1 + (1)^2 - x^2\} \\ & = x(x-1)\{(x^2+1)^2 - (x^2)\} \\ & = x(x-1)(x^2+1+x)(x^2+1-x) \\ & = x(x-1)(x^2+x+1)(x^2-x+1) \end{aligned}$$

∴ নির্ণেয় উৎপাদক =  $x(x-1)(x^2+x+1)(x^2-x+1)$

$$19 | 4x^3 - 5x^2 + 5x - 1$$

সমাধান:

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = 4x^3 - 5x^2 + 5x - 1$$

মনে করি,  $f(x) = 4x^3 - 5x^2 + 5x - 1$ .

$$\begin{aligned} \text{এখানে } f\left(\frac{1}{4}\right) &= 4\left(\frac{1}{4}\right)^3 - 5\left(\frac{1}{4}\right)^2 + 5, \frac{1}{4} - 1 \\ &= 4 \cdot \frac{1}{64} - 5 \cdot \frac{1}{16} + \frac{5}{4} - 1 \\ &= \frac{1}{16} - \frac{5}{16} + \frac{5}{4} - 1 \\ &= \frac{1 - 5 + 20 - 16}{16} \\ &= \frac{21 - 21}{16} \\ &= \frac{0}{16} = 0 \end{aligned}$$

∴  $x - \frac{1}{4} = 4x - 1$ ,  $f(x)$  এর একটি উৎপাদক।

$$\therefore 4x^3 - 5x^2 + 5x - 1$$

$$= 4x^3 - x^2 - 4x^2 + x + 4x - 1$$

$$= x^2(4x-1) - x(4x-1) + 1(4x-1)$$

$$= (4x-1)(x^2-x+1)$$

∴ নির্ণেয় উৎপাদক =  $(4x-1)(x^2-x+1)$

$$20 | 8x^3 + 15x^2 - x - 2$$

সমাধান:

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = 8x^3 + 15x^2 - x - 2$$

মনে করি,  $f(x) = 8x^3 + 15x^2 - x - 2$

$$\text{এখানে } f\left(\frac{1}{3}\right) = 18\left(\frac{1}{3}\right)^3 + 15\left(\frac{1}{3}\right)^2 - \frac{1}{3} - 2$$

$$= 18 \cdot \frac{1}{27} + 15 \cdot \frac{1}{9} - \frac{1}{3} - 2$$

$$= \frac{18}{27} + \frac{15}{9} - \frac{1}{3} - 2$$

$$= \frac{18 + 45 - 9 - 54}{27}$$

$$= \frac{63 - 63}{27}$$

$$= \frac{0}{27} = 0$$

$$\therefore x - \frac{1}{3} = 3x - 1$$

$f(x)$  এর একটি উৎপাদক

$$\therefore 8x^3 + 15x^2 - x - 2$$

$$= 6x^2(3x-1) + 7x(3x-1) + 2(3x-1)$$

$$= (3x-1)(6x^2 + 7x + 2)$$

$$= (3x-1)(6x^2 + 4x + 3x + 2)$$

$$= (3x-1)\{2x(3x+2) + 1(3x+2)\} = (3x-1)(3x+2)(2x+1)$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় উৎপাদক} = (3x-1)(3x+2)(2x+1)$$

## □ অনুশীলনী- ৩.৫

### পাঠ্যবইয়ের কাজসমূহের সমাধান

□ কাজ-১: এক ব্যক্তি স্বোত্তের প্রতিকূলে দাঁড় বেঘে ঘণ্টায় 2 কি.মি. বেগে যেতে পারে। স্বোত্তের বেগ ঘণ্টায় 3 কি.মি. হলে, স্বোত্তের অনুকূলে 32 কি.মি. যেতে তার কত সময় লাগে? [পৃষ্ঠা- ৬৩]

সমাধান: মনে করি,  
দাঁড়ের বেগ ঘণ্টায়  $x$  কি.মি.

এবং স্বোত্তের " " "  $y$  কি.মি.

স্বোত্তের অনুকূলে বেগ ঘণ্টায়  $(x+y)$  কি.মি.

স্বোত্তের প্রতিকূলে বেগ ঘণ্টায়  $(x-y)$  কি.মি.

দেওয়া আছে, স্বোত্তের বেগ ঘণ্টায় = 3 কি.মি.

অর্থাৎ  $y = 3$  কি.মি.

প্রশ্নানুসারে,  $x - y = 2$

বা,  $x - 3 = 2$

বা,  $x = 2 + 3$

∴  $x = 5$

∴ দাঁড়ের বেগ ঘণ্টায় 5 কি.মি.

স্বোত্তের অনুকূলে বেগ ঘণ্টায়  $(5+3)$  কি.মি.

বা, 8 কি.মি.

মনে করি, স্বোত্তের অনুকূলে 32 কি.মি. যেতে তার  $d$  ঘণ্টা সময় লাগবে।

জানা আছে, বেগ  $\times$  সময় = দূরত্ব

প্রশ্নানুসারে,  $8 \times d = 32$

$$\text{বা, } d = \frac{32}{8}$$

$$\therefore d = 4$$

∴ নির্ণেয় সময় 4 ঘণ্টা

বীজগাণিতিক সমস্যা

কাজ-২: টাকায় 10টি লেবু বিক্রয় করায় n% ক্ষতি হয়।  
z% লাভ করতে হলে, টাকায় কমাচি লেবু বিক্রয় করতে হবে?

সমাধান: মনে করি, 10টি লেবুর ক্রয়মূল্য p টাকা [পৃষ্ঠা-৬৫]

$$n\% \text{ ক্ষতিতে } 10\text{টি লেবুর বিক্রয়মূল্য } p \text{ টাকা}$$

$$= (p - p \text{ এর } n\%) \text{ টাকা}$$

$$= \left( p - p \text{ এর } \frac{n}{100} \right) \text{ টাকা}$$

$$= \left( p - \frac{pn}{100} \right) \text{ টাকা}$$

$$= \frac{100p - pn}{100} \text{ টাকা}$$

$$= \frac{p(100 - n)}{100} \text{ টাকা}$$

$$\text{প্রশ্নতে } = \frac{p(100 - n)}{100} = 1$$

$$\text{বা, } p(100 - n) = 100$$

$$\therefore p = \frac{100}{100 - n}$$

$$\therefore 10\text{টি লেবুর ক্রয়মূল্য } \frac{100}{100 - n} \text{ টাকা}$$

$$z\% \text{ লাভে } 10\text{টি লেবুর বিক্রয়মূল্য}$$

$$= \left( \frac{100}{100 - n} + \frac{100}{100 - n} \text{ এর } z\% \right) \text{ টাকা}$$

$$= \left( \frac{100}{100 - n} + \frac{100}{100 - n} \text{ এর } \frac{z}{100} \right) \text{ টাকা}$$

$$= \left( \frac{100}{100 - n} + \frac{z}{100 - n} \right) \text{ টাকা}$$

$$= \frac{100 + z}{100 - n} \text{ টাকা}$$

$$\frac{100 + z}{100 - n} \text{ টাকায় } 10\text{টি লেবু বিক্রয় করলে,}$$

$$\text{টাকায় বিক্রয় করতে হবে } \frac{10(100 - n)}{100 + z} \text{ টি লেবু। (Ans.)}$$

বিকল্প সমাধান :

n% ক্ষতিতে, ক্রয়মূল্য 100 টাকা হলে বিক্রয়মূল্য  $(100 - n)$  টাকা

1 টাকায় বিক্রি করে 10টি লেবু

$$\therefore (100 - n) " " 10(100 - n) \text{ টি লেবু}$$

আবার,

z% লাভে, ক্রয়মূল্য 100 টাকা হলে বিক্রয়মূল্য  $(100 + z)$

$\therefore z\%$  লাভ করতে হলে,

$$(100 + z) \text{ টাকায় বিক্রি করতে হবে } 10(100 - n) \text{ টি লেবু}$$

$$1 " " " " \frac{10(100 - n)}{100 + z} \text{ টি লেবু}$$

সুতরাং টাকায়  $\frac{10(100 - n)}{100 + z}$  টি লেবু বিক্রি করতে হবে।

৩। বার্ষিক 4 টাকার  $6\frac{1}{2}\%$  হারে সরল মুনাফার 750 টাকার 4

টাকার সর্বাধিমূল কত টাকা হবে?

সমাধান: দেওয়া আছে,

$$\text{সরল মুনাফার হার, } r = 6\frac{1}{2}\% = \frac{13}{2}\%$$

$$= \frac{13}{2 \times 100}$$

$$= \frac{13}{200}$$

$$\text{মূলধন, } p = 750 \text{ টাকা}$$

$$\text{সময়, } n = 4 \text{ বছর}$$

জানা আছে,

সরল মুনাফার ক্ষেত্রে,

$$\text{সর্বাধিমূল, } s = p(1 + nr)$$

$$= 750 \left( 1 + 4 \times \frac{13}{200} \right) \text{ টাকা}$$

$$= 750 \left( 1 + \frac{13}{50} \right) \text{ টাকা}$$

$$= 750 \times \frac{63}{50} \text{ টাকা}$$

$$945 \text{ টাকা (Ans.)}$$

৪। বার্ষিক 4 টাকা হারে চক্ৰবৃদ্ধি মুনাফায় 2000 টাকার 3 বছরের

সর্বাধিমূল নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে,

$$\text{মুনাফার হার, } r = 4\% = \frac{4}{100} = \frac{1}{25}$$

$$\text{মূলধন, } p = 2000 \text{ টাকা।}$$

$$\text{সময়, } n = 3 \text{ বছর।}$$

জানা আছে,

চক্ৰবৃদ্ধি মুনাফার ক্ষেত্রে,

$$\text{সর্বাধিমূল, } c = p(1 + r)^n$$

$$= 2000 \left( 1 + \frac{1}{25} \right)^3$$

$$= 2000 \times \left( \frac{26}{25} \right)^3 \text{ টাকা}$$

$$= 2000 \times \frac{26}{25} \times \frac{26}{25} \times \frac{26}{25} \text{ টাকা}$$

$$= \frac{16 \times 26 \times 26 \times 26}{125} \text{ টাকা}$$

$$= 2249.728 \text{ টাকা (Ans.)}$$

# পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান

৩.৫

- ১।  $x^2 - 7x + 6$  এর উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূপ নিচের কোনটি?
- ক)  $(x - 2)(x - 3)$
  - খ)  $(x - 1)(x + 8)$
  - গ)  $(x - 1)(x - 6)$
  - ঘ)  $(x + 1)(x + 6)$
- উত্তর : গ)  $(x - 1)(x - 6)$
- ২।  $f(x) = x^2 - 4x + 4$  হলে,  $f(2)$  এর মান নিচের কোনটি?
- ক) 4
  - খ) 2
  - গ) 1
  - ঘ) 0
- উত্তর : ঘ) 0
- ৩।  $x + y = x - y$  হলে,  $y$  এর মান নিচের কোনটি?
- ক) -1
  - খ) 0
  - গ) 1
  - ঘ) 2
- উত্তর : ঘ) 0
- ৪।  $\frac{x^2 + 3x^3}{x + 3x^2}$  এর সর্বোচ্চ রূপ নিচের কোনটি?
- ক)  $x^2$
  - খ)  $x$
  - গ) 1
  - ঘ) 0
- উত্তর : খ)  $x$
- ৫।  $\frac{1-x^2}{1-x}$  এর সর্বোচ্চ রূপ নিচের কোনটি?
- ক) 1
  - খ)  $x$
  - গ)  $(1-x)$
  - ঘ)  $(1+x)$
- উত্তর : ঘ)  $(1+x)$
- ৬।  $\frac{1}{2} \{(a+b)^2 - (a-b)^2\}$  এর মান নিচের কোনটি?
- ক)  $2(a^2 + b^2)$
  - খ)  $a^2 + b^2$
  - গ)  $2ab$
  - ঘ)  $4ab$
- উত্তর : গ)  $2ab$
- ৭।  $x + \frac{2}{x} = 3$  হলে,  $x^3 + \frac{8}{x^3}$  এর মান কত?
- ক) 1
  - খ) 8
  - গ) 9
  - ঘ) 16
- উত্তর : গ) 9
- ৮।  $p^4 + p^2 + 1$  এর উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূপ নিচের কোনটি?
- ক)  $(p^2 - p + 1)(p^2 + p - 1)$
  - খ)  $(p^2 - p - 1)(p^2 + p + 1)$
  - গ)  $(p^2 + p + 1)(p^2 + p + 1)$
  - ঘ)  $(p^2 + p + 1)(p^2 - p + 1)$
- উত্তর : ঘ)  $(p^2 + p + 1)(p^2 - p + 1)$
- ৯।  $x^2 - 5x + 4$  এর উৎপাদক কত?
- ক)  $(x - 1)(x - 4)$
  - খ)  $(x + 1)(x - 4)$
  - গ)  $(x + 2)(x - 2)$
  - ঘ)  $(x - 5)(x - 1)$
- উত্তর : ক)  $(x - 1)(x - 4)$
- ১০।  $(x - 7)(x - 5)$  এর মান কত?
- ক)  $x^2 + 12x + 35$
  - খ)  $x^2 + 12x - 35$
  - গ)  $x^2 - 12x + 35$
  - ঘ)  $x^2 - 12x - 35$
- উত্তর : গ)  $x^2 - 12x + 35$
- ১১।  $\frac{2.9 \times 2.9 - 1.1 \times 1.1}{2.9 - 1.1}$  এর মান কত?
- ক) 1.8
  - খ) 1.9
  - গ) 2
  - ঘ) 4
- উত্তর : ঘ) 4
- ১২। যদি  $x = 2 - \sqrt{3}$  হয়, তবে  $x^2$  এর মান কত?
- ক) 1
  - খ)  $7 - 4\sqrt{3}$
  - গ)  $2 + \sqrt{3}$
  - ঘ)  $\frac{1}{2 - \sqrt{3}}$
- উত্তর : খ)  $7 - 4\sqrt{3}$
- ১৩।  $f(x) = x^2 - 5x + 6$  এবং  $f(x) = 0$  হলে  $x =$  কত?
- ক) 2, 3
  - খ) -5, 1
  - গ) -2, 3
  - ঘ) 1, -5
- উত্তর : ক) 2, 3.
- ১৪।
- |     |            |
|-----|------------|
| $x$ | $+ 6$      |
| $x$ | $x^2 - 6x$ |
| -5  | $-5x - 30$ |
- উপরের টিকের সর্বমোট ক্ষেত্রফল নিচের কোনটি?
- ক)  $x^2 - 5x + 30$
  - খ)  $x^2 + x - 30$
  - গ)  $x^2 + 6x - 30$
  - ঘ)  $x^2 - x + 30$
- উত্তর : খ)  $x^2 + x - 30$
- ১৫। ক যে কাজ  $x$  দিলে সম্পন্ন করতে পারে, খ সে কাজ  $3x$  দিলে সম্পন্ন করতে পারে। একই সময়ে ক, খ এর কত গুণ কাজ করে?
- ক) 2 গুণ
  - খ)  $\frac{1}{2}$  গুণ
  - গ) 3 গুণ
  - ঘ) 4 গুণ
- উত্তর : গ) 3 গুণ
- ১৬।  $a + b = -c$  হলে,  $a^2 + 2ab + b^2$  এর মান  $c$  এর মাধ্যমে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি হবে?
- ক)  $-c^2$
  - খ)  $c^2$
  - গ)  $bc$
  - ঘ)  $ca$
- উত্তর : খ)  $c^2$
- ১৭।  $x + y = 3$ ,  $xy = 2$  হলে,  $x^3 + y^3$  এর মান কত?
- ক) 9
  - খ) 18
  - গ) 19
  - ঘ) 27
- উত্তর : ক) 9
- ১৮।  $8x^3 + 27y^3$  এর উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূপ কোনটি?
- ক)  $(2x - 3y)(4x^2 + 6xy + 9y^2)$
  - খ)  $(2x + 3y)(4x^2 - 6xy + 9y^2)$
  - গ)  $(2x - 3y)(4x^2 - 9y^2)$
  - ঘ)  $(2x + 3y)(4x^2 + 9y^2)$
- উত্তর : খ)  $(2x + 3y)(4x^2 - 6xy + 9y^2)$
- ১৯।  $9x^2 + 16y^2$  এর সাথে কত যোগফল পূর্ণবর্গ রাশি হবে?
- ক)  $6xy$
  - খ)  $12xy$
  - গ)  $24xy$
  - ঘ)  $144xy$
- উত্তর : গ)  $24xy$

- ২০।  $x - y = 4$  হলে, নিচের কোন উত্তি সঠিক?
- ক)  $x^3 - y^3 - 4xy = 65$       খ)  $x^3 - y^3 - 12xy = 12$   
 গ)  $x^3 - y^3 - 3xy = 64$       ঘ)  $x^3 - y^3 - 12xy = 64$
- উত্তর : ঘ)  $x^3 - y^3 - 12xy = 64$

- ২১।  $x^4 - x^2 + 1 = 0$  হয় তবে

১.  $x^2 + \frac{1}{x^2} =$  কত?

- ক) 4      খ) 2  
 গ) 1      ঘ) 0

উত্তর : গ) 1

২.  $(x + \frac{1}{x})^3$  এর মান কত?

- খ) 3  
 ক) 4  
 গ) 2

উত্তর : ঘ) 3

৩.  $x^3 + \frac{1}{x^3} =$  কত?

- ক) 3  
 গ) 1  
 ঘ) 0

উত্তর : ঘ) 0

- ২২। ক একটি কাজ  $p$  দিনে করে এবং খ  $2p$  দিনে করে। তারা একটি কাজ আরম্ভ করে এবং কয়েকদিন পর ক কাজটি অসমাপ্ত রেখে চলে গেল। বাকি কাজটুকু খ  $r$  দিনে শেষ করে। কাজটি কত দিনে শেষ হয়েছিল?

সমাধান : ধরি, কাজটি সর্বমোট  $x$  দিনে শেষ হয়।

∴ ক ও খ একত্রে কাজ করে  $(x - r)$  দিন এবং খ একা করে  $r$  দিন।

ক এক দিনে করে কাজটির  $\frac{1}{p}$  অংশ কাজ।

খ এক দিনে করে কাজটির  $\frac{1}{2p}$  অংশ কাজ।

ক ও খ একত্রে একদিনে করে কাজটির  $\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{2p}\right)$  অংশ  
 $= \frac{3}{2p}$  অংশ

∴ ক ও খ একত্রে  $(x - r)$  দিনে করে কাজটির  $\frac{3(x - r)}{2p}$  অংশ

খ একা  $r$  দিনে করে কাজটির  $\frac{r}{2p}$  অংশ

প্রশ্নমতে, [(ক + খ) এর  $(x - r)$  দিনের কাজ]

+ [খ এর  $r$  দিনের কাজ] = [সম্পূর্ণ কাজ]

$$\frac{3(x - r)}{2p} + \frac{r}{2p} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{3(x - r) + r}{2p} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{3x - 3r + r}{2p} = 1$$

$$\text{বা, } 3x - 2r = 2p \text{ [আড় গুণন করো]}$$

$$\text{বা, } 3x = 2p + 2r$$

$$\therefore x = \frac{2(p + r)}{3}$$

∴  $\frac{2(r + p)}{3}$  দিনে কাজটি শেষ হয়েছিল। (Ans.)

- ২৩। দৈনিক 8 ঘন্টা পরিশ্রম করে 50 জন লোক একটি কাজ 12 দিনে করতে পারে। দৈনিক কত ঘন্টা পরিশ্রম করে 60 জনে 16 দিনে ঐ কাজ করতে পারবে?

সমাধান : 50 জন লোকে একটি কাজ 12 দিনে শেষ করে দৈনিক 8 ঘন্টা পরিশ্রম করে

$$\therefore 1 \text{ " " " } 12 \text{ " " " } = 8 \times 50 \text{ " " }$$

$$\therefore 1 \text{ " " " } 1 \text{ " " " } = 8 \times 50 \times 12 \text{ " " }$$

$$\therefore 60 \text{ " " " } 16 \text{ " " " } = \frac{8 \times 50 \times 12}{60 \times 16} \text{ " " }$$

$$= 5 \text{ ঘন্টা পরিশ্রম করে}$$

২৪। মিতা একটি কাজ  $x$  দিলে করতে পারে। রিতা সে কাজ  $y$  দিলে করতে পারে। তারা একজো কত দিলে কাজটি শেষ করতে পারবে?

**সমাধান :** মনে করি, সম্পূর্ণ কাজের পরিমাণ = 1  
এখন, মিতা  $x$  দিলে করে । টি কাজ

$$\therefore " 1 " \cdot \frac{1}{x} \text{ অংশ কাজ} \\ \text{আবার, } \text{রিতা } y \text{ দিলে করে । টি কাজ}$$

$$\therefore " 1 " \cdot \frac{1}{y} \text{ অংশ }$$

$$(\text{মিতা} + \text{রিতা}) \text{ একজো } 1 \text{ দিলে করে = } \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) \text{ অংশ কাজ} \\ = \frac{x+y}{xy} "$$

(মিতা + রিতা) একজো  $\frac{x+y}{xy}$  অংশ কাজ করে । দিনে

$$\therefore " 1 " \text{ বা } \text{সম্পূর্ণ } " " = \frac{xy}{x+y} \\ = \frac{xy}{x+y} \text{ দিনে}$$

অতএব, তারা  $\frac{xy}{x+y}$  দিলে কাজটি শেষ করতে পারবে।

২৫। বনভোজনে যাওয়ার জন্য 5700 টাকায় একটি বাস ভাড়া করা হলো এবং শর্ত হলো যে, প্রত্যেক যাত্রী সমান ভাড়া বহন করবে। 5 জন যাত্রী না যাওয়ায় মাথাপিছু ভাড়া 3 টাকা বৃদ্ধি পেল। বাসে কত জন যাত্রী গিয়েছিল।

**সমাধান :** মনে করি, বনভোজনে যাওয়ার জন্য আগ্রহী যাত্রী সংখ্যা =  $x$

$$\therefore \text{মাথাপিছু ভাড়া হত} = \frac{5700}{x} \text{ টাকা}$$

$$5 \text{ জন না আসায় যাত্রী সংখ্যা হল} = x - 5$$

$$\therefore \text{মাথা পিছু ভাড়া হল} = \frac{5700}{x-5} \text{ টাকা}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{5700}{x-5} = \frac{5700}{x} + 3$$

$$\text{বা, } \frac{5700}{x-5} - \frac{5700}{x} = 3$$

$$\text{বা, } 5700 \left( \frac{1}{x-5} - \frac{1}{x} \right) = 3$$

$$\text{বা, } 5700 \left( \frac{x-x+5}{x(x-5)} \right) = 3$$

$$\text{বা, } 5700 \left( \frac{5}{x(x-5)} \right) = 3$$

$$\text{বা, } \frac{5 \times 5700}{x(x-5)} = 3$$

$$\text{বা, } \frac{5 \times 5700}{x^2 - 5x} = 3$$

$$\text{বা, } \frac{1900 \times 5}{x^2 - 5x} = 1. \quad [\text{উভয় পক্ষকে } 3 \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\text{বা, } x^2 - 5x = 9500$$

$$\text{বা, } x^2 - 5x - 9500 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 5x - 9500 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 100x + 95x - 9500 = 0$$

$$\text{বা, } x(x-100) + 95(x-100) = 0$$

$$\text{বা, } (x-100)(x+95) = 0$$

$$\text{হয়, } x-100 = 0 \quad | \quad x+95 = 0$$

$$x = 100 \quad | \quad x = -95$$

$$\therefore x = 100 \quad | \quad \text{গ্রহণযোগ্য নয়। কারণ যাত্রী}$$

সংখ্যা ক্ষণাত্মক হতে পারে না

অতএব, বাসে গিয়েছিল  $(100 - 5) = 95$  জন যাত্রী।

২৬। একজো মার্কিং স্টোরের প্রতিকূলে  $p$  ফটায়  $d$  কি. মি যেতে পারে। স্টোরের অনুকূলে ঐ পথ যেতে তার  $q$  ফটা লাগে।  
স্টোরের বেগ ও নৌকার বেগ কত?

**সমাধান :** স্টোরের প্রতিকূলে  $p$  ফটায় যায়  $d$  কি. মি পথ

$$\therefore " 1 " = \frac{d}{p} "$$

আবার, স্টোরের অনুকূলে 2 ফটায় যায়  $d$  কি. মি পথ

$$\therefore " 1 " = \frac{d}{q} "$$

মনে করি, স্টোরের বেগ ফটায় =  $y$  কি. মি

এবং নৌকার বেগ " =  $x$  কি. মি

$$\text{প্রশ্নমতে, } x + y = \frac{d}{q} \quad \text{(i)}$$

$$x - y = \frac{d}{p} \quad \text{(ii)}$$

$$\text{এখন, } \text{সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই, } 2x = \frac{d}{q} + \frac{d}{p}$$

$$\text{বা, } 2x = d \left( \frac{1}{q} + \frac{1}{p} \right)$$

$$\therefore x = \frac{d}{2} \left( \frac{1}{q} + \frac{1}{p} \right)$$

আবার, সমীকরণ (i) ও (ii) বিয়োগ করে পাই,

$$2y = \left( \frac{d}{q} - \frac{d}{p} \right)$$

$$\text{বা, } 2y = d \left( \frac{1}{q} - \frac{1}{p} \right)$$

$$\therefore y = \frac{d}{2} \left( \frac{1}{q} - \frac{1}{p} \right)$$

অতএব, নৌকার বেগ ঘন্টায়  $\frac{d}{2} \left( \frac{1}{q} - \frac{1}{p} \right)$  কি. মি.

এবং স্টোরের বেগ ঘন্টায়  $\frac{d}{2} \left( \frac{1}{q} + \frac{1}{p} \right)$  কি. মি.

(পর) মাধ্যমিক গণিত

- ২৭। একজন মাঝির দাঢ়ি বেগে 15 কি.মি. যেতে এবং সেখান থেকে কিরে আসতে 4 ফটা সময় লাগে। সে দ্রোতের অঙ্কুলে  
বক্ষগে 5 কি.মি. যায়, দ্রোতের অতিরুলে ততক্ষণে 3 কি.মি. যায়। দাঢ়ির বেগ ও দ্রোতের বেগ নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, দাঢ়ির বেগ ঘণ্টায়  $x$  কি.মি.

দ্রোতের বেগ ঘণ্টায়  $y$  কি.মি.

প্রশ্নানুসারে,

$$\frac{15}{x+y} + \frac{15}{x-y} = 4$$

$$\text{বা, } \frac{15(x-y) + 15(x+y)}{(x+y)(x-y)} = 4$$

$$\text{বা, } 15x - 15y + 15x + 15y = 4(x+y)(x-y)$$

$$\text{বা, } 30x = 4(x^2 - y^2)$$

$$\text{বা, } 15x = 2(x^2 - y^2) \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{আবার, } \frac{5}{x+y} = \frac{3}{x-y}$$

$$\text{বা, } 5x - 5y = 3x + 3y$$

$$\text{বা, } 5x - 3x = 3y + 5y$$

$$\text{বা, } 2x = 8y$$

$$\text{বা, } x = 4y \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

(ii) নৎ সমীকরণ থেকে  $x$  এর মান (i) নৎ সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$15 \times 4y = 2\{(5y)^2 - y^2\}$$

$$\text{বা, } 60y = 2(16y^2 - y^2)$$

$$\text{বা, } 60y = 2 \times 15y^2$$

$$\text{বা, } 60y = 30y^2$$

$$\text{বা, } 2 = y$$

$$\therefore y = 2$$

এখন,  $y$  এর মান (ii) নৎ সমীকরণে বসাই,

$$\begin{aligned} x &= 4 \times 2 \\ &= 8 \end{aligned}$$

$\therefore$  নির্ণেয় দাঢ়ির বেগ 8 কি.মি. (ঘণ্টা)

এবং দ্রোতের বেগ 2 কি.মি. (ঘণ্টা)।

- ২৮। একটি চৌবাচায় দুইটি নল সংযুক্ত আছে। প্রথম নল দ্বারা চৌবাচাটি  $t_1$  মিনিটে পূর্ণ হয় এবং দ্বিতীয় নল দ্বারা  $t_2$  মিনিটে খালি  
হয়। নল দুটি একত্রে খুলে দিলে খালি চৌবাচাটি কতক্ষণে পূর্ণ হবে? (এখানে  $t_1 > t_2$ )

সমাধান : ১ম নল দ্বারা,  $t_1$  মিনিটে পূর্ণ হয়। (সম্পূর্ণ) ট্যাঙ্ক

$$\therefore 1 \text{ " } " \text{ " } \frac{1}{t_1} \text{ " }$$

আবার, ২য় নল দ্বারা,  $t_2$  মিনিটে খালি হয়। (সম্পূর্ণ) ট্যাঙ্ক

$$\therefore 1 \text{ " } " \text{ " } \frac{1}{t_2} \text{ " }$$

দুইটি নল একত্রে খুলে দিলে ১ মিনিটে পূর্ণ হয়

$$= \left( \frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2} \right)$$

$$= \frac{t_2 - t_1}{t_1 t_2} \text{ ট্যাঙ্ক}$$

দুইটি নল একত্রে খুলে দিলে  $\frac{t_2 - t_1}{t_1 t_2}$  ট্যাঙ্ক পূর্ণ হয় = ১ মিনিটে

$$\therefore " " " " 1 \text{ বা } \text{সম্পূর্ণ } " = \frac{t_1 t_2}{t_2 - t_1} "$$

$\therefore$  নির্ণেয় ট্যাঙ্কটি  $\frac{t_1 t_2}{t_2 - t_1}$  মিনিটে পূর্ণ হবে।

২৯। একটি নল দ্বারা 12 মিনিটে একটি চৌবাচ্চা পূর্ণ হয়। অপর একটি নল দ্বারা 1 মিনিটে তা থেকে 15 লিটার পানি দেবে একসঙ্গে খুলে দেওয়া হয় এবং চৌবাচ্চাটি 48 মিনিটে পূর্ণ হয়। চৌবাচ্চাটিতে কত লিটার পানি ধরে?

**সমাধান:** মনে করি, প্রথম নল দ্বারা প্রতি মিনিটে  $x$  লিটার পানি প্রবেশ করে এবং চৌবাচ্চাটিতে মোট  $y$  লিটার প্রশান্তসারে, প্রথম নল দ্বারা 12 মিনিটে খালি চৌবাচ্চাটি পূর্ণ হয়।

$$\therefore y = 12x$$

$$\text{বা, } x = \frac{y}{12}. \quad \text{(i)}$$

আবার, দুইটি নল দ্বারা 48 মিনিটে খালি চৌবাচ্চাটি পূর্ণ হয়।

$$\therefore y = 48x - 48 \times 15 \quad \text{(ii)}$$

$x$  এর মান (ii) নং সূমীকরণে বসাই,

$$y = 48 \times \frac{y}{12} - 720$$

$$\text{বা, } y = 4y - 720$$

$$\text{বা, } 4y - y = 720$$

$$\text{বা, } 3y = 720$$

$$\text{বা, } y = \frac{720}{3} = 240$$

$$\therefore y = 240$$

চৌবাচ্চাটিতে মোট 240 লিটার পানি ধরে।

৩০। একটি কলম 11 টাকায় বিক্রয় করলে 10% লাভ হয়। কলমটির ক্রয়মূল্য কত?

**সমাধান:** 10% লাভে ক্রয়মূল্য 100 টাকা

$$= (100 + 10) \text{ টাকা}$$

$$= 110 \text{ টাকা}$$

বিক্রয়মূল্য 110 টাকা হলে ক্রয়মূল্য = 100 টাকা

$$\therefore " 1 " " " = \frac{100}{110} "$$

$$\therefore " 11 " " " = \frac{100 \times 11}{110} \text{ টাকা}$$

$$= 10 \text{ টাকা}$$

নির্ণেয় কলমটির ক্রয়মূল্য 10 টাকা।

৩১। একটি খাতা 36 টাকায় বিক্রয় করায় যত ক্ষতি হলো, 72 টাকায় বিক্রয় করলে তার দ্বিগুণ লাভ হতো, খাতাটির ক্রয়মূল্য কত?

**সমাধান:** মনে করি, খাতাটির ক্রয়মূল্য =  $x$  টাকা

এখন, 36 টাকায় বিক্রয় করলে ক্ষতি হয় =  $(x - 36)$  টাকা

$$72 " " " \text{ লাভ হয়} = (72 - x) "$$

$$\text{শর্তমতে, } (x - 36) \times 2 = 72 - x$$

$$\text{বা, } 2x - 72 = 72 - x$$

$$\text{বা, } 2x + x = 72 + 72$$

$$\text{বা, } 3x = 144$$

$$\text{বা, } x = \frac{144}{3}$$

$$\therefore x = 48 \text{ টাকা}$$

নির্ণেয় খাতাটির ক্রয়মূল্য 48 টাকা।

৩২। ক, খ ও গ এর মধ্যে 260 টাকা এবং পের দাও বেলক এর অংশের 2 গুণ, খ এর অংশের 3 গুণ এবং গ এর অংশের 4 গুণ পরম্পর সমান হয়।

**সমাধান:** মনে করি, ক এর অংশ  $\times 2 =$  খ এর অংশ  $\times 3 =$  গ এর অংশ  $\times 4 = x$  টাকা

$$\therefore 'k' \text{ এর অংশ} = \frac{x}{2} \text{ টাকা};$$

$$'x' \text{ এর অংশ} = \frac{x}{3} \text{ টাকা};$$

$$'g' \text{ এর অংশ} = \frac{x}{4} \text{ টাকা};$$

$$\therefore \text{প্রশ্নমতে, } \frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} = 260$$

$$\text{বা, } \frac{6x + 4x + 3x}{12} = 260.$$

$$\text{বা, } \frac{13x}{12} = 260$$

$$\text{বা, } 13x = 260 \times 12$$

$$20$$

$$\text{বা, } x = \frac{260 \times 12}{13}$$

$$\therefore x = 240$$

$$\therefore 'k' \text{ এর অংশ} = \frac{240}{2} \text{ টাকা} = 120 \text{ টাকা}$$

$$'x' \text{ এর অংশ} = \frac{240}{3} \text{ টাকা} = 80 \text{ টাকা}$$

$$'g' \text{ এর অংশ} = \frac{240}{4} \text{ টাকা} = 60 \text{ টাকা}$$

উত্তর : 120 টাকা, 80 টাকা, 60 টাকা।

৩৩। একটি দ্রব্য  $x\%$  ক্ষতিতে বিক্রয় করলে যে মূল্য পাওয়া যায়,  $3x\%$  লাভে বিক্রয় করলে তার চেয়ে  $18x$  টাকা বেশি পাওয়া যায়, দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য কত ছিল?

**সমাধান:** মনে করি, দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য = 100 টাকা।

তাহলে,  $x\%$  ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্য =  $(100 - x)$  টাকা

আবার,  $3x\%$  লাভে বিক্রয়মূল্য =  $(100 + 3x)$  "

$\therefore$  পূর্বাপেক্ষা বিক্রয়মূল্য বেশি

$$= \{(100 + 3x) - (100 - x)\} \text{ টাকা}$$

$$= (100 + 3x - 100 + x)$$

$$= 4x \text{ টাকা}$$

এখন, বিক্রয়মূল্য  $4x$  টাকা হলে ক্রয়মূল্য = 100 টাকা

$$\text{”} 1 " " " = \frac{100}{4x} \text{ টাকা}$$

$$25$$

$$\text{”} 18x " " " = \frac{100 \times 18x}{4x}$$

$$= 450 \text{ টাকা}$$

$\therefore$  নির্ণেয় দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য 450 টাকা।

মাধ্যমিক পদ্ধতি

৩৪। 300 টাকার 4 বছরের সরল মূলফা ও 400 টাকার 5 বছরের সরল মূলফা একজো 148 টাকা হলে শতকরা মূলধন কত?

**সমাধান :** একই হার মূলফায়, 300 টাকার 4 বছরের মূলফা = 100 টাকার  $(3 \times 4)$  বছর বা 12 বছরের মূলফা = 100 টাকার  $(4 \times 5)$  " বা 20 বছরের মূলফা আবার, 4000 টাকার 5 " = 100 টাকার  $\frac{148}{32}$

যেহেতু উভয় টাকার মূলফা একজো 148 দেয়া আছে

$\therefore 100 \text{ টাকার } (12 + 20) \text{ বছরের মূলফা } 148 \text{ টাকা}$

অতএব, 100 টাকার 32 বছরের মূলফা = 148 টাকা

$$\therefore 100 \text{ " } 1 \text{ " } " = \frac{148}{32} "$$

$$= 4.625 \text{ টাকা}$$

$\therefore$  নির্ণেয় সুদের হার  $4.625\%$

৩৫। 4% হার মূলফায় কোনো টাকার 2 বছরের মূলফা ও চক্ৰবৃদ্ধি মূলফার পার্থক্য 1 টাকা হলে, মূলধন কত?

**সমাধান :** মনে করি, মূলধন = 100 টাকা

সরল মূলফার ক্ষেত্ৰে আমৰা জানি,  $I = Pnr$

এখানে, বিনিয়োগ কাল,  $n = 2$  বছর

$$\text{মূলধন} = 100 \text{ টাকা}$$

$$\text{মূলফার হার}, r = 4\% = \frac{4}{100}$$

$$\therefore I = 100 \times 2 \times \frac{4}{100} = 8 \text{ টাকা}$$

চক্ৰবৃদ্ধির ক্ষেত্ৰে C সৰ্বশ্রেণী মূলধন হলে,

$$C = P(1+r)^n$$

$$= 100 \left(1 + \frac{4}{100}\right)^2$$

$$= 100 \left(\frac{100+4}{100}\right)^2$$

$$= 100 \left(\frac{104}{100}\right)^2$$

$$= 100 \times (1.04)^2$$

$$= 100 \times 1.04 \times 1.04$$

$$= 108.16 \text{ টাকা}$$

চক্ৰবৃদ্ধি মূলফা = সৰ্বশ্রেণী মূলধন - মূলধন

$$= (108.16 - 100.00) \text{ টাকা}$$

$$= 8.16 \text{ টাকা}$$

$\therefore$  মূলফার পার্থক্য =  $(8.16 - 8.00)$  টাকা

$$= 0.16 \text{ টাকা}$$

এখন, মূলফার পার্থক্য 0.16 টাকা হলে মূলধন = 100 টাকা

$$\therefore 1 \text{ " } " = \frac{100 \times 100}{16} = 625 \text{ টাকা}$$

অতএব, নির্ণেয় মূলধন = 625 টাকা।

৩৬। কোনো আসল 3 বছরে সরল মূলফাসহ 460 টাকা এবং 5 বছরে সরল মূলফাসহ 600 টাকা হলে, শতকরা মূলফার হার কত?

**সমাধান :** এখানে, 5 বছরে মূলফাসহ আসল = 600 টাকা

$$\text{এবং } 3 \text{ " } " = 460 \text{ "}$$

$$(-) \text{ করে } 2 \text{ বছরে মূলফা } = 140 \text{ টাকা}$$

$$\therefore 2 \text{ বছরে মূলফা } = 140 \text{ টাকা}$$

$$\therefore 1 \text{ " } " = \frac{140}{2} \text{ "}$$

$$3 \text{ " } " = \frac{\frac{70}{140} \times 3}{2}$$

$$= 210 \text{ টাকা}$$

$$3 \text{ বছরের মূলফাসহ আসল } = 460 \text{ টাকা}$$

$$3 \text{ " } \text{মূলফা} = 210 \text{ "}$$

$$(-) \text{ করে আসল } = 250 \text{ টাকা।}$$

$$\therefore 250 \text{ টাকায় } 3 \text{ বছরের মূলফা } = 210 \text{ টাকা}$$

$$\therefore 250 \text{ " } 1 \text{ " } " = \frac{210}{3} \text{ "}$$

$$1 \text{ " } 1 \text{ " } " = \frac{210}{3 \times 250} \text{ "}$$

$$100 \text{ " } 1 \text{ " } " = \frac{210 \times 100}{3 \times 250} \text{ "}$$

$$= \frac{700}{25}$$

$$= 28 \text{ টাকা}$$

$\therefore$  সুতৰাঙ শতকরা মূলফার হার 28% (Ans.)

৩৭। শতকরা বার্ষিক 5 টাকা হার সরল মূলফায় কত টাকা 13

বছরে সৰ্বশ্রেণীমূল 985 টাকা হবে?

**সমাধান :** আমৰা জানি,  $S = P(1+nr)$

এখানে,  $S =$  সরল মূলফার সৰ্বশ্রেণীমূল = 985

$n =$  মোট সময় = 13 বছর

$r =$  শতকরা মূলফার হার = 5 টাকা

$$\therefore r = \frac{s}{100} = \frac{5}{100}$$

$$P = \text{মূলধন} = ?$$

$$\text{প্ৰশ্নমতে, } 985 = P \left(1 + 13 \times \frac{5}{100}\right)$$

$$\text{বা, } 985 = P \left(\frac{100+65}{100}\right)$$

$$\text{বা, } 985 = P \left(\frac{165}{100}\right)$$

$$\text{বা, } 985 = P (1.65)$$

$$\text{বা, } P = \frac{985}{1.65}$$

$$= 596.969$$

$$= 596.97 \text{ টাকা}$$

$\therefore$  নির্ণেয় মূলধন = 596.97 টাকা (প্ৰায়)

৩৮। শতকরা বার্ষিক 5 টাকা হার মূলধনের ক্ষেত্রে টাকা 12 বছরে  $\sqrt[3]{\text{সুমিত্রামূল}} = 1248$  টাকা হবে।

**সমাধান :** আমরা জানি,  $S = P(1 + nr)$

এখানে,  $S =$  সরল মূলধন সুমিত্রামূল = 1248 টাকা

$$n = \text{মোট সময়} = 12 \text{ বছর}$$

$$r = \text{শতকরা মূলধনের হার} = 5 \text{ টাকা}$$

$$r = \frac{S}{100} = \frac{5}{100}$$

$$P = \text{মূলধন} = ?$$

$$\therefore \text{প্রশ্নমতে}, 1248 = P \left(1 + 12 \times \frac{5}{100}\right)$$

$$\text{বা}, 1248 = P \left(\frac{100 + 60}{100}\right)$$

$$\text{বা}, 1248 = P \left(\frac{160}{100}\right)$$

$$\text{বা}, 1248 = P (1.60)$$

$$\text{বা}, P = \frac{1248}{1.60}$$

$$= 780 \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় মূলধন} = 780 \text{ টাকা।}$$

৩৯. 15% হারে মূলধন 8000 টাকার 3 বছরের সরল মূলধন ও চক্রবৃদ্ধি মূলধনের পার্থক্য নির্ণয় কর।

**সমাধান :** আমরা জানি, চক্রবৃদ্ধির ক্ষেত্রে সুমিত্রামূল,  $C = P(1 + r)^n$

এখানে, বিনিয়োগ কাল,  $n = 3$  বছর

$$\text{মূলধন}, P = 8000 \text{ বছর}$$

$$\text{মূলধনের হার}, r = 5\% = \frac{5}{100}$$

$$\therefore C = 8000 \left(1 + \frac{5}{100}\right)^3$$

$$= 8000 \left(\frac{105}{100}\right)^3$$

$$= 8000(1.05)^3$$

$$= 9261$$

$$\therefore \text{সুমিত্রামূল} = 9261 \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{চক্রবৃদ্ধি মূলধন} = (9261 - 8000) \text{ টাকা}$$

$$= 1261 \text{ টাকা।}$$

আবার,

আমরা জানি, সরল মূলধনের ক্ষেত্রে সুদ,  $I = Pnr$

এখানে,  $P =$  মূলধন = 8000 টাকা

$$n = \text{সময়} = 3 \text{ বছর}$$

$$r = \text{মূলধনের হার} = 5\%$$

$$= \frac{5}{100}$$

$$\therefore I = 8000 \times 3 \times \frac{5}{100}$$

$$= 1200 \text{ টাকা}$$

∴ সরল মূলধন ও চক্রবৃদ্ধি মূলধনের পার্থক্য

$$= (1261 - 1200)$$

$$= 61 \text{ টাকা (Ans.)}$$

৪০। খিটির উপর মূল্য সংযোগের হার (VAT) 1%। একজন বিক্রেতা ভ্যাটসহ P টাকার শিক্ষা বিক্রয় করলে তাকে কত ভ্যাট দিতে হবে?  $x = 15, P = 2300$  হলে, ভ্যাটের পরিমাণ কত?

**সমাধান :** এখানে, 100 টাকার ভ্যাট = x টাকা

এখন, বিক্রয়মূল্য  $(100 + x)$  টাকা হলে ভ্যাট দিতে হয় x টাকা

$$\therefore " 1 " " " " = \frac{x}{100+x}$$

$$\therefore " P " " " " = \frac{P \times x}{100+x}$$

$$= \frac{Px}{100+x}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় ভ্যাটের পরিমাণ} = \frac{Px}{100+x} \text{ টাকা}$$

$$\text{আবার}, x = 15, P = 2300 \text{ হলে,}$$

$$\text{ভ্যাটের পরিমাণ} = \frac{Px}{100+x}$$

$$= \frac{2300 \times 15}{100+15}$$

$$= \frac{34500}{115}$$

$$= 300 \text{ টাকা।}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় ভ্যাটের পরিমাণ} = 300 \text{ টাকা।}$$

৪১। কোনো সংখ্যা ও এ সংখ্যার গুণাত্মক বিপরীত সংখ্যার সমষ্টি

৩.

ক. সংখ্যাটি x চলকে প্রকাশ করে উপরের তথ্যকে একটি সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

$$\text{খ. } x^3 - \frac{1}{x^3} \text{ এর মান নির্ণয় কর।}$$

$$\text{গ. প্রমাণ কর } x^5 + \frac{1}{x^5} = 123$$

**সমাধান :** ক. মনে করি, সংখ্যাটি x

সংখ্যার গুণাত্মক বিপরীত রাশি  $\frac{1}{x}$

$$\therefore \text{শর্তমতে}, x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\text{খ. } x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\text{আমরা জানি, } \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 \cdot x \cdot \frac{1}{x}$$

$$\text{বা, } \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = (3)^2 - 4$$

$$\text{বা, } \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 9 - 4$$

$$\therefore x - \frac{1}{x} = \sqrt{5}$$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = x^3 - \frac{1}{x^3}$$

$$= \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x}\right)$$

$$= (\sqrt{5})^3 + 3 \cdot \sqrt{5} = 5\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = 8\sqrt{5}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় মান } 8\sqrt{5}$$

$$\text{পৰি. L.H.S} = x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\text{এবং } x - \frac{1}{x} = \sqrt{5} \quad [\text{'ক' এবং 'খ' হতে}]$$

$$\therefore (x^2 + \frac{1}{x^2}) = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 2x \cdot \frac{1}{x}$$

$$= (\sqrt{5})^2 + 2 = 5 + 2 = 7$$

$$\therefore (x^3 + \frac{1}{x^3}) = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= 3^3 - 3 \times 3 = 27 - 9 = 18$$

$$\therefore (x^2 + \frac{1}{x^2})(x^3 + \frac{1}{x^3}) = 7 \times 18$$

$$\text{বা, } x^5 + \frac{1}{x^5} + x + \frac{1}{x} = 126$$

$$\text{বা, } x^5 + \frac{1}{x^5} = 126 - \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$\text{বা, } x^5 + \frac{1}{x^5} = 126 - 3$$

$$\therefore x^5 + \frac{1}{x^5} = 123 \text{ (প্রমাণিত)}$$

৪২। কোনো সমিতির সদস্যগণ প্রত্যেকেই সদস্য সংখ্যার 100 গুণ টাঁদা দেওয়ার সিদ্ধান্ত নিলেন। কিন্তু 4 জন সদস্য টাঁদা না দেওয়ায় প্রত্যেকের টাঁদার পরিমাণ পূর্বের চেয়ে 500 টাকা বেড়ে গেল।

ক. সমিতির সদস্য সংখ্যা  $x$  এবং টাঁদার পরিমাণ A হলে, এদের মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় কর।

খ. সমিতির সদস্য সংখ্যা ও মোট টাঁদার পরিমাণ নির্ণয় কর।

গ. মোট টাঁদার  $\frac{1}{4}$  অংশ 5% হারে এবং অবশিষ্ট টাকা 4% হারে 2 বছরের জন্যে সরল মুনাফায় বিনিয়োগ করা হলো। মোট মুনাফা নির্ণয় কর।

**সমাধান:** ক. সমিতির সদস্য সংখ্যা  $x$

∴ প্রত্যেক টাঁদা দেয়  $100x$  টাকা

$$\therefore A = x \cdot 100x \text{ টাকা} = 100x^2 \text{ টাকা}$$

খ. 4 জন সদস্য টাঁদা না দেওয়ায় টাঁদা অদান্তর  
সদস্যের সংখ্যা  $(x - 4)$

প্রত্যেকে টাঁদা প্রদান করেন  $(100x + 500)$  টাকা।

সুতরাং মোট টাঁদার পরিমাণ  $= (x - 4)(100x + 500)$

∴ প্রশ্নমতে,

$$100x^2 = (x - 4)(100x + 500)$$

$$\text{বা, } 100x^2 = 100x^2 - 400x + 500x - 2000$$

$$\text{বা, } 100x = 2000$$

$$\therefore x = 20$$

অর্থাৎ সমিতির সদস্য সংখ্যা 20 জন

এবং মোট টাঁদার পরিমাণ  $= 100 \times (20)^2$  টাকা

$$= 40,000 \text{ টাকা}$$

সুতরাং সদস্য সংখ্যা 20 জন এবং টাঁদার পরিমাণ 40,000

টাকা। (Ans.)

গ. ‘খ’ হতে পাই, সদস্যের মোট টাঁদার পরিমাণ 40,000

টাকা।

$$40,000 \text{ টাকার } \frac{1}{4} \text{ অংশ} = 40,000 \times \frac{1}{4} \text{ টাকা}$$

$$= 10,000 \text{ টাকা}$$

$$\text{বাকি টাকা} = (40,000 - 10,000) \text{ টাকা}$$

$$= 30,000 \text{ টাকা}$$

$$\text{এখনে, } P_1 = 10,000 \text{ টাকা}$$

$$P_2 = 30,000 \text{ টাকা}$$

$$n_1 = 2 \text{ বছর}$$

$$n_2 = 2 \text{ বছর}$$

$$r_1 = 5\% = \frac{5}{100} = 0.05$$

$$r_2 = 4\% = \frac{4}{100} = 0.04$$

$$\text{মোট মুনাফা} = P_1 n_1 r_1 + P_2 n_2 r_2$$

$$= 10,000 \times 2 \times 0.05 +$$

$$30,000 \times 2 \times 0.04 \text{ টাকা}$$

$$= 1,000 + 2,40 = 3,400 \text{ টাকা}$$

∴ নির্ণেয় মোট মুনাফা 3,400 টাকা।



## সৃজনশীল অংশ

মাস্টার ট্রেইনার কর্তৃক প্রণীত বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর :

### সাধারণ বহুনির্বাচনি :

১.  $5 - 4x - x^2$  এর উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূপ কোনটি?

[ডিকার্ননিসা নূন স্কুল অ্যাড কলেজ, ঢাকা]

ক.  $(x + 2)(x + 3)$       খ.  $(5 + x)(1 - x)$       ৩

গ.  $(5 - x)(1 - x)$       ঘ.  $(1 - x)(x + 4)$

২.  $\frac{1}{2} \{(x + y)^2 + (x - y)^2\}$  এর মান নিচের কোনটি?

[ডিকার্ননিসা নূন স্কুল অ্যাড কলেজ, ঢাকা]

ক.  $2(x^2 + y^2)$       খ.  $2xy$       ৪

গ.  $x^2 + y^2$       ঘ.  $4xy$

৩.  $a^3 - a^2 - 10^3 - 8$  এর উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূপ কোনটি?

[ডায়ানীর সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, ঝুমা]

ক.  $(a + 1)(a - 4)(a + 2)$       ৫

খ.  $(a - 1)(a + 4)(a + 2)$

৪.  $x^5 + \frac{1}{x^5} + x + \frac{1}{x} = 126$  এর উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূপ কোনটি?

[ডায়ানীর সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, ঝুমা]

ক.  $x^5 + \frac{1}{x^5} + x + \frac{1}{x} = 126$       ৬

খ.  $x^5 + \frac{1}{x^5} + x + \frac{1}{x} = 126$

গ.  $(a + 1)(a + 4)(a - 2)$

ঘ.  $(a - 1)(a - 4)(a + 2)$

৮.  $9x^2 + 25y^2$  এর সাথে কত যোগ করলে যোগফল পূর্ণবক্র রাশি হবে? [ডা. খান্তগীর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]

ক.  $30xy$

খ.  $15xy$

ক

গ.  $24xy$

ঘ.  $12xy$

৫.  $xy$  এর সঠিক মান নিচের কোনটি?

[ডা. খান্তগীর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]

ক.  $\left(\frac{x+y}{2}\right)^2 + \left(\frac{x-y}{2}\right)^2$

খ.  $(x+y)^2 + (x-y)^2$

গ.  $\left(\frac{x+y}{2}\right)^2 - \left(\frac{x-y}{2}\right)^2$

ঘ.  $\left(\frac{x-y}{2}\right)^2 + \left(\frac{x+y}{2}\right)^2$

MyMahbub

অধ্যায় শেষে শিক্ষার্থীরা—

- > মূল সূচক ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- > ধনাত্মক পূর্ণ-সাধারণ সূচক, শূন্য ও ঋণাত্মক পূর্ণ-সাধারণ সূচক ব্যাখ্যা ও প্রয়োগ করতে পারবে।
- > সূচকের নিয়মাবলি বর্ণনা ও সমাচারণ করতে পারবে।
- > n তম মূল ও মূলদ গুরুত্বে সূচক ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- > লগারিদম ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- > লগারিদমের সূত্রাবলী প্রমাণ ও প্রয়োগ করতে পারবে।
- > সাধারণ লগারিদম ও স্বাভাবিক লগারিদম ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- > সংখ্যার বৈজ্ঞানিক রূপ ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- > সাধারণ লগারিদমের পূর্ণক ও অংশক ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- > ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সাধারণ ও স্বাভাবিক লগারিদম নির্ণয় করতে পারবে।

I ❤️ MyMahbub

যা মনে রাখতে হবে...

সূচক : n সংখ্যক a এর অগ্রিম গুণফল যদি  $a^n$  হয় তাহলে n  
কে a এর সূচক এবং a কে n এর ভিত্তি বলে।

প্রয়োজনীয় সূত্রাবলি :

$$\blacksquare \quad a^n = a \times a \times a \times \dots \dots \dots \text{ (n সংখ্যক a)}$$

$$\blacksquare \quad a^{-1} = \frac{1}{a}$$

$$\blacksquare \quad a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$\blacksquare \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$\blacksquare \quad (a^m)^n = a^{mn}$$

$$\blacksquare \quad a^0 = 1$$

$$\blacksquare \quad \sqrt[n]{a^p} = a^{\frac{p}{n}}$$

$$\blacksquare \quad \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

$$\blacksquare \quad \sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$$

$$\blacksquare \quad a^x = a^y \text{ হলে, } x = y \quad [a \neq 0, 1]$$

$$\blacksquare \quad a^x = b^x \text{ হলে, } a = b \quad [x \neq 0]$$

লগারিদম : যদি কোন সংখ্যাকে অন্য একটি সংখ্যার ভিত্তিতে সূচক বা শক্তিতে উন্নীত করা হয়, তবে সূচকটিকে দ্বিতীয় সংখ্যার ভিত্তিতে প্রথম সংখ্যার লগারিদম সংক্ষেপে লগ বলে। যেমন :

100 কে 10 এর ভিত্তির শক্তিতে উন্নীত করলে দাঢ়ায়,  $100 = 10^2$ . এখানে 2 হল 10 এর ভিত্তিতে 100 এর লগ। একে গণিতিকভাবে  $\log_{10} 100 = 2$  লেখা হয়।

x অঁকুণাত্মক বা ঋণাত্মক, যাই হোক না কেন,  $a^x$  সর্বদাই ধনাত্মক সংখ্যা। তাই শুধু ধনাত্মক সংখ্যারই লগারিদম আছে। শূন্য বা ঋণাত্মক সংখ্যার লগারিদম নেই।

$a^x = n$  হলে,  $x = \log_a n$       যখন,  $a > 0, a \neq 1, n$   
ধনাত্মক সংখ্যা।

লগারিদমের সূত্র :

$$\blacksquare \quad \log_a(MN) = \log_a M + \log_a N$$

$$\blacksquare \quad \log_a\left(\frac{M}{N}\right) = \log_a M - \log_a N$$

$$\blacksquare \quad \log_a x^n = n \log_a x$$

$$\blacksquare \quad \log_a x = N \text{ হলে, } x = a^N$$

$$\blacksquare \quad \log_a a^n = n$$

$$\blacksquare \quad \log_a a = 1$$

[বিঃ দ্রঃ অনেক ক্ষেত্রে log এর ভিত্তি উল্লেখ থাকে না। এ ক্ষেত্রে log এর ভিত্তিকে 10 ধরা হয়ে থাকে। একে লগারিদমকে সাধারণ লগারিদম বলে। যেমন :  $\log x$  বা  $\log y$ ]

❖ সংখ্যার বৈজ্ঞানিক রূপ : যদি a এর মান 1 এর চেয়ে বড় কিন্তু 10 এর চেয়ে ছোট হয় তবে, অনেক বড় বা অনেক ছোট সংখ্যাকে  $a \times 10^n$  এর আকারে প্রকাশ করলে একে বৈজ্ঞানিক বা আদর্শরূপ বলে। যেমন : 100000 এর আদর্শরূপ  $10^5$  এবং .00001 এর আদর্শরূপ  $10^{-5}$  (n-এর মান যে কোন ধনাত্মক বা ঋণাত্মক পূর্ণ সংখ্যা)।

❖ লগের পূর্ণক ও অংশক : কোন ধনাত্মক সংখ্যার লগারিদম একটি দশমিক যুক্ত সংখ্যা। উক্ত লগারিদমের দশমিক যুক্ত অংশকে অংশক এবং পূর্ণ অংশকে পূর্ণক বলা হয়। যেমন- কোন সংখ্যার লগ 3.2456 হলে এর পূর্ণক 3 এবং অংশক 0.2456। লগারিদমের পূর্ণক ধনাত্মক, ঋণাত্মক বা শূন্য হতে পারে।

পূর্ণক নির্ণয় পদ্ধতি :

1) একের চেয়ে বড় সংখ্যার পূর্ণক নির্ণয়ের জন্য দশমিকের বামের অংক সংখ্যা গণনা করতে হবে। পূর্ণক উক্ত অংক সংখ্যার চেয়ে 1 কম। যেমন : 646.28 এর লগের পূর্ণক =  $3 - 1 = 2$

2) একের চেয়ে ছোট সংখ্যার দশমিকের বামে শূন্য থাকে। এ ক্ষেত্রে দশমিকের ঠিক পরে যতগুলো শূন্য থাকে তা থেকে পূর্ণক দশমিকের ডানে শূন্যের সংখ্যার চেয়ে 1 বেশি।

বেমন  $8 \cdot 000301$  এর দশমিকের ডালে পর পর তিনটি শূন্য রয়েছে (৩ এর পরের শূন্য ধর্তব্য নয়)।  
 কাজেই পূর্ণক  $= -(3+1) = -4$   
 $-4$  কে  $4$  আকারেও লেখা হয়।

□ অংশক নির্ণয় পদ্ধতি :

অংশক নির্ণয়ে আমাদের লগ সারণীর সাহায্য নিতে হয়।  
 লগারিদমের সারণী ব্যবহারের পূর্বে আমাদের এর সাথে পরিচিত হওয়া দরকার। এ. সারণীর সর্ব বামের কলামে 10, 11, 12, .....99 পর্যন্ত সংখ্যা আছে। আবার এ কলামটির ডানে রয়েছে 10 টি কলামের (০ থেকে 9 পর্যন্ত) মূল লগ সারণী। এর পরে আরো 9 টি কলাম (১ থেকে 9 পর্যন্ত) রয়েছে যার নাম অন্তর সারণী।

- উদাহরণ :  $\log 9956$  এর অংশক কত?
- এখানে সংখ্যাটিকে অর্থাৎ  $9956$  কে দশমিক ভিত্তিতে ধরতে হবে অর্থাৎ  $9956$  হবে।
  - $9956$  কে তিনটি অংশে ভাগ করে নিতে হবে। যথা :  $9956 = 99 \cdot 5 \cdot 2^6$
  - এখন লগ সারণীর সর্ব বামের কলামের 99 নং সারির 5 শীর্ষক কলামের মান দেখতে হবে। আমরা এই মান  $99739$  পাই; এরপর একই সারির ( $99$  নং সারি) অন্তর কলামের 6 শীর্ষক কলামের মান নিতে হবে যা আমরা  $26$  পাই।
  - এখন  $99739 + 26 = 99765$ । তাই,  $\log 9956$  এর অংশক হবে  $0.99765$ .

## □ অনুশীলনী- 8.১

### পাঠ্যবইয়ের কাজসমূহের সমাধান

□ কাজ-১ : খালিঘর পূরণ কর :

পৃষ্ঠা- ৭৮

$$\begin{array}{ll} (\text{i}) 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^{\boxed{4}} & (\text{ii}) 5^{\boxed{2}} \times 5^3 = 5^5 \\ (\text{iii}) a^2 \times a^{\boxed{3}} = a^{-3} & (\text{iv}) \frac{4}{\boxed{1}} = 1 \\ (\text{v}) (-5)^0 = \boxed{1} & \end{array}$$

সমাধান :

$$\begin{array}{ll} (\text{i}) 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^{\boxed{4}} & (\text{ii}) 5^{\boxed{2}} \times 5^3 = 5^5 \\ (\text{iii}) a^2 \times a^{\boxed{-3}} = a^{-3} & (\text{iv}) \frac{4}{\boxed{1}} = 1 \\ (\text{v}) (-5)^0 = \boxed{1} & \end{array}$$

□ কাজ-২ : সরল কর :

পৃষ্ঠা- ৭৫

$$\begin{array}{lll} (\text{i}) \frac{2^4 \cdot 2^2}{32} & (\text{ii}) \left(\frac{2}{3}\right)^5 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{-5} & (\text{iii}) \frac{8^4 + 8^2}{3^4 + 1^2} \\ (\text{iv}) \frac{2^4 \cdot 2^2}{32} = \frac{2^4 \cdot 2^2}{2^5} = \frac{2^{4+2}}{2^5} = \frac{2^6}{2^5} = 2^{6-5} = 2^1 = 2 \text{ (Ans.)} & (\text{v}) \left(\frac{2}{3}\right)^5 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{-5} = \left(\frac{2}{3}\right)^{5-5} = \left(\frac{2}{3}\right)^0 = 1 \text{ (Ans.)} & \\ (\text{vi}) \frac{3}{8^4} \div \frac{1}{8^2} = \frac{3}{8^4} \times \frac{1}{8^2} = \frac{3}{8^4-2} = \frac{3-2}{8^4} = \frac{1}{8^2} = \frac{1}{64} \text{ (Ans.)} & & \end{array}$$

### পাঠ্যবইয়ের উদাহরণসমূহ

উদাহরণ- ৩। দেখাও যে,  $(a^p)^{q-r} \cdot (a^q)^{r-p} \cdot (a^r)^{p-q} = 1$ 

$$\begin{aligned} \text{সমাধান : } L.H.S &= (a^p)^{q-r} \cdot (a^q)^{r-p} \cdot (a^r)^{p-q} \\ &= a^{p(q-r)} \cdot a^{q(r-p)} \cdot a^{r(p-q)} [\because (a^m)^n = a^{mn}] \\ &= a^{pq-pr} \cdot a^{qr-pq} \cdot a^{pr-qr} \\ &= a^{pq-pr+qr-pq+pr-qr} \\ &= a^0 = 1 = R.H.S \end{aligned}$$

 $\therefore L.H.S = R.H.S$  (Showed)

উদাহরণ- ৫। সরল কর :

$$(\text{ক}) (12)^{-\frac{1}{2}} \times \sqrt[3]{54} \quad (\text{খ}) (-3)^3 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} (\text{ক}) (12)^{-\frac{1}{2}} \times \sqrt[3]{54} &= \frac{1}{(12)^{\frac{1}{2}}} \times (54)^{\frac{1}{3}} \\ &= \frac{1}{(2^2 \times 3)^{\frac{1}{2}}} \times (3^3 \times 2)^{\frac{1}{3}} \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{(2^2)^{\frac{1}{2}}} \times \frac{1}{3^{\frac{1}{2}}}} \times (3^3)^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{3}}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{2^1} \cdot \frac{1}{3^{\frac{1}{2}}}} \times 3 \cdot 2^{\frac{1}{3}} = \frac{2^3}{2^1} \times \frac{3^{\frac{1}{2}}}{3^{\frac{1}{2}}} = 2^1 \cdot 3^{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{3^{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}}{2^{1-\frac{1}{3}}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{2^{\frac{2}{3}}}{2^{\frac{1}{3}}}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{4^{\frac{1}{3}}}{2^{\frac{1}{3}}}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{\sqrt[3]{4}}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt[3]{4}} \text{ (Ans.)}$$

$$(\text{খ}) (-3)^3 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\begin{aligned} &= (-3)(-3)(-3) \times \left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right) \\ &= -27 \times \frac{1}{4} = -\frac{27}{4} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$



MyMahbub

ক্লিয়াচ  
1.  $a > 0, b > 0, a \neq b \Rightarrow a^x \neq b^x$  হলে,  $x = y$   
2.  $a > 0, b > 0, x \neq 0$  শর্তে  $a^x = b^x$  হলে,  $a = b$

উদাহরণ - ৬। সমাধান কর :  $4^{x+1} = 32$

$$\text{সমাধান : } 4^{x+1} = 32$$

$$\text{বা, } (2^2)^{x+1} = 32$$

$$\text{বা, } 2^{2x+2} = 2^5$$

$$\text{বা, } 2x + 2 = 5, [a^x = a^y \text{ হলে, } x = y]$$

$$\text{বা, } 2x = 5 - 2$$

$$\text{বা, } 2x = 3$$

$$\therefore x = \frac{3}{2} (\text{Ans.})$$

## পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান

৪.১

সরল কর (১ - ১০)

$$১। \frac{3^3 \cdot 3^5}{3^6}$$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান : } & \frac{3^3 \cdot 3^5}{3^6} \\ &= \frac{3^{3+5}}{3^6} \\ &= \frac{3^8}{3^6} \\ &= \frac{3^2}{3^2} \\ &= 3^{8-6} \\ &= 3^2 \\ &= 9 \text{ (Ans)} \end{aligned}$$

$$২। \frac{5^3 \cdot 8}{2^4 \cdot 125}$$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান : } & \frac{5^3 \cdot 8}{2^4 \cdot 125} \\ &= \frac{5^3 \cdot 2^3}{2^4 \cdot 5^3} \\ &= \frac{5^3 \cdot 2^3}{5^3 \cdot 2^4} \\ &= 2^{3-4} \\ &= 2^{-1} \\ &= \frac{1}{2} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

$$৩। \frac{7^3 \times 7^{-3}}{3 \times 3^{-4}}$$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান : } & \frac{7^3 \times 7^{-3}}{3 \times 3^{-4}} \\ &= \frac{7^{3-3}}{3^{1-4}} \\ &= \frac{3^0}{3^{-3}} \\ &= \frac{1}{3^{-3}} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{27}} \\ &= 27 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

$$৪। \frac{\sqrt[3]{7^2} \cdot \sqrt[3]{7}}{\sqrt{7}}$$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান : } & \frac{\sqrt[3]{7^2} \cdot \sqrt[3]{7}}{\sqrt{7}} \\ &= \frac{\frac{2}{7^2} \cdot \frac{1}{7^{\frac{1}{3}}}}{\sqrt{7}} = \frac{\frac{2}{7^2} + \frac{1}{7^{\frac{1}{3}}}}{\sqrt{7}} \\ &= \frac{\frac{1}{7^2}}{\sqrt{7}} = \frac{\frac{2+1}{7^3}}{\sqrt{7}} \\ &= \frac{\frac{1}{7^2}}{\frac{1}{7^{\frac{1}{2}}}} = \frac{3}{7^{\frac{1}{2}}} \\ &= 7^{1-\frac{1}{2}} = 7^{\frac{1}{2}} \\ &= \sqrt{7} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

$$৫। (2^{-1} + 5^{-1})^{-1}$$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান : } & (2^{-1} + 5^{-1})^{-1} \\ &= \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{5} \right)^{-1} \\ &= \left( \frac{5+2}{10} \right)^{-1} \\ &= \left( \frac{7}{10} \right)^{-1} \\ &= \frac{1}{\frac{7}{10}} = \frac{10}{7} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{নির্ণয় সরলকৃতমান } \frac{10}{7}$$

$$৬। (2a^{-1} + 3b^{-1})^{-1}$$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান : } & (2a^{-1} + 3b^{-1})^{-1} \\ &= \left( 2 \frac{1}{a} + 3 \frac{1}{b} \right)^{-1} \\ &= \left( \frac{2}{a} + \frac{3}{b} \right)^{-1} \\ &= \left( \frac{2b + 3a}{ab} \right)^{-1} \\ &= \frac{1}{\frac{2b + 3a}{ab}} \\ &= \frac{ab}{2b + 3a} \\ &= \frac{ab}{3b + 2b} \end{aligned}$$

∴ নির্ণয় সরলকৃত মান  $\frac{ab}{3b + 2b}$

$$৭। \left( \frac{a^2 b^{-1}}{a^{-2} b} \right)^2$$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান : } & \left( \frac{a^2 b^{-1}}{a^{-2} b} \right)^2 \\ &= \left( \frac{a^2 \cdot \frac{1}{b}}{\frac{1}{a^2} \cdot b} \right)^2 = \left( \frac{\frac{a^2}{b}}{\frac{b}{a^2}} \right)^2 \\ &= \left( \frac{a^2}{b} \times \frac{a^2}{b} \right)^2 \\ &= \left( \frac{a^4}{b^2} \right)^2 = \frac{a^8}{b^4} \end{aligned}$$

∴ নির্ণয় সরলকৃত মান  $\frac{a^8}{b^4}$

$$৮। \sqrt{x^{-1} y} \cdot \sqrt{y^{-1} z} \cdot \sqrt{z^{-1} x}, (x > 0, y > 0, z > 0)$$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান : } & \sqrt{x^{-1} y} \cdot \sqrt{y^{-1} z} \cdot \sqrt{z^{-1} x} \\ &= \sqrt{\frac{y}{x}} \cdot \sqrt{\frac{z}{y}} \cdot \sqrt{\frac{x}{z}} \\ &= \left( \frac{y}{x} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left( \frac{z}{y} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left( \frac{x}{z} \right)^{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \\ &= \frac{y}{x} \cdot \frac{z}{y} \cdot \frac{x}{z} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} \cdot \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} \cdot \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} \\
 &= x^2 \cdot y^0 \cdot z^0 \\
 &= x^0 \times x^0 \times x^0 \\
 &= 1 \times 1 \times 1 \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

অতএব নির্ণয় সরলকৃত মান ।

$$11 | \frac{2^{n+4} - 4 \cdot 2^{n+1}}{2^{n+2} \div 2}$$

$$\begin{aligned}
 \text{সমাধান : } &\frac{2^{n+4} - 4 \cdot 2^{n+1}}{2^{n+2} \div 2} \\
 &= \frac{2^n \cdot 2^4 - 4 \cdot 2^n \cdot 2^1}{2^n \cdot 2^2 \div 2} \\
 &= \frac{2^n (2^4 - 8)}{2^n \cdot 2^{2-1}} \\
 &= \frac{2^n (16 - 8)}{2^n \cdot 2^1} \\
 &= \frac{16 - 8}{2} = \frac{8}{2} \\
 &= 4
 \end{aligned}$$

∴ নির্ণয় সরলকৃত মান 4

$$12 | \frac{3^{m+1}}{(3^m)^{m-1}} \div \frac{9^{m+1}}{(3^{m-1})^{m+1}}$$

$$\begin{aligned}
 \text{সমাধান : } &\frac{3^{m+1}}{(3^m)^{m-1}} \div \frac{9^{m+1}}{(3^{m-1})^{m+1}} \\
 &= \frac{3^{m+1}}{3^{m^2-m}} \div \frac{(3^2)^{m+1}}{3^{(m-1)(m+1)}} \\
 &= \frac{3^{m+1}}{3^{m^2-m}} \div \frac{3^{2m+2}}{3^{m^2-1}} \\
 &= 3^{m+1-m^2+m} \div 3^{2m+2-m^2+1} \\
 &= 3^{-m^2+2m+1} \div 3^{-m^2+2m+3} \\
 &= 3^{-m^2+2m+1+m^2-2m-3} \\
 &= 3^{-2} \\
 &= \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}
 \end{aligned}$$

অতএব, নির্ণয় সরলকৃত মান  $\frac{1}{9}$

প্রমাণ কর : (১১ – ১৪)

$$13 | \frac{4^n - 1}{2^n - 1} = 2^n + 1$$

$$\text{সমাধান : } \frac{4^n - 1}{2^n - 1} = 2^n + 1$$

$$\begin{aligned}
 \text{L.H.S} &= \frac{4^n - 1}{2^n - 1} \\
 &= \frac{2^{2n} - 1}{2^n - 1} \\
 &= \frac{(2^n - 1)(2^n + 1)}{(2^n - 1)(2^n + 1)} \quad [\text{সব ও হরকে } (2^n + 1) \text{ দ্বারা গুণ করে]
 \end{aligned}$$

### মাধ্যমিক গণিত

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(2^{2n} - 1)(2^n + 1)}{(2^n)^2 - (1)^2} \\
 &= \frac{(2^{2n} - 1)(2^n + 1)}{(2^{2n} - 1)} \\
 &= (2^n + 1) \\
 &= \text{R.H.S.}
 \end{aligned}$$

∴ L.H.S = R.H.S (Proved)

$$14 | \frac{2^{p+1} \cdot 3^{2p-1} \cdot 5^{p+q} \cdot 6^q}{6^p \cdot 10^{q+2} \cdot 15^p} = \frac{1}{50}$$

$$\text{সমাধান : } \text{L.H.S} = \frac{2^{p+1} \cdot 3^{2p-1} \cdot 5^{p+q} \cdot 6^q}{6^p \cdot 10^{q+2} \cdot 15^p}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{2^{p+1} \cdot 3^{2p-1} \cdot 5^{p+q} \cdot (2 \times 3)^q}{(2 \times 3)^p \cdot (2 \times 5)^{q+2} \cdot (3 \times 5)^p} \\
 &= \frac{2^{p+1} \cdot 3^{2p-1} \cdot 5^{p+q} \cdot 2^q \cdot 3^q}{2^p \cdot 3^p \cdot 2^{q+2} \cdot 5^{q+2} \cdot 3^p \cdot 5^p} \\
 &= \frac{2^{p+1+q} \cdot 3^{2p-q+q} \cdot 5^{p+q}}{2^{p+q+2} \cdot 3^{p+p} \cdot 5^{q+2+p}} \\
 &= 2^{p+1+q-p-q-2} \cdot 3^{2p-p-p} \cdot 3^{p+q-q-2-p} \\
 &= 2^{-1} \cdot 3^0 \cdot 5^{-2} \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3^2} \\
 &= \frac{1}{50} = \text{R.H.S}
 \end{aligned}$$

∴ L.H.S = R.H.S (Proved)

$$15 | \left(\frac{a}{a^m}\right)^n \cdot \left(\frac{a^m}{a^n}\right)^l \cdot \left(\frac{a^n}{a^l}\right)^m = 1$$

$$\begin{aligned}
 \text{সমাধান : } \text{L.H.S} &= \left(\frac{a}{a^m}\right)^n \cdot \left(\frac{a^m}{a^n}\right)^l \cdot \left(\frac{a^n}{a^l}\right)^m \\
 &= \frac{a^{ln}}{a^{mn}} \cdot \frac{a^{ml}}{a^{nl}} \cdot \frac{a^{mn}}{a^{al}} \\
 &= \frac{l(an + ml + mn)}{a(mn + nl + ml)} = 1 = \text{R.H.S}
 \end{aligned}$$

∴ L.H.S = R.H.S (Proved)

$$16 | \frac{a^{p+q}}{a^{2r}} \times \frac{a^{q+r}}{a^{2p}} \times \frac{a^{p+p}}{a^{2q}} = 1$$

$$\begin{aligned}
 \text{সমাধান : } \text{L.H.S} &= \frac{a^{p+q}}{a^{2r}} \times \frac{a^{q+r}}{a^{2p}} \times \frac{a^{p+p}}{a^{2q}} \\
 &= \frac{a^{p+q+q+r+r+p}}{a^{2r+2p+2q}} \\
 &= \frac{a^{2p+2q+2r}}{a^{2p+2q+2r}} \\
 &= \frac{a^{2p+2q+2r}}{a^{2p+2q+2r}} = 1 = \text{R.H.S}
 \end{aligned}$$

∴ L.H.S = R.H.S (Proved)

$$17 | \left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{ab} \cdot \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{bc} \cdot \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{ca} = 1$$

$$\begin{aligned}
 \text{সমাধান : } \text{L.H.S} &= \left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{ab} \cdot \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{bc} \cdot \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{ca} \\
 &= \frac{x^{\frac{a}{b}ab}}{x^{\frac{b}{a}ab}} \cdot \frac{x^{\frac{b}{c}bc}}{x^{\frac{c}{b}bc}} \cdot \frac{x^{\frac{c}{a}ca}}{x^{\frac{a}{c}ca}} \\
 &= \frac{x^{\frac{a}{b}ab}}{x^{\frac{b}{a}ab}} \cdot \frac{x^{\frac{b}{c}bc}}{x^{\frac{c}{b}bc}} \cdot \frac{x^{\frac{c}{a}ca}}{x^{\frac{a}{c}ca}} = 1 = \text{R.H.S}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\frac{1}{b} \cdot \frac{1}{c} \cdot \frac{1}{a}}{\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{b} \cdot \frac{1}{c}} \\
 &= \frac{\frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{a}}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}} \\
 &= \frac{x}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}} \\
 &= \frac{x}{1} = R.H.S
 \end{aligned}$$

$\therefore L.H.S = R.H.S$  (Proved)

$$161 \quad \left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{a+b} \cdot \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{b+c} \cdot \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{c+a} = 1$$

সমাধান :

$$\begin{aligned}
 L.H.S &= \left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{a+b} \cdot \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{b+c} \cdot \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{c+a} \\
 &= (x^{a-b})^{a+b} \cdot (x^{b-c})^{b+c} \cdot (x^{c-a})^{c+a} \\
 &= x^{a^2 - b^2} \cdot x^{b^2 - c^2} \cdot x^{c^2 - a^2} \\
 &= x^{a^2 - b^2 + b^2 - c^2 + c^2 - a^2} \\
 &= x^0 \\
 &= 1 = R.H.S
 \end{aligned}$$

$\therefore L.H.S = R.H.S$  (Proved)

$$171 \quad \left(\frac{x^p}{x^q}\right)^{p+q-r} \times \left(\frac{x^q}{x^r}\right)^{q+r-p} \times \left(\frac{x^r}{x^p}\right)^{r+p-q} = 1$$

সমাধান :

$$\begin{aligned}
 L.H.S &= \left(\frac{x^p}{x^q}\right)^{p+q-r} \times \left(\frac{x^q}{x^r}\right)^{q+r-p} \times \left(\frac{x^r}{x^p}\right)^{r+p-q} \\
 &= (x^{p-q})^{p+q-r} \times (x^{q-r})^{q+r-p} \times (x^{r-p})^{r+p-q} \\
 &= x^{p^2 - q^2 - rp + qr} \times x^{q^2 - r^2 - pq + rp} \times x^{r^2 - p^2 - qr + pr} \\
 &= x^{p^2 - q^2 - rp + qr + q^2 - r^2 + rq + rp + r^2 - p^2 + pq} \\
 &= x^0
 \end{aligned}$$

$= 1 = R.H.S$

$\therefore L.H.S = R.H.S$  (Proved)

১৮। যদি  $a^x = b$ ,  $b^y = c$ , এবং  $c^z = a$  হয়, তবে দেখাও যে,  
 $xyz = 1$

সমাধান : দেওয়া আছে,  $a^x = b$

$$\begin{aligned}
 b^y &= c \\
 c^z &= a
 \end{aligned}$$

রাশি তিনটি যোগ করে পাই,

$$\begin{aligned}
 a^x + b^y + c^z &= b + c + a \\
 \text{বা, } a^x + b^y + c^z &= a^1 + b^1 + c^1
 \end{aligned}$$

এখানে,  $ax = a^1$

$$\therefore x = 1$$

একইভাবে,  $y = 1$

$$z = 1$$

$$\therefore L.H.S = xyz$$

$$= 1 \cdot 1 \cdot 1$$

$$= 1 = R.H.S$$

$\therefore L.H.S = R.H.S$  (Showed)

সমাধান কর : (১৯ - ২২)

$$191 \quad 4^x = 8$$

সমাধান :  $4^x = 8$

$$\text{বা, } (2^2)^x = 2 \times 2 \times 2$$

$$\text{বা, } 2^{2x} = 2^3$$

$$\text{বা, } 2x = 3$$

$$\therefore x = \frac{3}{2}$$

∴ নির্ণয় সমাধান,  $x = \frac{3}{2}$

$$201 \quad 2^{2x+1} = 128$$

সমাধান :  $2^{2x+1} = 128$

$$\text{বা, } 2^{2x+1} = 2^7$$

$$\text{বা, } 2x+1 = 7$$

$$\text{বা, } 2x = 7 - 1$$

$$\text{বা, } 2x = 6$$

$$\text{বা, } x = \frac{6}{2}$$

$$\therefore x = 3$$

∴ নির্ণয় সমাধান,  $x = 3$

$$211 \quad (\sqrt{3})^{x+1} = (\sqrt[3]{3})^{2x-1}$$

সমাধান :  $(\sqrt{3})^{x+1} = (\sqrt[3]{3})^{2x-1}$

$$\text{বা, } (\frac{1}{3^2})^{x+1} = (\frac{1}{3^3})^{2x-1}$$

$$\text{বা, } \frac{x+1}{2} = \frac{2x-1}{3}$$

$$\text{বা, } \frac{x+1}{2} = 3$$

$$\text{বা, } \frac{x+1}{2} = \frac{2x-1}{3}$$

$$\text{বা, } 3(x+1) = 2(2x-1)$$

$$\text{বা, } 3x+3 = 4x-2$$

$$\text{বা, } 4x-2 = 3x+3$$

$$\text{বা, } 4x-3x = 3+2$$

$$\therefore x = 5$$

∴ নির্ণয় সমাধান  $x = 5$

$$221 \quad 2^x + 2^{1-x} = 3$$

সমাধান :  $2^x + 2^{1-x} = 3$

$$\text{বা, } 2^x + 2^1 \cdot \frac{1}{2^x} = 3$$

$$\text{বা, } 2^x + \frac{1}{2^x} = 3$$

$$\text{বা, } \frac{2^{2x} + 2}{2^x} = 3$$

$$\text{বা, } 2^{2x} + 2 = 3 \cdot 2^x$$

$$\text{বা, } 2^{2x} + 2 - 3 \cdot 2^x = 0$$

$$\text{বা, } (2x)^2 - 2 \cdot 2^x \cdot 1 + 1^2 - 2^x + 1 = 0$$

$$\text{বা, } (2^x - 1)^2 - 2^x + 1 = 0$$

$$\text{বা, } (2^x - 1)^2 - 1(2^x - 1) = 0$$

$$\text{বা, } (2^x - 1)(2^x - 1 - 1) = 0$$

$$\text{বা, } (2^x - 1)(2^x - 2) = 0$$

$$\therefore 2^x - 1 = 0 \quad \text{অথবা, } 2^x - 2 = 0$$

$$\text{বা, } 2^x = 1$$

$$\text{বা, } 2^x = 2^1$$

$$\text{বা, } x = 0$$

$$\therefore x = 1$$

∴ নির্ণয় সমাধান,  $x = 0, 1$

অনুশিলনী - ৮.২

পাঠ্যবইয়ের কাজসমূহের সমাধান

কাজ-১ : সমীক্ষার প্রয়োগ কর :

সমাধান :	সূচকের মানসম
(i) $10^4 = 100$	$\log_{10} 100 = 2$
(ii) $3^{-2} = \frac{1}{9}$	$\log_3 \frac{1}{9} = -2$
(iii) $2^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\log_2 \frac{1}{\sqrt{2}} = -\frac{1}{2}$
(iv) $\sqrt[4]{2} = 4$	$\log_2 4 = \frac{1}{4}$

কাজ-২ : কোন আয়ত পুরণ কর :

সমাধান :	সূচকের মানসম	সমীক্ষার মানসম
$10^0 = 1$		$\log_{10} 1 = 0$
$e^0 = 1$		$\log_e 1 = 0$
$a^0 = 1$		$\log_a 1 = 0$
$10^1 = 10$		$\log_{10} 10 = 1$
$e^1 = e$		$\log_e e = 1$
		$\log_a a = 1$

পাঠ্যবইয়ের উদাহরণসমূহ

উদাহরণ- ৭। মান নির্ণয় কর : ক)  $\log_{10} 100$  খ)  $\log_3 \left(\frac{1}{9}\right)$  গ)  $\log_{\sqrt{3}} 81$

সমাধান :

ক)  $\log_{10} 100 = \log_{10} 10^2 = 2 \log_{10} 10$

$$= 2 \times 1 [\because \log_{10} M^r = r \log_{10} M]$$

$$= 2 \text{ (Ans.)}$$

খ)  $\log_3 \left(\frac{1}{9}\right) = \log_3 \left(\frac{1}{3^2}\right) = \log_3 3^{-2} = -2 \log_3 3$

$$= -2 \times 1 [\because \log_a M^r = r \log_a M]$$

$$= -2 \text{ (Ans.)}$$

গ)  $\log_{\sqrt{3}} 81 = \log_{\sqrt{3}} 3^4 = \log_{\sqrt{3}} ((\sqrt{3})^4) = \log_{\sqrt{3}} (\sqrt{3})^8$

$$= 8 \log_{\sqrt{3}} \sqrt{3} [\because \log_a M^r = r \log_a M]$$

$$= 8 \times 1 [\because \log_a a = 1]$$

$$= 8 \text{ (Ans.)}$$

উদাহরণ- ৮। ক)  $5\sqrt{5}$  এর 5 ভিত্তিক লগ কত?

খ) 400 এর লগ 4; ভিত্তি কত?

সমাধান :

ক)  $5\sqrt{5}$  এর 5 ভিত্তিক লগ

$$= \log_5 5\sqrt{5} = \log_5 (5 \times 5^{\frac{1}{2}}) = \log_5 5^{\frac{3}{2}}$$

$$= \frac{3}{2} \log_5 5 [\because \log_a M^r = r \log_a M]$$

$$= \frac{3}{2} \times 1 [\because \log_a a = 1]$$

$$= \frac{3}{2} \text{ (Ans.)}$$

খ) ধরি, ভিত্তি  $a$

$$\therefore$$
 প্রশ্নমতে,  $\log_a 400 = 4$ 

$$\text{বা, } a^4 = (20)^2$$

বা,  $a^4 = (4 \times 5)^2$

বা,  $a^4 = (2\sqrt{5})^4$

$\therefore a = 2\sqrt{5} [\because a^x = b^x \text{ হলে, } a = b]$

∴ ভিত্তি  $2\sqrt{5}$  (Ans.)

উদাহরণ- ৯। x এর মান নির্ণয় কর :

ক)  $\log_{10} x = -2$

খ)  $\log_x 324 = 4$

সমাধান :

ক)  $\log_{10} x = -2$

$\therefore x = 10^{-2} = \frac{1}{10^2}$

বা,  $x = \frac{1}{100} = 0.01$

$\therefore x = 0.01 \text{ (Ans.)}$

খ)  $\log_x 324 = 4$

$\therefore x^4 = 324 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2$

$= 3^4 \times 2^2 = 3^4 \times (\sqrt{2})^4$

বা,  $x^4 = (3\sqrt{2})^4$

$\therefore x = 3\sqrt{2} \text{ (Ans.)}$

উদাহরণ- ১০। প্রমাণ কর যে,  $3\log_{10} 2 + \log_{10} 5 = \log_{10} 40$

সমাধান :

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= 3\log_{10} 2 + \log_{10} 5 \\ &= \log_{10} 2^3 + \log_{10} 5 [\because \log_a M^r = r \log_a M] \\ &= \log_{10} 8 + \log_{10} 5 \\ &= \log_{10}(8 \times 5) [\because \log_a(MN) = \log_a M + \log_a N] \\ &= \log_{10} 40 \\ &= \text{ডানপক্ষ (প্রমাণিত)} \end{aligned}$$

উদাহরণ- ১১। সরল কর :  $\frac{\log_{10} \sqrt{27} + \log_{10} 8 - \log_{10} \sqrt{1000}}{\log_{10} 1.2}$

সমাধান :

$$\begin{aligned} \frac{\log_{10} \sqrt{27} + \log_{10} 8 - \log_{10} \sqrt{1000}}{\log_{10} 1.2} \\ = \frac{\log_{10}(3^3)^{\frac{1}{2}} + \log_{10} 2^3 - \log_{10}(10^3)^{\frac{1}{2}}}{\log_{10} 1.2} \\ = \frac{\log_{10} 3^{\frac{3}{2}} + \log_{10} 2^3 - \log_{10} 10^{\frac{3}{2}}}{\log_{10} 1.2} \end{aligned}$$

$$= \frac{\log_{10} 3^2 + \log_{10} 2 - \log_{10} 10^2}{\log_{10} 12 - \log_{10} 10}$$

$$= \frac{\frac{3}{2} \log_{10} 3 + 3 \log_{10} 2 - \frac{3}{2} \log_{10} 10}{\log_{10} (3 \times 2^2) - \log_{10} 10}$$

$$= \frac{\frac{3}{2} (\log_{10} 3 + 2 \log_{10} 2 - 1)}{(\log_{10} 3 + 2 \log_{10} 2 - 1)}$$

$$= \frac{3}{2} (\text{Ans.})$$

∴ নির্ণয় সরলভূত মান  $\frac{3}{2}$

## পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান

৪.২

১। মান নির্ণয় কর :

ক)  $\log_3 81$

সমাধান :  $\log_3 81$ 

$$= \log_3 3^4$$

$$= 4 \log_3 3$$

$$[ \because \log 3 = 1 ]$$

$$= 4 \cdot 1$$

$$= 4$$

∴ নির্ণয় মান 4

খ)  $\log_5 \sqrt[3]{5}$

সমাধান :  $\log_5 \sqrt[3]{5}$ 

$$= \log_5 5^{\frac{1}{3}}$$

$$= \frac{1}{3} \log_5 5$$

$$= \frac{1}{3} \cdot 1$$

$$[ \because \log 5^5 = 1 ]$$

$$= \frac{1}{3}$$

∴ নির্ণয় মান  $\frac{1}{3}$ 

গ)  $\log_4 2$

সমাধান :  $\log_4 2$ 

$$= \log_4 \sqrt{4}$$

$$= \log_4 4^{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{1}{2} \log_4 4$$

$$[ \because \log 4^4 = 1 ]$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 1$$

∴ নির্ণয় মান  $\frac{1}{2}$ 

ঘ)  $\log_{2\sqrt{5}} 400$

সমাধান :  $\log_{2\sqrt{5}} 400$ 

$$= \log_{2\sqrt{5}} 16^{10}$$

$$= \log_2 \sqrt{5}^4 \cdot 5^2$$

$$= \log_2 \sqrt{5}^4 \cdot (\sqrt{5})^4$$

$$= \log_2 \sqrt{5} (2\sqrt{5})^4$$

$$= 4 \log_2 \sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5}$$

$$[ \because \log_2 \sqrt{5} = 1 ]$$

$$= 4 \cdot 1 = 4$$

∴ নির্ণয় মান 4

ঝ)  $\log_5 \left( \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt{5} \right)$

সমাধান :  $\log_5 \left( \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt{5} \right)$ 

$$= \log_5 \left( 5^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{1}{2}} \right)$$

$$= \log_5 \left( 5^{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}} \right)$$

$$= \log_5 5^{\frac{5}{6}}$$

$$= \frac{5}{6} \log_5 5$$

$$= \frac{5}{6} \cdot 1 = \frac{5}{6}$$

$$[ \because \log 5^5 = 1 ]$$

∴ নির্ণয় মান  $\frac{5}{6}$ 

২। x এর মান নির্ণয় কর :

ক)  $\log_5 x = 3$

সমাধান :  $\log_5 x = 3$ 

বা,  $x = 5^3$

$$\therefore x = 125 \text{ (Ans.)}$$

খ)  $\log_x 25 = 2$

সমাধান : দেওয়া আছে,  $\log_x 25 = 2$ 

বা,  $25 = x^2$

বা,  $5^2 = x^2$

$$\therefore x = 5 \text{ (Ans.)}$$

ঝ)  $\log_x \frac{1}{16} = -2$

সমাধান : দেওয়া আছে,  $\log_x \frac{1}{16} = -2$ 

বা,  $\frac{1}{16} = x^{-2}$

$$\text{বা}, \frac{1}{4^2} = x^{-2}$$

$$\text{বা}, 4^{-2} = x^{-2}$$

$$\therefore x = 4 \text{ (Ans.)}$$

৩। দেখাও যে,

$$\text{ক}) 5 \log_{10} 5 - \log_{10} 25 = \log_{10} 125$$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান : } L.H.S &= 5 \log_{10} 5 - \log_{10} 25 \\ &= 5 \log_{10} 5 - \log_{10} 5^2 \\ &= 5 \log_{10} 5 - 2 \log_{10} 5 \\ &= 3 \log_{10} 5 \\ &= \log_{10} 5^3 \\ &= \log_{10} 125 = R.H.S \end{aligned}$$

$\therefore L.H.S = R.H.S$  (Showed)

$$\text{খ}) \log_{10} \frac{50}{147} = \log_{10} 2 + 2 \log_{10} 5 - \log_{10} 3 - 2 \log_{10} 7$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} L.H.S &= \log_{10} \frac{50}{147} \\ &= \log_{10} 50 - \log_{10} 147 \\ &= \log_{10} (2 \times 5 \times 5) - \log_{10} (3 \times 7 \times 7) \\ &= \log_{10} (2 \times 5^2) - \log_{10} (3 \times 7^2) \\ &= (\log_{10} 2 + \log_{10} 5^2) - (\log_{10} 3 + \log_{10} 7^2) \\ &= \log_{10} 2 + 2 \log_{10} 5 - \log_{10} 3 - 2 \log_{10} 7 \\ &= R.H.S. \end{aligned}$$

$\therefore L.H.S = R.H.S$  (Showed)

$$\text{গ}) 3 \log_{10} 2 + 2 \log_{10} 3 + \log_{10} 5 = \log_{10} 360$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} L.H.S &= 3 \log_{10} 2 + 2 \log_{10} 3 + \log_{10} 5 \\ &= \log_{10} 2^3 + \log_{10} 3^2 + \log_{10} 5 \\ &= \log_{10} 8 + \log_{10} 9 + \log_{10} 5 \\ &= \log_{10} (8.9.5) \\ &= \log_{10} 360 \\ &= R.H.S \end{aligned}$$

$\therefore L.H.S = R.H.S$  (Showed)

৪। সরল কর :

$$\text{ক}) 7 \log_{10} \frac{10}{9} - 2 \log_{10} \frac{25}{24} + 3 \log_{10} \frac{81}{80}$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} \text{পদত্ব রাশি} &= 7 \log_{10} \frac{10}{9} - 2 \log_{10} \frac{25}{24} + 3 \log_{10} \frac{81}{80} \\ &= \log_{10} \left( \frac{10}{9} \right)^7 - \log_{10} \left( \frac{25}{24} \right)^2 + \log_{10} \left( \frac{81}{80} \right)^3 \\ &= \log_{10} \left( \frac{10^7}{9^7} \right) + \log_{10} \left( \frac{81^3}{80^3} \right) - \log_{10} \left( \frac{25^2}{24^2} \right) \\ &= \log_{10} \left( \frac{10^7}{9^7} \times \frac{81^3}{80^3} \right) - \log_{10} \left( \frac{25^2}{24^2} \right) \\ &= \log_{10} \left\{ \left( \frac{10^7}{9^7} \times \frac{81^3}{80^3} \right) \div \left( \frac{25^2}{24^2} \right) \right\} \\ &= \log_{10} \left\{ \left( \frac{5 \cdot 2}{3 \cdot 3} \right)^7 \times \frac{(3 \times 3 \times 3 \times 3)^3}{(5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2)^3} \div \frac{(5 \cdot 5)^2}{(3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2)^2} \right\} \\ &= \log_{10} \left( \frac{5^7 \cdot 2^7 \cdot 3^3 \cdot 3^3 \cdot 3^3}{3^7 \cdot 3^7 \cdot 5^3 \cdot 2^3 \cdot 2^3 \cdot 2^3} \times \frac{3^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2}{5^2 \cdot 5^2} \right) \end{aligned}$$

$$= \log_{10} \frac{5^7 \cdot 2^{13} \cdot 3^{14}}{5^7 \cdot 2^{12} \cdot 3^{14}}$$

$$= \log_{10} \frac{2^{13}}{2^{12}}$$

$$= \log_{10} 2^{13-12}$$

$$= \log_{10} 2^1$$

$$= \log_{10} 2$$

$\therefore$  নির্ণয় সরলমান  $\log_{10} 2$

$$\text{খ}) \log_7 \left( \sqrt[5]{7} \cdot \sqrt{7} \right) - \log_3 \sqrt[3]{3} + \log_4 2$$

$$\text{সমাধান : } \text{পদত্ব রাশি} = \log_7 \left( \sqrt[5]{7} \cdot \sqrt{7} \right) - \log_3 \sqrt[3]{3} +$$

$$\log_4^2$$

$$= \log_7 \left( \frac{1}{7^5 \cdot 7^2} \right) - \log_3 3^{\frac{1}{3}} + \log_4^2$$

$$= \log_7 7^{\frac{1}{5} + \frac{1}{2}} - \frac{1}{3} \log_3 3 + \log_4^2$$

$$= \log_7 \left( \frac{2+5}{10} \right) - \frac{1}{3} + \log_4 \sqrt{4}$$

$$= \log_7 \frac{7}{10} - \frac{1}{3} + \log_4 4^{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{7}{10} \log_7 \frac{7}{10} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \log_4 4$$

$$= \frac{7}{10} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{21 - 10 + 15}{30}$$

$$= \frac{36 - 10}{30}$$

$$= \frac{26}{30} = \frac{13}{15}$$

$\therefore$  নির্ণয় সরলমান  $\frac{13}{15}$

$$\text{গ}) \log_e \frac{a^3 b^3}{c^3} + \log_e \frac{b^3 c^3}{d^3} + \log_e \frac{c^3 d^3}{a^3} - 3 \log_e b^2 c$$

$$\text{সমাধান : } \text{পদত্ব রাশি} = \log_e \frac{a^3 b^3}{c^3} + \log_e \frac{b^3 c^3}{d^3} + \log_e \frac{c^3 d^3}{a^3} - 3 \log_e b^2 c$$

$$= \log_e \frac{a^3 b^3}{c^3} + \log_e \frac{b^3 c^3}{d^3} + \log_e \frac{c^3 d^3}{a^3} - \log_e (b^2 c)^3$$

$$= \log_e \frac{a^3 b^3}{c^3} + \log_e \frac{b^3 c^3}{d^3} + \log_e \frac{c^3 d^3}{a^3} - \log_e b^6 c^3$$

$$= \log_e \left( \frac{a^3 b^3}{c^3} \times \frac{b^3 c^3}{d^3} \times \frac{c^3 d^3}{a^3} \right) - \log_e b^6 c^3$$

$$= \log_e b^6 c^3 - \log_e b^6 c^3$$

$$= 0$$

$\therefore$  নির্ণয় সরলমান ০

অনুশীলনী- ৪.৩

**পাঠ্যবইয়ের কাজসমূহের সমাধান**

কাজ : ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে নিম্নলিখিত সংখ্যাগুলোর 10 ভিত্তিক log ও e ভিত্তিক লগ নির্ণয় কর : [পৃষ্ঠা-৮৩]

সমাধান :

i) 2550

$$2550 \text{ এর } 10 \text{ ভিত্তিক লগ}, \boxed{\text{AC}} \boxed{\log} \boxed{2550} = -3.40654018$$

$$2550 " e " \boxed{\text{AC}} \boxed{\ln} \boxed{2550} = -7.843848638$$

ii) 52.143

$$52.143 \text{ এর } 10 \text{ ভিত্তিক লগ}, \boxed{\text{AC}} \boxed{\log} \boxed{52.143} = 1.717196014$$

$$52.143 " e " \boxed{\text{AC}} \boxed{\ln} \boxed{52.143} = 3.953989944$$

iii) 0.4145

$$0.4145 \text{ এর } 10 \text{ ভিত্তিক লগ}, \boxed{\text{AC}} \boxed{\log} \boxed{0.4145} = -0.382475465$$

$$0.4145 " e " \boxed{\text{AC}} \boxed{\ln} \boxed{0.4145} = -0.880682404$$

iv) 0.0742

$$0.0742 \text{ এর } 10 \text{ ভিত্তিক লগ}, \boxed{\text{AC}} \boxed{\log} \boxed{0.0742} = -1.129596095$$

$$0.0742 " e " \boxed{\text{AC}} \boxed{\ln} \boxed{0.0742} = -2.600991129$$

**পাঠ্যবইয়ের উদাহরণসমূহ**

উদাহরণ- ১২॥ নিচের সংখ্যাগুলোর লগের পূর্ণক নির্ণয় কর :

i) 5570 ii) 45.70 iii) 0.4305 iv) 0.000435

সমাধান :

i)  $5570 = 5.570 \times 10^3$

∴ সংখ্যাটি লগের পূর্ণক 3।

অন্যভাবে, 5570 সংখ্যাটিতে অঙ্কের সংখ্যা 4টি।

∴ সংখ্যাটির লগের পূর্ণক  $= 4 - 1 = 3$

∴ সংখ্যাটির লগের পূর্ণক 3।

ii)  $45.70 = 4.570 \times 10^1$

∴ সংখ্যাটি লগের পূর্ণক 1।

অন্যভাবে, সংখ্যাটির দশমিকের বামে, অর্থাৎ পূর্ণ অংশে 2টি অঙ্ক আছে।

∴ সংখ্যাটির লগের পূর্ণক  $= 2 - 1 = 1$

∴ 45.70 সংখ্যাটির লগের পূর্ণক 1।

iii)  $0.4305 = 4.305 \times 10^{-1}$

∴ সংখ্যাটির পূর্ণক 1।

অন্যভাবে, সংখ্যাটির দশমিক বিন্দুর আগে, পূর্ণ অংশে কোনো সার্থক অঙ্ক নেই, বা শূন্যটি অঙ্ক আছে।

∴ সংখ্যাটির পূর্ণক  $= 0 - 1 = -1 = \bar{1}$

অন্যভাবে, 0.4305 সংখ্যার দশমিক বিন্দু ও এর পরবর্তী 1ম সার্থক অঙ্ক 4 এর মাঝে কোনো 0 (শূন্য) নেই, অর্থাৎ শূন্যটি 0 আছে।

∴ সংখ্যাটির পূর্ণক  $= -(0 + 1) = -1 = \bar{1}$

∴ 0.4305 সংখ্যাটির লগের পূর্ণক  $\bar{1}$

iv)  $0.000435 = 4.35 \times 10^{-4}$

∴ সংখ্যাটির লগের পূর্ণক  $= -(3 + 1) = -4$  বা,  $\bar{4}$

অন্যভাবে, সংখ্যাটির দশমিক বিন্দু ও এর পরবর্তী 1ম সার্থক অঙ্ক 4 এর মাঝে 3টি 0 (শূন্য) আছে।

∴ সংখ্যাটির লগের পূর্ণক  $= -(3 + 1) = -4 = \bar{4}$

∴ 0.000435 এর লগের পূর্ণক  $\bar{4}$

উদাহরণ- ১৬॥  $\log_e 10$  নির্ণয় কর :

সমাধান :  $\log_e 10 = \frac{1}{\log_{10} e} = \frac{1}{\log_{10} 2.71828} = \frac{1}{0.43429}$

[ক্যালকুলেটর ব্যবহার করি]

$$= 2.30259 \text{ (প্রায়)}$$

বিকল্প : ক্যালকুলেটর ব্যবহার করি :

$$\boxed{\text{AC}} \boxed{\ln} \boxed{10} = 2.30259 \text{ (প্রায়)}$$

# পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান

৪.৩

১. কোন শর্তে  $a^0 = 1$ ?

ক.  $a = 0$

গ.  $a > 0$

উত্তর : ঘ.  $a \neq 0$

খ.  $a \neq 0$

ঘ.  $a \neq 1$

২.  $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5}$  এর মান নিচের কোনটি?

ক.  $\sqrt[6]{5}$

খ.  $(\sqrt[3]{5})^3$

গ.  $(\sqrt{5})^3$

ঘ.  $\sqrt[3]{25}$

উত্তর : ঘ.  $\sqrt[3]{25}$

৩. সঠিক কোন শর্তে  $\log_a a = 1$ ?

ক.  $a > 0$

গ.  $a > 0, a \neq 1$

উত্তর : গ.  $a > 0, a \neq 1$

খ.  $a \neq 1$

ঘ.  $a \neq 0, a > 1$

৪.  $\log x^4 = 2$  হলে,  $x$  এর মান কত?

ক. 2

গ. 4

উত্তর : ক. 2

খ.  $\pm 2$

ঘ. 10

৫. একটি সংখ্যাকে  $a \times 10^n$  আকারে লেখার জন্য শর্ত কোনটি?

ক.  $1 < a < 10$

গ.  $1 \leq a < 10$

উত্তর : গ.  $1 \leq a < 10$

খ.  $1 \leq a \leq 10$

ঘ.  $1 < a \leq 10$

৬. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i.  $\log_a (m)^p = p \log_a m$

ii.  $2^4 = 14$  এবং  $\log_2 16 = 4$  সমার্থক

iii.  $\log_a (m+n) = \log_a m + \log_a n$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক. i ও ii

গ. i ও iii

উত্তর : ক. i ও ii

খ. ii ও iii

ঘ. i, ii ও iii

৭. 0.0035 এর সাধারণ লগের পূর্ণক কত?

ক. 3

গ. 2

উত্তর : ঘ. = 3

খ. 1

ঘ.  $\frac{1}{3}$

৮. 0.0225 সংখ্যাটি বিবেচনা করে নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

১. সংখ্যাটির ( $a^n$ ) আকারের সঠিক রূপ কোনটি?

ক.  $(2.5)^2$

গ.  $(1.5)^2$

উত্তর : ঘ.  $(.15)^2$

খ.  $(0.015)^2$

ঘ.  $(.15)^2$

২. সংখ্যাটির বৈজ্ঞানিক আকার নিচের কোনটি?

ক.  $225 \times 10^{-4}$

গ.  $2.25 \times 10^{-2}$

উত্তর : গ.  $2.25 \times 10^{-2}$

খ.  $22.5 \times 10^{-3}$

ঘ.  $225 \times 10^{-1}$

৩. সংখ্যাটির সাধারণ লগের পূর্ণক কত?

ক. 2

গ. 0

উত্তর : ক. 2

খ. 1

ঘ. 2

৪. বৈজ্ঞানিক রূপে প্রকাশ কর :

ক. 6530

গ. 0.000245

ঘ. 0.00000014

খ. 60.831

ঘ. 37500000

**সমাধান :**

ক. 6530 এর বৈজ্ঞানিকরূপ  $= 6.530 \times 10^3$

খ. 60.831 এর বৈজ্ঞানিকরূপ  $6.0831 \times 10^1$

গ. 0.000245 এর বৈজ্ঞানিকরূপ  $= 2.45 \times 10^{-4}$

ঘ. 37500000 এর বৈজ্ঞানিকরূপ  $= 3.75 \times 10^7$

ঙ. 0.00000014 এর বৈজ্ঞানিকরূপ  $= 1.4 \times 10^{-7}$

১০. সাধারণ দশমিক রূপে প্রকাশ কর :

ক.  $10^5$

খ.  $10^{-5}$

গ.  $2.53 \times 10^4$

ঘ.  $9.813 \times 10^{-3}$

**সমাধান :**

ক.  $= 10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$

$= 100000$  (Ans)

খ.  $10^{-5} = \frac{1}{10^5}$

$= \frac{1}{100000}$

$= 0.00001$  (Ans.)

গ.  $2.53 \times 10^4 = 2.53 \times 10000$

$= 25300.00$

$= 25300.$  (Ans.)

ঘ.  $9.813 \times 10^{-3} = 9.813 \times \frac{1}{10^3}$

$= 9.813 \times \frac{1}{1000}$

$= \frac{9813}{1000} \times \frac{1}{1000}$

$= \frac{9813}{1000000}$

$= 0.009813$  (Ans.)

ঙ.  $3.12 \times 10^{-5} = 3.12 \times \frac{1}{10^5}$

$= \frac{312}{100} \times \frac{1}{100000}$

$= \frac{312}{10000000}$

$= 0.0000312$  (Ans.)

১১. নিচের সংখ্যাগুলোর সাধারণ লগের পূর্ণক বের কর (ক্যালকুলেটর ব্যবহার না করে) :

ক. 4820

খ. 72.245

গ. 1.734

ঘ. 0.045

**সমাধান :**

ক. 4820 কে বৈজ্ঞানিক প্রকাশ করে পাই,

$4820 = 4.82 \times 10^3$

যেহেতু এখানে 10 এর শক্তি সূচক 3; অতএব 4820  
এর লগের পূর্ণক 3 (Ans.)

খ. 72.245 কে বৈজ্ঞানিকরূপে প্রকাশ করে পাই,

$72.245 = 7.2245 \times 10^1$

$= 7.2245 \times 10^1$

যেহেতু এখানে 10 এর শক্তিসূচক 1;

অতএব 72.245 এর লগের পূর্ণক 1 (Ans.)

- গ.  $1.734$  কে বৈজ্ঞানিকরূপে প্রকাশ করে পাই,  
 $1.734 = 1.734 \times 10^0$   
যেহেতু এখানে,  $10$  এর শক্তি সূচক  $0$ ; অতএব  
 $1.734$  এর লগের পূর্ণক  $0$  (Ans.)
- ঘ.  $0.045$  কে বৈজ্ঞানিকরূপে প্রকাশ করে পাই,  
 $0.045 = 4.5 \times 10^{-2}$   
এখানে,  $10$  এর শক্তি সূচক  $-2$ ; অতএব  $0.045$  এর  
লগের পূর্ণক  $-2$  বা  $\bar{2}$  (Ans.)
- ঙ.  $0.000036$  কে বৈজ্ঞানিকরূপে প্রকাশ করে পাই,

$$0.000036 = \frac{36}{1000000}$$

$$= \frac{36}{10^6}$$

$$= 36 \times 10^{-6}$$

$$= 3.6 \times 10^{-5}$$

এখানে,  $10$  এর শক্তি সূচক  $-5$ ; অতএব  $0.000036$   
এর লগের পূর্ণক  $-5$  বা  $5$  (Ans.)

১২. ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে নিচের সংখ্যাগুলোর সাধারণ  
লগের পূর্ণক ও অংশক নির্ণয় কর :

- ক.  $27$  খ.  $63.147$   
গ.  $1.405$  ঘ.  $0.0456$   
ঙ.  $0.000673$

#### সমাধান :

- ক.  $27$ .  
ক্যালকুলেটর ব্যবহার করি :

$$\boxed{\text{AC}} \boxed{\log} \boxed{27} = 1.43136 \text{ (পাঁচ দশমিক স্থান পর্যন্ত)}$$

∴ লগ  $27$  এর পূর্ণক  $1$  এবং অংশক  $.43136$ .

- খ.  $63.147$

- ক্যালকুলেটর ব্যবহার করি :

$$\boxed{\text{AC}} \boxed{\log} \boxed{63.147} = 1.80035$$

(পাঁচ দশমিক স্থান পর্যন্ত)

∴ লগ  $63.147$  এর পূর্ণক  $1$  এর অংশক  $40035$

- গ)  $1.405$

- ক্যালকুলেটর ব্যবহার করি :

$$\boxed{\text{AC}} \boxed{\log} \boxed{1.405} = 0.14767$$

(পাঁচ দশমিক স্থান পর্যন্ত)

∴ লগ  $1.405$  এর পূর্ণক  $0$  এর অংশক  $.14767$

- ঘ.  $0.0456$

- ক্যালকুলেটর ব্যবহার করি :

$$\boxed{\text{AC}} \boxed{\log} \boxed{0.0456} = -1.34103$$

(পাঁচ দশমিক স্থান পর্যন্ত)

∴ লগ  $0.0456$  এর পূর্ণক  $-1$  বা  $1$  এবং অংশক  $.34103$

- ঙ.  $0.000673$

- ক্যালকুলেটর ব্যবহার করি :

$$\boxed{\text{AC}} \boxed{\log} \boxed{0.000673} = -3.17198$$

(পাঁচ দশমিক স্থান পর্যন্ত)

∴ লগ  $0.000673$  এর পূর্ণক  $-3$  বা  $\bar{3}$  এবং অংশক  $.17198$

- ১৩। গুণফলের/ভাগফলের সাধারণ লগ (আসন্ন পাঁচ দশমিক স্থান  
পর্যন্ত) নির্ণয় কর :

- ক.  $5.34 \times 8.7$  খ.  $0.79 \times 0.56$   
গ.  $22.2642 \div 3.42$  ঘ.  $0.19926 \div 32.4$

#### সমাধান :

- ক)  $5.34 \times 8.7$

$$= \log (5.34 \times 8.7)$$

$$= \log (46.458)$$

$$= 1.66706 \text{ (Ans.)}$$

- খ)  $0.79 \times 0.56$

$$= \log (0.79 \times 0.56)$$

$$= \log (0.4424)$$

$$= -0.35418 \text{ (Ans.)}$$

- গ)  $22.2642 \div 3.42$

$$= \log (22.2642 \div 3.42)$$

$$= \log (6.51)$$

$$= 0.81358 \text{ (Ans.)}$$

- ঘ)  $019926 \div 32.4$

$$= \log (0.19926 \div 32.4)$$

$$= \log (0.00615)$$

$$= -2.21112 \text{ (Ans.)}$$

- ১৪। যদি  $\log 2 = 0.30103$ ,  $\log 3 = 0.47712$  এবং  $\log 7 = 0.84510$  হয়, তবে নিচের রাশিগুলোর মান নির্ণয় কর :

- ক.  $\log 9$

- খ.  $\log 24$

- গ.  $\log 42$

#### সমাধান :

- ক)  $\log 9$

দেওয়া আছে,  $\log 3 = 0.47712$

$$\therefore \log 9 = \log (3 \times 3)$$

$$= \log 3 + \log 3$$

$$= 0.47712 + 0.47712 \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= 0.95424 \text{ (Ans.) (৫ দশমিক স্থান পর্যন্ত)}$$

- খ)  $\log 24$

দেওয়া আছে,  $\log 2 = 0.30103$

$$\log 7 = 0.84510$$

$$\therefore \log 24$$

$$= \log (2 \times 2 \times 7)$$

$$= \log 2 + \log 2 + \log 7$$

$$= 0.30103 + 0.30103 + 0.84510$$

$$= 1.44716 \text{ (পাঁচ দশমিক স্থান পর্যন্ত) (Ans.)}$$

- গ)  $\log 42$

দেওয়া আছে,  $\log 2 = 0.30103$

$$\log 3 = 0.47712$$

$$\log 7 = 0.84510$$

$$\therefore \log 42 = \log (2 \times 3 \times 7)$$

$$= \log 2 + \log 3 + \log 7$$

$$= 0.30103 + 0.47712 + 0.84510$$

$$= 1.62325 \text{ (Ans.)}$$

- ১৫। দেওয়া আছে,  $x = 1000$  এবং  $y = 0.0625$

- ক)  $x$  ও  $a^n b^n$  আকারে প্রকাশ কর। যেখানে  $a$  ও  $b$  মৌলিক  
সংখ্যা।

- খ)  $x$  ও  $y$  এর গুণফলকে বৈজ্ঞানিক আকারে প্রকাশ কর।

- গ)  $xy$  এর সাধারণ লগের পূর্ণক ও অংশক নির্ণয় কর।

#### সমাধান :

- ক)  $x$  কে  $a^n b^n$  আকারে প্রকাশ করে পাই,

$$x = 1000$$

$$= 2 \times 500$$

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 125$$

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 \\ = 2^3 \times 5^3 \quad [\text{যেখানে, } a \text{ ও } b \text{ মৌলিক সংখ্যা।}]$$

∴  $x = 2^3 5^3$  (Ans.)  
ব) দেওয়া আছে,  $x = 1000$  এবং  $y = 0.0625$   
 $\therefore x$  ও  $y$  এর গুণফল  $= 1000 \times 0.0625$   
 $\therefore xy = 62.5$

$$62.5 \text{ এর বৈজ্ঞানিক ফর্ম} = 62.5 \\ = 6.25 \times 10^1 \text{ (Ans.)}$$

গ)  $xy = 62.5$   
 $= \log(62.5)$   
 $= 1.79588$   
 $\therefore \log 62.5$  এর পূর্ণক । এবং এর অংশক .79588 (Ans.)

## ► সৃজনশীল অংশ

মাস্টার ট্রেইনার কর্তৃক প্রণীত বহনিবাচনি প্রশ্নোত্তর :

সাধারণ বহনিবাচনি :

১.  $\frac{1-x^2}{1+x}$  এর সাধারণ রূপ কত? [বিশ্বার্ড স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট]

ক 1 - x      খ 1 + x      ক  
গ 1 - x<sup>2</sup>      ঘ 1 + x<sup>2</sup>      গ

২.  $(5^0)^2 \times (5^2)^0 \times 5^0$  এর মান নিচের কোনটি?

বিএ এফ শাহীন কলেজ, ঢাকা]  
ক 0      খ 1      ক  
গ 5      ঘ 25      গ

৩.  $\log_a M + \log_a N =$  নিচের কোনটি?

[বিএ এফ শাহীন কলেজ, ঢাকা]  
ক  $\log_a \left(\frac{M}{N}\right)$       খ  $\log_a \left(\frac{N}{M}\right)$       ক  
গ  $\log_a(MN)$       ঘ  $\log_a(MN)^a$       গ

৪. e ভিত্তিক লগারিদমের অপর নাম কী?

[খুলনা পাবলিক কলেজ]  
ক সাধারণ লগারিদম      খ স্বাভাবিক লগারিদম      ক  
গ ব্যবহারিক লগারিদম      ঘ ব্রিস লগারিদম      গ

৫. একটি হাইড্রোজেন পরমাণুর ব্যাসার্ধ 0.0000000037 সে.মি. এর বৈজ্ঞানিক রূপ কোনটি? [খুলনা পাবলিক কলেজ]

ক  $3.7 \times 10^{-10}$       খ  $3.7 \times 10^{-8}$       ক  
গ  $0.37 \times 10^{-9}$       ঘ  $3.7 \times 10^{-9}$       গ

৬.  $\log_5 x = 3$  হলে x এর মান কত? [বরগুনা জিলা স্কুল]

ক 5      খ 10      ক  
গ 125      ঘ 25      গ

৭.  $\log_2 2$  এর মান কত? [বরগুনা জিলা স্কুল]

ক 2      খ  $\frac{1}{3}$       ক  
গ  $\frac{1}{4}$       ঘ  $\frac{1}{2}$       গ

৮.  $\log_a a$  এর মান কোনটি?

ক 1      খ a      ক  
গ 2      ঘ 3      গ

৯.  $\log_1$  এর মান কোনটি?

ক 0      খ 1      ক  
গ 2      ঘ 3      গ

১০.  $\log_0$  এর মান কোনটি?

ক 1      খ 2      ক  
গ 3      ঘ 0      গ

বরগুনা জিলা স্কুল

১১.  $\log 7 + \log 3$  এর মান কোনটি? [বরগুনা জিলা স্কুল]  
ক 21      খ  $3 \times 7$       ক  
গ 7 + 3      ঘ  $\log 21$       গ

১২.  $\log_2 16$  এর মান নির্ণয় কর। [ইনজিনিয়ারিং ইউনিভার্সিটি স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]  
ক 1      খ 2      ক  
গ 3      ঘ 4      গ

১৩. সঠিক কোন শর্তে  $\log_a 1 = 0$ ? [ইনজিনিয়ারিং ইউনিভার্সিটি স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]  
ক  $a > 0$       খ  $a \neq 0$       ক  
গ  $a > 0, a \neq 1$       ঘ  $a \neq 0, a > 1$       গ

১৪.  $a \neq 0$  হলে, নিচের কোনটি  $(a^{-1})^{-1}$  এর সঠিক মান?  
[ইনজিনিয়ারিং ইউনিভার্সিটি স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]  
ক a      খ  $a^{-1}$       ক  
গ  $a^{-2}$       ঘ  $a^2$       গ

১৫.  $2^{x+1} = 32$  হলে, x এর মান কত? [ইনজিনিয়ারিং ইউনিভার্সিটি স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]  
ক  $\frac{3}{2}$       খ  $\frac{7}{2}$       ক  
গ 41      ঘ 9      গ

১৬.  $m+n=-2$  হলে,  $(-2)^n \times (-2)^m \times (-2)^2$  এর মান কত?  
[ইনজিনিয়ারিং ইউনিভার্সিটি স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]  
ক -2      খ -1      ক  
গ 1      ঘ 2      গ

১৭.  $\log_x 324 = 4$  হলে, x = কত? [ইনজিনিয়ারিং ইউনিভার্সিটি স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]  
ক  $3\sqrt{2}$       খ  $2\sqrt{3}$       ক  
গ  $\sqrt{2}$       ঘ  $\sqrt{3}$       গ

১৮.  $\log_4 2 =$  কত? [ইস্পাহানী পাবলিক স্কুল ও কলেজ]  
ক  $\log 2 \cdot \log 4$       খ  $\log 2 + \log 4$       ক  
গ 2      ঘ  $\frac{1}{2}$       গ

১৯.  $\log_{10} = -2$  হলে x = কত? [ইস্পাহানী পাবলিক স্কুল ও কলেজ]  
ক 10      খ  $\frac{1}{10}$       ক  
গ 100      ঘ  $\frac{1}{100}$       গ

২০.  $\log_x 25 = ?$  হলে x = কত? [ইস্পাহানী পাবলিক স্কুল ও কলেজ]  
ক -5      খ 5      ক  
গ  $\pm 5$       ঘ 5      গ



□ অধ্যায় শেষে শিক্ষার্থীরা—

- চলকের ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- সমীকরণ ও অভেদের পার্থক্য ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- একবাত সমীকরণের সমাধান করতে পারবে।
- বাস্তবভিত্তিক সমস্যার একবাত সমীকরণ গঠন করে সমাধান করতে পারবে।
- দ্বিঘাত সমীকরণের সমাধান করতে পারবে ও সমাধান সেট নির্ণয় করতে পারবে।
- বাস্তবভিত্তিক সমস্যার দ্বিঘাত সমীকরণ গঠন করে সমাধান করতে পারবে।

যা মনে রাখতে হবে...



❖ চলক : যে প্রতীক নির্দিষ্ট সেটের যে কোন উপাদানকে বুঝায় তাকে চলক বা চল বলে।

যেমন :  $A = \{x \neq R : 1 < x < 20\}$  সেটে  $x$  হল চলক  
কেননা এ সেটে  $x$  এর মান  $2, 3, 4, \dots, 19$  ইত্যাদির যে  
কোনটি হতে পারে।

❖ গাণিতিক বাক্য : গাণিতিক শব্দাবলি ক্রিয়াপদ দ্বারা যুক্ত হলে  
তাকে গাণিতিক বাক্য বলে। যেমন :  $5 + 8 = 13, 2 \times 3 >$   
 $4, 10 < 12$  ইত্যাদি হলো গাণিতিক বাক্য। যেখানে '='  
(সমান হওয়া), '>' (বড় হওয়া), '<' (ছোট হওয়া) ইত্যাদি  
ক্রিয়া পদ।

❖ গাণিতিক খোলা বাক্য : কোন চলক সম্বলিত গাণিতিক  
বাক্যকে গাণিতিক খোলা বাক্য বলে।

যেমন :  $x + 3 = 7$

❖ গাণিতিক উক্তি : কোন গাণিতিক বাক্য সত্য না মিথ্যা  
নিশ্চিতভাবে বলা সম্ভব হলে, ঐ বাক্যকে গাণিতিক উক্তি  
বলে। উদাঃ  $2 + 3 = 5 ; 2 - 3 = 1$ .

❖ সমীকরণ : দুইটি বহুপদীকে সমতা চিহ্ন দ্বারা সমীকৃত  
করলে তাকে সমীকরণ বলে। যেমন :  $2x - 4 + x = 6, x^2$   
 $+ y^2 = 5$  ইত্যাদি।

❖ অভেদ : সমান চিহ্নের দুই পক্ষে সমান ঘাতবিশিষ্ট দুইটি  
বহুপদী থাকে। চলকের সর্বোচ্চ ঘাতের সংখ্যার চেয়েও  
অধিক সংখ্যক মানের জন্য অভেদটি সিদ্ধ হবে। সমান  
চিহ্নের উভয় পক্ষের মধ্যে কোন ভেদ নেই বলেই অভেদ।  
যেমন :  $(a + 1)^2 - (a - 1)^2 = 4a$  একটি অভেদ;  
এখানে  $a$  এর সকল মানের জন্য সিদ্ধ হবে।

❖ সমীকরণের মূল : কোন সমীকরণে চলক বা চলকসমূহের যে  
বা যেসব মানের জন্য বামপক্ষ ও ডানপক্ষ পরস্পর সমান হয়  
সে বা সেসব মানকে উক্ত সমীকরণের মূল বলে।

যেমন :  $x + 3 = 7$  সমীকরণে  $x$  এর মান 4 বসালে  
বামপক্ষ এবং ডানপক্ষ সমান হয়। কাজেই এই সমীকরণের  
মূল,  $x = 4$ .

❖ সমীকরণের সমাধান : কোন সমীকরণের মূল বা বীজ নির্ণয়  
করাকে এর সমাধান বলা হয়।

❖ সমীকরণ সমাধানের কয়েকটি স্বতঃসিদ্ধ :

- স্বতঃসিদ্ধ 1. বামপক্ষের ও ডানপক্ষের রাশির সাথে একই  
রাশি যোগ করলে সমীকরণের উভয়পক্ষ সমান থাকবে।
- স্বতঃসিদ্ধ 2. বামপক্ষের ও ডানপক্ষের রাশি থেকে একই  
রাশি বিয়োগ করলে সমীকরণের উভয়পক্ষ সমান থাকবে।
- স্বতঃসিদ্ধ 3. বামপক্ষের ও ডানপক্ষের রাশিকে একই রাশি  
দ্বারা গুণ করলে সমীকরণের উভয়পক্ষ সমান থাকবে।
- স্বতঃসিদ্ধ 4. বামপক্ষের ও ডানপক্ষের রাশিকে একই রাশি  
দ্বারা (শূন্য ব্যতীত) ভাগ করলে সমীকরণের উভয়পক্ষ সমান  
থাকবে।

যেমন :  $x + 2 = 1$  হলে,  $\frac{x + 2}{2} = \frac{1}{2}$  হবে।

স্বতঃসিদ্ধ 5. বামপক্ষের ও ডানপক্ষের রাশিকে একই ঘাতে  
উন্নীত করলে সমীকরণের উভয়পক্ষ সমান থাকবে।

যেমন :  $x + 2 = 5$  হলে,  $(x + 2)^2 = 5^2$  হবে।

❖ দ্বিঘাত সমীকরণ : যে সমীকরণকে সমাধান করলে  
অজ্ঞাত একটি চলকের দুটি মূল বা বীজ পাওয়া যায়,  
তাকে দ্বিঘাত সমীকরণ বলে। দ্বিঘাত সমীকরণে অজ্ঞাত  
রাশির সর্বোচ্চ ঘাত বা শক্তি 2 থাকে। যেমন :  $ax^2 + bx$   
 $+ c = 0$  একটি দ্বিঘাত সমীকরণ এর সমাধান,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

I MyMahbub

## □ অনুশিলনী- ৫.১

### পাঠ্যবইয়ের কাজসমূহের সমাধান

□ ক্ষেত্র-১:  $(\sqrt{5}+1)x + 4 = 4\sqrt{5}$  হলে দেখাও যে,  $x = \frac{-2\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1}$

**সমাধান:**  $(\sqrt{5}+1)x + 4 = 4\sqrt{5}$

$$\text{বা, } (\sqrt{5}+1)x = 4\sqrt{5} - 4$$

$$\text{বা, } (\sqrt{5}+1)x = 4(\sqrt{5}-1)$$

$$\text{বা, } x = \frac{4(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{5}+1)}$$

$$\text{বা, } x = \frac{4(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)}$$

[বেব ও হরকে ঘারা  $(\sqrt{5}-1)$  গুণ করো]

$$\text{বা, } x = \frac{4(\sqrt{5}-1)^2}{(\sqrt{5})^2 - 1}$$

$$\text{বা, } x = \frac{4 \{ (\sqrt{5})^2 - 2\sqrt{5} + 1^2 \}}{5 - 1}$$

$$\text{বা, } x = \frac{4(5 - 2\sqrt{5} + 1)}{4}$$

$$\text{বা, } x = 6 - 2\sqrt{5} \text{ (দেখানো হলো)}$$

২। সমাধান কর ও সমাধান সেট লেখ :  $(\sqrt{4x-3}) + 5 = 2$

**সমাধান:**  $(\sqrt{4x-3}) + 5 = 2$

$$\text{বা, } \sqrt{4x-3} = 2 - 5 \text{ [পক্ষভর করো]}$$

$$\text{বা, } \sqrt{4x-3} = -3$$

$$\text{বা, } (\sqrt{4x-3})^2 = (-3)^2 \text{ [বর্গ করো]}$$

$$\text{বা, } 4x-3 = 9$$

$$\text{বা, } 4x = 9 + 3$$

$$\text{বা, } 4x = 12$$

$$\text{বা, } x = 3$$

প্রদত্ত সমীকরণে বর্গমূল চিহ্ন থাকার কারণে শুধু পরীক্ষা প্রয়োজন।

প্রদত্ত সমীকরণটিতে  $x = 3$  বসিয়ে পাই,

$$\sqrt{4 \times 3 - 3} + 5 = 2$$

$$\text{বা, } \sqrt{12 - 3} + 5 = 2$$

$$\text{বা, } \sqrt{9} + 5 = 2$$

$$\text{বা, } 3 + 5 = 2$$

$$\text{বা, } 8 = 2, \text{ যা অসম্ভব।}$$

∴ সমীকরণটির কোনো সমাধান নেই।

∴ নির্ণয় সমাধান সেট,  $S = \{ \}$  বা,  $\emptyset$

### পাঠ্যবইয়ের উদাহরণসমূহ

উদাহরণ-৩॥ সমাধান কর ও সমাধান সেট লেখ :

$$\frac{6x+1}{15} - \frac{2x-4}{7x-1} = \frac{2x-1}{5}$$

$$\text{সমাধান : } \frac{6x+1}{15} - \frac{2x-4}{7x-1} = \frac{2x-1}{5}$$

$$\text{বা, } \frac{6x+1}{15} - \frac{2x-1}{5} = \frac{2x-4}{7x-1} \text{ [পক্ষভর করো]}$$

$$\text{বা, } \frac{6x+1 - 6x+3}{15} = \frac{2x-4}{7x-1}$$

$$\text{বা, } \frac{4}{15} = \frac{2x-4}{7x-1}$$

$$\text{বা, } 15(2x-4) = 4(7x-1) \text{ [আড় গুণ করো]}$$

$$\text{বা, } 30x - 60 = 28x - 4$$

$$\text{বা, } 30x - 28x = 60 - 4 \text{ [পক্ষভর করো]}$$

$$\text{বা, } 2x = 56$$

$$\text{বা, } x = 28$$

∴ নির্ণয় সমাধান 28 এবং সমাধান সেট,  $S = \{28\}$

উদাহরণ-৪॥ সমাধান কর :

$$\frac{1}{x-3} + \frac{1}{x-4} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-5}$$

$$\text{সমাধান : } \frac{1}{x-3} + \frac{1}{x-4} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-5}$$

$$\text{বা, } \frac{x-4+x-3}{(x-3)(x-4)} = \frac{x-5+x-2}{(x-2)(x-5)}$$

$$\text{বা, } \frac{2x-7}{x^2-7x+12} = \frac{2x-7}{x^2-7x+10}$$

প্রাপ্ত সমীকরণের দুই পক্ষের ভগুৎপ্র দুটির মান সমান। আবার, দুই পক্ষের লব সমান, কিন্তু হর অসমান। এক্ষেত্রে একমাত্র লবের মান শূন্য হলেই দুই পক্ষ সমান হবে।

$$\therefore 2x-7 = 0 \text{ বা, } 2x = 7$$

$$\therefore x = \frac{7}{2}$$

∴ নির্ণয় সমাধান  $\frac{7}{2}$

উদাহরণ-৫॥ দুই অক্ষিবিশিষ্ট কোনো সংখ্যার একক ঘনীভূত অক্ষটি দশক ঘনীভূত অক্ষ অপেক্ষা 2 বেশি। অক্ষয় ঘনী



# MyMahbub

I



MyMahbub

$$\text{সংখ্যাটি } 10x + (x+2) \text{ বা, } 11x + 20$$

$$\text{অর্থাৎ, একটি সংখ্যাটি } 10x + (x+2) \text{ বা, } 11x + 20$$

$$\therefore \text{সংখ্যাটি } 10x + (x+2) \text{ বা, } 11x + 20$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } 11x + 20 = 2(11x + 2) - 6$$

$$\text{বা, } 11x + 20 = 22x + 4 - 6$$

$$\text{বা, } 22x - 11x = 20 + 6 - 4 \text{ [পক্ষস্তুর করো]}$$

$$\text{বা, } 11x = 22$$

$$\text{বা, } x = 2$$

$$\therefore \text{সংখ্যাটি } 11x + 2 = 11 \times 2 + 2 = 24$$

$$\therefore \text{পদস্থ সংখ্যাটি } 24$$

**উদাহরণ-8।** একটি শ্রেণির প্রতিবেশে 4 জন করে ছাত্র বসলে

৩টি বেঁধও থালি থাকে। আবার, প্রতি বেঁধে 3 জন করে ছাত্র বসালে 6 জন ছাত্রকে দাঢ়িয়ে থাকতে হয়। ঐ শ্রেণির ছাত্র সংখ্যা কত?

**সমাধান :** মনে করি, শ্রেণিটির ছাত্র সংখ্যা  $x$  যেহেতু প্রতিবেশে 4 জন করে বসালে 3টি বেঁধও থালি থাকে, সেহেতু ঐ শ্রেণির বেঁধের সংখ্যা  $= \frac{x}{4} + 3$

আবার, যেহেতু প্রতি বেঁধে 3 জন করে বসালে 6 জনকে দাঢ়িয়ে থাকতে হয়, সেহেতু ঐ শ্রেণির বেঁধের সংখ্যা  $= \frac{x-6}{3}$

যেহেতু বেঁধের সংখ্যা একই থাকবে,

$$\text{সূতরাং, } \frac{x}{4} + 3 = \frac{x-6}{3}$$

$$\text{বা, } \frac{x+12}{4} = \frac{x-6}{3}$$

$$\text{বা, } 4x - 24 = 3x + 36$$

$$\text{বা, } 4x - 3x = 36 + 24$$

সমাধান কর (১ - ১০) :

$$১। 3(5x - 3) = 2(x + 2)$$

**সমাধান :**  $3(5x - 3) = 2(x + 2)$

$$\text{বা, } 15x - 9 = 2x + 4$$

$$\text{বা, } 15x - 2x = 4 + 9$$

$$\text{বা, } 13x = 13$$

$$\text{বা, } x = \frac{13}{13}$$

$$\therefore x = 1$$

অতএব নির্ণেয় সমাধান,  $x = 1$

$$২। \frac{ay}{b} - \frac{by}{a} = a^2 - b^2$$

**সমাধান :**  $\frac{ay}{b} - \frac{by}{a} = a^2 - b^2$

$$\text{বা, } \frac{a^2y - b^2y}{ab} = a^2 - b^2$$

$$\text{বা, } \frac{y(a^2 - b^2)}{ab} = a^2 - b^2$$

$$\text{বা, } \frac{y}{ab} = 1 \quad [\text{উভয় পক্ষকে } a^2 - b^2 \text{ দ্বারা ভাগ করো]$$

12% মূলধার ও বাকি টাকা বার্ষিক 10% হৃদাহর বিনিয়োগ করলেন। এক বছর পর তিনি মোট 6400 টাকা মূলধার পেলেন।

তিনি 12% মূলধার কর টাকা বিনিয়োগ করলেন?

**সমাধান :** মনে করি, কবির সাহেব 12% মূলধার  $x$  টাকা বিনিয়োগ করেছেন।

$\therefore$  তিনি 10% মূলধার বিনিয়োগ করেছেন  $(56000 - x)$  টাকা।

এখন,  $x$  টাকার 1 বছরের মূলধা  $x \times \frac{12}{100}$  টাকা

$$\text{বা, } \frac{12x}{100} \text{ টাকা।}$$

আবার,  $(56000 - x)$  টাকার 1 বছরের মূলধা

$$(56000 - x) \times \frac{10}{100} \text{ টাকা}$$

$$\text{বা, } \frac{10(56000 - x)}{100} \text{ টাকা।}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{12x}{100} + \frac{10(56000 - x)}{100} = 6400$$

$$\text{বা, } 12x + 560000 - 10x = 640000$$

$$\text{বা, } 2x = 640000 - 560000$$

$$\text{বা, } 2x = 80000$$

$$\text{বা, } x = 40000$$

কবির সাহেব 12% মূলধার 4000 টাকা বিনিয়োগ করেছেন।

(Ans.)

## পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান

৫.১

$$\text{বা, } y = ab$$

$$\therefore y = ab$$

অতএব নির্ণেয় সমাধান,  $y = ab$

$$৩। (z+1)(z-2) = (z-4)(z+2)$$

**সমাধান :**  $(z+1)(z-2) = (z-4)(z+2)$

$$\text{বা, } z^2 - 2z + z - 2 = z^2 + 2z - 4z - 8$$

$$\text{বা, } z^2 - z - 2 = z^2 - 2z - 8$$

$$\text{বা, } z^2 - z - z^2 + 2z = 2 - 8 \quad [\text{পক্ষস্তুর করো}]$$

$$\text{বা, } z = -6$$

$$\therefore z = -6$$

অতএব নির্ণেয় সমাধান,  $z = -6$

$$৪। \frac{7x}{3} + \frac{3}{5} = \frac{2x}{5} - \frac{4}{3}$$

**সমাধান :**  $\frac{7x}{3} + \frac{3}{5} = \frac{2x}{5} - \frac{4}{3}$

$$\text{বা, } \frac{7x}{3} + \frac{4}{3} = \frac{2x}{5} - \frac{3}{5} \quad [\text{পক্ষস্তুর করো}]$$

$$\text{বা, } \frac{7x+4}{3} = \frac{2x-3}{5}$$

$$\text{বা, } 5(7x+4) = 3(2x-3) \quad [\text{বিজৃংগ করো}]$$

$$\text{বা, } 35x+20 = 6x-9$$

বা,  $35x - 6x = -9 - 20$

বা,  $29x = -29$

বা,  $x = \frac{-29}{29}$

$\therefore x = -1$

অতএব নির্ণেয় সমাধান,  $x = -1$

৫।  $\frac{4}{2x+1} + \frac{9}{3x+2} = \frac{25}{5x+4}$

সমাধান:  $\frac{4}{2x+1} + \frac{9}{3x+2} = \frac{25}{5x+4}$

বা,  $\frac{4(3x+2) + 9(2x+1)}{(2x+1)(3x+2)} = \frac{25}{5x+4}$

বা,  $\frac{12x+8+18x+9}{(2x+1)(3x+2)} = \frac{25}{5x+4}$

বা,  $\frac{30x+17}{6x^2+4x+3x+2} = \frac{25}{5x+4}$

বা,  $\frac{30x+17}{6x^2+7x+2} = \frac{25}{5x+4}$

বা,  $(5x+4)(30x+17) = 25(6x^2+7x+2)$

বা,  $150x^2 + 85x + 120x + 68 = 150x^2 + 175x + 50$  [বর্জন করে]

বা,  $150x^2 + 205x + 68 = 150x^2 + 175x + 50$

বা,  $150x^2 + 205x - 150x^2 - 175x = 50 - 68$

বা,  $30x = -18$

বা,  $x = \frac{-18}{30}$

$\therefore x = -\frac{3}{5}$

অতএব নির্ণেয় সমাধান,  $x = -\frac{3}{5}$

৬।  $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+4} = \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+3}$

সমাধান:  $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+4} = \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+3}$

বা,  $\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+3} = \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4}$  [পক্ষান্তর করে]

বা,  $\frac{1(x+3) - 1(x+1)}{(x+1)(x+3)} = \frac{1(x+4) - 1(x+2)}{(x+2)(x+4)}$

বা,  $\frac{x+3-x-1}{(x+1)(x+3)} = \frac{x+4-x-2}{(x+2)(x+4)}$

বা,  $\frac{2}{(x+1)(x+3)} = \frac{2}{(x+2)(x+4)}$

বা,  $\frac{1}{(x+1)(x+3)} = \frac{1}{(x+2)(x+4)}$

বা,  $(x+2)(x+4) = (x+1)(x+3)$

বা,  $x^2 + 4x + 2x + 8 = x^2 + 3x + x + 3$

বা,  $x^2 + 6x + 8 = x^2 + 4x + 3$

বা,  $x^2 + 6x - x^2 - 4x = 3 - 8$  [পক্ষান্তর করে]

বা,  $2x = -5$

বা,  $x = \frac{-5}{2}$

$\therefore x = -\frac{5}{2}$

অতএব নির্ণেয় সমাধান,  $x = -\frac{5}{2}$

৭।  $\frac{a}{x-a} + \frac{b}{x-b} = \frac{a+b}{x-a-b}$

সমাধান:  $\frac{a}{x-a} + \frac{b}{x-b} = \frac{a+b}{x-a-b}$

বা,  $\frac{a}{x-a} + \frac{b}{x-b} = \frac{a}{x-a-b} + \frac{b}{x-b}$

বা,  $\frac{a}{x-a} - \frac{a}{x-a-b} = \frac{b}{x-b} - \frac{b}{x-a-b}$  [পক্ষান্তর করে]

বা,  $a(x-a-b) - a(x-a) = b(x-b) - b(x-a-b)$

বা,  $(x-a)(x-a-b) = (x-b)(x-a-b)$

বা,  $ax - a^2 - ab - ax + a^2 = bx - b^2 - bx + ab + b^2$

বা,  $(x-a)(x-a-b) = (x-b)(x-a-b)$

বা,  $\frac{-ab}{x-a} = \frac{ab}{x-b}$  [উভয় পক্ষকে  $x-a-b$  দ্বারা গুণ করে]

বা,  $\frac{-1}{x-a} = \frac{1}{x-b}$  [উভয় পক্ষকে  $x-a-b$  দ্বারা গুণ করে]

বা,  $-1(x-b) = 1(x-a)$

বা,  $-x+b = x-a$

বা,  $-x-x = -a-b$

বা,  $-2x = -(a+b)$

বা,  $2x = a+b$

$\therefore x = \frac{a+b}{2}$

অতএব নির্ণেয় সমাধান,  $x = \frac{a+b}{2}$

৮।  $\frac{x-a}{b} + \frac{x-b}{a} + \frac{x-3a-3b}{a+b} = 0$

সমাধান:  $\frac{x-a}{b} + \frac{x-b}{a} + \frac{x-3a-3b}{a+b} = 0$

বা,  $\frac{x-a}{b} + \frac{x-b}{a} + \frac{x-3a-3b}{a+b} + 2 - 2 = 0$

বা,  $\left(\frac{x-a}{b}-1\right) + \left(\frac{x-b}{a}-1\right) + \left(\frac{x-3a-3b}{a+b}+2\right) = 0$

বা,  $\frac{x-a-b}{b} + \frac{x-b-a}{a} + \frac{x-3a-3b+2a+2b}{a+b} = 0$

বা,  $\frac{x-a-b}{b} + \frac{x-a-b}{a} + \frac{x-a-b}{a+b} = 0$

বা,  $(x-a-b)\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{a} + \frac{1}{a+b}\right) = 0$

বা,  $x-a-b = 0 \left[ \frac{1}{b} + \frac{1}{a} + \frac{1}{a+b} \neq 0 \text{ যা } x \text{ বর্জিত রাশি} \right]$

$\therefore x = a+b$

অতএব নির্ণেয় সমাধান,  $x = a+b$

৯।  $\frac{x-a}{a^2-b^2} = \frac{x-b}{b^2-a^2}$

সমাধান:  $\frac{x-a}{a^2-b^2} = \frac{x-b}{b^2-a^2}$

বা,  $\frac{x-a}{a^2-b^2} = -\frac{x-b}{(a^2-b^2)}$

বা,  $x-a = -(x-b)$  [উভয় পক্ষকে  $a^2-b^2$  দ্বারা গুণ করে]

বা,  $x-a = -x+b$

বা,  $x+x = a+b$

বা,  $2x = a+b$

$\therefore x = \frac{a+b}{2}$

অতএব নির্ণেয় সমাধান,  $x = \frac{a+b}{2}$

$$10 | (3 + \sqrt{3})z + 2 = 5 + 3\sqrt{3}$$

**সমাধান :**  $(3 + \sqrt{3})z + 2 = 5 + 3\sqrt{3}$

বা,  $(3 + \sqrt{3})z = 5 + 3\sqrt{3} - 2$

বা,  $(3 + \sqrt{3})z = 3\sqrt{3} + 3$

বা,  $z = \frac{3\sqrt{3} + 3}{3 + \sqrt{3}}$

বা,  $z = \frac{3\sqrt{3} + \sqrt{3}\sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}}$

বা,  $z = \frac{(3 + \sqrt{3})\sqrt{3}}{(3 + \sqrt{3})}$

$\therefore z = \sqrt{3}$

অতএব নির্ণয় সমাধান,  $z = \sqrt{3}$

সমাধান সেট নির্ণয় কর : (১১ – ১৯)

$$11 | 2x(x+3) = 2x^2 + 12$$

**সমাধান :**  $2x(x+3) = 2x^2 + 12$

বা,  $2x^2 + 6x = 2x^2 + 12$

বা,  $2x^2 + 6x - 2x^2 = 12$  [পক্ষান্তর করে]

বা,  $6x = 12$

বা,  $x = \frac{12}{6}$

$\therefore x = 2$

অতএব নির্ণয় সমাধান সেট,  $x = \{2\}$

$$12 | 2x + \sqrt{2} = 3x - 4 - 3\sqrt{2}$$

**সমাধান :**  $2x + \sqrt{2} = 3x - 4 - 3\sqrt{2}$

বা,  $2x - 3x = -4 - 3\sqrt{2} - \sqrt{2}$

বা,  $-x = -4 - 4\sqrt{2}$

বা,  $-x = -4(1 + \sqrt{2})$

বা,  $x = 4(1 + \sqrt{2})$

প্রদত্ত সমীকরণে বর্গমূলের চিহ্ন থাকার কারণে শুন্ধি পরীক্ষা প্রয়োজন।

প্রদত্ত সমীকরণটিতে  $x = 4(1 + \sqrt{2})$  রাসিয়ে পাই,

$$2\{4(1 + \sqrt{2})\} + \sqrt{2} = 3\{4(1 + \sqrt{2})\} - 4 - 3\sqrt{2}$$

বা,  $8(1 + \sqrt{2}) + \sqrt{2} = 12(1 + \sqrt{2}) - 4 - 3\sqrt{2}$

বা,  $8 + 8\sqrt{2} + \sqrt{2} = 12 + 12\sqrt{2} - 4 - 3\sqrt{2}$

বা,  $8 + 9\sqrt{2} = 8 + 9\sqrt{2}$ , যা সত্য

$\therefore$  নির্ণয় সমাধান সেট,  $S = \{4(1 + \sqrt{2})\}$

$$13 | \frac{x+a}{x-b} = \frac{x+a}{x+c}$$

**সমাধান :**  $\frac{x+a}{x-b} = \frac{x+a}{x+c}$

বা,  $(x+a)(x+c) = (x+a)(x-b)$

বা,  $x^2 + xc + xa + ac = x^2 - bx + ax - ab$

বা,  $x^2 + xc + xa + ac - x^2 + bx - ax + ab = 0$

[পক্ষান্তর করে]

বা,  $xc + ac + bx + ab = 0$

বা,  $c(x+a) + b(x+a) = 0$

বা,  $(x+a)(c+b) = 0$

এখানে,  $x+a=0$   $(c+b) \neq 0$

$\therefore x = -a$  কারণ তা  $x$  বর্জিত রাখি

∴ সমাধান,  $x = -a$

নির্ণয় সমাধান সেট,  $S = \{-a\}$

$$14 | \frac{z-2}{z-1} = 2 - \frac{1}{z-1}$$

**সমাধান :**  $\frac{z-2}{z-1} = 2 - \frac{1}{z-1}$

বা,  $\frac{z-2}{z-1} + \frac{1}{z-1} = 2$  [পক্ষান্তর করে]

বা,  $\frac{z-2+1}{z-1} = 2$

বা,  $z-1 = 2(z-1)$

বা,  $z-1 = 2z-2$

বা,  $z-2z = -2+1$

বা,  $-z = -1$

$\therefore z = 1$

কিন্তু  $z = 1$  প্রদত্ত সমীকরণকে সিদ্ধ করে না।

∴ সমীকরণটির কানো সমাধান নেই।

অতএব নির্ণয় সমাধান সেট  $S = \{?\}$

$$15 | \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} = \frac{2}{x-1}$$

**সমাধান :**  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} = \frac{2}{x-1}$

বা,  $\frac{x+1+x}{x(x+1)} = \frac{2}{x-1}$

বা,  $\frac{2x+1}{x(x+1)} = \frac{2}{x-1}$

বা,  $\frac{2x+1}{x^2+x} = \frac{2}{x-1}$

বা,  $(2x+1)(x-1) = 2(x^2+x)$

বা,  $2x^2 - 2x + x - 1 = 2x^2 + 2x$

বা,  $2x^2 - x - 1 = 2x^2 + 2x$

বা,  $x^2 - x - 2x^2 - 2x = 1$  [পক্ষান্তর করে]

বা,  $3x = 1$

$\therefore x = \frac{1}{3}$

অতএব গৈয়ে সমাধান সেট  $S = \left\{-\frac{1}{3}\right\}$

$$17 | \frac{m}{m-x} + \frac{n}{n-x} = \frac{m+n}{m+n-x}$$

$$\text{সমাধান: } \frac{m}{m-x} + \frac{n}{n-x} = \frac{m+n}{m+n-x}$$

$$\text{বা, } \frac{m}{m-x} + \frac{n}{n-x} = \frac{m}{m+n-x} - \frac{n}{m+n-x}$$

$$\text{বা, } \frac{m}{m-x} - \frac{m}{m+n-x} = \frac{n}{m+n-x} - \frac{n}{n-x} \quad [\text{পক্ষান্তর করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{m(m+n-x) - m(m-x)}{(m-x)(m+n-x)} = \frac{n(n-x) - n(m+n-x)}{(m+n-x)(n-x)}$$

$$\text{বা, } \frac{m^2 + mn - mx - m^2 + mx}{(m-x)(m+n-x)} = \frac{n^2 - nx - nm - n^2 + nx}{(m+n-x)(n-x)}$$

$$\text{বা, } \frac{mn}{(m-x)(m+n-x)} = \frac{-mn}{(m+n-x)}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{(m-x)(m+n-x)} = \frac{-1}{(m+n-x)(n-x)} \quad [\text{উভয় পক্ষে } mn \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\text{বা, } (m+n-x)(n-x) = -\{(m-x)(m+n-x)\}$$

$$\text{বা, } (m+n-x)(n-x) + (m-x)(m+n-x) = 0$$

$$\text{বা, } (m+n-x)(n-x+m-x) = 0$$

$$\text{বা, } (m+n-x)(m+n-2x) = 0$$

$$\therefore \text{হয় } m+n-x = 0 \text{ অথবা } m+n-2x = 0$$

কিন্তু  $m+n-x = 0$  হলে প্রদত্ত সমীকরণের ডানপক্ষের মান  $\frac{m+n}{2}$  অর্থাৎ অসীম হয়।

ফলে  $m+n-x = 0$  গ্রহণযোগ্য নয়।

সুতরাং  $m+n-2x = 0$

বা,  $m+n = 2x$

$$\therefore x = \frac{m+n}{2}$$

অতএব, নির্ণেয় সমাধান সেট  $S = \left\{ \frac{m+n}{2} \right\}$

$$17 | \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+5} = \frac{1}{x+4} + \frac{1}{x+3}$$

$$\text{সমাধান: } \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+5} = \frac{1}{x+4} + \frac{1}{x+3}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} = \frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+5} \quad [\text{পক্ষান্তর করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{(x+4)-1(x+2)}{(x+2)(x+4)} = \frac{1(x+5)-1(x+3)}{(x+3)(x+5)}$$

$$\text{বা, } \frac{x+4-x-2}{(x+2)(x+4)} = \frac{x+5-x-3}{(x+3)(x+5)}$$

$$\text{বা, } \frac{2}{(x+2)(x+4)} = \frac{2}{(x+3)(x+5)}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{(x+2)(x+4)} = \frac{1}{(x+3)(x+5)}$$

উভয় পক্ষে 2 দ্বারা ভাগ করে]

$$\text{বা, } (x+3)(x+5) = (x+2)(x+4)$$

$$\text{বা, } x^2 + 5x + 3x + 15 = x^2 + 4x + 8$$

$$\text{বা, } x^2 + 8x + 15 = x^2 + 6x + 8$$

$$\text{বা, } x^2 + 8x - 6x - x^2 = 8 - 15$$

$$\text{বা, } 2x = -7$$

$$\therefore x = \frac{-7}{2}$$

অতএব নির্ণেয় সমাধান সেট  $S = \left\{ \frac{-7}{2} \right\}$

$$18 | \frac{2t-6}{9} + \frac{15-2t}{12-5t} = \frac{4t-15}{18}$$

$$\text{সমাধান: } \frac{2t-6}{9} + \frac{15-2t}{12-5t} = \frac{4t-15}{18}$$

$$\text{বা, } \frac{2t-6}{9} - \frac{4t-15}{18} = -\left(\frac{15-2t}{12-5t}\right)$$

$$\text{বা, } \frac{2(2t-6)-(4t-15)}{18} = -\left(\frac{15-2t}{12-5t}\right)$$

$$\text{বা, } \frac{4t-12-4t+15}{18} = -\left(\frac{15-2t}{12-5t}\right)$$

$$\text{বা, } \frac{3}{18} = -\left(\frac{15-2t}{12-5t}\right)$$

$$\text{বা, } \frac{1}{6} = -\frac{15+2t}{12-5t}$$

$$\text{বা, } 12-5t = -90+12t$$

$$\text{বা, } 12+90 = 12t+5t$$

$$\text{বা, } 102 = 17t$$

$$\text{বা, } t = \frac{102}{17}$$

$$\therefore t = 6$$

অতএব নির্ণেয় সমাধান সেট  $S = \{6\}$

$$\Rightarrow 1 \frac{x+2b^2+c^2}{a+b} + \frac{x+2c^2+a^2}{b+c} + \frac{x+2a^2+b^2}{c+a} = 0$$

**সমাধান :**  $= \frac{x+2b^2+c^2}{a+b} + \frac{x+2c^2+a^2}{b+c} + \frac{x+2a^2+b^2}{c+a} = 0$

বা,  $\frac{x+2b^2+c^2}{a+b} + \frac{x+2c^2+a^2}{b+c} + \frac{x+2a^2+b^2}{c+a} + (b-c) + (c-a) + (a-b) = 0 [ \because (b-c) + (c-a) + (a-b) = 0 ]$

বা,  $\frac{x+2b^2+c^2}{a+b} + (a-b) + \frac{x+2c^2+a^2}{b+c} + (b-c) + \frac{x+2a^2+b^2}{c+a} + (c-a) = 0$

বা,  $\frac{x+2b^2+c^2+(a-b)(a+b)}{a+b} + \frac{x+2c^2+a^2+(b-c)(b+c)}{b+c} + \frac{x+2a^2+b^2+(c+a)(c-a)}{c+a} = 0$

বা,  $\frac{x+c^2+2b^2+a^2-b^2}{a+b} + \frac{x+a^2+2c^2+b^2-c^2}{b+c} + \frac{x+2a^2+b^2+c^2-a^2}{c+a} = 0$

বা,  $\frac{x+c^2+a^2+b^2}{a+b} + \frac{x+a^2+b^2+c^2}{b+c} + \frac{x+a^2+b^2+c^2}{c+a} = 0$

বা,  $\frac{x+a^2+b^2+c^2}{a+b} + \frac{x+a^2+b^2+c^2}{b+c} + \frac{x+a^2+b^2+c^2}{c+a} = 0$

বা,  $(x+a^2+b^2+c^2) \left( \frac{1}{a+b} + \frac{1}{c+a} + \frac{1}{c+a} \right) = 0$

কিন্তু  $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} \neq 0$  [কারণ x বর্জিত রাশি]

সূতরাং  $x + a^2 + b^2 + c^2 = 0$

বা,  $x = -a^2 - b^2 - c^2$

$\therefore x = -(a^2 + b^2 + c^2)$

অতএব নির্ণেয় সমাধান সেট  $S = \{-(a^2 + b^2 + c^2)\}$

সমীকরণ গঠন করে সমাধান কর (20 – 29) :

২০। একটি সংখ্যা অপর একটি সংখ্যার  $\frac{2}{5}$  গুণ। সংখ্যা দুইটির সমষ্টি 98 হলে সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর।

**সমাধান :** মনেকরি, একটি সংখ্যা x

$$\therefore \text{অপর সংখ্যাটি} = x \text{ এর } \frac{2}{5} = \frac{2x}{5}$$

প্রশ্নমতে,  $x + \frac{2x}{5} = 98$

বা,  $\frac{5x+2x}{5} = 98$

বা,  $7x = 490$

বা,  $x = \frac{490}{7}$

$\therefore x = 70$

এখন, একটি সংখ্যা  $x = 70$

$$\therefore \text{অপর সংখ্যাটি} = \frac{2x}{5} = \frac{2 \times 70}{5} = \frac{140}{5} = 28$$

অতএব সংখ্যা দুটি 28, 70

২১। একটি প্রকৃত ভগ্নাংশের লব ও হরের অন্তর 1; লব থেকে 2 বিয়োগ ও হরের সাথে 2 যোগ করলে যে ভগ্নাংশ পাওয়া যাবে তা পদ্ধতি সংস্থা হতে 45 কম হবে। সংখ্যাটি কত?

**সমাধান :** ভগ্নাংশটি প্রকৃত বলে তার লব হর অপেক্ষা ছোট হবে।

ধরি, ভগ্নাংশটির লব = x তাহলে, ভগ্নাংশটির হর = x + 1

$$\therefore \text{ভগ্নাংশটি} = \frac{x}{x+1}$$

লব থেকে 2 বিয়োগ এবং হরের সাথে 2 যোগ করলে নতুন

ভগ্নাংশটি হয়  $= \frac{x-2}{x+1+2} \text{ অর্থাৎ } \frac{x-2}{x+3}$

প্রশ্নমতে;  $\frac{x-2}{x+3} = \frac{1}{6}$

বা,  $6(x-2) = x+3$

বা,  $6x-12=x+3$

বা,  $6x-x=12+3$

বা,  $5x=15$

বা,  $x = \frac{15}{5}$

$\therefore x = 3$

অতএব, ভগ্নাংশটি  $= \frac{x}{x+1} = \frac{3}{3+1} = \frac{3}{4}$

$\therefore \text{নির্ণেয় ভগ্নাংশ} = \frac{3}{4}$

২২। দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার অঙ্কদৰ্শের সমষ্টি 9; অঙ্ক দুইটি ঘন বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যাবে তা পদ্ধতি সংস্থা হতে 45 কম হবে। সংখ্যাটি কত?

**সমাধান :** এখানে, অঙ্কদৰ্শের সমষ্টি = 9

মনে করি, সংখ্যাটির একক স্থানীয় অংক = x

তাহলে, দশক স্থানীয় অংক = 9 – x

$\therefore \text{সংখ্যাটি} = 10 \times \text{দশক স্থানীয় অংক} + \text{একক স্থানীয় অংক}$

$$= 10 \times (9-x) + x = 90 - 10x + x = 90 - 9x$$

আবার, অংক দুইটি ঘন বিনিময় করলে সংখ্যাটি

$$= 10 \times x + (9-x) = 9x + 9$$

এখন, প্রশ্নমতে,  $9x + 9 = 90 - 9x - 45$

বা,  $9x + 9x = 45 - 9$

বা,  $18x = 36$

বা,  $x = \frac{36}{18}$

$$\therefore x = 2 \\ \text{সংখ্যাটি} = 90 - 9x \\ = 90 - 9 \times 2 = 90 - 18 \\ = 90 - 18 = 72$$

অতএব, নির্ণেয় সংখ্যাটি 72 (Ans.)

২৩। দুই অক্ষিশিল্প একটি সংখ্যার দশক ঘনীয় অঙ্ক একক ঘনীয় অঙ্কের দিগুণ। দেখাও যে, সংখ্যাটি অক্ষিশয়ের সমষ্টির সাতগুণ।

**সমাধান:** মনে করি, একক ঘনীয় অঙ্কটি =  $x$   
 তাহলে, দশক ঘনীয় অঙ্কটি =  $2x$   
 $\therefore$  সংখ্যাটি =  $10 \times 2x + x = 20x + x = 21x$   
 আবার, অক্ষিশয়ের সমষ্টি =  $x + 2x = 3x$   
 $\therefore$  অক্ষিশয়ের সমষ্টির 7 গুণ =  $3x \times 7 = 21x$   
 অতএব, সংখ্যাটি = অক্ষিশয়ের সমষ্টির 7 গুণ অর্থাৎ  $21x$   
 (Showed)

২৪। একজন কুপ্র ব্যবসায়ী 5600 টাকা বিনিয়োগ করে এক বছর  
 পর কিছু টাকার উপর 5% এবং অবশিষ্ট টাকার উপর 4%  
 লাভ করলেন। বছর শেষে 256 টাকা মুনাফা পেলেন তিনি  
 কত টাকার উপর 5% লাভ করলেন?

**সমাধান:** দেয়া আছে, মোট টাকা = 5600 টাকা  
 প্রাপ্ত মুনাফা = 256 টাকা  
 সুদের হার = 5% ও 4% (সরল সুদ)  
 ধরি, 5% হারে বিনিয়োগের পরিমাণ =  $x$  টাকা  
 তাহলে, 4% হারে বিনিয়োগের পরিমাণ =  $(5600 - x)$  টাকা।

আমরা জানি, সুদ = আসল  $\times$  সুদের হার  $\times$  বছর  
 $\therefore 5\% \text{ হারে } x \text{ টাকার } 1 \text{ বছরের সুদ} = x \times \frac{5}{100} \times 1$   
 $= \frac{x}{20} \text{ টাকা}$

এবং 4% হারে  $(5600 - x)$  টাকার 1 বছরের সুদ  
 $= (5600 - x) \times \frac{4}{100} \times 1 = \frac{5600 - x}{25} \text{ টাকা}$

$\therefore \text{মোট সুদ} = \frac{x}{20} + \frac{5600 - x}{25} \text{ টাকা}$

প্রশ্নমতে,  $\frac{x}{20} + \frac{5600 - x}{25} = 256$

বা,  $\frac{x}{20} + \frac{5600}{25} - \frac{x}{25} = 256$

বা,  $\frac{x}{20} + 224 - \frac{x}{25} = 256$

বা,  $\frac{x}{20} - \frac{x}{25} = 256 - 224$

বা,  $\frac{5x - 4x}{100} = 32$

বা,  $\frac{x}{100} = 32$

বা,  $x = 3200$

অতএব, 5% হার সুদে বিনিয়োগের পরিমাণ 3200 টাকা।  
 (Ans.)

২৫। একটি লক্ষের যাত্রী সংখ্যা 47; মাথাপিছু কেবিনের ভাড়া ডেকের ভাড়ায় দিগুণ। ডেকের ভাড়া মাথাপিছু টাকা এবং  
 মোট ভাড়া প্রাপ্তি 1680 টাকা হলে, কেবিনের যাত্রী সংখ্যা কত?

**সমাধান:** লক্ষের মোট যাত্রী সংখ্যা = 47  
 মনে করি, কেবিনের যাত্রী সংখ্যা =  $x$   
 ডেকের যাত্রী সংখ্যা =  $(47 - x)$   
 এখন, ডেকের মাথাপিছু ভাড়া = 30 টাকা  
 ডেকের মোট ভাড়া =  $30 \times (47 - x)$  টাকা  
 কেবিনের মাথাপিছু ভাড়া =  $2 \times$  মাথাপিছু ডেকের ভাড়া =  $2 \times 30 = 60$  টাকা  
 কেবিনের মোট ভাড়া =  $60x$  টাকা  
 লক্ষের সর্বমোট ভাড়া = কেবিনের ভাড়া + ডেকের ভাড়া =  $60x + 30 \times (47 - x)$   
 প্রশ্নমতে,  $60x + 30(47 - x) = 1680$   
 বা,  $60x + 1410 - 30x = 1680$   
 বা,  $30x = 1680 - 1410$   
 বা,  $30x = 270$   
 বা,  $x = \frac{270}{30}$   
 $\therefore x = 9$

অতএব, কেবিনের নির্ণেয় যাত্রী সংখ্যা 9 জন

২৬। 120 টি পাঁচিশ পয়সার মুদ্রা ও পঞ্চাশ পয়সার মুদ্রায় মোট 35  
 টাকা হলে, কেন প্রকারের মুদ্রার সংখ্যা কয়টি?

**সমাধান:** দেওয়া আছে, পাঁচিশ ও পঞ্চাশ পয়সার মোট  
 মুদ্রার সংখ্যা 120টি।

এবং সর্বমোট মুদ্রার মান 35 টাকা।

ধরি, পাঁচিশ পয়সার মুদ্রার সংখ্যা =  $x$   
 তাহলে পঞ্চাশ পয়সার মুদ্রার সংখ্যা =  $(120 - x)$

এখন, পাঁচিশ পয়সার মোট মুদ্রার মান =  $25x$  পয়সা

এবং পঞ্চাশ " " " " =  $50(120 - x)$  পয়সা

$\therefore$  সর্বমোট মুদ্রার মান =  $25x + 50(120 - x)$  পয়সা

$$= (25x + 6000 - 50x) \\ = (6000 - 25x) \\ = \frac{6000 - 25x}{100} \text{ টাকা}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{6000 - 25x}{100} = 35$$

$$\text{বা, } 6000 - 25x = 3500$$

$$\text{বা, } -25x = 3500 - 6000$$

$$\text{বা, } -25x = -2500$$

$$\text{বা, } x = \frac{-2500}{-25}$$

$$\therefore x = 100$$

পাঁচিশ পয়সার মুদ্রার সংখ্যা 100

এবং পঞ্চাশ পয়সার মুদ্রা সংখ্যা =  $(120 - 100) = 20$

$\therefore$  নির্ণেয় পাঁচিশ পয়সার মুদ্রা সংখ্যা 100টি

এবং পঞ্চাশ পয়সার মুদ্রা সংখ্যা 20টি

২৭। একটি গাড়ি ঘণ্টায় 60 কি.মি. বেগে কিছু পথ এবং ঘণ্টায় 40 কি.মি. বেগে অবশিষ্ট পথ অতিক্রম করলে গাড়িটি মোট 5 ঘণ্টায় 240 কি.মি. পথ অতিক্রম করলে, ঘণ্টায় 60  
 কি.মি. বেগে কতদূর গিয়েছে?

**সমাধান:** দেয়া আছে, 5 ঘণ্টায় যায় 240 কি.মি.

১ম অংশ যায় ঘণ্টায় 60 কি.মি. বেগে

২য় অংশ যায় ঘণ্টায় 40 কি.মি. বেগে

ধরি, ঘণ্টায় 60 কি.মি. বেগে যায়  $x$  কি.মি.

তাহলে, ঘণ্টায় 40 কি.মি. বেগে যায়  $(240 - x)$  কি.মি.

প্রথম অংশে 60 কি.মি. যায়। ঘন্টায়

$$\therefore \frac{1}{60}$$

$$\therefore \frac{x}{60}$$

আবার, দ্বিতীয় অংশে 40 কি.মি. যায়। ঘন্টায়

$$\therefore \frac{1}{40}$$

$$\therefore (240-x) \frac{240-x}{40}$$

$$\therefore \text{মোট সময়} = \left( \frac{x}{60} + \frac{240-x}{40} \right) \text{ ঘন্টা}$$

$$\text{প্রশ্নমতে}, \frac{x}{60} + \frac{240-x}{40} = 5$$

$$\text{বা}, \frac{2x+3(240-x)}{120} = 5$$

$$\text{বা}, \frac{2x+720-3x}{120} = 5$$

$$\text{বা}, \frac{720-x}{120} = 5$$

$$\text{বা}, 720-x = 600$$

$$\text{বা}, -x = 600-720$$

$$\text{বা}, -x = -120$$

$$\text{বা}, x = 120$$

অতএব, এ ব্যক্তি ঘন্টায় 60 কি.মি. বেগে 120 কি.মি. পথ  
অতিক্রম করেছিল। (Ans.)

## □ অনুশীলনী- ৫.২

### পাঠ্যবইয়ের কাজসমূহের সমাধান

#### কাজ :

১।  $x^2 - 1 = 0$  সমীকরণটিকে  $ax^2 + bx + c = 0$  সমীকরণের [পৃষ্ঠা-১৬]  
সাথে তুলনা করে  $a, b, c$  এর মান লেখ।

**সমাধান :** দেওয়া আছে,  $x^2 - 1 = 0$  ..... (i)  
এবং  $ax^2 + bx + c = 0$  ..... (ii)

(i) সমীকরণকে লেখা যায়,  $x^2 - 0.x - 1 = 0$  ..... (iii)  
(ii) নং ও (iii) সমীকরণ তুলনা করে পাই,

$$\therefore a = 2, b = 0, c = -1$$

২।  $(x - 1)^2 = 0$  সমীকরণটির ঘাত কত? এর মূল কয়টি ও কী?

**সমাধান :** দেওয়া আছে,  $(x - 1)^2 = 0$

$$\text{বা}, (x - 1)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = 1, 1$$

প্রদত্ত সমীকরণের ঘাত = 2

সমীকরণের মূল 2টি এবং সেগুলো হলো 1, 1.

#### কাজ-: সমীকরণ গঠন করে সমাধান কর :

১। একটি স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সাথে ঐ সংখ্যাটি যোগ করলে  
যোগফল ঠিক পরবর্তী স্বাভাবিক সংখ্যার নয়গুণের সমান  
হবে। সংখ্যাটি কত? [পৃষ্ঠা-১৮]

**সমাধান :** মনে করি, স্বাভাবিক সংখ্যাটি  $x$

$$\text{প্রশ্নমতে}, x^2 + x = 9(x + 1)$$

$$\text{বা}, x^2 + x = 9x + 9$$

$$\text{বা}, x^2 + x - 9x - 9 = 0 \quad [\text{পক্ষান্তর করে}]$$

$$\text{বা}, x^2 - 8x - 9 = 0$$

$$\text{বা}, x^2 - 9x + x - 9 = 0$$

$$\text{বা}, x(x-9) + 1(x-9) = 0$$

$$\text{বা}, (x-9)(x+1) = 0$$

$$\text{বা}, x-9 = 0 \quad \text{অথবা}, x+1 = 0$$

$$\text{বা}, x = 9 \quad \text{বা}, x = -1$$

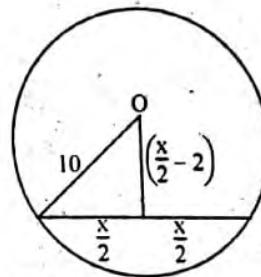
$$\therefore x = 9 \quad \therefore x = -1$$

[ঋণাত্মক মান গ্রহণযোগ্য নয়]

অতএব নির্ণেয় স্বাভাবিক সংখ্যা = 9

২। 10 সে.মি. ব্যাসারবিশিষ্ট একটি বৃত্তের কেন্দ্র হতে একটি  
জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য বৃত্তটির অর্ধ-জ্যা অপেক্ষা  
2 সে.মি. কম। আনুমানিক চিত্র অঙ্কন করে জ্যাটির দৈর্ঘ্য  
নির্ণয় কর।

#### সমাধান :



মনে করি, জ্যাটির দৈর্ঘ্য  $x$  সে.মি.

$$\therefore \text{পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী } \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{x}{2} - 2\right)^2 = (10)^2$$

$$\text{বা}, \frac{x^2}{4} + \frac{x^2}{4} - 2 \cdot \frac{x}{2} \cdot 2 + (2)^2 = 100$$

$$\text{বা}, \frac{x^2}{4} + \frac{x^2}{4} - 2x + 4 = 100$$

$$\text{বা}, \frac{2x^2}{4} - 2x = 100 - 4$$

$$\text{বা}, \frac{x^2}{2} - 2x = 96$$

$$\text{বা}, x^2 - 4x = 192$$

$$\text{বা}, x^2 - 4x - 192 = 0 \quad [\text{পক্ষান্তর করে}]$$

$$\text{বা}, x^2 - 16x + 12x - 192 = 0$$

$$\text{বা}, x(x-16) + 12(x-16) = 0$$

$$\text{বা}, (x-16)(x+12) = 0$$

$$\text{বা}, x-16 = 0 \quad \text{অথবা} x+12 = 0$$

$$\text{বা}, x = 16 \quad \text{বা}, x = -12$$

$$\therefore x = 16 \quad \therefore x = -12$$

[ঋণাত্মক মান গ্রহণযোগ্য নয়]

অতএব নির্ণেয় জ্যাটির দৈর্ঘ্য 16 সে.মি.।

$$240 \text{ টাকায় } (x+1) \text{টি কলম পেতে তাকে প্রশ্ন কলমের সামা} \\ \text{গড়তো } \frac{240}{x+1} \text{ টাকা।}$$

**I ❤️ MyMahbub**

$$\text{প্রশ্ন মতে, } \frac{240}{x+1} = \frac{240}{x}$$

$$\text{বা, } \frac{240}{x+1} = \frac{240-x}{x}$$

$$\text{বা, } 240x = (x+1)(240-x) \text{ [আড়গুণন করো]}$$

$$\text{বা, } 240x = 240x + 240 - x^2 - x$$

$$\text{বা, } x^2 + x - 240 = 0 \text{ [পক্ষান্তর করো]}$$

$$\text{বা, } x^2 + 16x - 15x - 240 = 0$$

$$\text{বা, } x(x+16) - 15(x+16) = 0$$

$$\text{বা, } (x+16)(x-15) = 0$$

$$\therefore x+16=0, \text{ অথবা } x-15=0$$

$$x+16=0 \text{ হলে, } x=-16$$

$$x-15=0 \text{ হলে, } x=15$$

কিন্তু কলমের সংখ্যা  $x$  খুণ্ডাত্ত্ব হতে পারে না।  
 $\therefore x \neq 16; \therefore x = 15$

∴ মাহিক 15টি কলম কিসেছিলা (Ans.)

**উদাহরণ-১৬॥** একটি বিদ্যালয়ের নবম শ্রেণির একটি পরীক্ষায়  $x$  জন ছাত্রের গণিতে প্রাপ্ত মোট নম্বর 1950; একই পরীক্ষায় অন্য একজন নতুন ছাত্রের গণিতে প্রাপ্ত নম্বর 34 ঘোষ করায় প্রাপ্ত নম্বরের গড়ে 1 কমে গেল।

ক. পৃথকভাবে  $x$  জন ছাত্রের এবং নতুন ছাত্রসহ সকলের প্রাপ্ত নম্বরের গড়ে  $x$  এর মাধ্যমে লেখ।

খ. প্রদত্ত শর্তানুসারে সমীকরণ গঠন করে দেখাও যে,  $x^2 + 35x - 1950 = 0$ .

গ.  $x$  এর মান বের করে দুইক্ষেত্রে নম্বরের গড়ে কত তা নিশ্চয় কর।

$$\frac{1950+34}{x+1} = \frac{1984}{x+1}$$

$$\text{খ. প্রশ্ন মতে } \frac{1950}{x} = \frac{1984}{x+1} + 1$$

$$\text{বা, } \frac{1950}{x} - \frac{1984}{x+1} = 1 \text{ [পক্ষান্তর করো]}$$

$$\text{বা, } \frac{1950x + 1950 - 1984x}{x(x+1)} = 1$$

$$\text{বা, } x^2 + x = 1950x - 1984x + 1950x \text{ [আড়গুণন করো]}$$

$$\text{বা, } x^2 + x = 1950 - 34x$$

$$\therefore x^2 + 35x - 1950 = 0 \text{ (দেখানো হলো)}$$

$$\text{গ. 'খ' থেকে পাই, } x^2 + 35x - 1950 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + 65x - 30x - 1950 = 0$$

$$\text{বা, } x(x+65) - 30(x+65) = 0$$

$$\text{বা, } (x+65)(x-30) = 0$$

$$\therefore x+65=0, \text{ অথবা, } x-30=0$$

$$x+65=0 \text{ হলে, } x=-65 \text{ যা, গ্রহণযোগ্য নয়}$$

$$\text{আবার, } x-30=0 \text{ হলে, } x=30$$

$$\therefore x=30$$

$$\therefore \text{প্রথম ক্ষেত্রে গড়} = \frac{1950}{30} = 65$$

$$\text{এবং দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, গড়} = \frac{1984}{31} = 64$$

## পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান

৫.২

১.  $x$  কে চলক ধরে  $a^2x + b = 0$  সমীকরণটির ঘাত নিচের কোনটি?

- |     |     |     |
|-----|-----|-----|
| ক 3 | খ 2 | গ ৩ |
| গ 1 | ঘ ০ |     |

২. নিচের কোনটি অভেদ?

উপরের কোন সমীকরণগুলো পরস্পর সমতুল্য?

- |           |               |   |
|-----------|---------------|---|
| ক i ও ii  | খ ii ও iii    | গ |
| গ i ও iii | ঘ i, ii ও iii |   |

৩.  $(x-4)^2 = 0$  সমীকরণের মূল কয়টি?

৭.  $x^2 - (a+b)x + ab = 0$  সমীকরণের সমাধান সেট নিচের কোনটি?

- |           |            |   |
|-----------|------------|---|
| ক {a, b}  | খ {a, -b}  | গ |
| গ {-a, b} | ঘ {-a, -b} |   |

৪.  $(x+1)^2 + (x-1)^2 = 4x$

৮. দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার দশক স্থানীয় অঙ্ক একক স্থানীয় অঙ্কের দ্বিগুণ। এই তথ্যের আলোকে নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও।

১. একক স্থানীয় অঙ্ক  $x$  হলে, সংখ্যাটি কত?

- |       |       |   |
|-------|-------|---|
| ক 2x  | খ 3x  | গ |
| গ 12x | ঘ 21x |   |

৫.  $(x+1)^2 + (x-1)^2 = 2(2x^2 + 1)$

২. অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে সংখ্যাটি কত হবে?

- |       |       |   |
|-------|-------|---|
| ক 3x  | খ 4x  | গ |
| গ 12x | ঘ 21x |   |

৬.  $3x^2 - x + 5 = 0$  সমীকরণে  $x$  এ সহগ কত?

৩.  $x = 2$  হলে, মূল সংখ্যার সাথে স্থান বিনিময়কৃত সংখ্যার পার্শ্বক্য কত?

- |      |      |   |
|------|------|---|
| ক 18 | খ 20 | গ |
| গ 34 | ঘ 36 |   |

৭. নিচের সমীকরণগুলো লক্ষ কর:

৪.  $2x + 3 = 9$

- |      |      |   |
|------|------|---|
| ক 18 | খ 20 | গ |
| গ 34 | ঘ 36 |   |

৫.  $\frac{x}{2} - 2 = -1$

- |      |      |   |
|------|------|---|
| ক 18 | খ 20 | গ |
| গ 34 | ঘ 36 |   |

৬.  $2x + 1 = 5$

- |      |      |   |
|------|------|---|
| ক 18 | খ 20 | গ |
| গ 34 | ঘ 36 |   |

সমাধান কর : (১ - ১৮)

$$11 \quad (x+2)(x-\sqrt{3}) = 0$$

**সমাধান :** প্রদত্ত সমীকরণ  $(x+2)(x-\sqrt{3}) = 0$   
 হয়  $x+2=0$       অথবা,  $x-\sqrt{3}=0$   
 বা,  $x=-2$       বা,  $x=\sqrt{3}$

$\therefore$  নির্ণেয় সমাধান  $x = -2, \sqrt{3}$

$$101 \quad (\sqrt{2}x+3)(\sqrt{3}x-2) = 0$$

**সমাধান :** প্রদত্ত সমীকরণ  $(\sqrt{2}x+3)(\sqrt{3}x-2) = 0$   
 হয়  $\sqrt{2}x+3=0$       অথবা,  $\sqrt{3}x-2=0$   
 বা,  $\sqrt{2}x=-3$       বা,  $\sqrt{3}x=2$   
 বা,  $x = \frac{-3}{\sqrt{2}}$       বা,  $x = \frac{2}{\sqrt{3}}$   
 বা,  $x = \frac{-3\sqrt{3}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}$       বা,  $x = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}}$   
 $\therefore x = \frac{-3\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$       বা,  $x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

অতএব নির্ণেয় সমাধান,  $x = -\frac{-3\sqrt{2}}{\sqrt{2}}, \frac{2\sqrt{3}}{3}$

$$111 \quad y(y-5) = 6$$

**সমাধান :** প্রদত্ত রাশি

$$y(y-5) = 6$$

$$\text{বা, } y^2 - 5y = 6$$

$$\text{বা, } y^2 - 5y - 6 = 0$$

$$\text{বা, } y^2 - 6y + y - 6 = 0$$

$$\text{বা, } y(y-6) + 1(y-6) = 0$$

$$\text{বা, } (y-6)(y+1) = 0$$

$$\text{হয়, } y-6 = 0$$

$$\text{বা, } y = 6$$

$$\text{অথবা, } y+1 = 0$$

$$\text{বা, } y = -1$$

অতএব নির্ণেয় সমাধান,  $y = -1, 6$

$$121 \quad (y+5)(y-5) = 24$$

**সমাধান :** প্রদত্ত সমীকরণ  $(y+5)(y-5) = 24$

$$\text{বা, } y^2 - 5^2 = 24$$

$$\text{বা, } y^2 - 25 = 24$$

$$\text{বা, } y^2 = 24 + 25$$

$$\text{বা, } y^2 = 49$$

$$\text{বা, } y = \pm \sqrt{49}$$

$$\therefore y = \pm 7$$

অতএব নির্ণেয় সমাধান,  $y = \pm 7$

$$131 \quad 2(z^2 - 9) + 9z = 0$$

**সমাধান :** প্রদত্ত সমীকরণ  $2(z^2 - 9) + 9z = 0$

$$\text{বা, } 2z^2 - 18 + 9z = 0$$

$$\text{বা, } 2z^2 + 12z - 3z - 18 = 0$$

$$\text{বা, } 2z(z+6) - 3(z+6) = 0$$

$$\text{বা, } (z+6)(2z-3) = 0$$

$$\text{হয়, } z+6 = 0 \quad \text{অথবা, } 2z-3 = 0$$

$$\text{বা, } z = -6$$

$$\text{বা, } 2z = 3$$

$$\therefore z = \frac{3}{2}$$

অতএব নির্ণেয় সমাধান,  $z = 6, \frac{3}{2}$

$$181 \quad \frac{3}{2z+1} + \frac{4}{5z-1} = 2$$

**সমাধান :** প্রদত্ত সমীকরণ  $\frac{3}{2z+1} + \frac{4}{5z-1} = 2$

$$\text{বা, } \frac{3(5z-1) + 4(2z+1)}{(2z+1)(5z-1)} = 2$$

$$\text{বা, } \frac{15z-3+8z+4}{10z^2-2z+5z-1} = 2$$

$$\text{বা, } \frac{23z+1}{10z^2+3z-1} = 2$$

$$\text{বা, } 23z+1 = 2(10z^2+3z-1)$$

$$\text{বা, } 23z+1 = 20z^2+6z-2$$

$$\text{বা, } 20z^2+6z-2-23z-1 = 0$$

$$\text{বা, } 20z^2-17z-3 = 0$$

$$\text{বা, } 20z^2-20z+3z-3 = 0$$

$$\text{বা, } 20z(z-1)+3(z-1) = 0 \quad [\text{পক্ষান্তর করে}]$$

$$\text{বা, } (z-1)(20z+3) = 0$$

$$\text{হয় } z-1 = 0 \quad \text{অথবা, } 20z+3 = 0$$

$$\text{বা, } z = 1 \quad \text{বা, } 20z = -3$$

$$\therefore z = \frac{-3}{20}$$

অতএব নির্ণেয় সমাধান  $z = 1, \frac{-3}{20}$

$$151 \quad \frac{4}{\sqrt{10x-4}} + \sqrt{10x-4} = 5$$

**সমাধান :** প্রদত্ত সমীকরণ,  $\frac{4}{\sqrt{10x-4}} + \sqrt{10x-4} = 5$

$$\text{বা, } \frac{4 + (\sqrt{10x-4})^2}{\sqrt{10x-4}} = 5$$

$$\text{বা, } \frac{4 + 10x - 4}{\sqrt{10x-4}} = 5$$

$$\text{বা, } \frac{10x}{\sqrt{10x-4}} = 5$$

$$\text{বা, } 10x = 5\sqrt{10x-4}$$

$$\text{বা, } 2x = \sqrt{10x-4}$$

$$\text{বা, } (2x)^2 = (\sqrt{10x-4})^2 \quad [\text{উভয়পক্ষকে বর্গ করে}]$$

$$\text{বা, } 4x^2 = 10x - 4$$

$$\text{বা, } \frac{4x^2}{2} = \frac{10x-4}{2} \quad [\text{উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\text{বা, } 2x^2 = \frac{2(5x-2)}{2}$$

$$\text{বা, } 2x^2 = 5x - 2$$

$$\text{বা, } 2x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$\text{বা, } 2x^2 - 4x - x + 2 = 0$$

$$\text{বা, } 2x(x-2) - 1(x-2) = 0$$

$$\text{বা, } (x-2)(2x-1) = 0$$

এক সমাধানের পরিণাম

হয় যা প্রদত্ত সমীকরণ প্রস্তুত মান সূচন হলে এবের  
সমীকরণটি সূচন হয়।

$$\text{যা, } x-2=0 \quad \text{অথবা, } 2x-1=0 \\ x=2 \quad \text{যা, } 2x=1 \\ x=\frac{1}{2}$$

অতএব, নির্ণেয় সমাধান  $x = 2, \frac{1}{2}$  (Ans.)

$$191 \frac{x-2}{x+2} + \frac{6(x-2)}{x-6} = 1$$

**সমাধান :** প্রদত্ত সমীকরণ,  $\frac{x-2}{x+2} + \frac{6(x-2)}{x-6} = 1$

$$\text{যা, } (x-2) \left\{ \frac{1}{x+2} + \frac{6}{x-6} \right\} = 1$$

$$\text{যা, } (x-2) \left\{ \frac{1(x-6) + 6(x+2)}{(x+2)(x-6)} \right\} = 1$$

$$\text{যা, } (x-2) \frac{(x-6+6x+12)}{(x+2)(x-6)} = 1$$

$$\text{যা, } \frac{(x-2)(7x+6)}{(x+2)(x-6)} = 1$$

$$\text{যা, } (x-2)(7x+6) = (x+2)(x-6)$$

$$\text{যা, } 7x^2 - 14x + 6x - 12 = x^2 + 2x - 6x - 12$$

$$\text{যা, } 7x^2 - 8x - 12 = x^2 - 4x - 12$$

$$\text{যা, } 7x^2 - 8x - 12 - x^2 + 4x + 12 = 0$$

$$\text{যা, } 6x^2 - 4x = 0$$

$$\text{যা, } 2x(3x-2) = 0$$

$$\text{যা, } x(3x-2) = 0 \quad [\text{উভয় পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\therefore \text{হয়, } x=0 \quad \text{অথবা, } 3x-2=0$$

$$\text{যা, } 3x=2$$

$$\therefore x = \frac{2}{3}$$

অতএব, নির্ণেয় সমাধান  $x = 0, \frac{2}{3}$

$$191 \frac{x}{a} + \frac{a}{x} = \frac{x}{b} + \frac{b}{x}$$

**সমাধান :** প্রদত্ত সমীকরণ,  $\frac{x}{a} + \frac{a}{x} = \frac{x}{b} + \frac{b}{x}$

$$\text{যা, } \frac{x}{a} - \frac{x}{b} = \frac{b}{x} - \frac{a}{x} \quad [\text{পক্ষান্তর করে}]$$

$$\text{যা, } \frac{bx-ax}{ab} = \frac{b-a}{x}$$

$$\text{যা, } \frac{x(b-a)}{ab} = \frac{(b-a)}{x}$$

$$\text{যা, } x^2(b-a) = ab(b-a)$$

$$\text{যা, } x^2 = \frac{ab(b-a)}{(b-a)}$$

$$\text{যা, } x^2 = ab$$

$$\text{যা, } x = \pm \sqrt{ab}$$

অতএব, নির্ণেয় সমাধান,  $x = \pm \sqrt{ab}$

$$191 \frac{x-a}{x-b} + \frac{x-b}{x-a} = \frac{a}{b} + \frac{b}{a}$$

$$\text{যা, } \frac{x-a}{x-b} + \frac{x-b}{x-a} = \frac{a}{b} + \frac{b}{a}$$

$$\text{যা, } \frac{x-a}{x-b} - \frac{b}{a} + \frac{x-b}{x-a} - \frac{a}{b} = 0$$

$$\text{যা, } \frac{a(x-a)-b(x-b)}{a(x-b)} + \frac{b(x-b)-a(x-a)}{b(x-a)} = 0$$

$$\text{যা, } \frac{ax-a^2-bx+b^2}{a(x-b)} + \frac{bx-b^2-ax+a^2}{b(x-a)} = 0$$

$$\text{যা, } \frac{(ax-a^2-bx+b^2)}{a(x-b)} + \frac{-(ax-a^2-bx+b^2)}{b(x-a)} = 0$$

$$\text{যা, } \frac{ax-a^2-bx+b^2}{a(x-b)} - \frac{ax-a^2-bx+b^2}{b(x-a)} = 0$$

$$\text{যা, } (ax-a^2-bx+b^2) \left\{ \frac{1}{a(x-b)} - \frac{1}{b(x-a)} \right\} = 0$$

$$\text{অথবা, } \frac{1}{ax-ab} - \frac{1}{bx-ab} = 0$$

$$\text{যা, } \frac{1}{ax-ab} = \frac{1}{bx-ab}$$

$$\text{যা, } ax-ab = bx-ab$$

$$\text{যা, } ax-bx = ab-ab$$

$$\text{যা, } ax-bx = 0$$

$$\text{যা, } x = \frac{0}{a-b}$$

$$\text{যা, } x = 0$$

$$\therefore \text{হয়, } ax-a^2-bx+b^2 = 0$$

$$\text{যা, } ax-bx = a^2-b^2$$

$$\text{যা, } x(a-b) = (a+b)(a-b)$$

$$\therefore x = a+b$$

অতএব, নির্ণেয় সমাধান সেট :  $0, (a+b)$

সমাধান সেট নির্ণয় কর : (১৯ – ২৫)

$$191 \frac{3}{x} + \frac{4}{x+1} = 2$$

**সমাধান :** প্রদত্ত সমীকরণ  $\frac{3}{x} + \frac{4}{x+1} = 2$

$$\text{যা, } \frac{3(x+1)+4x}{x(x+1)} = 2$$

$$\text{যা, } \frac{3x+3+4x}{x^2+x} = 2 \quad [\text{আড়গুণ করে}]$$

$$\text{যা, } 2x^2+2x = 7x+3$$

$$\text{যা, } 2x^2+2x-7x-3 = 0$$

$$\text{যা, } 2x^2-5x-3 = 0$$

$$\text{যা, } 2x(x-3)+1(x-3) = 0$$

$$\text{যা, } (x-3)(2x+1) = 0$$

$$\text{হয় } x-3=0 \quad \text{অথবা } 2x+1=0$$

$$\therefore x=3$$

$$\text{যা } 2x=-1$$

$$\therefore x = -\frac{1}{2}$$

অতএব নির্ণেয় সমাধান সেট :  $\left\{ 3, -\frac{1}{2} \right\}$

$$20। \frac{x+7}{x+1} + \frac{2x+6}{2x+1} = 5$$

**সমাধান :** প্রদত্ত সমীকরণ,  $\frac{x+7}{x+1} + \frac{2x+6}{2x+1} = 5$

$$\text{বা, } \frac{(x+7)(2x+1) + (2x+6)(x+1)}{(x+1)(2x+1)} = 5$$

$$\text{বা, } 5(x+1)(2x+1) = (x+7)(2x+1) + (2x+6)(x+1)$$

$$\text{বা, } 5(2x^2+x+2x+1) = 2x^2+x+14x+7+2x^2+2x+6x+6$$

$$\text{বা, } 10x^2+5x+10x+5 = 4x^2+23x+13$$

$$\text{বা, } 10x^2+15x+5-4x^2-23x-13=0$$

$$\text{বা, } 6x^2-8x-8=0$$

$$\text{বা, } 3x^2-4x-4=0 \quad [\text{উভয় পক্ষকে } 2 \text{ দ্বারা ভাগ করে]$$

$$\text{বা, } 3x^2-6x+2x-4=0$$

$$\text{বা, } 3x(x-2)+2(x-2)=0$$

$$\text{বা, } (3x+2)(x-2)=0$$

$$\therefore \text{হয় } 3x+2=0 \quad \text{অথবা, } x-2=0$$

$$\text{বা, } 3x=-2$$

$$x=2$$

$$\therefore x=-\frac{2}{3}$$

অতএব, নির্ণয় সমাধান সেট :  $\left\{-\frac{2}{3}, 2\right\}$  (Ans.)

$$21। \frac{1}{x} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{x+a+b}$$

**সমাধান :** প্রদত্ত সমীকরণ,  $\frac{1}{a+b+x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{x}$

$$\text{বা, } \frac{1}{a+b+x} - \frac{1}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

$$\text{বা, } \frac{x-(a+b+x)}{x(a+b+x)} = \frac{b+a}{ab}$$

$$\text{বা, } \frac{x-a-b-x}{ax+bx+x^2} = \frac{a+b}{ab}$$

$$\text{বা, } \frac{-(a+b)}{ax+bx+x^2} = \frac{(a+b)}{ab}$$

$$\text{বা, } \frac{-1}{ax+bx+x^2} = \frac{1}{ab}$$

$$\text{বা, } ax+bx+x^2 = -ab$$

$$\text{বা, } x^2+ax+bx+ab=0$$

$$\text{বা, } x(x+a)+b(x+a)=0$$

$$\text{বা, } (x+a)(x+b)=0$$

$$\therefore \text{হয়, } x+a=0 \quad \text{অথবা, } x+b=0$$

$$\therefore x=-a \quad \therefore x=-b$$

অতএব, নির্ণয় সমাধান সেট :  $\{-a, -b\}$

$$22। \frac{ax+b}{a+bx} = \frac{cx+d}{c+dx}$$

**সমাধান :** দেওয়া আছে,  $\frac{ax+b}{a+bx} = \frac{cx+d}{c+dx}$

$$\text{বা, } (ax+b)(c+dx) = (cx+d)(a+bx)$$

$$\text{বা, } acx+adx^2+bc+c dx+bdx = acx+bcx^2+ad+bdx$$

$$\text{বা, } adx^2+acx+bc+bdx-acx-bcx^2-ad-bdx=0$$

$$\text{বা, } adx^2-bcx^2-ad+bc=0$$

$$\text{বা, } x^2(ad-bc)-1(ad-bc)=0$$

$$\text{বা, } (ad-bc)(x^2-1)=0 \quad [\text{উভয় পক্ষকে } (ad-bc) \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\text{বা, } x^2=1$$

$$\therefore x=\pm 1$$

অতএব, নির্ণয় সমাধান সেট :  $\{1, -1\}$

$$23। x+\frac{1}{x}=2$$

**সমাধান :** দেয়া আছে,  $x+\frac{1}{x}=2$

$$\text{বা, } \frac{x^2+1}{x}=2$$

$$\text{বা, } x^2+1=2x$$

$$\text{বা, } x^2-2x+1=0$$

$$\text{বা, } (x-1)^2=0$$

$$\text{বা, } x-1=0$$

$$\therefore x=1 \quad \text{অতএব, নির্ণয় সমাধান সেট : } \{1\}$$

$$24। 2x^2-4ax=0$$

**সমাধান :** দেওয়া আছে,  $2x^2-4ax=0$

$$\text{বা, } 2x(x-2a)=0$$

$$\therefore \text{হয়, } 2x=0$$

$$\therefore x=2a$$

$$\text{অতএব, নির্ণয় সমাধান সেট : } \{0, 2a\}$$

$$25। \frac{(x+1)^3-(x-1)^3}{(x+1)^2-(x-1)^2}=2$$

**সমাধান :** প্রদত্ত সমীকরণ,  $\frac{(x+1)^3-(x-1)^3}{(x+1)^2-(x-1)^2}=2$

$$\text{বা, } \frac{x^3+3x^2+3x+1-(x^3-3x^2+3x-1)}{x^2+2x+1-(x^2-2x+1)}=2$$

$$\text{বা, } \frac{x^3+3x^2+3x+1-x^3+3x^2-3x+1}{x^2+2x+1-x^2+2x-1}=2$$

$$\text{বা, } \frac{6x^2+2}{4x}=2$$

$$\text{বা, } 6x^2+2=8x$$

$$\text{বা, } 6x^2-8x+2=0$$

$$\text{বা, } 3x^2-4x+1=0 \quad [\text{উভয় পক্ষকে } 2 \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\text{বা, } 3x^2-3x-x+1=0$$

$$\text{বা, } 3x(x-1)-1(x-1)=0$$

$$\text{বা, } (3x-1)(x-1)=0$$

দুই বা ততোধিক রাশির গুণফলের মান শূন্য হলে এদের অন্তত একটি শূন্য হয়।

$$\text{হয়, } 3x-1=0$$

$$\text{অথবা, } x-1=0$$

$$\text{বা, } 3x=1$$

$$\therefore x=\frac{1}{3}$$

অতএব, নির্ণয় সমাধান সেট  $\left\{\frac{1}{3}, 1\right\}$

সমীকরণ গঠন করে সমাধান কর (২৬ – ৩১)

২৬। দুই অঙ্কবিশিষ্ট কোনো সংখ্যার অঙ্কহৱয়ের সমষ্টি 15

এবং এদের গুণফল 56; সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

**সমাধান :** মনে করি, সংখ্যাটির একক স্থানীয় অঙ্ক =  $x$

এবং, এর দশক স্থানীয় অঙ্ক =  $15-x$

$$\therefore \text{সংখ্যাটি} = x+10(15-x)$$

$$= x+150-10x$$

$$= 150-9x$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } x(15-x)=56$$

$$\text{বা, } 15x - x^2 = 56$$

$$\text{বা, } x^2 - 15x + 56 = 0$$

[(-) দ্বারা গুণ করে পক্ষান্তর করা হলো।]

$$\text{বা, } x^2 - 8x - 7x + 56 = 0$$

$$\text{বা, } x(x - 8) - 7(x - 8) = 0$$

$$\text{বা, } (x - 8)(x - 7) = 0$$

$$\text{বা, } x - 8 = 0 \quad \text{অথবা } x - 7 = 0$$

$$\therefore x = 8$$

$$x = 8 \text{ হলে সংখ্যাটি} = 150 - 9 \times 8$$

$$= 150 - 72$$

$$= 78$$

$$\text{আবার, } x = 7 \text{ হলে সংখ্যাটি} = 150 - 9 \times 7$$

$$= 150 - 63$$

$$= 87$$

অতএব নির্ণয় সমাধান 78 বা 87

২৭। একটি আয়তাকার ঘরের মেঝের ক্ষেত্রফল 192 বর্গমিটার। মেঝের দৈর্ঘ্য 4 মিটার কমালে ও প্রস্থ 4 মিটার বাড়ালে ক্ষেত্রফল অপরিবর্তিত থাকে। মেঝের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

**সমাধান :** মনে করি, আয়তাকার কক্ষের প্রস্থ =  $x$  মিটার  
তাহলে, দৈর্ঘ্য =  $\frac{192}{x}$  মিটার

দৈর্ঘ্য 4 মিটার কমালে দৈর্ঘ্য =  $\left(\frac{192}{x} - 4\right)$  মিটার

এবং প্রস্থ 4 মিটার বাড়ালে প্রস্থ =  $(x + 4)$  মিটার

$$\begin{aligned} \text{ক্ষেত্রফল} &= \left(\frac{192}{x} - 4\right)(x + 4) = \left(\frac{192 - 4x}{x}\right)(x + 4) \\ &= \frac{192x - 4x^2 + 768 - 16x}{x} \\ &= \frac{176x - 4x^2 + 768}{x} \quad \text{বর্গ মিটার} \end{aligned}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{176x - 4x^2 + 768}{x} = 192$$

$$\text{বা, } 176x - 4x^2 + 768 = 192x$$

$$\text{বা, } 4x^2 + 192x - 176x = 768$$

$$\text{বা, } 4x^2 + 16x - 768 = 0$$

$$\text{বা, } 4(x^2 + 4x - 192) = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + 4x - 192 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + 16x - 12x - 192 = 0$$

$$\text{বা, } x(x + 16) - 12(x + 16) = 0$$

$$\text{বা, } (x - 12)(x + 16) = 0$$

$$\text{হয়, } (x - 12) = 0$$

$$\therefore x = 12$$

$$\text{অথবা, } (x + 16) = 0$$

$$\therefore x = -16$$

কিন্তু প্রস্থ ঝগাঅক হতে পারে না।

সূতরাং - 16 গ্রহণযোগ্য নয়।

$$\text{অতএব, নির্ণয় দৈর্ঘ্য} = \frac{192}{x} = \frac{192}{12} = 16 \text{ মিটার}$$

∴ নির্ণয় দৈর্ঘ্য 16 মিটার এবং প্রস্থ 12 মিটার

২৮। একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের দৈর্ঘ্য 15 সে.মি. ও অপর বাহুয়ের দৈর্ঘ্যের অক্ষর 3 সে. মি। ঐ বাহুয়ের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

**সমাধান :** মনেকরি, ত্রিভুজের ক্ষুদ্রতম বাহুর দৈর্ঘ্য =  $x$  সে. মি.

অপর বাহুর দৈর্ঘ্য =  $(x + 3)$  সে. মি.

পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী,

$$\text{বা, } x^2 + (x + 3)^2 = 15^2$$

$$\text{বা, } x^2 + x^2 + 6x + 9 = 225$$

$$\text{বা, } 2x^2 + 6x + 9 = 225$$

$$\text{বা, } 2x^2 + 6x + 9 - 225 = 0$$

$$\text{বা, } 2x^2 + 6x - 216 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + 3x - 108 = 0$$

$$\text{বা, } x(x + 12) - 9(x + 12) = 0$$

$$\text{বা, } (x + 12)(x - 9) = 0$$

$$\therefore x + 12 = 0 \quad \text{অথবা } x - 9 = 0$$

$$\therefore x = -12 \quad \text{অথবা } x = 9$$

যেহেতু দৈর্ঘ্য ঝগাঅক হতে পারে না, তাই ত্রিভুজটির ক্ষুদ্রতম বাহুর দৈর্ঘ্য = 9 সে. মি. এবং

অপর বাহুর দৈর্ঘ্য =  $(9 + 3)$  সে. মি. = 12 সে. মি.

২৯। একটি ত্রিভুজের ভূমি তার উচ্চতার দিগন্ত অপেক্ষা 6 সে. মি. বেশি। ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 810 বর্গ সে.মি. হলে এর উচ্চতা কত?

**সমাধান :**

মনেকরি, ত্রিভুজাকৃতি ক্ষেত্রের উচ্চতা =  $x$  সে.মি.

$$\therefore \text{ভূমি} = (2x + 6) \text{ সে.মি.}$$

আমরা জানি,

$$\text{ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{1}{2} \times (2x + 6) \times x = 810$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} \times 2(x + 3) \times x = 810$$

$$\text{বা, } (x + 3)x = 810$$

$$\text{বা, } x^2 + 3x = 810$$

$$\text{বা, } x^2 + 3x - 810 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + 30x - 27x - 810 = 0$$

$$\text{বা, } x(x + 30) - 27(x + 30) = 0$$

$$\text{বা, } (x + 30)(x - 27) = 0$$

$$\therefore \text{হয়, } x + 30 = 0$$

$$\text{বা, } x = -30$$

উচ্চতা কখনও ঝগাঅক হতে পারেনা

$$\therefore x = -30 \text{ গ্রহণযোগ্য নয়।}$$

$$\text{অথবা, } x - 27 = 0$$

$$\therefore x = 27$$

অতএব, ত্রিভুজাকৃতি ক্ষেত্রের নির্ণয় উচ্চতা = 27 সে.মি.

সহপাঠীর সংখ্যার সমান টাকা টাকা দেওয়ার মোট 420 টাকা টাকা উল্লে। এই শ্রেণিতে ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা কত এবং প্রত্যেকে কত টাকা করে টাকা দিল?

**সমাধান:** মনে করি,

শ্রেণিতে ছাত্র/ছাত্রীর সংখ্যা  $x$  জন

এবং সহপাঠীর সংখ্যা  $x - 1$  জন

∴ প্রত্যেকে টাকা দেয়  $(x - 1)$  টাকা

প্রশ্নমতে,  $x(x - 1) = 420$

বা,  $x^2 - x = 420$

বা,  $x^2 - x - 420 = 0$

বা,  $x^2 - 21x + 20x - 420 = 0$

বা,  $x(x - 21) + 20(x - 21) = 0$

বা,  $(x - 21)(x + 20) = 0$

হয়  $x - 21 = 0$  অথবা,  $x + 20 = 0$

∴  $x = 21$

∴  $x = -20$  গ্রহণযোগ্য নয়

[কারণ ছাত্র/ছাত্রীর সংখ্যা খণ্ডাত্মক হতে পারে না।]

∴ প্রত্যেকে টাকা দেয়  $(21 - 1) = 20$  টাকা

অতএব এই শ্রেণিতে ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা 21 জন এবং

প্রত্যেকে টাকা দেয় 20 টাকা। (Ans.)

- ৩১। একটি শ্রেণিতে যতজন ছাত্র-ছাত্রী পড়ে, প্রত্যেকে তত পয়সার চেয়ে আরও 30 পয়সা বেশি করে টাকা দেওয়াতে মোট 70 টাকা উল্লে। এই শ্রেণি ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা কত?

**সমাধান:** মনে করি, ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা =  $x$

প্রত্যেকে টাকা দেয়  $(x + 30)$  পয়সা

∴ মোট টাকা =  $x(x + 30)$  পয়সা

দেয়া আছে, মোট উল্লেখনো টাকা = 70 টাকা = 7000 পয়সা

প্রশ্নমতে,  $x(x + 30) = 7000$

বা,  $x^2 + 30x = 7000$

বা,  $x^2 + 30x - 7000 = 0$

বা,  $x^2 + 100x - 70x - 7000 = 0$

বা,  $x(x + 100) - 70(x + 100) = 0$

বা,  $(x + 100)(x - 70) = 0$

হয়  $(x - 70)$  অথবা  $x + 100 = 0$

∴  $x = 70$

∴  $x = -100$

যেহেতু ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা খণ্ডাত্মক হতে পারে না।

সূতরাং,  $x = -100$  গ্রহণযোগ্য নয়।

∴  $x = 70$

অতএব, নির্ণেয় ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা 70 জন

- ৩২। দুই অঞ্জকবিশিষ্ট একটি সংখ্যার অঞ্জকদ্বয়ের সমষ্টি 7; অঞ্জকদ্বয় স্থান বিনিয়ন করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায় তা প্রদত্ত সংখ্যা থেকে 9 বেশি।

ক) চলক  $x$  এর মাধ্যমে প্রদত্ত সংখ্যাটি ও স্থান বিনিয়নকৃত সংখ্যাটি লেখ।

খ) সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

গ) প্রদত্ত সংখ্যাটির অঞ্জকদ্বয় যদি সেন্টিমিটারে কোনো আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্দেশ করে তবে এই আয়তক্ষেত্রটির কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। কর্ণটিকে কোনো বর্গের বাহু ধরে বর্গক্ষেত্রটির কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

**সমাধান:**

ক) মনে করি, সংখ্যাটির একক ঘনীয় অঙ্ক =  $x$

তাহলে এর দশক ঘনীয় অঙ্ক =  $7 - x$

$$\therefore \text{সংখ্যাটি হলো} = x + 10(7 - x)$$

$$= x + 70 - 10x$$

$$= 70 - 9x$$

এবং স্থান বিনিয়নকৃত সংখ্যাটি হলো =  $10x + 7 - x$

$$= 9x + 7$$

খ) প্রশ্নমতে,  $9x + 7 = 70 - 9x + 9$

$$\text{বা, } 9x + 7 = 79 - 9x$$

$$\text{বা, } 9x + 9x = 79 - 7$$

$$\text{বা, } 18x = 72$$

$$\text{বা, } x = \frac{72}{18}$$

$$\therefore x = 4$$

∴ নির্ণেয় সংখ্যাটি =  $70 - 9x$

$$= 70 - 9 \cdot 4$$

$$= 70 - 36$$

$$= 34$$

গ) প্রদত্ত সংখ্যাটির অঞ্জকদ্বয় হলো 3,4

তাহলে, আয়তক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য  $a = 4$  সে.মি.

এবং প্রস্থ  $b = 3$  সে.মি.

সুতরাং আয়তক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য =  $\sqrt{a^2 + b^2}$

$$= \sqrt{4^2 + 3^2}$$

$$= \sqrt{16 \times 9}$$

$$= \sqrt[4]{25}$$

$$= 5$$

বর্গক্ষেত্রের এক বাহু = 5 সে.মি.

∴ বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য =  $\sqrt{2} \times$  এক বাহুর দৈর্ঘ্য

$$= \sqrt{2} \times 5$$

$$= 5\sqrt{2}$$

অতএব আয়তক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য 5 সে.মি. এবং

বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য  $5\sqrt{2}$  সে.মি.

- ৩৩। একটি সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি ও উচ্চতা যথাক্রমে  $(x - 1)$  সে.মি. ও  $x$  সে.মি. এবং একটি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য  $(x + 3)$  সে.মি. ও প্রস্থ  $x$  সে.মি।

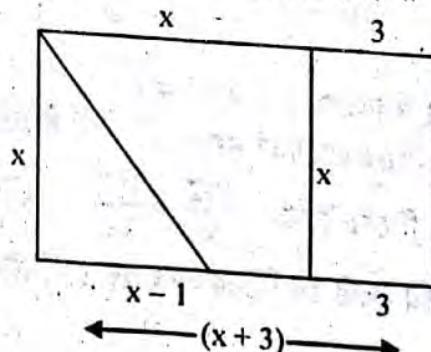
ক) একটি মৃত্রাচিত্রের মাধ্যমে তথ্যগুলো দেখাও।

খ) ত্রিভুজক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল 10 বর্গ সে.মি. হলে, এর উচ্চতা কত?

গ) ত্রিভুজক্ষেত্র, বর্গক্ষেত্র ও আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের ধারাবাহিক অনুপাত বের কর।

**সমাধান:**

ক) চিত্রের তথ্যগুলোর মাধ্যমে চিত্র হলো-



৬) দেওয়া আছে,

- ত্রিভুজের ভূমি  $(x - 1)$  সে.মি.
- এবং উচ্চতা  $x$  সে.মি.
- আরা জানি,

$$\begin{aligned} \text{ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা} \\ &= \frac{1}{2} \times (x - 1) \times x \text{ বর্গ সে.মি.} \\ &= \frac{x^2 - x}{2} \text{ বর্গ সে.মি.} \end{aligned}$$

প্রশ্নমতে,

$$\frac{x^2 - x}{2} = 10$$

$$\text{বা, } x^2 - x = 20$$

$$\text{বা, } x^2 - x - 20 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 5x + 4x - 20 = 0$$

$$\text{বা, } x(x - 5) + 4(x - 5) = 0$$

$$\text{বা, } (x - 5)(x + 4) = 0$$

$$\text{হয় } x - 5 = 0 \quad \text{অথবা, } x + 4 = 0$$

$$\therefore x = 5$$

$$\therefore x = -4 \quad [\text{গ্রহণযোগ্য নয়}]$$

কারণ ত্রিভুজের উচ্চতা শুধুমাত্র হতে পারে না।

অতএব ত্রিভুজটি উচ্চতা 5 সে.মি. (Ans.)

৭) 'খ' থেকে পাই ত্রিভুজের মৌলিক ক্ষেত্রফল

$$= \frac{x^2 - x}{2} \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= \frac{5^2 - 5}{2} \text{ } "$$

$$= \frac{25 - 5}{2} \text{ } "$$

$$= \frac{20}{2} \text{ } "$$

$$= 10 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

আমরা জানি, বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল =  $x^2$  বর্গ একক

$$= 5^2 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 25 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

আবার, আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (দৈর্ঘ্য × প্রস্থ) - বর্গ একক

$$= \{(x + 3) \times x\} \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= \{(5 + 3) \times 5\} \text{ বর্গ সে.মি. [ } x \text{ এর মান বসিয়ে]$$

$$= (8 \times 5) \text{ } "$$

$$= 40 \text{ বর্গ কি.মি.}$$

 $\therefore$  ত্রিভুজক্ষেত্র, বর্গক্ষেত্র ও আয়তক্ষেত্রের ধারাবাহিক অনুপাত =  $10 : 25 : 40$ 

$$= 2 : 5 : 8$$

অতএব অনুপাত  $2 : 5 : 8$  (Ans.)

## সূজনশীল অংশ

 মাস্টার ট্রেইনার কর্তৃক প্রণীত বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর :

### সাধারণ বহুনির্বাচনি :

১) নিচের কোনটি বিচ্ছিন্ন চলক?

[ভিকারুননিসা নূন স্কুল আন্ড কলেজ, ঢাকা]

$$\text{ক} \frac{\text{বয়স}}{b} \quad \text{খ} \frac{\text{উচ্চতা}}{a} \quad \text{গ} \frac{\text{প্রাপ্ত নম্বর}}{b}$$

$$2) \frac{ax}{b} - \frac{bx}{a} = a^2 - b^2 \text{ সমীকরণে } x \text{ এর মান নিচের কোনটি?}$$

[বি এ এফ শাহীন কলেজ, ঢাকা]

$$\text{ক} \frac{a}{b} \quad \text{খ} \frac{b}{a} \quad \text{গ} ab$$

$$3) x^2 - x - 12 = 0 \text{ সমীকরণের মূলদ্বয়ের যোগফল নিচের কোনটি?}$$

[বি এ এফ শাহীন কলেজ, ঢাকা]

$$\text{ক} -7 \quad \text{খ} -3 \quad \text{গ} 1$$

$$4) x + 3y = 6 \text{ সমীকরণে চলকের সংখ্যা নিচের কোনটি?}$$

[বি এ এফ শাহীন কলেজ, ঢাকা]

$$\text{ক} \text{একটি} \quad \text{খ} \text{দুইটি} \quad \text{গ} \text{তিনটি}$$

$$5) \sqrt{2x - 3} + 5 = 2 \text{ } ৫ \text{ } \text{র সমাধান কর।}$$

[বিজিনিয়ারিং ইঞ্জিনিয়ারিং কলেজ স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

$$\text{ক} \{3\} \quad \text{খ} \{\sqrt{5}\} \quad \text{গ} \{0, \sqrt{5}\}$$

সমাধান সেট নির্ণয় কর -  $\sqrt{2x - 3} + 5 = 2$ 

[ইনজিনিয়ারিং ইউনিভার্সিটি স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

$$\text{ক} \{-3\} \quad \text{খ} \{3\} \quad \text{গ} \{ \} \quad \text{ষ} \{6\} \quad \text{৪}$$

এক চলক বিশিষ্ট দ্বিতীয় সমীকরণ কোনটি?

[ইনজিনিয়ারিং ইউনিভার্সিটি স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

$$\text{ক} 2x - 1 = x \quad \text{খ} \frac{3x}{2} = 1 - \frac{x}{3} \quad \text{গ} 2x^3 - x^2 - 4x + 4 = 0 \quad \text{ষ} 2x - 1 = \frac{1}{x}$$

 $x^2 - x - 12 = 0$  সমীকরণের মূলদ্বয় নিচের কোনটি?

[ইনজিনিয়ারিং ইউনিভার্সিটি স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

$$\text{ক} -3, -4 \quad \text{খ} -3, 4 \quad \text{গ} 3, -4 \quad \text{ষ} 3, 4 \quad \text{৪}$$

নিচের কোনটি অভেদ?

[ইনজিনিয়ারিং ইউনিভার্সিটি স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

$$\text{ক} (x+1)^2 + (x-1)^2 = 4x \quad \text{খ} (x+1)^2 + (x-1) = 2(x^2 + 1) \quad \text{গ} (a+b)^2 - (a-b)^2 = 2ab \quad \text{ষ} (a-b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad \text{৪}$$

$$10) x^2 - 5x + 6 = 0 \text{ সমীকরণের মূল কয়টি?$$

[ইস্পাহানী পাবলিক স্কুল ও কলেজ]

$$\text{ক} 0 \quad \text{খ} 2 \quad \text{গ} 1 \quad \text{ষ} 3 \quad \text{৪}$$

 $x + a = x + b$  করে কোনটি?

[ইস্পাহানী পাবলিক স্কুল ও কলেজ]

$$\text{ক} a \quad \text{খ} b \quad \text{গ} -a \quad \text{ষ} -c \quad \text{৪}$$

## □ ଅଧ୍ୟାୟ ଶେଷେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କୁ—

- সমত্বীয় জ্যামিতির মৌলিক শীকার্যগুলো বর্ণনা করতে পারবে।
  - ত্রিভুজ সংক্রান্ত উপপাদ্যগুলো প্রমাণ করতে পারবে।
  - ত্রিভুজ সংক্রান্ত উপপাদ্য ও অনুসিদ্ধান্তগুলো প্রয়োগ করে সমস্যা সমাধান করতে পারবে।

ଯା ମନେ ରାଖିବି ହୁଏ...

ব্যৃত্তিগতভাবে ‘জ্যামিতি’ বা ‘Geometry’ শব্দের অর্থ “ভূমি পরিমাপ”। কৃষি ভিত্তিক সভ্যতার শুরু ভূমি পরিমাপের সমস্যা সমাধানের প্রয়োজনেই জ্যামিতির সূচি হয়েছিল। তবে জ্যামিতি আজকাল কেবল ভূমি পরিমাপের জন্যই ব্যবহৃত হয় না, বরং বহু অট্টিল গাণিতিক সমস্যা সমাধানে ও ব্যাখ্যাদানে জ্যামিতিক জ্ঞান এখন অপরিহার্য।

জ্যামিতি গণিত শাস্ত্রের একটি প্রাচীন শাখা। আনুমানিক খ্রিস্টপূর্ব ৩০০ অব্দে গ্রীক পণ্ডিত ইডিলিড জ্যামিতির ইতস্তত বিক্ষিপ্ত সূত্রগুলোকে বিধিবদ্ধভাবে সুবিন্যস্ত করে তাঁর বিখ্যাত গ্রন্থ "Elements" রচনা করেন। তেরো খণ্ডে সম্পূর্ণ কালোভীর্ণ এই "Elements" গ্রন্থটিই আধুনিক জ্যামিতির ভিত্তিস্বরূপ।

## ଅକ୍ଷୁଣ୍ଣିଲକୀ- ୬.୧

۶۰

# পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান

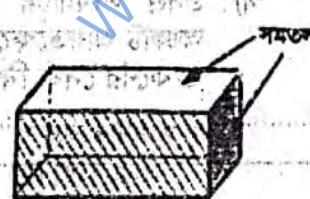
୧। ପାତାରୀ ପୁଣ୍ୟ ମୁଦ୍ରାଚ ଶିକ୍ଷା ପ୍ରାଚୀ ପିତୃ ପରିବହୁତୀ (୨୩)  
୧। ସୂନ, ତଳ, ରେଥା ଏବୁ ବିଦ୍ୱାନ ଧାରଣା ଦାଓ ।

**সমাধান :** স্থান, তল, রেখা ও বিন্দুর যথাযথ সংজ্ঞা দেওয়া সম্ভব নয়। এগুলো জ্যামিতির প্রাথমিক ধারণা মাত্র। যেমন :

১০. ঘৰানা : আমাদের চারপাশে ছোট বড় বিভিন্ন বন্ধু ঘৰানের যে অংশ জুড়ে থাকে সে ঘৰানটুকুর আকার, আকৃতি, অবস্থান, প্রকৃতি বৈশিষ্ট্য প্রভৃতি থেকেই জ্যামিতিক ধ্যান ধারণার উত্তব।

□ তল : ঘনবস্তুর উপরিভাগ তল নির্দেশ করে অর্থাৎ, প্রত্যেক ঘনবস্তু এক বা একাধিক তল দ্বারা সীমাবদ্ধ থাকে। যেমন,

ଏକାଟ ବାଜେର ଛୟାଟ ଶୁଣ୍ଡ ଛୟାଟ ତମେର ଏବଂ ଗୋଲକେର ଉପାରଭାଗରେ ଏକାଟ ତମ ତବେ ବାଜେର ଶୁଣ୍ଡତମାକେ ସମଭଳ ଓ ଦୋଷକେର ଉପରିଭଳକେ ବକ୍ରତମ ବଲେ ।



পঁচিত্র : ঘনবস্তু থেকে তলের ধারণা

□ **ରେଖା :** ଦୁଇଟି ତଳ ପରମ୍ପରାକେ ହେଦ କରିଲେ ଛେଦମୂଳେ ଏକଟି ରେଖା ଉତ୍ପନ୍ନ ହୁଏ । ସେମନ, ବାଙ୍ଗେର ଦୁଇଟି ପୃଷ୍ଠା-ତଳ ବାଙ୍ଗେର ଏକଧାରେ ଏକଟି ରେଖାଯା ମିଳିତ ହୁଏ । ଏହି ରେଖା ଏକଟି ସରଗରେଖା । ଏକଟି ଲେବୁକେ ଏକଟି ପାତଳା ଛୁରି ଦିଯେ କାଟିଲେ, ଛୁରିର ସମତଳ ଯେଥାନେ ଲେବୁର ବକ୍ରତଳକେ ହେଦ କରେ ଦେଖାନେ ଏକଟି ବକ୍ରରେଖା ଉତ୍ପନ୍ନ ହୁଏ । ରେଖାର ଶୁଦ୍ଧ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଆଛେ, ପ୍ରକ୍ରିୟା ଓ ବେଧ ନେଇ ।

**চিত্র :** তলের ধারণা থেকে ব্রেখার ধারণা।

□ **বিন্দু** : দুইটি রেখা পরস্পর ছেদ করলে বিন্দুর উৎপত্তি হয়, অর্থাৎ দুইটি রেখার ছেদস্থান বিন্দু ধারা নির্দিষ্ট হয়। বাস্তৱে দুটি খার-বেখা বাস্তৱের এক কোণায় একটি বিন্দুতে মিলিত হয়।

বিন্দুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও বেধ নেই, শুধু অবস্থান আছে। একটি রেখার দৈর্ঘ্য ক্রমশ ত্রাস পেয়ে অবশ্যে শূন্য হলে, একটি বিন্দু মাত্র অবশিষ্ট থাকে। বিন্দুকে শূন্য মাত্রার সন্তা বলে গণ্য করা হয়।

## ১। ইউক্লিডের গীটটি স্বীকার্য বর্ণনা কর।

**সমাধান :** ইউক্লিডের গীটটি স্বীকার্য হলো—  
 স্বীকার্য ১। একটি বিন্দু থেকে অন্য একটি বিন্দু পর্যন্ত একটি সরলরেখা আকা যায়।  
 স্বীকার্য ২। খণ্ডিত রেখাকে যথেচ্ছত্বাবে বাঢ়ানো যায়।  
 স্বীকার্য ৩। যেকোনো কেন্দ্র ও যেকোনো ব্যাসার্থ নিয়ে বৃত্ত আকা যায়।  
 স্বীকার্য ৪। সকল সমকোণ পরম্পর সমান।  
 স্বীকার্য ৫। একটি সরলরেখা দুইটি সরল রেখাকে ছেদ করলে এবং ছেদকের একই পাশের অঙ্গশ কোণগুলোর সমষ্টি দুই সমকোণের চেয়ে কম হলে, রেখা দুইটিকে যথেচ্ছত্বাবে বর্ধিত করলে সেদিকে কোণের সমষ্টি দুই সমকোণের চেয়ে কম, সেদিকে শিলিত হয়।

## ৭। গীটটি আপতন স্বীকার্য বর্ণনা কর।

**সমাধান :** আপতন স্বীকার্য : বিমূর্ত জ্যামিতিক ধারণা হিসেবে ঘনকে বিন্দুসমূহের সেট ধরা হয় এবং সরলরেখা ও সমতলকে এই সার্বিক সেটের উপসেট বিবেচনা করা হয়। এ সংক্রান্ত ৫টি স্বীকার্যকে আপতন স্বীকার্য বলে।

**স্বীকার্য-১ :** ঘন সকল বিন্দুর সেট এবং সমতল ও সরলরেখা এই সেটের উপসেট।  
 এই স্বীকার্য থেকে আমরা লক্ষ করি যে, প্রত্যেক সমতল ও প্রত্যেক সরলরেখা এক একটি সেট, যার উপাদান হচ্ছে বিন্দু।  
 জ্যামিতিক বর্ণনায় সাধারণত সেট প্রতীকের ব্যবহার পরিহার করা হয়। যেমন : কোনো বিন্দু একটি সরলরেখার (বা সমতলের) অভর্ত্তুত হলে ‘বিন্দুটি ঐ সরলরেখায় (বা সমতলে) অবস্থিত’ অথবা, ‘সরলরেখাটি (বা সমতলটি) ঐ বিন্দু দিয়ে যায়’ অথবা অনুরূপ অর্থবহ বাক্য দ্বারা তা প্রকাশ করা হয়। একইভাবে, একটি সরলরেখা একটি সমতলের উপসেট হলে ‘সরলরেখাটি ঐ সমতলে অবস্থিত’ অথবা ‘সমতলটি ঐ সরলরেখা দিয়ে যায়’ এ রকম বাক্য দ্বারা তা বর্ণনা করা হয়।

সরলরেখা ও সমতলের বৈশিষ্ট্য হিসেবে স্বীকার করে নেওয়া হয় যে,

**স্বীকার্য-২।** দুইটি ভিন্ন বিন্দুর জন্য একটি ও কেবল একটি সরলরেখা আছে, যাতে উভয় বিন্দু অবস্থিত।

**স্বীকার্য-৩।** একই সরলরেখায় অবস্থিত নয় এমন তিনটি ভিন্ন বিন্দুর জন্য একটি ও কেবল একটি সমতল আছে, যাতে বিন্দু তিনটি অবস্থিত।

**স্বীকার্য-৪।** কোনো সমতলের দুইটি ভিন্ন বিন্দু দিয়ে যায় এমন সরলরেখা ঐ সমতলে অবস্থিত।

**স্বীকার্য-৫।** ক) ঘনে একাধিক সমতল বিদ্যমান।

খ) প্রত্যেক সমতলে একাধিক সরলরেখা অবস্থিত।

গ) প্রত্যেক সরলরেখার বিন্দুসমূহ এবং বাস্তব সংখ্যাসমূহকে এমনভাবে সম্পর্কিত করা যায় যেন, রেখাটির প্রত্যেক বিন্দুর সঙ্গে একটি অনন্য বাস্তব সংখ্যা সংশ্লিষ্ট হয় এবং প্রত্যেক বাস্তব সংখ্যার সঙ্গে রেখাটির একটি অনন্য বিন্দু সংশ্লিষ্ট হয়।

## ৮। দূরত্ব স্বীকার্যটি বর্ণনা কর।

**সমাধান :** দূরত্ব স্বীকার্য : স্বীকার্য-৬ কে দূরত্ব স্বীকার্য বলা হয়। জ্যামিতিতে দূরত্বের ধারণাও একটি প্রাথমিক ধারণা। এজন্য স্বীকার করে নেওয়া হয় যে,

ক) বিন্দুগুল (P, Q) একটি অনন্য বাস্তব সংখ্যা নির্দিষ্ট করে যাকে P বিন্দু থেকে Q বিন্দুর দূরত্ব বলা হয় এবং PQ দ্বারা সূচিত করা হয়।

খ) P ও Q ভিন্ন বিন্দু হলে PQ সংখ্যাটি ধৰ্মাত্মক। অন্যথায়,  $PQ = 0$ ।

গ) P থেকে Q এর দূরত্ব এবং Q থেকে P এর দূরত্ব একই। অর্থাৎ  $PQ = QP$ ।

$PQ = QP$  হওয়াতে এই দূরত্বকে সাধারণত P বিন্দু ও Q বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব বলা হয়। ব্যবহারিকভাবে এই দূরত্ব পূর্ব নির্ধারিত এককের সাহায্যে পরিমাপ করা হয়।

## ৯। ঝুলার স্বীকার্যটি বর্ণনা কর।

**সমাধান :** ঝুলার স্বীকার্য : স্বীকার্য-৫ (গ) অনুযায়ী প্রত্যেক সরলরেখায় অবস্থিত বিন্দুসমূহের সেট ও বাস্তব সংখ্যা সেটের মধ্যে এক-এক মিল স্থাপন করা যায়। এ প্রসঙ্গে স্বীকার করে নেওয়া হয় যে,

**স্বীকার্য :** কোনো সরলরেখায় অবস্থিত বিন্দুসমূহের সেট এবং বাস্তব সংখ্যা সেটের মধ্যে এমনভাবে এক-এক মিল স্থাপন করা যায়, যেন রেখাটির যেকোনো বিন্দু P, Q এর জন্য  $PQ = |a - b|$  হয়, যেখানে মিলকরণের ফলে P ও Q এর সঙ্গে যথাক্রমে a ও b বাস্তব সংখ্যা সংশ্লিষ্ট হয়।

এই স্বীকার্যে বর্ণিত মিলকরণ করা হলে, রেখাটি একটি সংখ্যারেখায় পরিণত হয়েছে বলা হয়। সংখ্যারেখায় P বিন্দুর সঙ্গে a সংখ্যাটি সংশ্লিষ্ট হলে P কে a এর লেখবিন্দু এবং a কে P এর ঘনাঙ্ক বলা হয়। এই স্বীকার্যকে ঝুলার স্বীকার্য বলা হয়।

## ১০। সংখ্যারেখা বর্ণনা কর।

**সমাধান :** কোনো সরলরেখায় অবস্থিত বিন্দুসমূহের সেট এবং বাস্তব সংখ্যাসেটের মধ্যে এমনভাবে এক এক মিল স্থাপন করা যায়, যেমন, রেখাটির মিলকরণের ফলে P, Q এর জন্য  $PQ = |a - b|$  হয়, যেখানে মিলকরণের ফলে P ও Q এর সঙ্গে যথাক্রমে a ও b বাস্তব সংখ্যা সংশ্লিষ্ট হয়।

এভাবে বর্ণিত মিলকরণ করা হলে, রেখাটি একটি সংখ্যারেখায় পরিণত হয়েছে বলা হয়। সংখ্যারেখায় P বিন্দুর সঙ্গে সংখ্যাটি সংশ্লিষ্ট হলে P ও a এর লেখবিন্দু এবং a কে P এর ঘনাঙ্ক বলা হয়।

১। বুলার স্থাপন স্বীকার্যটি কর্মসূল কর।

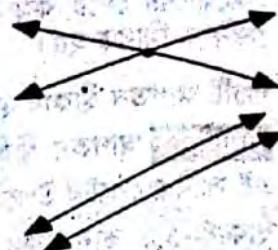
**সমাধান :** বুলার স্থাপন স্বীকার্য : কোনো সরলরেখাকে সংখ্যারেখায় পরিণত করার জন্য প্রথমে রেখাটিকে একটি বিন্দুর স্থানকে ০ এবং অপর একটি বিন্দুর স্থানকে ১ ধরে নেওয়া হয়। এতে রেখাটিতে একটি একক দূরত্ব এবং একটি ধনাত্মক দিক নির্দিষ্ট হয়। এ জন্য স্বীকার করে নেওয়া হয় যে,

স্বীকার্য : যেকোনো সরলরেখা AB কে এমনভাবে সংখ্যারেখায় পরিণত করা যায় যে, A এর স্থানকে ০ এবং B এর স্থানকে ধনাত্মক হয়। একে বুলার স্থাপন স্বীকার্য বলা হয়।

২। পরম্পরাচ্ছেদী সরলরেখা ও সমান্তরাল সরলরেখার সংজ্ঞা দাও।

**সমাধান :** পরম্পরাচ্ছেদী রেখা : দুইটি ভিন্ন সরলরেখাকে পরম্পরাচ্ছেদী বলা হয়, যদি উভয়রেখায় অবস্থিত একটি সাধারণ বিন্দু থাকে।

সমান্তরাল রেখা : একই সমতলমুখ্য দুইটি ভিন্ন সরলরেখাকে সমান্তরাল বলা হয়, যদি তাদের কোন সাধারণ বিন্দু না থাকে।



## □ অনুশীলনী- ৬.২

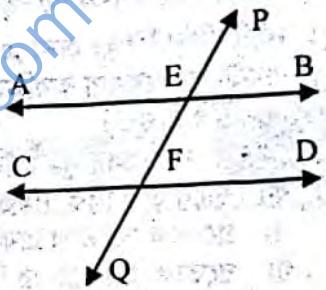
### পাঠ্যবইয়ের কাজসমূহের সমাধান

□ কাজ-১: সমান্তরাল সরলরেখার বিকল্প সংজ্ঞার সাহায্যে সমান্তরাল সরলরেখা সংক্রান্ত উপপাদ্যগুলো প্রমাণ কর।

[পৃষ্ঠা- ১১২]

**সমাধান :** সমান্তরাল সরলরেখার বিকল্প সংজ্ঞা : দুইটি সরলরেখার একটি ছেদক দ্বারা উৎপন্ন অনুরূপ কোণ জোড়া সমান হলে রেখাদ্বয় সমান্তরাল। দুইটি সমান্তরাল সরলরেখার একটি ছেদক দ্বারা উৎপন্ন প্রত্যেক একান্তর কোণ জোড়া সমান হবে।

মনে করি,  $AB \parallel CD$  এবং  $PQ$  ছেদক তাদের যথাক্রমে E ও F বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে,  $\angle AEF =$  একান্তর  $\angle EFD$



প্রমাণ :

ধাপসমূহ

$\angle PEB =$  অনুরূপ  $\angle EFD$

যথার্থতা

[সমান্তরাল রেখার সংজ্ঞানুসারে]

$\angle PEB =$  বিপ্রতীপ  $\angle AEF$

[অনুরূপ কোণ সমান]

$\angle AEF = \angle EFD$  (প্রমাণিত)

[১নং ও ২নং থেকে]

### পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান

৬.২

১। কোণের অভ্যন্তর ও বহির্ভাগের সংজ্ঞা দাও।

**সমাধান :** কোণের অভ্যন্তর :  $\angle BAC$  এর অভ্যন্তর হলো  $\overset{\circ}{AB}$  এর C

পার্শ্বে এবং  $\overset{\circ}{AC}$  এর B পার্শ্বে অবস্থিত সমতলের সকল বিন্দুর সেট।

**কোণের বহির্ভাগ :** কোণটির অভ্যন্তরে অথবা কোনো বাহুতে অবস্থিত নয়

সমতলমুখ্য এমন সকল বিন্দুর সেটকে তার বহির্ভাগ বলা হয়। কোণটির

অভ্যন্তরে প্রত্যেক বিন্দুকে তার একটি অন্তঃস্মৃতি বিন্দু এবং বহির্ভাগের

প্রত্যেক বিন্দুকে তার একটি বহিঃস্মৃতি বিন্দু বলা হয়।

অর্থাৎ চিত্রে, P বিন্দু  $\angle BAC$  এর অভ্যন্তরে এবং Q, S ও R বিন্দুগুলো তার বহির্ভাগে অবস্থিত।

২। যদি একই সরলরেখায় তিনটি ভিন্ন ভিন্ন বিন্দু হয়, তবে চিত্রের উৎপন্ন কোণগুলোর নামকরণ কর।

**সমাধান :** চিত্রে উৎপন্ন কোণগুলোর নাম যথাক্রমে :  $\angle DBE, \angle ABD, \angle DBC, \angle CBE, \angle EBC, \angle ABE$ .

$\angle DBE$  = সরলকোণ

$\angle ABD$  = সমকোণ

$\angle DBC$  = সূক্ষ্মকোণ

$\angle CBE$  = মূলকোণ

$\angle EBC$  = প্রবৃদ্ধকোণ

$\angle ABE$  = সমকোণ।

৩। **সন্নিহিত কোণের সংজ্ঞা দাও এবং এর বাহুগুলো চিহ্নিত কর।**

**সমাধান :** **সন্নিহিত কোণ :** সমতলম দুইটি কোণের যদি

(১) একই শীর্ষবিন্দু থাকে, (২) একটি সাধারণ বাহু থাকে এবং

(৩) তাদের অভ্যন্তরদিয়ের কোনো সাধারণ বিন্দু না থাকে, তবে

চিত্রে  $\angle AOB$  ও  $\angle BOC$  একে অপরের সন্নিহিত কোণ বলা হয়।

**বিহিত বাহু :** সাধারণ বাহু ব্যতীত সন্নিহিত কোণ দুটির অপর দুই বাহুকে তাদের বিহিত বাহু বলা হয়।

চিত্রে  $\angle AOB$  ও  $\angle BOC$  সন্নিহিত কোণগুলোর একই শীর্ষবিন্দু O, একটি সাধারণ বাহু  $OB$  এবং কোণগুলোর অভ্যন্তরের কোনো সাধারণ বিন্দু নাই।  $OA$  এবং  $OC$  কোণ দুইটির বিহিত বাহু।

৪। **চিত্রসহ সংজ্ঞা দাও :** বিপ্রতীপ কোণ, পূরক কোণ, সম্পূরক কোণ, সমকোণ, সূক্ষ্মকোণ এবং মূলকোণ।

**সমাধান :** **বিপ্রতীপ কোণ :** কোনো কোণের বাহুদিয়ের বিপরীত রশ্মিদ্বয়

যে কোণ তৈরি করে তা ঐ কোণের বিপ্রতীপ কোণ।

চিত্রে  $\angle 1$  এবং  $\angle 3$  একযুগল বিপ্রতীপ কোণ যা AB এবং CD এর

ছেদের ফলে উৎপন্ন হয়েছে। একইভাবে চিত্রে  $\angle 2$  এবং  $\angle 4$  আরেক

যুগল বিপ্রতীপ কোণ একই সরলরেখাদ্বয় দ্বারা উৎপন্ন।

**পূরককোণ :** দুইটি কোণের পরিমাপের সমষ্টি এক সমকোণ হলে কোণ

দুইটিকে পরম্পরার পূরককোণ বলা হয়।

চিত্রে,  $\angle ACB$  ও  $\angle BCD$  পূরককোণ।

**সম্পূরক কোণ :** দুইটি কোণের পরিমাপের সমষ্টি দুই সমকোণ হলে,

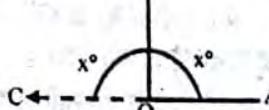
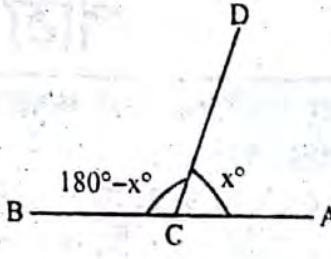
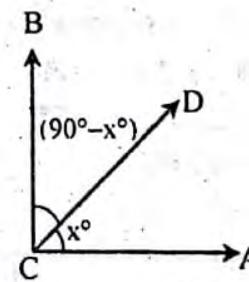
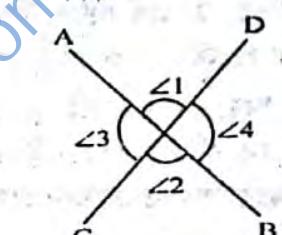
কোণ দুইটিকে পরম্পরার সম্পূরক কোণ বলা হয়।

চিত্রে,  $\angle ACB$  ও  $\angle BCD$  সম্পূরক কোণ।

**সমকোণ :** একটি সরল কোণের সমান্তরিককে লম্ব এবং সংশ্লিষ্ট সন্নিহিত

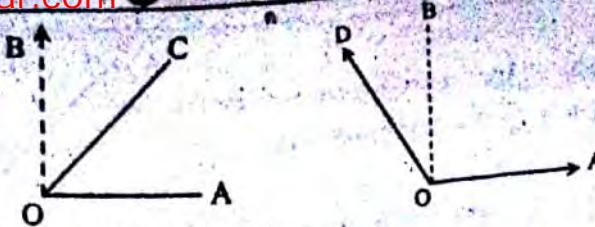
কোণের প্রত্যেকটিকে সমকোণ বলে।

চিত্রে,  $\angle AOB$  সমকোণ।



উল্লেখ যে, দুইটি কোণ সমান অর্থ তাদের ডিগ্রি পরিমাপ সমান। লক্ষণ্য যে, উপরের চিত্রে  $\angle AOB$  ও  $\angle BOC$  রৈখিক যুগল কোণ এবং কোণ যোজন স্বীকার্য অনুযায়ী  $\angle AOB + \angle BOC =$  সরলকোণ  $AOC$ । সূতরাং  $\angle AOB = x$  হলে সরলকোণ স্বীকার্য।  $x + x = 180^\circ$  বা,  $x = 90^\circ$ । অতএব দেখা যাচ্ছে যে, সমকোণের ডিগ্রি পরিমাণ  $90^\circ$ ।  $\angle AOB$  যে সমকোণ তা পাশের চিত্রের মতো চিহ্নিত করা হয়। এই চিত্রে,  $OA$  ও  $OB$  পরম্পর লম্ব। (প্রতীক :  $OA \perp OB$ )।

**সূক্ষ্মকোণ ও মূলকোণ :** এক সমকোণ থেকে ছোট কোণকে সূক্ষ্মকোণ এবং সমকোণ থেকে বড় কিন্তু দুই সমকোণ থেকে ছোট কোণকে মূলকোণ বলা হয়।



ওপরের চিত্রে,  $\angle AOC$  সূক্ষ্মকোণ এবং  $\angle AOD$  মূলকোণ।

উল্লেখ যে,  $\angle AOC < \angle AOB$  এবং  $\angle AOD > \angle AOB$  দ্বারা কোণগুলোর ডিফি পরিমাপের তুলনাই বোঝায় এবং  $\angle AOB = 60^\circ$  সমকোণ।

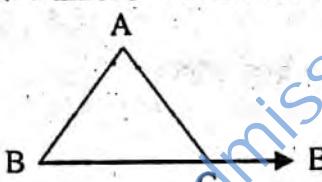
## □ অনুশীলনী - ৬.৩

### পাঠ্যবইয়ের কাজসমূহের সমাধান

- কাজ-১: প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজের একটি বাহুকে বর্ধিত করলে যে বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয়, তা তার অন্তঃস্থ বিপরীত কোণ দুইটির প্রত্যেকটি অপেক্ষা বৃহত্তর। [পৃষ্ঠা - ১১৪]

**সমাধান:** সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করতে হবে যে, ত্রিভুজের একটি বাহুকে বর্ধিত করলে যে বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয়, তা এর অন্তঃস্থ বিপরীত কোণ দুটির প্রত্যেকটি অপেক্ষা বৃহত্তর।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি,  $\triangle ABC$  এর  $BC$  বাহুকে  $E$  পর্যন্ত বর্ধিত করা বহিঃস্থ  $\angle ACE$  উৎপন্ন হয়েছে। বহিঃস্থ  $\angle ACE$  এর অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয় হলো  $\angle BAC$  এবং  $\angle ABC$ । প্রমাণ করতে হবে যে, বহিঃস্থ  $\angle ACE >$  অন্তঃস্থ বিপরীত  $\angle BAC$  এবং বহিঃস্থ  $\angle ACE >$  অন্তঃস্থ বিপরীত  $\angle ABC$



প্রমাণ :

$$\begin{aligned} \text{ΔABC}-\text{এর} \\ \angle ABC + \angle ACB + \angle BAC = 2 \\ \text{সমকোণ} \dots\dots (i) \end{aligned}$$

আবার,  $AC$  রশির প্রতিক্রিয়  $C$  তে অপর একটি সরলরেখা  $BE$  মিলিত হয়েছে। ফলে  $\angle ACB$  এবং  $\angle ACE$  সন্নিহিত কোণদ্বয় উৎপন্ন হয়েছে।

$$\therefore \angle ACB + \angle ACE = 2 \text{ সমকোণ} \dots\dots (ii)$$

$$\begin{aligned} (i) \text{ নং } \text{ এবং } (ii) \text{ নং \& তুলনা করে পাই}, \\ \angle ACB + \angle ACE = \angle ABC + \angle ACB + \angle BAC \\ \text{বা, } \angle ACE = \angle ABC + \angle BAC \\ \therefore \text{স্পষ্টত } \angle ACE > \angle ABC \text{ এবং} \\ \angle ACE > \angle BAC \text{ (প্রমাণিত)} \end{aligned}$$

যথার্থতা

[ $\because$  ত্রিভুজের তিনি কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]

উভয় পক্ষ থেকে  $\angle ACB$  বাদ দিয়ে

### পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান

৬.৩

- ১। নিম্নে তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া হলো। কোন ক্ষেত্রে ত্রিভুজ অঙ্কন সম্ভব?

- ক) ৫ সে.মি. ৬ সে. মি. ও ৭ সে.মি
- খ) ৩ সে.মি. ৪ সে. মি. ও ৭ সে.মি
- গ) ৫ সে.মি. ৭ সে. মি. ও ১৪ সে.মি
- ঘ) ২ সে.মি. ৪ সে. মি. ও ৮ সে.মি

উত্তর : ক) ৫ সে.মি. ৬ সে. মি. ও ৭ সে.মি।

২. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

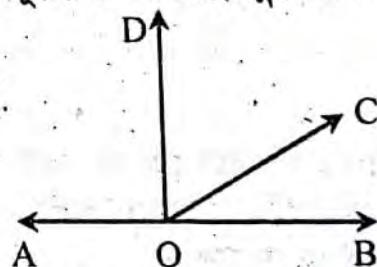
- i. যে ত্রিভুজের তিনটি কোণ সমকোণ তাকে সমকোণী ত্রিভুজ বলে।
- ii. যে ত্রিভুজের তিনটি কোণ সূক্ষ্মকোণ তাকে সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ বলে।
- iii. যে ত্রিভুজের তিনটি বাহু সমান তাকে সমবাহু ত্রিভুজ বলে।

নিচের কোনটি সঠিক?

- |            |               |
|------------|---------------|
| ক i ও ii   | খ i ও iii     |
| গ ii ও iii | ঘ i, ii ও iii |

উত্তর : গ. ii ও iii.

- ৩। প্রদত্ত চিত্র অনুযায়ী ৩ ও ৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও।



এক সমকোণের সমান কোণ কোণটি?

- |                 |                 |
|-----------------|-----------------|
| ক. $\angle BOC$ | খ. $\angle BOD$ |
| গ. $\angle COD$ | ঘ. $\angle AOD$ |

বি. দ্র. : খ ও ঘ উভয়ই সঠিক কারণ চিত্রানুসারে  $\angle A$  ও  $\angle BOD$  উভয়ই এক সমকোণ

- ৪।  $\angle BOC$  এর পূরক কোণ কোনটি?

- |                 |                 |
|-----------------|-----------------|
| ক. $\angle AOC$ | খ. $\angle BOD$ |
| গ. $\angle COD$ | ঘ. $\angle AOD$ |

উত্তর : গ.  $\angle COD$

৫। প্রমাণ কর যে, সমবাহু ত্রিভুজের বাহুগুলোর মধ্যবিন্দুসমূহ যোগ করলে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন হয়, তা সমবাহু হবে।

**সমাধান :** সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করতে হবে যে, সমবাহু ত্রিভুজের বাহুগুলোর মধ্যবিন্দুসমূহ যোগ করলে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন হয়, তা সমবাহু হবে।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি,  $\triangle ABC$  একটি সমবাহু ত্রিভুজ। অর্থাৎ,  $AB = BC = AC$ ।  $D$  ও  $E$  যথাক্রমে  $BC$ ,  $AC$  এবং  $AB$  বাহুর মধ্যবিন্দু। মধ্যবিন্দু তিনটি যোগ করায়  $\triangle DEF$  ত্রিভুজ উৎপন্ন হলো। প্রমাণ করতে হবে যে,  $\triangle DEF$  সমবাহু।

প্রমাণ :  $\triangle ABE$  ও  $\triangle ACD$  এর মধ্যে

$$BE = CD \quad [\text{সমান সমান বাহুর অর্দেক বলে}]$$

$$BF = CF$$

$$\text{এবং অন্তর্ভুক্ত } \angle B = \text{অন্তর্ভুক্ত } \angle C$$

$$[\because F, BC \text{ এর মধ্যবিন্দু}]$$

$$\therefore \triangle BEF \cong \triangle CDF$$

[: সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক কোণ সমান]

$$\text{অতএব, } EF = FD$$

$$\text{আবার, } \triangle CDF \text{ ও } \triangle AEF \text{ এর মধ্যে } CD = AD, [\because D, AC- \text{ এর মধ্যবিন্দু}]$$

$$\text{এবং অন্তর্ভুক্ত } \angle C = \text{অন্তর্ভুক্ত } \angle A$$

$$\therefore \triangle CDF \cong \triangle AEF$$

$$\therefore FD = ED$$

$$\text{সূতরাং, } EF = FD = ED$$

∴  $\triangle DEF$  সমবাহু (প্রমাণিত)

৬। প্রমাণ কর যে, সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যমা তিনটি পরস্পর সমান।

**সমাধান :** সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করতে হবে যে, সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যমা তিনটি পরস্পর সমান।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি,  $\triangle ABC$  একটি সমবাহু ত্রিভুজ।  $AD, BE$  ও

$CF$  যথাক্রমে  $\triangle ABC$  এর  $BC, CA$  এবং  $AB$  এর তিনটি মধ্যম।

প্রমাণ করতে হবে যে,  $AD = BE = CF$ .

প্রমাণ :  $\triangle ABCE$  ও  $\triangle BCF$  দ্বয়ের মধ্যে,  $CE = BF$

$$[E \text{ এবং } F \text{ সমান বাহুর মধ্যবিন্দু বলে}]$$

$BC$  উভয় ত্রিভুজের সাধারণ বাহু

$$\text{এবং অন্তর্ভুক্ত } \angle BCE = \text{অন্তর্ভুক্ত } \angle CBF \quad [\because AB = AC]$$

$$\therefore \triangle ABCE \cong \triangle BCF$$

$$\therefore BE = CF$$

অনুরূপভাবে,  $ABD$  ও  $ABE$  ত্রিভুজ নিয়ে দেখানো যায় যে,  $AD = BE$

$$\therefore AD = BE = CF.$$

অর্থাৎ, সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যমা তিনটি পরস্পর সমান। (প্রমাণিত)

৭। প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজের যেকোনো দুইটি বহিঃস্থ কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ অপেক্ষা বৃহত্তর।

**সমাধান :** সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করতে হবে যে, ত্রিভুজের যে কোনো দুইটি বহিঃস্থ কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ অপেক্ষা বৃহত্তর।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি,  $\triangle ABC$  একটি ত্রিভুজ এর  $BC$  বাহুকে  $D$  এবং  $E$  পর্যন্ত উভয় দিকে বর্ধিত করা হলো। এর ফলে  $\angle ABD$  ও  $\angle ACE$  বহিঃস্থ কোণ দুটি উৎপন্ন হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে,  $\angle ABD + \angle ACE > 2$  সমকোণ।

প্রমাণ : বহিঃস্থ  $\angle ABD = \text{অন্তঃস্থ } (\angle BAC + \angle ACB)$

এবং বহিঃস্থ  $\angle ACE = \text{অন্তঃস্থ } (\angle BAC + \angle ABC)$

$$\therefore \angle ABD + \angle ACE = \angle BAC + \angle ACB + \angle BAC + \angle ABC$$

$$= \angle BAC + \angle ABC + \angle ACB + \angle BAC$$

$$= \text{দুই সমকোণ} + \angle BAC$$

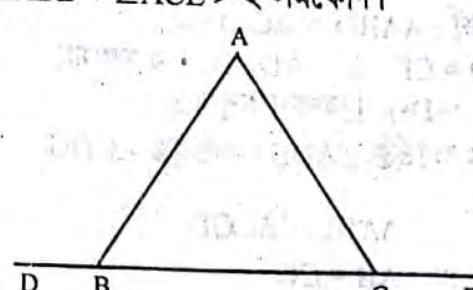
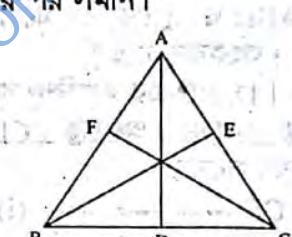
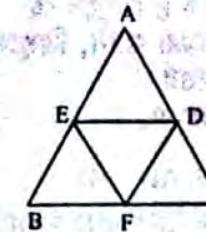
$$[\because \text{ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি} = 2 \text{ সমকোণ}]$$

অর্থাৎ, বহিঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টি দুই সমকোণ অপেক্ষা বৃহত্তর।

$$\therefore (\angle ABD + \angle ACE) > \text{দুই সমকোণ।} \quad (\text{প্রমাণিত})$$

$\triangle ABC$  এর অভ্যন্তরে  $D$  একটি বিন্দু। প্রমাণ কর যে,  $AB + AC > BD + DC$ .

**সমাধান :** সাধারণ নির্বচন :  $\triangle ABC$  এর অভ্যন্তরে  $D$  একটি বিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে,  $AB + AC > BD + DC$ .



বিশেষ নির্বচন : দেয়া আছে,  $\triangle ABC$  ত্রিভুজের অভ্যন্তরে  $D$  যে কোন একটি বিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে,  $AB + AC > BD + DC$ .

অংকন :  $B, D$  এবং  $C, D$  যোগ করি।  $BD$  কে এমনভাবে বর্ধিত করি যেন, এটি  $AC$  কে  $E$  বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ : আমরা জানি, ত্রিভুজের যে কোনো দুই বাহুর সমষ্টি এর তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর।

$\therefore \triangle ABE$  এ,

$$AB + AE > BE$$

বা,  $AB + AE > BD + DE \quad \dots \text{(i)}$

অনুরূপভাবে,  $\triangle CDE$ -এ,

$$DE + EC > CD \quad \dots \text{(ii)}$$

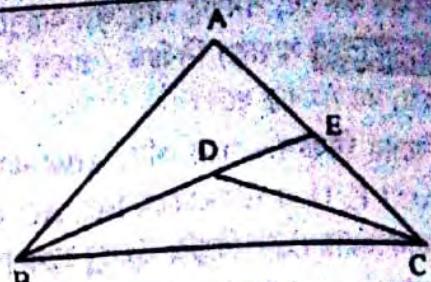
সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$$AB + AE + DE + EC > BD + DE + CD$$

বা,  $AB + AE + EC > BD + CD$ . [উভয় পক্ষ থেকে  $DE$  বাদ দিয়ে]

বা,  $AB + AC > BD + CD$  [ $\because AE + EC = AC$ ]

$\therefore AB + AC > BD + DC$ . (প্রমাণিত)



১১  $\triangle ABC$  এর  $BC$  বাহুর মধ্যবিন্দু  $D$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $AB + AC > 2AD$ .

সমাধান : সাধারণ নির্বচন :  $\triangle ABC$  এর  $BC$  বাহুর মধ্য বিন্দু  $D$  হলে, প্রমাণ করতে হবে যে,  $AB + AC > 2AD$ .

বিশেষ নির্বচন : দেয়া আছে,  $\triangle ABC$  ত্রিভুজের  $BC$  বাহুর মধ্যবিন্দু  $D$ । প্রমাণ করতে হবে যে,  $AB + AC > 2AD$ .

অংকন :  $A, D$  যোগ করি এবং  $AD$  কে  $E$  পর্যন্ত বর্ধিত করি, যেন  $AD = DE$  হয়।  $C, E$  যোগ করি।

প্রমাণ :  $\triangle ABD$  ও  $\triangle CDE$  এর মধ্যে,

$AD = DE$  [অংকনানুসারে]

$BD = CD$  [  $D$ ,  $BC$  এর মধ্যবিন্দু বলে ]

এবং অঙ্গুর্ভূক্ত  $\angle ADB = \text{অঙ্গুর্ভূক্ত } \angle CDE$  [ বিপ্রতীপ কোণ বলে ]

$\therefore$  ত্রিভুজদ্বয় সর্বসম

$\therefore AB = CE \quad \dots \text{(i)}$

এখন  $\triangle ACE$  এ,  $AC + CE > AE$ ,

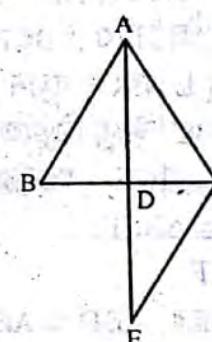
[  $\because$  ত্রিভুজের যে কোন দুই বাহুর সমষ্টি এর তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর ]

বা,  $AC + CE > AD + DE$  [ অংকনানুসারে ]

বা,  $AC + AB > AD + DE$  [ (i) নং এর সাহায্যে ]

বা,  $AC + AB > AD + AD$  [  $\because DE = AD$  ]

$\therefore AB + AC > 2AD$ . (প্রমাণিত)



১০। প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজের মধ্যমাত্রায়ের সমষ্টি তার পরিসীমা অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর।

সমাধান : সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করতে হবে যে, ত্রিভুজের মধ্যমাত্রায়ের সমষ্টি তার পরিসীমা অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি,  $\triangle ABC$  একটি ত্রিভুজ এবং এর  $BC, CA$  ও  $AB$  বাহুর মধ্যমাত্রায় যথাক্রমে  $AD, BE$  ও  $CF$ ।

প্রমাণ করতে হবে যে,  $AD + BE + CF < AB + BC + CA$ .

অঙ্কন:  $A$  ও  $D$  যোগ করি।  $AD$  কে  $G$  পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন,  $DG = AD$  হয়।  $C, G$  যোগ করি।

প্রমাণ :  $\triangle ABD$  ও  $\triangle CGD$ -এ,

$BD = CD$  [  $\because AD, BC$ -এর মধ্যমা ]

$AD = DG$  [ অঙ্কন অনুসারে ]

এবং অঙ্গুর্ভূক্ত  $\angle ADB = \text{অঙ্গুর্ভূক্ত } \angle CDG$  [ বিপ্রতীপ কোণ বলে ]

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CGD$

$\therefore AB = CG$

এখন,  $\triangle ACG$ -এ,

$$AC + CG > AG$$

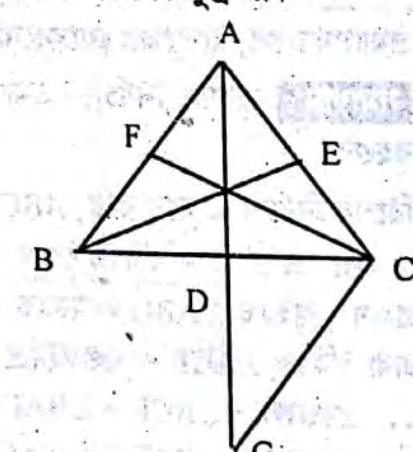
[  $\because$  ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তার তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর।

বা,  $AC + AB > AD + DG$  [  $\because AB = CG$  ]

বা,  $AB + AC > AD + DG$

$\therefore AB + AC > 2AD \quad \dots \text{(i)}$

অনুরূপভাবে,  $AC + BC > 2DG \quad \dots \text{(ii)}$



এবং  $BC + AB > 2BE \dots \dots \text{(iii)}$

এখন, (i), (ii) ও (iii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$AB + AC + BC + BC + AB > 2AD + 2CF + 2BE$

বা,  $2AB + 2BC + 2AC > 2AD + 2CF + 2BE$

$2(AB + BC + AC) > 2(AD + CF + BE)$

বা,  $AB + BC + AC > AD + CF + BE$

$\therefore AD + CF + BE < AB + BC + AC$

অর্থাৎ,  $AD + BE + CF < AB + BC + CA$ . (প্রমাণিত)

১১। ABC সমদিবাহু ত্রিভুজে, A শীর্ষবিন্দু এবং BA বাহুকে D পর্যন্ত এন্টেপভাবে বর্ধিত করা হলো, যেন  $BA = AD$ ; প্রমাণ কর যে,  $\angle BCD$  একটি সমকোণ।

**সমাধান :** সাধারণ নির্বচন : ABC সমদিবাহু ত্রিভুজে, A শীর্ষবিন্দু এবং BA

বাহুকে D পর্যন্ত এন্টেপভাবে বর্ধিত করা হলো, যেন  $BA = AD$ ; প্রমাণ করতে

হবে যে,  $\angle BCD$  একটি সমকোণ।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABC সমদিবাহু ত্রিভুজে, A শীর্ষবিন্দু এবং BA

কে D পর্যন্ত এন্টেপভাবে বর্ধিত করা হল, যেন  $BA = AD$ ;

প্রমাণ করতে হবে যে,  $\angle BCD$  একটি সমকোণ।

প্রমাণ :  $AB = AC$  [কল্পনানুসারে]

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB \quad \text{(i)} \quad [\because \text{সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণ সমান}]$$

আবার,  $\triangle ACD$  এ,  $AC = AD$

$$\therefore \angle ACD = \angle ADC \quad \text{(ii)} \quad [\because BA = AC = AD]$$

এখন  $\triangle BCD$  এ,  $\angle BCD + \angle DBC + \angle BDC = 2$  সমকোণ

বা,  $\angle BCD + \angle ABC + \angle ADC = 2$  সমকোণ

বা,  $\angle BCD + \angle ACB + \angle ACD = 2$  সমকোণ

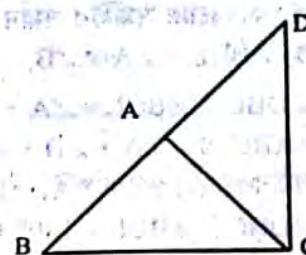
[ (i) ও (ii) নং এর সাহায্যে ]

বা,  $\angle BCD + \angle BCD = 2$  সমকোণ

বা,  $2\angle BCD = 2$  সমকোণ

বা,  $\angle BCD =$  এক সমকোণ

অতএব,  $\angle BCD$  একটি সমকোণ। (প্রমাণিত)



১২।  $\triangle ABC$  এর  $\angle B$  ও  $\angle C$  এর সমদিখণ্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হয়। প্রমাণ কর যে,  $\angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$ .

**সমাধান :** সাধারণ নির্বচন :  $\triangle ABC$  এর  $\angle B$  ও  $\angle C$  এর সমদিখণ্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হয়। প্রমাণ করতে হবে যে,  $\angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$ .

বিশেষ নির্বচন : দেয়া আছে,  $\triangle ABC$ -এর  $\angle B$  ও  $\angle C$ -এর সমদিখণ্ডকদ্বয় পরস্পর O

বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে,  $\angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$ .

প্রমাণ :  $\triangle ABC$  এ,  $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

বা,  $\angle B + \angle C = 180^\circ - \angle A \dots \dots \text{(i)}$

আবার,  $\triangle BOC$  এ,  $\angle BOC + \angle OBC + \angle OCB = 180^\circ$

কিন্তু  $\angle OBC = \frac{1}{2} \angle B$

এবং  $\angle OCB = \frac{1}{2} \angle C$

$$\therefore \angle BOC + \frac{1}{2} \angle B + \frac{1}{2} \angle C = 180^\circ$$

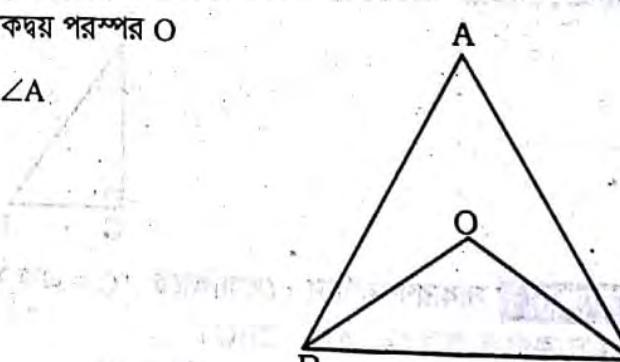
$$\text{বা, } \angle BOC + \frac{1}{2}(\angle B + \angle C) = 180^\circ$$

$$\text{বা, } \angle BOC + \frac{1}{2}(180^\circ - \angle A) = 180^\circ \quad [ \text{(i) এর সাহায্যে} ]$$

$$\text{বা, } \angle BOC + 90^\circ - \frac{1}{2} \angle A = 180^\circ$$

$$\text{বা, } \angle BOC = 180^\circ - 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$$

$$\therefore \angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A. \quad (\text{প্রমাণিত})$$



১৩।  $\triangle ABC$  এর  $AB$  ও  $AC$  বাহুকে বর্ধিত করলে  $B$  ও  $C$  বিন্দুতে যে বহিঃকোণ দুইটি উৎপন্ন হয়, তাদের সমবিখ্যক হবে।

বিন্দুতে মিলিত হলে, প্রমাণ কর যে,  $\angle BOC = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle A$ .

**সমাধান :** সাধারণ নির্বচন :  $\triangle ABC$  এর  $AB$  ও  $AC$  বাহুকে বর্ধিত করলে  $B$  ও  $C$  বিন্দুতে যে দুইটি বহিঃকোণ উৎপন্ন হয়, তাদের সমবিখ্যক দুইটি  $O$  বিন্দুতে মিলিত হলে, প্রমাণ করতে হবে যে,  $\angle BOC = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle A$ .

বিশেষ নির্বচন :  $\triangle ABC$  এর  $AB$  এবং  $AC$  বাহুকে যথাক্রমে  $D$  ও  $E$  পর্যন্ত বর্ধিত করায়  $B$  ও  $C$  বিন্দুতে যে দুইটি বহিঃকোণ উৎপন্ন হয়,  $\angle BDC$  ও  $\angle BCE$ । উক্ত কোণদৰ্যের সমবিখ্যকদৰ্য পরম্পর  $O$  বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

প্রমাণ :  $\triangle ABC$  এ,  $\angle BDC = \angle A + \angle C$  [ত্রিভুজের বহিঃকোণ অন্তর্ভুক্ত বিপরীত কোণদৰ্যের সমষ্টির সমান বলে]

অনুরূপে,  $\angle BCE = \angle A + \angle B$

$$\therefore \angle BDC + \angle BCE = \angle A + \angle C + \angle A + \angle B \quad \text{--- (i)}$$

$$\text{কিন্তু } \triangle ABC \text{ এ, } \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ \quad \text{--- (ii)}$$

$$\therefore \text{সমীকরণ (i) থেকে পাই, } \angle BDC + \angle BCE = \angle A + \angle B + \angle C + \angle A$$

$$\text{বা, } \angle BDC + \angle BCE = 180^\circ + \angle A \quad \text{--- (iii)}$$

এখন,  $\triangle BOC$  এ,  $\angle BOC + \angle CBO + \angle BCO = 180^\circ$  [(ii)-এর সাহায্যে]

$$\text{কিন্তু } \angle CBO = \frac{1}{2} \angle BDC$$

$$\text{এবং } \angle BCO = \frac{1}{2} \angle BCE$$

$$\therefore \angle BOC + \frac{1}{2} \angle BDC + \frac{1}{2} \angle BCE = 180^\circ$$

$$\text{বা, } \angle BOC + \frac{1}{2}(\angle BDC + \angle BCE) = 180^\circ$$

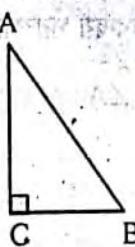
$$\text{বা, } \angle BOC + \frac{1}{2}(180^\circ + \angle A) = 180^\circ \quad \text{[(iii)-এর সাহায্যে]}$$

$$\text{বা, } \angle BOC + 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A = 180^\circ$$

$$\text{বা, } \angle BOC = 180^\circ - 90^\circ - \frac{1}{2} \angle A$$

$$\therefore \angle BOC = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle A. \quad (\text{প্রমাণিত})$$

১৪। চিত্রে, দেওয়া আছে,  $\angle C =$  এক সমকোণ এবং  $\angle B = 2\angle A$ . প্রমাণ কর যে,  $AB = 2BC$ ।



**সমাধান :** সাধারণ নির্বচন : দেওয়া আছে  $\angle C =$  এক সমকোণ এবং  $\angle B = 2\angle A$ .

প্রমাণ করতে হবে যে,  $AB = 2BC$ ।

বিশেষ নির্বচন,  $\triangle ABC$ - এর  $\angle C =$  এক সমকোণ এবং  $\angle B = 2\angle A$ . প্রমাণ করতে হবে যে,  $AB = 2BC$

প্রমাণ :  $\triangle ABC$  এ  $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

[ত্রিভুজের তিনি কোণের সমষ্টি  $180^\circ$  বলে।]

$$\text{বা, } \angle A + 2\angle A + 90^\circ = 180^\circ [\because \angle B = 2\angle A]$$

$$\text{বা, } 3\angle A = 180^\circ - 90^\circ \quad [\text{উভয় পক্ষকে } 3 \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

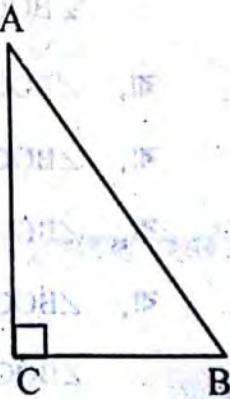
$$\text{বা, } 3\angle A = 90^\circ$$

$$\therefore \angle A = 30^\circ$$

$$\therefore \angle B = 30^\circ \times 2 = 60^\circ$$

$$\text{বা, } \angle ABC = 60^\circ$$

$$\text{ABC সমকোণী ত্রিভুজে, } \cos \angle ABC = \left[ \frac{\text{ভূমি } BC}{\text{অতিভুজ } AB} = \cos \angle ABC \right]$$



$$\text{প্রমাণ : } \cos 60^\circ = \frac{BC}{AB}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{BC}{AB}$$

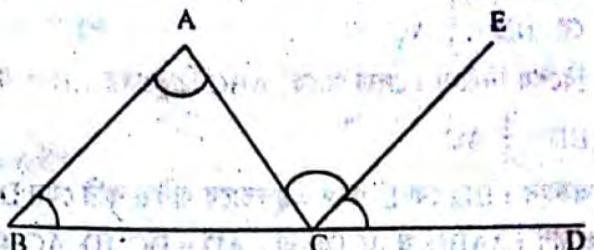
বা,  $AB = 2BC$  [ প্রমাণিত ]

প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজের একটি বাহু বর্ধিত করলে যে বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয় তা বিপরীত অন্তর্মুখ কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান।

**সাধারণ নির্বচন :** প্রমাণ করতে হবে যে, ত্রিভুজের একটি বাহু বর্ধিত করলে যে বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয় তা বিপরীত অন্তর্মুখ কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান।

**বিশেষ নির্বচন :** মনে করি,  $\triangle ABC$  এর  $BC$  বাহুকে  $D$  পর্যন্ত বর্ধিত করা হলো। প্রমাণ করতে হবে যে, বহিঃস্থ  $\angle ACD = \text{অন্তর্মুখ } \angle ABC + \text{অন্তর্মুখ } \angle BAC$ .

**অঙ্কন :**  $C$  কিন্দু দিয়ে  $BA$  এর সমান্তরাল  $CE$  অঙ্কন করি।



প্রমাণ :  $BA$  এবং  $CE$  সমান্তরাল,  $AC$  তাদের ছেদক,

$$\angle BAC = \angle ACE \quad (\text{একান্তর কোণ}) \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{আবার, } BA \text{ ও } CE \text{ সমান্তরাল এবং } BCD \text{ তাদের ছেদক,}$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ECD \quad (\text{অনুরূপ কোণ}) \dots\dots\dots (ii)$$

$$(i) \text{ নং এবং } (ii) \text{ নং যোগ করে পাই, } \angle BAC + \angle ABC = \angle ACE + \angle ECD = \angle ACD$$

$$\therefore \text{বহিঃস্থ } \angle ACD = \text{অন্তর্মুখ } \angle ABC + \text{অন্তর্মুখ } \angle BAC. \quad (\text{প্রমাণিত})$$

১৬।  $\triangle ABC$  এর  $B$  ও  $C$  শীর্ষ থেকে বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত লম্ব যথাক্রমে  $BE$  ও  $CF$ । যদি  $BE = CF$  হয়, তবে দেখাও যে,  $AB = AC$ .

**সাধারণ নির্বচন :**  $\triangle ABC$  এর  $B$  ও  $C$  শীর্ষ থেকে বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত লম্ব যথাক্রমে  $BE$  ও  $CF$ । যদি  $BE = CF$  হয়, তবে দেখাতে হবে যে,  $AB = AC$ .

**বিশেষ নির্বচন :** দেওয়া আছে,  $ABC$  একটি ত্রিভুজ। এর  $B$  ও  $C$  শীর্ষ থেকে  $AC$  ও  $AB$  এর উপর যথাক্রমে  $BE$  ও  $CF$  লম্ব এবং  $BE = CF$ . দেখাতে হবে যে,  $AB = AC$ .

প্রমাণ :  $BE \perp AC$  [ দেওয়া আছে ]

$$\therefore \angle BEC = 90^\circ \text{ এবং } \triangle BCE \text{ সমকোণী।}$$

আবার,  $CF \perp AB$  [ দেওয়া আছে ]

$$\therefore \angle CFB = 90^\circ \text{ এবং } \triangle BCF \text{ সমকোণী।}$$

এখন, সমকোণী  $\triangle BCF$  ও  $\triangle BCE$ -এ

$$BE = CF \quad [\text{দেয়া আছে}]$$

এবং  $BC$  উভয় ত্রিভুজের অতিভুজ।

$$\therefore \triangle BCF \cong \triangle BCE$$

$$\therefore \angle BCE = \angle CBF$$

অর্থাৎ  $\triangle ABC$ -এর

$$\angle BCA = \angle CBA$$

$$\therefore AB = AC. \quad [\text{সমান সমান কোণের বিপরীত বাহু সমান বলে}] \quad (\text{দেখানো হলো})$$

১৭। প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর অন্তর তার তৃতীয় বাহু অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর।

**সাধারণ নির্বচন :** প্রমাণ করতে হবে যে, ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর অন্তর তার তৃতীয় বাহু অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর।

**বিশেষ নির্বচন :** মনে করি,  $ABC$  ত্রিভুজের  $AB$  বৃহত্তম বাহু এবং তৃতীয় বাহু  $BC$  ক্ষুদ্রতম।

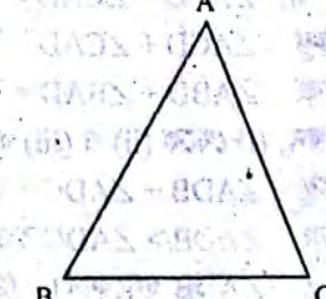
প্রমাণ করতে হবে যে,  $AB - AC < BC$ .

অর্থাৎ, প্রমাণ করতে হবে যে ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর অন্তর তার তৃতীয় বাহু অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর।

প্রমাণ :  $ABC$  ত্রিভুজে,  $AC + BC > AB$

[ ∴ ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর। ]

$$\text{বা, } AC + BC - AC > AB - AC \quad [\text{অসমতার উভয় দিক থেকে } AC \text{ বিয়োগ করে।}]$$



বা,  $BC > AB - AC$

বা,  $AB - AC < BC$ .

অতএব, তিনিজের যেকোনো দুই বাহুর অঙ্গর তার তৃতীয় বাহু অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর। (প্রমাণিত)

১৮। চিত্রে,  $ABC$  তিনিজের  $\angle B =$  এক সমকোণ এবং  $D$ , অতিভুজ  $AC$  এর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ

কর যে,  $BD = \frac{1}{2} AC$ .



**সমাধান :** সাধারণ নির্বচন :  $ABC$  তিনিজের  $\angle B =$  এক সমকোণ এবং  $D$ , অতিভুজ  $AC$  এর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে,  $BD = \frac{1}{2} AC$ .

বিশেষ নির্বচন : দেয়া আছে,  $ABC$  তিনিজের  $\angle B =$  এক সমকোণ এবং  $D$ , অতিভুজ  $AC$  এর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে,  $BD = \frac{1}{2} AC$ .

অঙ্কন :  $BD$  কে  $E$  পর্যন্ত এবুপভাবে বর্ধিত করি যেন  $DE = BD$  হয়।  $C, E$  যোগ করি।

প্রমাণ :  $\triangle ABD \cong \triangle CDE$ -এ,  $AD = DC$  [ $D$ ,  $AC$ -এর মধ্যবিন্দু]

$BD = DE$  [অঙ্কনানুসারে]

এবং অন্তর্ভুক্ত  $\angle ADB =$  অন্তর্ভুক্ত  $\angle CDE$  [বিপ্রতীপ কোণ বলে]

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CDE$

$\therefore AB = CE$  এবং  $\angle DAB = \angle DCE$

কিন্তু  $\angle DAB$  এবং  $\angle DCE$  একান্তর কোণ।

সুতরাং  $CE$  এবং  $BA$  সমান্তরাল এবং  $BC$  এদের ছেদক।

যেহেতু  $\angle ABC =$  এক সমকোণ

$\therefore \angle BCE =$  এক সমকোণ।

এখন,  $\triangle ABC \cong \triangle BCE$ -এ,  $AB = CE$ ,  $BC$  সাধারণ বাহু

এবং অন্তর্ভুক্ত  $\angle ABC =$  অন্তর্ভুক্ত  $\angle BCE =$  এক সমকোণ।

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle BCE$

বা,  $BD + DE = AC$

বা,  $BD + BD = AC$  [ $\because BE = AC$ ]

বা,  $2BD = AC$

$\therefore BD = \frac{1}{2} AC$ . (প্রমাণিত)

১।  $\triangle ABC$  এ  $AB > AC$  এবং  $\angle A$  এর সমদ্বিখণ্ডক  $AD$ ,  $BC$  বাহুকে  $D$  বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ কর যে,  $\angle ADB$  স্ফূলকোণ।

**সমাধান :** সাধারণ নির্বচন :  $\triangle ABC$ -এ  $AB > AC$  এবং  $\angle A$  এর সমদ্বিখণ্ডক  $AD$ ,  $BC$  বাহুকে  $D$  বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে,  $\angle ADB$  স্ফূলকোণ।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি,  $ABC$  একটি ত্রিভুজ, এর  $AB > AC$ ।  $\angle A$  এর সমদ্বিখণ্ডক  $AD$ ,  $BC$  কে  $D$  বিন্দুতে ছেদ করেছে।

প্রমাণ করতে হবে যে,  $\angle ADB$  স্ফূলকোণ।

প্রমাণ :  $\angle A$  এর সমদ্বিখণ্ডক রেখা  $AD$

$\therefore \angle BAD = \angle CAD$

আবার,  $\triangle ABC$  এ  $AB > AC$

$\therefore \angle ACB > \angle ABC$

বা,  $\angle ACD > \angle ABD$

বা,  $\angle ACD + \angle CAD > \angle ABD + \angle CAD$

বা,  $\angle ACD + \angle CAD > \angle ABD + \angle BAD$  .....(i) [ $\because \angle CAD = \angle BAD$ ]

কিন্তু  $\angle ACD + \angle CAD =$  বহিঃমুক্ত  $\angle ADB$  .....(ii)

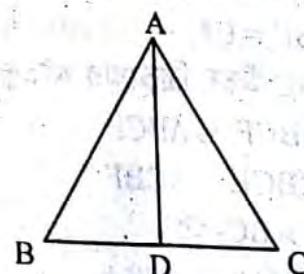
এবং  $\angle ABD + \angle BAD =$  বহিঃমুক্ত  $\angle ADC$  .....(iii)

এখন, (i) থেকে (ii) ও (iii) এর সাহায্যে লিখতে পারি,  $\angle ADB > \angle ADC$

কিন্তু  $\angle ADB + \angle ADC =$  এক সরলকোণ

এবং  $\angle ADB > \angle ADC$  হওয়ায়,  $\angle ADB > 90^\circ$

$\therefore \angle ADB$  স্ফূলকোণ। (প্রমাণিত)



[বৃহত্তর বাহুর বিপরীত কোণ ক্ষুদ্রতর বাহুর বিপরীত কোণ অপেক্ষা বৃহত্তর বলে

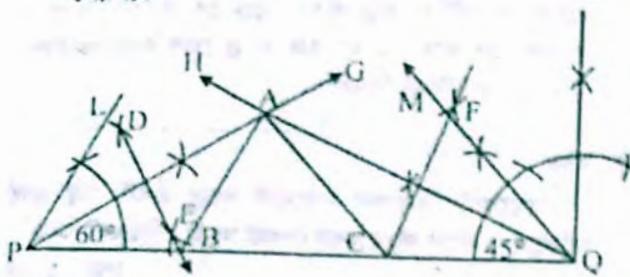
[উভয় পাশে  $\angle CAD$  যোগ করে



## পাঠ্যবইয়ের উদাহরণসমূহ

**উদাহরণ-১:** একটি ত্রিভুজ  $ABC$  আছে, যার  $\angle B = 60^\circ$ ,  $\angle C = 45^\circ$  এবং পরিসীমা  $AB + BC + CA = 11$  সে.মি।

**সমাধান:** একটি ত্রিভুজ  $ABC$  আকতে হবে, যার  $\angle B = 60^\circ$ ,  $\angle C = 45^\circ$  এবং পরিসীমা  $AB + BC + CA = 11$  সে.মি।



অঙ্কনের ধারণ :

- ১। রেখাখণ্ড  $PQ = 11$  সে.মি. করি।
- ২।  $PQ$  রেখাখণ্ডের একই পাশে  $P$  এবং  $Q$  বিপুলে যথাক্রমে  $\angle QPL = 60^\circ$  ও  $\angle PQM = 45^\circ$  কোণ করি।
- ৩। কোণ দূটির বিপরীতক  $PG$  ও  $QH$  করি। মনে করি,  $PG$  ও  $QH$  রাখিয়ে পরশ্পরকে  $A$  বিপুলে হেল করে।
- ৪।  $PA$ ,  $QA$  রেখাখণ্ডের পৰ্য বিপরীতক করি যা  $PQ$  রেখাখণ্ডকে যথাক্রমে  $B$  ও  $C$  বিপুলে হেল করে।
- ৫।  $A, B$  এবং  $A, C$  যোগ করি।

তাহলে,  $\triangle ABC$ -ই উনিষ্ট ত্রিভুজ।

## পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান

৭.১

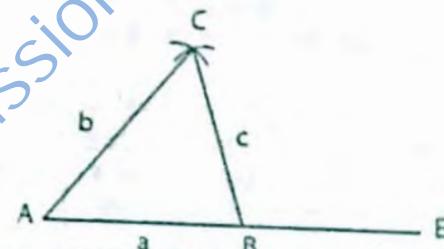
১। নিম্নে প্রদত্ত উপাত্ত নিয়ে ত্রিভুজ অঙ্কন করো :

ক) তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3 সে.মি., 3.5 সে.মি., 2.8 সে.মি।

**সমাধান:** মনে করি, কোনো ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য  $a = 3$  সে.মি.,  $b = 3.5$  সে.মি. ও  $c = 2.8$  সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আকতে হবে।

অঙ্কন :

$$\begin{array}{l} a \quad 3 \text{ cm} \\ b \quad 3.5 \text{ cm} \\ c \quad 2.8 \text{ cm} \end{array}$$

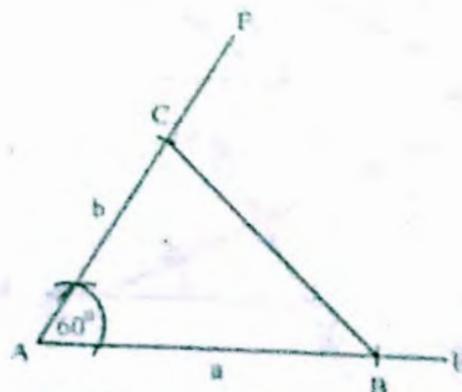
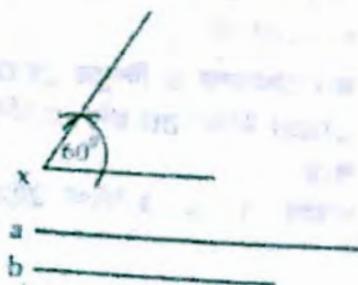


যেকোনো রেখা  $AE$  নেই।  $AE$  থেকে  $a = 3\text{cm}$  এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে  $AB$  অপে কাটি।  $A$  ও  $B$  কে কেন্দ্র করে  $b = 3.5\text{cm}$  ও  $c = 2.8\text{cm}$  এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একই পার্শ্বে দুটি বৃত্তচাপ করি। বৃত্তচাপ দুটি  $C$  বিপুল হেল করো।

খ) দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য 4 সে.মি. ও 3 সে.মি. এবং অক্রম্য কোণ  $60^\circ$ ।

**সমাধান:** মনে করি, কোনো ত্রিভুজের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য  $a = 4\text{ cm}$  ও  $b = 3\text{cm}$  এবং অক্রম্য কোণ  $\angle x = 60^\circ$  দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আকতে হবে।

অঙ্কন :

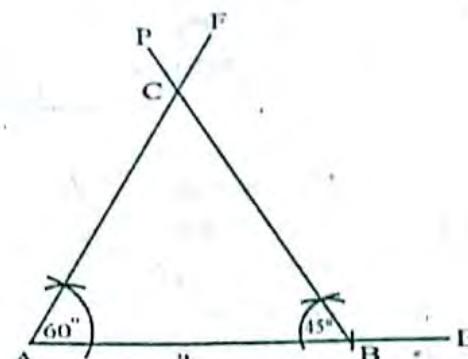
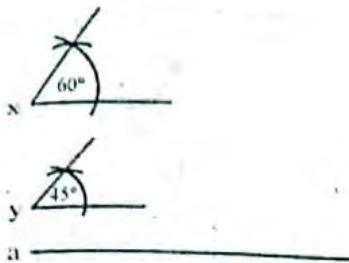


যেকোনো রেখা  $AE$  নেই।  $AE$  থেকে  $a = 4\text{ cm}$  সমান  $AB$  অপে কাটি।  $A$  বিপুলে  $\angle x = 60^\circ$  সমান করে  $AF$  অপে করি।  $AP$  থেকে  $b = 3\text{cm}$  সমান করে  $AC$  অপে কাটি।  $C, B$  যোগ করি, তাহলে  $ABC$ -ই উনিষ্ট ত্রিভুজ।

দুইটি কোণ  $60^\circ$  ও  $45^\circ$  এবং এদের সংলগ্ন বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সে.মি।

**সমাধান:** মনে করি, কোনো ত্রিভুজের দুইটি কোণ  $\angle x = 60^\circ$  ও  $\angle y = 45^\circ$  এবং এদের সংলগ্ন বাহুর দৈর্ঘ্য  $a = 5 \text{ cm}$  দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আকতে হবে।

অঙ্কন :

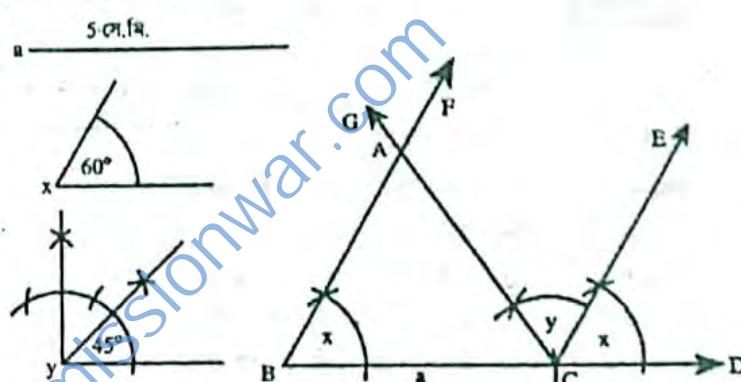


যেকোনো রেখা AE নেই। AE থেকে  $a = 5\text{cm}$  সমান করে AB অংশ কাটি। এখন A ও B কে কেন্দ্র করে  $\angle x = 60^\circ$  ও  $\angle y = 45^\circ$  সমান করে দুইটি কোণ আঁকি। কোণ দুইটি F ও P পর্যন্ত বর্ধিত করলে C বিন্দুতে ছেদ করে। তাইলে ABC-ই উন্দিষ্ট ত্রিভুজ।

৫) দুইটি কোণ  $60^\circ$  ও  $45^\circ$  এবং  $45^\circ$  কোণের বিপরীত বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সে.মি।

**সমাধান:** মনে করি, কোনো ত্রিভুজের দুইটি কোণ  $\angle x = 60^\circ$  ও  $\angle y = 45^\circ$  কোণের বিপরীত বাহুর দৈর্ঘ্য 5cm দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আকতে হবে।

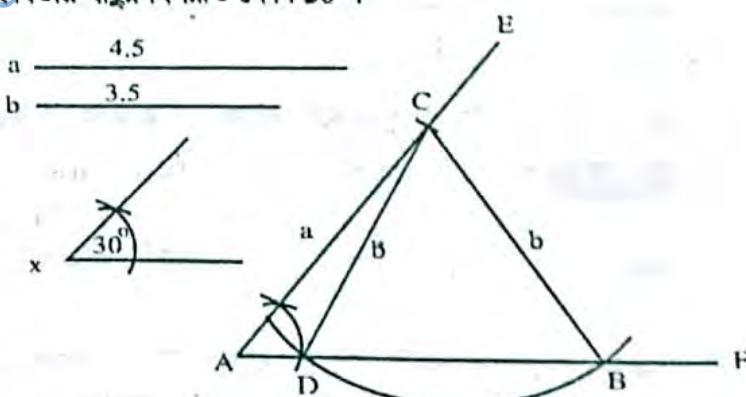
অঙ্কন : যেকোনো রেখা BD হতে a এর সমান BC রেখাখণ্ডে B ও C বিন্দুতে  $\angle x$  এর সমান করে যথাক্রমে  $\angle CBF$  ও  $\angle DCE$  আঁকি। CE রশ্মির C বিন্দুতে  $\angle y$  এর সমান করে  $\angle ECG$  আঁকি। CG রশ্মি BF রশ্মির সাথে A বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। তাইলে  $\triangle ABC$ -ই উন্দিষ্ট ত্রিভুজ।



৬) দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 4.5 সে.মি. ও 3.5 সে.মি. এবং দ্বিতীয় বাহুর বিপরীত কোণ  $30^\circ$ ।

**সমাধান:** মনে করি, কোনো ত্রিভুজের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য  $a = 4.5 \text{ cm}$  ও  $b = 3.5 \text{ cm}$  এবং দ্বিতীয় বাহুর বিপরীত কোণ  $30^\circ$  দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আকতে হবে।

অঙ্কন : যেকোনো রেখা AF নেই। A কে কেন্দ্র করে  $\angle x = 30^\circ$  সমান  $\angle FAE$  আঁকি। AE থেকে  $a = 4.5 \text{ cm}$  সমান করে AC অংশ কাটি। C কে কেন্দ্র করে  $b = 3.5 \text{ cm}$  সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে AF রেখার উপর একটি বৃত্তচাপ আঁকি যা AF কে D ও B বিন্দুতে ছেদ করে। C, D ও C, B যোগ করি। তাইলে ADC-ই উন্দিষ্ট ত্রিভুজ।

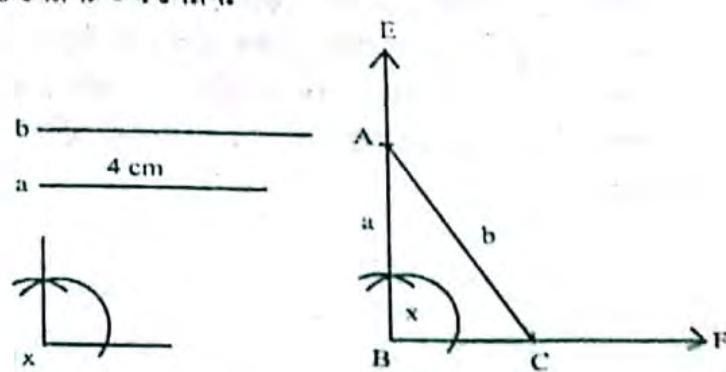


৭) সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ও একটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 6 সে.মি. ও 4 সে.মি.

**সমাধান:** মনে করি, কোনো ত্রিভুজের সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ  $b = 6 \text{ সে.মি.}$  এবং একটি বাহুর দৈর্ঘ্য  $a = 4 \text{ সে.মি.}$  দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আকতে হবে।

অঙ্কন : যেকোনো রেখা BF নেই। BF এর B বিন্দুতে  $\angle x$  এর সমান করে  $\angle FBE$  আঁকি।  $\angle FBE$  এর BE হতে  $a = 4 \text{ cm}$  সমান করে BA অংশ কাটি। এবার A বিন্দু অতিভুজ  $b$  এর সমান করে BF এর উপর C বিন্দু আঁকি।

তাইলে, ABC-ই উন্দিষ্ট ত্রিভুজ।



৪৪

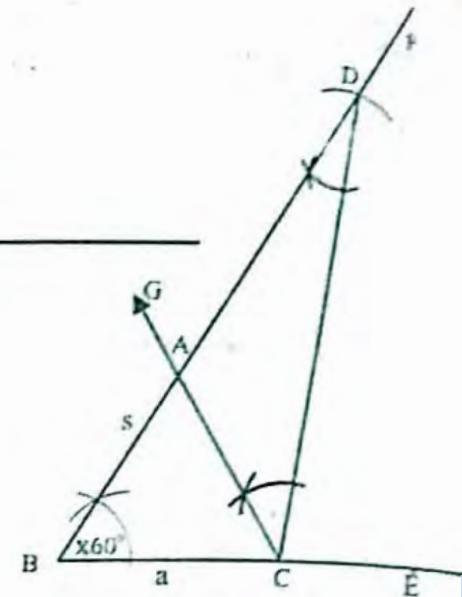
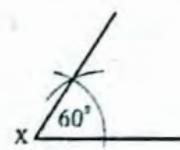
২. নিম্নে প্রদত্ত উপাত্ত নিয়ে ত্রিভুজ অঙ্কন কর।  
 ক) ভূমি 3.5 সে.মি., ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ  $60^\circ$  ও  
 অপর দুই বাহুর সমষ্টি 8 সে.মি।

**সমাধান :** মনে করি, কোনো ত্রিভুজের ভূমি  $a = 3.5$  সে.মি., ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ  $\angle x = 60^\circ$  ও অপর  
 দুই বাহুর সমষ্টি  $s = 8$  সে.মি. দেওয়া আছে।  
 ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

যেকোনো রশ্মি  $BE$  নেই।  $BE$  থেকে  $a = 3.5$  সমান  
 $BC$  অংশ কাটি।  $B$  বিন্দুতে  $\angle x = 60^\circ$  সমান করে  
 $\angle CBF$  আঁকি।  $BF$  থেকে  $s = 8$  cm সমান করে  $BD$   
 অংশ কাটি এবং  $C, D$  যোগ করি। তখন  $DC$  এর  $C$   
 বিন্দুতে  $\angle BDC$  এর সমান করে  $\angle DCG$  আঁকি।  $CG$   
 রেখা  $BD$  কে  $A$  বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে  $ABC$  ই  
 উন্দিষ্ট ত্রিভুজ।

$$\begin{array}{c} a \quad 3.5 \text{ cm} \\ s \quad 8 \text{ cm} \end{array}$$

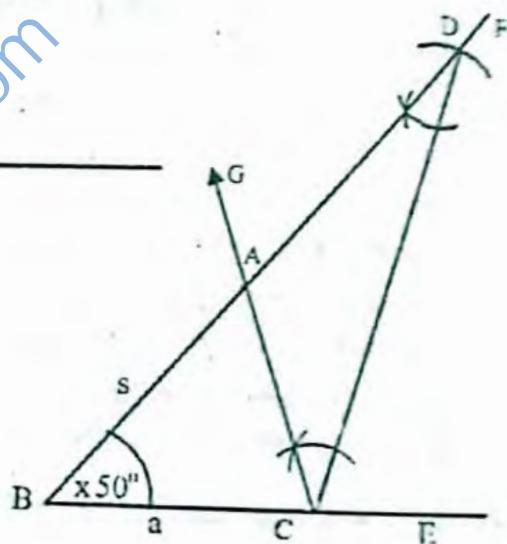


- খ) ভূমি 4 সে.মি., ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ  $50^\circ C$  ও অপর দুই বাহুর সমষ্টি 7.5 সে.মি।

**সমাধান :** মনে করি, কোনো ত্রিভুজের ভূমি  $a$   
 $= 4$  cm ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ  $\angle x = 50^\circ$  ও  
 অপর দুই বাহুর সমষ্টি  $s = 7.5$  cm দেওয়া  
 আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

$$\begin{array}{c} a \quad 4 \text{ cm} \\ s \quad 7.5 \text{ cm} \end{array}$$

অঙ্কন : যেকোনো রশ্মি  $BE$  নেই।  $BE$  থেকে  
 $a = 4$  cm সমান করে  $BC$  অংশ কাটি।  $B$   
 বিন্দুতে  $\angle x = 50^\circ$  সমান করে  $\angle CBF$  আঁকি।  
 $BF$  থেকে  $s = 7.5$  cm সমান করে  $BD$  অংশ কাটি।  
 $D, C$  যোগ করি। এখন  $DC$  এর  $C$  বিন্দুতে  
 $\angle BDC$  এর সমান করে  $\angle DCG$  আঁকি।  $CG$   
 রেখা  $DB$  কে  $A$  বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে  
 $ABC$ -ই উন্দিষ্ট ত্রিভুজ।

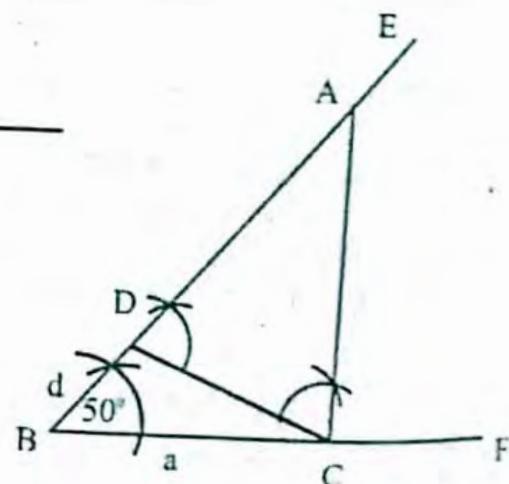
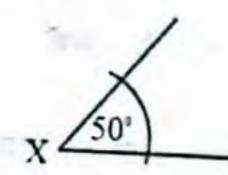


- গ. ভূমি 4 সে.মি., ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ  $50^\circ$  ও অপর দুই বাহুর অন্তর 1.5 সে.মি।

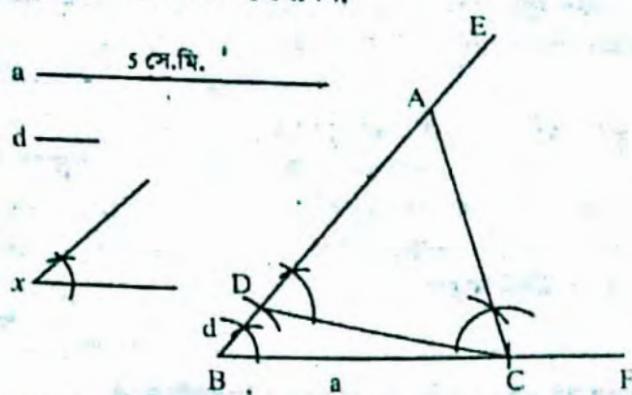
**সমাধান :** মনে করি, কোনো ত্রিভুজের ভূমি  $a = 4$  cm,  
 ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ  $\angle x = 50^\circ$  ও অপর দুই বাহুর  
 অন্তর  $d = 1.5$  সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে  
 হবে।

$$\begin{array}{c} a \\ d \end{array}$$

অঙ্কন : যেকোনো একটি রশ্মি  $BF$  থেকে ভূমি  $a = 4$  cm  
 সমান করে  $BC$  রেখাংশ কেটে নিই।  $BC$  রেখাংশের  $B$   
 বিন্দুতে  $\angle x = 50^\circ$  এর সমান  $\angle CBE$  আঁকি।  $BE$  রশ্মি  
 থেকে  $d$  এর সমান  $BD$  অংশ কেটে নিই।  $C, D$  যোগ  
 করি।  $DC$  রেখাংশের যে পাশে  $E$  বিন্দু আছে সেই পাশে  $C$   
 রশ্মিকে  $A$  বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে  $\triangle ABC$ -ই উন্দিষ্ট



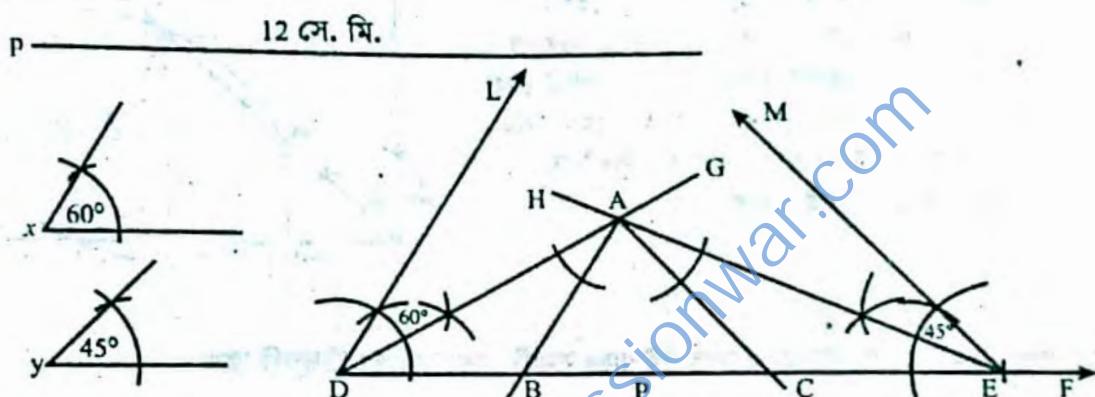
ভূমি 5 সে.মি., ভাস সংগ্রাম একটি কোণ  $45^\circ$  ও অপর দুই বাহুর অক্ষর 1 সে.মি.।  
সমাধান : গ এর মত বর্ণনা : শুধু  $\angle x = 45^\circ$  ও  $d = 1$  সে.মি.



ভূমি সংগ্রাম কোণ দুইটি যথাক্রমে  $60^\circ$  ও  $45^\circ$  ও পরিসীমা 12 সে.মি.

সমাধান : মনে করি, কোনো ত্রিভুজের ভূমি সংগ্রাম দুইটি কোণ  $\angle x = 60^\circ$  ও  $\angle y = 45^\circ$  এবং পরিসীমা  $p = 12$  সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আকতে হবে।

অক্ষর :

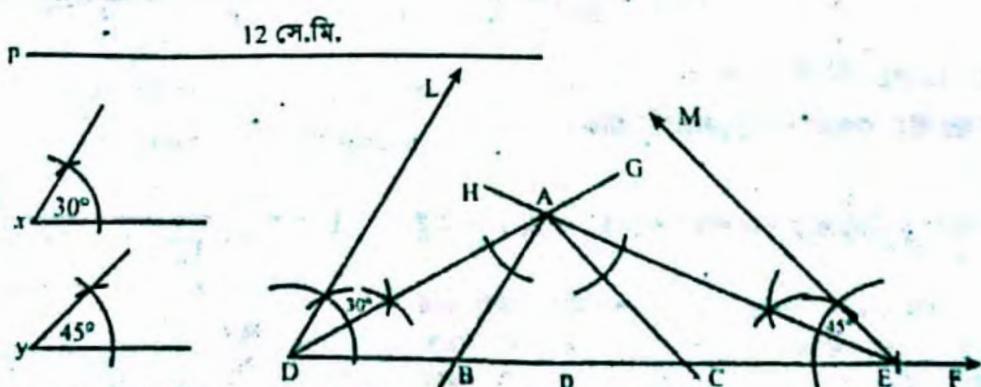


যেকোনো রশি  $DF$  থেকে পরিসীমা  $P = 12$  সে.মি. সমান করে  $DE$  অংশ কাটি।  $D$  ও  $E$  কিন্তু প্রদত্ত  $\angle x$  ও  $\angle y$  এর সমান করে  $\angle EDL$  ও  $\angle DEM$  আকি। কোণ দুইটির বিখ্যক  $DG$  ও  $EH$  আকি। যারা পরস্পর  $A$  কিন্তু হেস করে।  $A$  কিন্তু  $\angle ADE$  এর সমান  $\angle DAB$  এবং  $\angle AED$  এর সমান  $\angle EAC$  আকি।  $AB$  এবং  $AC$  রাশিদ্য  $DE$  রেখাখনকে যথাক্রমে  $B$  ও  $C$  কিন্তু হেস করে। তাহলে,  $\triangle ABC$ -ই উন্দিষ্ট ত্রিভুজ।

7. ভূমি সংগ্রাম কোণ দুইটি যথাক্রমে  $30^\circ$  ও  $45^\circ$  ও পরিসীমা 10 সে.মি।

সমাধান : মনে করি, কোনো ত্রিভুজের ভূমি সংগ্রাম দুইটি কোণ  $\angle x = 30^\circ$  ও  $\angle y = 45^\circ$  এবং পরিসীমা  $p = 10$  সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আকতে হবে।

অক্ষর :



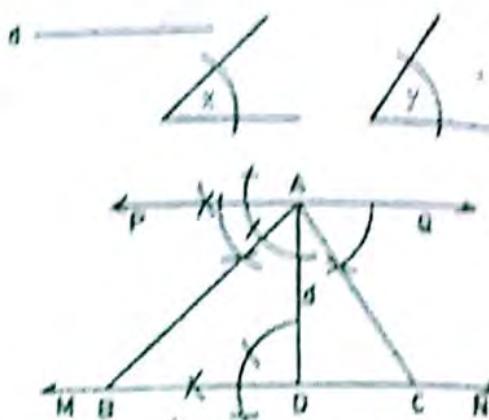
যেকোনো রশি  $DF$  থেকে পরিসীমা  $P = 10$  সে.মি. সমান করে  $DE$  অংশ কাটি।  $D$  ও  $E$  কিন্তু প্রদত্ত  $\angle x$  ও  $\angle y$  এর সমান করে  $\angle EDL$  ও  $\angle DEM$  আকি। কোণ দুইটির বিখ্যক  $DG$  ও  $EH$  আকি। যারা পরস্পর  $A$  কিন্তু হেস করে।  $A$  কিন্তু  $\angle ADE$  এর সমান  $\angle DAB$  এবং  $\angle AED$  এর সমান  $\angle EAC$  আকি।  $AB$  এবং  $AC$  রাশিদ্য  $DE$  রেখাখনকে যথাক্রমে  $B$  ও  $C$  কিন্তু হেস করে। তাহলে,  $\triangle ACB$ -ই উন্দিষ্ট ত্রিভুজ।

- ৩। একটি ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন দুইটি কোণ  $\angle X$  ও  $\angle Y$  এবং শীর্ষ থেকে ভূমির উপর অঙ্কিত লধুর দৈর্ঘ্য  $d$  দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আক।

**সমাধান :**

মনে করি, একটি ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন দুটি কোণ  $\angle X$  ও  $\angle Y$  এবং শীর্ষ থেকে ভূমির উপর অঙ্কিত লধুর দৈর্ঘ্য  $d$  দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আকতে হবে।

অঙ্কন : যেকোনো একটি রেখা হতে  $\overline{AD} = d$  নিই।  $\overline{AD}$  রেখার উপর  $A$  ও  $D$  বিন্দুতে যথাক্রমে  $\angle PAQ$  ও  $\angle MDN$  লধুরেখা অঙ্কন করি।  $PQ$  রেখার  $A$  বিন্দুতে  $\angle PAB = \angle X$  এবং  $\angle QAC = \angle Y$  আক।  $AB$  ও  $AC$  রেখা দুটি  $MN$  রেখাকে যথাক্রমে  $B$  ও  $C$  বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে,  $\triangle ABC$ -ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

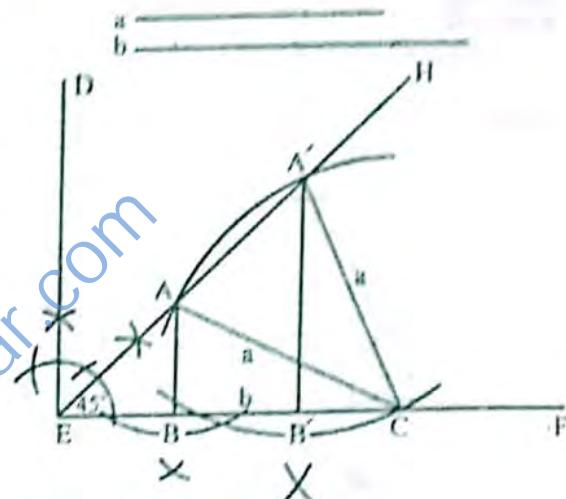


- ৪। সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ও অপর দুই বাহুর সমষ্টি দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আক।

**সমাধান :**

মনে করি, সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ  $a$  এবং অন্য দুই বাহুর সমষ্টি  $b$  দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আকতে হবে।

অঙ্কন :  $\overline{EF}$  একটি রেখাখাঁড় নিই এবং তা হতে  $EC = b$  কেটে নিই।  $E$  বিন্দুতে  $\angle HEC = 45^\circ$  অঙ্কন করি।  $C$  কে কেন্দ্র করে অতিভুজ  $a$  এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ অঙ্কন করি। বৃত্তচাপটি  $EH$ -কে  $A$  এবং  $A'$  বিন্দুতে ছেদ করে।  $A' C$  এবং  $AC$  যোগ করি। এখন  $A$  এবং  $A'$  হতে  $EC$ -এর উপর  $A' B'$  এবং  $AB$  লম্ব টানি। তাহলে  $ABC$  বা  $A'B'C$  উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।



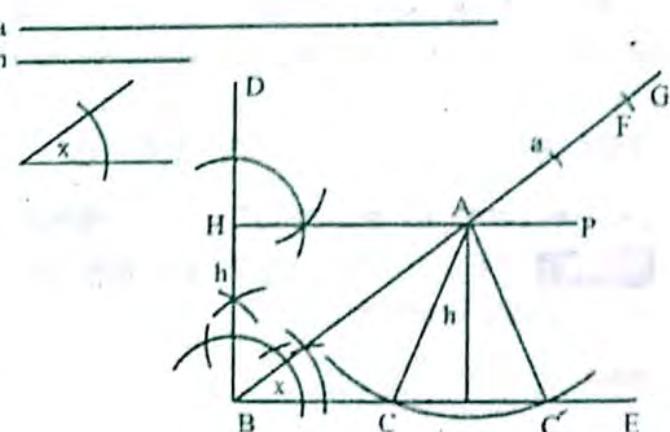
- ৫। ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ, উচ্চতা ও অপর দুই বাহুর সমষ্টি দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আক।

**সমাধান :**

মনে করি, একটি ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন কোণ  $x$ , উচ্চতা  $h$  এবং অপর দুই বাহুর সমষ্টি  $a$  দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আকতে হবে।

অঙ্কন :  $BE$  একটি রশ্মি নেই।  $B$  বিন্দুতে  $\angle EBG = x$  কোণ এবং  $BD$  লম্ব আক।  $BD$  হতে  $BH = h$  কেটে নেই।  $H$  বিন্দু নিয়ে  $HP \parallel BE$  টানি।  $HP$  রেখা  $BG$ -কে  $A$  বিন্দুতে ছেদ করে। এখন  $BG$  হতে  $BF = a$  কেটে নেই।  $A$ -কে কেন্দ্র করে  $AF$ -এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে  $\angle X$ -এর মধ্যবর্তী অংশে একটি বৃত্তচাপ আক। বৃত্তচাপটি  $BE$ -কে  $C$  ও  $C'$  বিন্দুতে ছেদ করে।  $A$  ও  $C$  এবং  $A$  ও  $C'$  যোগ করি।

তাহলে  $\triangle ABC$  বা  $\triangle ABC'$  উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।



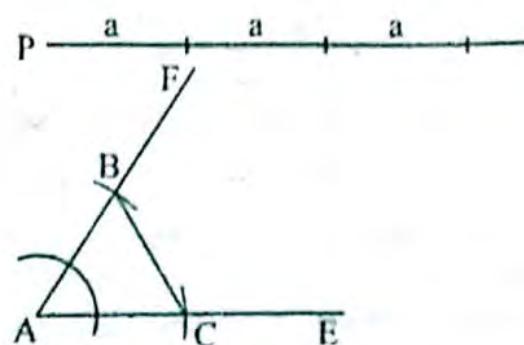
- ৬। সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা দেওয়া আছে ত্রিভুজটি আক।

**সমাধান :**

মনে করি, একটি সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা  $P$  দেওয়া আছে। সমবাহু ত্রিভুজটি আকতে হবে।

অঙ্কন : পরিসীমা  $P$  কে সমান তিনটি ভাগে ভাগ করি। মনে করি প্রত্যেক ভাগের দৈর্ঘ্য  $a$ । যেকোনো সরলরেখা  $AE$  হতে  $a$  এর সমান করে  $AC$  অংশ কেটে নেই।  $AC$  এবং  $A$  বিন্দুতে  $60^\circ$  কোণের সমান করে  $\angle CAF$  অঙ্কন করি। এখন  $AF$  রেখা হতে  $a$  এর সমান করে  $AB$  অংশ কেটে লই।  $B$  ও  $C$  যোগ করি।

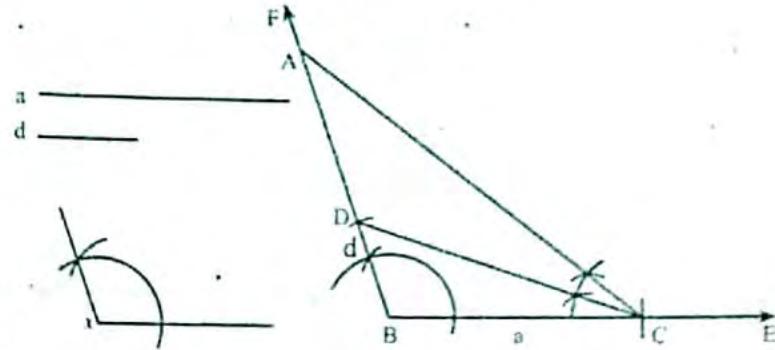
তাহলে  $\triangle ABC$  ই উদ্দিষ্ট সমবাহু ত্রিভুজ।



৪। ত্রিভুজের ভূমি, ভূমি সঙ্গতি একটি সূলকোণ ও অপর দুই বাহুর অন্তর দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আক।

**সমাধান :** মনে করি, ত্রিভুজের ভূমি  $a$ , ভূমি সঙ্গতি একটি সূলকোণ  $\angle x$  ও অপর দুই বাহুর অন্তর  $d$  দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আকতে হবে।

অঙ্কন : যেকোনো রশি  $BE$  থেকে ভূমি  $a$  এর সমান করে  $BC$  অংশ কাটি।  $BC$  এর  $B$  বিন্দুতে প্রস্তুত  $\angle x$  এর সমান করে  $\angle CBF$  আকি।  $BF$  থেকে অন্তর  $d$  এর সমান করে  $BD$  অংশ কাটি।  $D, C$  যোগ করি।  $C$  বিন্দুতে  $\angle DCB$  এর সমান করে  $\angle DCA$  আকি যা  $BE$  কে  $A$  বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে  $ABC$ -ই উনিষ্ট ত্রিভুজ।



## □ অনুশিলনী - ৭.২

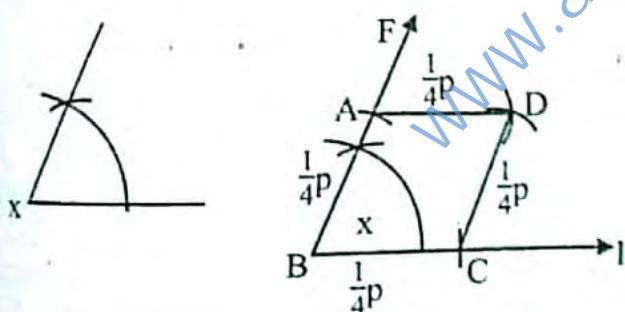
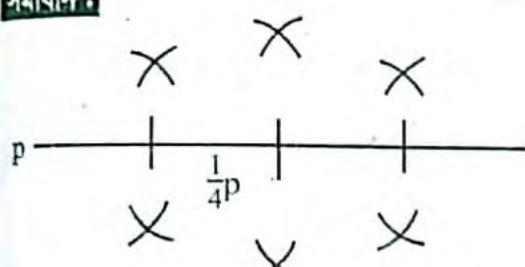
### পাঠ্যবইয়ের কাজসমূহের সমাধান

কাজ :

- ১। রাখসের পরিসীমা ও একটি কোণ দেওয়া আছে। রাখসটি আক।

[পৃষ্ঠা-১৩০]

**সমাধান :**



মনে করি, যেকোনো রাখসের পরিসীমা  $p$  ও একটি কোণ  $\angle x$  দেওয়া আছে। রাখসটি আকতে হবে।

অঙ্কনের ধাপ :

- ১। পরিসীমা  $p$  কে সমান চার অংশে ভাগ করি।
- ২। যেকোনো রশি  $BE$  হতে  $\frac{1}{4}p$  এর সমান করে  $BC$  রেখাখণ্ড কেটে নিই।  $BC$  এর  $B$  বিন্দুতে  $\angle x$  এর সমান করে  $CBF$  আকি।
- ৩।  $BF$  রশি হতে  $\frac{1}{4}p$  এর সমান করে  $BA$  রেখাখণ্ড কেটে নিই।
- ৪।  $A$  ও  $C$  বিন্দুকে কেন্দ্র করে  $\frac{1}{4}p$  এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে  $\angle ABC$  এর অভ্যন্তরে দুটি বৃত্তচাপ আকি। এরা প্রস্তুতকে  $D$  বিন্দুতে ছেদ করে।  $A, D$  ও  $C, D$  যোগ করি। তাহলে  $ABCD$ -ই নির্ণয় রাখস।

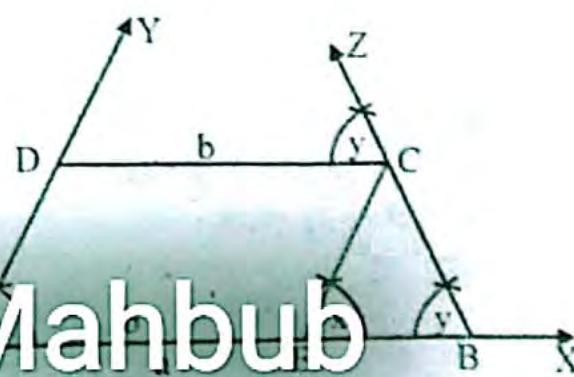
### পাঠ্যবইয়ের উদাহরণসমূহ

সমস্যা-১। ট্রাপিজিয়ামের দুটি সমান্তরাল বাহু এবং এদের মধ্যে বুক্ত বাহু সঙ্গতি কোণ দেওয়া আছে। ট্রাপিজিয়ামটি আক।

**সমাধান :**



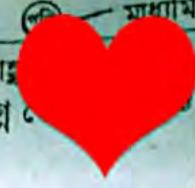
I MyMahbub



মনে করি, ট্রাপিজিয়ামের সমান্তর বাহু যেখানে  $a > b$  এবং মূলতর বাহু সমান  $\angle y$ । ট্রাপিজিয়ামটি আকচ্ছে হবে—

অঙ্কনের ধাপ :

- ১। যেকোনো রেখা  $AX$  থেকে  $AB = a$  নিই।
- ২।  $AB$  রেখাখণ্ডের  $A$  কিন্দুতে  $\angle x$  এর সমান  $\angle BAY$  এবং  $B$  কিন্দুতে  $\angle y$  এর সমান  $\angle ABZ$  আকি।



৩। যদি  $AB$  রেখাখণ্ড থেকে  $AE = b$  কেটে নিই।  
যদি  $CD \parallel BA$  হয়ে  $C$  কিন্দুতে  $EC \parallel AY$  অকি যা  $BZ$  রশিতে  $C$  কিন্দুতে হচ্ছে।  
৪। এবর  $CD \parallel BA$  হলে  $C$  কিন্দুতে  $D$  কিন্দুতে হৈব করে।  
তাহলে,  $ABCD$ -ই উন্দিষ্ট ট্রাপিজিয়াম।

৭.২

## পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান

- ১। সমকোণী ত্রিভুজের অপর দুইটি কোণের পরিমাণ দেওয়া থাকলে নিম্নের কোন ক্ষেত্রে ত্রিভুজ অঙ্কন করা সম্ভব?  
ক)  $63^\circ$  ও  $36^\circ$   
খ)  $30^\circ$  ও  $70^\circ$   
গ)  $40^\circ$  ও  $50^\circ$   
ঘ)  $80^\circ$  ও  $20^\circ$

উত্তর : গ)  $40^\circ$  ও  $50^\circ$

২. i. আয়ত একটি সামান্যিক  
ii. বর্গ একটি আয়ত  
iii. রম্বস একটি বর্গ  
ওপরের তথ্যের আলোকে নিম্নের কোনটি সঠিক?  
ক) i ও ii  
খ) i ও iii  
গ) ii ও iii  
ঘ) i, ii ও iii

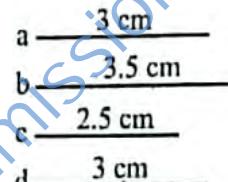
উত্তর : ক. i ও ii.

প্রদত্ত চিত্রের আলোকে ৩ ও ৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

- ৫। নিম্নে প্রদত্ত উপাদান নিয়ে চতুর্ভুজ অঙ্কন কর :

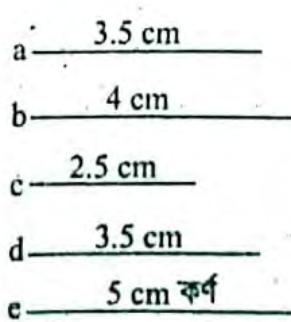
- ক) চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য  $3$  সে.মি.,  $3.5$  সে.মি.,  $2.5$  সে.মি. ও  $3$  সে.মি.  
এবং একটি কোণ  $45^\circ$ ।

অঙ্কন :



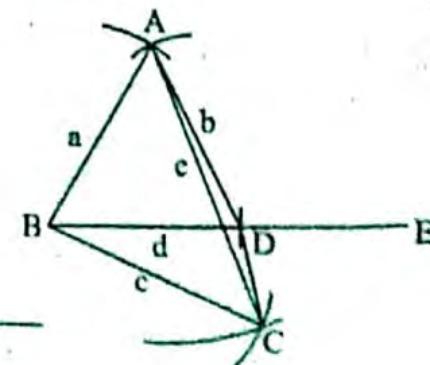
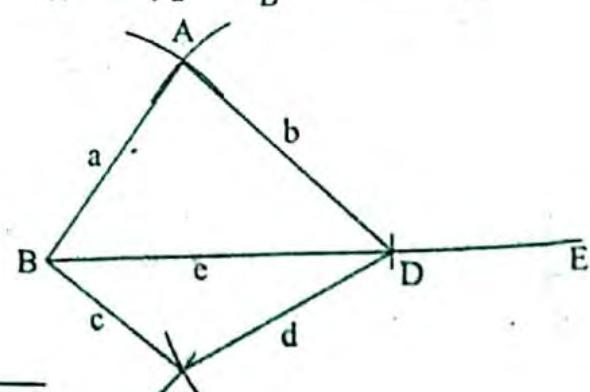
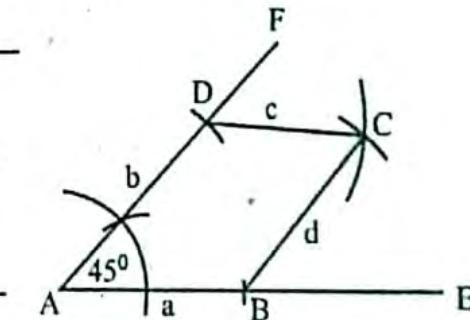
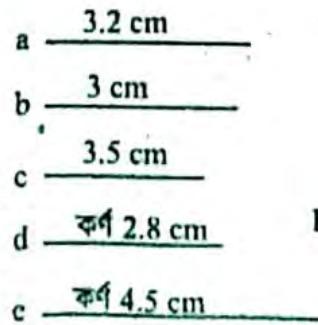
- খ) চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য  $3.5$  সে.মি.,  $4$  সে.মি.,  $2.5$  সে.মি. ও  $3.5$  সে.মি.  
এবং কোণ  $5$  সে.মি.।

অঙ্কন :



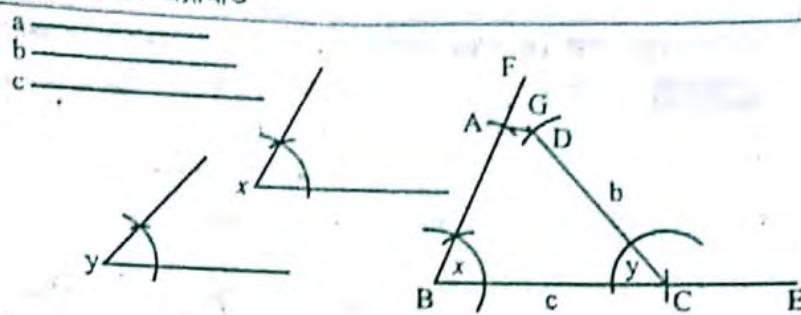
- গ) তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য  $3.2$  সে.মি.,  $3$  সে.মি.,  $3.5$  সে.মি. এবং দুইটি কোণ  $2.8$  সে.মি. ও  $4.5$  সে.মি.।

অঙ্কন :



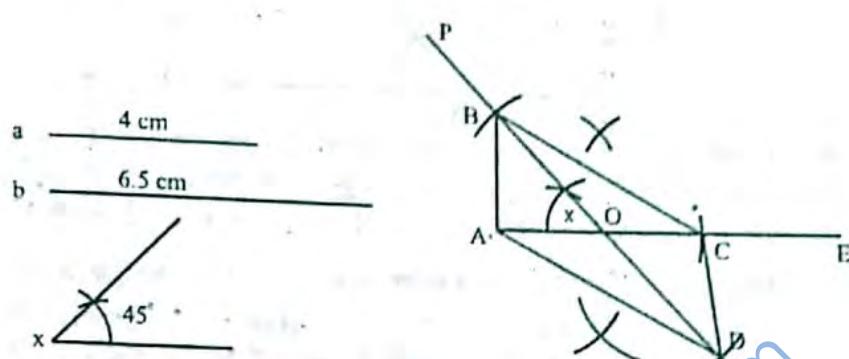
ঘ) তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3 সে.মি., 3.5 সে.মি., 4 সে.মি. এবং দুইটি কোণ  $60^\circ$  ও  $45^\circ$ ।

অঙ্কন :



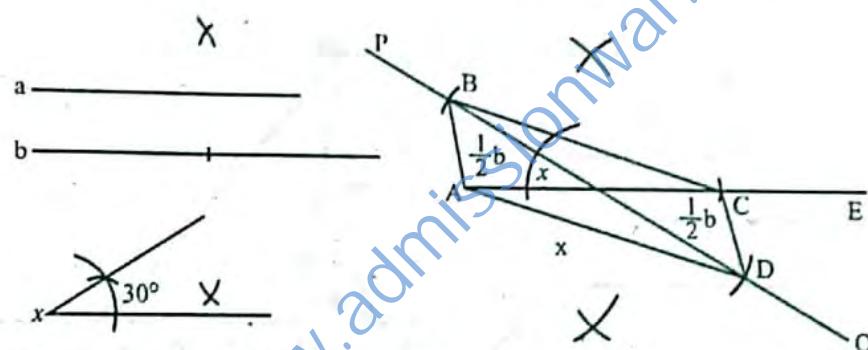
৬। নিম্নে প্রদত্ত উপাপত্তি নিয়ে সামান্যরিক অঙ্কন কর :  
ক) দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য 4 সে.মি., 6.5 সে.মি. এবং এদের অঙ্গুষ্ঠ কোণ  $45^\circ$ ।

অঙ্কন :



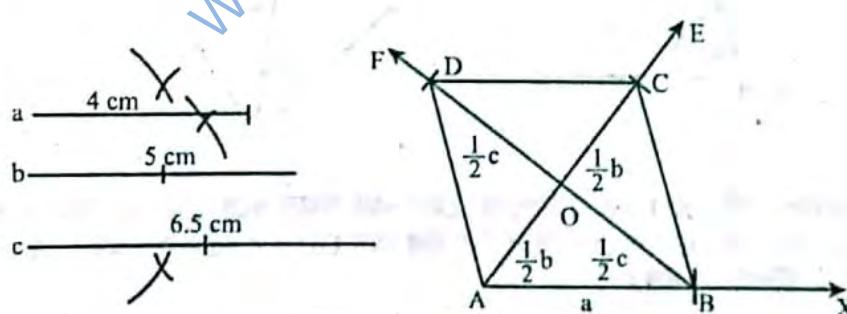
ঘ) দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য 5 সে.মি., 6.5 সে.মি. এবং এদের অঙ্গুষ্ঠ কোণ  $30^\circ$ .

অঙ্কন :



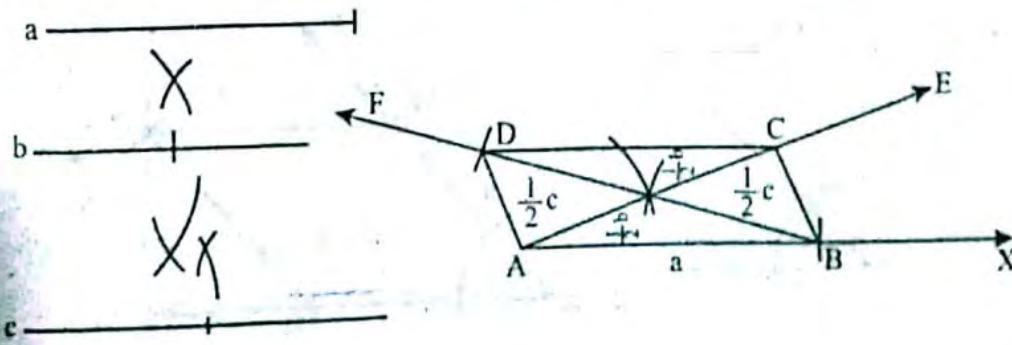
গ) একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 4 সে.মি. এবং দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য 5 সে.মি. 6.5 সে.মি.

অঙ্কন :



ঘ) একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সে.মি. এবং দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য 4.5 সে.মি., 6 সে.মি.

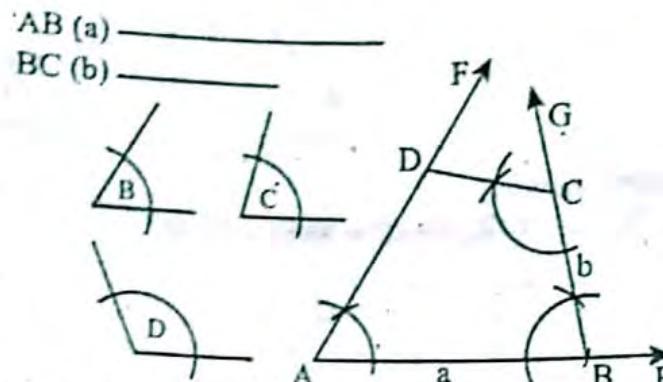
অঙ্কন :



মাধ্যমিক গণিত

- ৭। ABCD চতুর্ভুজের AB ও BC বাহু এবং  $\angle B$ ,  $\angle C$  ও  $\angle D$  কোণ দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁক।

**সমাধান :** দেওয়া আছে, ABCD চতুর্ভুজের AB ও BC বাহু এবং  $\angle B$ ,  $\angle C$  ও  $\angle D$  কোণ দেওয়া আছে, চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।

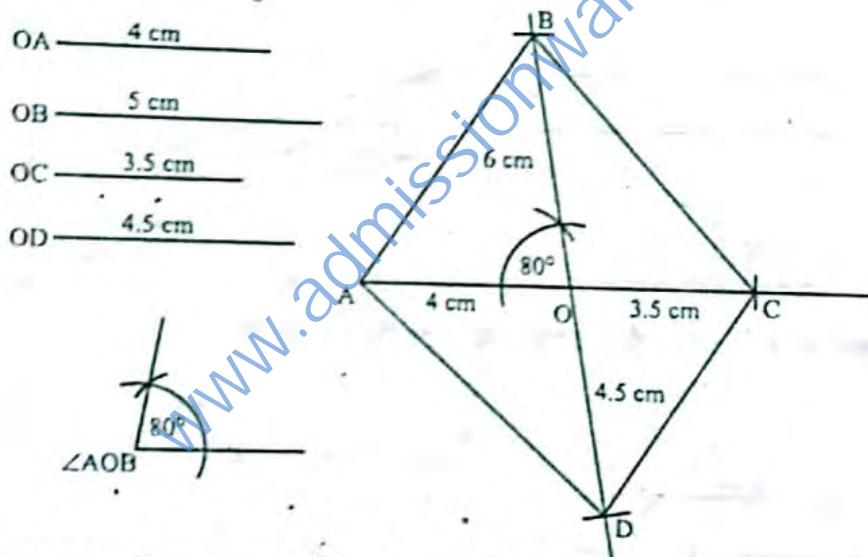


অঙ্কন : যেকোনো রেশিয় AE নেই। AE থেকে AB বাহুর সমান করে AB অংশ কেটে নেই। A ও B বিপুতে  $\angle B$  ও  $\angle C$  এর সমান করে  $\angle EAF$  এবং  $\angle ABG$  কোণ আঁকি। BG থেকে BC বাহুর সমান করে BC অংশ কেটে নেই। এখন C বিপুতে  $\angle D$  এর সমান করে  $\angle BCD$  আঁকি যা AF রেশিয়ে D বিপুতে হেন করে। তাহলে ABCD-ই উদিষ্ট চতুর্ভুজ।

- ৮। চতুর্ভুজের কর্ণ দুইটির ছেদবিন্দু দারা কর্ণ দুইটির চারটি খণ্ডিত অংশ এবং তাদের অভূত্ত একটি কোনো যথাক্রমে OA = 4 সে.মি., OB = 5 সে.মি., OC = 3.5 সে.মি., OD = 4.5 সে.মি. ও  $\angle AOB = 80^\circ$  চতুর্ভুজটি আঁক।

**সমাধান :** দেওয়া আছে, একটি চতুর্ভুজের কর্ণ দুইটির ছেদবিন্দু দারা কর্ণ দুইটির চারটি খণ্ডিত অংশ এবং তাদের অভূত্ত আঁকতে হবে। কোনো যথাক্রমে OA = 4 সে.মি., OB = 5 সে.মি., OC = 3.5 সে.মি., OD = 4.5 সে.মি. ও  $\angle AOB = 80^\circ$ । চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

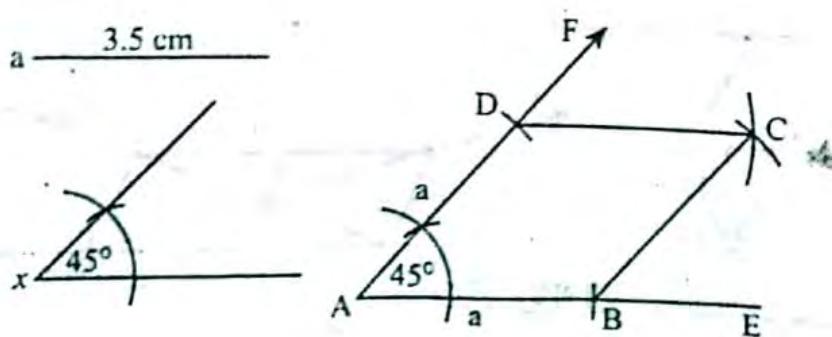


OA = 4 cm একটি রেখাংশ নেই। AO এর O বিপুতে  $80^\circ$  এর সমান করে  $\angle AOB$  আঁকি। এখন AO কে C পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন OC = 3.5cm হয় এবং OB কে D পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন OD = 4.5cm হয় এখন, A, B; B,C;C,D; ও D,A যোগ করি। তাহলে ABCD-ই উদিষ্ট চতুর্ভুজ।

- ৯। রম্ভসের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3.5 সে.মি. ও একটি কোণ  $45^\circ$ ; রম্ভসটি আঁক।

**সমাধান :** মনে করি, রম্ভসের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য  $a = 3.5$  সে.মি. ও একটি কোণ  $\angle x = 45^\circ$  দেওয়া আছে। রম্ভসটি আঁকতে হবে।

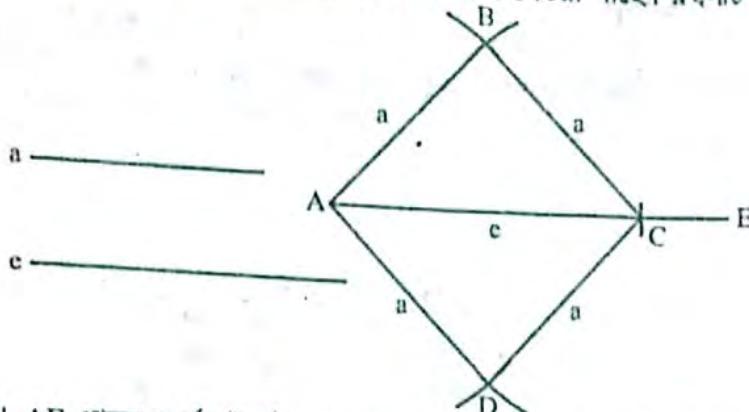
অঙ্কন :



যেকোনো রশি  $AE$  নেই।  $AE$  থেকে  $a = 3.5$  এর সমান করে  $AB$  অংশ কাটি।  $AB$  এর  $A$  বিন্দুতে  $\angle BAF$  আঁকি।  $AF$  থেকে  $a$  এর সমান করে  $AD$  অংশ কাটি। এখন,  $AD$  ও  $AB$  এর  $D$  ও  $B$  কে কেন্দ্র করে  $\angle BAD$  এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপ দুইটি  $C$  বিন্দুতে ছেদ করে।  $D, C$  ও  $B, C$  যোগ করি। তাহলে  $ABCD$ -ই উন্দিষ্ট রম্ভস।

১০। রম্ভসের একটি বাহু এবং একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। রম্ভসটি আঁক।

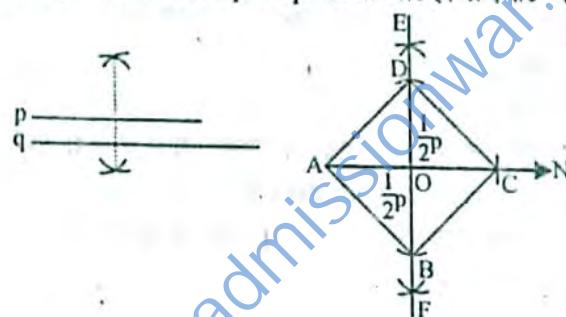
**সমাধান :** মনে করি, রম্ভসের, একটি বাহু  $a$  এবং একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য  $c$  দেওয়া আছে। রম্ভসটি আঁকতে হবে।



যেকোনো রশি  $AE$  নেই।  $AE$  থেকে কর্ণের দৈর্ঘ্য  $c$  এর সমান করে  $AC$  অংশ কাটি। এখন  $A$  ও  $C$  কে কেন্দ্র করে  $a$  এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে উভয় দিকে দুইটি করে চারটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপগুলোর পরস্পর  $B$  ও  $D$  বিন্দুতে ছেদ করে।  $A, B; A, D; B, C$  এবং  $C, D$  যোগ করি। তাহলে  $ABCD$ -ই উন্দিষ্ট রম্ভস।

১১। দুটি কর্ণের দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। রম্ভসটি আঁক।

**সমাধান :** মনে করি, একটি রম্ভসের দুটি কর্ণের দৈর্ঘ্য  $p$  ও  $q$  দেওয়া আছে। রম্ভসটি আঁকতে হবে।



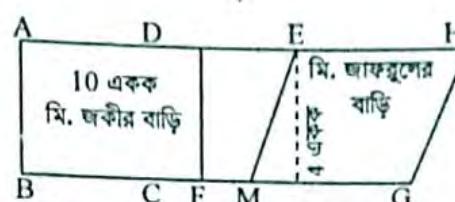
$BF = BA = \frac{P}{4}$  নেই। A ও C বিন্দুকে কেন্দ্র করে  $\frac{P}{4}$  এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে  $\angle EBF$  এর মধ্যবর্তী অংশে দুটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপ দুটি পুরুষ্পরকে D বিন্দুতে ছেদ করে। A, D এবং C, D যোগ করি।

তাহলে, ABCD- ই উন্দিষ্ট বৃগফ্ফেত্র।

- ১৩। জকী ও জাফরুল সাহেবের বসত বাড়ি একই সীমান্তের মধ্যে অবস্থিত এবং বাড়ির ক্ষেত্রফল সমান। তবে জকীর সাহেবের বাড়ির আকৃতি আয়তকার এবং জাফরুল সাহেবের বাড়ি সামান্তরিক আকৃতি।  
 ক. ভূমির দৈর্ঘ্য ১০ একক এবং উচ্চতা ৮ একক ধরে তাদের বাড়ির সীমান্তে অঙ্কন কর।  
 খ. দেখাও যে, জকী সাহেবের বাড়ির সীমান্তে জাফরুল সাহেবের বাড়ির সীমান্তে অপেক্ষা ছোট।  
 গ. জকী সাহেবের বাড়ির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত ৪ : ৩ এবং ক্ষেত্রফল ৩০০ বর্গ একক হলে, তাদের বাড়ির ক্ষেত্রফলাদ্যের অনুপাত নির্ণয় কর।

**সমাধান :**

ক)



মনে করি, ABCD আয়তক্ষেত্রটি মি. জকীর বাড়ি এবং EFGH সামান্তরিক ক্ষেত্রটি মি. জাফরুলের বাড়ি। এরা একই সীমান্তের মধ্যে অবস্থিত।

বাড়ি দুটির ক্ষেত্রফল সমান।

দৈর্ঘ্য  $AB = EH = 10$  একক এবং উচ্চতা  $EM = 4$  একক ধরে তাদের বাড়ির সীমান্তে আকা হয়েছে।

খ) দেখাতে হবে যে, মি. জকীর বাড়ির সীমান্তে জাফরুল সাহেবের সীমান্তে অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর অর্থাৎ ABCD আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা EFGH সামান্তরিকের পরিসীমা অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর।

অঙ্কন : E বিন্দু হতে  $EM \perp FG$  আঁকি।

প্রমাণ : আয়তক্ষেত্র ABCD এবং সামান্তরিক EFGH এর ক্ষেত্রফল সমান ও এরা সমান সমান ভূমির ওপর অবস্থিত।  
 ∴ তারা একই সমান্তরাল যুগল BG এবং AH এর মধ্যে অবস্থিত।

$\therefore AB = CD = EM = 8$  একক [ $\because$  এরা প্রত্যেকে  $BG \parallel AH$  এর লম্ব দূরত্ব]

এখন  $\Delta EMF$ -এ  $\angle EMF = 90^\circ$  [ $\because EM \perp FG$ ]

$\therefore EF, \Delta EFM$ -এর অতিভুজ।

$\therefore EM < EF$  [ $\because$  সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজই বৃহত্তম বাহু]

অর্থাৎ  $AB < EF$  [ $\because AB = EM$ ]

$\therefore CD < GH$  [ $\because EF = GH$  এবং  $AB = CD$ ]

বা,  $AB + CD < EF + GH$  ..... (i)

আবার,  $BC = AD = FG = EH = 10$  একক [ $\because$  ক্ষেত্রফল সমান সমান ভূমির ওপর অবস্থিত]

$\therefore BC + AD = FG + EH$  ..... (ii)

$\therefore AB + BC + CD + AD < EF + FG + GH + EH$  [(i) নং ও (ii) নং যোগ করে]

$\therefore ABCD$  আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা  $<$  EFGH সামান্তরিকের পরিসীমা।

$\therefore$  মি. জকীর বাড়ির পরিসীমা  $<$  মি. জাফরুলের পরিসীমা। (দেখানো হলো)

গ) জকী ও জাফরুল সাহেবের বাড়ির ক্ষেত্রফল সমান।

$\therefore$  তাদের বাড়ির ক্ষেত্রফলাদ্যের অনুপাত  $= 1 : 1$  (Ans.)

জকী সাহেবের বাড়ির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত  $4 : 3$  হওয়ায় তার বাড়ির ক্ষেত্রফল,  $4x \times 3x = 300$

বা,  $12x^2 = 12 \times 25$

$\therefore x = 5$

জকী সাহেবের বাড়ির দৈর্ঘ্য  $4 \times 5$  বা 20 একক এবং প্রস্থ  $3 \times 5$  বা 15 একক

সুতরাং জাফরুল সাহেবের বাড়ির দৈর্ঘ্য 20 একক এবং প্রস্থ 15 একক

১৪। একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ 7 সে.মি ও এক বাহুর দৈর্ঘ্য 4 সে.মি,  $\angle A = 85^\circ$ ,  $\angle B = 80^\circ$  এবং  $\angle C = 95^\circ$

ওপরের তথ্যের আলোকে নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. ত্রিভুজটির অপর বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

খ. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর।

গ. ত্রিভুজটির পরিসীমার সমান পরিসীমা বিশিষ্ট একটি বর্গ অঙ্কন কর।

২

৪

৪

৪

## ব্যবহারিক জ্যামিতি

সমাধান :

মনে করি,  $\triangle ABC$ -এ  $\angle B = 90^\circ$ ,  $BC = 4$  সে.মি. এবং অতিভুজ  $AC = 7$  সে.মি. [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]

$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$

$$AB^2 = AC^2 - BC^2$$

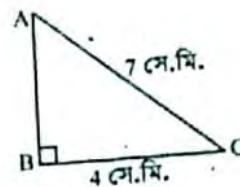
$$= 7^2 - 4^2$$

$$= 49 - 16 = 33$$

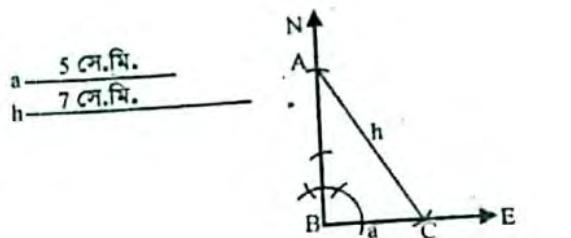
$$\therefore AB = \sqrt{33} = 5.75 \text{ সে.মি.}$$

$$\therefore \text{অপর বাহুর দৈর্ঘ্য} = 5.75 \text{ সে.মি. (প্রায়)}$$

সাধারণ নির্বচন : একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ও এক বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি অঙ্কন করতে হবে।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, কোনো সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ  $h = 7$  সে.মি. এবং অন্য একবাহুর দৈর্ঘ্য  $a = 4$  সে.মি.। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।



অঙ্কনের ধাপ :

১। যেকোনো রশ্মি BE থেকে  $BC = a$  কেটে নিই। B কিন্তুতে  $BN \perp BE$  আঁকি।

২। C কিন্তুকে কেন্দ্র করে  $h$  এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি। এটি BN কে A কিন্তুতে ছেদ করে। A, C যোগ করি।

তাহলে,  $\triangle ABC$ -ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

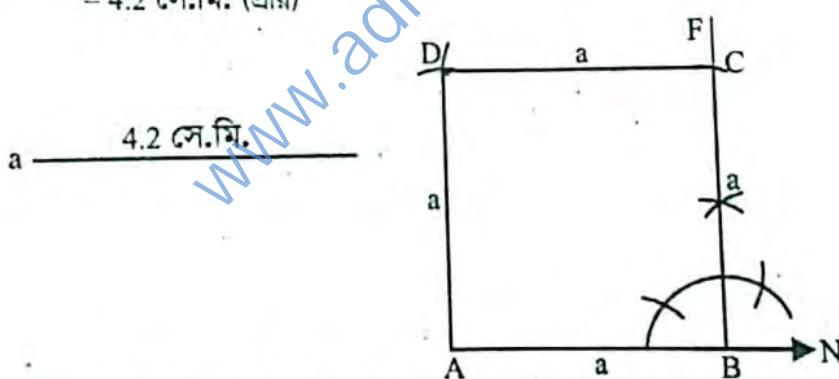
$$\begin{aligned} \triangle ABC\text{-এর পরিসীমা} &= AB + BC + AC \\ &= (5.75 + 4 + 7) \text{ সে.মি.} \\ &= 16.75 \text{ সে.মি.} \end{aligned}$$

এর সমান পরিসীমা বিশিষ্ট একটি বর্গ আঁকতে হবে।

বর্ণক্ষেত্রের পরিসীমা = 16.75 সে.মি.

বর্ণক্ষেত্রের চারটি বাহু পরম্পর সমান।

$$\begin{aligned} \therefore \text{বর্ণক্ষেত্রের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য} &= (16.75 \div 4) \text{ সে.মি.} \\ &= 4.2 \text{ সে.মি. (প্রায়)} \end{aligned}$$



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, একটি বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্য  $a = 4.2$  সে.মি. দেওয়া আছে। বর্গটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের ধাপ :

১। AN যেকোনো রশ্মি হতে  $AB = a$  কেটে নিই।

২। AB-এর B কিন্তুতে  $BE \perp AB$  আঁকি।

BE রশ্মি হতে  $BC = a$  কেটে নিই।

৩। A ও C কিন্তুকে কেন্দ্র করে  $a$  এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে  $\angle ABC$  এর অভ্যন্তরে দুটি বৃত্তচাপ আঁকি। এরা পরম্পরাকে D কিন্তুতে ছেদ করে।

৪। A, D এবং C, D যোগ করি।

তাহলে ABCD-ই উদ্দিষ্ট বর্গ।

৫। ABCD চতুর্ভুজের  $AB = 4$  সে.মি.  $BC = 5$  সে.মি.  $\angle A = 85^\circ$ ,  $\angle B = 80^\circ$  এবং  $\angle C = 95^\circ$

অপরের তথ্যের আলোকে নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও।

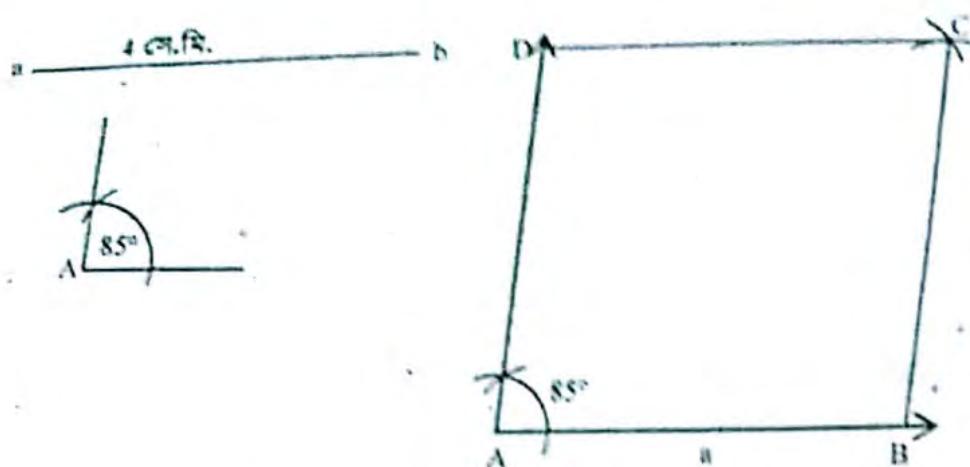
১. একটি রম্বস অঙ্কন করে উহার নাম দাও।

২. প্রস্তুত তথ্য অনুযায়ী ABCD চতুর্ভুজটি অঙ্কন কর।

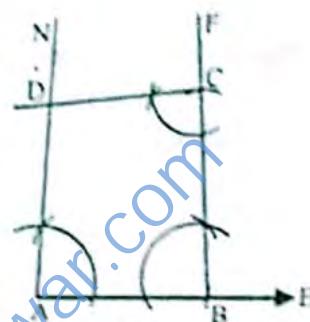
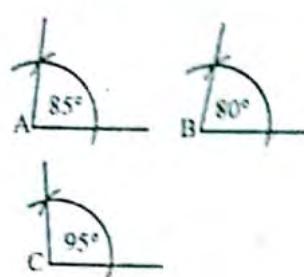
৩. প্রস্তুত চতুর্ভুজের পরিসীমার সমান পরিসীমা বিশিষ্ট একটি সমবাহু ত্রিভুজ অঙ্কন কর।

সমাধান :

ক)



খ)



বিশেষ নির্দিষ্ট : মনে করি, ABCD চতুর্ভুজের  $AB = 4$  সে.মি.,  $BC = 5$  সে.মি.,  $\angle A = 85^\circ$ ,  $\angle B = 80^\circ$  এবং  $\angle C = 95^\circ$  দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আকতে হবে।

অঙ্কনের ধাপ :

১। যেকোনো রশি AE হতে  $AB = 4$  সে.মি., কেটে নিই।  $AB$ -এর A বিপুলতে  $\angle BAN = \angle A$  এবং B বিপুলতে  $\angle ABF = \angle B$  আঁকি।

২।  $BF$  হতে  $BC = 5$  সে.মি., কেটে নিই।  $BC$ -এর C বিপুলতে  $\angle BCF = \angle C$  আঁকি।

৩।  $CF$  রশি AN কে D বিপুলতে ছেদ করেছে। তাহলে ABCD-ই উদ্বিষ্ট চতুর্ভুজ।

গ) মেপে দেখা যাচ্ছে, ABCD চতুর্ভুজের  $CD = 2.5$  সে.মি. এবং  $AD = 5$  সে.মি.

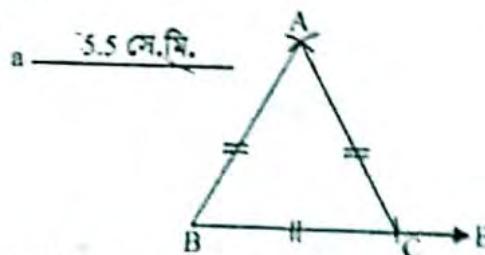
চতুর্ভুজটির পরিসীমা  $= AB + BC + CD + AD$  সে.মি.

$$= (4 + 5 + 2.5 + 5) \text{ সে.মি.}$$

$$= 16.5$$

$\therefore$  সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা  $= 16.5$  সে.মি.

$$= 5.5 \text{ সে.মি.}$$



বিশেষ নির্দিষ্ট : মনে করি, একটি সমবাহু ত্রিভুজের এক বাহুর দৈর্ঘ্য  $a = 5.5$  সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আকতে হবে।

অঙ্কনের ধাপ :

১। যেকোনো রশি BE হতে a এর সমান করে BC অংশ কেটি নিই।

২। B ও C বিপুলকে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BC-এর একই পাশে দুটি বৃত্তচাপ আঁকি। এরা পরস্পরকে A বিপুলতে ছেদ করে।

৩। A, B এবং A, C যোগ করি।

তাহলে  $\triangle ABC$ -ই উদ্বিষ্ট ত্রিভুজ।



□ অধ্যায় শেষে শিক্ষার্থীরা—

- বৃত্তচাপ, কেন্দ্র কোণ, বৃত্ত কোণ, বৃত্তে অন্তর্ভুক্ত চতুর্ভুজ ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- বৃত্ত সংক্রান্ত উপপাদ্য প্রমাণ করতে পারবে।
- বৃত্ত সম্পর্কিত সম্পাদ্য বর্ণনা করতে পারবে।

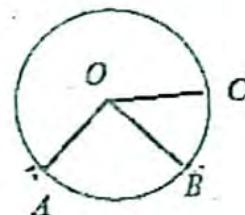
যা মনে রাখতে হবে...



□ বৃত্ত

বৃত্ত একটি সমতলীয় জ্যামিতিক চিত্র যার বিন্দুগুলো কোনো নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে সমদূরত্বে অবস্থিত। নির্দিষ্ট বিন্দুটি বৃত্তের কেন্দ্র। নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে সমদূরত্ব বজায় রেখে কোনো বিন্দু যে আবন্ধ পথ চিত্রিত করে তাই বৃত্ত। কেন্দ্র হতে বৃত্তের কোনো বিন্দুর দূরত্বকে ব্যাসার্ধ বলে।

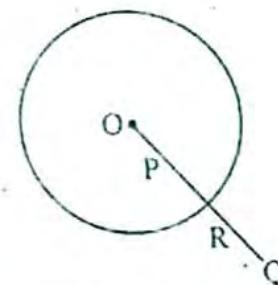
মনে করি, O সমতলের কোনো নির্দিষ্ট বিন্দু এবং r নির্দিষ্ট পরিমাপ। সমতলের যে সকল বিন্দু O থেকে r দূরত্বে অবস্থিত, তাদের সেটকে বৃত্ত, যার কেন্দ্র O ও ব্যাসার্ধ r। চিত্রে O বৃত্তের কেন্দ্র, A, B ও C বৃত্তের বিন্দু। OA, OB ও OC এর প্রত্যেকটি বৃত্তটির ব্যাসার্ধ।



সমতলমুক্ত কতিপয় বিন্দুকে সমবৃত্ত বিন্দু বলা হয় যদি বিন্দুগুলো দিয়ে একটি বৃত্ত যায় অর্থাৎ, এমন একটি বৃত্ত থাকে যাতে বিন্দুগুলো অবস্থিত হয়। উপরের চিত্রে A, B ও C সমবৃত্ত বিন্দু।

□ বৃত্তের অভ্যন্তর ও বহির্ভূত

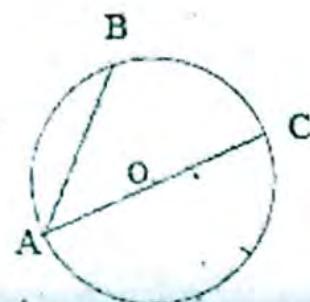
যদি কোনো বৃত্তের কেন্দ্র O এবং ব্যাসার্ধ r হবে তবে O থেকে সমতলের যে সকল বিন্দুর দূরত্ব r থেকে কম তাদের সেটকে বৃত্তটির অভ্যন্তর এবং O থেকে সমতলের যে সকল বিন্দুর দূরত্ব r থেকে বেশি তাদের সেটকে বৃত্তটির বহির্ভূত বলা হয়। বৃত্তের অভ্যন্তরমুক্ত দুইটি বিন্দুর সংযোজক রেখাংশ সম্পূর্ণভাবে বৃত্তের অভ্যন্তরেই থাকে।



কোনো বৃত্তের অভ্যন্তরমুক্ত একটি বিন্দু ও বহির্ভূত একটি বিন্দুর সংযোজক রেখাংশ বৃত্তটিকে একটি ও কেবল একটি কেবল কেন্দ্রতে হেদ করে। চিত্রে, P বৃত্তের অভ্যন্তরমুক্ত একটি বিন্দু এবং Q বৃত্তের বহির্ভূত একটি বিন্দু। PQ রেখাংশ বৃত্তটিকে কেবল O কেন্দ্রতে হেদ করে।

□ বৃত্তের জ্যা ও ব্যাস

বৃত্তের দুইটি ভিন্ন বিন্দুর সংযোজক রেখাংশ বৃত্তটির একটি জ্যা। বৃত্তের কোনো জ্যা যদি কেন্দ্র দিয়ে যায় তবে জ্যাটিকে বৃত্তের ব্যাস বলা হয়। অর্থাৎ বৃত্তের কেন্দ্রগামী যেকোনো জ্যা হলো ব্যাস। চিত্রে, AB ও AC বৃত্তটির দুইটি জ্যা এবং বৃত্তটির কেন্দ্র O। এদের মধ্যে AC জ্যাটি ব্যাস; কারণ জ্যাটি বৃত্তটির কেন্দ্রগামী। OA ও OC বৃত্তের দুইটি ব্যাসার্ধ। সুতরাং, বৃত্তের কেন্দ্র প্রত্যেক ব্যাসের মধ্যবিন্দু। অতএব প্রত্যেক ব্যাসের দৈর্ঘ্য  $2r$ , যেখানে r বৃত্তটির ব্যাসার্ধ।



## □ অনুশিলনী- ৮.১

### পাঠ্যবইয়ের কাজসমূহের সমাধান

কাজ-১: উপরান্ত-১ এর বিপরীত উপরান্তটি নিম্নলিখ :

বৃত্তের কেন্দ্র থেকে ব্যাস তিনি অন্য কোনো জ্যা এর ওপর অঙ্কিত লম্ব এই জ্যাকে সমদিখণ্ডিত করে প্রমাণ কর।

**সমাধান:** সাধারণ নির্বচন : বৃত্তের কেন্দ্র থেকে ব্যাস তিনি অন্য কোনো জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব এই জ্যাকে সমদিখণ্ডিত করে—প্রমাণ করতে হবে।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট PQN বৃত্তে ব্যাস নয় এমন একটি জ্যা PQ এবং OR, PQ এর উপর লম্ব। প্রমাণ করতে হবে যে, PR = RQ

অঙ্কন : O, P এবং O, Q যোগ করি।



প্রমাণ :

$$\begin{aligned} \angle ORP &= \angle ORQ && \text{এক সমকোণ।} && \text{যথার্থতা} \\ [\text{OR} = \text{PQ}] \\ \text{সমকোণী } \triangle OPR &\text{ ও } \triangle OQR \text{ এ অতিভুজ } OP = \text{অতিভুজ } OQ && [\text{সাধারণ বাহু}] && [\text{অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা}] \\ [\text{অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা } \text{উপরান্ত}] \\ \therefore \angle POR &= \angle ORQ \\ \therefore \triangle OPR &\cong \triangle OQR \\ \therefore PR &= RQ \quad [\text{প্রমাণিত}] \end{aligned}$$

### পাঠ্যবইয়ের অনুশিলনীর সমাধান

৮.১

১। প্রমাণ কর যে, কোনো বৃত্তের দুইটি জ্যা পরস্পরকে সমদিখণ্ডিত করলে তাদের ছেদবিন্দু বৃত্তটির কেন্দ্র হবে।

**সমাধান:** সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করতে হবে, কোনো বৃত্তের দুইটি জ্যা পরস্পরকে সমদিখণ্ডিত করলে তাদের ছেদবিন্দু বৃত্তটির কেন্দ্র হবে।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ACBD বৃত্তের AB ও CD জ্যায় পরস্পরকে E বিন্দুতে সমদিখণ্ডিত করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, E, ACBD বৃত্তের কেন্দ্র।

অঙ্কন : বৃত্তটির কেন্দ্র E না ধরে O ধরি এবং O, E যোগ করি।

প্রমাণ : জানা আছে যে, বৃত্তের ব্যাস তিনি কোনো জ্যা এর মধ্যবিন্দু এবং কেন্দ্রের সংযোজক রেখাখণ্ড এই জ্যা এর ওপর লম্ব।

O বৃত্তের কেন্দ্র এবং AB জ্যা-এর মধ্যবিন্দু E.

$\therefore OE \perp AB$  অর্থাৎ  $\angle OEA =$  এক সমকোণ।

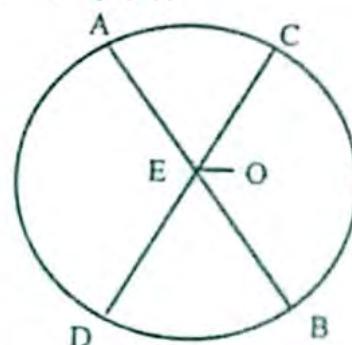
আবার, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং CD জ্যা-এর মধ্যবিন্দু E.

$\therefore OE \perp CD$  অর্থাৎ  $\angle OEC =$  এক সমকোণ।

যেহেতু AB এবং CD দুটি পরস্পরছেদনী সরলরেখা।

$\therefore \angle OEA$  এবং  $\angle OEC$  উভয়ই এক সমকোণ হতে পারে না।

সুতরাং, E বিন্দুটি ACBD বৃত্তের কেন্দ্র। (প্রমাণিত)



২। প্রমাণ কর যে, দুইটি সমান্তরাল জ্যা-এর মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখা কেন্দ্রগামী এবং জ্যা-হয়ের উপর লম্ব।

**সমাধান:** সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করতে হবে যে, দুইটি সমান্তরাল জ্যা-এর মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখা কেন্দ্রগামী এবং জ্যা-হয়ের উপর লম্ব।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD একটি বৃত্ত। এর AB ও CD সমান্তরাল জ্যা-হয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে N ও M। M, N যোগ করা হল।

প্রমাণ করতে হবে যে, MN কেন্দ্রগামী এবং AB ও CD জ্যাহয়ের উপর লম্ব।

অঙ্কন : O, N এবং O, M যোগ করি।

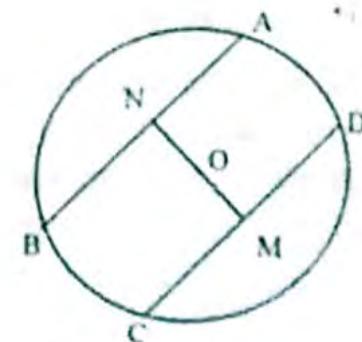
প্রমাণ : জানা আছে, বৃত্তের ব্যাস তিনি কোনো জ্যা এর মধ্যবিন্দু এবং কেন্দ্রের সংযোজক রেখাখণ্ড এই জ্যা-এর উপর লম্ব। O বৃত্তের কেন্দ্র এবং AB জ্যা এর মধ্যবিন্দু N।

$\therefore ON \perp$  জ্যা AB

আবার, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং CD জ্যা এর মধ্যবিন্দু M.

$OM \perp$  জ্যা CD অর্থাৎ  $ON \parallel OM$ , O বিন্দু হতে যথাক্রমে AB ও CD সমান্তরাল জ্যাহয়ের উপর লম্ব।

সুতরাং, ON এবং OM একই সরলরেখা অবস্থিত। অর্থাৎ MN কেন্দ্রগামী এবং AB ও CD জ্যাহয়ের উপর লম্ব। (প্রমাণিত)



৫। কোনো বৃত্তের  $AB$  ও  $AC$  জ্যা দুইটি  $A$  কিম্বামী ব্যাসার্ধের সাথে সমান কোণ উৎপন্ন করে। প্রমাণ কর যে,  $AB = AC$ .

**সমাধান:** সাধারণ নির্বচন : কোনো বৃত্তের  $AB$  ও  $AC$  জ্যা দুইটি  $A$  কিম্বামী ব্যাসার্ধের সাথে সমান কোণ উৎপন্ন করে। প্রমাণ করতে হবে যে,  $AB = AC$ .

বিশেষ নির্বচন : মনে করি,  $O$  কেন্দ্রবিশিষ্ট  $ABC$  বৃত্তের  $AB$  ও  $AC$  দুইটি জ্যা।

$O, A$  যোগ করা হল।  $AB$  ও  $AC$  জ্যা দুইটি  $A$  কিম্বতো অক্ষিক্ষণ ব্যাসার্ধ  $OA$  এর সাথে সমান কোণ  $\angle OAB$  ও  $\angle OAC$  উৎপন্ন করে অর্থাৎ  $\angle OAB = \angle OAC$ .

প্রমাণ করতে হবে যে,  $AB = AC$ .

অঙ্কন :  $O, B$  এবং  $O, C$  যোগ করি।

প্রমাণ :  $\Delta AOB$ -এ  $OA = OB$  [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে]

$\angle OBA = \angle OAB$  [সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণহ্যায় সমান]

আবার,  $\Delta AOC$ -এ

$OA = OC$  [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে]

$\angle OCA = \angle OAC$

এখন,  $\angle OAB = \angle OAC$  [দেওয়া আছে]

$\angle OBA = \angle OCA$

এখন,  $\Delta AOB$  ও  $\Delta AOC$  এর মধ্যে

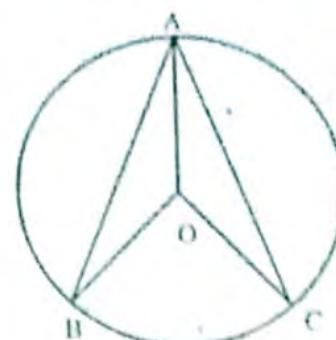
$OB = OC$  [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে]

$\angle OAB = \angle OAC$

এবং,  $\angle OBA = \angle OCA$

$\therefore \Delta AOB \cong \Delta AOC$

সূত্রঃ  $AB = AC$ . (প্রমাণিত)



৬। চিত্রে,  $O$  বৃত্তের কেন্দ্র এবং জ্যা  $AB =$  জ্যা  $AC$ . প্রমাণ কর যে,  $\angle BAO = \angle CAO$ :

**সমাধান:** সাধারণ নির্বচন : চিত্রে দেয়া আছে,  $O$  বৃত্তের কেন্দ্র এবং জ্যা  $AB =$  জ্যা  $AC$ . প্রমাণ করতে হবে যে,  $\angle BAO = \angle CAO$ .

বিশেষ নির্বচন : মনে করি,  $O$  কেন্দ্রবিশিষ্ট  $ABC$  একটি বৃত্ত এবং  $AB = AC$  জ্যা =  $AC$  জ্যা।

$O, A$  যোগ করা হল।

প্রমাণ করতে হবে যে,  $\angle BAO = \angle CAO$ .

অঙ্কন :  $O, B$  এবং  $O, C$  যোগ করি।

প্রমাণ :  $\Delta AOB$  ও  $\Delta AOC$  এ

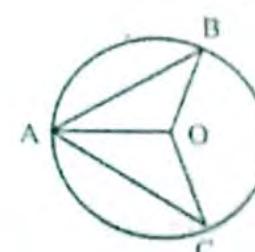
$AB = AC$  [দেওয়া আছে]

$OB = OC$  [:: একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এবং,  $OA$  সাধারণ বাহু।

$\therefore \Delta AOB \cong \Delta AOC$  [:: ত্রিভুজসময়ের বাহুব্যাপ্তি সমান]

$\therefore \angle BAO = \angle CAO$ . (প্রমাণিত)



৭। কোনো বৃত্ত একটি সমকোণী ত্রিভুজের শীর্ষকিম্বুলো দিয়ে যায়। দেখাও যে, বৃত্তটির কেন্দ্র অতিভুজের মধ্যবিন্দু।

**সমাধান:** সাধারণ নির্বচন : কোনো বৃত্ত একটি সমকোণী ত্রিভুজের শীর্ষকিম্বুলো দিয়ে যায়। দেখাতে হবে যে, বৃত্তটির কেন্দ্র অতিভুজের মধ্যবিন্দু।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, সমকোণী  $\Delta ABC$  এর  $\angle ABC =$  এক সমকোণ এবং  $AC$  অতিভুজ। শীর্ষকিম্বুলো  $A, B, C$  দিয়ে একটি বৃত্ত অঙ্কন করা হল। মনে করি, এই বৃত্তের কেন্দ্র  $O$ . প্রমাণ করতে হবে যে,  $O, AC$  এর মধ্যবিন্দু।

প্রমাণ :  $\angle ABC =$  এক সমকোণ [কর্তৃতা অনুসারে]

$\therefore \angle ABC, O$  কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের অর্ধবৃত্ত কোণ হবে।

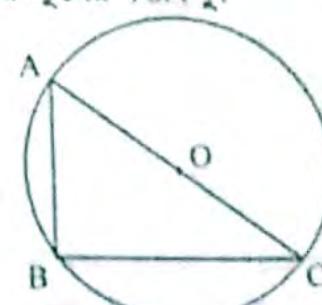
$\therefore A, B, C$  কিম্বামী বৃত্তের ব্যাস  $AC$ .

বৃত্তের কেন্দ্র  $O$  ব্যাস  $AC$  এর উপর অবস্থিত এবং  $OA = OC$  [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে]

$\therefore O, \text{অতিভুজ } AC$  এর মধ্যবিন্দু। (প্রমাণিত)

৮। দুইটি সমকেন্দ্রিক বৃত্তের একটির  $AB$  জ্যা অপর বৃত্তকে  $C$  ও  $D$  কিম্বতো হেস করে। প্রমাণ কর যে,  $AC = BD$ .

**সমাধান:** সাধারণ নির্বচন : দুইটি সমকেন্দ্রিক বৃত্তের একটির  $AB$  জ্যা অপর বৃত্তকে  $C$  ও  $D$  কিম্বতো হেস করে। প্রমাণ করতে হবে যে,  $AC = BD$ .



**বিশেষ নির্বচন ১:** মনে করি, AFB ও CHD উভয় বৃত্তের কেন্দ্র O. AFB বৃত্তের জ্যা AB, বৃত্ত CHD কে C এবং D বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে,  $AC = BD$ .

**অঙ্কন ১:**  $OE \perp AB$  টানি।

প্রমাণ ১: আমরা জানি, বৃত্তের কেন্দ্র হতে বাস ডিন্ডু অন্ত কোনো জ্যা-এর উপর অতিক্রম করে এটি জ্যা-কে সমবিহীনভিত্তি করে।

AFB বৃত্তের কেন্দ্র O এবং  $OE \perp$  জ্যা AB.

$$\therefore AE = BE \quad \text{(i)}$$

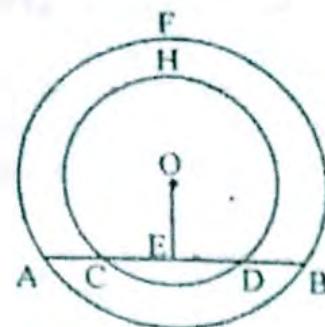
আবার, CHD বৃত্তের কেন্দ্র O এবং  $OE \perp$  জ্যা CD.

$$\therefore CE = DE \quad \text{(ii)}$$

সমীকরণ (i) নং হতে (ii) নং বিয়োগ করে পাই,  $AE - CE = BE - DE$

বা,  $AC = BD$  [  $\because AE - CE = AC$  এবং  $BE - DE = BD$  ]

$$\therefore AC = BD \quad \text{(প্রমাণিত)}$$



৬। বৃত্তের দুইটি সমান জ্যা পরম্পরাকে ছেদ করলে, দেখাও যে, তাদের একটির অংশব্যয় অপরটির অংশব্যয়ের সমান।

**সমাধান:** সাধারণ নির্বচন ১: বৃত্তের দুইটি সমান জ্যা পরম্পরাকে ছেদ করলে, দেখাতে হবে যে, তাদের একটির অংশব্যয় অপরটির অংশব্যয়ের সমান।

বিশেষ নির্বচন ১: মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ACBD একটি বৃত্ত। AB ও CD দুইটি সমান জ্যা P বিন্দুতে পরম্পরাকে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, AB এর অংশব্যয় = CD এর অংশব্যয়। অর্থাৎ  $AP = CP$  এবং  $DP = BP$ .

**অঙ্কন ১:** O থেকে AB ও CD এর উপর যথাক্রমে OE ও OF শৰ আঁকি। O, P যোগ করি।

প্রমাণ ১: যেহেতু  $OE \perp AB$  জ্যা-এর উপর লম্ব।

$$\therefore EB = \frac{1}{2} AB$$

$$\text{তদুপ, } FD = \frac{1}{2} CD$$

কিন্তু  $AB = CD$  বলে,

$$EB = FD \quad \text{(i)}$$

এখন,  $\triangle POE$  ও  $\triangle POF$  ঘয়য়ের মধ্যে,

$OE = OF$  [ সমান সমান জ্যা কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী ]

OP বাহু সাধারণ

এবং  $\angle OEP = \angle OFP$  [  $\because OE \perp CD$  এবং  $OE \perp AB$  ]

$$\therefore \triangle POE \cong \triangle POF$$

$$\therefore PE = PF \quad \text{(ii)}$$

এখন, (i) নং এবং (ii) নং যোগ করে পাই,

$$EB + PE = FD + PF$$

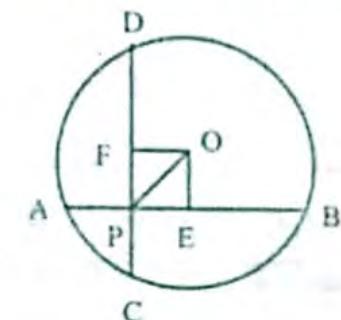
বা,  $BP = DP$

আবার,  $AB = CD$  বলে,

$$AB - BP = CD - DP$$

বা,  $AP = CP$

$$\therefore AP = CP \text{ এবং } DP = BP. \quad \text{(প্রমাণিত)}$$



৭। প্রমাণ কর যে, বৃত্তের সমান জ্যা-এর মধ্যবিন্দুগুলো সমবৃত্ত।

**সমাধান:** সাধারণ নির্বচন ১: প্রমাণ করতে হবে যে, বৃত্তের সমান জ্যা-এর মধ্যবিন্দুগুলো সমবৃত্ত।

বিশেষ নির্বচন ১: মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD বৃত্তে AB, CD এবং EF তিনটি সমান জ্যা। P, Q ও R যথাক্রমে AB, CD ও EF-এর মধ্যবিন্দু।

প্রমাণ করতে হবে যে, P, Q, R বিন্দুগুলো সমবৃত্ত।

**অঙ্কন ১:** O, P, O, Q এবং O, R যোগ করি।



প্রমাণ : যেহেতু বৃত্তের কেন্দ্র O এবং P, AB এর মধ্যবিন্দু;

সূতরাং,  $OP \perp AB$ .

অদুল,  $OQ \perp CD$  এবং  $OR \perp EF$ .

আমরা জানি, সমান সমান জ্যা কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী।

$\therefore OP = OQ = OR$

সূতরাং O কে কেন্দ্র করে  $OP$ ,  $OQ$ ,  $OR$  এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্ত অঙ্কন করলে তা P, Q ও R খিলু দিয়ে যাবে।

অতএব, P, Q, R খিলুত্তয় সমবৃত্ত। (প্রমাণিত)

৪। দেখাও যে, ব্যাসের দুই প্রান্ত থেকে তার বিপরীত দিকে দুইটি সমান জ্যা অঙ্কন করলে তারা সমান্তরাল হয়।

**সাধারণ নির্বচন :** দেখাতে হবে যে, ব্যাসের দুই প্রান্ত থেকে তার বিপরীত দিকে দুটি সমান জ্যা অঙ্কন করলে তারা সমান্তরাল হয়।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O বৃত্তের কেন্দ্র, AB তার ব্যাস। AB এর দুই প্রান্ত হতে এর বিপরীত দিকে AE ও BF এ দুটি জ্যা অঙ্কন করা হল যেন  $AE = BF$  হয়।

দেখাতে হবে যে,  $AE \parallel BF$ .

অঙ্কন : A, F ও B, E যোগ করি।

প্রমাণ : AB বৃত্তের ব্যাস।

$\therefore \angle AEB =$  এক সমকোণ [ অর্ধবৃত্তয় কোণ বলে ]

এবং,  $\angle AFB =$  এক সমকোণ [ অর্ধবৃত্তয় কোণ বলে ]

এখন, সমকোণী  $\triangle AEB$  এবং সমকোণী  $\triangle AFB$  এ

অতিভুজ AB উভয় ত্রিভুজের অন্য সাধারণ।

এবং  $AE = BF$  [ কঞ্চনা অনুসারে ]

$\therefore \triangle AEB$

$\cong \triangle AFB$  [  $\because$  সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ এবং একটি বাহু সমান ]

সূতরাং  $\angle BAE = \angle ABF$

কিন্তু  $\angle BAE$  এবং  $\angle ABF$  একান্তর কোণ, যাদের ছেদক AB।

$\therefore AE \parallel BF$ . (প্রমাণিত)

৫। দেখাও যে, ব্যাসের দুই প্রান্ত থেকে তার বিপরীত দিকে দুইটি সমান্তরাল জ্যা আঁকলে তারা সমান হয়।

**সাধারণ নির্বচন :** দেখাতে হবে যে, ব্যাসের দুই প্রান্ত থেকে তার বিপরীত দিকে দুইটি সমান্তরাল জ্যা আঁকলে তারা সমান হয়।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, AEBF বৃত্তের কেন্দ্র O এবং AB ব্যাস। AB ব্যাসের প্রত্যন্ত পার্শ্বয় A ও B হতে এর বিপরীত দিকে অক্ষিত AE ও BF জ্যা-যয় পরম্পর সমান্তরাল।

দেখাতে হবে যে,  $AE = BF$ .

অঙ্কন : O হতে BF ও AE এর উপর যথাক্রমে OC এবং OD লম্ব টানি।

প্রমাণ : আমরা জানি, কেন্দ্র হতে ব্যাস ভিন্ন অন্য কোন জ্যা-এর উপর অক্ষিত লম্ব ঐ জ্যা-কে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

বৃত্তের কেন্দ্র O এবং  $OC \perp$  জ্যা BF

$$\therefore BC = FC = \frac{1}{2} BF \quad \text{(i)}$$

আবার, বৃত্তের কেন্দ্র O এবং  $OD \perp$  জ্যা AE

$$\therefore AD = ED = \frac{1}{2} AE \quad \text{(ii)}$$

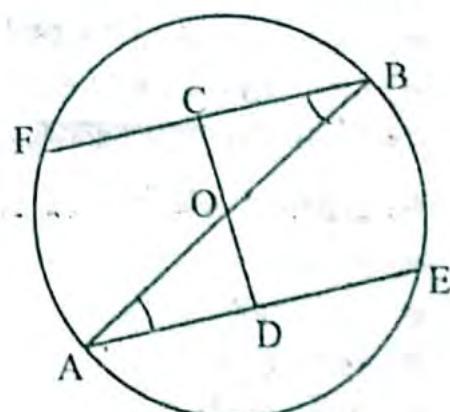
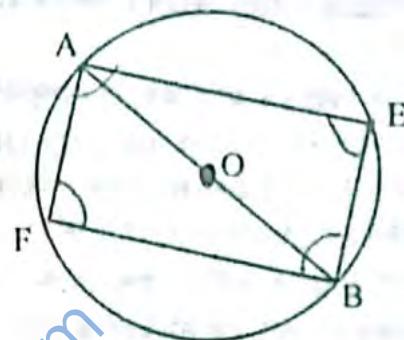
এখন,  $\therefore AE \parallel BF$  এবং AB ছেদক

$\therefore \angle ABF = \angle BAE$  [ একান্তর কোণ বলে ]

যা,  $\angle OBC = \angle OAD$

এবং,

$\triangle BOC \cong \triangle AOD$  এ



$\angle OCB = \angle ODA$	[ অঙ্কন অনুসারে প্রত্যেকে এক সমকোণ ]
$\angle OBC = \angle OAD$	
এবং $OB = OA$	[ ∵ একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ ]
$\therefore \triangle BOC \cong \triangle AOD$	[ ∵ ত্রিভুজের দুটি কোণ এবং একটি বাহু পরস্পর সমান ]
সূতরাং,	$BC = AD$
বা, $\frac{1}{2} BF = \frac{1}{2} AE$	[ (i) নং এবং (ii) নং থেকে ]
বা, $BF = AE$	[ উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা গুণ করে ]
$\therefore AE = BF.$ (প্রমাণিত)	

১০। দেখাও যে, বৃত্তের দুইটি জ্যা-এর মধ্যে বৃহত্তর জ্যা-টি ক্ষুদ্রতর জ্যা অপেক্ষা কেন্দ্রের নিকটতর।

**সমাধান :** সাধারণ নির্বচন : দেখাতে হবে যে, বৃত্তের দুইটি জ্যা-এর মধ্যে বৃহত্তর জ্যা-টি ক্ষুদ্রতর জ্যা অপেক্ষা কেন্দ্রের নিকটতর।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABDC একটি বৃত্ত। AB ও CD এর দুটি জ্যা এবং  $AB > CD$ । OE এবং OF কেন্দ্র হতে যথাক্রমে AB ও CD এর উপর লম্ব। প্রমাণ করতে হবে যে,  $OE < OF$ .

অঙ্কন : O,A এবং O,C যোগ করি।

প্রমাণ : আমরা জানি, কেন্দ্র থেকে ব্যাস ডিন্ব যে কোন জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যা-কে সমদিখভিত করে।

O বৃত্তের কেন্দ্র এবং  $OE \perp$  জ্যা AB

$$\therefore AE = BE = \frac{1}{2} AB$$

আবার, O বৃত্তের কেন্দ্র OF  $\perp$  জ্যা CD

$$\therefore CF = DF = \frac{1}{2} CD$$

এখন, সমকোণী  $\triangle OAE$  এবং  $\triangle OCF$  এর অতিভুজ যথাক্রমে OA এবং OC

সূতরাং পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$$OA^2 = OE^2 + AE^2$$

$$OC^2 = OF^2 + CF^2$$

লিঙ্গ,  $OA = OC$

[ একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে ]

$$\text{বা, } OA^2 = OC^2$$

$$\text{বা, } OE^2 + AE^2 = OF^2 + CF^2$$

$$\text{বা, } AE^2 - CF^2 = OF^2 - OE^2 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

আবার,  $AB > CD$  [কলনা অনুসারে]

$$\text{বা, } \frac{1}{2} AB > \frac{1}{2} CD$$

[ উভয়পক্ষকে  $\frac{1}{2}$  দ্বারা গুণ করে ]

$$\text{বা, } AE > CF$$

[ উভয়পক্ষকে বর্গ করে ]

$$\text{বা, } AE^2 > CF^2$$

$$\text{বা, } AE^2 - CF^2 > 0$$

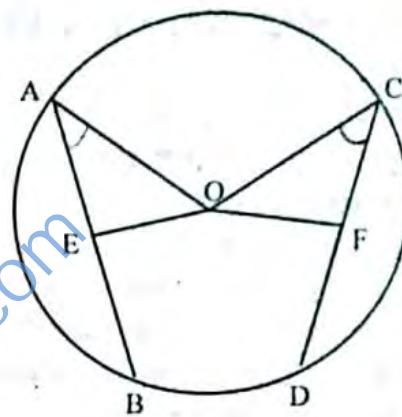
$$\text{বা, } OF^2 - OE^2 > 0$$

[ (i) নং থেকে ]

$$\text{বা, } OF^2 > OE^2$$

$$\text{বা, } OF > OE$$

$\therefore OE < OF.$  (প্রমাণিত)



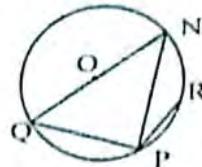
১১। কোনো বৃত্তের AB একটি নির্দিষ্ট জ্যা এবং CD অন্য যেকোনো জ্যা যার মধ্যবিন্দু E, AB জ্যা-এ অবস্থিত। দেখাও যে, E যতই AB এর মধ্যবিন্দু নিকটবর্তী হয়, CD এর দৈর্ঘ্য ততই বর্ধিত হয়।

**সমাধান :** সাধারণ নির্বচন : কোনো বৃত্তের AB একটি নির্দিষ্ট জ্যা এবং CD অন্য যেকোনো জ্যা যার মধ্যবিন্দু E, AB জ্যা-এ অবস্থিত। দেখাতে হবে যে, E যতই AB এর মধ্যবিন্দু নিকটবর্তী হয়, CD এর দৈর্ঘ্য ততই বর্ধিত হয়।



বিশেষ নির্বচন : O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের QPR চাপটি একটি উপচাপ। Q, P ও P, R যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে,  $\angle QPR$  একটি সূলকোণ।

অঙ্কন : QN বাস আঁকি। P, N যোগ করি।



সমযোগ

$\therefore \angle QPR$  একটি সূলকোণ।  
[প্রমাণিত]

একটি অংশ।

[১ নং হতে]

[ $\angle QPR$  সরলরেখিক কোণের অংশ]

প্রমাণ :	ধাপ
১। $\angle QPN$ একটি অর্ধবৃত্ত কোণ। $\therefore \angle QPN =$ এক সমকোণ।	[এটি অর্ধবৃত্তের উপর অবস্থিত]
২। $\angle QPN < \angle QPR$ $\therefore ১$ সমকোণ $\angle QPN, \angle QPR$ $\therefore ১$ সমকোণ $< \angle QPR < ২$	[অর্ধবৃত্ত কোণ এক সমকোণ] [ $\angle QPN, \angle QPR$ এর]

যথার্থতা
[এটি অর্ধবৃত্তের উপর অবস্থিত]
[অর্ধবৃত্ত কোণ এক সমকোণ] [ $\angle QPN, \angle QPR$ এর]

## পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান

৮.২

- ১। O কেন্দ্রবিশিষ্ট কোন বৃত্তে ABCD একটি অন্তর্গিত চতুর্ভুজ। AC, BD কর্ণদ্বয় E বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ কর যে,  $\angle AOB + \angle COD = 2 \angle AEB$ .

**সমাধান :** সাধারণ নির্বচন : O কেন্দ্রবিশিষ্ট কোন বৃত্তে ABCD একটি অন্তর্গিত চতুর্ভুজ। AC, BD কর্ণদ্বয় E বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ করতে হবে যে,  $\angle AOB + \angle COD = 2 \angle AEB$ .

বিশেষ নির্বচন : ধরি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ABCD একটি অন্তর্গিত চতুর্ভুজ। ABCD চতুর্ভুজের AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পর E বিন্দুতে ছেদ করেছে।

প্রমাণ করতে হবে যে,  $\angle AOB + \angle COD = 2 \angle AEB$ .

অঙ্কন : O, A; O, B; O, C ও O, D যোগ করি।

প্রমাণ : একই চাপ AB এর উপর অবস্থিত কেন্দ্রস্থ  $\angle AOB$  এবং পরিধিস্থ  $\angle ADB$ ।

$$\therefore \angle AOB = 2 \angle ADB \quad \text{(i)}$$

আবার, চাপ CD এর উপর  $\angle COD$  কেন্দ্রস্থ এবং  $\angle DAC$  পরিধিস্থ।

$$\therefore \angle COD = 2 \angle DAC \quad \text{(ii)}$$

এখন, (i) ও (ii) যোগ করে পাই,

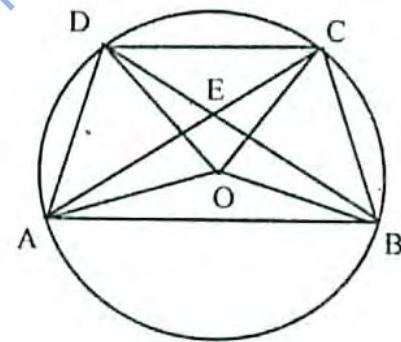
$$\angle AOB + \angle COD = 2 \angle ADB + 2 \angle DAC$$

$$\text{বা, } \angle AOB + \angle COD = 2(\angle ADB + \angle DAC)$$

$$= 2(\angle ADE + \angle DAE)$$

$$= 2 \angle AEB \quad [\because \angle AEB, \triangle ADE\text{-এর বহিঃস্থ কোণ}]$$

$$\therefore \angle AOB + \angle COD = 2 \angle AEB. \quad (\text{প্রমাণিত})$$



- ২। ABCD বৃত্তে AB ও CD জ্যা দুইটি পরস্পর E বিন্দুতে ছেদ করেছে। দেখাও যে,  $\triangle AED$  ও  $\triangle BEC$  সদৃশকোণী।

**সমাধান :** সাধারণ নির্বচন : ABCD বৃত্তে AB ও CD জ্যা দুইটি পরস্পর E বিন্দুতে ছেদ করেছে। দেখাতে হবে যে,  $\triangle AED$  ও  $\triangle BEC$  সদৃশকোণী।

বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে ABCD বৃত্তে AB এবং CD জ্যা দুইটি পরস্পর E বিন্দুতে ছেদ করেছে। A, D এবং B, C যোগ করা হলে যথাক্রমে  $\triangle AED$  এবং  $\triangle BEC$  পাওয়া যায়।

দেখাতে হবে যে,  $\triangle AED$  ও  $\triangle BEC$  সদৃশকোণী।

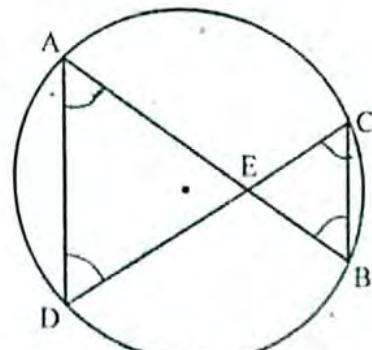
প্রমাণ : আমরা জানি, বৃত্তের একই চাপের উপর দড়ায়মান বৃত্তস্থ কোণগুলো পরস্পর সমান। এখন, একই চাপ BD এর উপর দড়ায়মান বৃত্তস্থ  $\angle BAD$  এবং  $\angle BCD$ .

$$\therefore \angle BAD = \angle BCD$$

$$\text{অর্থাৎ, } \angle EAD = \angle ECB$$

আবার, একই চাপ AC এর উপর দড়ায়মান বৃত্তস্থ  $\angle ADC$  এবং  $\angle ABC$ .

$$\therefore \angle ADC = \angle ABC$$



অর্থ,  $\angle ADE = \angle CBE$   
 এবং,  $\triangle AED$  এবং  $\triangle BEC$  এ  
 $\angle EAD = \angle ECB;$   
 $\angle ADE = \angle CBE$   
 এবং  $\angle AED = \angle BEC$  [:: বিপ্রতীপ কোণ]  
 অর্থ,  $\triangle AED$  এবং  $\triangle BEC$  সদৃশকোণী। (প্রমাণিত)

O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD বৃত্তে,  $\angle ADB + \angle BDC =$  এক সমকোণ। প্রমাণ কর যে, A, O এবং C একই সরলরেখায় অবস্থিত।

**সমাধান:** সাধারণ নির্বচন : O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD বৃত্তে,  
 $\angle ADB + \angle BDC =$  এক সমকোণ।

প্রমাণ করতে হবে যে, A, O এবং C একই সরলরেখায় অবস্থিত।

বিশেষ নির্বচন : দেয়া আছে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD বৃত্তে,  $\angle ADB + \angle BDC =$  এক সমকোণ। প্রমাণ করতে হবে যে, A, O এবং C একই সরলরেখায় অবস্থিত।

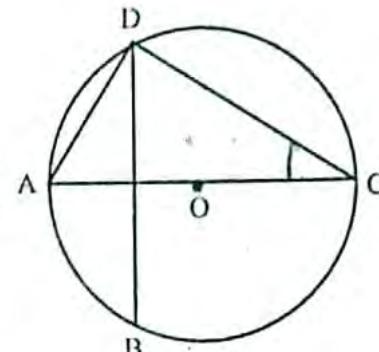
প্রমাণ : যেহেতু,  $\angle ADB + \angle BDC =$  এক সমকোণ

অর্থাৎ,  $\angle ADC =$  এক সমকোণ

$\therefore \angle ADC$  একটি অর্ধবৃত্তস্থ কোণ [:: অর্ধবৃত্তস্থ কোণ = এক সমকোণ]

$\therefore AC$  বৃত্তের ব্যাস এবং O তার কেন্দ্র

$\therefore A, O$  এবং C একই সরলরেখায় অবস্থিত। (প্রমাণিত)



|| AB ও CD দুইটি জ্যা বৃত্তের অভ্যন্তরে E বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ কর যে, AC ও BD চাপদ্বয় কেন্দ্রে যে দুইটি কোণ উৎপন্ন করে তাদের সমষ্টি  $\angle AEC$ -এর দ্বিগুণ।

**সমাধান:** সাধারণ নির্বচন : AB ও CD দুইটি জ্যা বৃত্তের অভ্যন্তরে E বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, AC ও BD চাপদ্বয় কেন্দ্রে যে দুইটি কোণ উৎপন্ন করে তাদের সমষ্টি  $\angle AEC$ -এর দ্বিগুণ।

বিশেষ নির্বচন : ধরি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD বৃত্তের AB ও CD জ্যা দুইটি বৃত্তের অভ্যন্তরে E বিন্দুতে ছেদ করেছে।

প্রমাণ করতে হবে যে, AC ও BD চাপদ্বয় কেন্দ্রে যে দুইটি কোণ উৎপন্ন করেছে তাদের সমষ্টি  $\angle AEC$  এর দ্বিগুণ। অর্থাৎ  $\angle BOD + \angle AOC = 2\angle AEC$ .

অক্ষেন : A, D যোগ করি।

প্রমাণ : BD চাপের উপর কেন্দ্রস্থ  $\angle BOD$  এবং পরিধিস্থ  $\angle BAD$  এবং AC চাপের উপর কেন্দ্রস্থ  $\angle AOC$  ও পরিধিস্থ  $\angle ADC$ .

সূতরাং  $\angle BOD = 2\angle BAD$ .....(i) [কারণ কেন্দ্রস্থ কোণ পরিধিস্থ কোণের দ্বিগুণ]

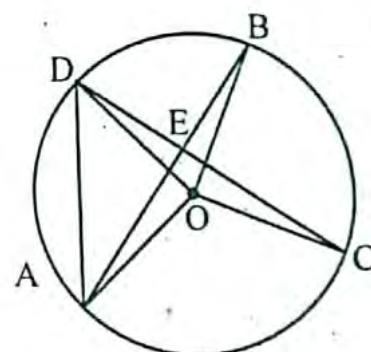
এবং  $\angle AOC = 2\angle ADC$ .....(ii)

এখন, (i) নং এবং (ii) নং যোগ করে পাই,

$$\angle BOD + \angle AOC = 2\angle BAD + 2\angle ADC$$

$$\therefore \angle BOD + \angle AOC = 2(\angle BAD + \angle ADC) \\ = 2(\angle EAD + \angle ADE) \\ = 2\angle AEC \quad [\because \angle AEC, \triangle ADE এর বিহিতস্থ কোণ]$$

$$\therefore \angle BOD + \angle AOC = 2\angle AEC. \quad (\text{প্রমাণিত})$$



|| দেখাও যে, বৃত্তস্থ ট্রাপিজিয়ামের তীর্যক বাহুদ্বয় পরস্পর সমান।

**সমাধান:** সাধারণ নির্বচন : দেখাতে হবে যে, বৃত্তস্থ ট্রাপিজিয়ামের তীর্যক বাহুদ্বয় পরস্পর সমান।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD একটি বৃত্তস্থ ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল

বাহুদ্বয় যথাক্রমে AB ও CD। সূতরাং তীর্যক বাহুদ্বয় হল AD ও BC।

দেখাতে হবে যে, AD = BC

অক্ষেন : B, D যোগ করি।

প্রমাণ : ABCD ট্রাপিজিয়ামে,

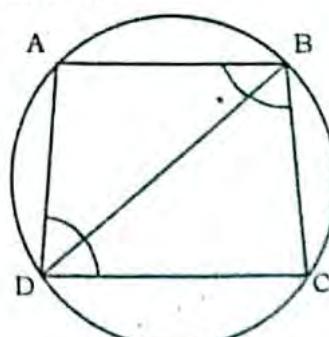
AB || CD এবং BD ছেদক

[কল্পনা অনুসারে]

$$\therefore \angle ABD = \angle BDC$$

[একান্তর কোণ]

বা, D চাপের উপর বৃত্তস্থ কোণ BC চাপের উপর বৃত্তস্থ কোণ সমান।



বা, চাপ  $AD =$  চাপ  $BC$  [  $\because$  বৃত্তে সমান সমান চাপের উপর দড়ায়মান বৃত্তস্থ কোণগুলো পরস্পর সমান ]  
 বা,  $AD$  জ্যা  $= BC$  জ্যা [  $\because$  বৃত্তে সমান সমান চাপ সমান জ্যা ছিল করে ]  
 $\therefore AD = BC$  (প্রমাণিত)

৬।  $AB$  ও  $AC$  কোন বৃত্তের দুইটি জ্যা এবং  $P$  ও  $Q$  যথাক্রমে তাদের ধারা ছিল উপচাপ দুইটির মধ্যবিন্দু।  $PQ$  জ্যা  $AB$  ও  $AC$  জ্যা-কে যথাক্রমে  $D$  ও  $E$  বিন্দুতে ছেদ করে। দেখাও যে,  $AD = AE$ .

**সমাধান :** সাধারণ নির্বচন :  $AB$  ও  $AC$  কোন বৃত্তের দুইটি জ্যা এবং  $P$  ও  $Q$  যথাক্রমে তাদের ধারা ছিল উপচাপ দুইটির মধ্যবিন্দু।  $PQ$  জ্যা  $AB$  ও  $AC$  জ্যা কে যথাক্রমে  $D$  ও  $E$  বিন্দুতে ছেদ করে। দেখাতে হবে যে,  $AD = AE$ .

বিশেষ নির্বচন : মনে করি,  $O$  কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের  $AB$  ও  $AC$  দুটি জ্যা।  $P, AB$  উপচাপের মধ্যবিন্দু এবং  $Q, AC$  উপচাপের মধ্যবিন্দু।  $PQ$  জ্যা  $AB$  ও  $AC$  জ্যা-যায়কে যথাক্রমে  $D$  ও  $E$  বিন্দুতে ছেদ করে। দেখাতে হবে যে,  $AD = AE$ .

অঙ্কন :  $A, P$  এবং  $A, Q$  যোগ করি।

প্রমাণ :  $P, APB$  চাপের মধ্যবিন্দু।

$\therefore$  চাপ  $AP =$  চাপ  $BP$

বা, বৃত্তস্থ  $\angle AQP =$  বৃত্তস্থ  $\angle BAP$

বা,  $\angle AQE = \angle PAD$  ..... (i)

আবার,  $Q, AQC$  চাপের মধ্যবিন্দু।

$\therefore$  চাপ  $AQ =$  চাপ  $CQ$

বা, বৃত্তস্থ  $\angle APQ =$  বৃত্তস্থ  $\angle CAQ$

বা,  $\angle APD = \angle EAQ$

বা,  $\angle EAQ = \angle APD$  ..... (ii)

এখন, (i) + (ii) নং থেকে পাই,  $\angle AQE + \angle EAQ = \angle PAD + \angle APD$  ..... (iii)

$AD$  রশ্মির প্রান্ত বিন্দুতে  $D$  তে  $PE$  সরলরেখা মিলিত হয়েছে।

ফলে,  $\angle ADP$  এবং  $\angle ADE$  সন্তুষ্টি কোণসমূহ উৎপন্ন হয়েছে।

$\therefore \angle ADP + \angle ADE =$  দুই সমকোণ

আবার,  $\triangle APD$  এ, এবং বহিঃস্থ  $\angle ADE$ , ইহার অন্তঃস্থ দুই বিপরীত  $\angle APD$  ও  $\angle PAD$  এর সমষ্টির সমান।

অর্থাৎ,  $\angle ADE = \angle APD + \angle PAD$  ..... (iv).

অন্তর্ফলে,  $\triangle AQE$  এ, এর বহিঃস্থ  $\angle AED$ , ইহার অন্তঃস্থ দুই বিপরীত  $\angle AQE$  ও  $\angle EAQ$  এর সমষ্টির সমান

অর্থাৎ,  $\angle AED = \angle AQE + \angle EAQ$

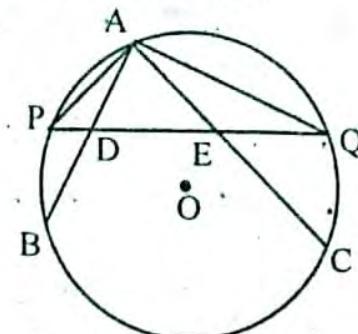
$= \angle PAD + \angle APD$  ..... [ (iii) নং থেকে ]

$= \angle ADE$  ..... [ (iv) নং থেকে ]

$\therefore \angle AED = \angle ADE$

অর্থাৎ  $\triangle ADE$  এর  $\angle AED = \angle ADE$

$\therefore AD = AE$  (প্রমাণিত) [  $\because$  সমান সমান কোণের বিপরীত বাহুসমূহ পরস্পর সমান ]



I MyMahbub

## □ অনুশীলনী- ৮.৩

### পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান

৮.৩

- ১)  $\triangle ABC$  এ  $\angle B$  ও  $\angle C$  এর সমদিখণ্ডকদ্বয়  $P$  বিন্দুতে এবং বহির্দিখণ্ডকদ্বয়  $Q$  বিন্দুতে মিলিত হলে, প্রমাণ কর যে,  $B, P, C, Q$  বিন্দু চারটি সমবৃত্ত।

**সমাধান:** সাধারণ নির্বচন :  $\triangle ABC$ -এ  $\angle B$  ও  $\angle C$  এর সমদিখণ্ডকদ্বয়  $P$  বিন্দুতে এবং বহির্দিখণ্ডকদ্বয়  $Q$  বিন্দুতে মিলিত হলে, প্রমাণ করতে হবে যে,  $B, P, C, Q$  বিন্দু চারটি সমবৃত্ত।

বিশেষ নির্বচন :  $\triangle ABC$ -এর  $\angle B$  ও  $\angle C$ -এর সমদিখণ্ডকদ্বয়  $P$  বিন্দুতে এবং  $\angle B$  ও  $\angle C$ -এর বহির্দিখণ্ডকদ্বয়  $Q$  বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে,  $B, P, C, Q$  বিন্দু চারটি সমবৃত্ত।

প্রমাণ : যেহেতু  $\angle ABC + \angle CBE =$  দুই সমকোণ

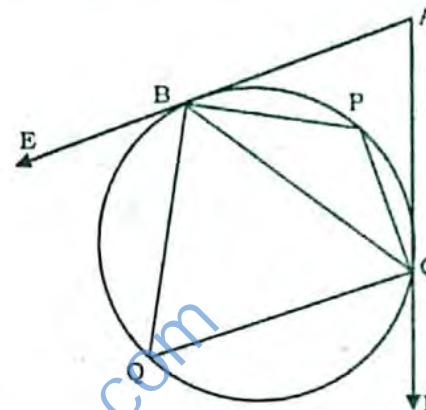
$\therefore \angle PBC + \angle CBQ = \angle PBQ =$  এক সমকোণ।

অন্তর্গতে,  $\angle PCB + \angle BCQ = \angle PCQ =$  এক সমকোণ।

$\therefore BPCQ$  চতুর্ভুজের  $\angle PBQ + \angle PCQ =$  দুই সমকোণ,

$\therefore BPCQ$  বৃত্ত চতুর্ভুজ।

$\therefore B, P, C, Q$  বিন্দু চারটি সমবৃত্ত। (প্রমাণিত)



- ২) প্রমাণ কর যে, বৃত্ত চতুর্ভুজের যে কোনো কোণের সমদিখণ্ডক ও তার বিপরীত কোণের বহির্দিখণ্ডক বৃত্তের উপর ছেদ করে।

**সমাধান:** সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করতে হবে যে, বৃত্ত চতুর্ভুজের যে কোনো কোণের সমদিখণ্ডক ও তার বিপরীত কোণের বহির্দিখণ্ডক বৃত্তের উপর ছেদ করে।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি,  $ABCD$  চতুর্ভুজটি বৃত্ত। এর  $\angle C$ -এর সমদিখণ্ডক  $CE$  এবং  $\angle C$ -এর বিপরীত  $\angle A$ -এর বহির্দিখণ্ডক  $AE$  পরস্পর  $E$  বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে,  $E$  বিন্দু বৃত্ত অর্থাৎ বৃত্তের উপর ছেদ করে।

প্রমাণ :  $ABCD$  বৃত্ত চতুর্ভুজ হওয়ায়,

$\angle BAD + \angle BCD =$  দুই সমকোণ।

বিন্দু  $F, A, B$  একই সরলরেখায় হওয়ায়,

$\angle FAD + \angle BAD =$  এক সরলকোণ = দুই সমকোণ।

সুতরাং,  $\angle BAD + \angle BCD = \angle FAD + \angle BAD$

বা,  $\angle BCD = \angle FAD$  [উভয় পক্ষ থেকে  $\angle BAD$  বাদ দিয়ে]

বা,  $\frac{1}{2} \angle BCD = \frac{1}{2} \angle FAD$

বা,  $\angle ECB = \angle EAD$

এখন,  $\angle EAB + \angle ECB$

$$= \angle EAD + \angle BAD + \angle ECB$$

$$= \angle ECB + \angle BAD + \angle ECB \quad [\because \angle EAD = \angle ECB]$$

$$= \angle BAD + 2 \angle ECB$$

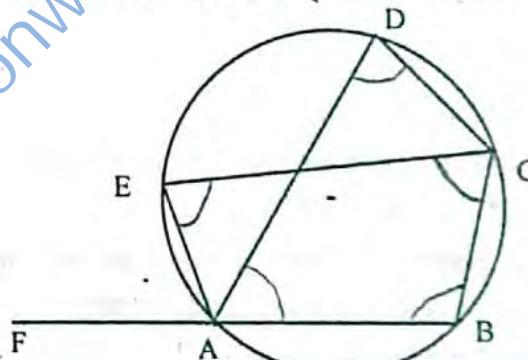
$$= \angle BAD + \angle BCD$$

$$=$$
 দুই সমকোণ

সুতরাং  $\angle EAB$  ও  $\angle ECB$  কোণব্যবিপরীত এবং সম্পূরক হওয়ায়,

$ABCE$  চতুর্ভুজটি বৃত্ত।

$\therefore E$  বিন্দু বৃত্ত। (প্রমাণিত)



- ৩)  $ABCD$  একটি বৃত্ত।  $\angle CAB$  এবং  $\angle CBA$  এর সমদিখণ্ডক দুইটি  $P$  বিন্দুতে এবং  $\angle DBA$  ও  $\angle DAB$  কোণব্যবিপরীত সমদিখণ্ডক দুইটি  $Q$  বিন্দুতে মিলিত হলে, প্রমাণ কর যে,  $A, Q, P, B$  বিন্দু চারটি সমবৃত্ত।

**সমাধান:** সাধারণ নির্বচন :  $ABCD$  একটি বৃত্ত।  $\angle CAB$  এবং  $\angle CBA$  এর সমদিখণ্ডক দুইটি  $P$  বিন্দুতে এবং  $\angle DBA$  ও

$\angle DAB$  কোণদ্বয়ের সমাধিখণ্ডক দুইটি Q কিন্তু মিলিত হলে, প্রমাণ করতে হবে যে, A, Q, P, B কিন্তু চারটি সমবৃত্ত।  
বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD একটি বৃত্ত।  $\angle CAB$  এবং  $\angle CBA$  এর সমাধিখণ্ডক দুইটি P কিন্তু এবং  $\angle DBA$  ও  $\angle DAB$  কোণদ্বয়ের সমাধিখণ্ডক দুইটি Q কিন্তু মিলিত হয়েছে, প্রমাণ করতে হবে যে, A, Q, P, B কিন্তু চারটি সমবৃত্ত।

প্রমাণ :  $\Delta ABC$  এ  $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

$\Delta PAB$  এ  $\angle P + \angle PAB + \angle PBA = 180^\circ$

$$\text{বা, } \angle P + \frac{1}{2} \angle A + \frac{1}{2} \angle B = 180^\circ$$

$$\text{বা, } \angle P + \frac{1}{2} \angle A + \frac{1}{2} \angle B + \frac{1}{2} \angle C = 180^\circ + \frac{1}{2} \angle C$$

[উভয় পক্ষে  $\frac{1}{2} \angle C$  যোগ করে]

$$\text{বা, } \angle P + \frac{1}{2}(\angle A + \angle B + \angle C) = 180^\circ + \frac{1}{2} \angle C$$

$$\text{বা, } \angle P + \frac{1}{2} 180^\circ = 180^\circ + \frac{1}{2} \angle C$$

$$\text{বা } \angle P + 90^\circ = 180^\circ + \frac{1}{2} \angle C$$

$$\text{বা } \angle P = 180^\circ - 90^\circ + \frac{1}{2} \angle C = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle C$$

এরপে  $\Delta ABD$  নিয়ে প্রমাণ করা যায় যে,  $\angle Q = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle D$

AB একই চাপের উপর অবস্থিত বলে  $\angle C = \angle D$

$$\therefore \angle Q = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle C$$

সুতরাং,  $\angle P = \angle Q$

এখন AB বৃত্তের চাপ এবং P ও Q বৃত্তহীন কোণ।  $\angle P = \angle Q$  অর্থাৎ, বৃত্তহীন দুইটি পরস্পর সমান হওয়ায় A, Q, P, B কিন্তু চারটি সমবৃত্ত। (প্রমাণিত)

8। O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের AB ও CD জ্যা দুইটি বৃত্তের অভ্যন্তরে অবস্থিত কোনো কিন্তু সমকোণে মিলিত হয়েছে। প্রমাণ কর

**সমাধান :** সাধারণ নির্বচন : O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের AB ও CD জ্যা দুইটি বৃত্তের অভ্যন্তরে অবস্থিত কোনো কিন্তু সমকোণে মিলিত হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে,  $\angle AOD + \angle BOC =$  দুই সমকোণ।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি O কেন্দ্রবিশিষ্ট ACBD একটি বৃত্ত। AB ও CD জ্যা-  
দ্বয় বৃত্তের অভ্যন্তরে যে কোনো কিন্তু P তে সমকোণে অর্থাৎ  $90^\circ$  কোণে মিলিত হয়েছে।

প্রমাণ করতে হবে যে,  $\angle AOD + \angle BOC =$  দুই সমকোণ।

অঙ্কন : DO কে বর্ধিত করি। এটি পরিধিকে E কিন্তু ছেদ করে।  
C, E যোগ করি।

প্রমাণ :  $\angle DCE =$  এক সমকোণ [অর্ধবৃত্তহীন কোণ বলে]

আবার,  $\angle DPB =$  এক সমকোণ [কল্পনানুসারে]

$$\therefore \angle DCE = \angle DPB$$

কিন্তু কোণ দুইটি অনুরূপ কোণ বলে,  $AB \parallel CE$

যেহেতু, সমান্তরাল সরলরেখা সমান চাপ উৎপন্ন করে

সেহেতু,  $AC$  চাপ =  $BE$  চাপ

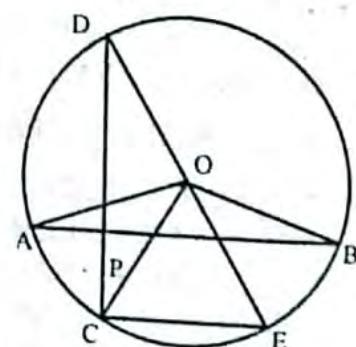
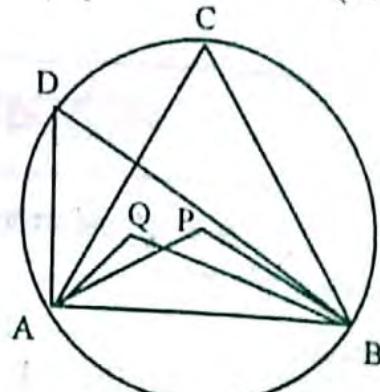
$$\therefore \angle AOC = \angle BOE$$

এখন,  $\angle AOD + \angle AOC + \angle COE =$  এক সরলকোণ = দুই সমকোণ

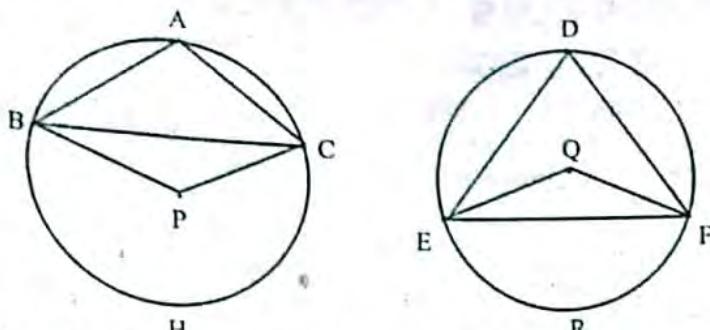
$$\text{বা, } \angle AOD + \angle BOE + \angle COE = \text{দুই সমকোণ}$$

$$\text{বা, } \angle AOD + \angle BOC = \text{দুই সমকোণ}$$

$$\therefore \angle AOD + \angle BOC = \text{দুই সমকোণ।} \quad (\text{প্রমাণিত})$$



- ৫। সমান সমান ভূমির উপর অবস্থিত যে কোনো দুইটি ত্রিভুজের শিরঃকোণদ্বয় সম্পূরক হলে, প্রমাণ কর যে, তাদের পরিবৃত্তদ্বয় সমান হবে।
- সমাধান:** সাধারণ নির্বচন : সমান সমান ভূমির উপর অবস্থিত যে কোনো দুইটি ত্রিভুজের শিরঃকোণদ্বয় সম্পূরক হলে, প্রমাণ করতে হবে যে, তাদের পরিবৃত্তদ্বয় সমান হবে।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি,  $\triangle ABC$  ও  $\triangle DEF$  দুইটির ভূমি  $BC = EF$ , শিরঃকোণদ্বয় যথাক্রমে  $\angle A$  ও  $\angle D$ ;  $\angle A + \angle D = 2$  প্রমাণ :  $P$  কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে  $BHC$  চাপের উপর অবস্থিত কেন্দ্রস্থ  $\angle BPC$  এবং বৃত্তস্থ  $\angle BAC$  বা  $\angle A$

$\therefore \angle BPC = 2 \angle A$   
আবার,  $Q$  কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে  $ERF$  চাপের উপর অবস্থিত কেন্দ্রস্থ  $\angle EQF$  এবং বৃত্তস্থ  $\angle D$

$$\begin{aligned} \text{সূতরাঙ্ক, } \angle BPC + \angle EQF &= 2 \angle A + 2 \angle D \\ &= 2(\angle A + \angle D) \\ &= 2 \times 2 \text{ সমকোণ} \\ &= 4 \text{ সমকোণ।} \end{aligned}$$

কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণের পরিমাপ 4 সমকোণ এবং  $BC = EF$  হওয়ায়  $BC$  দ্বারা ছিন্ন উপচাপ =  $EF$  দ্বারা ছিন্ন উপচাপ।

অর্থাৎ,  $BAC$  উপচাপ =  $ERF$  উপচাপ

এবং  $BHC$  অধিচাপ =  $EDF$  অধিচাপ।

অতএব,  $BAC$  চাপ +  $BHC$  চাপ =  $ERF$  চাপ +  $EDF$  চাপ  
বা,  $\triangle ABC$  এর পরিবৃত্ত =  $\triangle DEF$  এর পরিবৃত্ত। (প্রমাণিত)

- ৬।  $ABCD$  চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয় পরস্পর সম্পূরক।  $AC$  রেখা যদি  $\angle BAD$  এর সমদ্বিভক্ত হয়, তবে প্রমাণ কর যে,  $BC = CD$ .

**সমাধান:** সাধারণ নির্বচন :  $ABCD$  চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয় পরস্পর সম্পূরক।  $AC$  রেখা যদি  $\angle BAD$  এর সমদ্বিভক্ত হয়, তবে প্রমাণ কর যে,  $BC = CD$ .

বিশেষ নির্বচন : মনে করি,  $ABCD$  চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয় পূর্স্পর সম্পূরক।  $AC$  রেখা,  $\angle BAD$  এর সমদ্বিভক্ত।

প্রমাণ করতে হবে যে,  $BC = CD$ .

অঙ্কন :  $B, D$  যোগ করি।

প্রমাণ :  $ABCD$  চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয় পরস্পর সম্পূরক।

$\therefore A, B, C, D$  কিন্তু চারটি সমবৃত্ত। [  $\because$  চতুর্ভুজের দুই বিপরীত কোণ সম্পূরক হলে ইহার শীর্ষকিন্তু চারটি সমবৃত্ত ]

$AC, \angle BAD$  এর সমদ্বিভক্ত [ দেওয়া আছে ]

$\therefore \angle BAC = \angle DAC \dots \text{(i)}$

এখন, একই চাপ  $CD$  এর উপর বৃত্তস্থ  $\angle DAC$  এবং বৃত্তস্থ  $\angle DBC$ .

$\therefore \angle DAC = \angle DBC \dots \text{(ii)}$  [  $\because$  বৃত্তের একই চাপের উপর দড়ায়মান বৃত্তস্থ কোণগুলো সমান ]

আবার, একই চাপ  $BC$  এর উপর বৃত্তস্থ  $\angle BAC$  এবং  $\angle BDC$ .

$\therefore \angle BAC = \angle BDC$  [ এই একই কারণে ]

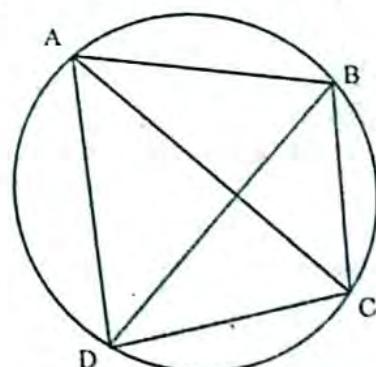
বা,  $\angle DAC = \angle BDC$  [ (i) নং থেকে ]

বা,  $\angle DBC = \angle BDC$  [ (ii) নং থেকে ].

অর্থাৎ  $ABCD$  এর

$$\angle BDC = \angle DBC$$

$\therefore BC = CD$  [ সমান সমান কোণের বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান ] ( প্রমাণিত )



## □ অনুশিলনী- ৮.৪

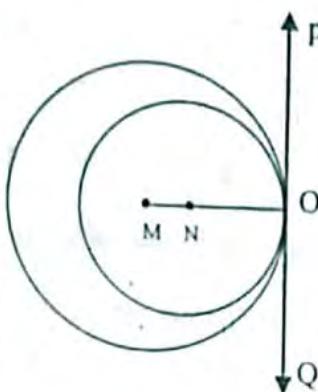
### পাঠ্যবইয়ের কাজসমূহের সমাধান

কাজ : প্রমাণ কর যে, দুটি বৃত্ত পরস্পর অন্তঃস্পর্শ করলে, তাদের কেন্দ্রদ্বয় ও স্পর্শবিন্দু সমরেখ হবে। [পৃষ্ঠা-১৪৫]

**সমাধান :** সাধারণ নির্বাচন : প্রমাণ করতে হবে যে, দুটি বৃত্ত পরস্পর অন্তঃস্পর্শ করলে, তাদের কেন্দ্রদ্বয় ও স্পর্শবিন্দু সমরেখ হবে।

বিশেষ নির্বাচন : মনে করি, M এবং N কেন্দ্রবিশিষ্ট দুটি বৃত্ত পরস্পর O কিন্দুতে অন্তঃস্পর্শ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, M, N এবং O কিন্দু তিনটি সমরেখ।

অঙ্কন : O কিন্দুতে বৃত্ত দুটির সাধারণ স্পর্শক POQ আৰু এবং O, M, N ও O, N যোগ করি।



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
১। M কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে POQ স্পর্শক এবং MO স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ। MO $\perp$ OP তবুপ ON $\perp$ OP	[অঙ্কনানুসারে] [বৃত্তের মৌলিক বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধের উপর লম্ব।] [১ নং ইতে]
২। OM এবং ON উভয়ই POQ রেখার O কিন্দুতে লম্ব। $\therefore$ OM এবং ON একই সরলরেখায় অবস্থিত। $\therefore$ M, N এবং O কিন্দু তিনটি সমরেখ। [প্রমাণিত]	

### পাঠ্যবইয়ের অনুশিলনীর সমাধান

৮.৪

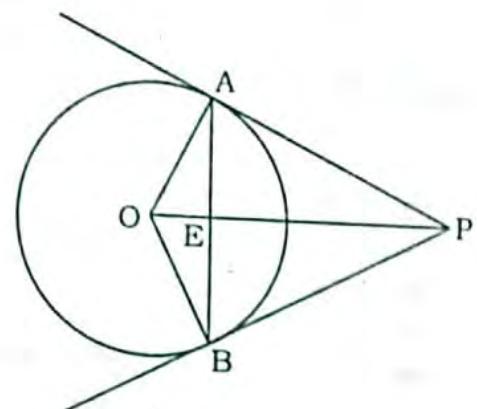
১। O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তের বিহিঁঘ কোনো কিন্দু P থেকে বৃত্তে দুইটি স্পর্শক টানা হল। প্রমাণ কর যে, OP সরলরেখা স্পর্শ-জ্যা এর লম্ব-দ্বিভাগক।

**সমাধান :** সাধারণ নির্বাচন ১। O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তের বিহিঁঘ কোনো কিন্দু P থেকে বৃত্তে দুইটি স্পর্শক টানা হল। প্রমাণ করতে হবে যে, OP সরলরেখা স্পর্শ-জ্যা এর লম্ব-দ্বিভাগক।

বিশেষ নির্বাচন ১। মনে করি, P, Q কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের বিহিঁঘ একটি কিন্দু। P থেকে বৃত্তটির উপর PA ও PB দুইটি স্পর্শক টানা হল। অতএব, AB তার স্পর্শ জ্যা।

মনে করি OP, AB কে E কিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, OP, AB কে E কিন্দুতে সমকোণে সমদিখণ্ডিত করে।

অঙ্কন ১। O, A এবং O, B যোগ করি।



প্রমাণ ১। (১)  $\triangle OAP$  এবং  $\triangle OBP$  দ্বয়ের মধ্যে,

$$OA = OB$$

$$PA = PB$$

এবং OP উভয় ত্রিভুজের সাধারণ বাহু।

$\therefore$  ত্রিভুজদ্বয় সর্বসম।

$$\therefore \angle AOP = \angle BOP$$

$$\text{অর্থাৎ, } \angle AOE = \angle BOE$$

(২)  $\triangle AOE$  এবং  $\triangle BOE$  দ্বয়ের মধ্যে,

$$OA = OB$$

$$\angle AOE = \angle BOE$$

এবং OE সাধারণ বাহু।

$\therefore$  ত্রিভুজদ্বয় সর্বসম।

$$\therefore AE = BE \text{ অর্থাৎ } E, AB \text{ এর মধ্যকিন্দু}$$

[ একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে ]

[ বিহিঁঘ কিন্দু থেকে বৃত্তে অঙ্কিত স্পর্শকদ্বয় সমান বলে ]

[ একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে ]

[ পূর্বে প্রমাণিত ]

এবং  $\angle AEO = \angle BEO$

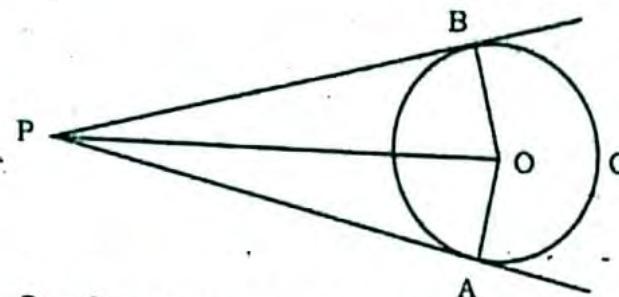
কিন্তু কোণ দুইটি সমিহিত কোণ এবং একই সরলরেখায় অবস্থিত বলে প্রত্যেকে এক সমকোণ।  
অর্থাৎ,  $\angle AEO = \angle BEO =$  এক সমকোণ

$\therefore OE$  বা  $OP, AB$  এর উপর লম্ব।

$\therefore OP, AB$  কে সমকোণে সমদিখিত করে। (প্রমাণিত)

দেখা আছে,  $O$  বৃত্তের কেন্দ্র এবং  $PA$  ও  $PB$  স্পর্শকয় বৃত্তকে যথাক্রমে  $A$  ও  $B$  বিন্দুতে স্পর্শ করেছে। প্রমাণ কর যে,  $PO, \angle APB$  কে সমদিখিত করে।

**সমাধান :** সাধারণ নির্বচন :  $O$  বৃত্তের কেন্দ্র এবং  $PA$  ও  $PB$  স্পর্শকয় বৃত্তকে যথাক্রমে  $A$  ও  $B$  বিন্দুতে স্পর্শ করলে, প্রমাণ করতে হবে যে,  $PO$ ,  $\angle APB$ -কে সমদিখিত করে।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি,  $ABC$  বৃত্তের কেন্দ্র  $O$  এবং এর বিপরীত বিন্দু  $P$  থেকে  $PA$  ও  $PB$  দুটি স্পর্শক আকা হয়েছে।  $OP$  প্রমাণ করতে হবে যে,  $PO$  রেখা,  $\angle APB$ -কে সমদিখিত করে।

অঙ্কন :  $O, A$  এবং  $O, B$  যোগ করি।

প্রমাণ :  $OA$  এবং  $OB$  স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধ।  
সূতরাং  $PA$  এবং  $PB$  যথাক্রমে  $OA$  এবং  $OB$ -এর উপর লম্ব

[ $\therefore$  বৃত্তের যেকোনো বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধের উপর লম্ব।]  
এবং  $\angle PAO =$  এক সমকোণ।

এবং  $\angle PBO =$  এক সমকোণ।

এখন,  $\Delta AOP$  এবং  $\Delta BOP$ -এ  $PA = PB$  [  $\because$  বৃত্তের বিপরীত কোনো বিন্দু থেকে বৃত্তে দুইটি স্পর্শক টানলে, ঐ বিন্দু থেকে স্পর্শ বিন্দুয়ের দূরত্ব সমান। ]

$\therefore OA = OB$  [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ।]

এবং অঙ্কৃত  $\angle PAO =$  অঙ্কৃত  $\angle PBO$  [  $\because$  প্রত্যেকে এক সমকোণ। ]

$\therefore \Delta AOP \cong \Delta BOP$

সূতরাং  $\angle PAO = \angle PBO$

অর্থাৎ  $PO$  রেখা,  $\angle APB$  কে সমদিখিত করে। (প্রমাণিত)

৩। প্রমাণ কর যে, দুইটি বৃত্ত এককেন্দ্রিক হলে এবং বৃহত্তর বৃত্তটির কোনো জ্যা ক্ষুদ্রতর বৃত্তটিকে স্পর্শ করলে উক্ত জ্যা স্পর্শবিন্দুতে সমদিখিত হয়।

**সমাধান :** সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করতে হবে যে, দুইটি বৃত্ত এককেন্দ্রিক হলে এবং বৃহত্তর বৃত্তটির কোনো জ্যা ক্ষুদ্রতর বৃত্তটিকে স্পর্শ করলে উক্ত জ্যা স্পর্শবিন্দুতে সমদিখিত হয়।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি,  $ABC$  এবং  $PQR$  দুইটি এককেন্দ্রিক বৃত্তের কেন্দ্র  $O$  এবং  $ABC$  বৃত্তটি বৃহত্তর। বৃহত্তর  $ABC$  বৃত্তের  $AB$  জ্যা-টি ক্ষুদ্রতর  $PQR$  বৃত্তকে  $P$  বিন্দুতে স্পর্শ করেছে।

প্রমাণ করতে হবে যে,  $AB$  জ্যা-টি স্পর্শ বিন্দু  $P$  তে সমদিখিত হয়েছে অর্থাৎ  $P, AB$  জ্যা-এর মধ্যবিন্দু বা  $PA = PB$ .

অঙ্কন :  $O, A; O, B$  এবং  $O, P$  যোগ করি।

প্রমাণ :  $PQR$  বৃত্তের  $P$  বিন্দুতে স্পর্শক  $AB$  এবং  $OP$  স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ।

$\therefore AB \perp OP$

অর্থাৎ  $\angle OPA = \angle OPB =$  এক সমকোণ।

[ $\because$  বৃত্তের কোনো বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধের সাথে লম্ব।]

এখন, সমকোণী  $\Delta OAP$  এবং সমকোণী  $\Delta OBP$  এ,

অতিভুজ  $OA =$  অতিভুজ  $OB$  [ $\because$  একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ।]

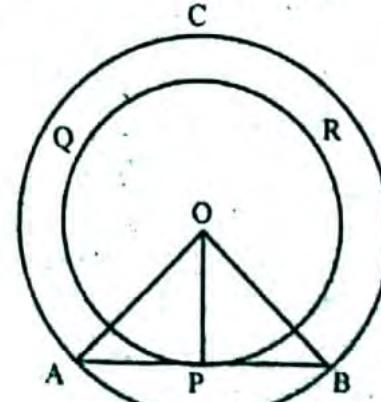
এবং  $OP$  উভয় ত্রিভুজের সাধারণ বাহু।

$\therefore \Delta OAP \cong \Delta OBP$

[ $\because$  সমকোণী ত্রিভুজয়ের অতিভুজ এবং অন্য একটি অনুবূপ বাহু পরস্পর সমান।]

সূতরাং,  $PA = PB$

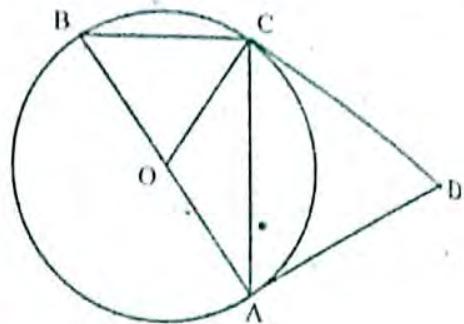
অর্থাৎ  $P, AB$  এর মধ্যবিন্দু। (প্রমাণিত)



- ৪।  $AB$  কোনো বৃত্তের বাস এবং  $BC$  ব্যাসার্ধের সমান একটি জ্যা। যদি  $A$  ও  $C$  বিন্দুতে অঞ্চিত স্পর্শকদ্য পরস্পর  $D$  বিন্দুতে মিলিত হয়, তবে প্রমাণ কর যে,  $ACD$  একটি সমবাহু ত্রিভুজ।

**সমাধান:** সাধারণ নির্বচন :  $AB$  কোনো বৃত্তের বাস এবং  $BC$  ব্যাসার্ধের সমান একটি জ্যা। যদি  $A$  ও  $C$  বিন্দুতে অঞ্চিত স্পর্শকদ্য পরস্পর  $D$  বিন্দুতে মিলিত হয়, তবে প্রমাণ করতে হবে যে,  $ACD$  একটি সমবাহু ত্রিভুজ।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি,  $O$  কেন্দ্র বিশিষ্ট  $ABC$  একটি বৃত্ত এবং  $AB$  তার বাস।  $OB$  ব্যাসার্ধের সমান  $BC$  একটি জ্যা।  $A$  ও  $C$  বিন্দুতে অঞ্চিত স্পর্শকদ্য  $AD$  ও  $CD$  পরস্পর  $D$  বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।  $A, C$  যোগ করায়  $ACD$  ত্রিভুজ উৎপন্ন হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে,  $ACD$  একটি সমবাহু ত্রিভুজ।



অঙ্কন :  $O, C$  যোগ করি।

$$\therefore \angle OBC = \angle OCB = 60^\circ$$

সূতরাং,  $\angle AOC = \angle OBC + \angle OCB$  [ত্রিভুজের বহিঃমুক্ত কোণ অন্তঃমুক্ত বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান বলে।  
বা,  $\angle AOC = 60^\circ + 60^\circ$

$$\therefore \angle AOC = 120^\circ$$

আবার,  $AO$  এবং  $OC$  স্পর্শকিদ্যুগামী ব্যাসার্ধ হওয়ায়;

$$\angle DAO = \text{এক সমকোণ} = \angle DCO$$

সূতরাং,  $ADCO$  চতুর্ভুজে  $\angle A + \angle C = \text{দুই সমকোণ}$

$$\therefore \angle ADC + \angle AOC = 180^\circ$$

বা,  $\angle ADC = 180^\circ - \angle AOC = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

আবার,  $AD = CD$

[ $\because$  বহিঃমুক্ত থেকে স্পর্শ বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব সমান]

$$\therefore \angle ACD = \angle CAD$$

এখন,  $\triangle ADC$ -এ,  $\angle ADC = 60^\circ$

অপর কোণ দ্বয়ের সমান হওয়ায় প্রত্যেকটি কোণ  $60^\circ$

অতএব,  $\triangle ACD$  সমবাহু। (প্রমাণিত)

- ৫। প্রমাণ কর যে, কোনো বৃত্তের পরিলিখিত চতুর্ভুজের যেকোনো দুইটি বিপরীত বাহু কেন্দ্রে যে দুইটি কোণ ধারণ করে তারা পরস্পর সম্পূরক।

**সমাধান:** সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করতে হবে যে, কোনো বৃত্তের পরিলিখিত চতুর্ভুজের যেকোনো দুইটি বিপরীত বাহু কেন্দ্রে যে দুইটি কোণ ধারণ করে তারা পরস্পর সম্পূরক।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি,  $O$  কেন্দ্র বিশিষ্ট  $PQRS$  বৃত্তের পরিলিখিত চতুর্ভুজ  $ABCD$ ।  $AB, BC, CD$  ও  $DA$ -বাহুগুলো

বৃত্তকে যথাক্রমে  $P, Q, R, S$  বিন্দুতে স্পর্শ করেছে।  $O, A; O, B; O, C$  এবং  $O, D$  যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে,  $\angle AOD + \angle BOC = \text{দুই সমকোণ}$  এবং  $\angle AOB + \angle COD = \text{দুই সমকোণ}$ ।

অঙ্কন :  $P, O; Q, O; R, O; S, O$  যোগ করি।

প্রমাণ : যেহেতু  $A$  বিন্দু থেকে  $AP$  ও  $AS$  বৃত্তের দুইটি স্পর্শক।

$$\therefore AP = AS$$

$$\therefore \angle AOS = \angle AOP \dots\dots (i)$$

[ $\because$  বহিঃমুক্ত কোনো বিন্দু থেকে কোনো বৃত্তে অঞ্চিত স্পর্শকদ্য পরস্পর সমান

এবং তারা কেন্দ্রে সমান সম্মুখ কোণ উৎপন্ন করে।]

অনুরূপভাবে,  $\angle DOS = \angle DOR \dots\dots (ii)$

$$\angle COQ = \angle COR \dots\dots (iii)$$

$$\text{এবং } \angle BOQ = \angle BOP \dots\dots (iv)$$

এখন, (i), (ii), (iii) ও (iv) নং যোগ করে পাই,

$$\angle AOS + \angle DOS + \angle COQ + \angle BOQ = \angle AOP + \angle DOR + \angle COR + \angle BOP$$

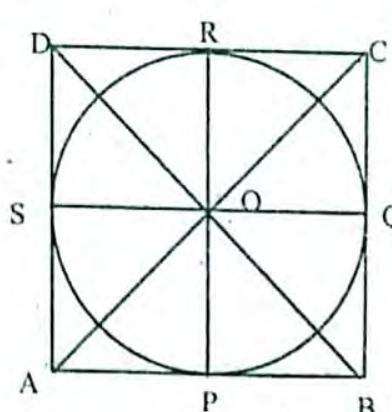
$$\text{বা, } \angle AOD + \angle BOC = \angle AOP + \angle BOP + \angle DOR + \angle COR$$

$$\text{বা, } \angle AOD + \angle BOC = \angle AOB + \angle COD$$

যেহেতু  $(\angle AOD + \angle BOC) + (\angle AOB + \angle COD) = \text{চার সমকোণ}$ ।

$$\text{সূতরাং, } \angle AOD + \angle BOC = \text{দুই সমকোণ}$$

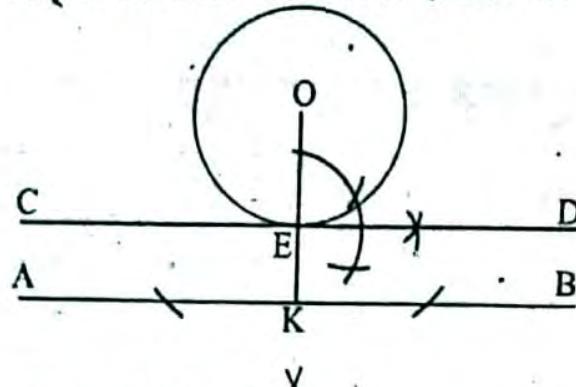
$$\text{এবং } \angle AOB + \angle COD = \text{দুই সমকোণ} \text{ (প্রমাণিত)}$$





৫। কোনো বৃত্তে এমন একটি স্পর্শক আঁক যেন তা নির্দিষ্ট সরলরেখার সমান্তরাল হয়।

**সমাধান :** সাধারণ নির্বচন : কোনো বৃত্তে এমন একটি স্পর্শক আঁকতে হবে যেন তা নির্দিষ্ট সরলরেখার সমান্তরাল হয়।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্র বিশিষ্ট একটি নির্দিষ্ট বৃত্ত এবং AB একটি নির্দিষ্ট সরলরেখা দেয়া আছে। বৃত্তটিতে এমন একটি স্পর্শক আঁকতে হবে যা AB সরলরেখার সমান্তরাল।

অঙ্কন : O কেন্দ্র থেকে AB এর উপর OK লম্ব আঁকি।

মনে করি, অঙ্কিত লম্ব বৃত্তটিকে E কেন্দ্রতে স্পর্শ করেছে। E কেন্দ্রতে CD লম্ব আঁকি। এখন  $CD \parallel AB$ ।  
সূতরাং CD-ই নির্ণেয় স্পর্শক।

৬। কোনো বৃত্তে এমন একটি স্পর্শক আঁক যেন তা নির্দিষ্ট সরলরেখার উপর লম্ব হয়।

**সমাধান :** সাধারণ নির্বচন : কোনো বৃত্তে এমন একটি স্পর্শক আঁকতে হবে যেন তা কোনো নির্দিষ্ট সরলরেখার উপর লম্ব হয়।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্ত এবং AB একটি নির্দিষ্ট সরলরেখা। এ বৃত্তে এমন একটি স্পর্শক আঁকতে হবে যেন তা AB এর উপর লম্ব হয়।

অঙ্কন : AB এর উপর E একটি কেন্দ্র নেই। O, E যোগ করি। O কেন্দ্র দিয়ে AB এর সমান্তরাল POR টানি। POR বৃত্তের পরিধিকে R কেন্দ্রতে ছেদ করে। এখন, R কেন্দ্রতে CD স্পর্শক আঁকি। তাহলে CD-ই উন্দিষ্ট স্পর্শক।

প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে  $PR \parallel AB$

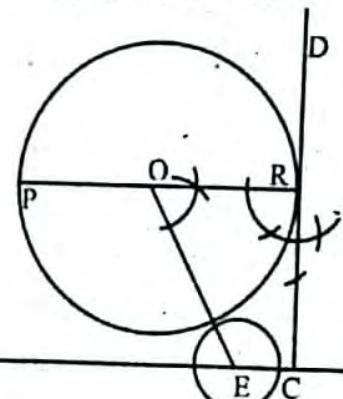
$\therefore \angle PRC = \angle RCB$  [একান্তর কোণ বলে]

কিন্তু, CR স্পর্শক হওয়ায়  $\angle PRC =$  এক সমকোণ

সূতরাং,  $\angle RCB =$  এক সমকোণ।

$\therefore RC, AB$  এর উপর লম্ব।

অতএব, RC বা CD উন্দিষ্ট স্পর্শক। (প্রমাণিত)



৭। কোনো বৃত্তে এমন দুইটি স্পর্শক আঁক যেন তাদের অভূত্ত কোণ  $60^\circ$  হয়।

**সমাধান :** সাধারণ নির্বচন : কোনো বৃত্তে এমন দুইটি স্পর্শক আঁকতে হবে যেন তাদের অভূত্ত কোণ  $60^\circ$  হয়।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্র বিশিষ্ট ABD একটি

বৃত্ত। ABD বৃত্তে এরূপ দুইটি স্পর্শক আঁকতে হবে যাদের অভূত্ত কোণ  $60^\circ$  হয়।

অঙ্কন : OA যেকোনো ব্যাসার্ধ নিই।  $\angle AOB = 120^\circ$  আঁকি। OB রশি বৃত্তটির সাথে B কেন্দ্রতে মিলিত হয়। OB রেখার উপর B কেন্দ্রতে এবং OA রেখার উপর A কেন্দ্রতে দুইটি লম্ব টানি। মনে করি, এই লম্ব রশিদ্বয় পরস্পর C কেন্দ্রতে মিলিত হয়।

তাহলে, AC ও BC-ই নির্ণেয় স্পর্শকসহ, যাদের অভূত্ত কোণ  $\angle ACB = 60^\circ$

প্রমাণ : চতুর্ভুজ OACB এর,  $\angle AOB = 120^\circ$

$\angle OBC = 90^\circ$

এবং  $\angle OAC = 90^\circ$

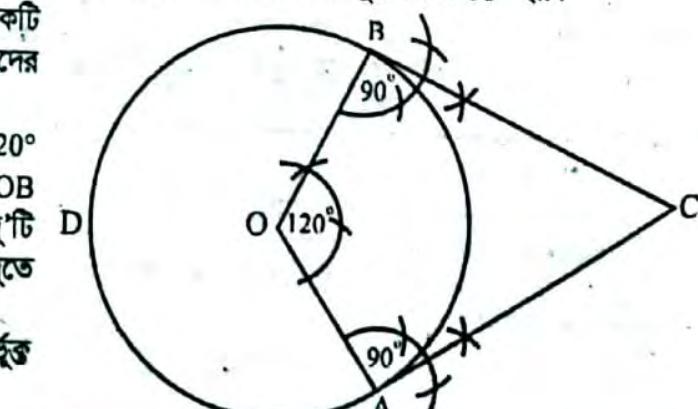
এখন, চতুর্ভুজ OACB এর,

$\angle ACB + \angle AOB + \angle OAC + \angle OBC = 360^\circ$

বা,  $\angle ACB + 120^\circ + 90^\circ + 90^\circ = 360^\circ$

বা,  $\angle ACB = 360^\circ - 300^\circ$

$\therefore \angle ACB = 60^\circ$



[অঙ্কন অনুসারে]

[ $\because OB \perp BC$ ]

[ $\because OA \perp AC$ ]

[ $\because$  চতুর্ভুজের চার কোণের সমষ্টি  $360^\circ$ ]

আবার, প্রদত্ত বৃত্তের OB ব্যাসার্ধ এবং পরিধিম্ব B কিন্তু BC  $\perp$  OB  
 $\therefore$  BC স্পর্শক।

তদুপ, প্রদত্ত বৃত্তের OA ব্যাসার্ধ এবং পরিধিম্ব A কিন্তু AC  $\perp$  OA.  
 $\therefore$  AC স্পর্শক।

অতএব, AC ও BC-ই নির্ণয় স্পর্শকদ্বয়, যাদের অঙ্গৃহীত  $\angle ACB = 60^\circ$ . (প্রমাণিত)

১। 3 সে.মি., 4 সে.মি. ও 4.5 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট একটি ত্রিভুজের পরিবৃত্ত আঁক এবং এই বৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

**সমাধান:** সাধারণ নির্বচন : 3 সে.মি., 4 সে.মি. ও 4.5 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট একটি ত্রিভুজের পরিবৃত্ত অঙ্কন করতে হবে এবং এই বৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় করতে হবে।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABC ত্রিভুজের BC = 4.5 সে.মি., AB = 4 সে.মি. এবং AC = 3 সে.মি.।

ABC ত্রিভুজের পরিবৃত্ত অঙ্কন করতে হবে এবং তিনটি ব্যাসার্ধ নির্ণয় করতে হবে।

অঙ্কন : AB ও AC বাহুর লম্বদিখণ্ডক যথাক্রমে EM ও FN রেখা আঁকি। তারা পরস্পরকে O কিন্তু ছেদ করে। পরিশেষে O কে কেন্দ্র করে OA ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্ত আঁকি। তাহলে, এই বৃত্তই নির্ণয় বৃত্ত।

প্রমাণ : A, O; B, O এবং C, O যোগ করি।

O কিন্তু AB এর লম্বদিখণ্ডকের উপর অবস্থিত।

$\therefore OA = OB$ , একইভাবে,  $OA = OC$

$\therefore OA = OB = OC$

সূতরাং, O কে কেন্দ্র করে OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত বৃত্তটি A, B ও C কিন্তু দিয়ে যাবে।

অতএব, এই বৃত্তটিই  $\triangle ABC$  এর পরিবৃত্ত। (প্রমাণিত)

ব্যাসার্ধ নির্ণয় : অঙ্কন শেষে ক্ষেত্র দিয়ে OA এর দৈর্ঘ্য মেপে নিনাম।  $OA = 2.75$  সে.মি. পাওয়া গেল।

$\therefore$  নির্ণয় ব্যাসার্ধ = 2.75 সে.মি।

১। 5 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট একটি সমবাহু ত্রিভুজ ABC এর AC বাহুকে স্পর্শ করিয়ে একটি বহির্বৃত্ত আঁক।

**সমাধান:** সাধারণ নির্বচন : 5 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট একটি সমবাহু ত্রিভুজ ABC এর CA বাহুকে স্পর্শ করিয়ে একটি বহির্বৃত্ত আঁকতে হবে এবং এই বৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় করতে হবে।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ যার  $a = \frac{4.5 \text{ সে.মি.}}{5 \text{ সে.মি.}}$

প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সে.মি। এই ত্রিভুজের CA বাহুকে স্পর্শ করে একটি বহির্বৃত্ত আঁকতে হবে।

অঙ্কন : BC ও BA বাহুকে যথাক্রমে D ও F পর্যন্ত বর্ধিত করি।

$\angle DCA$  এবং  $\angle FAC$  এর সমদিখণ্ডক যথাক্রমে CM ও AN রেখা

আঁকি এবং মনে করি, তারা E কিন্তু ছেদ করে। E থেকে AC এর

উপর EH লম্ব আঁকি। পরিশেষে E কে কেন্দ্র করে EH এর সমান

ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। তাহলে, এই বৃত্তই নির্ণয় বহির্বৃত্ত।

প্রমাণ : E হতে BD ও BF এর উপর যথাক্রমে EG ও EL লম্ব টানি।

E কিন্তু  $\angle DCA$  এর সমদিখণ্ডকের উপর অবস্থিত।

$\therefore EH = EG$ , একইভাবে,  $EH = EL$

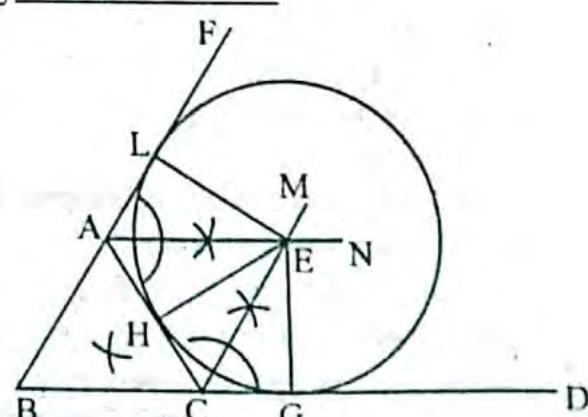
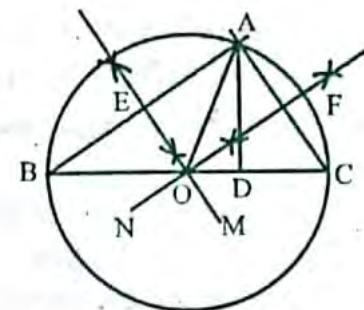
$\therefore EH = EG = EL$

সূতরাং, E কে কেন্দ্র করে EH এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত বৃত্ত H, G এবং L কিন্তু দিয়ে যাবে।

আবার, EH, EG ও EL এর একটি প্রান্তবিন্দুতে যথাক্রমে CA, CD এবং AF রেখাংশ তিনটি লম্ব।

সূতরাং, বৃত্তটি রেখাংশ তিনটিকে যথাক্রমে H, G ও L কিন্তু তিনটিতে স্পর্শ করে।

অতএব, HGL বৃত্তটিই নির্ণয় বহির্বৃত্ত হবে। (প্রমাণিত)



১০। একটি বর্গের অন্তর্ভুক্ত ও পরিবৃত্ত আঁক।

**সমাধান:** সাধারণ নির্ভচন ৩ একটি বর্গের অন্তর্ভুক্ত ও পরিবৃত্ত আঁকতে হবে।

বিশেষ নির্ভচন ৩ মনে করি, ABCD একটি বর্গ। এই বর্গের অন্তর্ভুক্ত ও পরিবৃত্ত আঁকতে হবে।

অঙ্কন ১: A, C এবং B, D যোগ করি। AC ও BD কর্ণয়া O কিন্তু ছেদ করে। O থেকে AB এর উপর OE লম্ব টানি। O কে কেন্দ্র করে OE এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। বৃত্তটি AB, BC, CD ও DA বাহুকে ঘন্টার মধ্যে E, F, G ও H কিন্তু স্পর্শ করে।

তাহলে, EFGH -ই নির্ণেয় অন্তর্ভুক্ত।

আবার, O কে কেন্দ্র করে OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। এই বৃত্ত ABCD বর্গের নির্ণেয় পরিবৃত্ত।

প্রমাণ ১: যেহেতু বর্গের কর্ণ ইহার কোণগুলিকে সমদিখভিত্তি করে এবং O কিন্তু হতে AB, BC, CD, DA বাহুর দূরত্ব (গুরুত্ব) সমান।

যেহেতু, O কে কেন্দ্র করে OE ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্ত আঁকলে বৃত্তটি AB, BC, CD, DA বাহুকে স্পর্শ করবে।

অতএব, EFGH-ই নির্ণেয় অন্তর্ভুক্ত।

আবার, বর্গের কর্ণয়ায় সমান এবং তারা পরস্পরকে সমদিখভিত্তি করে।

সূতরাং,  $OA = OB = OC = OD$

সূতরাং, O কে কেন্দ্র করে OA ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত বৃত্ত A, B, C, D কিন্তু দিয়ে যায়।

অতএব, ABCD-ই নির্ণেয় পরিবৃত্ত। (প্রমাণিত)

১১। প্রমাণ কর যে, সমবিবাহু ত্রিভুজের সমান বাহুয়ায়কে ব্যাস ধরে দুইটি বৃত্ত অঙ্কন করলে, তারা ভূমির মধ্যকিন্তু পরস্পরকে ছেদ করবে।

**সমাধান:** সাধারণ নির্ভচন ৪ প্রমাণ করতে হবে যে, সমবিবাহু ত্রিভুজের সমান বাহুয়ায়কে ব্যাস ধরে দুইটি বৃত্ত অঙ্কন করলে, তারা ভূমির মধ্যকিন্তু পরস্পরকে ছেদ করবে।

বিশেষ নির্ভচন ৪ মনে করি, সমবিবাহু  $\triangle ABC$  এর ভূমি BC এবং  $AB = AC$ . AB এবং AC কে ব্যাস ধরে দুইটি বৃত্ত আঁকা। বৃত্তব্য পরস্পরকে D কিন্তু ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, D, BC এর মধ্যকিন্তু।

অঙ্কন ১: A, D যোগ করি।

প্রমাণ ১: AB বৃত্তের ব্যাস এবং বৃত্তটি D কিন্তু দিয়ে যায়।

$\therefore \angle ADB$  অর্ধবৃত্ত কোণ

অর্থাৎ  $\angle ADB = 1$  সমকোণ

আবার, AC বৃত্তের ব্যাস এবং বৃত্তটি D কিন্তু দিয়ে যায়।

$\therefore \angle ADC =$  অর্ধবৃত্ত কোণ

অর্থাৎ  $\angle ADC = 1$  সমকোণ

$\therefore \angle ADB + \angle ADC$

$= 1$  সমকোণ + 1 সমকোণ

$= 2$  সমকোণ।

$\angle ADB$  এবং  $\angle ADC$  দুইটি সন্নিহিত কোণ এবং তাদের সমষ্টি দুই সমকোণ। সূতরাং কোণদ্বয়ের বিহিন্মুক্ত বাহু যথাক্রমে BD এবং CD একই সরলরেখায় অবস্থিত।

$\therefore B, D, C$  একই সরলরেখায় অবস্থিত।

এখন সমকোণী  $\triangle ABD$  এবং  $\triangle ACD$  এ

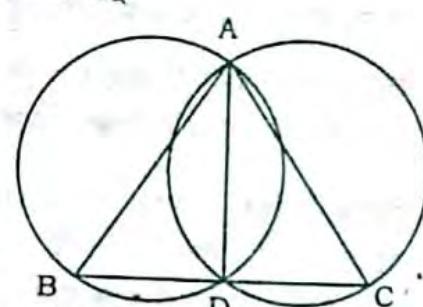
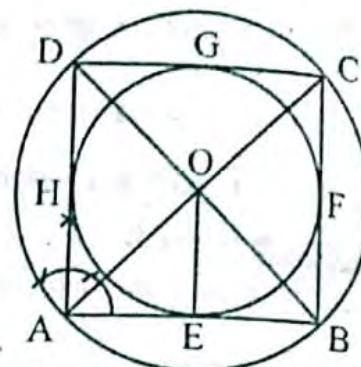
অতিভুজ  $AB =$  অতিভুজ  $AC$  [কর্মনানুসারে] এবং  $AD$  সাধারণ বাহু।

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD$  [সমকোণী ত্রিভুজব্যয়ের অতিভুজ এবং একটি বাহু সমান]

সূতরাং,  $BD = CD$

যেহেতু  $D, BC$  সরলরেখার উপর অবস্থিত একটি কিন্তু এবং  $BD = CD$

যেহেতু  $D, BC$  এর মধ্যকিন্তু। (প্রমাণিত)



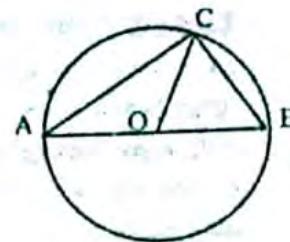
বৃত্ত

১২। প্রমাণ কর যে, সমকোণী ত্রিভুজের মধ্যবিন্দু ও বিপরীত শীর্ষের সংযোগক রেখাংশ অতিভুজের অর্ধেক।

**সমাধান :** সাধারণ নির্বচন ৩ প্রমাণ করতে হবে যে, সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের মধ্যবিন্দু ও বিপরীত শীর্ষের সংযোগক রেখাংশ অতিভুজের অর্ধেক।

বিশেষ নির্বচন ৩ মনে করি, সমকোণী  $\triangle ABC$  এর  $\angle ACB =$  এক সমকোণ এবং অতিভুজ =  $AB$  এবং  $O$  অতিভুজ  $AB$  এর মধ্যবিন্দু। অতিভুজের বিপরীত শীর্ষবিন্দু  $C$  এবং  $OC$  যোগ করা হল।

প্রমাণ করতে হবে যে,  $OC = \frac{1}{2} AB$ .



**অঙ্কন :**  $O$  কে কেন্দ্র করে  $OA$  বাসার্ধ তথা  $AB$  কে ব্যাস ধরে একটি বৃত্ত আকি।

প্রমাণ : বৃত্তের ব্যাস =  $AB$  [অঙ্কন অনুসারে]

এবং,  $\angle ACB =$  এক সমকোণ [কঙ্গনানুসারে]

$\therefore \angle ACB$  একটি অর্ধবৃত্তমুক্ত কোণ।

সূতরাং,  $C$  বিন্দুটি বৃত্তের উপর অবস্থিত বা বৃত্তমুক্ত বিন্দু।

এখন,  $O$  কেন্দ্র বিশিষ্ট  $\triangle ABC$  বৃত্তে,  $OA = OB = OC$  [ $\because$  একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

আবার,  $AB = OA + OB$

বা,  $AB = OC + OC$  বা,  $AB = 2OC$

$\therefore OC = \frac{1}{2} AB$ . (প্রমাণিত)

১৩।  $ABC$  একটি ত্রিভুজ।  $AB$  কে ব্যাস নিয়ে অঙ্কিত বৃত্ত যদি  $BC$  বাহুকে  $D$  বিন্দুতে ছেদ করে, তবে প্রমাণ কর যে,  $AC$  বাহুকে ব্যাস নিয়ে অঙ্কিত বৃত্তও  $D$  বিন্দু দিয়ে যাবে।

**সমাধান :** সাধারণ নির্বচন :  $ABC$  একটি ত্রিভুজ।  $AB$  কে ব্যাস নিয়ে অঙ্কিত বৃত্ত যদি  $BC$  বাহুকে  $D$  বিন্দুতে ছেদ করে, তবে প্রমাণ করতে হবে যে,  $AC$  বাহুকে ব্যাস নিয়ে অঙ্কিত বৃত্তও  $D$  বিন্দু দিয়ে যাবে।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি,  $\triangle ABC$  এর  $AB$  কে ব্যাস নিয়ে অঙ্কিত

বৃত্ত  $BC$  বাহুকে  $D$  বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ করতে হবে যে,  $AC$  বাহুকে ব্যাস নিয়ে অঙ্কিত বৃত্তও  $D$  বিন্দু দিয়ে যাবে।

**অঙ্কন :**  $A, D$  যোগ করি।

প্রমাণ :  $ABD$ -বৃত্তে,  $AB$  ব্যাস এবং  $\angle ADB$  অর্ধবৃত্তমুক্ত কোণ।

$\therefore \angle ADB = 1$  সমকোণ

আবার,  $AD$  রশ্মির প্রান্তবিন্দু  $D$ -তে  $BC$  সরলরেখা মিলিত হয়েছে। ফলে  $\angle ADB$  এবং  $\angle ADC$  সন্নিহিত কোণদুয় উৎপন্ন হয়েছে।

$\therefore \angle ADB + \angle ADC = 2$  সমকোণ।

বা,  $\angle ADC = 2$  সমকোণ -  $\angle ADB$

বা,  $\angle ADC = 2$  সমকোণ - 1 সমকোণ।

$\therefore \angle ADC = 1$  সমকোণ

আমরা জানি, অর্ধবৃত্তমুক্ত কোণ এক সমকোণ

সূতরাং,  $\angle ADC$  এমন একটি বৃত্তের অর্ধবৃত্তমুক্ত কোণ যার ব্যাস  $AC$ ।

সূতরাং,  $AC$  ব্যাস দিয়ে অঙ্কিত বৃত্তও  $D$  বিন্দু দিয়ে যাবে। (প্রমাণিত)

১৪।  $AB$  ও  $CD$  একই বৃত্তে দুইটি সমান্তরাল জ্যা। প্রমাণ কর যে, চাপ  $AC =$  চাপ  $BD$ .

**সমাধান :** সাধারণ নির্বচন :  $AB$  ও  $CD$  একই বৃত্তের দুটি সমান্তরাল জ্যা। প্রমাণ করতে হবে যে, চাপ  $AC =$  চাপ  $BD$ .

বিশেষ নির্বচন : মনে করি,  $ABDC$  বৃত্তে দুইটি সমান্তরাল জ্যা  $AB$  ও  $CD$ . প্রমাণ

করতে হবে যে, চাপ  $AC =$  চাপ  $BD$ .

**অঙ্কন :**  $A, D$  যোগ করি।

প্রমাণ :  $AB \parallel CD$ ,  $AD$  উহাদের ছেদক।

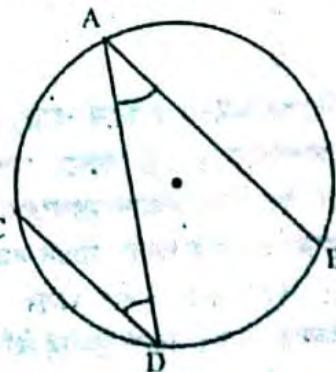
$\therefore \angle BAD =$  একান্তর  $\angle ADC$ .

বিন্দু এয়া  $ABDC$  বৃত্তে যথাক্রমে  $BD$  ও  $AC$  চাপের উপর দড়ায়মান বৃত্তমুক্ত কোণ।

আমরা জানি, যেসব চাপ বৃত্তে সমান সমান কোণ উৎপন্ন করে তারা পরস্পর সমান।

$\therefore$  চাপ  $BD =$  চাপ  $AC$ .

সূতরাং, চাপ  $AC =$  চাপ  $BD$ . (প্রমাণিত)



১৫। O কেন্দ্রবিশিষ্ট কোনো বৃত্তের AB ও CD জ্যা দুইটি বৃত্তের অভ্যন্তরয়ে E বিন্দুতে হেদ করলে প্রমাণ কর যে,  $\angle AEC = \frac{1}{2}(\angle BOD + \angle AOC)$ .

**সমাধান** : সাধারণ নির্বচন ১। O কেন্দ্রবিশিষ্ট কোনো বৃত্তের AB ও CD জ্যা দুইটি বৃত্তের অভ্যন্তরয়ে E বিন্দুতে হেদ করলে, প্রমাণ করতে হবে যে,  $\angle AEC = \frac{1}{2}(\angle BOD + \angle AOC)$ .

বিশেষ নির্বচন ১। দেয়া আছে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ACBD একটি বৃত্ত। AB ও CD জ্যা দুইটি বৃত্তের অভ্যন্তরে পরস্পর E বিন্দুতে হেদ করেছে। O, A; O, D; O, B ও O, C যোগ করা হল। AC ও BD চাপব্যবহার করে  $\angle AOC$  এবং  $\angle BOD$  উৎপন্ন করে। প্রমাণ করতে হবে যে,  $\angle AEC = \frac{1}{2}(\angle BOD + \angle AOC)$ .

অঙ্কন ১। A, D এবং C, D যোগ করি।

প্রমাণ ১। বৃত্তের AC চাপের উপর দড়ায়মান কেন্দ্র কোণ  $\angle AOC$  এবং বৃত্ত কোণ  $\angle ADC$ .

$$\therefore \angle AOC = 2\angle ADC$$

$$\text{বা, } \angle ADC = \frac{1}{2} \angle AOC \quad \dots \dots \dots \text{(i)}$$

আবার, বৃত্তের BD চাপের উপর দড়ায়মান কেন্দ্র কোণ  $\angle BOD$  এবং বৃত্ত কোণ  $\angle BAD$ .

$$\therefore \angle BOD = 2\angle DAB$$

$$\text{বা, } \angle DAB = \frac{1}{2} \angle BOD \quad \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

এখন,  $\triangle ADE$ -এ,

$$\angle ADE + \angle DAE + \angle AED = 2 \text{ সমকোণ} \quad \dots \dots \dots \text{(iii)}$$

AE রশির প্রান্ত বিন্দু E, CD সরলরেখায় মিলিত হয়েছে।

ফলে  $\angle AED$  এবং  $\angle AEC$  সন্তুষ্টিহীন কোণব্যবহার উৎপন্ন হয়েছে।

$$\therefore \angle AED + \angle AEC = 2 \text{ সমকোণ} \quad \dots \dots \dots \text{(iv)}$$

এখন, (iii) এবং (iv) থেকে পাই,

$$\angle ADE + \angle DAE + \angle AED = \angle AED + \angle AEC$$

$$\text{বা, } \angle ADE + \angle DAE = \angle AEC$$

$$\text{বা, } \angle ADC + \angle DAB = \angle AEC \quad [ \text{উভয়পক্ষ থেকে } \angle AED \text{ বাদ দিয়ে ]$$

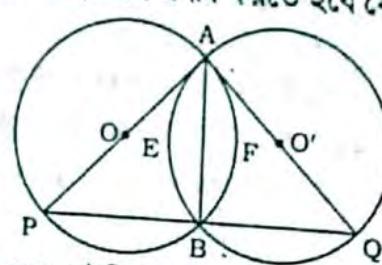
$$\text{বা, } \angle AEC = \angle ADC + \angle DAB$$

$$\text{বা, } \angle AEC = \frac{1}{2} \angle AOC + \frac{1}{2} \angle BOD \quad [ \text{(i) এবং (ii) নং এর সাহায্যে } ]$$

$$\therefore \angle AEC = \frac{1}{2}(\angle BOD + \angle AOC). \quad (\text{প্রমাণিত})$$

১৬। দুইটি সমান ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের সাধারণ জ্যা AB। B বিন্দু দিয়ে অঙ্কিত কোনো সরলরেখা যদি বৃত্ত দুইটির সাথে P ও Q বিন্দুতে মিলিত হয়, তবে প্রমাণ কর যে,  $\triangle PAQ$  সমষ্টিবাহু।

**সমাধান** : সাধারণ নির্বচন ১। দুইটি সমান ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের সাধারণ জ্যা AB। B বিন্দু দিয়ে অঙ্কিত কোনো সরলরেখা যদি বৃত্ত দুইটির সাথে P ও Q বিন্দুতে মিলিত হয়, তবে প্রমাণ করতে হবে যে,  $\triangle PAQ$  সমষ্টিবাহু।



বিশেষ নির্বচন ১। মনে করি, APB ও AQB দুইটি সমান ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্ত। বৃত্ত দুইটির কেন্দ্র O ও O'। বৃত্ত দুইটি পরস্পরকে A ও B বিন্দুতে হেদ করেছে। সূতরাং AB বৃত্ত দুইটির সাধারণ জ্যা।

B বিন্দু দিয়ে অঙ্কিত সরলরেখা বৃত্ত দুইটিকে P ও Q বিন্দুতে হেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে,  $\triangle PAQ$  সমষ্টিবাহু।

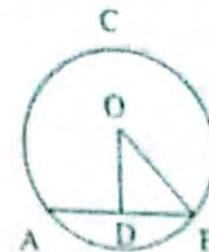
প্রমাণ ১। আমরা জানি, সমান সমান ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তে সমান জ্যা সমান সমান চাপ ছিল করে।

$$\therefore \text{চাপ } AEB = \text{চাপ } AFB$$

আবার, সমান সমান ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তে সমান সমান চাপের উপর দড়ায়মান বৃত্ত কোণগুলো পরস্পর সমান।

সমান সমান চাপ AFB এবং AEB এর উপর সমানভাবে কোণ হয়ে থাকবে,  
 $\angle APB \cong \angle AQB$   
 যা,  $\angle APQ = \angle AQP$   
 এবন,  $\Delta PAQ \cong \Delta QAP$   
 $\angle APQ = \angle AQP$   
 $\therefore AP = AQ$  [ ∵ সমান সমান কোণের বিপরীত বাহুয় সমান ]  
 $\therefore \Delta PAQ$  সমবিবাহ। (প্রমাণিত)

- ১১) O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তে ক্ষা AB = x সে.মি. OD  $\perp$  AB পাশের তিনি অন্যান্য নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :
- বৃত্তটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
  - দেখাও O, D, AB এর মধ্যবিন্দু।
  - $OD = \left(\frac{x}{2} - 2\right)$  সে.মি. হলে x মান নির্ণয় কর।



**সমাধান :**

a) দেওয়া আছে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ  $OB = r = 10$  cm

আমরা জানি, বৃত্তের ক্ষেত্রফল  $= \pi r^2$

$$\begin{aligned} &= 3.1416 \times (10)^2 \\ &= 3.1416 \times 100 \\ &= 314.16 \text{ বর্গ সে.মি.} \end{aligned}$$

অতএব, বৃত্তটির ক্ষেত্রফল 314.16 বর্গ সে.মি।

b) O, A যোগ করি, যেহেতু OD, AB এর উপর সমৰ্থ।

$$\therefore \angle CODA = \angle ODB = \text{এক সমকোণ।}$$

অতএব  $\triangle CODA$  ও  $\triangle ODB$  উভয়ই সমকোণী ত্রিভুজ।

এখন,  $\triangle CODA$  এবং  $\triangle ODB$  সমকোণী ত্রিভুজের মধ্যে অতিভুজ  $OA =$  অতিভুজ  $OB$  [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বাস।]

এবং  $OD$  বাতু সাধারণ।

$$\therefore \triangle CODA \cong \triangle ODB$$

অতএব  $AD = BD$

যেহেতু  $AD = BD$

$\therefore D, AB$  এর মধ্যবিন্দু (দেখানো হলো)।

c) ABC বৃত্তে ব্যাসার্ধ  $OB = r = 10$  cm এবং  $AB = x$  দেওয়া আছে। AB এর উপর OD সমৰ্থ ফলে, OBD একটি সমকোণী ত্রিভুজ হলো।  $AB = x$  তাহলে,  $BD = \frac{x}{2}$  [যেহেতু  $OD = \frac{x}{2}$ ]

এখন, OBD সমকোণী ত্রিভুজের থেকে পীথাগোরাগের সূত্র হতে পাই,

$$OB^2 = OD^2 + BD^2$$

$$\text{বা, } (10)^2 = \left(\frac{x}{2} - 2\right)^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 \quad [\text{যেহেতু } OD = \left(\frac{x}{2} - 2\right)]$$

$$\text{বা, } 100 = \frac{x^2}{4} - 2 \cdot \frac{x}{2} \cdot 2 + 2^2 + \frac{x^2}{4}$$

$$\text{বা, } 100 = \frac{x^2}{4} + \frac{x^2}{4} - 2x + 4$$

$$\text{বা, } 100 = \frac{2x^2}{4} - 2x + 4$$

$$\text{বা, } \frac{2x^2}{4} - 2x + 4 = 100$$

$$\text{বা, } \frac{2x^2}{4} - 2x + 4 - 100 = 0$$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{2} - 2x - 96 = 0$$

$$\begin{aligned}
 \text{বা, } x^2 - 4x - 192 &= 0 \\
 \text{বা, } x^2 - 16x + 12x - 192 &= 0 \\
 \text{বা, } x(x-16) + 12(x-16) &= 0 \\
 \text{বা, } (x-16)(x+12) &= 0 \\
 x-16 &= 0 \quad \text{অথবা, } x+12 = 0 \\
 \therefore x = 16 & \quad \therefore x = -12, \text{ যা গ্রহণযোগ্য নয়।} \\
 \text{সুতরাং } x \text{ এর নির্ণয় মান } 16 \text{ সে.মি.}
 \end{aligned}$$

১৮। একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 4 সে.মি., 5 সে.মি. ও 6 সে.মি।

ওপরের তথ্য অনুযায়ী নিম্নের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক) ত্রিভুজটি অঙ্কন কর।

খ) ত্রিভুজটির পরিবৃত্ত অঙ্কন কর।

গ) ত্রিভুজের পরিবৃত্তের বাহিতে যেকোনো একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে বৃত্তের দুইটি স্পর্শক অঙ্কন করে দেখাও যে স্পর্শকগুলি

#### অ্যান্ডার:

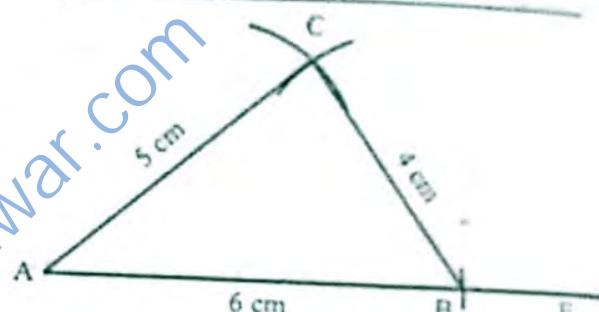
ক) মনেকরি, একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য  $a = 4\text{cm}$ ,  $b = 5\text{cm}$  এবং  $c = 6\text{cm}$  দেওয়া আছে।

ত্রিভুজটি আকতে হবে।

অঙ্কন :

যেকোনো রেশ আবেদন করে AB অংশ কাটি। এখন AB এর A ও B কে কেন্দ্র করে AB এর একই পাশে b ও c এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে দুটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপ দুইটি C বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে ABC ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

$$\begin{aligned}
 a &= 4 \text{ সে.মি.} \\
 b &= 5 \text{ সে.মি.} \\
 c &= 6 \text{ সে.মি.}
 \end{aligned}$$



খ) ABC একটি ত্রিভুজ যার পরিবৃত্ত আকতে হবে।

অঙ্কন :



ABC ত্রিভুজের AB ও BC বাহুর মধ্যবিন্দু নির্ণয় করে বর্ধিত করলে তারা পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে। O, B যোগ করি। যা নির্ণয় ABC ত্রিভুজের পরিবৃত্ত অঞ্জিত হলো।

গ) ABC বৃত্তের একটি বহিত্থ বিন্দু P এবং PM ও PN রেখায় বৃত্তটির দুইটি স্পর্শক। দেখাতে হবে স্পর্শক দ্বারা দূরত্ব অর্থাৎ  $PM = PN$

অঙ্কন : OM ও ON যোগকরি এবং O, P যোগ করি।

প্রমাণ : PM ও PN স্পর্শক এবং OM ও ON যথাক্রমে M ও N বিন্দুতে স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধ

$\therefore \angle PMO = \angle PNO =$  একসমকোণ।

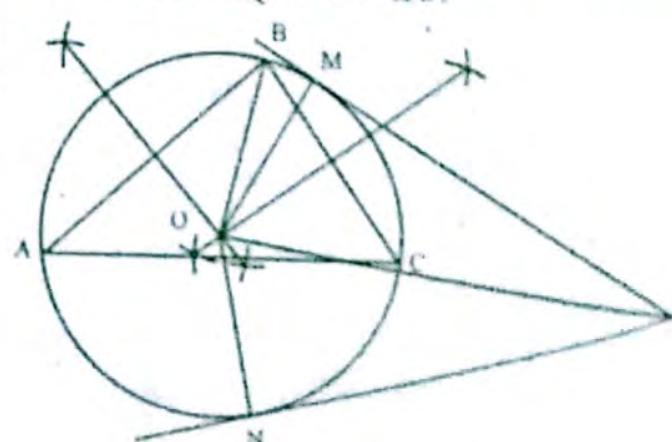
এখন  $\triangle APOM$  ও  $\triangle PON$  সমকোণী ত্রিভুজে

অতিকূজ PO সাধারণ বাহু।

এবং  $OM = ON$

$\therefore \triangle APOM \cong \triangle PON$

$\Rightarrow$  (দেখানো হলো)





## গ্রিকোগমিতিক অনুপাত

### অধ্যায় শেষে প্রিক্ষার্থীর জন্য

- > সূজকোণে গ্রিকোগমিতিক অনুপাতগুলোর বর্ণ। ক। ৮ পা।
- > সূজকোণে গ্রিকোগমিতিক অনুপাতগুলোর প্রয়োগ করে প্রমাণ ও গাণিতিক সমস্যা সমাধান করতে পারবে।
- > জ্যামিতিক পন্থতিতে  $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$  কোণের গ্রিকোগমিতিক অনুপাতের মান নির্ণয় ও প্রয়োগ করতে পারবে।
- >  $0^\circ$  ও  $90^\circ$  কোণের অর্থপূর্ণ গ্রিকোগমিতিক অনুপাতগুলোর মান নির্ণয় করে প্রয়োগ করতে পারবে।
- > গ্রিকোগমিতিক অভেদাবলি প্রমাণ করতে পারবে।
- > গ্রিকোগমিতিক অভেদাবলির প্রয়োগ করতে পারবে।

**Mahbub**

## যা মনে রাখতে হবে...



### গ্রিকোগমিতিক অভেদাবলি

$$\text{i. } \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \quad \text{ii. } \sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$$

মন্তব্য : পূর্ণসংখ্যা সূচক  $n$  এর জন্য  $(\sin\theta)^n$  কে  $(\sin^2\theta)$ ,  $(\cos\theta)^n$  কে  $\cos^2\theta$  ইত্যাদি লেখা হয়।

$$\text{iii. } \sec^2\theta + \tan^2\theta = 1 \quad \text{iv. } \tan^2\theta = \sec^2\theta - 1$$

$$\text{v. } \cosec^2\theta + \cot^2\theta = 1 \quad \text{vi. } \cot^2\theta = \cosec^2\theta - 1$$

### গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলির প্রমাণ

$$\text{(i) প্রমাণ কর যে, } \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

$$\begin{aligned} \text{প্রমাণ : বামপক্ষ} &= \sin^2\theta + \cos^2\theta \\ &= (\sin\theta)^2 + (\cos\theta)^2 \\ &= \left(\frac{PM}{OP}\right)^2 + \left(\frac{OM}{OP}\right)^2 \\ &= \frac{PM^2}{OP^2} + \frac{OM^2}{OP^2} \\ &= \frac{PM^2 + OM^2}{OP^2} \end{aligned}$$

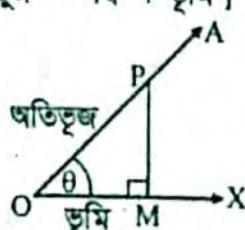
কিন্তু  $POM$  সমকোণী ত্রিভুজে  $OP$  অতিভুজ।

$$\text{সূতরাং } OP^2 = PM^2 + OM^2$$

$$[\because OPM \text{ সমকোণী ত্রিভুজে, } \text{অতিভুজ}^2 = \text{লম্ব}^2 + \text{ভূমি}^2]$$

$$\therefore (\sin\theta)^2 + (\cos\theta)^2 = \frac{OP^2}{OP^2}$$

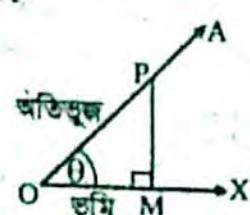
$$\therefore \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \text{ (প্রমাণিত)}$$



$$\text{(ii) প্রমাণ কর যে, } \sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$$

$$\text{বা, } \sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$$

$$\begin{aligned} \text{প্রমাণ : বামপক্ষ} &= (\sec\theta)^2 \\ &= \left(\frac{OP}{OM}\right)^2 \\ &= \frac{OP^2}{OM^2} \end{aligned}$$



$$= \frac{PM^2 + OM^2}{OM^2}$$

$$[\because \text{অতিভুজ}^2 = \text{লম্ব}^2 + \text{ভূমি}^2]$$

$$= \frac{PM^2}{OM^2} + \frac{OM^2}{OM^2}$$

$$= (\tan\theta)^2 + 1 \quad [\because \frac{\text{ভূমি}}{\text{লম্ব}} = \tan\theta]$$

$$= 1 + \tan^2\theta$$

$$\therefore \sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$$

বা,  $\sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$  (প্রমাণিত)

$$\text{(iii) প্রমাণ কর যে, } \cosec^2\theta - \cot^2\theta = 1$$

$$\text{বা, } \cosec^2\theta = 1 + \cot^2\theta$$

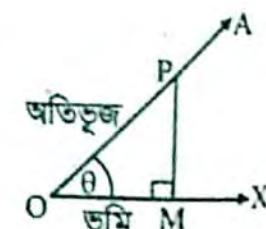
$$\text{প্রমাণ : বামপক্ষ} = \cosec^2\theta$$

$$= (\cosec\theta)^2$$

$$= \left(\frac{OP}{PM}\right)^2$$

$$= \frac{OP^2}{PM^2}$$

$$= \frac{PM^2 + OM^2}{PM^2}$$



$$[\because \text{অতিভুজ}^2 = \text{লম্ব}^2 + \text{ভূমি}^2]$$

$$= \frac{PM^2}{PM^2} + \frac{OM^2}{PM^2}$$

$$= 1 + \left(\frac{OM}{PM}\right)^2$$

$$= 1 + (\cot\theta)^2 \quad [\because \frac{\text{ভূমি}}{\text{লম্ব}} = \cot\theta]$$

$$\text{বা, } \cosec^2\theta = 1 + \cot^2\theta$$

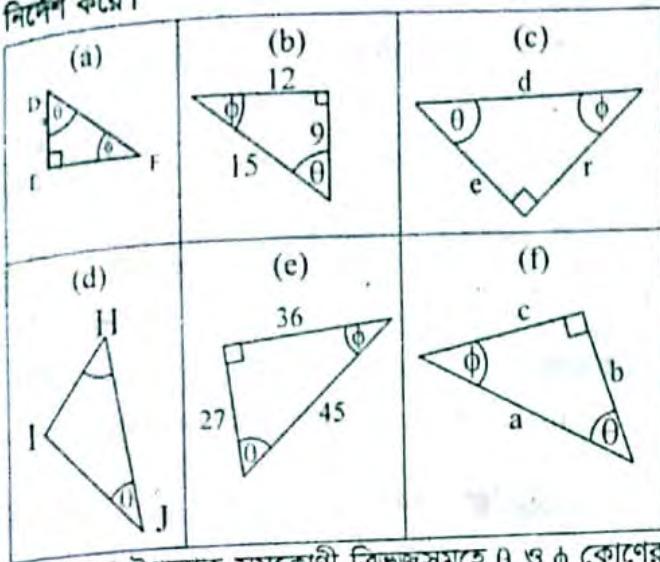
$$\text{বা, } \cosec^2\theta - \cot^2\theta = 1$$

$$\therefore \cosec^2\theta = 1 + \cot^2\theta \text{ (প্রমাণিত)}$$

## □ অনুশিলনী- ৯.১

### পাঠ্যবইয়ের কাজসমূহের সমাধান

□ কাজ  
১।  $\theta$  ও  $\phi$  কোণের জন্য অতিভুজ, সন্নিহিত বাহু ও বিপরীত বাহু নির্ণয় করে।



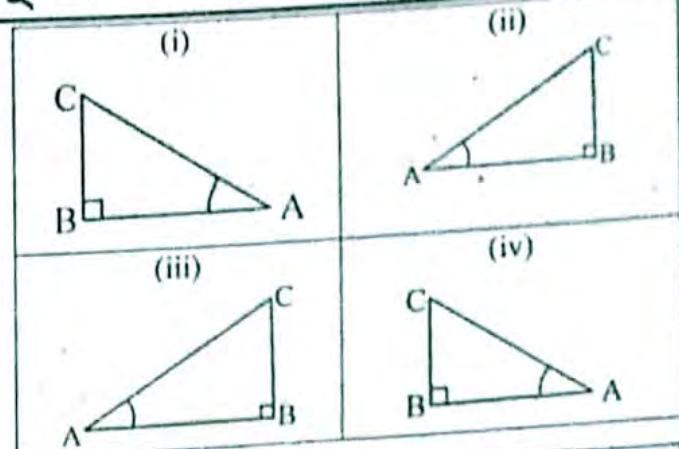
সমাধান : উপরোক্ত সমকোণী ত্রিভুজসমূহে  $\theta$  ও  $\phi$  কোণের জন্য অতিভুজ, সন্নিহিত বাহু ও বিপরীত বাহু দেখানো হলো-

$\theta$ কোণের জন্য	$\phi$ কোণের জন্য
(a) (ক) $\theta$ কোণের জন্য অতিভুজ $FD$ বিপরীত বাহু $EF$ সন্নিহিত বাহু $DE$ ।	(খ) $\phi$ কোণের জন্য অতিভুজ $DF$ বিপরীত বাহু $DE$ সন্নিহিত বাহু $EF$ ।
(b) (ক) $\theta$ কোণের জন্য অতিভুজ $15$ বিপরীত বাহু $12$ সন্নিহিত বাহু $9$ ।	(খ) $\phi$ কোণের জন্য অতিভুজ $15$ বিপরীত বাহু $9$ সন্নিহিত বাহু $12$ ।
(c) (ক) $\theta$ কোণের জন্য অতিভুজ $d$ বিপরীত বাহু $c$ সন্নিহিত বাহু $e$ ।	(খ) $\phi$ কোণের জন্য অতিভুজ $d$ বিপরীত বাহু $e$ সন্নিহিত বাহু $c$ ।
(d) (ক) $\theta$ কোণের জন্য অতিভুজ $HJ$ বিপরীত বাহু $HI$ সন্নিহিত বাহু $IJ$ ।	(খ) $\phi$ কোণের জন্য অতিভুজ $HJ$ বিপরীত বাহু $IJ$ সন্নিহিত বাহু $HI$ ।
(e) (ক) $\theta$ কোণের জন্য অতিভুজ $45$ সন্নিহিত বাহু $27$ বিপরীত বাহু $36$ ।	(খ) $\phi$ কোণের জন্য অতিভুজ $45$ সন্নিহিত বাহু $36$ বিপরীত বাহু $27$ ।
(f) (ক) $\theta$ কোণের জন্য অতিভুজ $a$ সন্নিহিত বাহু $b$ বিপরীত বাহু $c$ ।	(খ) $\phi$ কোণের জন্য অতিভুজ $a$ সন্নিহিত বাহু $c$ বিপরীত বাহু $b$ ।

□ কাজ :

২। নিচের চারটি সদৃশ সমকোণী ত্রিভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য মেপে সারণিটি পূরণ কর। ত্রিভুজের অনুপাতগুলো সম্পর্কে কী শক্ত কর?

[পৃষ্ঠা- ১৫৩]



বাহুর দৈর্ঘ্য			অনুপাত (কোণের সাপেক্ষে)		
BC	AB	AC	BC/ AC	AB/ AC	BC/ AB

সমাধান : প্রদত্ত চারটি সদৃশ সমকোণী ত্রিভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য সেন্টি. মিটারে মেপে সারণি পূরণ করা হলো এবং এদের অনুপাতগুলোর সম্পর্ক নির্ণয় করা হলো-

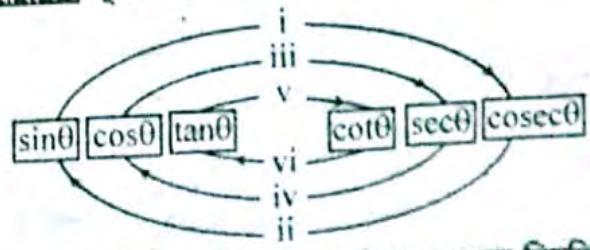
বাহুর দৈর্ঘ্য			অনুপাত (কোণের সাপেক্ষে)		
BC	AB	AC	BC/ AC	AB/ AC	BC/ AB
1.8 cm	3 cm	3.5 cm	18/35	6/17	3/5
0.8 cm	1.3 cm	1.5 cm	8/15	13/15	8/13
3.7 cm	6 cm	7 cm	37/70	6/7	37/60
1 cm	1.8 cm	2 cm	1/2	9/10	5/9

□ কাজ :

৩। নিচের ত্রিকোণমিতিক সূত্রগুলো সহজে মনে রাখার জন্য তালিকা তৈরি কর।

$\text{cosec} \theta = \frac{1}{\sin \theta}$	$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$	$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$
$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$	$\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$	$\sec^2 \theta = 1 + \tan^2 \theta$
$\tan \theta = \frac{1}{\cot \theta}$		$\text{cosec}^2 \theta = 1 + \sec^2 \theta$

সমাধান : সূত্র মনে রাখার উপায় :



উপরের চিত্রটির তীব্র ভালোভাবে ধর্ষ করে নিম্নগুলিতে সূত্রের তালিকা তৈরি করা হলো-

i) $\sin = \frac{\sin \theta}{\cosec \theta}$	vii) $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$
ii) $\cosec \theta = \frac{1}{\sin \theta}$	viii) $\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$
iii) $\cos \theta = \frac{1}{\sec \theta}$	ix) $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$
iv) $\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$	x) $\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$
v) $\tan \theta = \frac{1}{\cot \theta}$	xi) $\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$
vi) $\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$	xii) $\cosec^2 \theta - \cot^2 \theta = 1$
	xiii) $\cosec^2 \theta = 1 + \cot^2 \theta$
	xiv) $\cot^2 \theta = \cosec^2 \theta - 1$
	xv) $\sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1$
	xvi) $\sec^2 \theta = 1 + \tan^2 \theta$
	xvii) $\tan^2 \theta = \sec^2 \theta - 1$

□ কাজ

[পৃষ্ঠা- ১৫৭]

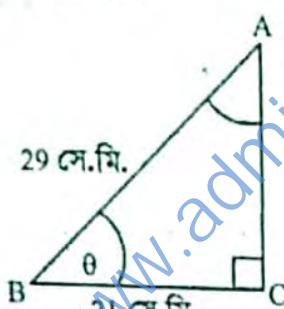
৮। ABC সমকোণী ত্রিভুজের  $\angle C$  সমকোণ, AB = 29 সে.মি. এবং BC = 21 সে.মি. এবং  $\angle ABC = \theta$  হলে,  $\cos^2 \theta - \sin^2 \theta$  এর মান বের কর।

**সমাধান:** দেওয়া আছে, ABC সমকোণী ত্রিভুজের  $\angle C$  সমকোণ, AB = 29 সে.মি., BC = 21 সে.মি. এবং  $\angle ABC = \theta$ ।

আমরা জানি,  $\cos \angle ABC = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভূজ}} = \frac{BC}{AB}$

$$\text{বা, } \cos \theta = \frac{21}{29}$$

$$\text{বা, } \cos^2 \theta = \frac{441}{841}$$



$$\text{আবার, } \sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta = 1 - \frac{441}{841} = \frac{400}{841}$$

$$\text{সরল রাশি: } \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = \frac{441}{841} - \frac{400}{841} = \frac{41}{841} \quad (\text{Ans.})$$

□ কাজ

[পৃষ্ঠা- ১৫৮]

৯।  $\cot^4 A - \cot^2 A = 1$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $\cos^4 A + \cos^2 A = 1$

**সমাধান:** দেওয়া আছে,  $\cot^4 A - \cot^2 A = 1$

প্রমাণ করতে হবে যে,  $\cos^4 A + \cos^2 A = 1$

এখন,  $\cot^4 A - \cot^2 A = 1$

বা,  $\cot^4 A = 1 + \cot^2 A$

বা,  $\cot^4 A = \cosec^2 A$

$$\text{বা, } \frac{\cos^4 A}{\sin^4 A} = \frac{1}{\sin^2 A}$$

$$\text{বা, } \frac{\cos^4 A}{\sin^2 A} = 1 \quad [\text{উভয়পক্ষকে } \sin^2 A \text{ দ্বারা গুণ করে।}]$$

বা,  $\cos^4 A = \sin^2 A$

বা,  $\cos^4 A = 1 - \cos^2 A$

$\therefore \cos^4 A + \cos^2 A = 1$  (প্রমাণিত)

□ কাজ

[পৃষ্ঠা- ১৫৮]

১০।  $\sin^2 A + \sin^4 A = 1$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $\tan^4 A - \tan^2 A = 1$

**সমাধান:** দেওয়া আছে,  $\sin^2 A + \sin^4 A = 1$

প্রমাণ করতে হবে যে,  $\tan^4 A - \tan^2 A = 1$

এখন,  $\sin^2 A + \sin^4 A = 1$

বা,  $\sin^4 A = 1 - \sin^2 A$

বা,  $\sin^4 A = \cos^2 A$

$$\text{বা, } \frac{\sin^4 A}{\cos^4 A} = \frac{\cos^2 A}{\cos^4 A} \quad [\text{উভয় } \cos^4 A \text{ পক্ষকে দ্বারা ভাগ করে।}]$$

$$\text{বা, } \tan^4 A = \frac{1}{\cos^2 A}$$

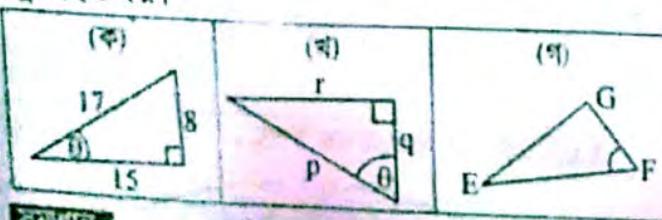
বা,  $\tan^4 A = \sec^2 A$

বা,  $\tan^4 A = 1 + \tan^2 A$

$\therefore \tan^4 A - \tan^2 A = 1$  (প্রমাণিত)

## পাঠ্যবইয়ের গুরুত্বপূর্ণ উদাহরণ

উদাহরণ- ১।  $\theta$  কোণের জন্য অতিভূজ, সন্নিহিত বাহু ও বিপরীত বাহু চিহ্নিত কর।

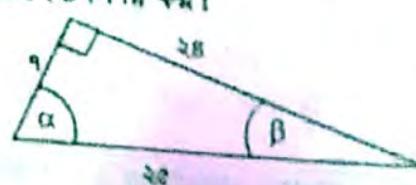


সমাধান :

(ক) অতিভূজ 17 একক  
বিপরীত বাহু 8 একক  
সন্নিহিত বাহু 15 একক

(খ) অতিভূজ p একক  
বিপরীত বাহু q একক  
সন্নিহিত বাহু r একক

উদাহরণ- ২।  $\alpha$  ও  $\beta$  কোণের জন্য অতিভূজ, সন্নিহিত বাহু ও বিপরীত বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।



সমাধান :

(ক) কোণের জন্য  
অতিভূজ 28 একক  
বিপরীত বাহু 24 একক  
সন্নিহিত বাহু 7 একক

(খ) কোণের জন্য  
অতিভূজ 25 একক  
বিপরীত বাহু 7 একক  
সন্নিহিত বাহু 24 একক

২৯৪

$$\begin{aligned}
 \text{বামপক্ষ} &= a^2 - b^2 \\
 &= (\tan A + \sin A)^2 - (\tan A - \sin A)^2 \\
 &= 4 \tan A \cdot \sin A (1 - \frac{b^2}{a^2}) \\
 &= 4 \sqrt{\tan^2 A - \sin^2 A} \\
 &= 4 \sqrt{\tan^2 A (1 - \cos^2 A)} \\
 &= 4 \sqrt{\tan^2 A - \tan^2 A \cdot \cos^2 A} \\
 &= 4 \sqrt{\tan^2 A - \frac{\sin^2 A}{\cos^2 A} \cdot \cos^2 A} \\
 &= 4 \sqrt{\tan^2 A - \sin^2 A} \\
 &= 4 \sqrt{(\tan A + \sin A)(\tan A - \sin A)} \\
 &= 4 \sqrt{ab} = \text{ডানপক্ষ} \text{ (গ্রহণিত)}
 \end{aligned}$$

মাধ্যাখণিক

উদাহরণ—১১।  $\sec A + \tan A = \frac{5}{2}$  হলে,  $\sec A - \tan A$  এর নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে,  $\sec A + \tan A = \frac{5}{2}$  হলে,  $\sec A - \tan A$  এর নির্ণয় কর।

দেওয়া আছে,  $\sec A + \tan A = \frac{5}{2}$

আমরা জানি,  $\sec^2 A = 1 + \tan^2 A$

বা,  $\sec^2 A - \tan^2 A = 1$

বা,  $(\sec A + \tan A)(\sec A - \tan A) = 1$

বা,  $\frac{5}{2}(\sec A - \tan A) = 1$  [(i) হতে]

$$\therefore \sec A - \tan A = \frac{2}{5}$$

## পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান

৯.১

- ১। নিচের গাণিতিক উক্তিগুলোর সত্য মিথ্যা যাচাই কর।  
তোমার উভয়ের পক্ষে যুক্তি দাও।  
ক)  $\tan A$  এর মান সর্বদা । এর চেয়ে কম।

**সমাধান :**  $\tan A$  এর মান সর্বদা । এর চেয়ে কম এটা সত্য নয়। কারণ আমরা জানি,  $\sec^2 A - \tan^2 A = 1$  যেহেতু, বাস্তব সংখ্যার বর্গ সর্বদা অস্বাক্ষর, সুতরাং  $\tan^2 A$  এর মান অস্বাক্ষর হবে। এদের বিয়োগ ফল = । অতএব  $\tan A$  এর মান । অপেক্ষা বৃহত্তর হতে পারে না।  $\tan A$  এর মান +। অপেক্ষা বৃহত্তর কিংবা -। অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর হতে পারে না। অর্থাৎ তার মান হবে  $(-1 \leq \tan A \leq 1)$ .

- খ)  $\cot A$  হলো  $\cot$  ও  $A$  এর গুণফল।

**সমাধান :** উক্তিটি সত্য নয়। কারণ  $\cot A$  প্রতীকটি  $\theta$  কোণের কোটানজেন্ট এর অনুপাতকে বৈধায়  $\cot$  ও  $A$  এর গুণফলকে নয়।  $A$  বাদে  $\cot$  অলাদা কোনো অর্থ বহন করে না। ত্রিকোণমিতিক অন্যান্য অনুপাতগুলোর ক্ষেত্রেও বিষয়টি প্রযোজ্য।

- গ)  $A$  এর কোন মানের জন্য  $\sec A = \frac{12}{5}$ ?

**সমাধান :**  $A$  এর যেকোনো মানের জন্য  $\sec A = \frac{12}{5}$ , উক্তিটি সত্য। কারণ : আমরা জানি,  $\sec A$  হলো  $\cos A$ -এর বিপরীত অনুপাত এবং  $\cos A$ -এর মান 0 থেকে । এর মধ্যে যেকোনো সংখ্যা হতে পারে। তাই  $\sec A$  এর মান । থেকে বড় যেকোনো সংখ্যা  $\frac{12}{5}$  হতে পারে।

- ঘ)  $\cos$  হলো  $\cot$  এর সংক্ষিপ্ত রূপ।

**সমাধান :** বাক্যটি মিথ্যা, কারণ  $\cos$  হলো সমকোণী ত্রিভুজের  $= \frac{\text{সন্নিহিত বাহু}}{\text{অতিভুজ}}$

$\therefore \cos$  হলো  $\cosine$  এর সংক্ষিপ্ত রূপ।

- ঙ।  $\sin A = \frac{3}{4}$  হলে,  $A$  কোণের অন্যান্য ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ নির্ণয় কর।

**সমাধান :** দেওয়া আছে,  $\sin A = \frac{3}{4}$

অতএব,  $A$  কোণের বিপরীত বাহু = 3

এবং অতিভুজ = 4

$$\therefore \text{সন্নিহিত বাহু} = \sqrt{4^2 - 3^2}$$

$$= \sqrt{16 - 9}$$

$$= \sqrt{7}$$

$$2 + \sqrt{3}$$

$$\text{সূতরাং } \cos A = \frac{2 + \sqrt{3}}{4} \cot A = \frac{2 + \sqrt{3}}{3}$$

$$\tan A = \frac{3}{2 + \sqrt{3}} \cosec A = \frac{4}{3}, \sec A = \frac{4}{2 + \sqrt{3}}$$

- ৩। দেওয়া আছে,  $15 \cot A = 8$ ,  $\sin A$  ও  $\sec A$  এর মান বের কর।

**সমাধান :** দেওয়া আছে,  $15 \cot A = 8$

$$\text{বা } \cot A = \frac{8}{15}$$

অতএব  $A$  কোণের বিপরীত বাহু = 15

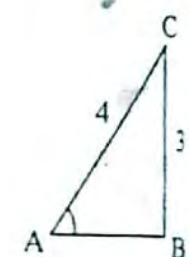
সন্নিহিত বাহু = 8

$$\therefore \text{অতিভুজ} = \sqrt{15^2 + 8^2}$$

$$= \sqrt{225 + 64}$$

$$= \sqrt{289}$$

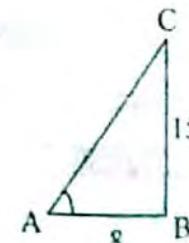
$$= 17$$



$$\text{এখন, } \sin A = \frac{15}{17} \text{ এবং } \sec A = \frac{17}{8} \text{ (Ans.)}$$

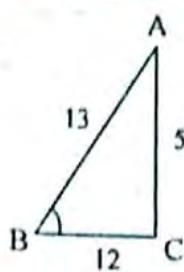
- ৪। ABC সমকোণী ত্রিভুজের  $\angle C$  সমকোণ,  $AB = 13$  সে.মি.  $BC = 12$  সে.মি. এবং  $\angle ABC = 0$  হলে,  $\sin \theta$ ,  $\cos \theta$  ও  $\tan \theta$  এর মান বের কর।

**সমাধান :** দেওয়া আছে, ABC সমকোণী ত্রিভুজের  $\angle C = 90^\circ$ .  
সমকোণ AB = 13 সে.মি.



$$\begin{aligned} BC &= 12 \text{ ସେ.ମୀ. } \angle ABC = \theta \\ \Delta ABC - \text{ଏ } AB^2 &= AC^2 + BC^2 \\ \text{ଏ, } AC^2 &= AB^2 - BC^2 \\ \text{ଏ, } AC &= \sqrt{AB^2 - BC^2} \\ \text{ଏ, } AC &= \sqrt{13^2 - 12^2} \\ \text{ଏ, } AC &= \sqrt{169 - 144} \\ \text{ଏ, } AC &= \sqrt{25} \\ \therefore AC &= 5 \text{ ସେ.ମୀ.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{এখন, } \sin \theta &= \frac{AC}{AB} = \frac{5}{13} \\ \cos \theta &= \frac{BC}{AB} = \frac{12}{13} \\ \tan \theta &= \frac{AC}{BC} = \frac{5}{12} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$



୧। ABC ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜେର  $\angle B$  କୋଣଟି ସମକୋଣ ।  $\tan A = \sqrt{3}$  ହୁଲେ,  $\sqrt{3}\sin A \cos A = \frac{3}{4}$  ଏବଂ ସତ୍ୟତା ଯାଚାଇ କର ।

#### ସମାଧାନ :

ମନେ କାରି, ABC ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜେର  $\angle B = 90^\circ$  ସମକୋଣ  $\angle BAC = A$ ,  $\tan A = \sqrt{3}$  ପ୍ରମାଣ କରନ୍ତେ ହବେ ଯେ,

$$\sqrt{3} \sin A \cos A = \frac{3}{4}$$

$$\text{এখন, } \tan A = \frac{BC}{AB} = \sqrt{3}$$

$$\therefore BC\sqrt{3} \text{ ଏବଂ } AB = 1$$

$$\begin{aligned} \text{ଆମରା ଜାନି, } AC^2 &= AB^2 + BC^2 \\ &= 1^2 + (\sqrt{3})^2 \\ &= 1 + 3 \\ &= 4 \end{aligned}$$

$$\therefore AC = 2$$

$$\therefore \sin A = \frac{BC}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \cos A = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{2}$$

$$\text{ବାମପକ୍ଷ} = \sqrt{3} \sin A \cos A$$

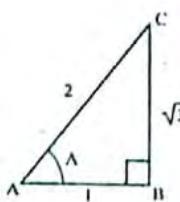
$$= \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4} = \text{ଡାନପକ୍ଷ}$$

$$\therefore \text{ବାମପକ୍ଷ} = \text{ଡାନପକ୍ଷ} \text{ (ପ୍ରମାଣିତ) }$$

ଶ୍ରୀମାଣ କର ଯେ, ୬-୨୦

$$6। i) \frac{1}{\sec^2 A} + \frac{1}{\cosec^2 A} = 1$$

$$\begin{aligned} \text{ସମାଧାନ : } \text{ବାମପକ୍ଷ} &= \frac{1}{\sec^2 A} + \frac{1}{\cosec^2 A} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{\cos^2 A}} + \frac{1}{\frac{1}{\sin^2 A}} \\ &= \cos^2 A + \sin^2 A \\ &= 1 \\ &= \text{ଡାନପକ୍ଷ} \\ \therefore \text{ବାମପକ୍ଷ} &= \text{ଡାନପକ୍ଷ} \text{ (ପ୍ରମାଣିତ) } \end{aligned}$$



$$ii) \frac{1}{\cos^2 A} - \frac{1}{\cot^2 A} = 1$$

$$\begin{aligned} \text{ସମାଧାନ : } \text{ବାମପକ୍ଷ} &= \frac{1}{\cos^2 A} - \frac{1}{\cot^2 A} \\ &= \sec^2 A - \tan^2 A \\ &= 1 + \tan^2 A - \tan^2 A \\ &= 1 \\ &= \text{ଡାନପକ୍ଷ} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{ବାମପକ୍ଷ} = \text{ଡାନପକ୍ଷ} \text{ (ପ୍ରମାଣିତ) }$$

$$iii) \frac{1}{\sin^2 A} - \frac{1}{\tan^2 A} = 1$$

#### ସମାଧାନ :

$$\begin{aligned} \text{ବାମପକ୍ଷ} &= \frac{1}{\sin^2 A} - \frac{1}{\tan^2 A} = 1 \\ &= \frac{1}{\sin^2 A} - \frac{1}{\frac{\sin^2 A}{\cos^2 A}} \\ &= \frac{1}{\sin^2 A} - \frac{\cos^2 A}{\sin^2 A} \\ &= \frac{1 - \cos^2 A}{\sin^2 A} \\ &= \frac{\sin^2 A}{\sin^2 A} \cdot [1 - \cos^2 A] \\ &= 1 = \text{R.H.S} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{ବାମପକ୍ଷ} = \text{ଡାନପକ୍ଷ} \text{ (ପ୍ରମାଣିତ) }$$

$$7। i) \frac{\sin A}{\cosec A} + \frac{\cos A}{\sec A} = 1$$

$$\text{ସମାଧାନ : } \text{ବାମପକ୍ଷ} = \frac{\sin A}{\cosec A} + \frac{\cos A}{\sec A}$$

$$= \sin A \cdot \frac{1}{\cosec A} + \cos A \cdot \frac{1}{\sec A}$$

$$= \sin A \cdot \sin A + \cos A \cdot \cos A$$

$$= \sin^2 A + \cos^2 A$$

$$= 1 \quad [\because \sin^2 A + \cos^2 A = 1]$$

$$= \text{ଡାନପକ୍ଷ}$$

$$\therefore \text{ବାମପକ୍ଷ} = \text{ଡାନପକ୍ଷ} \text{ (ପ୍ରମାଣିତ) }$$

$$ii) \frac{\sec A}{\cos A} - \frac{\tan A}{\cot A} = 1$$

$$\text{ସମାଧାନ : } \text{ବାମପକ୍ଷ} = \frac{\sec A}{\cos A} - \frac{\tan A}{\cot A}$$

$$= \sec A \cdot \frac{1}{\cos A} - \tan A \cdot \frac{1}{\cot A}$$

$$= \sec A \cdot \sec A - \tan A \cdot \tan A$$

$$= \sec^2 A - \tan^2 A$$

$$= 1 + \tan^2 A - \tan^2 A \quad [\because \sec^2 A = 1 + \tan^2 A]$$

$$= 1$$

$$= \text{ଡାନପକ୍ଷ}$$

$$\therefore \text{ବାମପକ୍ଷ} = \text{ଡାନପକ୍ଷ} \text{ (ପ୍ରମାଣିତ) }$$

$$iii) \frac{1}{1 + \sin^2 A} + \frac{1}{1 + \cosec^2 A} = 1$$

$$\text{ସମାଧାନ : } \text{ବାମପକ୍ଷ} = \frac{1}{1 + \sin^2 A} + \frac{1}{1 + \cosec^2 A}$$

$$= \frac{1}{1 + \sin^2 A} + \frac{1}{\frac{\sin^2 A + 1}{\sin^2 A}} \quad [\because \cosec^2 A = \frac{1}{\sin^2 A}]$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{1+\sin^2 A} + \frac{\sin^2 A}{1+\sin^2 A} \\
 &= \frac{1+\sin^2 A}{1+\sin^2 A} = 1 = \text{ডানপক্ষ} \\
 \therefore \text{বামপক্ষ} &= \text{ডানপক্ষ} \text{ (প্রমাণিত)}
 \end{aligned}$$

৪। i)  $\frac{\tan A}{1-\cot A} + \frac{\cot A}{1-\tan A} = \sec A \cdot \cosec A + 1$

**সমাধান :** বামপক্ষ =  $\frac{\tan A}{1-\cot A} + \frac{\cot A}{1-\tan A}$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\frac{\sin A}{\cos A}}{1-\frac{\cos A}{\sin A}} + \frac{\frac{\cos A}{\sin A}}{1-\frac{\sin A}{\cos A}} \\
 &= \frac{\frac{\sin A}{\cos A}}{\frac{\sin A - \cos A}{\sin A}} + \frac{\frac{\cos A}{\sin A}}{\frac{\cos A - \sin A}{\cos A}} \\
 &= \frac{\sin A}{\cos A} \times \frac{\sin A}{\sin A - \cos A} + \frac{\cos A}{\sin A} \times \frac{\cos A}{\cos A - \sin A} \\
 &= \frac{\sin^2 A}{\cos A (\sin A - \cos A)} + \frac{\cos^2 A}{\sin A (\cos A - \sin A)} \\
 &= \frac{\sin^2 A}{\cos A (\sin A - \cos A)} + \frac{\cos^2 A}{\sin A \{-(\sin A - \cos A)\}} \\
 &= \frac{\sin^2 A}{\cos A (\sin A - \cos A)} - \frac{\cos^2 A}{\sin A (\sin A - \cos A)} \\
 &= \frac{\sin^3 A - \cos^3 A}{\sin A \cos A (\sin A - \cos A)} \\
 &= \frac{(\sin A - \cos A)(\sin^2 A + \sin A \cos A + \cos^2 A)}{\sin A \cos A (\sin A - \cos A)} \\
 &\quad [\because a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)] \\
 &= \frac{(\sin^2 A + \cos^2 A) + \sin A \cos A}{\sin A \cdot \cos A} \\
 &= \frac{1 + \sin A \cos A}{\sin A \cos A} \\
 &= \frac{1}{\sin A \cos A} + \frac{\sin A \cos A}{\sin A \cos A} \\
 &= \frac{1}{\sin A} \cdot \frac{1}{\cos A} + 1 \\
 &= \cosec A \cdot \sec A + 1 \\
 &= \sec A \cdot \cosec A + 1 \\
 \therefore \text{বামপক্ষ} &= \text{ডানপক্ষ} \text{ (প্রমাণিত)}
 \end{aligned}$$

ii)  $\frac{1}{1+\tan^2 A} + \frac{1}{1+\cot^2 A} = 1$

**সমাধান :** বামপক্ষ  $\frac{1}{1+\tan^2 A} + \frac{1}{1+\cot^2 A}$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{1+\tan^2 A} + \frac{1}{1+\frac{1}{\tan^2 A}} \\
 &= \frac{1}{1+\tan^2 A} + \frac{1}{\frac{\tan^2 A + 1}{\tan^2 A}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{1+\tan^2 A} = \frac{\tan^2 A}{1+\tan^2 A} \\
 &= \frac{1+\tan^2 A}{1+\tan^2 A} = 1 = \text{ডানপক্ষ} \\
 \therefore \text{বামপক্ষ} &= \text{ডানপক্ষ} \text{ (প্রমাণিত)}
 \end{aligned}$$

৫।  $\frac{\cos A}{1-\tan A} + \frac{\sin A}{1-\cot A} = \sin A + \cos A$

**সমাধান :** বামপক্ষ =  $\frac{\cos A}{1-\tan A} + \frac{\sin A}{1-\cot A}$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\cos A}{1-\frac{\sin A}{\cos A}} + \frac{\sin A}{1-\frac{\cos A}{\sin A}} \\
 &= \frac{\cos A}{\frac{\cos A - \sin A}{\cos A}} = \frac{\sin A}{\frac{\sin A - \cos A}{\sin A}} \\
 &= \frac{\cos A}{\cos A - \sin A} = \frac{\sin A}{\sin A - \cos A} \\
 &= \frac{\cos^2 A}{\cos A - \sin A} + \frac{\sin^2 A}{\sin A - \cos A} \\
 &= \frac{\sin^2 A}{\sin A - \cos A} - \frac{\cos^2 A}{\sin A - \cos A} \\
 &= \frac{\sin^2 A - \cos^2 A}{\sin A - \cos A} \\
 &= \frac{(\sin A + \cos A)(\sin A - \cos A)}{(\sin A - \cos A)} \\
 &= \sin A + \cos A = \text{R.H.S} \\
 \therefore \text{বামপক্ষ} &= \text{ডানপক্ষ} \text{ (প্রমাণিত)}
 \end{aligned}$$

৬।  $\tan A \sqrt{1 - \sin^2 A} = \sin A$

**সমাধান :** বামপক্ষ =  $\tan A \sqrt{1 - \sin^2 A}$

$$\begin{aligned}
 &= \tan A \sqrt{\cos^2 A} \\
 &= \frac{\sin A}{\cos A} \times \cos A \\
 &= \sin A \\
 &= \text{ডানপক্ষ}
 \end{aligned}$$

$\therefore \text{বামপক্ষ} = \text{ডানপক্ষ} \text{ (প্রমাণিত)}$

৭।  $\frac{\sec A + \tan A}{\cosec A + \cot A} = \frac{\cosec A - \cot A}{\sec A - \tan A}$

**সমাধান :** বামপক্ষ =  $\frac{\sec A + \tan A}{\cosec A + \cot A}$

$$= \frac{(\sec A + \tan A)(\cosec A - \cot A)(\sec A - \tan A)}{(\cosec A + \cot A)(\cosec A - \cot A)(\sec A - \tan A)}$$

[শব্দ ও হরকে (cosec A - cot A)(sec A - tan A) ঘোরা ভগ্ন করে]

$$= \frac{(\sec^2 A - \tan^2 A)(\cosec A - \cot A)}{(\cosec^2 A - \cot^2 A)(\sec A - \tan A)}$$

$$= \frac{1 \times (\cosec A - \cot A)}{1 \times (\sec A - \tan A)}$$

$$= \frac{\cosec A - \cot A}{\sec A - \tan A} = \text{ডানপক্ষ}$$

$\therefore \text{বামপক্ষ} = \text{ডানপক্ষ} \text{ (প্রমাণিত)}$

$$121 \frac{\csc A}{\csc A - 1} + \frac{\csc A}{\csc A + 1} = 2\sec^2 A$$

**সমাধান :** বামপক্ষ =  $\frac{\csc A}{\csc A - 1} + \frac{\csc A}{\csc A + 1}$

$$= \frac{\csc A (\csc A + 1) + \csc A (\csc A - 1)}{(\csc A - 1)(\csc A + 1)}$$

$$= \frac{\csc^2 A + \csc A + \csc^2 A - \csc A}{\csc^2 A - 1}$$

$$= \frac{2 \csc^2 A}{\cot^2 A} \quad [ \because \csc^2 A - 1 = \cot^2 A ]$$

$$= 2 \csc^2 A \times \frac{1}{\cot^2 A}$$

$$= 2 \csc^2 A \cdot \tan^2 A$$

$$= 2 \frac{1}{\sin^2 A} \cdot \frac{\sin^2 A}{\cos^2 A}$$

$$= 2 \frac{1}{\cos^2 A}$$

$$= 2 \sec^2 A$$

= ডানপক্ষ

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

$$131 \frac{1}{1+\sin A} + \frac{1}{1-\sin A} = 2\sec^2 A$$

**সমাধান :** বামপক্ষ =  $\frac{1}{1+\sin A} + \frac{1}{1-\sin A}$

$$= \frac{1-\sin A + 1+\sin A}{(1+\sin A)(1-\sin A)}$$

$$= \frac{2}{1-\sin^2 A}$$

$$= \frac{2}{\cos^2 A}$$

$$= 2 \frac{1}{\cos^2 A}$$

$$= 2 \sec^2 A$$

= ডানপক্ষ

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

$$141 \frac{1}{\csc A - 1} - \frac{1}{\csc A + 1} = 2\tan^2 A$$

**সমাধান :** বামপক্ষ =  $\frac{1}{\csc A - 1} - \frac{1}{\csc A + 1}$

$$= \frac{(\csc A + 1) - (\csc A - 1)}{(\csc A - 1)(\csc A + 1)}$$

$$= \frac{\csc A + 1 - \csc A + 1}{\csc^2 A - 1}$$

$$= \frac{2}{\csc^2 A - 1}$$

$$= \frac{2}{\cot^2 A} \quad [ \because \csc^2 A - 1 = \cot^2 A ]$$

$$= 2 \frac{1}{\cot^2 A}$$

$$= 2\tan^2 A$$

= ডানপক্ষ

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

$$151 \frac{\sin A}{1-\cos A} + \frac{1-\cos A}{\sin A} = 2\csc A$$

**সমাধান :** বামপক্ষ =  $\frac{\sin A}{1-\cos A} + \frac{1-\cos A}{\sin A}$

$$= \frac{\sin^2 A + (1-\cos A)^2}{\sin A(1-\cos A)}$$

$$= \frac{\sin^2 A + 1 - 2\cos A + \cos^2 A}{\sin A(1-\cos A)}$$

$$= \frac{(\sin^2 A + \cos^2 A) + 1 - 2\cos A}{\sin A(1-\cos A)}$$

$$= \frac{1 + 1 - 2\cos A}{\sin A(1-\cos A)} \quad [ \because \sin^2 A + \cos^2 A = 1 ]$$

$$= \frac{2 - 2\cos A}{\sin A(1-\cos A)}$$

$$= \frac{2(1-\cos A)}{\sin A(1-\cos A)}$$

$$= \frac{2}{\sin A}$$

$$= \frac{2}{\frac{1}{\csc A}} \quad [ \because \sin A = \frac{1}{\csc A} ]$$

$$= 2 \times \frac{\csc A}{1}$$

$$= 2\csc A$$

= ডানপক্ষ

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

$$161 \frac{\tan A}{\sec A + 1} - \frac{\sec A - 1}{\tan A} = 0$$

**সমাধান :** বামপক্ষ =  $\frac{\tan A}{\sec A + 1} - \frac{\sec A - 1}{\tan A}$

$$= \frac{\tan^2 A - (\sec A - 1)(\sec A + 1)}{\tan A(\sec A + 1)}$$

$$= \frac{\tan^2 A - (\sec^2 A - 1)}{\tan A(\sec A + 1)}$$

$$= \frac{\tan^2 A - \tan^2 A}{\tan A(\sec A + 1)}$$

$$= \frac{0}{\tan A(\sec A + 1)}$$

$$= 0$$

= ডানপক্ষ

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

$$171 (\tan \theta + \sec \theta)^2 = \frac{1 + \sin q}{1 - \sin q}$$

**সমাধান :** বামপক্ষ =  $(\tan \theta + \sec \theta)^2$

$$= \left( \frac{\sin q}{\cos q} + \frac{1}{\cos q} \right)^2$$

$$= \left( \frac{\sin q + 1}{\cos q} \right)^2$$

$$= \frac{(\sin q + 1)^2}{\cos^2 q}$$

$$= \frac{(1 + \sin q)^2}{1 - \sin^2 q} \quad [ \because \cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta ]$$

$$= \frac{(1 + \sin q)^2}{(1)^2 - \sin^2 q}$$

$$= \frac{(1 + \sin q)(1 + \sin q)}{(1 + \sin q)(1 - \sin q)}$$

$$= \frac{1 - \sin A}{1 + \sin A}$$

= ডানপক্ষ

$\therefore$  বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

$$18 | \frac{\cot A + \tan B}{\cot B + \tan A} = \cot A \cdot \tan B$$

**সমাধান :** বামপক্ষ =  $\frac{\cot A + \tan B}{\cot B + \tan A}$

$$= \frac{\cos A}{\sin A} + \frac{\sin B}{\cos B}$$

$$= \frac{\cos B}{\sin B} + \frac{\sin A}{\cos A}$$

$$= \frac{\cos A \cdot \cos B + \sin B \cdot \sin A}{\sin A \cdot \cos B}$$

$$= \frac{\cos A \cdot \cos B + \sin A \cdot \sin B}{\sin B \cdot \cos A}$$

$$= \frac{(\cos A \cdot \cos B + \sin A \cdot \sin B)}{\sin A \cdot \cos B}$$

$$\times \frac{\sin B \cdot \cos A}{(\cos A \cdot \cos B + \sin A \cdot \sin B)}$$

$$= \frac{\sin B \cdot \cos A}{\sin A \cdot \cos B}$$

$$= \frac{\sin B}{\cos B} \cdot \frac{\cos A}{\sin A}$$

$$= \tan B \cdot \cot A$$

$$= \cot A \cdot \tan B$$

= ডানপক্ষ

$\therefore$  বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

$$19 | \sqrt{\frac{1 - \sin A}{1 + \sin A}} = \sec A - \tan A$$

**সমাধান :** বামপক্ষ =  $\frac{\sqrt{1 - \sin A}}{\sqrt{1 + \sin A}}$

$$= \frac{\sqrt{1 - \sin A}}{\sqrt{1 + \sin A}} \times \frac{\sqrt{1 - \sin A}}{\sqrt{1 - \sin A}}$$

$$[ শব ও হরকে \sqrt{1 - \sin A} দ্বারা গুণ করে]$$

$$= \frac{(\sqrt{1 - \sin A})^2}{\sqrt{1 - \sin^2 A}}$$

$$= \frac{1 - \sin A}{\sqrt{\cos^2 A}} \quad [ \because 1 - \sin^2 A = \cos^2 A ]$$

$$= \frac{1 - \sin A}{\cos A}$$

$$= \frac{1}{\cos A} - \frac{\sin A}{\cos A}$$

$$= \sec A - \tan A$$

= ডানপক্ষ

$\therefore$  বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

$$20 | \sqrt{\frac{\sec A + 1}{\sec A - 1}} = \cot A + \cosec A$$

**সমাধান :** বামপক্ষ =  $\sqrt{\frac{\sec A + 1}{\sec A - 1}}$

$$= \frac{\sqrt{\sec A + 1}}{\sqrt{\sec A - 1}} \times \frac{\sqrt{\sec A + 1}}{\sqrt{\sec A - 1}}$$

[ শব ও হরকে  $\sqrt{\sec A + 1}$  দ্বারা গুণ করে]

$$= \frac{(\sqrt{\sec A + 1})^2}{\sqrt{\sec^2 A - 1^2}}$$

$$= \frac{(\sqrt{\sec A + 1})^2}{\sqrt{\sec^2 A - 1}}$$

$$= \frac{\sec A + 1}{\sqrt{\tan^2 A}}$$

$$= \frac{\sec A + 1}{\tan A}$$

$$= \frac{\sec A}{\tan A} + \frac{1}{\tan A}$$

$$= \sec A \cdot \frac{1}{\tan A} + \frac{1}{\tan A}$$

$$= \sec A \cdot \cot A + \cot A$$

$$= \frac{1}{\cos A} \times \frac{\cos A}{\sin A} + \cot A$$

$$= \frac{1}{\sin A} + \cot A$$

$$= \cosec A + \cot A$$

$$= \cot A + \cosec A$$

$$= \text{ডানপক্ষ}$$

$\therefore$  বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

$$21 | \cos A + \sin A = \sqrt{2} \cos A \text{ হলে, প্রমাণ কর যে, } \cos A - \sin A = \sqrt{2} \sin A$$

**সমাধান :** এখানে,  $\cos A + \sin A = \sqrt{2} \cos A$

$$\text{বা, } \sin A = \sqrt{2} \cos A - \cos A$$

$$\text{বা, } \sin A = (\sqrt{2} - 1) \cos A$$

$$\text{বা, } \cos A = \frac{\sin A}{\sqrt{2} - 1}$$

$$\text{বা, } \cos A = \frac{\sin A (\sqrt{2} + 1)}{(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)}$$

$$[ \text{শব ও হরকে } (\sqrt{2} + 1) \text{ দ্বারা গুণ করে]$$

$$\text{বা, } \cos A = \frac{(\sqrt{2} + 1) \sin A}{(\sqrt{2})^2 - 1^2}$$

$$\text{বা, } \cos A = \frac{(\sqrt{2} + 1) \sin A}{2 - 1}$$

$$\text{বা, } \cos A = (\sqrt{2} + 1) \sin A$$

$$\text{বা, } \cos A = \sqrt{2} \sin A + \sin A$$

$$\therefore \cos A - \sin A = \sqrt{2} \sin A \text{ (প্রমাণিত)}$$

$$22 | \text{যদি } \tan A = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ হয়, তবে } \frac{\cosec^2 A - \sec^2 A}{\cosec^2 A + \sec^2 A} \text{ এর মান নির্ণয় কর।}$$

**সমাধান :** এখানে,  $\tan A = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$$\cot A = \frac{1}{\tan A}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{3}}}$$

$$\begin{aligned}
 &= 1 \times \frac{\sqrt{3}}{1} \\
 &= \sqrt{3} \\
 \cot A &= \sqrt{3} \\
 \text{গুরুত্বপূর্ণ} &= \frac{\cosec^2 A - \sec^2 A}{\cosec^2 A + \sec^2 A} \\
 &= \frac{(1 + \cot^2 A) - (1 + \tan^2 A)}{(1 + \cot^2 A) + (1 + \tan^2 A)} \\
 &= \frac{1 + \cot^2 A - 1 - \tan^2 A}{2 + \cot^2 A + \tan^2 A} \\
 &= \frac{\cot^2 A - \tan^2 A}{2 + \cot^2 A + \tan^2 A} \\
 &= \frac{(\sqrt{3})^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}{2 + (\sqrt{3})^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} \\
 &= \frac{9 - 1}{6 + 9 + 1} \\
 &= \frac{8}{16} \\
 &= \frac{8}{3} \times \frac{3}{16} = \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

[  $\tan A$  এবং  $\cot A$  এর মান বসিয়ে ]

$$\text{অতএব, নির্ণেয় মান} = \frac{1}{2} \text{ (Ans.)}$$

$$25 | \cosec A - \cot A = \frac{4}{3} \text{ হলে, } \cosec A + \cot A \text{ এর মান}$$

কত?

**সমাধান :** দেওয়া আছে,

$$\cosec A - \cot A = \frac{4}{3}$$

$$\text{বা, } \frac{(\cosec A - \cot A)(\cosec A + \cot A)}{(\cosec A + \cot A)} = \frac{4}{3}$$

$$\text{বা, } \frac{\cosec^2 A - \cot^2 A}{\cosec A + \cot A} = \frac{4}{3}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\cosec A + \cot A} = \frac{4}{3}$$

$$\text{বা, } 4(\cosec A + \cot A) = 3$$

$$\therefore \cosec A + \cot A = \frac{3}{4} \text{ (Ans.)}$$

$$28 | \cot A = \frac{b}{a} \text{ হলে, } \frac{a \sin A - b \cos A}{a \sin A + b \cos A} \text{ এর মান নির্ণয় কর।}$$

**সমাধান :** এখন,  $\frac{a \sin A - b \cos A}{a \sin A + b \cos A}$

$$= \frac{a \cdot \frac{\sin A}{\sin A} - b \cdot \frac{\cos A}{\sin A}}{a \cdot \frac{\sin A}{\sin A} + b \cdot \frac{\cos A}{\sin A}}$$

[ $a$  ও  $b$ কে  $\sin A$  দ্বারা ভাগ করে]

$$= \frac{a - b \cdot \cot A}{a + b \cdot \cot A}$$

$$= \frac{a - b \cdot \frac{b}{a}}{a + b \cdot \frac{b}{a}} \text{ [ } \cot A \text{ এর মান বসিয়ে ]$$

$$= \frac{a - \frac{b^2}{a}}{a + \frac{b^2}{a}}$$

$$= \frac{\frac{a^2 - b^2}{a}}{\frac{a^2 + b^2}{a}}$$

$$= \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} \times \frac{a}{a^2 + b^2}$$

$$= \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$$

$$\text{অতএব, নির্ণেয় মান} = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} \text{ (Ans.)}$$



## □ অনুশিলনি- ৯.২

### পাঠ্যবইয়ের কাজসমূহের সমাধান

□ কাজ

[পৃষ্ঠা- ১৬৪]

১।  $\sec(90^\circ - \theta) = \frac{5}{3}$  হলে,  $\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta$  এর মান নির্ণয় কর।

**সমাধান :** দেওয়া আছে,  $\sec(90^\circ - \theta) = \frac{5}{3}$

বা,  $\operatorname{cosec}\theta = \frac{5}{3}$

আমরা জানি,  $\cot^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta - 1$

$$= \left(\frac{5}{3}\right)^2 - 1 = \frac{25}{9} - 1 = \frac{16}{9}$$

$$\therefore \cot\theta = \frac{4}{3}$$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = \operatorname{cosec}\theta - \cot\theta$$

$$= \frac{5}{3} - \frac{4}{3} = \frac{5-4}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\text{উত্তর : } \frac{1}{3}$$

### পাঠ্যবইয়ের গুরুত্বপূর্ণ উদাহরণ

উদাহরণ ১। মান নির্ণয় কর :

(ক)  $\frac{1 - \sin^2 45^\circ}{1 + \sin^2 45^\circ} + \tan^2 45^\circ$

(খ)  $\cot 90^\circ \cdot \tan 0^\circ \cdot \sec 30^\circ \cdot \operatorname{cosec} 60^\circ$

(গ)  $\sin 60^\circ \cdot \cos 30^\circ + \cos 60^\circ \cdot \sin 30^\circ$

(ঘ)  $\frac{1 - \tan^2 60^\circ}{1 + \tan^2 60^\circ} + \sin^2 60^\circ$

**সমাধান :**

(ক) প্রদত্ত রাশি  $= \frac{1 - \sin^2 45^\circ}{1 + \sin^2 45^\circ} + \tan^2 45^\circ$

$$= \frac{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2}{1 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} + (1)^2$$

$$[\because \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ ও } \tan 45^\circ = 1]$$

$$\frac{1 - \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}} + 1 = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} + 1 = \frac{1}{3} + 1 = \frac{4}{3}$$

(খ) প্রদত্ত রাশি  $= \cot 90^\circ \cdot \tan 0^\circ \cdot \sec 30^\circ \cdot \operatorname{cosec} 60^\circ$

$$= 0 \cdot 0 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = 0$$

$$[\because \cot 90^\circ = 0, \tan 0^\circ = 0, \sec 30^\circ = \frac{2}{\sqrt{3}}, \operatorname{cosec} 60^\circ = \frac{2}{\sqrt{3}}]$$

(গ) প্রদত্ত রাশি  $= \sin 60^\circ \cdot \cos 30^\circ + \cos 60^\circ \cdot \sin 30^\circ$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$[\because \sin 60^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \sin 30^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}]$$

$$= \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

(ঘ)  $\frac{1 - \tan^2 60^\circ}{1 + \tan^2 60^\circ} + \sin^2 60^\circ$

$$= \frac{1 - (\sqrt{3})^2}{1 + (\sqrt{3})^2} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$= \frac{1-3}{1+3} + \frac{3}{4} = \frac{-2}{4} + \frac{3}{4}$$

$$= \frac{-2+3}{4} = \frac{1}{4}$$

উদাহরণ ২।

(ক)  $\sqrt{2} \cos(A - B) = 1, 2 \sin(A + B) \sqrt{3}$  এবং A, B সূক্ষ্মকোণ হলে, A ও B এর মান নির্ণয় কর।

(খ)  $\frac{\cos A - \sin A}{\cos A + \sin A} = \frac{1 - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$  হলে, A এর মান নির্ণয় কর।

(গ) প্রমাণ কর যে,  $\cos 2A = \frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A}$ , যদি  $A = 45^\circ$  হয়।

(ঘ) সমাধান কর :  $2\cos^2\theta + 3\sin\theta - 3 = 0$ , যেখানে  $\theta$  সূক্ষ্মকোণ।

**সমাধান :** (ক)  $\sqrt{2} \cos(A - B) = 1$

বা,  $\cos(A - B) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

বা,  $\cos(A - B) = \cos 45^\circ$  [ $\because \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ]

$\therefore A - B = 45^\circ \dots \dots \dots \text{(i)}$

এবং  $2\sin(A + B) = \sqrt{3}$

বা,  $2\sin(A + B) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

বা,  $\sin(A + B) = \sin 60^\circ$  [ $\because \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ]

$\therefore A + B = 60^\circ \dots \dots \dots \text{(ii)}$

(i) ও (ii) নং যোগ করে পাই,

$2A = 105^\circ$

$$A = \frac{105^\circ}{2} = 52\frac{1}{2}^\circ$$

অবৃত, (ii) হতে (i) বিয়োগ করে পাই,

$$2B = 15^\circ$$

$$\text{বা, } B = \frac{15^\circ}{2}$$

$$\therefore B = 7\frac{1}{2}^\circ$$

$$\text{নির্ণয় } A = 52\frac{1}{2}^\circ \text{ ও } B = 7\frac{1}{2}^\circ$$

$$(x) \frac{\cos A - \sin A}{\cos A + \sin A} = \frac{1 - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{\cos A - \sin A + \cos A + \sin A}{\cos A - \sin A - \cos A - \sin A} = \frac{1 - \sqrt{3} + 1 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3} - 1 - \sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{2\cos A}{-2\sin A} = \frac{2}{-\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{\cos A}{\sin A} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \cot A = \cot 60^\circ$$

$$\therefore A = 60^\circ$$

$$(g) \text{ দেওয়া আছে, } A = 45^\circ$$

$$\text{প্রমাণ করতে হবে, } \cos 2A = \frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A}$$

$$\text{বামপক্ষ} = \cos 2A$$

$$= \cos(2 \times 45^\circ) = \cos 90^\circ = 0$$

$$\text{ডানপক্ষ} = \frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A}$$

$$= \frac{1 - \tan^2 45^\circ}{1 + \tan^2 45^\circ} = \frac{1 - (1)^2}{1 + (1)^2}$$

$$= \frac{0}{2} = 0$$

$$\therefore \text{বামপক্ষ} = \text{ডানপক্ষ} (\text{প্রমাণিত})$$

$$(y) \text{ প্রদত্ত সমীকরণ } 2\cos^2 \theta + 3\sin \theta - 3 = 0$$

$$\text{বা, } 2(1 - \sin^2 \theta) - 3(1 - \sin \theta) = 0$$

$$\text{বা, } 2(1 + \sin \theta)(1 - \sin \theta) - 3(1 - \sin \theta) = 0$$

$$\text{বা, } (1 - \sin \theta)\{2(1 + \sin \theta) - 3\} = 0$$

$$\text{বা, } (1 - \sin \theta)\{2\sin \theta - 1\} = 0$$

$$\text{বা, } 1 - \sin \theta = 0 \quad \text{অথবা, } 2\sin \theta - 1 = 0$$

$$\therefore \sin \theta = 1 \quad \text{বা, } 2\sin \theta = 1$$

$$\text{বা, } \sin \theta = \sin 90^\circ \quad \text{বা, } \sin \theta = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \theta = 90^\circ \quad \text{বা, } \sin \theta = \sin 30^\circ$$

$$\text{যেহেতু } \theta \text{ সূক্ষ্মকোণ, সেহেতু } \theta = 30^\circ$$

## পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান

৯.২

১।  $\cos \theta = \frac{1}{2}$  হলে  $\cot \theta$  এর মান কোনটি ?

- ক)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$       খ) 1

- গ)  $\sqrt{3}$       ঘ) 2

উত্তর : ক.  $\frac{1}{\sqrt{3}}$

২. i)  $\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$

ii)  $\sec^2 \theta = 1 + \tan^2 \theta$

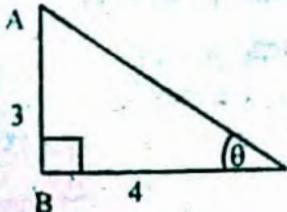
iii)  $\cot^2 \theta = 1 - \tan^2 \theta$

গুরুত্বপূর্ণ তথ্যের আলোকে নিম্নের কোনটি সঠিক ?

- ক) i, ii      খ) i ও iii

- গ) ii ও iii      ঘ) i, ii ও iii

উত্তর : ক. i ও ii.



মিস্ট্রি অনুমতি ও ৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

৩।  $\sin \theta$  এর মান কোনটি ?

- ক)  $\frac{3}{4}$       খ)  $\frac{4}{3}$

- গ)  $\frac{3}{5}$       ঘ)  $\frac{4}{3}$

উত্তর : গ)  $\frac{3}{5}$

৪।  $\cot \theta$  এর মান কোনটি ?

- ক)  $\frac{3}{4}$       খ)  $\frac{4}{3}$

- গ)  $\frac{3}{5}$       ঘ)  $\frac{4}{3}$

উত্তর : ঘ)  $\frac{4}{3}$

মান নির্ণয় কর (৫ – ৮)

৫।  $\frac{1 - \cot^2 60^\circ}{1 + \cot^2 60^\circ}$

**সমাধান :** প্রদত্ত রাশি =  $\frac{1 - \cot^2 60^\circ}{1 + \cot^2 60^\circ}$

$$= \frac{1 - (\cot 60^\circ)^2}{1 + (\cot 60^\circ)^2}$$

$$= \frac{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}{1 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}$$

$$= \frac{1 - \frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{3}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{3}} = \frac{1}{2}$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{নির্ণয় মান} = \frac{1}{2} \text{ (Ans.)}$$

$$61 \tan 45^\circ \sin^2 60^\circ \tan 30^\circ \tan 60^\circ$$

**সমাধান :**  $\tan 45^\circ = \sin^2 60^\circ = \tan 30^\circ = \tan 60^\circ$

$$= 1 \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{3}$$

$$= 1 \cdot \frac{1}{4} \cdot 1$$

$$= \frac{1}{4} \text{ (Ans.)}$$

$$71 \frac{1 - \cos^2 60^\circ}{1 + \cos^2 60^\circ} + \sec^2 60^\circ$$

**সমাধান :**  $\frac{1 - \cos^2 60^\circ}{1 + \cos^2 60^\circ} + \sec^2 60^\circ$

$$= \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2}{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} + (2)^2$$

$$= \frac{1 - \frac{1}{4}}{1 + \frac{1}{4}} + 4$$

$$= \frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{4}} + 4$$

$$= \frac{3}{5} + 4$$

$$= \frac{23}{5} \text{ (Ans.)}$$

$$81 \cos 45^\circ \cdot \cot^2 60^\circ \cdot \cosec^2 30^\circ$$

**সমাধান :**  $\cos 45^\circ = \cot^2 60^\circ = \cosec^2 30^\circ$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 \cdot (2)^2$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{3} \cdot 4$$

$$= \frac{4}{3\sqrt{2}} \text{ (Ans.)}$$

দেখাও যে, (৮ – ১১)

$$91 \cos^2 30^\circ - \sin^2 30^\circ = \cos 60^\circ$$

**সমাধান :** বামপক্ষ =  $\cos^2 30^\circ - \sin^2 30^\circ$

$$= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \quad [\because \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ এবং } \sin 30^\circ = \frac{1}{2}]$$

$$= \frac{3}{4} - \frac{1}{4}$$

$$= \frac{3-1}{4}$$

$$= \frac{2}{4}$$

$$= \frac{1}{2}$$

$$= \cos 60^\circ \quad [\because \cos 60^\circ = \frac{1}{2}]$$

∴ ভানপক্ষ

বামপক্ষ = ভানপক্ষ (দেখানো হলো)

$$101 \sin 60^\circ \cdot \cos 30^\circ + \cos 60^\circ \cdot \sin 30^\circ = \sin 90^\circ$$

**সমাধান :** বামপক্ষ =  $\sin 60^\circ \cdot \cos 30^\circ + \cos 60^\circ \cdot \sin 30^\circ$

$$= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{2}\right) \quad [\text{মান দিয়ে}]$$

$$= \frac{3}{4} + \frac{1}{4}$$

$$= \frac{3+1}{4}$$

$$= \frac{4}{4}$$

$$= 1$$

$$\text{ভানপক্ষ} = \sin 90^\circ \quad [\because \sin 90^\circ = 1]$$

$$= 1$$

∴ বামপক্ষ = ভানপক্ষ (দেখানো হলো)

$$111 \cos 60^\circ \cos 30^\circ + \sin 60^\circ \sin 30^\circ = \cos 30^\circ$$

**সমাধান :** বামপক্ষ =  $\cos 60^\circ \cos 30^\circ + \sin 60^\circ \sin 30^\circ$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$= \frac{\sqrt{3} + \sqrt{3}}{4}$$

$$= \frac{2\sqrt{3}}{4}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{ভানপক্ষ} = \cos 30^\circ \quad [\because \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}]$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}$$

∴ বামপক্ষ = ভানপক্ষ (দেখানো হলো)

$$121 \sin 3A = \cos 3A, \text{ যদি } A = 15^\circ \text{ হয়।}$$

**সমাধান :** দেয়া আছে,  $A = 15^\circ$

$$\text{এখন, বামপক্ষ} = \sin 3A$$

$$= \sin (3 \times 15^\circ)$$

$$= \sin 45^\circ$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{আবর, ভানপক্ষ} = \cos 3A$$

$$= \cos (3 \times 15^\circ)$$

$$= \cos 45^\circ$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}$$

∴ বামপক্ষ = ভানপক্ষ (দেখানো হলো)

$$17 | \sin 2A = \frac{2 \tan A}{1 + \tan^2 A}, \text{ যদি } A = 45^\circ \text{ হয়।}$$

**সমাধান :** দেওয়া আছে,  $A = 45^\circ$

$$\begin{aligned} \therefore \text{বামপক্ষ} &= \sin 2A \\ &= \sin (2 \times 45^\circ) \\ &= \sin 90^\circ \\ &= 1 \\ \text{ডানপক্ষ} &= \frac{2 \tan A}{1 + \tan^2 A} \\ &= \frac{2 \tan 45^\circ}{1 + \tan^2 45^\circ} \\ &= \frac{2 \cdot 1}{1 + (1)^2} \\ &= \frac{2}{1+1} \\ &= \frac{2}{2} = 1 \end{aligned}$$

$\therefore$  বামপক্ষ = ডানপক্ষ (দেখানো হলো)

$$18 | \tan 2A = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A}, \text{ যদি } A = 30^\circ \text{ হয়।}$$

**সমাধান :** দেওয়া আছে,  $A = 30^\circ$

$$\begin{aligned} \text{এখন, বামপক্ষ} &= \tan 2A \\ &= \tan (2 \times 30^\circ) \\ &= \tan 60^\circ \\ &= \sqrt{3} \\ \text{আবার, ডানপক্ষ} &= \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A} \\ &= \frac{2 \tan 30^\circ}{1 - \tan^2 30^\circ} [\text{ } A \text{ এর মান বসিয়ে] \\ &= \frac{2 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} [\because \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}] \\ &= \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{1 - \frac{1}{3}} \\ &= \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{3}{3-1} \\ &= \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{3}{2} \\ &= \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} \\ &= \sqrt{3} \end{aligned}$$

$\therefore$  বামপক্ষ = ডানপক্ষ (দেখানো হলো)

$$19 | \cos 2A = \frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A}, \text{ যদি } A = 60^\circ \text{ হয়।}$$

**সমাধান :** দেওয়া আছে,  $A = 60^\circ$

$$\begin{aligned} \text{এখন, বামপক্ষ} &= \cos 2A \\ &= \cos (2 \times 60^\circ) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \cos (120^\circ) \\ &= \cos (90^\circ + 30^\circ) \\ &= -\sin 30^\circ \\ &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ডানপক্ষ} &= \frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A} \\ &= \frac{(\tan 60^\circ)^2}{(\tan 60^\circ)^2} \\ &= \frac{1 - (\sqrt{3})^2}{1 + (\sqrt{3})^2} \\ &= \frac{1 - 3}{1 + 3} \\ &= \frac{-2}{4} \\ &= -\frac{1}{2} = \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

$\therefore$  বামপক্ষ = ডানপক্ষ (দেখানো হলো)

$$20 | 2 \cos (A + B) = 1 = 2 \sin (A - B) \text{ এবং } A, B \text{ সূক্ষ্মকোণ হলে দেখাও যে, } A = 45^\circ \text{ এবং } B = 15^\circ।$$

**সমাধান :** দেওয়া আছে,  $2 \cos (A + B) = 1$  এবং  $2 \sin (A - B) = 1$

এখন,  $2 \cos (A + B) = 1$

$$\text{বা, } \cos (A + B) = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } \cos (A + B) = \cos 60^\circ \quad [\because \cos 60^\circ = \frac{1}{2}]$$

$$\therefore A + B = 60^\circ \dots \text{(i)}$$

$$\text{আবার, } 2 \sin (A - B) = 1$$

$$\text{বা, } \sin (A - B) = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } \sin (A - B) = \sin 30^\circ \quad [\because \sin 30^\circ = \frac{1}{2}]$$

$$\therefore A - B = 30^\circ \dots \text{(ii)}$$

এখন, সমীকরণ (i) এবং (ii) যোগ করে পাই,

$$A + B = 60^\circ$$

$$A - B = 30^\circ$$

$$\hline 2A &= 90^\circ$$

$$\therefore A = 45^\circ$$

A এর মান (ii) নঃ সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$45^\circ - B = 30^\circ$$

$$\text{বা, } 45^\circ - 30^\circ = B$$

$$\text{বা, } 15^\circ = B$$

$$\therefore B = 15^\circ$$

সূতরাং  $A = 45^\circ$  এবং  $B = 15^\circ$  (দেখানো হলো)

$$21 | \cos (A - B) = 1, 2 \sin (A + B) = \sqrt{3} \text{ এবং } A, B \text{ সূক্ষ্মকোণ হলে, } A \text{ ও } B \text{ এর মান নির্ণয় কর।}$$

**সমাধান :** দেওয়া আছে,  $\cos (A - B) = 1$

$$\text{বা, } \cos (A - B) = \cos 0^\circ$$

$$\therefore A - B = 0^\circ \dots \text{(i)}$$

$$\text{আবার, } 2 \sin (A + B) = \sqrt{3}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{বা, } \sin(A+B) = \frac{\sqrt{3}}{2} \\
 & \therefore \sin(A+B) = \sin 60^\circ \\
 & \therefore A+B = 60^\circ \quad \dots \dots \dots \text{(ii)} \\
 & \text{(ii) নং ও (i) নং সমীকরণ যোগ ও বিয়োগ করে পাই,} \\
 & \quad A+B = 60^\circ \\
 & \quad A-B = 0^\circ \\
 & (+) \quad 2A = 60^\circ \\
 & \text{বা, } A = \frac{60^\circ}{2} \\
 & \therefore A = 30^\circ \\
 & \text{এবং } A+B = 60^\circ \\
 & \quad A-B = 0^\circ \\
 & \quad 2B = 60^\circ \\
 & \text{বা, } B = \frac{60^\circ}{2} \\
 & \therefore B = 30^\circ
 \end{aligned}$$

অতএব নির্ণেয় মান  $A = 30^\circ$  এবং  $B = 30^\circ$  (Ans.)

$$18। \text{সমাধান কর : } \frac{\cos A - \sin A}{\cos A + \sin A} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{সমাধান : এখানে, } \frac{\cos A - \sin A}{\cos A + \sin A} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1} \\
 & \text{বা, } \frac{\cos A - \sin A + \cos A + \sin A}{\cos A - \sin A - \cos A - \sin A} \\
 & = \frac{\sqrt{3} - 1 + \sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1 - \sqrt{3} - 1} \quad [\text{যোজন ও বিয়োজন করে}]
 \end{aligned}$$

$$\text{বা, } \frac{2 \cos A}{-2 \sin A} = \frac{2\sqrt{3}}{-2}$$

$$\text{বা, } \frac{\cos A}{\sin A} = \sqrt{3} \quad [\text{উভয়পক্ষকে } (-) \text{ দিয়ে গুণ করে}]$$

$$\text{বা, } \cot A = \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \cot A = \cot 30^\circ \quad [ \because \sqrt{3} = \cot 30^\circ ]$$

$$\text{বা, } A = 30^\circ$$

$$\therefore A = 30^\circ$$

অতএব, নির্ণেয় সমাধান,  $A = 30^\circ$  (Ans.)

$$19। A \text{ ও } B \text{ সূক্ষ্মকোণ এবং } \cot(A+B) = 1, \cot(A-B) = \sqrt{3} \text{ হলে, } A \text{ এবং } B \text{ এর মান নির্ণয় কর।}$$

**সমাধান :** দেয়া আছে,  $\cot(A+B) = 1$

$$\text{বা, } \cot(A+B) = \cot 45^\circ \quad [ \because 1 = \cot 45^\circ ]$$

$$\therefore A+B = 45^\circ \quad \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{আবার, দেয়া আছে, } \cot(A-B) = \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \cot(A-B) = \cot 30^\circ \quad [ \because \cot 30^\circ = \sqrt{3} ]$$

$$\therefore A-B = 30^\circ \quad \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

এখন, সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$$A+B = 45^\circ$$

$$A-B = 30^\circ$$

$$\therefore 2A = 75^\circ$$

$$\therefore A = \frac{75^\circ}{2} = 37\frac{1}{2}^\circ$$

A এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,  $\frac{75^\circ}{2} - B = 30^\circ$

$$\text{বা, } \frac{75^\circ}{2} - 30^\circ = B$$

$$\begin{aligned}
 & \text{বা, } \frac{75^\circ - 60^\circ}{2} = B \\
 & \text{বা, } B = \frac{15^\circ}{2} \\
 & \therefore B = 7\frac{1}{2}^\circ
 \end{aligned}$$

অতএব, নির্ণেয় মান,  $A = 37\frac{1}{2}^\circ$  এবং  $B = 7\frac{1}{2}^\circ$  (Ans.)

২০। দেখাও যে,  $\cos 3A = 4\cos^3 A - 3\cos A$ , যদি  $A = 30^\circ$  হয়।

**সমাধান :**

$$\begin{aligned}
 \text{বামপক্ষ} &= \cos 3A = \cos 3 \times 30^\circ = \cos 90^\circ = 0 \\
 \text{ডানপক্ষ} &= 4\cos^3 A - 3\cos A \\
 &= 4\cos^3 30^\circ - 3\cos 30^\circ \\
 &= 4\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 - 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \\
 &= 4 \cdot \frac{3\sqrt{3}}{8} - \frac{3\sqrt{3}}{2} \\
 &= \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2} \\
 &= 0 = \text{ডানপক্ষ}
 \end{aligned}$$

বামপক্ষ = ডানপক্ষ। (দেখানো হল)

২১। সমাধান কর :  $\sin \theta + \cos \theta = 1$  যখন  $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$

**সমাধান :**  $\sin \theta + \cos \theta = 1$

$$\text{বা, } \cos \theta = 1 - \sin \theta$$

$$\text{বা, } \cos^2 \theta = (1 - \sin \theta)^2 \quad [\text{উভয় পক্ষকে বর্গ করে}]$$

$$\text{বা, } 1 - \sin^2 \theta = 1 - 2\sin \theta + \sin^2 \theta$$

$$\text{বা, } 1 - 1 - \sin^2 \theta - \sin^2 \theta + 2\sin \theta = 0$$

$$\text{বা, } -2\sin^2 \theta + 2\sin \theta = 0$$

$$\text{বা, } -2\sin \theta (\sin \theta - 1) = 0$$

$$\text{বা, } \sin \theta (\sin \theta - 1) = 0$$

উভয় পক্ষকে '-2' দ্বারা ভাগ করে।

$$\text{হয়, } \sin \theta = 0 \quad \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{অথবা, } \sin \theta - 1 = 0 \quad \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

$$\text{এখন, (i) নং সমীকরণ থেকে পাই, } \sin \theta = \sin 0^\circ$$

$$\therefore \theta = 0^\circ$$

$$\text{আবার, (ii) নং সমীকরণ থেকে পাই, } \sin \theta = 1$$

$$\text{বা, } \sin \theta = \sin 90^\circ$$

$$\therefore \theta = 90^\circ$$

অতএব, নির্ণেয় মান  $\theta = 0^\circ, 90^\circ$  (Ans.)

২২। সমাধান কর :  $\cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 2 - 5\cos \theta$  যখন  $\theta$  সূক্ষ্মকোণ।

**সমাধান :** এখানে,  $\cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 2 - 5\cos \theta$

$$\text{বা, } \cos^2 \theta - (1 - \cos^2 \theta) = 2 - 5\cos \theta$$

$$[\because \sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta]$$

$$\text{বা, } \cos^2 \theta - 1 + \cos^2 \theta - 2 + 5\cos \theta = 0$$

$$\text{বা, } 2\cos^2 \theta + 5\cos \theta - 3 = 0$$

$$\text{বা, } 2\cos^2 \theta + 6\cos \theta - \cos \theta - 3 = 0$$

$$\text{বা, } 2\cos \theta (\cos \theta + 3) - 1(\cos \theta + 3) = 0$$

$$\text{বা, } (2\cos \theta - 1)(\cos \theta + 3) = 0$$

$$\text{হয়, } 2\cos \theta - 1 = 0 \quad \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{অথবা, } \cos \theta + 3 = 0 \quad \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

অবৃত, (i) নং সমীকরণ থেকে পাই,  $2\cos\theta = 1$

$$\text{বা, } \cos\theta = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } \cos\theta = \cos 60^\circ$$

$$\therefore \theta = 60^\circ$$

অবৃত, (ii) নং সমীকরণ থেকে পাই,  $\cos\theta = -3$

কিন্তু সূর্যকোণের অন্য  $\cos\theta = -3$  হতে পারে না।

$\therefore \cos\theta = -3$  গ্রহণযোগ্য নয়।

অতএব, নির্ণেয় সমাধান  $\theta = 60^\circ$  (Ans.)

২৩। সমাধান কর :  $2\sin^2\theta + 3\cos\theta - 3 = 0$ ,  $\theta =$  সূর্যকোণ।

**সমাধান :**  $2\sin^2\theta + 3\cos\theta - 3 = 0$

$$\text{বা, } 2(1 - \cos^2\theta) + 3\cos\theta - 3 = 0$$

$$\text{বা, } 2 - 2\cos^2\theta + 3\cos\theta - 3 = 0$$

$$\text{বা, } -2\cos^2\theta + 3\cos\theta - 1 = 0$$

$$\text{বা, } 2\cos^2\theta - 3\cos\theta + 1 = 0 \quad [-\text{ধারা গুণ করে}]$$

$$\text{বা, } 2\cos^2\theta - 2\cos\theta - \cos\theta + 1 = 0$$

$$\text{বা, } 2\cos\theta(\cos\theta - 1) - 1(\cos\theta - 1) = 0$$

$$\text{বা, } (\cos\theta - 1)(2\cos\theta - 1) = 0$$

$$\therefore \text{হয়, } \cos\theta - 1 = 0$$

$$\text{বা, } \cos\theta = 1$$

$$\cos\theta = \cos 0^\circ$$

$$\therefore \theta = 0^\circ$$

$$\text{অথবা, } 2\cos\theta - 1 = 0$$

$$\text{বা, } 2\cos\theta = 1$$

$$\text{বা, } \cos\theta = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } \cos\theta = \cos 60^\circ$$

$$\therefore \theta = 60^\circ$$

[যেহেতু  $\theta$  সূর্যকোণ সেহেতু  $\theta = 0^\circ$  গ্রহণযোগ্য নয়]

অতএব, নির্ণেয় সমাধান  $\theta = 60^\circ$  (Ans.)

৪। সমাধান কর :  $\tan^2\theta - (1 + \sqrt{3})\tan\theta + \sqrt{3} = 0$

**সমাধান :** এখানে,  $\tan^2\theta - (1 + \sqrt{3})\tan\theta + \sqrt{3} = 0$

$$\text{বা, } \tan^2\theta - \tan\theta - \sqrt{3}\tan\theta + \sqrt{3} = 0$$

$$\text{বা, } \tan\theta(\tan\theta - 1) - \sqrt{3}(\tan\theta - 1) = 0$$

$$\text{বা, } (\tan\theta - 1)(\tan\theta - \sqrt{3}) = 0$$

$$\text{হয়, } \tan\theta - 1 = 0 \dots \text{(i)}$$

$$\text{নতুবা, } \tan\theta - \sqrt{3} = 0 \dots \text{(ii)}$$

$$\text{(i) নং সমীকরণ থেকে পাই, } \tan\theta = 1$$

$$\text{বা, } \tan\theta = \tan 45^\circ$$

$$\text{অর্থাৎ, } \theta = 45^\circ$$

অবৃত, (ii) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$$\tan\theta = \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \tan\theta = \tan 60^\circ$$

$$\text{অর্থাৎ, } \theta = 60^\circ$$

অতএব, নির্ণেয় সমাধান,  $\theta = 45^\circ$  ও  $60^\circ$  (Ans.)

২৫। মান নির্ণয় কর :  $3\cot^2 60^\circ + \frac{1}{4} \cosec^2 30^\circ + 5 \sin^2 45^\circ - 4\cos^2 60^\circ$

**সমাধান :** প্রদত্ত রাশি :  $3\cot^2 60^\circ + \frac{1}{4} \cosec^2 30^\circ + 5 \sin^2 45^\circ - 4\cos^2 60^\circ$

$$= 3 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + \frac{1}{4} \cdot (2)^2 + 5 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 - 4 \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$= 3 \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \cdot 4 + 5 \cdot \frac{1}{2} - 4 \cdot \frac{1}{4}$$

$$= 1 + 1 + \frac{5}{2} - 1$$

$$= 1 + \frac{5}{2}$$

$$= \frac{2+5}{2} = \frac{7}{2}$$

অতএব নির্ণেয় মান =  $\frac{7}{2}$  (Ans.)

২৬।  $\triangle ABC$  এর  $\angle B = 90^\circ$ ,  $AB = 5\text{cm}$ ,  $BC = 12\text{ cm}$ :

ক)  $AC$  এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

খ)  $\angle C = \theta$  হলে  $\sin\theta + \cos^2\theta$  এর মান নির্ণয় কর।

গ) দেখাও যে,  $\sec^2\theta + \cosec^2\theta = \sec^2\theta \cosec^2\theta$

**সমাধান :**

ক) আমরা জানি,

$\triangle ABC$  সমকোণী ত্রিভুজ

$$\therefore AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$\text{বা, } AC = \sqrt{AB^2 + BC^2}$$

$$\text{বা, } AC = \sqrt{(5)^2 + (12)^2}$$

$$\text{বা, } AC = \sqrt{25 + 144}$$

$$\text{বা, } AC = \sqrt{169}$$

$$\therefore AC = 13 \text{ (Ans.)}$$

খ) দেওয়া আছে,  $\angle C = \theta$

$$\therefore \sin\theta + \cos\theta$$

$$= \frac{5}{13} + \frac{12}{13}$$

$$= \frac{5+12}{13} = \frac{17}{13}$$

অতএব,  $\sin\theta + \cos\theta$  এর মান  $\frac{17}{13}$  (Ans.)

গ) দেখাও যে,  $\sec^2\theta + \cosec^2\theta = \sec^2\theta \cosec^2\theta$

**সমাধান :** আমরা জানি,  $\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$

$$= \frac{1}{\cos\theta} = 1 \times \frac{13}{12} = \frac{13}{12}$$

$$\text{এবং } \cosec\theta = \frac{1}{\sin\theta} = \frac{1}{\frac{5}{13}} = 1 \times \frac{13}{5} = \frac{13}{5}$$

$$\text{বামপক্ষ} = \sec^2\theta + \cosec^2\theta$$





$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{18\sqrt{3}}{BD}$$

$$\text{বা, } BD = 18(\sqrt{3})^2$$

$$\therefore BD = 54$$

$$\text{এবং } \sin \angle ADB = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$$

$$\text{বা, } \sin 30^\circ = \frac{AB}{AD}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{18\sqrt{3}}{AD}$$

$$\text{বা, } AD = 36\sqrt{3}$$

$$\therefore AD = 62.354 \text{ (প্রায়)}$$

$$\therefore CD = (BC + BD) \text{ মিটার}$$

$$= (18 + 54) \text{ মিটার} = 72 \text{ মিটার}$$

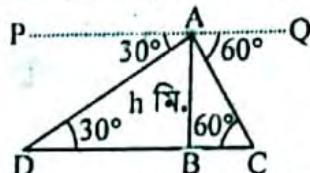
$$\text{উভয় : } AB = 31.177 \text{ মিটার (প্রায়)},$$

$$AD = 62.354, \text{ মি. (প্রায়)}, CD = 72 \text{ মি.}$$

□ কাজ : [প্র্তা- ১৭]

দুইটি মাইল পোস্টের মধ্যবর্তী কোনো স্থানের উপরে একটি বেলুন উড়ছে। বেলুনের স্থানে এ মাইল পোস্ট দুইটির অবনতি কোণ যথাক্রমে  $30^\circ$  ও  $60^\circ$  হলে, বেলুনটির উচ্চতা মিটারে নির্ণয় কর।

**সমাধান :** মনে করি, বেলুনের উচ্চতা  $AB = h$  মিটার।



দুইটি মাইল পোস্টের মধ্যবর্তী দূরত্ব  $DC = 1000$  মিটার।

$BC = x$  মিটার,  $BD = (1000 - x)$  মিটার।

$\triangle ABD$  এর অবনতি কোণ  $\angle PAD = 30^\circ$

উন্নত কোণ  $\angle ADB = 30^\circ$

আবার,  $\triangle ABC$  এর অবনতি কোণ  $\angle QAC = 60^\circ$

$\therefore$  উন্নতি কোণ  $\angle ACB = 60^\circ$

এখন,  $\triangle ABC$  এর ক্ষেত্রে,

$$\tan \angle ACB = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{AB}{BC}$$

$$\text{বা, } \tan 60^\circ = \frac{h}{x}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{h}{x}$$

$$\therefore x = \frac{h}{\sqrt{3}} \dots\dots\dots (i)$$

আবার,  $\triangle ABD$ -এর ক্ষেত্রে,

$$\tan \angle ADB = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{AB}{BD}$$

$$\text{বা, } \tan 30^\circ = \frac{h}{1000 - x}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{1000 - x}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}h = 1000 - x$$

$$\text{বা, } x = 1000 - \sqrt{3}h \dots\dots\dots (ii)$$

(i) নং ও (ii). নং সমীকরণ হতে পাই,

$$\frac{h}{\sqrt{3}} = 100 - \sqrt{3}h$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}h + \frac{h}{\sqrt{3}} = 1000$$

$$\text{বা, } \left( \sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) h = 1000$$

$$\text{বা, } \left( \frac{3+1}{\sqrt{3}} \right) h = 1000$$

$$\text{বা, } h = \frac{1000\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{বা, } h = 250\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } h = 250 \times 1.732$$

$$\therefore h = 433.013 \text{ (প্রায়)}$$

$\therefore$  নির্ণেয় বেলুনটির উচ্চতা 433.013 মিটার (প্রায়)।

## পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান

১। ক)  $\angle CAD$  এর পরিমাণ নির্ণয় কর।

খ)  $AB$  ও  $BC$  এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

গ)  $A$  ও  $D$  এর দূরত্ব নির্ণয় কর।

**সমাধান :**

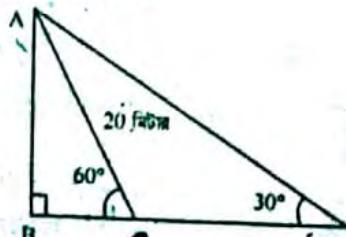
ক) দেওয়া আছে,  $\angle ACB = 60^\circ$

তাহলে,  $\angle ACB + \angle ACD = 180^\circ$

বা,  $60^\circ + \angle ACD = 180^\circ \therefore 1$  সরল কোণ বলে।

বা,  $\angle ACD = 180^\circ - 60^\circ$

$\therefore \angle ACD = 120^\circ$



এখন,  $\triangle ACD$  ত্রিভুজ - ৫

$\angle ACD + \angle ADC + \angle CAD = 180^\circ$

বা,  $120^\circ + 30^\circ + \angle CAD = 180^\circ$

বা,  $150^\circ + \angle CAD = 180^\circ$

বা,  $\angle CAD = 180^\circ - 150^\circ$

$\therefore \angle CAD = 30^\circ \text{ (Ans.)}$

খ) দেওয়া আছে,  $ABC$  সমকোণী ত্রিভুজে অতিভুজ  $AC = 20$  মিটার এবং অতিভুজ সংলগ্ন কোণ  $\angle ACB = 60^\circ$

$\therefore AB$  এর দৈর্ঘ্য  $= \frac{AB}{AC} = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}} = \sin \angle ACB$

$$\text{বা, } \frac{AB}{20} = \sin 60^\circ$$

$$\text{বা, } \frac{AB}{20} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{বা, } \frac{AB}{10} = \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } AB = 10\sqrt{3}$$

$$\therefore AB = 17.321 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

আবার,  $BC$  এর দৈর্ঘ্য  $= \frac{BC}{AC} = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}} = \cos \angle ACB$

$$\text{বা, } \frac{BC}{20} = \cos 60^\circ$$

$$\text{বা, } \frac{BC}{20} = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } BC = \frac{20}{2}$$

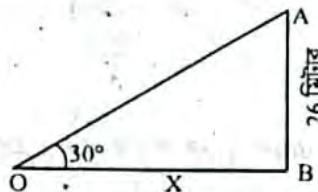
$$\therefore BC = 10 \text{ মিটার।}$$



৭। একটি মিনারের পাদদেশ থেকে কিছু দূরে একটি স্থানে  
মিনারটির শীর্ষের উন্নতি  $30^\circ$  এবং মিনারটির উচ্চতা 26  
মিটার হলো, মনে করি, মিনারটির পাদবিন্দু B, ভূতলের নির্দিষ্ট  
স্থান O এবং শীর্ষবিন্দু A.

মনে করি, মিনারটি থেকে  
নির্দিষ্ট স্থানের দূরত্ব  $OB = X$   
মিটার।

$$\therefore \angle AOB = 30^\circ \text{ এবং } AB = 26 \text{ মিটার।}$$



$$\text{এখন, } \tan \angle AOB = \frac{AB}{OB}$$

$$\text{বা, } \tan 30^\circ = \frac{26}{X}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{26}{X}$$

$$\text{বা, } X = 26\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } X = 26 \times 1.73205$$

$$\text{বা, } X = 45.03332098$$

$$\text{বা, } X = 45.033$$

∴ মিনারটি থেকে নির্দিষ্ট স্থানের দূরত্ব  
= 45.033 মিটার (প্রায়)। (Ans.)

৮। একটি গাছের পাদদেশ থেকে 20 মিটার দূরে ভূতলের  
কোনো বিন্দুতে গাছের ছুঁড়ায় উন্নতি কোণ  $60^\circ$  হলে,  
গাছটির উচ্চতা নির্ণয় কর।

**সমাধান :** মনে করি, গাছের পাদদেশ B এবং ভূতলের  
নির্দিষ্ট বিন্দু C এবং চূড়া A

এখানে,  $BC = 20$  মিটার

এবং  $\angle ACB = 60^\circ$

ধরি, গাছের উচ্চতা,  $AB = h$

এখন, ABC সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\frac{AB}{BC} = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \tan \angle BCA$$

$$\text{বা, } \frac{AB}{BC} = \tan 60^\circ$$

$$\text{বা, } \frac{h}{20} = \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } h = 20\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } h = 20 \times 1.732050807$$

$$\text{বা, } h = 34.64101614$$

$$\text{বা, } h = 34.641$$

অতএব, গাছের নির্ণয় উচ্চতা = 34.641 মিটার (প্রায়)। (Ans.)

৯। 18 মিটার দৈর্ঘ্য একটি মই ভূমির সাথে  $45^\circ$  কোণ উৎপন্ন  
করে দেয়ালের ছাদ স্পর্শ করে। দেওয়ালটির উচ্চতা কত?

**সমাধান :** মনে করি, দেওয়ালের উচ্চতা,  $AB = h$  মিটার  
এবং ছাদের সাথে মই-এর স্পর্শবিন্দু B। এখানে, মইয়ের  
দৈর্ঘ্য,  $OB = 18$  মিটার এবং  $\angle AOB = 45^\circ$

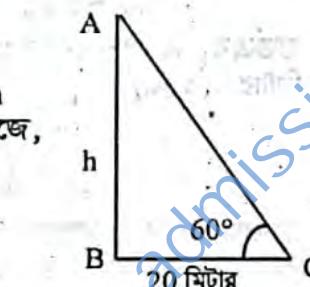
$$\therefore \frac{AB}{OB} = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}} = \sin \angle AOB$$

$$\text{বা, } \frac{AB}{OB} = \sin 45^\circ$$

$$\text{বা, } \frac{h}{18} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{বা, } h = \frac{18}{\sqrt{2}}$$

$$\text{বা, } h = \frac{18 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$$



$$\text{বা, } h = \frac{18\sqrt{2}}{2}$$

$$\begin{aligned}\text{বা, } h &= 9\sqrt{2} \\ &= 9 \times 1.414213562 \\ &= 12.72792205\end{aligned}$$

$$\therefore h = 12.728$$

অতএব, দেওয়ালের উচ্চতা,  $h = 12.728$  মিটার (প্রায়)।  
(Ans.)

১০। একটি ঘরের ছাদের কোনো বিন্দুতে ঐ বিন্দু থেকে  
মিটার দূরের ভূতলে একটি বিন্দুর অবনতি কোণ  $30^\circ$  হলে,  
ঘরটির উচ্চতা নির্ণয় কর।

**সমাধান :** মনে করি, ঘরটির উচ্চতা  $BC = h$  মিটার B  
বিন্দুতে A বিন্দুর অবনতি কোণ  $\angle OBA = 30^\circ$   
তাহলে,  $\angle CAB = 30^\circ$  [একান্তর কোণ বলে]।  
এখানে,  $AB = 20$  মিটার

এখন, ABC সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\frac{BC}{AB} = \sin \angle CAB$$

$$\text{বা, } \frac{BC}{AB} = \sin 30^\circ$$

$$\text{বা, } \frac{h}{20} = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } h = \frac{20}{2}$$

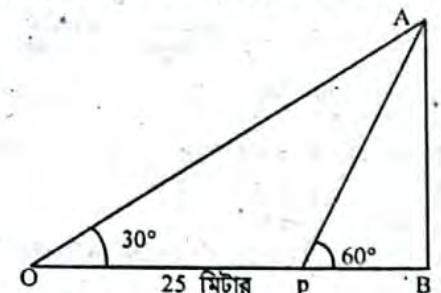
$$\therefore h = 10$$

অতএব, ঘরটির নির্ণয় উচ্চতা 10 মিটার। (Ans.)

১১। ভূতলে কোনো স্থানে একটি স্তম্ভের শীর্ষের উন্নতি  $60^\circ$ । ঐ  
স্থান থেকে 25 মিটার পিছিয়ে গেলে স্তম্ভটির উন্নতিকোণ  $30^\circ$   
হয়। স্তম্ভটির উচ্চতা নির্ণয় কর।

**সমাধান :**

মনে করি, স্তম্ভটির উচ্চতা,  $AB = h$  মিটার



এবং স্তম্ভের প্রম্ব,  $BP = x$  মিটার।

এখানে,  $\angle BPA = 60^\circ$ ,  $\angle BOA = 30^\circ$

এবং  $OP = 25$  মিটার।

$$\therefore BO = (BP + PO) = (x + 25) \text{ মিটার}$$

এখন, AOB সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\frac{AB}{BO} = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \tan \angle BOA$$

$$\text{বা, } \frac{AB}{BO} = \tan 30^\circ$$

$$\text{বা, } \frac{h}{BP + PO} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{h}{x + 25} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore x + 25 = h\sqrt{3} \quad \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{আবার, } \frac{AB}{BP} = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \tan \angle BPA$$

৩২৮

- ৭। একটি মিনারের পাদদেশ থেকে কিছু দূরে একটি ঘনে মিনারটির শীর্ষের উন্নতি  $30^{\circ}$  এবং মিনারটির উচ্চতা 26 মিটার হলো, মিনার থেকে এই ঘনটির দূরত্ব নির্ণয় কর।

**সমাধান :** মনে করি, মিনারটির পাদকিন্দু B, ভূতলের নির্দিষ্ট

ঘন O এবং শীর্ষকিন্দু A.

মনে করি, মিনারটি থেকে নির্দিষ্ট ঘনের দূরত্ব  $OB = X$  মিটার।

$$\therefore \angle AOB = 30^{\circ} \text{ এবং } AB = 26 \text{ মিটার।}$$

$$\text{এখন, } \tan \angle AOB = \frac{AB}{OB}$$

$$\text{বা, } \tan 30^{\circ} = \frac{26}{X}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{26}{X}$$

$$\text{বা, } X = 26\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } X = 26 \times 1.73205$$

$$\text{বা, } X = 45.03332098$$

$$\text{বা, } X = 45.033$$

∴ মিনারটি থেকে নির্দিষ্ট ঘনের দূরত্ব  
= 45.033 মিটার (প্রায়)। (Ans.)

- ৮। একটি গাছের পাদদেশ থেকে ২০ মিটার দূরে ভূতলের কোনো বিন্দুতে গাছের ছান্তির উন্নতি কোণ  $60^{\circ}$  হলে, গাছটির উচ্চতা নির্ণয় কর।

**সমাধান :** মনে করি, গাছের পাদদেশ B এবং ভূতলের

নির্দিষ্ট বিন্দু C এবং ছান্তি A

এখনে,  $BC = 20$  মিটার

এবং  $\angle ACB = 60^{\circ}$

ধরি, গাছের উচ্চতা,  $AB = h$

এখন, ABC সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\frac{AB}{BC} = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \tan \angle BCA$$

$$\text{বা, } \frac{AB}{BC} = \tan 60^{\circ}$$

$$\text{বা, } \frac{h}{20} = \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } h = 20\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } h = 20 \times 1.732050807$$

$$\text{বা, } h = 34.64101614$$

$$\text{বা, } h = 34.641$$

অতএব, গাছের নির্ণেয় উচ্চতা = 34.641 মিটার (প্রায়)। (Ans.)

- ৯। 18 মিটার দৈর্ঘ্য একটি মই ভূমির সাথে  $45^{\circ}$  কোণ উৎপন্ন করে দেয়ালের ছান্তি স্পর্শ করে। দেওয়ালটির উচ্চতা কত?

**সমাধান :** মনে করি, দেওয়ালের উচ্চতা,  $AB = h$  মিটার এবং ছান্তির সাথে মই-এর স্পর্শকিন্দু B। এখনে, মইয়ের দৈর্ঘ্য,  $OB = 18$  মিটার এবং  $\angle AOB = 45^{\circ}$

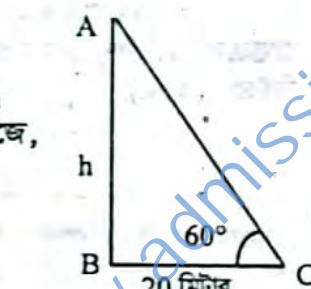
$$\therefore \frac{AB}{OB} = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}} = \sin \angle AOB$$

$$\text{বা, } \frac{AB}{OB} = \sin 45^{\circ}$$

$$\text{বা, } \frac{h}{18} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{বা, } h = \frac{18}{\sqrt{2}}$$

$$\text{বা, } h = \frac{18 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$$



$$\text{বা, } h = \frac{18\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{বা, } h = 9\sqrt{2}$$

$$= 9 \times 1.414213562$$

$$= 12.72792205$$

$$\therefore h = 12.728$$

অতএব, দেওয়ালের উচ্চতা,  $h = 12.728$  মিটার (প্রায়)।

(Ans.)

- ১০। একটি ঘরের ছান্তির কোনো বিন্দুতে এই বিন্দু থেকে একটি বিন্দুর অবস্থান কোণ  $30^{\circ}$  হলে, ঘরটির উচ্চতা নির্ণয় কর।

**সমাধান :** মনে করি, ঘরটির উচ্চতা  $BC = h$  মিটার এবং বিন্দুতে A বিন্দুর অবস্থান কোণ  $\angle OBA = 30^{\circ}$  তাহলে,  $\angle CAB = 30^{\circ}$

এখনে,  $AB = 20$  মিটার

এখন, ABC সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\frac{BC}{AB} = \sin \angle CAB$$

$$\text{বা, } \frac{BC}{AB} = \sin 30^{\circ}$$

$$\text{বা, } \frac{h}{20} = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } h = 10$$

অতএব, ঘরটির নির্ণেয় উচ্চতা 10 মিটার। (Ans.)

- ১১। ভূতলে কোনো ঘনে একটি ভৱের শীর্ষের উন্নতি  $60^{\circ}$ । এই ঘন থেকে 25 মিটার পিছিয়ে গেলে ভৱটির উন্নতিকোণ  $30^{\circ}$  হয়। ভৱটির উচ্চতা নির্ণয় কর।

**সমাধান :**

মনে করি, ভৱটির উচ্চতা,  $AB = h$  মিটার



এবং ভৱের প্রস্থ,  $BP = x$  মিটার।

এখনে,  $\angle BPA = 60^{\circ}$ ,  $\angle BOA = 30^{\circ}$

এবং  $OP = 25$  মিটার।

$$\therefore BO = (BP + PO) = (x + 25) \text{ মিটার}$$

এখন, AOB সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\checkmark \frac{AB}{BO} = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \tan \angle BOA$$

$$\text{বা, } \frac{AB}{BO} = \tan 30^{\circ}$$

$$\text{বা, } \frac{h}{BP + PO} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{h}{x + 25} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore x + 25 = h\sqrt{3} \quad \dots \dots \dots (i)$$

আবার,  $\frac{AB}{BP} = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \tan \angle BPA$

$$\text{বা, } \frac{AB}{BP} = \tan 60^\circ$$

$$\text{বা, } \frac{h}{x} = \sqrt{3}$$

$$\therefore h = x\sqrt{3} \quad \text{.....(ii)}$$

এখন, (i) নং সমীকরণে  $h$  এর মান বসিয়ে পাই,

$$x + 25 = x\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } x + 25 = 3x$$

$$\text{বা, } x - 2x = -25$$

$$\text{বা, } -2x = -25$$

$$\text{বা, } 2x = 25$$

$$\therefore x = \frac{25}{2} = 12.5$$

(ii) নং সমীকরণে  $x$ -এর মান বসিয়ে পাই,

$$h = \frac{25}{2} \times \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } h = \frac{25\sqrt{3}}{2} = \frac{25 \times 1.732050807}{2}$$

$$= \frac{43.30127017}{2}$$

$$= 21.65063508$$

$$= 21.651$$

অতএব, স্তৰটির উচ্চতা = 21.651 মিটার (আয়)। (Ans.)

১২। কোনে ঘূন থেকে একটি মিনারের দিকে 60 মিটার এগিয়ে আসলে মিনারের শীর্ষ বিস্তুর উন্নতি কোণ  $45^\circ$  থেকে  $60^\circ$  হয়। মিনারটির উচ্চতা নির্ণয় কর।

**সমাধান :** মনে করি, AB মিনারের শীর্ষবিন্দু A ও পাদবিন্দু B. ভূতলের কোণ বিস্তুর O তে মিনারের শীর্ষবিন্দু A এর উন্নতি কোণ =  $\angle AOB$  এবং C তে উন্নতি কোণ =  $\angle ACB$ . দেওয়া আছে,  $\angle AOB = 45^\circ$

$$\angle ACB = 60^\circ$$

$$\text{এবং } OC = 60 \text{ মিটার}$$

মিনারটির উচ্চতা (AB) নির্ণয় করতে হবে।

মনে করি, মিনারটির উচ্চতা

$$AB = h \text{ মিটার} \quad \text{এবং, } BC =$$

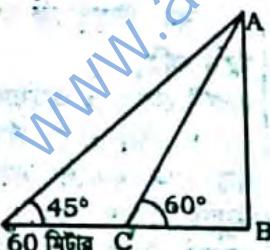
X

তাহলে,  $BO = BC + CO =$

$$(x + 60) \text{ মিটার}$$

এখন, সমকোণী  $\triangle AOB$  এর,

$$\text{লম্ব} = AB \text{ ও } \text{ভূমি} = OB$$



$$\therefore \tan \angle AOB = \frac{AB}{BO}$$

$$\text{বা, } \tan 45^\circ = \frac{h}{x+60} \quad [\because \angle AOB = 45^\circ]$$

$$\text{বা, } 1 = \frac{h}{x+60} \quad [\because \tan 45^\circ = 1]$$

$$\text{বা, } x + 60 = h$$

$$\therefore x = h - 60 \quad \text{.....(i)}$$

আবার, সমকোণী  $\triangle ACB$  এর লম্ব = AB ও ভূমি = BC

$$\therefore \tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$$

$$\text{বা, } \tan 60^\circ = \frac{h}{x} \quad [\because \angle ACB = 60^\circ]$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{h}{x} \quad [\because \tan 60^\circ = \sqrt{3}]$$

$$\text{বা, } h = x\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } h = (h - 60)\sqrt{3}$$

| (i) নং থেকে x এর মান বসিয়ে পাই,

$$\text{বা, } h = h\sqrt{3} - 60\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } h\sqrt{3} - h = 60\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } h(\sqrt{3} - 1) = 60\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } h = \frac{60\sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1}$$

$$\text{বা, } h = \frac{60\sqrt{3}(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)}$$

[ লব ও হরকে  $\sqrt{3} + 1$  দ্বারা গুণ করে ]

$$\text{বা, } h = \frac{60(\sqrt{3} + 1)\sqrt{3}}{3 - 1}$$

$$\text{বা, } h = \frac{60(\sqrt{3} + 1)\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{বা, } h = 30\sqrt{3}(\sqrt{3} + 1)$$

$$\text{বা, } h = 30(\sqrt{3^2} + \sqrt{3})$$

$$= 30(3 + \sqrt{3})$$

$$= 30(3 + 1.732050807)$$

$$= 30 \times 4.732050807$$

$$= 141.9615242$$

$$= 141.962 \text{ মিটার}$$

অতএব, মিনারটির নির্ণয়ের উচ্চতা = 141.962 মিটার (আয়)। (Ans.)

১৩। একটি নদীর তীরে কোনো এক ঘূনে দৌড়িয়ে একজন লোক দেখল যে, ঠিক সোজাসোজি অপর তীরে অবস্থিত একটি টাওয়ারের উন্নতি কোণ  $60^\circ$ । ঐ ঘূন থেকে 96 মিটার পিছিয়ে গেলে উন্নতি কোণ  $30^\circ$  হয়। টাওয়ারের উচ্চতা এবং নদীর বিস্তার নির্ণয় কর।

**সমাধান :**

মনে করি, টাওয়ারটির

$$\text{উচ্চতা, } AB = h \text{ মিটার}$$

এবং নদীর প্রস্থ,  $BP = x$  মিটার।

এখানে,  $\angle BPA = 60^\circ$ ,

$\angle BOA = 30^\circ$

এবং  $OP = 96$  মিটার।

$$\therefore BO = (BP + PO) = (x + 96) \text{ মিটার}$$

এখন,  $\triangle AOB$  সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\frac{AB}{BO} = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \tan \angle BOA$$

$$\text{বা, } \frac{AB}{BO} = \tan 30^\circ$$

$$\text{বা, } \frac{h}{BP + PO} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{h}{x + 96} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore x + 96 = h\sqrt{3} \quad \text{.....(i)}$$

$$\text{আবার, } \frac{AB}{BP} = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \tan \angle BPA$$

$$\text{বা, } \frac{AB}{BP} = \tan 60^\circ$$

$$\text{বা, } \frac{h}{x} = \sqrt{3}$$

$$\therefore h = x\sqrt{3} \quad \text{.....(ii)}$$

এখন, (i) নং সমীকরণে  $h$  এর মান বসিয়ে পাই,

$$x + 96 = x\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } x + 96 = 3x$$

$$\text{বা, } x - 3x = -96$$

$$\text{বা, } -2x = -96$$

$$\text{বা, } 2x = 96$$

$$\therefore x = \frac{96}{2} = 48$$

(ii) নং সমীকরণে  $x$ -এর মান বসিয়ে পাই,

$$h = 48 \times \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } h = 48 \times 1.7320$$

$$= 83.138$$

অতএব, শৃঙ্খলটির উচ্চতা = 83.138 মিটার এবং নদীর বিস্তার = 48 মিটার (Ans.)

১৪। ৬৪ মিটার লম্বা একটি খুঁটি ভেঙে গিয়ে সম্পূর্ণ বিছিন্ন না হয়ে ভূমির সাথে  $60^\circ$  কোণ উৎপন্ন করে। খুঁটিটির ভাঙ্গা অংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

**সমাধান :** মনেকরি, খুঁটিটির দৈর্ঘ্য  $AC = 64$  মিটার, খুঁটিটি  $B$  বিন্দুতে ভেঙে গিয়ে ভূমির সাথে  $D$  বিন্দুতে  $60^\circ$  কোণ উৎপন্ন করে।

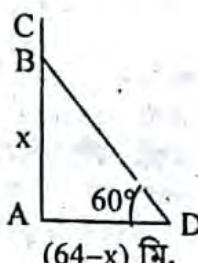
এখানে, খুঁটিটি  $x$  উচ্চতায় ভেঙে

থাকে তবে,  $AB = AC - BC$

$$\text{বা, } AB = 64 - BD$$

$$\text{বা, } x = 64 - BD$$

$$\therefore BD = 64 - x$$



এখন,  $ABD$  সমকোণী ত্রিভুজে,  $\frac{AB}{BD} = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}} = \sin \angle ADB$

$$\text{বা, } \frac{AB}{BD} = \sin 60^\circ$$

$$\text{বা, } \frac{x}{64-x} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{বা, } 2x = \sqrt{3}(64-x)$$

$$\text{বা, } 2x = \sqrt{3} \cdot 64 - \sqrt{3}x$$

$$\text{বা, } 2x + \sqrt{3}x = 64 \times 1.73205080$$

$$\text{বা, } x(2 + \sqrt{3}) = 110.85$$

$$\text{বা, } x = \frac{110.85}{2 + \sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } x = \frac{110.85}{2 + 1.73205080}$$

$$\text{বা, } x = \frac{110.85}{3.73205080}$$

$$\therefore x = 29.702 \text{ (প্রায়)}$$

অতএব, খুঁটিটি 29.702 মিটার (প্রায়) উচ্চতে ভেঙেছিল। (Ans.)

১৫। একটি গাছ বড়ে এমনভাবে ভেঙে গেল যে, ভাঙ্গা অংশ দড়ায়মান অংশের সাথে  $30^\circ$  কোণ করে গাছের গোড়া থেকে 12 মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে। গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

**সমাধান :** মনেকরি, গাছটি  $A$  বিন্দুতে ভেঙে গিয়ে  $AB$  অংশ দড়ায়মান অংশ  $AC$  এর সাথে  $\angle CAB = 30^\circ$  উৎপন্ন করে  $CB$  দূরত্বে  $B$  বিন্দুতে মাটি স্পর্শ করে।

$$\therefore \text{গাছটির দৈর্ঘ্য} = AC + AD$$

এখানে,  $\angle CAB = 30^\circ$  এবং  $BC = 12$  মিটার



গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য ( $AC + AD$ ) নির্ণয় করাতে হবে।

এখন,  $ABC$  সমকোণী ত্রিভুজে  $\frac{BC}{AC} = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \tan \angle CAB$

$$\text{বা, } \frac{BC}{AC} = \tan 30^\circ$$

$$\text{বা, } \frac{12}{AC} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } AC = 12\sqrt{3}$$

আবার,  $\frac{BC}{AB} = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}} = \sin \angle CAB$

$$\text{বা, } \frac{BC}{AB} = \sin 30^\circ$$

$$\text{বা, } \frac{12}{AB} = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } AB = 24 \text{ মিটার}$$

$$\therefore \text{গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য, } CD = (AD + AC)$$

$$= (AB + AC)$$

$$= 24 + 12\sqrt{3}$$

$$= 12(2 + \sqrt{3})$$

$$= 12(2 + 1.732050807)$$

$$= 12 \times 3.732050807$$

$$= 44.785 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

অতএব, গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য = 44.785 মিটার (প্রায়) | (Ans.)

১৬। একটি নদীর এক তীরে কোনো স্থানে দাঁড়িয়ে একজন মেরে দেখালো যে, ঠিক সোজাসোজি অপর তীরে অবস্থিত ১৫ মিটার লম্বা একটি গাছের শীর্ষের উন্নতি কোণ  $30^\circ$ । সোজা একটি নৌকাযোগে গাছটিকে লক্ষ্য করে যাত্রা শুরু করলে কিন্তু পানির স্রোতের কারণে লোকটি গাছ থেকে 10 মিটার দূরে তীরে পৌছল।

ক) উপরিউক্ত বর্ণনাটি চিত্রের মাধ্যমে দেখাও।

খ) নদীর বিস্তার নির্ণয় কর।

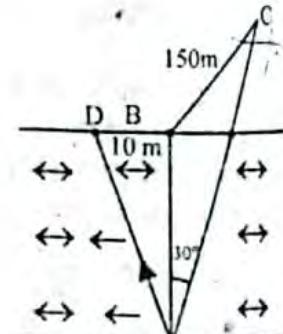
গ) লোকটির যাত্রা স্থান থেকে গাছের স্থানের দূরত্ব নির্ণয় কর।

**সমাধান :**

ক) উপরিউক্ত বর্ণনাটির চিত্র হলো—

মনে করি,

একটি লোক  $A$  অবস্থানে থেকে  $BC = 150$  m দৈর্ঘ্যের একটি গাছ লক্ষ্য করলো যার শীর্ষের উন্নতি কোণ  $30^\circ$ । লোকটি গাছের দিকে যাত্রা শুরু করলে স্রোতের দূরুন সে গাছ থেকে  $BD = 10$  m দূরে গিয়ে উদ্দিষ্ট তীরে পৌছাল।



খ) চিত্রে দেখা যাচ্ছে নদীর বিস্তার =  $AB$

এখন  $\triangle ABC$ -এ

$$\tan \angle CAB = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$$

$$\text{বা, } \tan 30^\circ = \frac{BC}{AB}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{150}{AB}$$

$$\text{বা, } AB = 150\sqrt{3}$$

$$\therefore AB = 259.808 \text{ (প্রায়)}$$

$$\therefore \text{নদীর বিস্তার } AB = 259.808 \text{ (প্রায়)}$$



## □ অনুশীলনী- ১১.১

### পাঠ্যবইয়ের কাজসমূহের সমাধান

□ কাজ :

১।  $3.5 : 5.6$  কে  $1 : a$  এবং  $b : 1$  আকারে প্রকাশ কর।

**সমাধান :**

দেওয়া আছে,  $3.5 : 5.6$

$$= 1 : \frac{5.6}{3.5} \quad [3.5 \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$= 1 : 1.6$$

$$= 1 : a \quad [\text{যখন } a = 1.6]$$

১।  $3.5 : 5.6$  কে  $1 : a$  আকারে প্রকাশ করা হলো।

আবার,  $3.5 : 5.6$

$$= \frac{3.5}{5.6} : 1 \quad [5.6 \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$= 0.625 : 1$$

$$= b : 1 \quad [\text{যখন } b = 0.625]$$

১।  $3.6 : 5.6$  কে  $b : 1$  আকারে প্রকাশ করা হলো।

□ কাজ : ২।  $x : y = 5 : 6$  হলে  $3x : 5y = ?$  [পৃষ্ঠা-১৮০]

**সমাধান :**

দেওয়া আছে,  $x : y = 5 : 6$

$$\text{বা, } \frac{x}{y} = \frac{5}{6}$$

$$\text{বা, } \frac{3x}{y} = \frac{15}{6}$$

$$\text{বা, } \frac{3x}{5y} = \frac{15}{30}$$

$$\text{বা, } 3x : 5y = 15 : 30$$

$$\therefore 3x : 5y = 1 : 2 \quad (\text{Ans.})$$

□ কাজ :

[পৃষ্ঠা-১৮২]

১। মাতা ও কন্যার বর্তমান বয়সের সমষ্টি  $s$  বছর। তাদের বয়সের অনুপাত  $t$  বছর পূর্বে ছিল  $r : p$ ,  $x$  বছর পরে তাদের বয়সের অনুপাত কত হবে?

**সমাধান :** মনে করি, মাতার বর্তমান বয়স  $a$  বছর এবং কন্যার বর্তমান বয়স  $b$  বছর। তাহলে

প্রশ্নানুসারে,  $a + b = s$  ..... (i)

$$\frac{a-t}{b-t} = \frac{r}{p} \quad \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

এখন, ii নং থেকে পাই,

$$\frac{a-t}{r} = \frac{b-t}{p} = \frac{a+b-2t}{r+p} = \frac{s-2t}{r+p} \quad [\text{ii নং থেকে}]$$

$$\therefore a-t = \frac{(s-2t)r}{r+p}$$

$$\text{বা, } a = \frac{(s-2t)r}{r+p} + t$$

$$\text{এবং } b-t = \frac{(s-2t)p}{r+p}$$

$$\text{বা, } b = \frac{(s-2t)p}{r+p} + t$$

$\therefore x$  বছর পরে মাতা ও কন্যার বয়সের অনুপাত

$$= \frac{a+x}{b+x} \\ = \frac{\frac{(s-2t)r}{r+p} + t + x}{\frac{(s-2t)p}{r+p} + t + x}$$

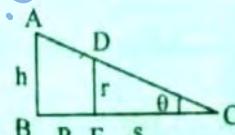
$\therefore x$  বছর পরে মাতা ও কন্যার বয়সের অনুপাত হবে,

$$\left\{ \frac{(s-2t)r}{r+p} + t + x \right\} : \left\{ \frac{(s-2t)p}{r+p} + t + x \right\} \quad (\text{Ans.})$$

□ কাজ :

১। একটি ল্যাম্পপোস্ট থেকে  $p$  মিটার দূরে দোড়ানো  $r$  মিটার উচ্চতাবিশিষ্ট এক ব্যক্তির ছায়ার দৈর্ঘ্য  $s$  মিটার। ল্যাম্পপোস্টের উচ্চতা  $h$  মিটার হলে, এই ব্যক্তি ল্যাম্পপোস্ট থেকে কত দূরে দোড়ানো হিলেন? [পৃষ্ঠা-১৮২]

**সমাধান :**



মনে করি, ল্যাম্পপোস্টটির উচ্চতা,  $AB = h$  মিটার এবং ব্যক্তির উচ্চতা,  $DE = r$  মিটার

ল্যাম্পপোস্ট থেকে ব্যক্তির দূরত্ব,  $BE = p$  মিটার  
ব্যক্তির ছায়া,  $EC = s$  মিটার

$\therefore$  ল্যাম্পপোস্ট থেকে ছায়ার শেষ কিন্দুর দূরত্ব,

$$BC = (p+s) \text{ মিটার}$$

যেহেতু, ছায়া উচ্চতার সমানুপাতিক  
সূতরাং,  $r \propto s$

$$\text{বা, } r = ks \quad [k \text{ একটি ধ্রুক}]$$

$$\text{বা, } \frac{r}{s} = k \quad \dots \dots \dots \text{(i)}$$

আবার, চিত্র থেকে  $h \propto (p+s)$

$$\text{বা, } h = k(p+s)$$

$$\text{বা, } \frac{h}{p+s} = k \quad \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

এখন (i) ও (ii) নং সমীকরণ থেকে পাই,  $\frac{h}{p+s} = \frac{r}{s}$

$$\text{বা, } hs = r(p+s)$$

$$\text{বা, } hs = rp + rs$$

$$\text{বা, } rp = hs - rs$$

$$\text{বা, } p = \frac{s(h-r)}{r}$$

$$\therefore p = \left( \frac{h}{r} - 1 \right) s \text{ মিটার}$$

$\therefore$  ল্যাম্পপোস্ট থেকে ব্যক্তির দূরত্ব,

$$p = \left( \frac{h}{r} - 1 \right) s \text{ মিটার।}$$

উভয় :  $\left( \frac{h}{r} - 1 \right) s$  মিটার।

$$\text{বা, } \frac{a^2 - ab + b^2}{a - b + c} = \frac{(a-b+c)(a+b)}{a-b+c} \text{ যাই হলো } (a+b) \text{ দ্বারা ভাগ করে।}$$

$$\text{বা, } a^2 - ab + b^2 = a(a - b + c)$$

$$\text{বা, } a^2 - ab + b^2 = a^2 - ab + ac$$

$$\text{বা, } a^2 - ab + b^2 - a^2 + ab = ac$$

$$\text{বা, } b^2 = ac$$

$$\text{বা, } \frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

$$\therefore a : b = b : c$$

**∴ a, b, c ত্রিমিক সমানুপাতী। (প্রমাণিত)**

**উদাহরণ— ১০॥** যদি  $\frac{a+b}{b+c} = \frac{c+d}{d+a}$  হয়, তবে প্রমাণ কর,  $c = a$

অথবা  $a + b + c + d = 0$ .

**সমাধান :** দেওয়া আছে,  $\frac{a+b}{b+c} = \frac{c+d}{d+a}$

$$\text{বা, } \frac{a+b}{b+c} - 1 = \frac{c+d}{d+a} - 1$$

$$\text{বা, } \frac{a+b-b-c}{b+c} - \frac{c+d-d-a}{d+a} = 0$$

$$\text{বা, } \frac{a-c}{b+c} + \frac{a-c}{d+a} = 0$$

$$\text{বা, } (a-c)\left(\frac{1}{b+c} + \frac{1}{d+a}\right) = 0$$

$$\text{বা, } (a-c)\frac{(d+a+b+c)}{(b+c)(d+a)} = 0$$

$$\text{বা, } (a-c)(d+a+b+c) = 0$$

$$\text{হয় } a - c = 0$$

$$\text{বা, } a = c$$

$$\text{অর্থাৎ, } c = a$$

অথবা,  $a + b + c + d = 0$  (প্রমাণিত)

**উদাহরণ— ১০॥** যদি  $\frac{x}{y+z} = \frac{y}{z+x} = \frac{z}{x+y}$  এবং  $x, y, z$  সকলে

পরস্পর সমান না হয়, তবে প্রমাণ কর যে, প্রতিটি

অনুপাতের মান  $-1$  অথবা  $\frac{1}{2}$  এর সমান হবে।

**সমাধান :** মনে করি,  $\frac{x}{y+z} = \frac{y}{z+x} = \frac{z}{x+y} = k$

$$\text{অতএব, } \frac{x}{y+z} = k$$

$$\therefore x = k(y+z) \dots \text{(i)}$$

$$\text{অনুরূপভাবে, } y = k(z+x) \dots \text{(ii)}$$

$$\text{এবং } z = k(x+y) \dots \text{(iii)}$$

এখন, সমীকরণ (i) থেকে (ii) বিয়োগ করে পাই,

$$x - y = k(y+z) - k(z+x)$$

$$\text{বা, } x - y = k(y+z - z - x)$$

$$\text{বা, } x - y = k(y-x)$$

$$\text{বা, } x - y = -k(x-y)$$

$$\therefore k = -1; \quad [\because x - y \neq 0]$$

অর্থাৎ, প্রতিটি অনুপাতের মান  $= -1$

আবার, সমীকরণ (i), (ii) এবং (iii) যোগ করে পাই,

$$x + y + z = k(y+z) + k(z+x) + k(x+y)$$

$$\text{বা, } x + y + z = k(y+z + z + x + x + y)$$

$$\text{বা, } x + y + z = k(2x + 2y + 2z)$$

$$\text{বা, } x + y + z = 2k(x + y + z)$$

$$\text{বা, } 2k = 1 \quad [\because x + y + z \neq 0]$$

$$\therefore k = \frac{1}{2}$$

**∴ প্রতিটি অনুপাতের মান  $-1$  অথবা  $\frac{1}{2}$  এর সমান। (প্রমাণিত)**

**উদাহরণ— ১১॥** যদি  $ax = by = cz$  হয়, তবে দেখাও যে,

$$\frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{zx} + \frac{z^2}{xy} = \frac{bc}{a^2} + \frac{ca}{b^2} + \frac{ab}{c^2}$$

**সমাধান :** দেওয়া আছে,  $ax = by = cz$

$$\text{মনে করি, } ax = by = cz = k;$$

$$\text{তাহলে, } ax = k \quad by = k \quad \text{এবং } cz = k$$

$$\therefore x = \frac{k}{a} \quad \therefore y = \frac{k}{b} \quad \therefore z = \frac{k}{c}.$$

অতএব,

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= \frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{zx} + \frac{z^2}{xy} \\ &= \frac{\left(\frac{k}{a}\right)^2}{\frac{bc}{a^2}} + \frac{\left(\frac{k}{b}\right)^2}{\frac{ca}{b^2}} + \frac{\left(\frac{k}{c}\right)^2}{\frac{ab}{c^2}} \\ &= \frac{k^2}{a^2} \times \frac{bc}{k^2} + \frac{k^2}{b^2} \times \frac{ca}{k^2} + \frac{k^2}{c^2} \times \frac{ab}{k^2} \\ &= \frac{bc}{a^2} + \frac{ca}{b^2} + \frac{ab}{c^2} = \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{বামপক্ষ} = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\text{অর্থাৎ, } \frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{zx} + \frac{z^2}{xy} = \frac{bc}{a^2} + \frac{ca}{b^2} + \frac{ab}{c^2} \text{ (দেখানো হলো)}$$

## পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান

১১.১

১। দুইটি বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে  $a$  মিটার ও  $b$  মিটার হলে, তাদের ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত?

**সমাধান :**

$$\text{ধারি, } 1\text{ম বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য} = a$$

$$\text{এবং } 2\text{য় } " " " = b$$

$$\therefore 1\text{ম বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} = a^2 \text{ বর্গমিটার}$$

$$\text{এবং } 2\text{য় } " " " = b^2 \text{ " }$$

$$\text{অতএব, দুইটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের নির্ণয় অনুপাত} = a^2 : b^2$$

২। একটি কৃতক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল একটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান হলে, তাদের পরিসীমার অনুপাত নির্ণয় কর?

**সমাধান :** আমরা জানি, বৃত্তের ক্ষেত্রফল  $= \pi r^2$ ,

$$\text{এখনে } r = \text{ব্যাসার্ধ}$$

$$\text{এবং বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} = a^2,$$

$$\text{এখনে } a = \text{বর্গক্ষেত্রের বাহু}.$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } a^2 = \pi r^2$$

$$\text{বা, } a = \sqrt{\pi r^2} = r\sqrt{\pi}$$

এখন, বৃত্তের পরিসীমা =  $2\pi r$

এবং বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা =  $4a$

বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা : বৃত্তের পরিসীমা =  $2\pi r : 4a$

$2\pi r : 4a \sqrt{\pi}$ ; [a এর মান বসিয়ে]

$$\frac{2\pi r}{2r} : \frac{2.2r\sqrt{\pi}}{2r} = \pi : 2\sqrt{\pi}$$

$$\sqrt{\pi} : 2 \text{ (Ans.)}$$

৫। সুইচ সংখ্যার অনুপাত  $3 : 4$  এবং তাদের ল. সা. গু.  $180$ ; সম্ভব সুইচ নির্ণয় কর।

**সমাধান :** এখানে, সংখ্যা দুটির অনুপাত =  $3 : 4$

মনে করি, একটি সংখ্যা =  $3x$

অপর সংখ্যা =  $4x$

এখন,  $3x$  এবং  $4x$  এর ল. সা. গু. =  $12x$

গুণাত্মক,  $12x = 180$

$$\therefore x = \frac{180}{12}$$

$$\therefore x = 15$$

$$\therefore \text{একটি সংখ্যা} = 3x = 3 \times 15 = 45$$

$$\text{এবং অপর সংখ্যাটি} = 4x = 4 \times 15 = 60$$

অতএব, নির্ণয় সংখ্যা দুটি হলো,  $45$  এবং  $60$

৬। একদিন তোমাদের ক্লাসে দেখা গেল অনুপস্থিত ও উপস্থিত ছাত্রসংখ্যা অনুপাত  $1 : 4$ . অনুপস্থিত ছাত্র সংখ্যাকে মোট ছাত্র সংখ্যার শতকরায় প্রকাশ কর।

**সমাধান :**

অনুপস্থিত ও উপস্থিত ছাত্র সংখ্যার অনুপাত =  $1 : 4$

ধরি অনুপস্থিত ছাত্র সংখ্যা =  $x$

এবং উপস্থিত ছাত্র সংখ্যা =  $4x$

মোট ছাত্রসংখ্যা =  $x + 4x = 5x$

অনুপস্থিত ছাত্র, মোট ছাত্র সংখ্যার =  $\frac{x}{5x}$  অংশ

অনুপস্থিত ছাত্র সংখ্যা, মোট ছাত্র সংখ্যার শতকরা হার  
 $= \frac{x}{5x} \times 100 = 20$

∴ নির্ণয় অনুপস্থিত ছাত্রসংখ্যা মোট ছাত্র সংখ্যার  $20\%$

৭। একটি মুক্য ক্রয় করে  $28\%$  ক্রতিতে বিক্রয় করা হল।

বিক্রয়মূল্য ও ক্রয়মূল্যের অনুপাত নির্ণয় কর।

**সমাধান :** মনে করি, ক্রয় মূল্য =  $100$  টাকা।

$\therefore 28\%$  ক্রতিতে বিক্রয় মূল্য =  $(100 - 28)$  টাকা  
=  $72$  টাকা।

এখন বিক্রয় মূল্য : ক্রয় মূল্য =  $72 : 100$

$$= \frac{72}{4} : \frac{100}{4} \quad [4 \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$= 18 : 25$$

$$\therefore \text{নির্ণয় অনুপাত} = 18 : 25$$

৮। পিজা ও পুরোর বর্তমান বয়সের সমষ্টি  $70$  বছর। তাদের বয়সের অনুপাত  $7$  বছর :  $5$  :  $21$ .  $5$  বছর পরে তাদের বয়সের অনুপাত কত হবে?

**সমাধান :**

মনে করি,

? বছর পূর্বে পিজাৰ বয়স ছিল =  $5x$  বছর

? বছর পূর্বে পুরোৰ বয়স ছিল =  $2x$  বছর

∴ বর্তমানে পিজাৰ বয়স হবে =  $(2x + 7)$  বছর

বর্তমানে পুরোৰ বয়স হবে =  $(2x + 7)$  বছর

প্রশ্নমতে,

$$(5x + 7) + (2x + 7) = 70$$

$$\text{বা}, 5x + 7 + 2x + 7 = 70$$

$$\text{বা}, 7x + 14 = 70$$

$$\text{বা}, 7x = 70 - 14$$

$$\text{বা}, 7x = 56$$

$$\text{বা}, x = \frac{56}{7}$$

$$\therefore x = 8$$

$$\therefore \text{পিজাৰ বর্তমান বয়স} = 5x + 7 = 40 + 7 = 47 \text{ বছর}$$

$$\therefore \text{পুরোৰ বর্তমান বয়স} = 2x + 7 = 16 + 7 = 23 \text{ বছর}$$

$$5 \text{ বছর পর পিজাৰ বয়স হবে} = 47 + 5 = 52 \text{ বছর}$$

$$5 \text{ বছর পর পুরোৰ বয়স হবে} = 23 + 5 = 28 \text{ বছর}$$

$$\therefore 5 \text{ বছর পর পিজাৰ ও পুরোৰ বয়সের অনুপাত হবে}$$

$$= 52 : 28$$

$$= 13 : 7 \text{ (Ans.)}$$

৯। যদি  $a : b = b : c$  হয়, তবে নিম্নলিখিত দাবি গুলো প্রমাণ কর যে,

$$\text{i)} \frac{a}{c} = \frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2}$$

**সমাধান :**

দেয়া আছে,  $a : b = b : c$

মনে করি  $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = k$ ; [এখানে  $k$  একটি ধ্রুবক]

$$\text{এখন } \frac{b}{c} = k \quad \therefore b = ck$$

$$\text{এবং } \frac{a}{b} = k \quad \therefore a = bk$$

$$= ck \cdot k \quad [b \text{ এর মান বসিয়ে]$$

$$= ck^2$$

$$\therefore \text{বামপক্ষ} = \frac{a}{c} = \frac{ck^2}{c} = k^2; \quad [\because a = ck^2]$$

$$\text{এবং ডানপক্ষ} = \frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} = \frac{(ck^2)^2 + (ck)^2}{(ck)^2 + c^2}$$

[ $a$  ও  $b$  এর মান বসিয়ে]

$$= \frac{c^2k^4 + c^2k^2}{c^2k^2 + c^2}$$

$$= \frac{c^2k^2(k^2+1)}{c^2(k^2+1)} = k^2$$

$$\therefore \text{বামপক্ষ} = k^2 = \text{ডানপক্ষ} \text{ (প্রমাণিত)}$$

$$\text{ii)} a^2b^2c^2 \left( \frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} \right) = a^3 + b^3 + c^3$$

**সমাধান :** দেয়া আছে,  $a : b = b : c$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

$$\text{অর্থাৎ, } b^2 = ac$$

$$\text{এখন, বামপক্ষ} = a^2b^2c^2 \left( \frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} \right)$$

$$= \frac{a^2b^2c^2}{a^3} + \frac{a^2b^2c^2}{b^3} + \frac{a^2b^2c^2}{c^3}$$

$$= \frac{a^2 \cdot ac \cdot c^2}{a^3} + \frac{(ac)^2 b^2}{b^3} + \frac{a^2 \cdot ac \cdot c^2}{c^3}$$

$$= \frac{a^3 \cdot c^3}{a^3} + \frac{(b^2)^2 b^2}{b^3} + \frac{a^3 c^3}{c^3}$$

$$= \frac{a^3}{a^3} + \frac{b^3}{b^3} + \frac{c^3}{c^3}$$

$$= \frac{a^3 c^3}{a^3} + \frac{b^3 b^3}{b^3} + \frac{a^3 c^3}{c^3} = c^3 + b^3 + a^3$$

অর্থাৎ,  $a^3 + b^3 + c^3 = ডানপক্ষ$

$\therefore$  বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

$$\text{iii) } \frac{abc(a+b+c)^3}{(ab+bc+ca)^3} = 1$$

**সমাধান :** দেওয়া আছে,  $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$

$$\text{ধরি, } \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = k$$

$$\text{এখন, } \frac{b}{c} = k \therefore b = ck$$

$$\text{এবং } \frac{a}{b} = k \therefore a = bk$$

$$= ck \cdot k; [\because b = ck]$$

$$= ck^2.$$

$$\text{এখন, বামপক্ষ} = \frac{abc(a+b+c)^3}{(ab+bc+ca)^3}$$

$$= \frac{ck^2 \cdot ck \cdot c (ck^2 + ck + c)^3}{(ck^2 \cdot ck + ck \cdot c + c \cdot ck^2)^3}; [a \text{ ও } b \text{ এর মান বসিয়ে]$$

$$= \frac{c^3 k^3 (ck^2 + ck + c)^3}{(c^2 k^3 + c^2 k + c^2 k^2)^3}$$

$$= \frac{\{ck(ck^2 + ck + c)\}^3}{(c^2 k^3 + c^2 k + c^2 k^2)^3}$$

$$= \frac{(c^2 k^3 + c^2 k^2 + c^2 k)^3}{(c^2 k^3 + c^2 k + c^2 k^2)^3}$$

$$= \frac{(c^2 k^3 + c^2 k^2 + c^2 k)}{(c^2 k^3 + c^2 k^2 + c^2 k)} = 1$$

$$= 1 = \text{ডানপক্ষ}$$

বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

$$\text{iv) } a - 2b + c = \frac{(a-b)^2}{a} = \frac{(b-c)^2}{c}$$

**সমাধান :** দেওয়া আছে,  $a : b = b : c$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

$$\text{মনে করি, } \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = k$$

$$\therefore a = bk, b = ck$$

$$\text{অর্থাৎ, } a = ck \cdot k = ck^2$$

$$\text{এখন, } 1\text{ম অংশ} = a - 2b + c$$

$$= ck^2 - 2ck + c$$

$$= c(k^2 - 2k + 1)$$

$$= c(k-1)^2$$

$$2\text{য় অংশ} = \frac{(a-b)^2}{a}$$

$$= \frac{(ck^2 - ck)^2}{ck^2} = \frac{\{ck(k-1)\}^2}{ck^2}$$

$$= \frac{c^2 k^2 (k-1)^2}{ck^2} = c(k-1)^2$$

$$\text{এবং } 3\text{য় অংশ} = \frac{(b-c)^2}{c} = \frac{(ck-c)^2}{c}$$

$$= \frac{\{c(k-1)\}^2}{c} = \frac{c^2 (k-1)^2}{c} = c(k-1)^2$$

$$\therefore 1\text{ম অংশ} = 2\text{য় অংশ} = 3\text{য় অংশ} (\text{প্রমাণিত})$$

৪। সমাধান কর :

$$\text{i) } \frac{1 - \sqrt{1-x}}{1 + \sqrt{1-x}} = \frac{1}{3}$$

$$\text{সমাধান : } \frac{1 - \sqrt{1-x}}{1 + \sqrt{1-x}} = \frac{1}{3}$$

$$\text{বা, } \frac{1 - \sqrt{1-x} + 1 + \sqrt{1-x}}{1 - \sqrt{1-x} - 1 - \sqrt{1-x}} = \frac{1+3}{1-3}$$

[যোজন-বিয়োজন করে]

$$\text{বা, } \frac{2}{-2\sqrt{1-x}} = \frac{4}{-2}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{1-x}} = 2; \quad [\text{উভয়পক্ষকে } (-2) \text{ দ্বারা গুণ করে}]$$

$$\text{বা, } 2\sqrt{1-x} = 1$$

$$\text{বা, } (2\sqrt{1-x})^2 = (1)^2; \quad [\text{উভয় পক্ষকে বর্গ করে}]$$

$$\text{বা, } 4(1-x) = 1$$

$$\text{বা, } 4 - 4x = 1 - 4$$

$$\text{বা, } -4x = 1 - 4$$

$$\therefore x = \frac{3}{4}$$

$$\text{অতএব, নির্ণেয় সমাধান : } \frac{3}{4}$$

$$\text{ii) } \frac{\sqrt{a+x} + \sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x} - \sqrt{a-x}} = b$$

$$\text{সমাধান : } \frac{\sqrt{a+x} + \sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x} - \sqrt{a-x}} = b$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{a+x} + \sqrt{a-x} + \sqrt{a+x} - \sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x} + \sqrt{a-x} - \sqrt{a+x} + \sqrt{a-x}} = \frac{b+1}{b-1}$$

[যোজন-বিয়োজন করে]

$$\text{বা, } \frac{2\sqrt{a+x}}{2\sqrt{a-x}} = \frac{b+1}{b-1}$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{a+x}}{\sqrt{a-x}} = \frac{b+1}{b-1}$$

$$\text{বা, } \left(\frac{\sqrt{a+x}}{\sqrt{a-x}}\right)^2 = \left(\frac{b+1}{b-1}\right)^2$$

$$\text{বা, } \frac{a+x}{a-x} = \frac{(b+1)^2}{(b-1)^2}$$

$$\text{বা, } \frac{a+x}{a-x} = \frac{b^2 + 2b + 1}{b^2 - 2b + 1}$$

$$\text{বা, } \frac{a+x+a-x}{a+x-a+x} = \frac{b^2 + 2b + 1 + b^2 - 2b + 1}{b^2 + 2b + 1 - b^2 + 2b - 1}$$

[পুনঃ যোজন-বিয়োজন করে]

$$\text{বা, } \frac{2a}{2x} = \frac{2b^2 + 2}{2 \cdot 2b}$$

$$\text{বা, } \frac{a}{x} = \frac{2(b^2 + 1)}{2 \cdot 2b}$$

$$\text{বা, } \frac{a}{x} = \frac{b^2 + 1}{2b}$$

$$\text{বা, } x(b^2 + 1) = 2ab \quad [\text{বিজ্ঞগুণ করে}]$$

$$\text{বা, } x = \frac{2ab}{b^2 + 1}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমাধান, } x = \frac{2ab}{b^2 + 1}$$

$$\text{iii) } \frac{a+x+\sqrt{a^2-x^2}}{a+x-\sqrt{a^2-x^2}} > 0 \text{ এবং } x \neq 0$$

**সমাধান :** এখানে,  $\frac{a+x-\sqrt{a^2-x^2}}{a+x+\sqrt{a^2-x^2}} = \frac{b}{x}$ .

$$\text{বা, } \frac{(a+x-\sqrt{a^2-x^2})+(a+x+\sqrt{a^2-x^2})}{(a+x-\sqrt{a^2-x^2})-(a+x+\sqrt{a^2-x^2})} = \frac{b+x}{b-x}$$

$$\text{বা, } \frac{a+x-\sqrt{a^2-x^2}+a+x+\sqrt{a^2-x^2}}{a+x-\sqrt{a^2-x^2}-a-x-\sqrt{a^2-x^2}} = \frac{b+x}{b-x}$$

$$\text{বা, } \frac{2a+2x}{-2(\sqrt{a^2-x^2})} = \frac{b+x}{b-x}$$

$$\text{বা, } \frac{2(a+x)}{2(-\sqrt{a^2-x^2})} = \frac{b+x}{b-x}$$

$$\text{বা, } \frac{a+x}{-\sqrt{a^2-x^2}} = \frac{b+x}{b-x}$$

$$\text{বা, } \left( \frac{a+x}{-\sqrt{a^2-x^2}} \right)^2 = \left( \frac{b+x}{b-x} \right)^2 \quad [\text{বর্গ করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{a^2+2ax+x^2}{a^2-x^2} = \frac{b^2+2bx+x^2}{b^2-2bx+x^2}$$

$$\text{বা, } \frac{(a^2+2ax+x^2)+(a^2-x^2)}{(a^2+2ax+x^2)-(a^2-x^2)} = \frac{(b^2+2bx+x^2)+(b^2-2bx+x^2)}{(b^2+2bx+x^2)-(b^2-2bx+x^2)}$$

$$\text{বা, } \frac{a^2+2ax+x^2+a^2-x^2}{a^2+2ax+x^2-a^2+x^2} = \frac{b^2+2bx+x^2+b^2-2bx+x^2}{b^2+2bx+x^2-b^2+2bx-x^2}$$

$$\text{বা, } \frac{2a^2+2ax}{2ax+2x^2} = \frac{2b^2+2x^2}{4bx}$$

$$\text{বা, } \frac{2(a^2+ax)}{2(ax+x^2)} = \frac{2(b^2+x^2)}{2 \cdot 2bx}$$

$$\text{বা, } \frac{a^2+ax}{ax+x^2} = \frac{b^2+x^2}{2bx}$$

$$\text{বা, } \frac{a(a+x)}{x(a+x)} = \frac{b^2+x^2}{2bx}$$

$$\text{বা, } a = \frac{b^2+x^2}{2b}$$

$$\text{বা, } 2ab = b^2 + x^2$$

$$\text{বা, } x^2 = 2ab - b^2$$

$$\text{বা, } x = \pm \sqrt{2ab - b^2}$$

∴ নির্ণয় সমাধান,  $x = \pm \sqrt{2ab - b^2}$

$$\text{iv) } \frac{\sqrt{x-1}+\sqrt{x-6}}{\sqrt{x-1}-\sqrt{x-6}} = 5$$

$$\text{সমাধান : } \frac{\sqrt{x-1}+\sqrt{x-6}}{\sqrt{x-1}-\sqrt{x-6}} = \frac{5}{1}$$

$$\text{বা, } \frac{(\sqrt{x-1}+\sqrt{x-6})+(\sqrt{x-1}-\sqrt{x-6})}{(\sqrt{x-1}+\sqrt{x-6})-(\sqrt{x-1}-\sqrt{x-6})} = \frac{5+1}{5-1}$$

[যোজন-বিযোজন করে]

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{x-1}+\sqrt{x-6}+\sqrt{x-1}-\sqrt{x-6}}{\sqrt{x-1}+\sqrt{x-6}-\sqrt{x-1}+\sqrt{x-6}} = \frac{6}{4}$$

$$\text{বা, } \frac{2\sqrt{x-1}}{2\sqrt{x-6}} = \frac{3}{2}$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-6}} = \frac{3}{2}$$

$$\text{বা, } \frac{x-1}{x-6} = \frac{9}{4} \quad [\text{উভয় পক্ষে বর্গ করে}]$$

$$\text{বা, } 9x - 54 = 4x - 4$$

$$\text{বা, } 9x - 4x = -4 + 54$$

$$\text{বা, } 5x = 50$$

$$\text{বা, } x = \frac{50}{5} \quad \therefore x = 10$$

∴ নির্ণয় সমাধান,  $x = 10$

$$\frac{\sqrt{ax+b}+\sqrt{ax-b}}{\sqrt{ax+b}-\sqrt{ax-b}} = C$$

$$\text{বাই} \frac{\sqrt{ax+b} + \sqrt{ax-b}}{\sqrt{ax+b} - \sqrt{ax-b}} = \frac{c}{1}$$

$$\text{বা, } \frac{(\sqrt{ax+b} + \sqrt{ax-b}) + (\sqrt{ax+b} - \sqrt{ax-b})}{(\sqrt{ax+b} + \sqrt{ax-b}) - (\sqrt{ax+b} - \sqrt{ax-b})} = \frac{c+1}{c-1}$$

[যোজন-বিযোজন করে]

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{ax+b} + \sqrt{ax-b} + \sqrt{ax+b} - \sqrt{ax-b}}{\sqrt{ax+b} + \sqrt{ax-b} - \sqrt{ax+b} + \sqrt{ax-b}} = \frac{c+1}{c-1}$$

$$\text{বা, } \frac{2\sqrt{ax+b}}{2\sqrt{ax-b}} = \frac{c+1}{c-1}$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{ax+b}}{\sqrt{ax-b}} = \frac{c+1}{c-1}$$

$$\text{বা, } \frac{ax+b}{ax-b} = \frac{(c+1)^2}{(c-1)^2} \quad [\text{বর্গ করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{ax+b}{ax-b} = \frac{c^2+2c+1}{c^2-2c+1}$$

$$\text{বা, } (ax+b)(c^2-2c+1) = (ax-b)(c^2+2c+1)$$

$$\text{বা, } axc^2 - 2acx + ax + bc^2 - 2bc + b = axc^2 + 2acx + ax - bc^2 - 2bc - b$$

$$\text{বা, } axc^2 - 2acx + ax + bc^2 - 2bc + b - 2acx - ax + bc^2 + 2bc + b = 0$$

$$\text{বা, } -4acx + 2bc^2 + 2b = 0$$

$$\text{বা, } -2acx + bc^2 + b = 0$$

$$\text{বা, } -2acx = -bc^2 - b \quad [(-) \text{ দ্বারা গুণ করে}]$$

$$\text{বা, } 2acx = bc^2 + b$$

$$\therefore x = \frac{b(c^2 + 1)}{2ac}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমাধান, } x = \frac{b(c^2 + 1)}{2ac}$$

$$\text{vi. } 81 \left( \frac{1-x}{1+x} \right)^3 = \frac{1+x}{1-x}$$

$$\text{সমাধান: } 81 \left( \frac{1-x}{1+x} \right)^3 = \frac{1+x}{1-x}$$

$$\text{বা, } 81 \frac{(1-x)^3}{(1+x)^3} = \frac{1+x}{1-x}$$

$$\text{বা, } 81 = \frac{1+x}{1-x} \cdot \frac{(1+x)^3}{(1-x)^3}$$

$$[\text{উভয় পক্ষকে } \left( \frac{1+x}{1-x} \right)^3 \text{ দ্বারা গুণ করে}]$$

$$\text{বা, } 3^4 = \frac{(1+x)^4}{(1-x)^4}$$

$$\text{বা, } 3^4 = \left( \frac{1+x}{1-x} \right)^4$$

$$\text{বা, } \pm 3 = \frac{1+x}{1-x} \quad \text{আবার,}$$

$$\text{এখন, যদি } \frac{1+x}{1-x} = 3 \text{ হয় তবে } \frac{1+x}{1-x} = -3 \text{ হলে,}$$

$$1+x = 3(1-x)$$

$$\text{বা, } 1+x = 3-3x$$

$$\text{বা, } x+3x = 3-1$$

$$\text{বা, } 4x = 2$$

$$1+x = -3(1-x)$$

$$\text{বা, } 1+x = -3+3x$$

$$\text{বা, } 1+3 = 3x-x$$

$$\text{বা, } 4 = 2x$$

$$\text{বা, } x = \frac{2}{4}$$

$$\therefore x = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমাধান, } x = \frac{1}{2}, 2$$

$$\text{vii. } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ হলে দেখাও যে,}$$

$$\text{i) } \frac{a^2 + ab + b^2}{a^2 - ab + b^2} = \frac{c^2 + cd + d^2}{c^2 - cd + d^2}$$

$$\text{সমাধান: } \text{দেয়া আছে, } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$\text{মনে করি, } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$$

$$\therefore a = bk, c = dk$$

$$\text{এখন, বামপক্ষ} = \frac{a^2 + ab + b^2}{a^2 - ab + b^2}$$

$$= \frac{(bk)^2 + bk.b + b^2}{(bk)^2 - bk.b + b^2} \quad [\text{a-এর মান বসিয়ে}]$$

$$= \frac{b^2k^2 + b^2k + b^2}{b^2k^2 - b^2k + b^2}$$

$$= \frac{b^2(k^2 + k + 1)}{b^2(k^2 - k + 1)} = \frac{k^2 + k + 1}{k^2 - k + 1}$$

$$\text{এবং ডানপক্ষ} = \frac{c^2 + cd + d^2}{c^2 - cd + d^2}$$

$$= \frac{(dk)^2 + dk.d + d^2}{(dk)^2 - dk.d + d^2}$$

$$= \frac{d^2k^2 + d^2k + d^2}{d^2k^2 - d^2k + d^2}$$

$$= \frac{d^2(k^2 + k + 1)}{d^2(k^2 - k + 1)} = \frac{k^2 + k + 1}{k^2 - k + 1}$$

$$\therefore \text{বামপক্ষ} = \text{ডানপক্ষ} \quad (\text{দেখানো হলো})$$

$$\text{ii) } \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2} = \frac{ac + bd}{ac - bd} = \frac{c^2 + d^2}{c^2 - d^2}$$

$$\text{সমাধান: } \text{দেয়া আছে, } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$\text{মনে করি, } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$$

$$\therefore a = bk, c = dk$$

$$\text{বামপক্ষ} = \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2} = \frac{(bk)^2 + b^2}{(bk)^2 - b^2}$$

$$= \frac{b^2k^2 + b^2}{b^2k^2 - b^2} = \frac{b^2(k^2 + 1)}{b^2(k^2 - 1)} = \frac{k^2 + 1}{k^2 - 1}$$

$$\text{মধ্যপক্ষ} = \frac{ac + bd}{ac - bd}$$

$$= \frac{bk \cdot dk + bd}{bk \cdot dk - bd} \quad [\text{মান বসিয়ে]$$

$$= \frac{bdk^2 + bd}{bdk^2 - bd}$$

$$= \frac{bd(k^2 + 1)}{bd(k^2 - 1)} = \frac{k^2 + 1}{k^2 - 1}$$

$$\text{শেষ পক্ষ} = \frac{c^2 + d^2}{c^2 - d^2}$$

$$= \frac{(dk)^2 + d^2}{(dk)^2 - d^2} \quad [\text{মান বসিয়ে]$$

$$= \frac{d^2k^2 + d^2}{d^2k^2 - d^2}$$

$$= \frac{d^2(k^2 + 1)}{d^2(k^2 - 1)} = \frac{k^2 + 1}{k^2 - 1}$$

∴ বামপক্ষ = মধ্যপক্ষ = শেষপক্ষ

$$\text{অর্থাৎ } \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2} = \frac{ac + bd}{ac - bd} = \frac{c^2 + d^2}{c^2 - d^2} \quad (\text{দেখানো হলো})$$

$$\text{সূল } \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} \text{ হলে, দেখাও যে,}$$

$$\text{i) } \frac{a^3 + b^3}{b^3 + c^3} = \frac{b^3 + c^3}{c^3 + d^3}$$

**সমাধান :**

$$\text{দেয়া আছে, } \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$$

$$\text{মনে করি, } \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = k =$$

$$\therefore a = bk, b = ck, c = dk$$

$$\text{অর্থাৎ } a = ck \cdot k = dk \cdot k^2 = dk^3$$

$$\text{এবং } b = ck = dk \cdot k = dk^2$$

$$\text{এখন, বামপক্ষ, } \frac{a^3 + b^3}{b^3 + c^3}$$

$$= \frac{(dk^3)^3 + (dk^2)^3}{(dk^2)^3 + (dk)^3} = \frac{d^3k^9 + d^3k^6}{d^3k^6 + d^3k^3}$$

$$= \frac{d^3k^6(k^3 + 1)}{d^3k^3(k^3 + 1)} = k^3$$

$$\text{এবং ডানপক্ষ, } \frac{b^3 + c^3}{c^3 + d^3}$$

$$= \frac{(dk^2)^3 + (dk)^3}{(dk)^3 + d^3} = \frac{d^3k^6 + d^3k^3}{d^3k^3 + d^3}$$

$$= \frac{d^3k^3(k^3 + 1)}{d^3(k^3 + 1)} = k^3$$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (দেখানো হলো)

$$\text{ii) } (a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2) = (ab + bc + cd)^2$$

$$\text{সমাধান : দেয়া আছে, } \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$$

$$\text{মনে করি, } \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = k$$

$$\therefore a = bk, b = ck, c = dk$$

$$\text{অর্থাৎ } a = bk = ck \cdot k = dk \cdot k \cdot k = dk^3$$

$$\text{এবং } b = ck = dk \cdot k = dk^2$$

এখন, বামপক্ষ

$$= (a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2)$$

$$= \{(dk^3)^2 + (dk^2)^2 + (dk)^2\} \{(dk^2)^2 + (dk)^2 + d^2\}$$

$$= (d^2k^6 + d^2k^4 + d^2k^2)(d^2k^4 + d^2k^2 + d^2)$$

$$= d^2k^2(k^4 + k^2 + 1) \cdot d^2(k^4 + k^2 + 1)$$

$$= d^4k^2(k^4 + k^2 + 1)^2$$

বামপক্ষ, ডানপক্ষ

$$= (ab + bc + cd)^2$$

$$= (dk^3, dk^2 + dk^2, dk + dk \cdot d)^2$$

$$= (d^4k^3 + d^4k^2 + d^2k^2)^2$$

$$= (d^2k(k^4 + k^2 + 1))^2 = d^4k^2(k^4 + k^2 + 1)^2$$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

$$11) x = \frac{4ab}{a+b} \text{ হলে, দেখাও যে, } \frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = 2, a \neq b$$

$$\text{সমাধান : দেয়া আছে, } x = \frac{4ab}{a+b}$$

$$\therefore \frac{x}{2a} = \frac{4ab}{2a(a+b)} \quad [\text{উভয় পক্ষকে } 2a \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{x}{2a} = \frac{2b}{a+b}$$

$$\text{বা, } \frac{x+2a}{x-2a} = \frac{2b+a+b}{2b-a-b} \quad [\text{যোজন-বিয়োজন করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{x+2a}{x-2a} = \frac{3b+a}{b-a} \quad \text{----- (i)}$$

$$\text{আবৃত্ত, } x = \frac{4ab}{a+b}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{2b} = \frac{4ab}{2b(a+b)} \quad [\text{উভয় পক্ষকে } 2b \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{x}{2b} = \frac{2a}{a+b}$$

$$\text{বা, } \frac{x+2b}{x-2b} = \frac{2a+a+b}{2a-a-b} \quad [\text{যোজন-বিয়োজন করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{x+2b}{x-2b} = \frac{3a+b}{a-b} \quad \text{----- (ii)}$$

এখন, (i) এবং (ii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$$\frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = \frac{3b+a}{b-a} + \frac{3a+b}{a-b}$$

$$\text{বা, } \frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = \frac{3b+a}{b-a} - \frac{3a+b}{b-a}$$

$$\text{বা, } \frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = \frac{3b+a-3a-b}{b-a}$$

$$\text{বা, } \frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = \frac{2b-2a}{b-a}$$

$$\text{বা, } \frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = \frac{2(b-a)}{(b-a)}$$

$$\text{বা, } \frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = 2$$

$$\therefore \frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = 2 \quad (\text{দেখানো হল})$$

$$12) x = \frac{\sqrt[3]{m+1} + \sqrt[3]{m-1}}{\sqrt[3]{m+1} - \sqrt[3]{m-1}} \text{ হলে, প্রমাণ কর যে, } x^3 - 3mx^2 + 3x - m = 0$$

$$\text{সমাধান : দেয়া আছে, } x = \frac{\sqrt[3]{m+1} + \sqrt[3]{m-1}}{\sqrt[3]{m+1} - \sqrt[3]{m-1}}$$

$$\text{বা, } \frac{x+1}{x-1} = \frac{\sqrt[3]{m+1} + \sqrt[3]{m-1} + \sqrt[3]{m+1} - \sqrt[3]{m-1}}{\sqrt[3]{m+1} + \sqrt[3]{m-1} - \sqrt[3]{m+1} + \sqrt[3]{m-1}}$$

[\text{যোজন-বিয়োজন করে}]

$$\text{বা, } \frac{x+1}{x-1} = \frac{2\sqrt[3]{m+1}}{2\sqrt[3]{m-1}}$$

$$\text{বা, } \frac{x+1}{x-1} = \frac{\sqrt[3]{m+1}}{\sqrt[3]{m-1}}$$

$$\text{বা, } \frac{(x+1)^3}{(x-1)^3} = \frac{(\sqrt[3]{m+1})^3}{(\sqrt[3]{m-1})^3} \quad [\text{উভয় পক্ষকে ঘন করো}]$$

$$\text{বা, } \frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}{x^3 - 3x^2 + 3x - 1} = \frac{m+1}{m-1}$$

$$\begin{aligned} \text{বা, } & \frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 1 + x^3 - 3x^2 + 3x - 1}{x^3 + 3x^2 + 3x + 1 - x^3 + 3x^2 - 3x + 1} \\ &= \frac{m+1+m-1}{m+1-m+1} \quad [\text{যোজন-বিয়োজন করো}] \end{aligned}$$

$$\text{বা, } \frac{2x^3 + 2.3x}{2.3x^2 + 2} = \frac{2m}{2}$$

$$\text{বা, } \frac{2(x^3 + 3x)}{2(3x^2 + 1)} = \frac{m}{1}$$

$$\text{বা, } \frac{x^3 + 3x}{3x^2 + 1} = \frac{m}{1}$$

$$\text{বা, } x^2 + 3x = m(3x^2 + 1) \quad [\text{বর্জন করো}]$$

$$\text{বা, } x^3 + 3x = 3mx^2 + m$$

$$\therefore x^3 - 3mx^2 + 3x - m = 0 \quad (\text{প্রমাণিত})$$

$$15 | x = \frac{\sqrt{2a+3b} + \sqrt{2a-3b}}{\sqrt{2a+3b} - \sqrt{2a-3b}} \text{ হলে, দেখাও যে, } 3bx^2 - 4ax + 3b = 0$$

$$\text{সমাধান : } \text{দেয়া আছে, } x = \frac{\sqrt{2a+3b} + \sqrt{2a-3b}}{\sqrt{2a+3b} - \sqrt{2a-3b}}$$

$$\text{বা, } \frac{x+1}{x-1} = \frac{\sqrt{2a+3b} + \sqrt{2a-3b} + \sqrt{2a+3b} - \sqrt{2a-3b}}{\sqrt{2a+3b} + \sqrt{2a-3b} - \sqrt{2a+3b} + \sqrt{2a-3b}} \quad [\text{যোজন-বিয়োজন করো}]$$

$$\text{বা, } \frac{x+1}{x-1} = \frac{2\sqrt{2a+3b}}{2\sqrt{2a-3b}}$$

$$\text{বা, } \frac{x+1}{x-1} = \frac{\sqrt{2a+3b}}{\sqrt{2a-3b}}$$

$$\text{বা, } \frac{(x+1)^2}{(x-1)^2} = \frac{(\sqrt{2a+3b})^2}{(\sqrt{2a-3b})^2} \quad [\text{উভয় পক্ষকে বর্গ করো}]$$

$$\text{বা, } \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 2x + 1} = \frac{2a+3b}{2a-3b}$$

$$\text{বা, } \frac{x^2 + 2x + 1 + x^2 - 2x + 1}{x^2 + 2x + 1 - x^2 + 2x - 1} = \frac{2a+3b + 2a-3b}{2a+3b - 2a+3b}$$

[পুন: যোজন-বিয়োজন করো]

$$\text{বা, } \frac{2x^2 + 2}{2.2x} = \frac{2.2a}{2.3b}$$

$$\text{বা, } \frac{2(x^2 + 1)}{2.2x} = \frac{2.2a}{2.3b}$$

$$\text{বা, } \frac{x^2 + 1}{2x} = \frac{2a}{3b}$$

$$\text{বা, } 3b(x^2 + 1) = 2a.2x$$

$$\text{বা, } 3bx^2 + 3b = 4ax$$

$$\therefore 3bx^2 - 4ax + 3b = 0 \quad (\text{দেখালো হলো})$$

$$16 | \frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} = \frac{(a+b)^2}{(b+c)^2} \text{ হলে, প্রমাণ কর যে, } a, b, c \text{ তিনি সমানূপাতী।}$$

**সমাধান :** দেয়া আছে,  $\frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} = \frac{(a+b)^2}{(b+c)^2}$

$$\text{বা, } (a^2 + b^2)(b+c)^2 = (b^2 + c^2)(a+b)^2$$

$$\text{বা, } (a^2 + b^2)(b^2 + 2bc + c^2) = (b^2 + c^2)(a^2 + 2ab + b^2)$$

$$\begin{aligned} \text{বা, } & a^2b^2 + 2a^2bc + a^2c^2 + b^4 + 2b^3c + b^2c^2 \\ &= a^2b^2 + 2ab^3 + b^4 + a^2c^2 + 2abc^2 + b^2c^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{বা, } & a^2b^2 - a^2b^2 + 2a^2bc + a^2c^2 - a^2c^2 + b^4 - b^4 \\ &+ 2b^3c + b^2c^2 - b^2c^2 = 2ab^3 + 2abc^2 \end{aligned}$$

$$\text{বা, } a^2c + b^2c = ab^3 + ac^2$$

[উভয় পক্ষকে  $2b$  দ্বারা ভাগ করো]

$$\text{বা, } a^2c - ac^2 = ab^2 - b^2c$$

$$\text{বা, } ac(a-c) = b^2(a-c)$$

$$\text{বা, } ac = b^2 \quad [\text{উভয় পক্ষকে } (a-c) \text{ দ্বারা ভাগ করো]$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

অর্থাৎ  $a, b, c$  তিনি সমানূপাতী (প্রমাণিত)

$$16 | \frac{x}{b+c} = \frac{y}{c+a} = \frac{z}{a+b} \text{ হলে, প্রমাণ কর যে, } \frac{a}{y+z-x} = \frac{b}{z+x-y} = \frac{c}{x+y-z}$$

**সমাধান :** মনে করি,  $\frac{x}{b+c} = \frac{y}{c+a} = \frac{z}{a+b} = k$

$$\therefore x = k(b+c), \quad y = k(c+a), \quad z = k(a+b)$$

$$\begin{aligned} 1\text{ম পক্ষ} &= \frac{a}{y+z-x} = \frac{a}{k(c+a) + k(a+b) - k(b+c)} \\ &= \frac{a}{k(c+a+a+b-b-c)} = \frac{a}{2ak} = \frac{1}{2k} \end{aligned}$$

$$2\text{য পক্ষ} = \frac{b}{z+x-y}$$

$$= \frac{b}{k(a+b) + k(b+c) - k(c+a)}$$

$$= \frac{b}{k(a+b+b+c-c-a)} = \frac{b}{2bk} = \frac{1}{2k}$$

$$3\text{য পক্ষ} = \frac{c}{x+y-z}$$

$$= \frac{c}{k(b+c) + k(c+a) - k(a+b)}$$

$$= \frac{c}{k(b+c+c+a-a-b)} = \frac{c}{2ck} = \frac{1}{2k}$$

$\therefore 1\text{ম পক্ষ} = 2\text{য পক্ষ} = 3\text{য পক্ষ}$  (প্রমাণিত)

$$16 | \frac{bz-cy}{a} = \frac{cx-az}{b} = \frac{ay-bx}{c} \text{ হলে, প্রমাণ কর যে, } \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$$

**সমাধান :** ধরি,  $\frac{bz-cy}{a} = \frac{cx-az}{b} = \frac{ay-bx}{c} = k$

$$\therefore bz - cy = ak \quad \text{(i)}$$

$$cx - az = bk \quad \text{(ii)}$$

$$ay - bx = ck \quad \text{(iii)}$$

সমীকরণ (i) কে  $a$ , (ii) কে  $b$  এবং (iii) কে  $c$  দ্বারা গুণ করে

$$\begin{aligned} \text{পাই}, \quad abz - acy &= a^2k \\ bcx - abz &= b^2k \\ acy - bcx &= c^2k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (+) \text{ করে } 0 &= a^2k + b^2k + c^2k \\ \text{বা, } a^2k + b^2k + c^2k &= 0 \\ \text{বা, } k(a^2 + b^2 + c^2) &= 0 \\ \therefore k &= \frac{0}{a^2 + b^2 + c^2} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{i) } \text{নং } \text{সমীকরণে } k = 0 \text{ বসিয়ে পাই,} \\ bz - cy &= a \cdot 0 \\ \text{বা, } bz - cy &= 0 \\ \text{বা, } bz &= cy \end{aligned}$$

$$z = \frac{cy}{b}$$

$$\text{বা, } \frac{z}{c} = \frac{y}{b} \quad [\text{উভয় পক্ষকে } bc \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\text{ii) } \text{নং } \text{সমীকরণে } k = 0 \text{ বসিয়ে পাই,}$$

$$cx - az = b \cdot 0$$

$$\text{বা, } cx - az = 0$$

$$\text{বা, } cx = az$$

$$\text{বা, } \frac{x}{a} = \frac{z}{c}$$

$$[\text{উভয় পক্ষকে } ac \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\therefore \frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} \quad (\text{প্রমাণিত})$$

$$17 | \frac{a+b-c}{a+b} = \frac{b+c-a}{b+c} = \frac{c+a-b}{c+a} \text{ এবং } a+b+c \neq 0$$

হলে, প্রমাণ কর যে,  $a=b=c$ .

$$\text{সমাধান : } \text{এখানে আছে, } \frac{a+b-c}{a+b} = \frac{b+c-a}{b+c}$$

$$\text{বা, } \frac{a+b-c-a-b}{a+b} = \frac{b+c-a-b-c}{b+c}$$

[বিয়োজন করে]

$$\text{বা, } \frac{-c}{a+b} = \frac{-a}{b+c}$$

$$\text{বা, } \frac{c}{a+b} = \frac{a}{b+c}$$

$$\text{বা, } \frac{c+a+b}{a+b} = \frac{a+b+c}{b+c} \quad [\text{যোজন করে}]$$

যেহেতু,  $a+b+c \neq 0$  সুতরাং  $a+b+c$  দ্বারা উভয় পক্ষকে

$$\text{ভাগ করে পাই, } \frac{1}{a+b} = \frac{1}{b+c}$$

$$\text{বা, } a+b = b+c$$

$$\text{বা, } a+b-b = c$$

$$\therefore a=c \quad \text{(i)}$$

$$\text{আবার, } \frac{b+c-a}{b+c} = \frac{c+a-b}{c+a}$$

$$\text{বা, } \frac{b+c-a-b-c}{b+c} = \frac{c+a-b-c-a}{c+a}$$

[বিয়োজন করে]

$$\text{বা, } \frac{-a}{b+c} = \frac{-b}{c+a}$$

$$\text{বা, } \frac{a}{b+c} = \frac{b}{c+a}$$

$$\text{বা, } \frac{a+b+c}{b+c} = \frac{b+c+a}{c+a} \quad [\text{যোজন করে}]$$

যেহেতু  $a+b+c \neq 0$ , সুতরাং  $(a+b+c)$  দ্বারা উভয়

$$\text{পক্ষকে ভাগ করে পাই, } \frac{1}{b+c} = \frac{1}{c+a}$$

$$\text{বা, } c+a = b+c$$

$$\text{বা, } c+a-c = b$$

$$\therefore a = b \quad \text{(ii)}$$

$$(i) \text{ এবং (ii) থেকে পাই, } a = b = c \quad (\text{প্রমাণিত})$$

$$18 | \frac{x}{xa+yb+zc} = \frac{y}{ya+zb+xc} = \frac{z}{za+xb+yc} \text{ এবং } x$$

$+ y + z \neq 0$  হলে, দেখাও যে, প্রতিটি অনুপাতের মান =

$$\frac{1}{a+b+c}$$

সমাধান : মনে করি,

$$\frac{x}{xa+yb+zc} = \frac{y}{ya+zb+xc} = \frac{z}{za+xb+yc} = k$$

$$\therefore x = k(xa+yb+zc) \quad \text{(i)}$$

$$y = k(ya+zb+xc) \quad \text{(ii)}$$

$$\text{এবং } z = k(za+xb+yc) \quad \text{(iii)}$$

সমীকরণ (i), (ii) এবং (iii) নং যোগ করে পাই,

$$\begin{aligned} x + y + z &= k(xa+yb+zc+ya+zb+xc+za+xb+yc) \\ &= k(xa+xb+xc+ya+yb+yc+za+zb+zc) \\ &= k\{x(a+b+c)+y(a+b+c)+z(a+b+c)\} \\ &= k(a+b+c)(x+y+z) \end{aligned}$$

$$\therefore x + y + z = k(a+b+c)(x+y+z)$$

উভয় পক্ষকে  $(x+y+z)$  দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$1 = k(a+b+c)$$

$$\therefore k = \frac{1}{a+b+c}$$

যেহেতু প্রতিটি অনুপাতের মান  $k$  ধরা হয়েছে

$$\text{সেহেতু } k \text{ এর মান} = \frac{1}{a+b+c}$$

$$\text{অতএব, প্রতিটি অনুপাতের মান} = \frac{1}{a+b+c} \quad (\text{দেখনো হল})$$

$$19 | (a+b+c)p = (b+c-a)q = (c+a-b)r = (a+b-c)s \text{ হয়,}$$

$$\text{তবে প্রমাণ কর যে, } \frac{1}{q} + \frac{1}{r} + \frac{1}{s} = \frac{1}{p}$$

সমাধান : দেয়া আছে,

$$(a+b+c)p = (b+c-a)q = (c+a-b)r = (a+b-c)s$$

$$\text{বা, } \frac{1}{(a+b+c)p} = \frac{1}{(b+c-a)q}$$

$$= \frac{1}{(c+a-b)r} = \frac{1}{(a+b-c)s}$$

[বিপরীতকরণ করে]

$$\text{মনে করি, } \frac{1}{(a+b+c)p} = \frac{1}{(b+c-a)q}$$

$$= \frac{1}{(c+a-b)r} = \frac{1}{(a+b-c)s} = k$$

$$\text{এখন, } \frac{1}{(a+b+c)p} = k$$

$$\text{বা, } \frac{1}{p} = k(a+b+c) \quad \text{(i)}$$

$$\text{আবার, } \frac{1}{(b+c-a)q} = k$$

৩৪৬

(পর্দা) মাধ্যমিক গণিত

$$\therefore \frac{1}{q} = k(b+c-a)$$

$$\text{আবার, } \frac{1}{(c+a-b)r} = k$$

$$\therefore \frac{1}{r} = k(c+a-b)$$

$$\text{আবার, } \frac{1}{(a+b-c)s} = k$$

$$\therefore \frac{1}{s} = k(a+b-c)$$

$$\therefore \text{বামপক্ষ} = \frac{1}{q} + \frac{1}{r} + \frac{1}{s}$$

$$= k(b+c-a) + k(c+a-b) + k(a+b-c)$$

[ $q, r, s$  এর মান বসিয়ে]

$$= k(b+c-a+c+a-b+a+b-c)$$

$$= k(a+b+c)$$

$$= \frac{1}{p} [(i)-\text{এর সাহায্যে}]$$

$$= \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore \text{বামপক্ষ} = \text{ডানপক্ষ} (\text{প্রমাণিত})$$

২০। যদি  $lx = my = nz$  হয়, তবে দেখাও যে,  $\frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{zx} + \frac{z^2}{xy} = \frac{m^2 n}{l^2} + \frac{n^2 l}{m^2} + \frac{l^2 m}{n^2}$

**সমাধান :** দেয়া আছে,  $lx = my = nz$

$$\therefore lx = my$$

$$\text{বা, } \frac{x}{y} = \frac{m}{l} \text{ অথবা, } \frac{y}{x} = \frac{l}{m}$$

$$\text{আবার, } my = nz$$

$$\therefore \frac{y}{z} = \frac{n}{m} \text{ অথবা, } \frac{z}{y} = \frac{m}{n}$$

$$\text{এবং } lx = nz$$

$$\text{বা, } \frac{x}{z} = \frac{n}{l} \text{ অথবা, } \frac{z}{x} = \frac{l}{n}$$

$$\begin{aligned} \text{এখন, বাম পক্ষ} &= \frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{zx} + \frac{z^2}{xy} \\ &= \frac{x}{y} \cdot \frac{x}{z} + \frac{y}{z} \cdot \frac{y}{x} + \frac{z}{x} \cdot \frac{z}{y} \\ &= \frac{m}{l} \cdot \frac{n}{l} + \frac{n}{m} \cdot \frac{l}{m} + \frac{l}{n} \cdot \frac{m}{n} \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= \frac{mn}{l^2} + \frac{nl^2}{m^2} + \frac{lm^2}{n^2} = \text{ডান পক্ষ} \\ \therefore \text{বামপক্ষ} &= \text{ডানপক্ষ} (\text{দেখানো হলো}) \end{aligned}$$

২১। যদি  $\frac{p}{q} = \frac{a^2}{b^2}$  এবং  $\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{a+q}}{\sqrt{a-q}}$  হয়, তবে দেখাও যে,

$$\frac{p+q}{a} = \frac{p-q}{q}$$

**সমাধান :** দেয়া আছে,  $\frac{p}{q} = \frac{a^2}{b^2}$  ..... (i)

$$\text{এবং } \frac{a}{b} = \frac{\sqrt{a+q}}{\sqrt{a-q}}$$

$$\text{বা, } \frac{a^2}{b^2} = \frac{\sqrt{a+q}}{\sqrt{a-q}} \quad \text{..... (ii)}$$

$$(i) \text{ ও } (ii) \text{ নং থেকে পাই, } \frac{p}{q} = \frac{(\sqrt{a+q})^2}{(\sqrt{a-q})^2}$$

$$\text{বা, } \frac{p}{q} = \frac{a+q}{a-q}$$

$$\text{বা, } \frac{p+q}{p-q} = \frac{a+q+a-q}{a+q-(a-q)} \quad [\text{যোজন-বিযোজন করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{p+q}{p-q} = \frac{a+q+a-q}{a+q-a+q}$$

$$\text{বা, } \frac{p+q}{p-q} = \frac{2a}{2q}$$

$$\text{বা, } \frac{p+q}{p-q} = \frac{a}{q}$$

$$\text{বা, } \frac{p+q}{a} = \frac{p-q}{q} \quad (\text{দেখানো হলো})$$

## □ অনুশীলনী- ১১.২

### পাঠ্যবইয়ের কাজসমূহের সমাধান

#### কাজ :

[পৃষ্ঠা-১১১]

- ১। তোমাদের শ্রেণিতে 35 জন ছাত্র ও 25 জন ছাত্রী আছে।  
বনভোজনে খিচুরি খাওয়ার জন্য প্রত্যেক ছাত্র ও ছাত্রীর  
প্রদত্ত চাল ও ডালের অনুপাত যথাক্রমে 3 : 1 এবং 5 : 2  
হলো, মোট চাল ও মোট ডালের অনুপাত বের কর।

**সমাধান :** মনে করি, প্রত্যেক ছাত্রের চালের পরিমাণ  $3x$   
একক

∴ 35 জন ছাত্রের চালের পরিমাণ  $(35 \times 3x)$  বা  $105x$  একক  
প্রত্যেক ছাত্রের ডালের পরিমাণ  $x$  একক

- ∴ 35 জন ছাত্রের ডালের পরিমাণ  $(35 \times x)$  বা  $35x$  একক  
আবার, মনে করি, প্রত্যেক ছাত্রীর চালের পরিমাণ  $5x$  একক  
∴ 25 জন ছাত্রীর চালের পরিমাণ  $(25 \times 5x)$  বা  $125x$  একক  
এবং ডালের পরিমাণ  $2x$  একক  
25 ছাত্রীর ডালের পরিমাণ  $(25 \times 2x)$  বা  $50x$  একক  
মোট চালের পরিমাণ  $(105x + 125x)$  বা  $230x$  একক  
মোট ডালের পরিমাণ  $(35x + 50x)$  বা  $85x$  একক  
মোট চাল : মোট ডাল =  $230x : 85x = 46 : 17$

• [5x ধারা ভাগ করে]

## পাঠ্যবইয়ের উদাহরণসমূহ

উদাহরণ- ১২। খ ও গ এক জাতীয় রাশি এবং ক : খ = 3 : 4, খ : গ = 6 : 7 হলে, ক : খ : গ কত?

$$\text{সমাধান: } \frac{\text{ক}}{\text{খ}} = \frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12} \text{ এবং } \frac{\text{খ}}{\text{গ}} = \frac{6}{7} = \frac{6 \times 2}{7 \times 2} =$$

$\frac{12}{14}$  [এখানে 4 ও 6 এর L.S.A.G.: 12]

$$\therefore \text{ক} : \text{খ} : \text{গ} = 9 : 12 : 14. \quad (\text{Ans.})$$

উদাহরণ- ১৩। একটি ত্রিভুজের তিনটি কোণের অনুপাত 3 : 4 : 5; কোণ তিনটি ডিগ্রিতে প্রকাশ কর।

সমাধান: ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি =  $180^\circ$   
মনে করি, প্রদত্ত অনুপাত অনুসারে কোণ তিনটি যথাক্রমে  $3x, 4x$  এবং  $5x$ .

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } 3x + 4x + 5x = 180^\circ \text{ বা, } x = 15^\circ$$

অতএব, কোণ তিনটি হলো  $3x = 3 \times 15^\circ = 45^\circ$

$$4x = 4 \times 15^\circ = 60^\circ$$

$$\text{এবং } 5x = 5 \times 15^\circ = 75^\circ \quad (\text{Ans.})$$

উদাহরণ- ১৪। যদি কোনো বর্গক্ষেত্রের প্রত্যেক বাহুর পরিমাণ 10% বৃদ্ধি পায়, তবে তার ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে?

সমাধান: মনেকরি, বর্গক্ষেত্রের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য  $a$  মিটার।

∴ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল  $a^2$  বর্গমিটার।

10% বৃদ্ধি পেলে প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য হয় ( $a + a$  এর 10%)  
মিটার বা  $1.10a$  মিটার।

একেতে, বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল  $(1.10a)^2$  বর্গমিটার বা

$$1.21a^2 \text{ বর্গমিটার}$$

$$\text{ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পায় } (1.21a^2 - a^2) = 0.21a^2 \text{ বর্গমিটার}$$

$$\therefore \text{ক্ষেত্রফল শতকরা বৃদ্ধি পাবে } \frac{0.21a^2}{a^2} \times 100\% = 21\%$$

(Ans.)

উদাহরণ- ১৫। তিন ব্যক্তির মধ্যে 5100 টাকা এন্টে ভাগ করে

দাও যেন, ১ম ব্যক্তির অংশ : ২য় ব্যক্তির অংশ : তৃতীয় ব্যক্তির

$$\text{অংশ} = \frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{9} \text{ হয়।}$$

$$\text{সমাধান: } \text{এখানে } \frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{9} = \left(\frac{1}{2} \times 18\right) : \left(\frac{1}{3} \times 18\right) : \left(\frac{1}{9} \times 18\right) [2, 3 \text{ ও } 9 \text{ এর L.S.A.G.: } 18]$$

$$\text{অনুপাতের রাশিগুলোর যোগফল} = 9 + 6 + 2 = 17$$

$$1\text{ম ব্যক্তির অংশ} = \frac{300}{17} = \frac{9}{17} \text{ টাকা} = 2700 \text{ টাকা}$$

$$2\text{য় ব্যক্তির অংশ} = \frac{300}{17} = \frac{6}{17} \text{ টাকা} = 1800 \text{ টাকা}$$

$$3\text{য় ব্যক্তির অংশ} = \frac{300}{17} = \frac{2}{17} \text{ টাকা} = 600 \text{ টাকা}$$

অতএব তিন ব্যক্তি যথাক্রমে 2700 টাকা, 1800 টাকা এবং 600 টাকা পাবেন।

## পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান

১১২

১। a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী হলে নিচের কোনটি সঠিক?

$$\text{ক } a^2 = bc \quad \text{খ } b^2 = ac$$

$$\text{গ } ab = bc \quad \text{ঘ } a = b = c$$

$$\text{উত্তর: } \text{খ. } b^2 = ac$$

২। আরিফ ও আকিবের বয়সের অনুপাত 5 : 3; আরিফের বয়স

20 বছর হলে, কত বছর পর তাদের বয়সের অনুপাত 7:5

হবে?

$$\begin{array}{ll} \text{ক } 5 \text{ বছর} & \text{খ } 6 \text{ বছর} \\ \text{গ } 8 \text{ বছর} & \text{ঘ } 10 \text{ বছর} \end{array}$$

$$\text{উত্তর: } \text{গ. } 8 \text{ বছর।}$$

৩। নিচের তথ্যগুলো শক্ত কর:

i. সমানুপাতের চারটি রাশি একজাতীয় হওয়ার প্রয়োজন হয় না।

ii. দুইটি ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অনুপাত তাদের

ভূমিত্বের অনুপাতের সমান।

iii.  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{g}{h}$  হলে, এদের প্রতিটি অনুপাতের মান

$$\frac{a+c+e+g}{b+d+f+h},$$

ওপরের তথ্যগুলোর ভিত্তিতে নিচের কোনটি সঠিক?

$$\text{ক } i \text{ ও } ii \quad \text{খ } ii \text{ ও } iii$$

$$\text{গ } i \text{ ও } iii \quad \text{ঘ } i, ii \text{ ও } iii$$

$$\text{উত্তর: } \text{গ. } i \text{ ও } iii$$

ΔABC এর কোণগুলোর অনুপাত 2 : 3 : 5 এবং ABCD চতুর্ভুজের কোণ চারটির অনুপাত 3 : 4 : 5 : 6

ওপরের তথ্যের ভিত্তিতে 8 ও 5 নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

৪। একটি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য বিশুণ হলে উহার ক্ষেত্রফল কতগুলি বৃদ্ধি পাবে।

$$\text{ক } 2 \text{ গুণ} \quad \text{খ } 8 \text{ গুণ}$$

$$\text{গ } 8 \text{ গুণ} \quad \text{ঘ } 6 \text{ গুণ}$$

$$\text{উত্তর: } \text{খ. } 8।$$

৫।  $x:y = 7:5, y:z = 5:7$  হলে  $x:z =$  কত?

$$\text{ক } 35:49 \quad \text{খ } 35:35$$

$$\text{গ } 25:49 \quad \text{ঘ } 49:25$$

$$\text{উত্তর: } \text{খ. } 35:35.$$

৬। একটি কাঠের পুল তৈরির প্রাকলিত ব্যয় ১০,০০০ টাকা। কিন্তু খরচ বেশি হয়েছে ২১,৬০০ টাকা। খরচ শতকরা কত হৃদিষ্প হয়েছে?

**সমাধান :**

$$90000 \text{ টাকায় হৃদিষ্প } 21600 \text{ টাকা} \\ \therefore 1 \text{ " } = \frac{21600}{90000} \text{ টাকা}$$

$$\therefore 100 \text{ " } = \frac{21600 \times 100}{90000} = 24 \text{ টাকা}$$

অতএব, খরচ হৃদিষ্প নির্ণয় হার = 24% (Ans.)

৭। ধানে চাল ও ঝুঁতুরের অনুপাত ৭ : ৩ হলে, এতে শতকরা কি পরিমাণ চাল আছে?

**সমাধান :** মনে করি শতকরা চালের পরিমাণ =  $x$

$$\therefore ঝুঁতুরের পরিমাণ = (100 - x)$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } x : (100 - x) = 7 : 3$$

$$\text{বা, } \frac{x}{100 - x} = \frac{7}{3}$$

$$\text{বা, } 3x = 7(100 - x)$$

$$\text{বা, } 3x = 700 - 7x$$

$$\text{বা, } 3x + 7x = 700$$

$$\text{বা, } 10x = 700$$

$$\text{বা, } x = \frac{700}{10}$$

$$\therefore x = 70$$

অতএব, চালের নির্ণয় পরিমাণ 70% (Ans.)

৮। ১ ঘন সে.মি. কাঠের ওজন ৭ ডেসিগ্রাম। কাঠের ওজন সমায়তন পানির ওজনের শতকরা কত ভাগ?

**সমাধান :** আমরা জানি,

$$1 \text{ ঘন সে.মি. পানির ওজন} = 10 \text{ ডেসিগ্রাম।}$$

দেওয়া আছে 1 ঘন সে.মি. কাঠের ওজন ৭ ডেসিগ্রাম।  
কাঠের ওজন সমায়তন পানির ওজনের শতকরা ভাগ  
বলতে বুঝি

কাঠের ওজন

$$= \frac{\text{পানির}}{\text{পানির}} \times 100$$

$$= \frac{7}{10} \times 100 = 70\%$$

অতএব, কাঠের ওজন সমায়তন পানির ওজনের 70% (Ans.)

৯। ক, খ, গ ও ঘ এর মধ্যে ৩০০ টাকা এমনভাবে ভাগ করে দাও যেন, ক এর অংশ : খ এর অংশ = ২ : ৩, খ এর অংশ :  
গ এর অংশ = ১ : ২ এবং গ এর অংশ : ঘ এর অংশ ৩ : ২  
হয়।

**সমাধান :** এখানে, ক : খ = ২ : ৩ = ২ : ৩

$$\text{খ : গ} = 1 : 2 = 3 : 6$$

$$\text{এবং } \text{গ : ঘ} = 3 : 2 = 6 : 4$$

$$\therefore \text{ক : খ : গ : ঘ} = 2 : 3 : 6 : 4$$

$$\therefore \text{অনুপাতের সংখ্যাগুলোর যোগফল} = (2 + 3 + 6 + 4) = 15$$

$$\text{এখানে, মোট টাকার পরিমাণ} = 300 \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{ক এর টাকার পরিমাণ} = 300 \text{ টাকার } \frac{2}{15} \text{ অংশ} = 40 \text{ টাকা}$$

$$\text{খ এর টাকার পরিমাণ} = 300 \text{ টাকার } \frac{3}{15} \text{ অংশ} = 60 \text{ টাকা}$$

$$\text{গ এর টাকার পরিমাণ} = 300 \text{ টাকার } \frac{6}{15} \text{ অংশ} = 120 \text{ টাকা}$$

∴ ঘ এর টাকার পরিমাণ = 300 টাকার  $\frac{4}{15}$  অংশ = ৮০ টাকা  
অতএব, ক, খ, গ ও ঘ ব্যাকরণে ৪০, ৬০, ১২০ ও ৮০ টাকা  
পাবে। (Ans.)

১০। তিনিজন জেলে ৬৯০ টি মাছ ধরেছে। তাদের অনুপাত  $\frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \text{ এবং } \frac{5}{6}$  হলে কে কয়টি মাছ পেল?

**সমাধান :** দেওয়া আছে, জেলেদের মাছের অনুপাত অনুপাত  $\frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}$

$$= \left( \frac{2}{3} \times 30 \right) : \left( \frac{4}{5} \times 30 \right) : \left( \frac{5}{6} \times 30 \right)$$

[প্রত্যেক অনুপাতকে ৩০ থারা গুণ করুন]

$$= 20 : 24 : 25$$

অনুপাতের রাশিগুলোর যোগফল =  $20 + 24 + 25 = 69$

$$1\text{ম জেলে পাবে} = 690 \text{ এর } \frac{20}{69} = 200 \text{ টি}$$

$$2\text{য জেলে পাবে} = 690 \text{ এর } \frac{24}{69} = 240 \text{ টি}$$

$$3\text{য জেলে পাবে} = 690 \text{ এর } \frac{25}{69} = 250 \text{ টি}$$

তিনিজন জেলে মাছ পেল যথাক্রমে 200 টি, 240 টি ও 250 টি  
(Ans.)

১১। একটি ত্রিভুজের পরিসীমা ৪৫ সে.মি। বাহুগুলোর দৈর্ঘ্যের  
অনুপাত ৩:৫:৭ হলে, প্রত্যেক বাহুর পরিমাণ নির্ণয় কর।

**সমাধান :** এখানে, ত্রিভুজের পরিসীমা ৪৫ সে.মি.

বাহুগুলোর দৈর্ঘ্যের অনুপাত = ৩ : ৫ : ৭

$$\therefore \text{অনুপাতের যোগফল} = 3 + 5 + 7 = 15$$

$$\text{এখন, প্রথম বাহুর পরিমাণ} = 45 \text{ এর } \frac{3}{15} = 9 \text{ সে.মি.}$$

$$\text{বিতীয় } .. = 45 \text{ এর } \frac{5}{15} = 15 \text{ সে.মি.}$$

$$\text{এবং } \text{তৃতীয় } .. = 45 \text{ এর } \frac{7}{15} = 21 \text{ সে.মি.}$$

অতএব, তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে, ৯ সে.মি., ১৫  
সে.মি., ও ২১ সে.মি. (Ans.)

১২। ১০১১ টাকাকে  $\frac{3}{4} : \frac{4}{5} : \frac{6}{7}$  অনুপাতে বিভক্ত কর।

**সমাধান :** এখানে, প্রদত্ত অনুপাত  $\frac{3}{4} : \frac{4}{5} : \frac{6}{7}$

$$= \frac{3}{4} \times 140 : \frac{4}{5} \times 140 : \frac{6}{7} \times 140$$

$$= 105 : 112 : 120$$

[৪, ৫ ও ৭ এর L.C.M. 140 থারা গুণ করুন]

$$\therefore \text{অনুপাতের রাশিগুলোর যোগফল} = 105 + 112 + 120 = 337$$

$$\text{এখন, প্রথম অংশ} = 1011 \text{ এর } \frac{105}{337} = 315 \text{ টাকা}$$

$$\text{বিতীয় } .. = 1011 \text{ এর } \frac{112}{337} = 336 ..$$

$$\text{এবং } \text{তৃতীয় } .. = 1011 \text{ এর } \frac{120}{337} = 360 ..$$

অতএব বিভক্ত অংশগুলো হলো 315 টাকা, 336 টাকা ও 360  
টাকা। (Ans.)

১০। দুইটি সংখ্যার অনুপাত  $5:7$  এবং তাদের গ.স.গু. ৪ হলে সংখ্যা দুইটির ল.স.গু. কত?

**সমাধান :** দুইটি সংখ্যার অনুপাত =  $5:7$

মনেকরি, সংখ্যা দুইটি  $5x$  ও  $7x$  এর ল.স.গু. =  $35x$

$$\text{বা, } 5x \times 7x = 4 \times 35x$$

$$\text{বা, } 35x^2 = 140x$$

$$\text{বা, } 35x = 140$$

$$\text{বা, } x = \frac{140}{35}$$

$$\therefore x = 4$$

$$\therefore \text{ল.স.গু.} = 35x = 35 \times 4 = 140$$

অতএব, সংখ্যা দুইটি ল.স.গু. 140 (Ans.)

১১। ক্লিকেট খেলায় সাকিব, মুশফিকুর ও মাশরাফী একত্রে 171 রান করলো। সাকিব ও মুশফিকুর এবং মুশফিকুর ও মাশরাফীর রানের অনুপাত  $3:2$  হলে কে কত রান করেছে?

**সমাধান :** দেয়া আছে, তিনজনের মোট রান = 171

আবার, সাকিবের রান : মুশফিকুর রান =  $3:2$

এবং মুশফিকুর রান : মাশরাফীর রান =  $3:2$

সাকিব : মুশফিকুর =  $3:2 = 9:6$  (3 দ্বারা গুণ করে)

মুশফিকুর : মাশরাফী =  $3:2 = 6:4$  (2 দ্বারা গুণ করে)

সাকিব : মুশফিকুর : মাশরাফী =  $9:6:4$

মনে করি, সাকিব, মুশফিকুর ও মাশরাফীর রান যথাক্রমে  $9x$ ,  $6x$  এবং  $4x$

$$\text{গুরুত্বে, } 9x + 6x + 4x = 171$$

$$\text{বা, } 19x = 171$$

$$\therefore x = \frac{171}{19} = 9$$

$$\therefore \text{সাকিবের রান} = 9 \times 9 = 81$$

$$\text{মুশফিকুর রান} = 6 \times 9 = 54$$

$$\text{মাশরাফীর রান} = 4 \times 9 = 36 \quad (\text{Ans.})$$

১২। একটি অঙ্কিলে 2 জন কর্মকর্তা, 7 জন কর্মণিক এবং 3 জন পিওন আছে। একজন পিওন 1 টাকা পেলে একজন কর্মণিক পায় 2 টাকা, একজন কর্মকর্তা পায় 4 টাকা। তাদের সকলের মোট বেতন 150,000 টাকা হলে, কে কত বেতন পাবে?

**সমাধান :** 1 জন পিওন 1 টাকা পেলে 3 জন পিওন পায় 3 টাকা

1 জন কর্মণিক 2 টাকা পেলে 7 জন কর্মণিক পায় 14 টাকা

1 জন কর্মকর্তা 4 টাকা পেলে 2 কর্মকর্তা পায় 8 টাকা

3 জন পিওন, 7 জন কর্মণিক ও 2 জন কর্মকর্তার বেতনের অনুপাত  $3:14:8$

$\therefore$  মোট আনুপাতিক ভাগ =  $3+14+8=25$

এখনে, মেটি টাকার পরিমাণ = 150,000 টাকা

মূলত, 3 জন পিওনের মোট বেতনের অংশ =  $\frac{3}{25} \times 150,000 = 18000$  টাকা

$\therefore 1$  জন পিওন বেতন পায় =  $(18000 \div 3)$  টাকা বা, 6000 টাকা।

7 জন কর্মণিকের মোট বেতনের অংশ =  $\frac{14}{25} \times 150,000$  টাকা = 84,000 টাকা

$\therefore 1$  জন কর্মণিকের বেতন =  $(84,000 \div 7)$  টাকা = 12000 টাকা।

2 জন কর্মকর্তার মোট বেতনের অংশ =  $\frac{8}{25} \times 150,000$  টাকা = 48,000 টাকা

$\therefore 1$  জন কর্মকর্তার বেতন =  $(48,000 \div 2)$  টাকা = 24,000 টাকা

অতএব, প্রত্যেক কর্মকর্তা পাবে 24,000 টাকা

প্রত্যেক কর্মণিক পাবে 12000 টাকা

প্রত্যেক পিওন পাবে 6000 টাকা

} (Ans.)

১৬। একটি সামাজিক নেতা নিবাচনে সুইজন প্রতিদ্বন্দ্বীর মধ্যে ডোনাল সাহেব ৪ : 3 ভোটে জয়লাভ করলেন। যদি মোট সদস্য সংখ্যা ৫৮১ হয় এবং ৯১ জন সদস্য ভোট না দিয়ে থাকে, তবে ডোনাল সাহেবের প্রতিদ্বন্দ্বী কত ভোটের ব্যবধানে পরাজিত হয়েছেন?

**সমাধান :** এখানে, ডোনাল ও তার প্রতিদ্বন্দ্বীর প্রাপ্ত ভোটের অনুপাত  $4 : 3$   
মোট আনুপাতিক ভাগ =  $4 + 3 = 7$

ভোটাতা সদস্যের সংখ্যা =  $(581 - 91)$  জন = ৪৯০ জন

$$\text{সুতরাং, ডোনালের প্রাপ্ত ভোটের সংখ্যা} = \frac{4}{7} \times 490 = 280$$

$$\therefore \text{প্রতিদ্বন্দ্বীর ভোটের সংখ্যা} = \frac{3}{7} \times 490 = 210$$

$$\therefore \text{ভোটের ব্যবধান} = (280 - 210) \text{ বা } 70 \quad (\text{Ans.})$$

১৭। যদি কোনো বর্গক্ষেত্রের বাহুর পরিমাণ 20% বৃদ্ধি পায়, তবে তার ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে?

**সমাধান :** মনেকরি, বর্গক্ষেত্রে প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য =  $x$   
বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল =  $x^2$  বর্গএকক

এখন, বাহুর 100 এককে বৃদ্ধি পায় 20 একক

$$\therefore 1 \text{ } " \text{ } " = \frac{20}{100} \text{ } "$$

$$\therefore x \text{ } " \text{ } " = \frac{20 \times x}{100}$$

$$\text{বা, } = \frac{x}{5} \text{ } "$$

$$\begin{aligned} \text{প্রত্যেক বাহুর পরিমাণ হবে, } & \left( x + \frac{x}{5} \right) \text{ একক} \\ & = \frac{5x + x}{5} \text{ } " \\ & = \frac{6x}{5} \text{ একক।} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{নতুন বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} &= \left( \frac{6x}{5} \right)^2 \text{ বর্গ একক} \\ &= \frac{36x^2}{25} \text{ } " \text{ } " \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পায়} &= \left( \frac{36x^2}{25} - x^2 \right) \text{ } " \\ &= \left( \frac{36x^2 - 25x^2}{25} \right) \text{ } " \\ &= \frac{11x^2}{25} \text{ বর্গ একক} \end{aligned}$$

$$\text{এখন } x^2 \text{ বর্গ এককে বৃদ্ধি পায় } \frac{11x^2}{25} \text{ বর্গ একক}$$

$$\therefore 1 \text{ } " \text{ } " \text{ } " = \frac{11x^2}{25 \times x^2} \text{ } "$$

$$\therefore 100 \text{ } " \text{ } " = \frac{11x^2 \times 100}{25 \times x^2} \text{ } "$$

$$= 44 \text{ বর্গ একক}$$

অতএব ক্ষেত্রফল বৃদ্ধির নির্ণয় হার 44%

১৮। একটি মাঠের জমিতে সেচের সুযোগ আসার আসের ও পরের ফলনের অনুপাত  $4 : 7$ ; ঐ মাঠে যে জমিতে আসে 304 কুইন্টাল ধান ফলতো, সেচ পাওয়ার পর তার ফলন কত হবে?

**সমাধান :** দেয়া আছে, সেচের সুযোগ আসার আসের ও পরের ফলনের অনুপাত =  $4 : 7$

মনে করি, আসের ফলন =  $4x$  কুইন্টাল

তাহলে, সেচের পর ফলন =  $7x$  কুইন্টাল

প্রশ্নমতে,  $4x = 304$

$$\text{বা, } x = \frac{304}{4} = 76$$

$$\therefore \text{সেচের পর ফলন} = 7x = 7 \times 76 \text{ কুইন্টাল} = 532 \text{ কুইন্টাল}$$

অতএব, সেচ পাওয়ার পর ফলন 532 কুইন্টাল। (Ans.)

১০। ধান ও ধান থেকে উৎপন্ন চালের অনুপাত  $3:2$  এবং গম ও গম থেকে উৎপন্ন সুজির অনুপাত  $4:3$  হলে, সমান পরিমাণের ধান ও গম থেকে উৎপন্ন চাল ও সুজির অনুপাত বের কর।

**সমাধান :** এখানে, ধান ও ধান থেকে উৎপন্ন চালের অনুপাত =  $3 : 2$

$$= \frac{3}{3} : \frac{2}{3} \quad [3 \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$= 1 : \frac{2}{3}$$

আবার, গম ও গম থেকে উৎপন্ন সুজির অনুপাত =  $4 : 3$

$$= \frac{4}{4} : \frac{3}{4} \quad [4 \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$= 1 : \frac{3}{4}$$

$$\text{চাল : সুজি} = \frac{2}{3} : \frac{3}{4}$$

$$= \frac{2 \times 12}{3} : \frac{3 \times 12}{4} \quad [\text{অনুপাতের রাশিদ্বয়কে } 12 \text{ দ্বারা গুণ করে}]$$

$$= 8 : 9 \quad (\text{Ans.})$$

১১। একটি জমির ক্ষেত্রফল  $432$  বর্গমিটার। ঐ জমির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের সঙ্গে অপর একটি জমির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত যথাক্রমে  $3:4$  এবং  $2:5$  হলে, অপর জমির ক্ষেত্রফল কত?

**সমাধান :** প্রথম জমির দৈর্ঘ্য : দ্বিতীয় জমির দৈর্ঘ্য =  $3 : 4$

প্রথম জমির প্রস্থ : দ্বিতীয় জমির প্রস্থ =  $2 : 3$

মনে করি, প্রথম জমির দৈর্ঘ্য  $3x$  মিটার

ও দ্বিতীয় জমির দৈর্ঘ্য  $4x$  মিটার

এবং প্রথম জমির প্রস্থ প্রস্থ  $2y$  মিটার

ও দ্বিতীয় জমির প্রস্থ  $5y$  মিটার

∴ প্রথম জমির ক্ষেত্রফল =  $3x \cdot 2y = 6xy$  বর্গ মিটার

এবং দ্বিতীয় জমির ক্ষেত্রফল =  $4x \cdot 5y = 20xy$  বর্গ মিটার

∴ প্রশ্নান্তে,  $6xy = 432$

$$\therefore xy = 72$$

∴ দ্বিতীয় জমির ক্ষেত্রফল =  $(20 \times 72)$  বর্গ মি.

$$= 1440 \text{ বর্গ মি.}$$

অতএব, অপর জমির নির্ণেয় ক্ষেত্রফল =  $1440$  বর্গমিটার।

১২। জেমি ও সিমি একই ব্যাকে থেকে একই দিনে  $10\%$  সরল মূলাকায় আলাদা আলাদা পরিমাণ অর্থ খণ্ড নেয়। জেমি  $2$  বছর পর মূলাকা আসলে যত টাকা শোধ করে  $3$  বছর পর সিমি মূলাকা আসলে তত টাকা শোধ করে। তাদের বাণিজ্যের অনুপাত বের কর।

**সমাধান :** মনে করি, জেমি ধার করে  $p$  টাকা এবং সিমি ধার করে  $q$  টাকা।

জেমি  $100$  টাকায়  $1$  বছরে মূলাকা দেয়  $10$  টাকা

$$1 \text{ " } 1 \text{ " } \frac{10}{100}$$

$$p \text{ " } 2 \text{ " } \frac{10 \times p \times 2}{100}$$

$$= \frac{p \times 20}{100} = \frac{p}{5} \text{ টাকা।}$$

$$\text{মূলাকা-আসল} = \left( p + \frac{p}{5} \right) \text{ টাকা}$$

$$= \frac{6p}{5} \text{ " } = \frac{6p}{5}$$

$$100 \text{ টাকায় } 1 \text{ বছরে মূলাকা দেয় } 10 \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{পুরো মুদ্রাটি } = \frac{10}{100} \text{ টাকা।}$$

$$\therefore \text{সিমির মুদ্রাটি } = \frac{10 \times q \times 3}{100} = \frac{3q}{10} \text{ টাকা।}$$

$$\therefore \text{সিমির মুদ্রাটি } = \left( q + \frac{3q}{10} \right) \text{ টাকা।}$$

$$= \frac{10q + 3q}{10} \text{ } "$$

$$= \frac{13q}{10} \text{ } "$$

$$\text{অশানুসারে, } \frac{6p}{5} = \frac{13q}{10}$$

$$\text{বা, } 60p = 65q$$

$$\text{বা, } \frac{p}{q} = \frac{65}{60}$$

$$\text{বা, } \frac{p}{q} = \frac{13}{12}$$

$$\therefore p : q = 13 : 12$$

অতএব, জেমি ও সিমির খণের নির্ণয় অনুপাত = 13 : 12,

২৩। একটি ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত 5 : 12 : 13 এবং পরিসীমা 30 সে.মি।

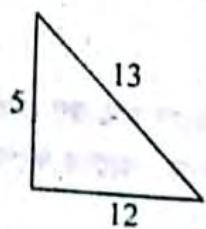
(ক) ত্রিভুজটি অঙ্কন কর এবং কোণ তেদে ত্রিভুজটি কী ধরনের তা শেখ।

(খ) বৃহত্তর বাহুকে দৈর্ঘ্য এবং ক্ষুদ্রতর বাহুকে প্রম ধরে অঙ্কিত আয়তক্ষেত্রের কর্ণের সমান বাহু বিশিষ্ট কর্ণের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

(গ) উক্ত আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 10% এবং প্রম 20% বৃদ্ধি পেলে ক্ষেত্রফল শূলকরা কর বৃদ্ধি পাবে?

### সমাধান:

(ক) কোন তেদে ত্রিভুজটি সমকোণী ত্রিভুজ। কারণ ত্রিভুজের এক বাহুর ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অপর দুই বাহুর ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল।



(খ) মনে করি,

$$1\text{ম বাহুর দৈর্ঘ্য} = 5x \text{ সে.মি.}$$

$$2\text{য বাহুর দৈর্ঘ্য} = 12x \text{ সে.মি.}$$

$$3\text{য বাহুর দৈর্ঘ্য} = 13x \text{ সে.মি.}$$

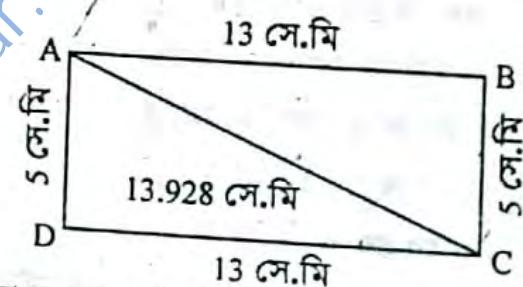
$$\text{প্রশ্নমতে, } 5x + 12x + 13x = 30$$

$$\text{বা, } 30x = 30$$

$$\therefore x = 1$$

$$\therefore \text{ক্ষুদ্রতম বাহুর দৈর্ঘ্য} = 5 \text{ সে.মি.}$$

$$\therefore \text{বৃহত্তম বাহুর দৈর্ঘ্য} = 13 \text{ সে.মি.}$$



$\therefore$  আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = 13 সে.মি.  
এবং আয়তক্ষেত্রের প্রম = 5 সে.মি.

$$\begin{aligned} \text{আয়তক্ষেত্রের কর্ণ, } d &= \sqrt{a^2 + b^2} \\ &= \sqrt{(13)^2 + 5^2} \\ &= \sqrt{169 + 25} \\ &= \sqrt{194} = 13.928 \text{ সে.মি.} \end{aligned}$$

$\therefore$  বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য = 13.928 সে.মি.

$$\begin{aligned} \therefore \text{বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} &= (13.928)^2 \text{ সে.মি.} \\ &= 194 \text{ বর্গ সে.মি. (Ans.)} \end{aligned}$$

(গ) আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল  $(13 \times 5)$  বর্গ সে.মি.  
= 65 বর্গ সে.মি.

$$\begin{aligned} 10\% \text{ বৃদ্ধিতে, } \text{নতুন আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য হয়} \\ &= (13 + 13 \text{ এর } 10\%) \text{ সে.মি.} \end{aligned}$$

$$= \left( 13 + 13 \text{ এর } \frac{10}{100} \right) \text{ সে.মি.}$$

$$= \left( 13 + 13 \text{ এর } \frac{1}{10} \right) \text{ সে.মি.}$$

$$= \left( 13 + \frac{13}{10} \right) \text{ সে.মি.}$$

$$= \frac{130 + 13}{10} \text{ সে.মি.}$$

$$= \frac{143}{10} \text{ সে.মি.}$$





## ৭৩ বজ্রগুণন বা আড়গুণন পদ্ধতি

[www.admissionwar.com](http://www.admissionwar.com)

বজ্রগুণন পদ্ধতি :  $a_1x + b_1y + c_1 = 0$

এবং  $a_2x + b_2y + c_2 = 0$  সমীকরণহয়ের সমাধানের ক্ষেত্রে  
বজ্রগুণন সূত্রটি হল :

$$\frac{x}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{y}{c_1a_2 - c_2a_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

$$\text{অর্থাৎ, } \frac{x}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1} \quad \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{এবং } \frac{y}{c_1a_2 - c_2a_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1} \quad \dots \dots \dots (ii)$$

(i) এবং (ii) সমীকরণহয় থেকে সমাধান করে x ও y এর  
মান পাওয়া যায়।

## ৭৪ লৈখিক পদ্ধতি

ক) লৈখিক পদ্ধতি : লৈখিক পদ্ধতির মাধ্যমে দুই চলক বা  
অঙ্গাত রাশি x ও y বিশিষ্ট সমীকরণ জোটের সমাধান নির্ণয়  
করা যায়। সমীকরণ জোটের প্রতিটি একটি সরল সমীকরণ।  
এই সমীকরণ জোটের লেখ অংকন করলে দুটি সরলরেখা  
পাওয়া যায়। এই সরলরেখাদ্বয়ের ছেদ বিন্দুর ভূজ ও কোটি  
প্রদত্ত সমীকরণের জোটের বীজ। ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্কের ভূজ  
x এর মান এবং কোটি y এর মান নির্দেশ করে।

ক) লেখচিত্রের মাধ্যমে সমীকরণ জোটের সমাধান নির্ণয়ের  
পদ্ধতি :

লেখ অংকন করে দুটি সমীকরণের সমাধান নির্ণয়ের  
ধাপগুলো নিম্নরূপ-

- ০ প্রথমে প্রদত্ত সমীকরণসমূহকে  $y = ax + b$  আকারে প্রকাশ  
করতে হবে।  
যেমন :  $ax + by + c = 0$  কে নিম্নরূপে প্রকাশ করতে হবে,  
 $ax + by + c = 0$   
বা,  $by = -ax - c$   
বা,  $y = \frac{-ax - c}{b}$
- ০ প্রতিটি সমীকরণে x-এর কমপক্ষে 3 টি সুবিধাজনক মান  
বসিয়ে y-এর অনুরূপ মানসমূহ বের করতে হবে। প্রাপ্ত  
y এর মানসমূহ নিম্নোক্ত টেবিলে স্থাপন করতে হবে।

x			
y			

- ০ প্রাপ্ত বিন্দুগুলোকে ছক কাগজে স্থাপন করতে হবে।  
০ ডগ্রামের জটিলতা পরিহারের জন্য ছক কাগজে বিন্দুগুলো  
স্থানের জন্য সুবিধাজনক এক একককে এক বিন্দু  
বা, বিন্দুর মান নির্দেশ করতে হবে।  
০ প্রথম সমীকরণের জন্য বিন্দু তিনটিকে যুক্ত করে খুলোয়াটারে গাঠ করতে হবে।  
০ অনুরূপে চিঠোয়া সমীকরণ নির্দেশক সরলরেখাটিও খুলোয়াটার  
কাগজে অংকন করতে হবে।  
০ প্রদত্ত সরলরেখাদ্বয়ের ছেদ বিন্দুর ভূজ ও কোটি মান  
করতে হবে।  
০ নির্ণয় ভূজ ও কোটি প্রদত্ত সমীকরণ জোটের বীজ।  
অংকিত সরলরেখাদ্বয় সমাতৰণাল হলে, প্রদত্ত সমীকরণ  
জোটের কোনো বীজ বা সমাধান নেই এবং সমীকরণ  
জোটটি অসংগতিপূর্ণ।

## অনুশিলনী- ১২.১

### পাঠ্যবইয়ের কাজসমূহের সমাধান

ক) কাজ :  $x - 2y + 1 = 0$  ও  $2x + y - 3 = 0$  সমীকরণসমূহের  
প্রত্যেকটির পাইচটি কর সমাধান লেখ যেন তন্মধ্যে সাধারণ  
সমাধানটিও ধাকে। [পৃষ্ঠা-১৯৫]

সমাধান : প্রথমে আমরা,  $x - 2y + 1 = 0$  সমীকরণটি  
বিবেচনা করি।

এখন,  $x - 2y + 1 = 0$  সমীকরণটি থেকে নিচের ছকটি  
পুরণ করি :

x এর মান	y এর মান	বামপক্ষ ( $x - 2y +$ ) 1) এর মান	ডানপক্ষ
1	1	$1 - 2 + 1 = 0$	0
-1	0	$-1 - 0 + 1 = 0$	0
3	2	$3 - 4 + 1 = 0$	0
5	3	$5 - 6 + 1 = 0$	0
7	4	$7 - 8 + 1 = 0$	0
.....	.....	..... = 0	0

সমীকরণটির অসংখ্য সমাধান আছে। তার মধ্যে পাইচটি  
সমাধান  $(-1, 0), (1, 1), (3, -3)$ ।

আবার অন্য একটি সমীকরণ  $2x + y - 3 = 0$  নিয়ে নিয়ে  
ছকটি পূরণ করি :

x এর মান	y এর মান	বামপক্ষ ( $2x + y -$ ) 3) এর মান	ডানপক্ষ
-2	7	$-4 + 7 - 3 = 0$	0
0	3	$0 + 3 - 3 = 0$	0
1	1	$2 + 1 - 3 = 0$	0
2	-1	$4 - 1 - 3 = 0$	0
3	-3	$6 - 3 - 3 = 0$	0
.....	.....	..... = 0	0

সমকরণটিতে অসংখ্য সমাধান আছে। তার মধ্যে  
সমাধান  $(-2, 7), (0, 3), (1, 1), (2, -1), (3, -3)$ ।  
যদি আলোচ্য সমীকরণ দুটিকে একত্রে জোট হিসেবে করা  
তবে একমাত্র  $(1, 1)$  দ্বারা উভয় সমীকরণ যুগপৎ সিদ্ধ হয়।  
 $\therefore$  সমীকরণ জোট  $x - 2y + 1 = 0$  এবং  $2x + y - 3 = 0$   
এর সাধারণ সমাধান  $(x, y) = (1, 1)$

$2x + 1 = 0$ ,  $2x + y - 3 = 0$  সমীকরণজোটি সমতিপূর্ণ  
সহসমীকরণজোটি কি না ব্যাখ্যা কর এবং সমীকরণজোটির  
সমাধান করতে পারে তা নির্দেশ কর।

[পৃষ্ঠা-১৯৮]

$$\begin{aligned} x - 2y + 1 &= 0 \\ \text{বা, } x - 2y &= -1 \\ \text{এবং } 2x + y - 3 &= 0 \\ \text{বা, } 2x + y &= 3 \end{aligned}$$

$x$  এর সহগয়ের অনুপাত =  $\frac{1}{2}$

ব্যাখ্যা কর এবং এন্ডের সমাধান কর।

ব্যাখ্যা, নিচের সমীকরণ জোটগুলো সমতিপূর্ণ/অসমতিপূর্ণ,  
নির্ভরশীল/অনির্ভরশীল কি না ব্যাখ্যা কর এবং এন্ডের  
সমাধানের সংখ্যা নির্দেশ কর।

গ)  $x + 3y = 1$

$2x + 6y = 2$

ফ)  $2x - 5y = 3$

$x + 3y = 1$

ঙ)  $3x - 5y = 7$

$6x - 10y = 15$

সমাধান :

গ) প্রদত্ত সমীকরণজোটি :  $\begin{cases} x + 3y = 1 \\ 2x + 6y = 2 \end{cases}$

$x$  এর সহগয়ের অনুপাত  $\frac{1}{2}$

$y$  " " "  $\frac{3}{6}$  বা  $\frac{1}{2}$

ধ্রুবক পদবয়ের অনুপাত  $\frac{1}{2}$

$$\therefore \frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

অর্থাৎ, সমীকরণজোটি সমতিপূর্ণ ও পরস্পর নির্ভরশীল।

সমীকরণজোটির অসংখ্য সমাধান আছে।

ব্যাখ্যা কর এবং এন্ডের সমাধান কর।

বিল সরল সহসমীকরণগুলো সমতিপূর্ণ/অসমতিপূর্ণ পরস্পর  
নির্ভরশীল/অনির্ভরশীল কি না ঘূর্ণিশহ উল্লেখ কর এবং এগুলোর  
সমাধানের সংখ্যা নির্দেশ কর :

১)  $x - y = 4$

২)  $x + y = 10$

সমাধান :  $x - y = 4$  ..... (i)

$x + y = 10$  ..... (ii)

(i) নং সমীকরণকে  $a_1x + b_1y = c_1$  এবং (ii) নং কে  $a_2x + b_2y = c_2$  সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই,  $a_1 = 1$ ,  $b_1 = -1$ ,  $c_1 = 4$  এবং  $a_2 = 1$ ,  $b_2 = 1$ ,  $c_2 = 10$

$y$  এর সহগয়ের অনুপাত =  $\frac{-2}{1}$  বা, -2

আমরা পাই,  $\frac{1}{2} \neq \frac{-2}{1}$

∴ সমীকরণজোটি সমতিপূর্ণ ও পরস্পর অনির্ভরশীল এবং  
সমীকরণজোটির একটিমাত্র (অনন্য) সমাধান আছে।

## পাঠ্যবইয়ের উদাহরণসমূহ

ব) প্রদত্ত সমীকরণজোট :  $\begin{cases} 2x - 5y = 3 \\ x + 3y = 1 \end{cases}$

$x$  এর সহগয়ের অনুপাত =  $\frac{-5}{1}$

MyMahbub.Com  
আমরা পাই,  $\frac{-5}{1} \neq \frac{5}{3}$

সমীকরণজোটি সমতিপূর্ণ ও পরস্পর অনির্ভরশীল।  
সমীকরণজোটির একটিমাত্র (অনন্য) সমাধান আছে।

অতএব সমীকরণজোটি সমতিপূর্ণ ও পরস্পর নির্ভরশীল।  
সমীকরণজোটির অসংখ্য সমাধান আছে।

গ) প্রদত্ত সমীকরণজোট :  $3x - 5y = 7$

$6x - 10 = 15$

$x$  এর সহগয়ের অনুপাত  $\frac{3}{6}$  বা  $\frac{1}{2}$

$y$  " " "  $\frac{-3}{-10}$  বা  $\frac{3}{10}$

ধ্রুবক পদবয়ের অনুপাত  $\frac{7}{15}$

আমরা পাই,  $\frac{3}{6} \neq \frac{-3}{-10} \neq \frac{7}{15}$

সমীকরণজোটি সমতিপূর্ণ ও পরস্পর অনির্ভরশীল।  
সমীকরণজোটির কোনো সমাধান নেই।

## পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান

১২.১

সূতরাং  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{1} = 1$

$\frac{b_1}{b_2} = \frac{-1}{1} = -1$

$\frac{c_1}{c_2} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

$\frac{b_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

∴ সমীকরণ জোট সমতিপূর্ণ, অনির্ভরশীল এবং সমাধান  
একটি।

$$21 \quad 2x + y = 3$$

$$4x + 2y = 6$$

**সমাধান :**  $2x + y = 3 \dots \dots \dots \text{(i)}$

$$4x + 2y = 6 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

(i) নং কে  $a_1x + b_1y = c_1$  এবং (ii) নং কে  $a_2x + b_2y = c_2$  এর সাথে তুলনা করে পাই,  $a_1 = 2$ ,  $b_1 = 1$ ,  $c_1 = 3$  এবং  $a_2 = 4$ ,  $b_2 = 2$  এবং  $c_2 = 6$

$$\therefore \frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{b_1}{b_2} = \frac{1}{2}$$

$$\text{এবং } \frac{c_1}{c_2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\text{অর্থাৎ } \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

সুতরাং সমীকরণ জোট সংজ্ঞাতিপূর্ণ, নির্ভরশীল এবং অসম্ভব সমাধান বিদ্যমান।

$$31 \quad x - y - 4 = 0$$

$$3x - 3y - 10 = 0$$

**সমাধান :**  $x - y - 4 = 0$  বা,  $x - y = 4 \dots \dots \dots \text{(i)}$

$$3x - 3y - 10 = 0 \text{ বা, } 3x - 3y = 10 \dots \dots \text{(ii)}$$

(i) নং কে  $a_1x + b_1y = c_1$  এবং (ii) নং কে  $a_2x + b_2y = c_2$  সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই,

$a_1 = 1$ ,  $b_1 = -1$ ,  $c_1 = 4$  এবং  $a_2 = 3$ ,  $b_2 = -3$  এবং  $c_2 = 10$

$$\text{সুতরাং } \frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{b_1}{b_2} = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$$

$$\text{এবং } \frac{c_1}{c_2} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

$$\text{অর্থাৎ } \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

∴ সমীকরণ জোট অসংজ্ঞাতিপূর্ণ, অনির্ভরশীল, সমাধান নেই।

$$81 \quad 3x + 2y = 0$$

$$6x + 4y = 0$$

**সমাধান :**  $3x + 2y = 0 \dots \dots \dots \text{(i)}$

$$6x + 4y = 0 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

(i) নং কে  $a_1x + b_1y = c_1$  এবং (ii) নং কে  $a_2x + b_2y = c_2$

সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই,

$a_1 = 3$ ,  $b_1 = 2$ ,  $c_1 = 0$  এবং  $a_2 = 6$ ,  $b_2 = 4$ ,  $c_2 = 0$

$$\text{সুতরাং } \frac{a_1}{a_2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{b_1}{b_2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{0}{0} = 0$$

$$\therefore \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

অর্থাৎ সমীকরণ জোট অসংজ্ঞাতিপূর্ণ, অনির্ভরশীল এবং এর কোনো সমাধান নেই।

$$21 \quad 3x + 2y = 0$$

$$9x - 6y = 0$$

**সমাধান :**  $3x + 2y = 0 \dots \dots \dots \text{(i)}$

$$9x - 6y = 0 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

(i) নং কে  $a_1x + b_1y = c_1$  এবং (ii) নং কে  $a_2x + b_2y = c_2$

সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই,

$a_1 = 3$ ,  $b_1 = 2$ ,  $c_1 = 0$  এবং  $a_2 = 9$ ,  $b_2 = -6$  এবং  $c_2 = 0$

$$\text{সুতরাং } \frac{a_1}{a_2} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{b_1}{b_2} = \frac{2}{-6} = \frac{1}{-3}$$

$$\text{এবং } \frac{c_1}{c_2} = \frac{0}{0} = 0$$

$$\therefore \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$$

অতএব, সমীকরণ জোট সংজ্ঞাতিপূর্ণ, অনির্ভরশীল এবং একটি মাত্র সমাধান আছে।

$$61 \quad 5x - 2y - 16 = 0$$

$$3x - \frac{6}{5}y = 2$$

**সমাধান :**  $5x - 2y - 16 = 0$  বা,  $5x - 2y = 16 \dots \dots \text{(i)}$

$$3x - \frac{6}{5}y = 2$$

$$\text{বা, } \frac{15x - 6y}{5} = 2 \text{ বা, } 15x - 6y = 10 \dots \dots \text{(ii)}$$

(i) নং কে  $a_1x + b_1y = c_1$  এবং (ii) নং কে  $a_2x + b_2y = c_2$

সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই,

$a_1 = 5$ ,  $b_1 = -2$ ,  $c_1 = 16$  এবং  $a_2 = 15$ ,  $b_2 = -6$ ,  $c_2 = 10$

$$\text{সুতরাং } \frac{a_1}{a_2} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{b_1}{b_2} = \frac{-2}{-6} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{16}{10} = \frac{8}{5}$$

$$\text{অর্থাৎ } \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

অতএব সমীকরণ জোট অসংজ্ঞাতিপূর্ণ, পরম্পর অনির্ভরশীল এবং কোনো সমাধান নেই।

$$91 \quad -\frac{1}{2}x + y = -1$$

$$x - 2y = 2$$

**সমাধান :**  $-\frac{1}{2}x + y = -1 \dots \dots \text{(i)}$

$$x - 2y = 2 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

(i) নং কে  $a_1x + b_1y = c_1$  এবং (ii) নং কে  $a_2x + b_2y = c_2$

সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই,

$a_1 = -\frac{1}{2}$ ,  $b_1 = 1$ ,  $c_1 = -1$  এবং  $a_2 = 1$ ,  $b_2 = -2$ ,  $c_2 = 2$

$$\text{সুতরাং } \frac{a_1}{a_2} = \frac{-\frac{1}{2}}{1} = \frac{-1}{2}$$

$$\frac{b_1}{b_2} = \frac{-1}{2} = \frac{-1}{2}$$



I am here

[MyMahbub.Com](http://MyMahbub.Com)

$$\text{বা}, \frac{x}{-552} = -\frac{y}{276} = -\frac{1}{46}$$

$$\text{বা}, \frac{x}{552} = \frac{y}{276} = \frac{1}{46}$$

$$\therefore \frac{x}{552} = \frac{1}{46} \quad \text{বা}, x = \frac{552}{46} = 12$$

$$\text{আবার}, \frac{y}{276} = \frac{1}{46} \quad \text{বা}, y = \frac{276}{46} = 6$$

নির্ণেয় সমাধান  $(x, y) = (12, 6)$

প্রয়োগ-৬। আড়ঙ্গন পদ্ধতিতে সমাধান কর :

সমাধান : প্রস্তুত সমীকরণসমূহ,  $\begin{cases} ax - by = ab \\ bx - ay = ab \end{cases}$

$$\begin{cases} ax - by - ab = 0 \\ bx - ay - ab = 0 \end{cases}$$

$$\therefore \frac{x}{\frac{(-b) \times (-ab) - (-a)(-ab)}{b \times (-a) - b \times (-b)}} = \frac{y}{\frac{(-a) \times b - (-ab) \times a}{b \times (-a) - b \times (-b)}} =$$

প্রয়োগ পদ্ধতিতে সমাধান কর (১ - ৩) :

$$(1) 7x - 3y = 31$$

$$9x - 5y = 41$$

সমাধান :  $7x - 3y = 31 \dots \text{(i)}$

$$9x - 5y = 41 \dots \text{(ii)}$$

(i) নং হতে পাই,  $7x = 31 + 3y$

$$\text{বা}, x = \frac{31 + 3y}{7} \dots \text{(iii)}$$

x এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$9\left(\frac{31 + 3y}{7}\right) - 5y = 41$$

$$\text{বা}, \frac{279 + 27y}{7} - 5y = 41$$

$$\text{বা}, \frac{279 + 27y - 35y}{7} = 41$$

$$\text{বা}, 279 - 8y = 287$$

$$\text{বা}, -8y = 287 - 279$$

$$\text{বা}, -8y = 8$$

$$\text{বা}, y = \frac{8}{-8}$$

$$\therefore y = -1$$

এখন y এর মান (iii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$x = \frac{31 + 3(-1)}{7}$$

$$= \frac{31 - 3}{7}$$

$$= \frac{28}{7}$$

$$= 4$$

নির্ণেয় সমাধান  $(x, y) = (4, -1)$

$$\text{বা}, \frac{x}{ab^2 - a^2b} = \frac{y}{-ab^2 - a^2b} = \frac{1}{-a^2 + b^2}$$

$$\text{বা}, \frac{x}{-ab(a - b)} = \frac{y}{-ab(a - b)} = \frac{1}{(a + b)(a - b)}$$

$$\therefore \frac{x}{ab(a - b)} = \frac{1}{(a + b)(a - b)}$$

$$\text{বা}, x = \frac{ab(a - b)}{(a + b)(a - b)} = \frac{ab}{a + b}$$

$$\text{আবার}, \frac{y}{-ab(a - b)} = \frac{1}{(a + b)(a - b)}$$

$$\text{বা}, y = \frac{-ab(a - b)}{(a + b)(a - b)} = \frac{-ab}{a + b}$$

$$\therefore (x, y) = \left( \frac{ab}{a + b}, \frac{-ab}{a + b} \right)$$

## পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান

১২.২

$$21. \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$$

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$$

$$\text{সমাধান : } \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$$

$$\text{বা}, \frac{3x + 2y}{6} = 1$$

$$\text{বা}, 3x + 2y = 6 \dots \text{(i)}$$

$$\text{এবং } \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$$

$$\text{বা}, \frac{2x + 3y}{6} = 1$$

$$\text{বা}, 2x + 3y = 6 \dots \text{(ii)}$$

$$(i) \text{ নং হতে পাই, } 3x = 6 - 2y$$

$$\therefore x = \frac{6 - 2y}{3} \dots \text{(iii)}$$

x এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$2\left(\frac{6 - 2y}{3}\right) + 3y = 6$$

$$\text{বা}, \frac{12 - 4y}{3} + 3y = 6$$

$$\text{বা}, \frac{12 - 4y + 9y}{3} = 6$$

$$\text{বা}, 12 + 5y = 18$$

$$\text{বা}, 5y = 18 - 12$$

$$\text{বা}, 5y = 6$$

$$\therefore y = \frac{6}{5}$$

y এর মান (iii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$\text{এখন, } \frac{x}{21} = \frac{1}{7} \quad \text{অর্থাৎ } -\frac{y}{14} = \frac{1}{7}$$

$$\text{বা, } -7x = -21$$

$$\text{বা, } -7y = -14$$

$$\text{বা, } x = \frac{21}{7}$$

$$\therefore y = \frac{14}{7} = 2$$

$$\therefore x = 3$$

∴ নির্ণেয় সমাধান  $(x, y) = (3, 2)$

শুল্পিক পরীক্ষা :

$$x + 2y = 7 \dots\dots\dots (i)$$

$$2x - 3y = 0 \dots\dots\dots (ii)$$

(i) নং সমীকরণে  $x = 3$  এবং  $y = 2$  মান বসিয়ে পাই,

$$x + 2y = 7$$

$$\text{বা, } 3 + 2 \cdot 2 = 7$$

$$\text{বা, } 3 + 4 = 7$$

$$\text{বা, } 7 = 7$$

আবার, (ii) নং সমীকরণে  $x$  ও  $y$  এর মান বসিয়ে পাই,

$$2x - 3y = 0$$

$$\text{বা, } 2 \cdot 3 - 3 \cdot 2 = 0$$

$$\text{বা, } 6 - 6 = 0$$

$$\text{বা, } 0 = 0$$

∴ সমাধানের শুল্পিক পরীক্ষা প্রমাণিত হল।

$$10 | 4x + 3y = -12$$

$$2x = 5$$

**সমাধান :**  $4x + 3y = -12$

$$\text{বা, } 4x + 3y + 12 = 0 \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{এবং } 2x = 5.$$

$$\text{বা, } 2x + 0 - 5 = 0 \dots\dots\dots (ii)$$

(i) ও (ii) নং কে আড়গুণ করে পাই,

$$\frac{x}{-15 - (0 \cdot 12)} = \frac{y}{12 \cdot 2 - (-5 \cdot 4)} = \frac{1}{(4 \cdot 0) - (2 \cdot 3)}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-15} = \frac{y}{24 + 20} = \frac{1}{-6}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-15} = \frac{y}{44} = \frac{1}{-6}$$

$$\text{এখন, } \frac{x}{-15} = \frac{1}{-6} \quad \text{এবং } \frac{y}{44} = \frac{1}{-6}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{15} = \frac{1}{6} \quad \text{বা, } y = \frac{44}{-6}$$

$$\text{বা, } x = \frac{15}{6} \quad \therefore y = -\frac{22}{3}$$

$$\therefore x = \frac{5}{2}$$

∴ নির্ণেয় সমাধান,  $(x, y) = \left(\frac{5}{2}, -\frac{22}{3}\right)$

$$11 | -7x + 8y = 9$$

$$5x - 4y = -3$$

**সমাধান :** দেয়া আছে,

$$-7x + 8y = 9$$

$$\text{অর্থাৎ } -7x + 8y - 9 = 0 \dots\dots (i)$$

$$\text{এবং } 5x - 4y = -3$$

$$\text{অর্থাৎ } 5x - 4y + 3 = 0 \dots\dots (ii)$$

বজ্জগুণ সূত্রানুসারে,

$$\frac{x}{8 \times 3 - (-9) \times (-4)} = \frac{y}{-9 \times 5 - (-7) \times 3} = \frac{1}{-7 \times (-4) - 5 \times 8}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{24 - 36} = \frac{y}{-45 + 21} = \frac{1}{28 - 40}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-12} = \frac{y}{-24} = \frac{1}{-12}$$

$$\text{এখন, } \frac{x}{-12} = \frac{1}{-12} \quad \text{আবার, } \frac{y}{-24} = \frac{1}{-12}$$

$$\text{বা, } -12x = -12$$

$$\text{বা, } -12y = -24$$

$$\therefore x = \frac{12}{12}$$

$$\text{বা, } y = \frac{24}{12} \quad \therefore y = 2$$

$$\therefore x = 1$$

∴ নির্ণেয় সমাধান  $(x, y) = (1, 2)$

শুল্পিক পরীক্ষা : সমীকরণ (i) এ বামপক্ষ  $= -7x + 8y - 9$

$$= -7 \times 1 + 8 \times 2 - 9 \quad [\because x = 1, y = 2 \text{ বসিয়ে}]$$

$$= -7 + 16 - 9 = -16 + 16 = 0$$

= ডানপক্ষ

∴  $-7x + 8y = 9$  সমীকরণটি  $(1, 2)$  দ্বারা সিদ্ধ হয়।

সমীকরণ (ii) এর বামপক্ষ  $= 5x - 4y + 3$

$$= 5 \times 1 - 4 \times 2 + 3 \quad [\because x = 1, y = 2 \text{ বসিয়ে}]$$

$$= 5 - 8 + 3 = 8 - 8 = 0$$

= ডানপক্ষ

∴  $5x - 4y + 3 = 0$  সমীকরণটি  $(1, 2)$  দ্বারা সিদ্ধ হয়।

সমীকরণদ্বয়ের সমাধান শুল্প হয়েছে। (প্রমাণিত)

$$12 | 3x - y - 7 = 0 = 2x + y - 3$$

**সমাধান :**  $3x - y - 7 = 0 \dots\dots\dots (i)$

$$2x + y - 3 = 0 \dots\dots\dots (ii)$$

(i) নং ও (ii) নং কে আড়গুণ করে পাই,

$$\frac{x}{(-1) \cdot (-3) - 1 \cdot (-7)} = \frac{y}{-7(2) - (-3) \cdot 3} = \frac{1}{3 \cdot 1 - 2 \cdot (-1)}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{3 + 7} = \frac{y}{-14 + 9} = \frac{1}{3 + 2}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{10} = \frac{y}{-5} = \frac{1}{5}$$

$$\text{এখন, } \frac{x}{10} = \frac{1}{5} \quad \text{এবং } \frac{y}{-5} = \frac{1}{5}$$

$$\text{বা, } x = \frac{10}{5} \quad \text{বা, } y = \frac{-5}{5}$$

$$\therefore x = 2 \quad \therefore y = -1$$

∴ নির্ণেয় সমাধান  $(x, y) = (2, -1)$

$$13 | ax + by = a^2 + b^2$$

$$2bx - ay = ab$$

**সমাধান :** দেয়া আছে,  $ax + by = a^2 + b^2 \dots\dots\dots (i)$

$$2bx - ay = ab \dots\dots\dots (ii)$$

(i) নং এবং (ii) নং সমীকরণকে পক্ষান্তর করে পাই,

$$ax + by - (a^2 + b^2) = 0$$

$$2ax - ay - ab = 0$$

প্রয়োগ সমীকরণদ্বয়ে বর্জন পদ্ধতি প্রয়োগ করে পাই,

$$\begin{aligned} & b \times (-ab) - (-a) \{ -(a^2 + b^2)\} \\ & \frac{x}{-(a^2 + b^2) \times 2b - (-ab) \times a} = \frac{1}{-a \times a - 2b \times b} \\ & \text{এবং } \frac{x}{-ab^2 - a^2 - ab^2} = \frac{y}{-2a^2b - 2b^3 + a^2b} = \frac{1}{a^2 - 2b^2} \\ & \text{এবং } \frac{x}{-a^3 - 2ab^2} = \frac{y}{-a^2b - 2b^3} = \frac{1}{a^2 - 2b^2} \\ & \text{এবং } \frac{x}{-a(a^2 + 2b^2)} = \frac{y}{-b(a^2 + 2b^2)} = \frac{1}{-(a^2 + 2b^2)} \\ & \text{এবং } \frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{1}{1} \text{ [উভয়ক্ষে -}(a^2 + 2b^2)\text{ দ্বারা গুণ করে]} \\ & \therefore x = \frac{a}{1} = a \text{ এবং } y = \frac{b}{1} = b. \end{aligned}$$

অতএব, নির্ণেয় সমাধান  $(x, y) = (a, b)$ .

শুল্ঘ পরীক্ষা :

$$\begin{aligned} & \text{(i) নং সমীকরণ এর বামপক্ষ} = ax + by \\ & = a \times a + b \times b \quad [x = a, y = b \text{ বসিয়ে}] \\ & = a^2 + b^2 \\ & = \text{ডানপক্ষ} \\ & \therefore ax + by = a^2 + b^2 \text{ সমীকরণটি } (a, b) \text{ দ্বারা সিদ্ধ হয়।} \\ & \text{সমীকরণ (ii) এর বামপক্ষ} = 2bx - ay \\ & = 2b \times a - a \times b \quad [\because x = a, y = b \text{ বসিয়ে}] \\ & = 2ab - ab = ab \\ & = \text{ডানপক্ষ} \\ & \therefore 2bx - ay = ab \text{ সমীকরণটি } (a, b) \text{ দ্বারা সিদ্ধ হয়।} \\ & \therefore \text{সমীকরণদ্বয়ের সমাধান শুল্ঘ হয়েছে।} \end{aligned}$$

$y(3+x) = x(6+y)$

$3(3+x) = 5(y-1)$

**সমাধান :** দেয়া আছে,

$y(3+x) = x(6+y) \dots \dots \dots \text{(i)}$

$3(3+x) = 5(y-1) \dots \dots \dots \text{(ii)}$

(i) নং সমীকরণ হতে পাই,

$3y + xy = 6x + xy$

বা,  $6x + xy - 3y - xy = 0$

বা,  $6x - 3y = 0$

$\text{৫১ } (x+7)(y-3) + 7 = (y+3)(x-1) + 5$

$5x - 11y + 35 = 0$

**সমাধান :** দেয়া আছে,  $(x+7)(y-3) + 7 = (y+3)(x-1) + 5 \dots \dots \text{(i)}$

$5x - 11y + 35 = 0 \dots \dots \dots \text{(ii)}$

সমীকরণ (i) হইতে পাই,  $(x+7)(y-3) + 7 = (y+3)(x-1) + 5$

বা,  $xy - 3x + 7y - 21 + 7 = xy + 3x - y - 3 + 5$

বা,  $xy - 3x + 7y - 14 - xy - 3x + y - 2 = 0$

বা,  $-6x + 8y - 16 = 0$

বা,  $-2(3x - 4y + 8) = 0$

বা,  $3x - 4y + 8 = 0 \dots \dots \text{(iii)} \text{ [উভয় পক্ষকে -2 দ্বারা ভাগ করে]}$

সমীকরণ (ii) ও (iii) হইতে পাই

$5x - 11y + 35 = 0 \dots \dots \text{(ii)}$

$3x - 4y + 8 = 0 \dots \dots \text{(iii)}$

বর্জন সূত্রানসারে,  $\frac{x}{1 \times 8 - (-4) \times 35} = \frac{y}{3 \times 35 - 5 \times 8} = \frac{1}{-4 \times 5 - 3 \times (-11)}$

আবার, (ii) নং সমীকরণ হতে পাই,  $9 + 3x = 5y - 5$

বা,  $3x - 5y + 9 + 5 = 0$

বা,  $3x - 5y + 14 = 0$

অর্থাৎ (i) নং এবং (ii) নং সমীকরণ দুটির ডিম্ব গুপ হল-

$6x - 3y + 0 = 0 \dots \dots \text{(iii)}$

$3x - 5y + 14 = 0 \dots \dots \text{(iv)}$

এখন, (iii) নং এবং (iv) নং সমীকরণে বর্জন পদ্ধতি প্রয়োগ করে পাই,

$$\begin{aligned} \frac{x}{(-3) \times 14 - (-5) \times 0} &= \frac{y}{3 \times 0 - 6 \times 14} \\ &= \frac{1}{6 \times (-5) - 3(-3)} \end{aligned}$$

বা,  $\frac{x}{-42 + 0} = \frac{y}{0 - 84} = \frac{1}{-30 + 9}$

বা,  $\frac{x}{-42} = \frac{y}{-84} = \frac{1}{-21}$

$\therefore x = \frac{-42}{-21} = 2 \text{ এবং } y = \frac{-84}{-21} = 4.$

অতএব, নির্ণেয় সমাধান  $(x, y) = (2, 4)$

শুল্ঘ পরীক্ষা:

সমীকরণ (i) ও (ii) এ  $x$  ও  $y$  এর মান যথাক্রমে 2 ও 4 বসালে যদি উভয়পক্ষ অর্থাৎ বামপক্ষ ও ডানপক্ষ সমান হয়, তবে সমীকরণ দুইটি  $(2, 4)$  দ্বারা সিদ্ধ হয়।

সমীকরণ (i) এর বামপক্ষ  $= y(3+x)$

$= 4(3+2) = 4 \times 5 = 20$

এবং ডানপক্ষ  $= x(6+y)$

$= 2(6+4) = 2 \times 10 = 20$

$y(3+x) = x(6+y)$  সমীকরণটি  $(2, 4)$  দ্বারা সিদ্ধ হয়।

আবার, সমীকরণ (ii) এর বামপক্ষ  $= 3(3+x)$

$= 3(3+2) = 3 \times 5 = 15$

এবং ডানপক্ষ  $= 5(y-1)$

$= 5(4-1)$

$= 5 \times 3 = 15$

$3(3+x) = 5(y-1)$  সমীকরণটি  $(2, 4)$  দ্বারা সিদ্ধ হয়।

∴ সমীকরণদ্বয়ের সমাধান শুল্ঘ হয়েছে।

$$\text{বা}, \frac{x}{88+140} = \frac{y}{105-40} = \frac{1}{-20+33}$$

$$\text{বা}, \frac{x}{52} = \frac{y}{65} = \frac{1}{13}$$

$$\text{এখন}, \frac{x}{52} = \frac{1}{13}$$

$$\text{বা}, 13x = 52$$

$$\text{বা}, x = \frac{52}{13}$$

$$\therefore x = 4$$

অতএব, নির্ণেয় সমাধান :  $(x, y) = (4, 5)$

শুল্ষি পরীক্ষা:

$$\text{সমীকরণ (i) এর বামপক্ষ} = (x + 7)(y - 3) + 7$$

$$= (4 + 7)(5 - 3) + 7; [x \text{ ও } y \text{ এর মান বসিয়ে}]$$

$$= 11 \times 2 + 7 = 22 + 7 = 29$$

$$\text{ডানপক্ষ} = (y + 3)(x - 1) + 5$$

$$= (5 + 3)(4 - 1) + 5; [x \text{ ও } y \text{ এর মান বসিয়ে}]$$

$$= 8 \times 3 + 5 = 24 + 5 = 29$$

$$\therefore \text{বামপক্ষ} = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore (x + 7)(y - 3) + 7 = (y + 3)(x - 1) + 5 \text{ সমীকরণটি } (4, 5) \text{ দ্বারা সিদ্ধ হয়।}$$

$$\text{আবার, সমীকরণ (ii) এর বামপক্ষ} = 5x - 11y + 35$$

$$= 5 \times 4 - 11 \times 5 + 35 [x \text{ ও } y \text{ এর মান বসিয়ে}]$$

$$= 20 - 55 + 35 = 55 - 55 = 0$$

$$= \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore 5x - 11y + 35 = 0 \text{ সমীকরণটি } (4, 5) \text{ দ্বারা সিদ্ধ হয়।}$$

$\therefore$  সমীকরণদ্বয়ের সমাধান শুল্ষি হয়েছে।

## অনুশীলনী- ১২.৩

### পাঠ্যবইয়ের কাজসমূহের সমাধান

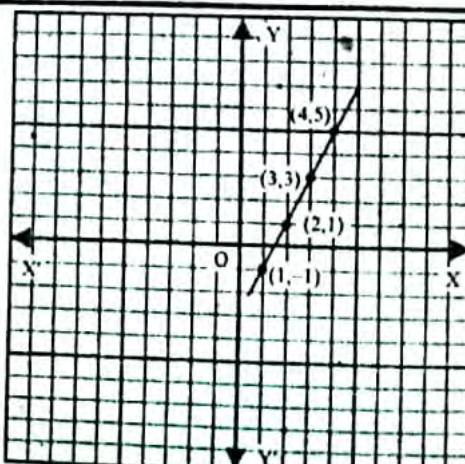
কাজ :  $2x - y - 3 = 0$  সমীকরণের লেখের উপর ছকের মাধ্যমে চারটি বিন্দু নির্ণয় কর। অতঃপর ছক কাগজে নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যের একক নিয়ে বিন্দুগুলো স্থাপন কর ও তাদের পরস্পর সংযুক্ত কর। লেখটি কি সরলরেখা হয়েছে?

[পৃষ্ঠা- ২১০]

সমাধান :  $2x - y - 3 = 0$  সমীকরণের  $x$  এর চারটি মান নিয়ে  $y$  এর অনুরূপ চারটি মান বের করি এবং ছকে উপস্থাপন করি।

x	1	2	3	4
y	-1	1	3	5

সমীকরণটির লেখের উপর চারটি বিন্দু  $(1, -1) (2, 1) (3, 3) (4, 5)$



মনে করি  $XOX'$  ও  $YOY'$  যথাক্রমে  $x$  অক্ষ ও  $y$  অক্ষ  $O$  মূলবিন্দু। ছক কাগজের উভয় অক্ষ বর্গাবর ক্ষুদ্রতম প্রতি  $1\text{cm}$  দৈর্ঘ্যের একক ধারা। এখন ছক কাগজে সমীকরণ থেকে প্রাপ্ত  $(1, -1) (2, 1) (3, 3) (4, 5)$  টি বিন্দুগুলো পরস্পর সংযুক্ত করি। তাহলে লেখটি হবে একটি সরলরেখা।





একইভাবে সমীকরণ (ii) হতে প্রাপ্ত  $(2, 1)$ ,  $(-4, 2)$  বিন্দুগুলো স্থাপন করি। একটি সরলরেখা। মনে করি, সরলরেখা পরম্পর পিস্তুতে হৈস করেছে। চিত্র থেকে দেখা যায়, p বিন্দুর স্থানাংক  $(-1, 3)$

$\therefore$  নির্ণয় সমাধান :  $(x, y) = (-1, 3)$

$$61 \quad 3x - 2y = 2$$

$$5x - 3y = 5$$

**সমাধান :** প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়  $3x - 2y = 2$  .....(i)  
 $5x - 3y = 5$  .....(ii)

(i) নং হতে পাই,

$$3x = 2 + 2y$$

$$\therefore x = \frac{2y + 2}{3}$$

এই সমীকরণ হতে  $y$  এর কয়েকটি মান নিয়ে  $x$  এর অনুরূপ কয়েকটি মান বের করি। ও ছকে স্থাপন করি।

x	2	4	6
y	2	5	8

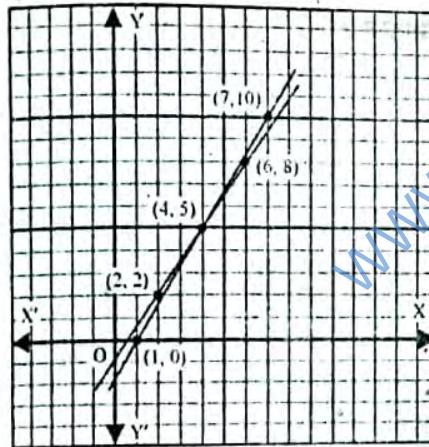
(ii) নং হতে পাই,

$$5x = 5 + 3y$$

$$\therefore x = \frac{3y + 5}{5}$$

এই সমীকরণ হতে  $y$  এর কয়েকটি মান নিয়ে  $x$  এর অনুরূপ কয়েকটি মান বের করি ও ছকে স্থাপন করি।

x	1	4	7
y	0	5	10



মনে করি,  $XOX'$  ও  $YOY'$  যথাক্রমে X অক্ষ ও Y অক্ষ এবং O মূল বিন্দু। ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ফুলতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি। এখন ছক কাগজে সমীকরণ (i) নং হতে প্রাপ্ত  $(2, 2)$ ,  $(4, 5)$ ,  $(6, 8)$  বিন্দুগুলো স্থাপন করি ও তাদের পরম্পর সংযুক্ত করি। লেখটি একটি সরলরেখা। একইভাবে, সমীকরণ (ii) হতে প্রাপ্ত  $(1, 0)$ ,  $(4, 5)$ ,  $(7, 10)$  বিন্দুগুলো স্থাপন করি ও তাদের পরম্পর সংযুক্ত করি। একেব্রতেও লেখটি একটি সরলরেখা। মনে করি, সরলরেখাদ্বয় পরম্পর p বিন্দুতে ছেদ করেছে। চিত্র থেকে দেখা যায়, p বিন্দুর স্থানাংক  $(4, 5)$

$\therefore$  নির্ণয় সমাধান :  $(x, y) = (4, 5)$

$$61 \quad \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 2$$

$$2x + 3y = 13$$

**সমাধান :** প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়  $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 2$  .....(i)

$$2x + 3y = 13 \quad \dots \text{(ii)}$$

(i) নং হতে পাই,

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 2$$

$$\text{বা, } \frac{3x + 2y}{6} = 2$$

$$\text{বা, } 3x + 2y = 12$$

$$\therefore x = \frac{12 - 2y}{3}$$

এই সমীকরণ হতে, y এর কয়েকটি মান নিয়ে x এর অনুরূপ কয়েকটি মান নিয়ে ছকে স্থাপন করি।

x	4	2	6
y	0	3	-3

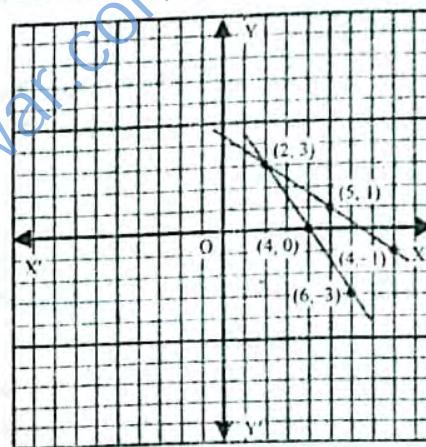
(ii) নং হতে পাই,

$$2x = 13 - 3y$$

$$\therefore x = \frac{13 - 3y}{2}$$

এই সমীকরণ হতে, y এর কয়েকটি মান নিয়ে x এর অনুরূপ কয়েকটি মান নিয়ে ছকে স্থাপন করি।

x	5	2	8
y	1	3	-1



মনে করি  $XOX'$  ও  $YOY'$  যথাক্রমে X অক্ষ ও Y অক্ষ এবং O মূল বিন্দু। ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ফুলতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি। এখন ছক কাগজে সমীকরণ (i) নং হতে প্রাপ্ত  $(4, 0)$ ,  $(2, 3)$   $(6, -3)$  বিন্দুগুলো স্থাপন করি ও তাদের পরম্পর সংযুক্ত করি। লেখটি একটি সরলরেখা। সমীকরণ (ii) হতে প্রাপ্ত  $(5, 1)$ ,  $(2, 5)$ ,  $(8, -1)$  বিন্দুগুলো স্থাপন করি ও তাদের পরম্পর সংযুক্ত করি। একেব্রতেও লেখটি একটি সরলরেখা। মনে করি, সরলরেখাদ্বয় পরম্পর p বিন্দুতে ছেদ করেছে। চিত্র থেকে দেখা যায়, p বিন্দুর স্থানাংক  $(2, 3)$

$\therefore$  নির্ণয় সমাধান :  $(x, y) = (2, 3)$

$$61 \quad 3x + y = 6$$

$$5x + 3y = 12$$

**সমাধান :** দেয়া আছে,  $3x + y = 6$  .....(i)

$$5x + 3y = 12 \quad \dots \text{(ii)}$$

(i) নং সমীকরণ থেকে পাই,  $y = 6 - 3x$

এই সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাংক নির্ণয় করি,

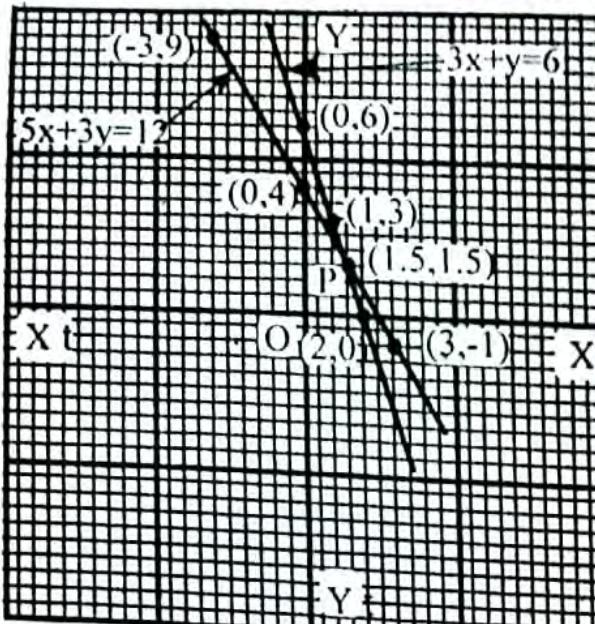
x	0	1	2
y	6	3	0

(ii) নং সমীকরণ থেকে পাই,  $3y = 12 - 5x$

*I am here*

এই সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর ঘনাংক নির্ণয় করি,

x	0	3	-3
y	4	-1	9



একটি ছক কাগজে  $OX'$  এবং  $OY'$  রেখা দুটি টানি। রেখা দুটি  $O$  পরস্পর  $O$  বিন্দুতে ছেদ করে।  $O$  হল মূল বিন্দু।

প্রথম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যের দ্বিগুণকে একক ধরে প্রথম সমীকরণের লেখের  $(0, 6)$ ,  $(1, 3)$ ,  $(2, 0)$  বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি। সরলরেখাটিকে উভয়দিকে বর্ধিত করি।

আবার একই একক নিয়ে দ্বিতীয় সমীকরণের লেখের  $(0, 4)$ ,  $(3, -1)$ ,  $(-3, 9)$  বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি। বিন্দুত্রয় যোগ করলে একটি সরলরেখা পাওয়া যায়। সরলরেখাটিকে এমনভাবে বর্ধিত করি যেন প্রথমোক্ত রেখাকে ছেদ করে।

ছেদ বিন্দুর ভূজ ও কোটি নির্ণয় : ধরি সরলরেখা দুটি পরস্পর  $P$  বিন্দুতে ছেদ করে। লেখ থেকে দেখা যায়,  $P$  বিন্দুর ভূজ ও কোটি যথাক্রমে  $1.5$  এবং  $1.5$

অতএব, নির্ণয় সমাধান  $(x, y) = (1.5, 1.5)$

$$71 \quad 3x + 2y = 4$$

$$3x - 4y = 1$$

**সমাধান :** দেয়া আছে,  $3x - 4y = 1$  ..... (i)

$$3x + 2y = 4$$
 ..... (ii)

(i) নং সমীকরণ থেকে পাই,  $3x - 4y = 1$

$$\text{বা, } -4y = 1 - 3x$$

$$\text{বা, } -y = \frac{1 - 3x}{4}$$

$$\therefore y = \frac{3x - 1}{4}$$

এই সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর ঘনাংক নির্ণয় করি,

x	-1	3	-9
y	-1	2	-7

(ii) নং সমীকরণ থেকে পাই,

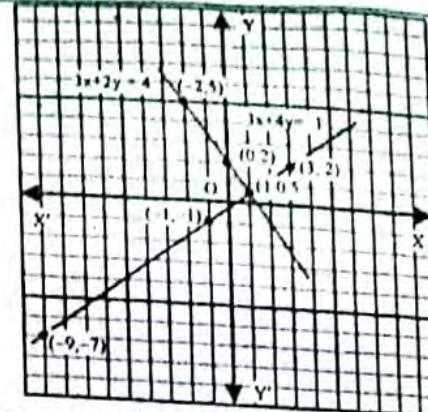
$$3x + 2y = 4$$

$$\text{বা, } 2y = 4 - 3x$$

$$\therefore y = \frac{4 - 3x}{2}$$

এই সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর ঘনাংক নির্ণয় করি,

x	0	2	-2
y	2	-1	5



একটি ছক কাগজে  $OX'$  এবং  $OY'$  রেখা দুটি টানি। রেখা দুটি  $O$  বিন্দুতে ছেদ করে।  $O$  হল মূল বিন্দু।

ধরি, ছক কাগজের এক ঘর = 1 একক

প্রথম সমীকরণের লেখ অংকন : প্রথম সমীকরণের লেখের  $(-1, -1)$ ,  $(3, 2)$ ,  $(-9, -7)$  বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি। বিন্দুত্রয় যোগ করলে একটি সরলরেখা পাওয়া যায়। সরলরেখাটিকে উভয়দিকে বর্ধিত করি।

দ্বিতীয় সমীকরণের লেখ অংকন : দ্বিতীয় সমীকরণের লেখের  $(0, 2)$ ,  $(2, -1)$ ,  $(-2, 5)$  বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি। বিন্দুত্রয় যোগ করলে একটি সরলরেখা পাওয়া যায়। সরলরেখাটিকে এমনভাবে বর্ধিত করি যেন প্রথমোক্ত রেখাকে ছেদ করে।

ছেদ বিন্দুর ভূজ ও কোটি নির্ণয় : ধরি সরলরেখা দুটি পরস্পর  $P$  বিন্দুতে ছেদ করে।

লেখ থেকে,  $P$  বিন্দুর ভূজ ও কোটি যথাক্রমে । এবং  $\frac{1}{2}$

অতএব, নির্ণয় সমাধান :  $(x, y) = \left(1, \frac{1}{2}\right)$

$$81 \quad \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 3$$

$$x + \frac{y}{6} = 3$$

**সমাধান :** প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়  $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 3$  ..... (i)

$$x + \frac{y}{6} = 3 \quad \text{..... (ii)}$$

$$(i) \text{ নং হতে পাই, } \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 3.$$

$$\text{বা, } \frac{3x + 2y}{6} = 3.$$

$$\text{বা, } 3x + 2y = 18$$

$$\text{বা, } 3x = 18 - 2y$$

$$\therefore x = \frac{18 - 2y}{3}$$

এই সমীকরণ হতে  $y$  এর কয়েকটি মান নিয়ে  $x$  এর অনুরূপ কয়েকটি মান নির্ণয় করে ছকে স্থাপন করি।

x	6	4	2
y	0	3	6

$$(ii) \text{ নং হতে পাই, } x + \frac{y}{6} = 3$$

$$\text{বা, } \frac{6x + y}{6} = 3$$

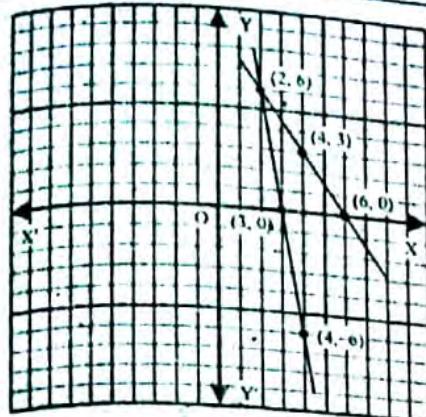
$$\text{বা, } 6x + y = 18$$

$$\text{বা, } 6x = 18 - y$$

$$\therefore x = \frac{18 - y}{6}$$

হতে  $y$  এর কয়েকটি মান নির্ণয় করে ছকে স্থাপন করি।

x	3	2	4
y	0	6	-6



মনে করি,  $XOX'$  ও  $YOY'$  যথাক্রমে  $X$  অক্ষ ও  $Y$  অক্ষ এবং মূলবিন্দু। হক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি ক্ষুদ্র দৈর্ঘ্যকে একক ধরে। এখন হক কাগজে সমীকরণ (i) হতে  $(6, 0)$ ,  $(4, 3)$ ,  $(2, 6)$ ,  $(0, 6)$  বিন্দুগুলো স্থাপন করি ও তাদের মধ্যে সংযুক্ত করি। লেখটি একটি সরলরেখা।

এইভাবে সমীকরণ (ii) হতে প্রাপ্ত  $(3, 0)$ ,  $(2, 6)$ ,  $(4, -6)$  বিন্দুগুলো স্থাপন করি ও তাদের পরম্পর সংযুক্ত করি। এক্ষেত্রে লেখটি একটি সরলরেখা। মনে করি, সরলরেখায় পরম্পর  $p$  বিন্দুতে হেসে করেছে। চিত্র থেকে দেখা যায়,  $p$  বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(2, 6)$

সমাধান :  $(x, y) = (2, 6)$

$$1) 3x + 2 = x - 2$$

সমাধান :  $3x + 2 = x - 2$  সমীকরণটির প্রত্যেক পক্ষকে  $y$  দ্বারা।

$$\text{অতএব}, y = 3x + 2 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

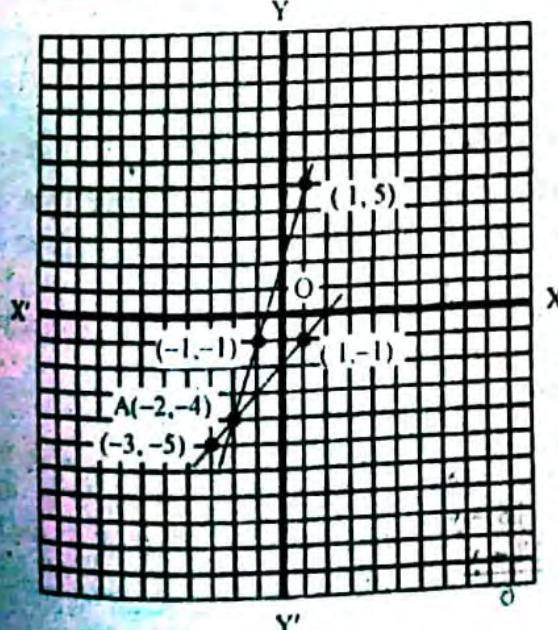
$$\text{এবং } y = x - 2 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

(i) নং সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :

x	1	-1	-2
y	5	-1	-4

আবার, (ii) নং সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :

x	1	-2	-3
y	-1	-4	-5



মনে করি,  $XOX'$  ও  $YOY'$  যথাক্রমে  $X$  অক্ষ ও  $Y$  অক্ষ এবং মূলবিন্দু।

উভয় অক্ষের ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে  $(1, 5)$ ,  $(-2, -4)$  ও  $(-1, -1)$  এর প্রতিশূলী বিন্দুগুলো লেখা কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। সরলরেখাটি উভয় দিকে বর্ধিত করি। অতএব, এটিই (i) নং সমীকরণের লেখ।

আবার,  $(1, -1)$ ,  $(-2, -4)$  ও  $(-1, -1)$  এর প্রতিশূলী বিন্দুগুলো লেখা কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলোর যোগ করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। সরলরেখাটি উভয় দিকে বর্ধিত করি। অতএব, এটিই (ii) নং সমীকরণের লেখ।

এই সরলরেখা পূর্বোক্ত সরলরেখাকে  $A$  বিন্দুতে ছেদ করে।  $A$  বিন্দু উভয় সরলরেখার সাধারণ বিন্দু। এর স্থানাঙ্ক উভয় সমীকরণকে সিদ্ধ করে।

লেখ থেকে দেখা যায় যে,  $A$  বিন্দুর ভূজ  $= -2$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমাধান } x = -2$$

$$10) 3x - 7 = 3 - 2x$$

সমাধান :  $3x - 7 = 3 - 2x$  সমীকরণটির প্রত্যেক পক্ষকে  $y$  দ্বারা।

$$\text{অতএব}, y = 3x - 7 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

এবং  $y = 3 - 2x \dots \dots \dots \text{(ii)}$  সমীকরণটির প্রত্যেক পক্ষকে  $y$  দ্বারা।

$$\text{অতএব}, y = 3x - 7 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{এবং } y = 3 - 2x \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

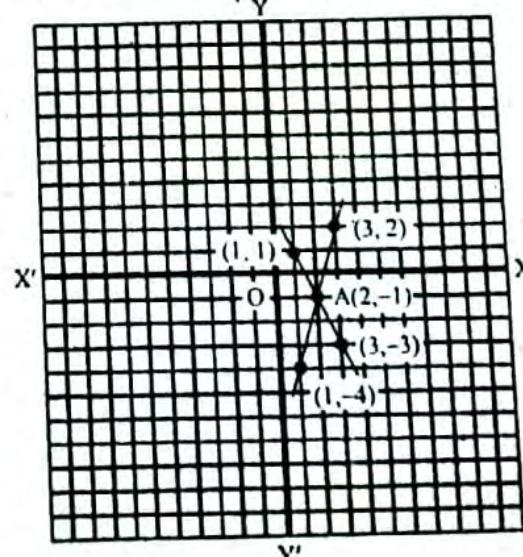
(i) নং সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :

x	1	2	3
y	-4	-1	2

আবার, (ii) এই সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক

নির্ণয় করি :

x	1	3	2
y	1	-3	-1



মনে করি,  $XOX'$  ও  $YOY'$  যথাক্রমে  $X$  অক্ষ ও  $Y$  অক্ষ এবং মূলবিন্দু।

উভয় অক্ষের ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে  $(1, 1)$ ,  $(3, 2)$  ও  $(2, -1)$  এর প্রতিশূলী বিন্দুগুলো লেখা কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলোর যোগ করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। সরলরেখাটি উভয় দিকে বর্ধিত করি। অতএব, এটিই (i) নং সমীকরণের লেখ।

আবার,  $(1, 1)$ ;  $(3, -3)$  ও  $(2, -1)$  এর প্রতিকূলী বিন্দুগুলো লেখা কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলোর যোগ করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। সরলরেখাটি উভয় দিকে বর্ধিত করি। অতএব, এটিই (ii) নং সমীকরণের লেখ। এই সরলরেখা পূর্বের সরলরেখাকে A বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দু উভয় সরলরেখার

সাধারণ বিন্দু। এর ঘনাঙ্ক উভয় সমীকরণকে সিদ্ধ করে। সেখ থেকে দেখা যায় যে, A বিন্দুর কুল = 2  
 $\therefore$  নির্ণেয় সমাধান,  $x = 2$

## □ অনুশিলনী- ১২.৪

### পাঠ্যবইয়ের কাজসমূহের সমাধান

কাজ : ABC ত্রিভুজে  $\angle B = 2x$  ডিগ্রি,  $\angle C = x$  ডিগ্রি,  $\angle A = y$  ডিগ্রি এবং  $\angle A = \angle B + \angle C$  হলে, x ও y এর মান নির্ণয় কর।

[পৃষ্ঠা-২১২]

সমাধান : দেওয়া আছে,

$\Delta ABC$  এর  $\angle B = 2x$  ডিগ্রি,

$\angle C = x$  ডিগ্রি

$\angle A = y$  ডিগ্রি

এবং  $\angle A = \angle B + \angle C$

বা,  $y = 2x + x$

$\therefore y = 3x$  ..... (i)

$$\therefore \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$\text{বা, } y + 2x + x = 180^\circ$$

$$\text{বা, } y + 3x = 180^\circ$$

$$\text{বা, } 3x + 3x = 180^\circ \quad [(i) \text{ নং এর মান বসিয়ে]$$

$$\text{বা, } 6x = 180^\circ$$

$$\therefore x = 30^\circ$$

$$\therefore y = 3 \times 30^\circ$$

$$= 90^\circ$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় মান, } x = 30^\circ \text{ এবং } y = 90^\circ !$$

### পাঠ্যবইয়ের উদাহরণসমূহ

উদাহরণ-১১। দুই অঙ্কবিশিষ্ট কোনো সংখ্যার অঙ্কদলের সমষ্টির সাথে 5 যোগ করলে যোগফল হবে সংখ্যাটির দশক স্থানীয় অঙ্কের তিনগুণ। আর সংখ্যাটির অঙ্কদল স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যাবে, তা মূল সংখ্যাটি থেকে 9 কম হবে। সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, নির্ণেয় সংখ্যাটির দশক স্থানীয় অঙ্ক x এবং একক স্থানীয় অঙ্ক y। অতএব, সংখ্যাটি  $10x + y$ ,

$$\therefore 1\text{ম শর্তানুসারে } x + y + 5 = 3x \quad \dots \dots \dots \text{(i)}$$

এবং 2য় শর্তানুসারে,

$$10y + x = (10x + y) - 9 \quad \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$$y = 3x - x - 5, \text{ বা, } y = 2x - 5 \quad \dots \dots \dots \text{(iii)}$$

আবার, সমীকরণ (ii) থেকে পাই,

$$10y - y + x - 10x + 9 = 0$$

$$\text{বা, } 9y - 9x + 9 = 0$$

$$\text{বা, } y - x + 1 = 0$$

$$\text{বা, } 2y - 5 - x = 0 \quad [(iii) \text{ থেকে } y-\text{এর মান বসিয়ে]$$

$$\text{বা, } x = 4$$

(iii) এ x এর মান বসিয়ে পাই,

$$10x + y = 10 \times 4 + 3$$

$$= 40 + 3$$

$$= 43$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সংখ্যাটি } 43$$

উদাহরণ-১২। আট বছর পূর্বে পিতার বয়স পুত্রের বয়সের আটগুণ ছিল। দশ বছর পর পিতার বয়স পুত্রের বয়সের দিগ্ন হবে। বর্তমানে কারু বয়স কত?

সমাধান : মনে করি, বর্তমানে পিতার বয়স x বছর ও পুত্রের বয়স y বছর।

$$\therefore 1\text{ম শর্তানুসারে } x - 8 = 8(y - 8) \quad \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{এবং 2য় শর্তানুসারে, } x + 10 = 2(y + 10) \quad \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

$$x - 8 = 8y - 64$$

$$\text{বা, } x = 8y - 64 + 8$$

$$x = 8y - 56 \quad \dots \dots \dots \text{(iii)}$$

$$\text{আবার, } x + 10 = 2y + 20$$

$$\text{বা, } 8y - 56 + 10 = 2y + 20$$

$$[(iii) \text{ থেকে } x \text{ এর মান বসিয়ে]$$

$$\text{বা, } 8y - 2y = 20 + 56 - 10$$

$$\text{বা, } 6y = 66$$

$$\text{বা, } y = 11$$

$$\therefore (iii) \text{ থেকে পাই,}$$

$$x = 8 \times 11 - 56 = 88 - 56 = 32$$

$\therefore$  বর্তমানে পিতার বয়স 32 বছর ও পুত্রের বয়স 11 বছর।

উদাহরণ-১৩। একটি আয়তাকার বাগানের প্রস্তরের দিগ্ন, দৈর্ঘ্য অপেক্ষা 10 মিটার বেশি এবং বাগানটির পরিসীমা 100 মিটার।

ক) বাগানটির দৈর্ঘ্য x মি. ও প্রস্তর y মি. ধরে সমীকরণ জোট গঠন কর।

খ) বাগানটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্তর নির্ণয় কর।

গ) বাগানটির সীমানার বাইরে চারদিকে 2 মিটার চওড়া রাস্তা আছে। রাস্তাটি ইট দিয়ে তৈরি করতে প্রতি বর্গমিটারে 110.00 টাকা হিসেবে মোট কত খরচ হবে? (৫)

সমাধান :

আয়তাকার বাগানটির দৈর্ঘ্য  $x$  মিটার ও প্রস্থ  $y$  মিটার।

$$\text{এবং } \text{পর্তনুসারে } 2y = x + 10$$

(i)

$$\text{এবং } 2y \text{ শর্তনুসারে, } 2(x + y) = 100 \quad \boxed{\text{বর্গমিটার}}$$

(ii)

$$= 100 \quad \text{x মিটার}$$

$$\text{সমীকরণ (i) থেকে পাই, } 2y = x + 10 \quad \text{(i)}$$

$$\text{সমীকরণ (ii) থেকে পাই, } 2x + 2y = 100 \quad \text{(ii)}$$

$$\text{বা, } 2x + x + 10 = 100 \quad [\text{(i) থেকে } 2y \text{ এর মান বসিয়ে}]$$

$$\text{বা, } 3x = 90$$

$$\text{বা, } x = 30$$

$$\therefore \text{(i) থেকে পাই, } 2y = 30 + 10 \quad [x \text{ এর মান বসিয়ে}]$$

$$\text{বা, } 2y = 40$$

$$\text{বা, } y = 20$$

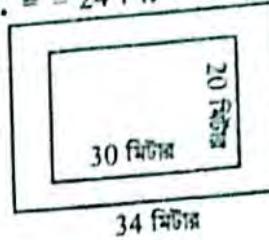
∴ বাগানটির দৈর্ঘ্য 30 মিটার ও প্রস্থ 20 মিটার।

$$\therefore \text{রাস্তার বাইরের দৈর্ঘ্য } (30 + 2 + 2) \text{ মি.} = 34 \text{ মি.}$$

$$\text{এবং প্রস্থ } = (20 + 2 + 2) \text{ মি.} = 24 \text{ মি.}$$

$$\therefore \text{রাস্তার ক্ষেত্রফল} = \text{রাস্তাসহ বাগানের ক্ষেত্রফল} - \text{বাগানের ক্ষেত্রফল} \\ = (34 \times 24 - 20) \text{ বর্গমিটার} \\ = (816 - 600) \text{ বর্গমিটার} \\ = 216 \text{ বর্গমিটার।}$$

$$\therefore \text{ইট দিয়ে রাস্তা তৈরি করার খরচ} \\ = 216 \times 110 = 23760 \text{ টাকা। (Ans.)}$$



34 মিটার

## পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান

১২.৪

১। নিচের কোন শর্তে  $ax + by + c = 0$  ও  $px + qy + r = 0$  সমীকরণ জোটটি সম্ভাবিতপূর্ণ ও পরস্পর অনির্ভরশীল হবে?

ক)  $\frac{a}{p} \neq \frac{b}{q}$       খ)  $\frac{a}{p} = \frac{b}{q} = \frac{c}{r}$

গ)  $\frac{a}{p} = \frac{b}{q} \neq \frac{c}{r}$       ঘ)  $\frac{a}{p} = \frac{b}{q}$

উত্তর : ক)  $\frac{a}{p} \neq \frac{b}{q}$ .

২।  $x + y = 4$ ,  $x - y = 2$  হলে  $(x, y)$  এর মান নিচের কোনটি?

ক)  $(2, 4)$       খ)  $(4, 2)$

গ)  $(3, 1)$       ঘ)  $(1, 3)$

উত্তর : গ)  $(3, 1)$

৩।  $x + y = 6$  ও  $2x = 4$  হলে,  $y$  মান কত?

ক) 2      খ) 4

গ) 6      ঘ) 8

উত্তর : ঘ) 4

৪। নিচের কোনটির জন্য পাশের ছকটি সঠিক?

x	0	2	4
y	-4	0	4

ক)  $y = x - 4$       খ)  $y = 8 - x$

গ)  $y = 4 - 2x$       ঘ)  $y = 2x - 4$

উত্তর : ঘ)  $y = 2x - 4$

৫।  $2x - y = 8$  এবং  $x - 2y = 4$  হলে,  $x + y =$  কত?

ক) 0      খ) 4

গ) 8      ঘ) 12

উত্তর : ঘ) 4

৬। নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i.  $2x - y = 0$  ও  $x - 2y = 0$  সমীকরণদ্বয় পরস্পর নির্ভরশীল

ii.  $x - 2y + 3 = 0$  সমীকরণের লেখচিত্র  $(-3, 0)$  কিন্দুগামী

iii.  $3x + 4y = 0$  সমীকরণের লেখচিত্র সরলরেখা

উপরের তথ্যের ভিত্তিতে নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও iii

গ) i ও iii

খ) ii ও iii

ঘ) i, ii ও iii

উত্তর : খ) ii ও iii

৭। আয়তাকার একটি ঘরের মেঝের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ অপেক্ষা 2 মিটার বেশি এবং মেঝের পরিসীমা 20 মিটার।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

(১) ঘরটির দৈর্ঘ্য কত মিটার?

ক) 10      খ) 8

গ) 6      ঘ) 4

উত্তর : গ) 6

(২) ঘরটির মেঝের ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার?

ক) 24      খ) 32

গ) 48      ঘ) 80

উত্তর : ক) 24

(৩) ঘরটির মেঝে মোজাইক করতে প্রতি বর্গমিটারে 900

টাকা হিসেবে মোট কত খরচ হবে?

ক) 72000      খ) 43200

গ) 28800      ঘ) 21600

উত্তর : ঘ) 21600

সহসমীকরণ গঠন করে সমাধান কর (৮ - ১৭)

৮। কোনো ভগ্নাংশের লব ও হরের প্রত্যেকটির সাথে 1 যোগ

করলে ভগ্নাংশটি  $\frac{4}{5}$  হবে। আবার, লব ও হরের প্রত্যেকটি

থেকে 5 বিয়োগ করলে ভগ্নাংশটি  $\frac{1}{2}$  হবে। ভগ্নাংশটি নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি লব =  $x$  এবং হর =  $y$

$$\therefore \text{ভগ্নাংশটি} = \frac{x}{y}$$





দুই অক্ষয়ার একটি সংখ্যার অক্ষয়মের অঙ্ক 4; সংখ্যাটির মূল সংখ্যাটির যোগফল 110; সংখ্যাটি নির্ণয় কর।  
সমাধান : মনেকরি, এককের অঙ্ক =  $x$   
সংখকের অঙ্ক =  $x + 4$

তাহলে, সংখ্যাটি দাঁড়ায়,

$$= 10 \times (x + 4) + x$$

$$= 10x + 40 + x = 11x + 40$$

আবার, অক্ষয় ঘান বিনিময় করলে দাঁড়ায়

$$= 10 \times x + x + 4$$

$$= 10x + x + 4 = 11x + 4$$

গ্রাম্যারে,  $11x + 40 + 11x + 4 = 110$

$$\text{বা, } 22x + 44 = 110$$

$$\text{বা, } 22x = 110 - 44$$

$$\text{বা, } 22x = 66$$

$$\text{বা, } x = \frac{66}{22}$$

$$\therefore x = 3$$

$$\therefore \text{সংখ্যাটি} = 11x + 40 = 11.3 + 40$$

$$= 33 + 40 = 73$$

আবার, ঘান পরিবর্তনকারী সংখ্যাটি =  $11x + 4$

$$= 11.3 + 4 = 33 + 4 = 37$$

অতএব, নির্ণয় সংখ্যাটি = 73 অথবা, 37

(i) মাতার বর্তমান বয়স তার দুই কন্যার বয়সের সমষ্টির চারগুণ। 5 বছর পরে মাতার বয়স ঐ দুই কন্যার বয়সের সমষ্টির দ্বিগুণ হবে। মাতার বর্তমান বয়স কত?

সমাধান : মনে করি, বর্তমানে দুই কন্যার বয়সের সমষ্টি =  $5$  বছর

$\therefore$  বর্তমানে মাতার বয়স =  $4x$  বছর

আবার 5 বছর পরে দুই কন্যার বয়সের সমষ্টি =  $(x + 5 \times$

2) বছর

এবং 5 বছর পরে মাতার বয়স =  $(4x + 5)$  বছর হবে।

প্রমতে,  $4x + 5 = (x + 10).2$

$$\text{বা, } 4x + 5 = 2x + 20$$

$$\text{বা, } 4x - 2x = 20 - 5$$

$$\text{বা, } 2x = 15$$

$$\text{বা, } x = \frac{15}{2}$$

$$\text{বা, } x = \frac{15}{2} \text{ বছর}$$

$$\therefore \text{মাতার বর্তমান বয়স} = \left(4 \times \frac{15}{2}\right) \text{ বছর}$$

$$= 30 \text{ বছর}$$

অতএব, মাতার বর্তমান বয়স 30 বছর।

১৩। একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 5 মিটার কম ও প্রস্থ 3 মিটার বেশি হলে ক্ষেত্রফল 9 বর্গমিটার কম হবে। আর দৈর্ঘ্য 3 মিটার ও প্রস্থ 2 মিটার বেশি হলে ক্ষেত্রফল 67 বর্গমিটার বেশি হবে। ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য  $y$  মিটার এবং প্রস্থ  $x$  মিটার।

$$\text{তাহলে ক্ষেত্রফল} = xy \text{ বর্গ মিটার}$$

এখন, দৈর্ঘ্য 5 মিটার কম এবং প্রস্থ 3 মিটার অধিক হলে

$$\text{ক্ষেত্রফল} = (y - 5)(x + 3) \text{ বর্গ মিটার}$$

$$= (xy - 5x + 3y - 15) \text{ বর্গ মি.}$$

১ম শর্তানুসারে,

$$xy - (xy - 5x + 3y - 15) = 9$$

$$\text{বা, } xy - xy + 5x - 3y + 15 = 9$$

$$\text{বা, } 5x - 3y = 9 - 15$$

$$\therefore 5x - 3y = -6 \dots\dots(i)$$

আবার, দৈর্ঘ্য 3 মিটার এবং প্রস্থ 2 মিটার বেশি

$$\text{হলে ক্ষেত্রফল} = (y + 3)(x + 2) \text{ বর্গ. মি.}$$

$$= (xy + 3x + 2y + 6) \text{ বর্গ. মি.}$$

২য় শর্তানুসারে,

$$xy + 3x + 2y + 6 - 67 = xy$$

$$\text{বা, } xy - xy + 3x + 2y - 61 = 0$$

$$\text{বা, } 3x + 2y = 61 \dots\dots(ii)$$

(i) সমীকরণকে 2 দ্বারা গুণ করে পাই,

$$10x - 6y = -12 \dots\dots(iii)$$

(ii) কে 3 দ্বারা গুণ করে পাই,

$$9x + 6y = 183 \dots\dots(iv)$$

(iii) নং ও (iv) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$$10x - 6y = -12$$

$$9x + 6y = 183$$

$$(+) \text{ করে } 19x = 171$$

$$\text{বা, } x = \frac{171}{19}$$

$$\therefore x = 9$$

এখন,  $x$ -এর মান (ii) এ বসিয়ে পাই,  $3x + 2y = 61$

$$\text{বা, } 3 \times 9 + 2y = 61$$

$$\text{বা, } 27 + 2y = 61$$

$$\text{বা, } 2y = 61 - 27$$

$$\text{বা, } 2y = 34$$

$$\text{বা, } y = \frac{34}{2}$$

$$\therefore y = 17$$

অতএব, নির্ণয় দৈর্ঘ্য 17 মিটার এবং প্রস্থ 9 মিটার

১৪। একটি নৌকা দাঢ় বেয়ে যোতের অনুকূলে ঘটায় 15 কি.মি.  
যায় এবং যোতের প্রতিকূলে যায় ঘটায় 5 কি.মি। নৌকার  
ও যোতের বেগ নির্ণয় কর।

**সমাধান:** মনে করি, নৌকার বেগ  $x$  কি.মি.  
এবং যোতের বেগ "  $y$  কি.মি.

$$\text{প্রথম শর্তানুসারে, } x + y = 15 \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{দ্বিতীয় } " \quad x - y = 5 \dots\dots\dots (ii)$$

(i) ও (ii) যোগ করিয়া পাই

$$x + y = 15$$

$$x - y = 5$$

$$(+) 2x = 20$$

$$\text{বা, } x = \frac{20}{2}$$

$$\therefore x = 10$$

এখন  $x$  এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই

$$10 + y = 15$$

$$\text{বা, } y = 15 - 10$$

$$\therefore y = 5$$

অতএব নৌকার বেগ ঘটায় 10 কি.মি

এবং যোতের " " 5 কি.মি (Ans.)

১৫। একজন গার্মেন্টস শুমিক মাসিক বেতনে চাকরি করেন।  
প্রতিবছর শেষে একটি নির্দিষ্ট বেতন বৃদ্ধি পান তার মাসিক  
বেতন 4 বছর পর 4500 টাকা ও 8 বছর পর 5000 টাকা  
হয়। তাঁর চাকরি শুরুর বেতন ও বার্ষিক বেতন বৃদ্ধির  
পরিমাণ নির্ণয় কর।

**সমাধান:** মনে করি, গার্মেন্টস শুমিকের মাসিক বেতন  
 $x$  টাকা এবং বার্ষিক বেতন বৃদ্ধি  $y$  টাকা।

$\therefore$  4 বছর পর ঐ শুমিকের বেতন হবে  $(x + 4y)$  টাকা  
8 " " " " " "( $x + 8y$ ) টাকা

$$\text{প্রশ্নামতে, } x + 4y = 4500 \dots\dots\dots (i)$$

$$x + 8y = 5000 \dots\dots\dots (ii)$$

এখন (i) নং কে 2 দ্বারা গুণ করে (ii) নং এর সাথে বিয়োগ  
করে পাই

$$2x + 8y = 9000$$

$$x + 8y = 5000$$

$$(-) x + 0 = 4000$$

$$\therefore x = 4000 \text{ টাকা}$$

$x$  এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$4000 + 4y = 4500$$

$$\text{বা, } 4y = 4500 - 4000$$

$$\text{বা, } 4y = 500$$

$$\text{বা, } y = \frac{500}{4}$$

$$\therefore y = 125 \text{ টাকা}$$

অতএব, মাসিক বেতন 4000 টাকা এবং বার্ষিক বেতন বৃদ্ধি  
125 টাকা। (Ans.)

১৬। একটি সরল সমীকরণজোট

$$x + y = 10$$

$$3x - 2y = 0$$

ক) দেখাও যে, সমীকরণজোটটি সমাপ্তিপূর্ণ। এর কয়টি  
সমাধান আছে?

খ) সমীকরণজোটটি সমাধান করে  $(x, y)$  নির্ণয় কর।

গ) সমীকরণজোট দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখাদ্বয়  $x$ -অক্ষের  
সাথে যে ত্রিভুজ গঠন করে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

**সমাধান:**

$$x + y = 10 \dots\dots\dots (i)$$

$$3x - 2y = 0 \dots\dots\dots (ii)$$

$$x \text{ এর সহগবিলোর অনুপাত} = \frac{1}{3}$$

$$y \text{ " " " } = -\frac{1}{2}$$

$\therefore \frac{1}{3} \neq -\frac{1}{2}$   
সমীকরণজোটটি সমাপ্তিপূর্ণ। এর সমাধান আছে মাত্র  
একটি।

খ) সমীকরণ (i) নং থেকে পাই,

$$x = 10 - y \dots\dots\dots (iii)$$

$x$  এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$3(10 - y) - 2y = 0$$

$$\text{বা, } 30 - 3y - 2y = 0$$

$$\text{বা, } -5y = -30$$

$$\therefore y = 6$$

$y$  এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই

$$x = 10 - 6$$

$$\therefore x = 4$$

$\therefore$  নির্ণেয় সমাধান  $(4, 6)$

$$g) x + y = 10 \dots\dots\dots (i)$$

$$3x - 2y = 0 \dots\dots\dots (ii)$$

সমীকরণ (i) থেকে পাই,  $y = 10 - x$

সমীকরণটিতে  $x$  এর কয়েকটি মান নিয়ে  $y$  এর মান বের  
করি।

x	0	10	5
y	10	0	5

সমীকরণটির লেখের তিনটি বিন্দু হলো  $(0, 10), (10, 0), (5, 5)$ ।

আবার, সমীকরণ (2) থেকে পাই,

$$-2y = -3x$$

$$\text{বা, } y = \frac{3x}{2}$$

সমীকরণটিতে  $x$  এর কয়েকটি মান নিয়ে  $y$  এর মান বের  
করি।

x	0	4	-2
y	0	6	-3

সমীকরণটির রেখের তিনটি বিন্দু হলো

$(0, 0), (4, 6)$  এবং  $(-2, -3)$ .

১৪। একটি নৌকা সাথে যোতের অনুকূলে ঘটায় 15 কি.মি.  
যায় এবং যোতের প্রতিকূলে যায় ঘটায় 5 কি.মি। নৌকার  
ও যোতের বেগ নির্ণয় কর।

**সমাধান:** মনে করি, নৌকার বেগ ঘটায়  $x$  কি.মি.  
এবং যোতের বেগ  $y$  কি.মি.

$$\text{প্রথম শর্তানুসারে, } x + y = 15 \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{দ্বিতীয় } " \quad x - y = 5 \dots\dots\dots (ii)$$

(i) ও (ii) যোগ করিয়া পাই

$$x + y = 15$$

$$x - y = 5$$

$$(+) 2x = 20$$

$$\text{বা, } x = \frac{20}{2}$$

$$\therefore x = 10$$

এখন  $x$  এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই

$$10 + y = 15$$

$$\text{বা, } y = 15 - 10$$

$$\therefore y = 5$$

অতএব নৌকার বেগ ঘটায় 10 কি.মি

এবং যোতের " 5 কি.মি (Ans.)

৫। একজন গার্মেন্টস শ্রমিক মাসিক বেতনে চাকরি করেন।  
প্রতিবছর শেষে একটি নির্দিষ্ট বেতন বৃদ্ধি পান তার মাসিক  
বেতন 4 বছর পর 4500 টাকা ও 8 বছর পর 5000 টাকা  
হয়। তাঁর চাকরি শুরুর বেতন ও বার্ষিক বেতন বৃদ্ধির  
পরিমাণ নির্ণয় কর।

**সমাধান:** মনে করি, গার্মেন্টস শ্রমিকের মাসিক বেতন  
 $x$  টাকা এবং বার্ষিক বেতন বৃদ্ধি  $y$  টাকা।

$\therefore$  4 বছর পর ঐ শ্রমিকের বেতন হবে  $(x + 4y)$  টাকা

$$8 " " " " (x + 8y) \text{ টাকা}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } x + 4y = 4500 \dots\dots (i)$$

$$x + 8y = 5000 \dots\dots (ii)$$

এখন (i) নং কে 2 দ্বারা গুণ করে (ii) নং এর সাথে বিয়োগ  
করে পাই

$$\begin{array}{r} 2x + 8y = 9000 \\ x + 8y = 5000 \\ \hline (-) x + 0 = 4000 \end{array}$$

$$\therefore x = 4000 \text{ টাকা}$$

$x$  এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$4000 + 4y = 4500$$

$$\text{বা, } 4y = 4500 - 4000$$

$$\text{বা, } 4y = 500$$

$$\text{বা, } y = \frac{500}{4}$$

$$\therefore y = 125 \text{ টাকা}$$

অতএব, মাসিক বেতন 4000 টাকা এবং বার্ষিক বেতন বৃদ্ধি  
125 টাকা। (Ans.)

১৬। একটি সরল সমীকরণজোট

$$x + y = 10$$

$$3x - 2y = 0$$

ক) দেখাও যে, সমীকরণজোটটি সম্পূর্ণ। এর ক্ষেত্রে  
সমাধান আছে।

খ) সমীকরণজোটটি সমাধান করে  $(x, y)$  নির্ণয় কর।

গ) সমীকরণজোট দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখাটি কোনো  
সাথে যে তিক্ত গঠন করে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

**সমাধান:**

ক)  $x + y = 10 \dots\dots (i)$

$$3x - 2y = 0 \dots\dots (ii)$$

$$x \text{ এর সহগদ্বয়ের অনুপাত} = \frac{1}{3}$$

$$y \quad " \quad " \quad " = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{1}{3} \neq -\frac{1}{2}$$

সমীকরণজোটটি সম্পূর্ণ। এর সমাধান আছে যদি  
একটি।

খ) সমীকরণ (i) নং থেকে পাই,

$$x = 10 - y \dots\dots (iii)$$

$x$  এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$(10 - y) - 2y = 0$$

$$\text{বা, } 10 - 3y - 2y = 0$$

$$\text{বা, } -5y = -10$$

$$\therefore y = 2$$

$y$  এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই

$$x = 10 - 2$$

$$\therefore x = 8$$

∴ নির্ণেয় সমাধান  $(8, 2)$

গ)  $x + y = 10 \dots\dots (i)$

$$3x - 2y = 0 \dots\dots (ii)$$

সমীকরণ (i) থেকে পাই,  $y = 10 - x$

সমীকরণটিতে  $x$  এর কয়েকটি মান নিয়ে  $y$  এর মান করে  
করি।

$x$	0	10	5
$y$	10	0	5

সমীকরণটির লেখের তিনটি বিন্দু হলো  $(0, 10), (10, 0), (5, 5)$ ।

আবার, সমীকরণ (2) থেকে পাই,

$$-2y = -3x$$

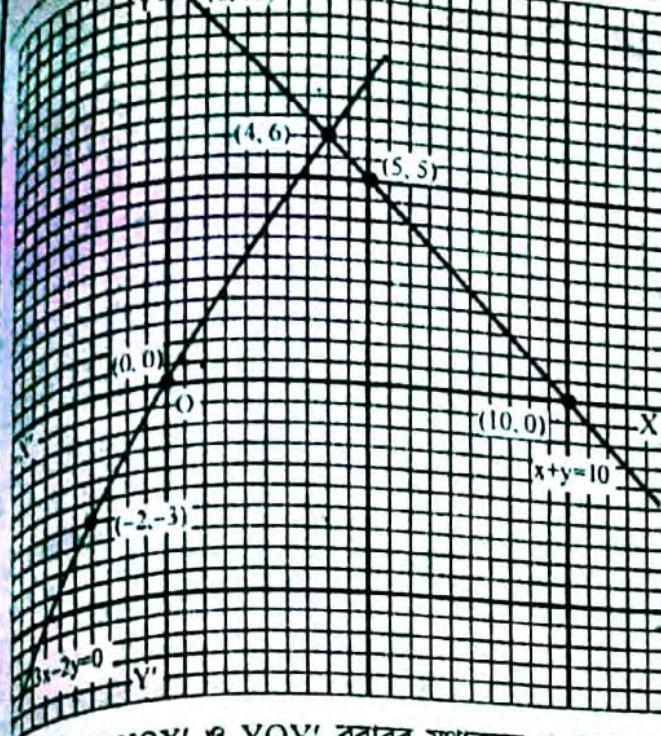
$$\text{বা, } y = \frac{3x}{2}$$

সমীকরণটিতে  $x$  এর কয়েকটি মান নিয়ে  $y$  এর মান করে  
করি।

$x$	0	4	-2
$y$	0	6	-3

সমীকরণটির রেখের তিনটি বিন্দু হলো

$(0, 0), (4, 6)$  এবং  $(-2, -3)$ .



এখনকাজের  $XOX'$  ও  $YOY'$  বরাবর যথাক্রমে  $X$  অক্ষ ও  $Y$  অক্ষ এবং ক্ষুদ্রতম বর্গের 2 বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে সমীকরণ (i) মত প্রাপ্ত লেখের বিন্দুগুলোকে ছক কাগজে স্থাপন করে পরপর খোলি। ফলে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল।

এখন, একই অক্ষযুগল ও একক ধরে (ii) নং সমীকরণ হতে প্রাপ্ত লেখের বিন্দুগুলোকে ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি। এটিও একটি সরলরেখা।

মনে রেখা দুটি পরস্পরকে  $P(4,6)$  বিন্দুতে ছেদ করেছে। মনে রেখি,  $x + y = 10$  ও  $3x - 2y = 0$  সমীকরণ দুটির লেখ  $x$  এবং  $y$  একক যথাক্রমে  $R(10, 0)$  ও  $O(0, 0)$  বিন্দুতে ছেদ করেছে। তাই  $\Delta OPR$ -এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে হবে। ছক কাগজে মত দেখা যায়, উক্ত  $\Delta OPR$ -এর ভূমি 10 একক এবং উচ্চতা 6 একক।

একের  $\Delta OPR$  ক্ষেত্রফল  $= \frac{1}{2} \times 10 \times 6 = 30$  বর্গ একক।

১। কোনো ভগ্নাংশের লবের সাথে 7 যোগ করলে ভগ্নাংশটির মান পূর্ণসংখ্যা 2 হয়। আবার হর হতে, 2 বিয়োগ করলে ভগ্নাংশটির মান পূর্ণসংখ্যা 1 হয়।

২) ভগ্নাংশটি  $\frac{x}{y}$  ধরে সমীকরণ জোট গঠন কর।

৩) সমীকরণ জোটটি আড়গুলন পদ্ধতিতে সমাধান করে।  $(x, y)$  নির্ণয় কর। ভগ্নাংশটি কত?

৪) সমীকরণ জোটটির লেখ অঙ্কন করে  $(x, y)$  এর প্রাপ্ত মানের সত্যতা যাচাই কর।

#### সমাধান:

১) মেঝে ভগ্নাংশটি ধরা হয়েছে  $\frac{x}{y}$

$$\text{১ম শর্তমতে}, \frac{x+7}{y} = 2$$

$$\text{বা, } x+7 = 2y$$

$$\text{বা, } x-2y+7 = 0$$

$$\text{২য় শর্তমতে}, \frac{x}{y-2} = 1$$

$$\text{বা, } x = y-2$$

$$\text{বা, } x-y+2 = 0$$

$$\text{সমন্বয়: } x-2y+7 = 0 \text{ এবং } x-y+2 = 0 \text{ সমীকরণ দুইটি}$$

সমীকরণ।

৫) "ক" থেকে সমীকরণ জোট দুইটি হলো

$$x - 2y + 7 = 0 \dots \text{(i)}$$

$$x - y + 2 = 0 \dots \text{(ii)}$$

সমীকরণ (i) ও (ii) নং থেকে আড়গুলন করে পাই

$$\frac{x}{(-2) \times 2 - (-1) \times 7} = \frac{y}{7 \times 1 - 1 \times 2} = \frac{1}{1 \times (-1) - 1 \times (-2)}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-4+7} = \frac{y}{7-2} = \frac{1}{-1+2}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{1}{1}$$

$$\text{এখন, } \frac{x}{3} = 1 \text{ এবং } \frac{y}{5} = 1$$

$$\therefore x = 3$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমাধান } (x, y) = (3, 5)$$

অতএব ভগ্নাংশটি হলো  $= \frac{3}{5}$  (Ans.)

৬) সমীকরণজোট দুইটি হলো

$$x - 2y + 7 = 0 \dots \text{(i)}$$

$$x - y + 2 = 0 \dots \text{(ii)}$$

(i) নং থেকে পাই,  $x = 2y - 7$

এই সমীকরণের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি

x	-5	-3	-1
y	1	2	3

আবার (ii) নং থেকে পাই,

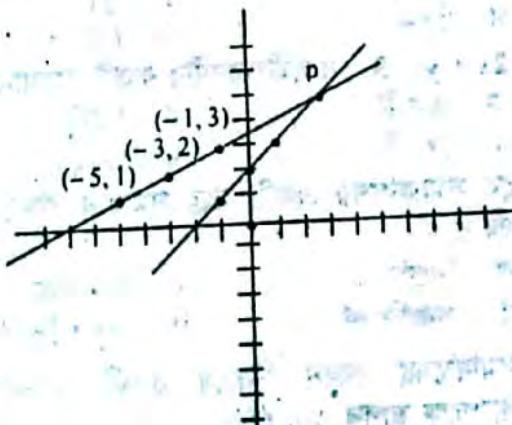
$$x = y - 2$$

অতএব এই সমীকরণের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	-1	0	1
y	1	2	3

একটি ছক কাগজে  $Ox'$  ও  $Oy'$  রেখা দুইটি টানি। রেখা দুটি  $O$  বিন্দুতে ছেদ করে।  $O$  হলো মূল বিন্দু। ধরি, ছক কাগজের এক ঘর = 1 একক প্রথমে (i) নং সমীকরণের লেখের  $(-5, 1), (-3, 2), (-1, 3)$  বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি। দেখা যায় তারা 2, (-1, 3) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি। দেখা যায় তারা একটি সরলরেখা উৎপন্ন করেছে। সরলরেখাটি উভয় দিকে বর্ধিত করি।

আবার দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, প্রদত্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি। বিন্দুগুলো যোগ করলে একটি সরলরেখা পাওয়া যায়। এখন সরলরেখাটিকে এমনভাবে বর্ধিত করি যেন প্রথমোক্ত রেখাকে ছেদ করে।



ধরি, সরলরেখা দুটি পরস্পর  $p$  বিন্দুতে ছেদ করে। লেখ থেকে  $p$  বিন্দুর ভূজও ক্রেতে যথাক্রমে (3 ও 5)

অতএব, নির্ণেয় সমাধান  $(x, y) = (3, 5)$  (সত্যতা যাচাই হলো) (Ans.)

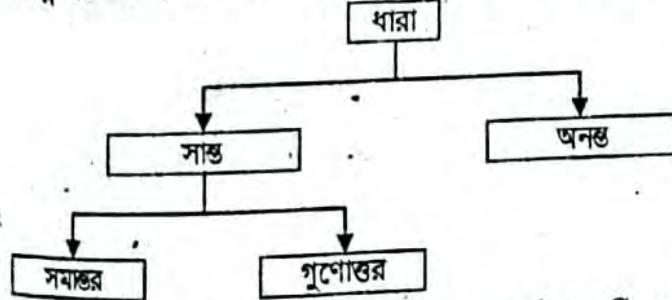
## অধ্যায় শেষে শিক্ষার্থীরা—

- অনুক্রম ও ধারা বর্ণনা করতে ও তাদের পার্থক্য নিরূপণ করতে পারবে।  
 সমান্তর ধারা ব্যাখ্যা করতে পারবে।  
 সমান্তর ধারার নির্দিষ্টতম পদ ও নির্দিষ্ট সংখ্যক পদের সমষ্টি নির্ণয়ের সূত্র গঠন করতে পারবে এবং সূত্র প্রয়োগ করে গাণিতিক সমস্যা সমাধান করতে পারবে।  
 স্থানাবিক সংখ্যার বর্গের ও ঘনের সমষ্টি নির্ণয় করতে পারবে।  
 ধারার বিভিন্ন সূত্র প্রয়োগ করে গাণিতিক সমস্যার সমাধান করতে পারবে।  
 গুণোত্তর ধারার নির্দিষ্টতম পদ ও নির্দিষ্ট সংখ্যক পদের সমষ্টি নির্ণয়ের সূত্র গঠন করতে পারবে এবং সূত্র প্রয়োগ করে গাণিতিক সমস্যার সমাধান করতে পারবে।

## মা মনে রাখতে হবে...



- অনুক্রম (Sequence) :** যদি কতগুলো সংখ্যা বা রাশিকে প্রথম, দ্বিতীয়, তৃতীয় ..... এভাবে পর পর সাজালো যায়, তবে এটিকে অনুক্রম বলে। যেমন :  
 a) 1, 2, 3, 4, 5, 6, .....  
 b) 1, 3, 9, 27, .....  
 c) 1, 2, 4, 7, 11, .....  
 d) 3, 2, 1, 0, -1, -2, -3, .....
- ধারা (Series) :** যদি অনুক্রমের পদগুলোকে পর পর '+' চিহ্ন দ্বারা যুক্ত করা হয়, তবে তাকে ধারা বলে। যেমন :  
 a) 1 + 2 + 3 + 4 + .....  
 b) 1 + 3 + 9 + 27 + .....  
 c) 1 + 2 + 4 + 5 + 8 + .....  
 d) 3 + 2 + 1 + 0 + (-1) + (-2) + (-3) + .....
- ধারার প্রকারভেদ :** ধারা প্রধানত দুই প্রকার। যেমন—  
 ক) সান্ত বা সমীম ধারা এবং  
 খ) অনন্ত বা অসীম ধারা।  
 সান্ত ধারাকে আবার দুইভাগে ভাগ করা যায়। যেমন—  
 i) সমান্তর ধারা।  
 ii) গুণোত্তর ধারা।
- নিম্নে দুই আকারে ধারার প্রকারভেদ দেখানো হলো :**



- সমান্তর ধারা :** যে ধারায় কোনো পদকে তার পরবর্তী পদ থেকে বিয়োগ করলে একই সংখ্যা বা রাশি পাওয়া যায়, তাকে সমান্তর ধারা বলে এবং এই বিয়োগফলকে ধারার সাধারণ অন্তর বলে। যেমন—  
 $2+4+6+8+10 \dots$  ধারাটি একটি সমান্তর ধারা।  
 সাধারণ পরপর দুটি পদের অন্তর সমান।  
 $\therefore$  সাধারণ অন্তর

$$= 2\text{য় পদ} - 1\text{ম পদ} = 3\text{য় পদ} - 2\text{য় পদ} = 8\text{র্থ পদ} -$$

$$3\text{য় পদ} \dots$$

$$= 4 - 2 = 6 - 4 = 8 - 6 = \dots$$

$$= 2 = 2 = 2 = \dots$$

- গুণোত্তর ধারা :** যে ধারার কোন পদের সাথে তার পরবর্তী পদের অনুপাত সব সময় সমান হয়, সে ধারাকে গুণোত্তর ধারা বলে। যেমন—

$3+6+12+24+\dots$  ধারাটি একটি গুণোত্তর ধারা।  
 কারণ পরপর দুটি পদের অনুপাত সমান।

$$\text{সাধারণ অনুপাত} = \frac{2\text{য় পদ}}{1\text{ম পদ}} = \frac{3\text{য় পদ}}{2\text{য় পদ}} = \frac{4\text{র্থ পদ}}{3\text{য় পদ}}$$

$$= \frac{6}{3} = \frac{12}{6} = \frac{24}{12} = \dots$$

$$= 2 = 2 = 2 = \dots$$

- অসীম ধারা :** যে ধারার পদসংখ্যা অসীম, তাকে অসীম ধারা বলে। যেমন :

$$1+2+3+\dots\infty$$

**প্রয়োজনীয় সূত্র :****সমান্তর ধারার সূত্র :**

- কোনো সমান্তর ধারার প্রথম পদ  $a$  এবং সাধারণ অন্তর  $d$  হলে,  
 $\text{প্রথম } n\text{-তম পদ বা শেষ পদ}, p = a + (n-1)d$
- কোনো সমান্তর ধারার প্রথম পদ  $a$  এবং সাধারণ অন্তর  $d$  হলে,  
 $\text{প্রথম } n\text{ পদের সমষ্টি}, S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$

**গুণোত্তর ধারার সূত্র :**

- কোনো গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ  $a$  এবং সাধারণ অনুপাত  $q$  হলে,  
 $\text{প্রথম } n\text{-তম পদ} = aq^{n-1}$
- কোনো গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ  $a$  এবং সাধারণ অনুপাত  $q$  হলে,



$$n=1 \text{ হলে } (-1)^{n-1} = 1$$

$$\text{পদ } n=1 \text{ হলে অনুক্রমটির প্রথম পদ } (-1)^{1-1} \frac{1}{2.1+1} = (-1)^0 \frac{1}{3} = 1 \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

$$n=2 \quad \text{দ্বিতীয় পদ } (-1)^{2-1} \frac{2}{2.2+1} = (-1)^1 \frac{2}{5} = (-1) \cdot \frac{2}{5} = -\frac{2}{5}$$

$$n=3 \quad \text{তৃতীয় পদ } (-1)^{3-1} \frac{3}{2.3+1} = \frac{3}{7} = \frac{3}{7}$$

$$\text{নির্ণেয় অনুক্রম } \frac{1}{3}, -\frac{2}{5}, \frac{3}{7}, \dots$$

১। তোমরা প্রত্যেকে একটি করে অনুক্রমের সাধারণ পদ লিখে অনুক্রমটি দিখ।

**সমাধান :**

$$(-1)^{n-1} \frac{n+1}{4n-2}$$

$$n=1 \text{ হলে অনুক্রমটির প্রথম পদ } (-1)^{2-1} \frac{1+1}{4.1-2} = 1 \cdot \frac{2}{2} = 1$$

$$n=2 \quad \text{দ্বিতীয় পদ } (-1)^{2-2} \frac{2+1}{4.2-2} = 1 \cdot \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$n=3 \quad \text{তৃতীয় পদ } (-1)^{3-1} \frac{3+1}{4.3-2} = 1 \cdot \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় অনুক্রম } 1, \frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \dots$$

পৃষ্ঠা : ২১৭

কোনো সমান্তর ধারার প্রথম পদ 5 এবং সাধারণ অন্তর 7 হলে, ধারাটির প্রথম ছয়টি পদ, 22তম পদ, rতম এবং  $(2p+1)$  তম পদ নির্ণয় কর।

**সমাধান :** কোনো সমান্তর ধারার 1ম পদ a, সাধারণ অন্তর d, পদ সংখ্যা n হলে,  
ধারাটির n তম পদ = a + (n - 1)d  
দেওয়া আছে,  
প্রথম পদ, a = 5  
সাধারণ অন্তর, d = 7

$$\therefore \text{ধারাটির দ্বিতীয় পদ} = a + (2-1)d = 5 + 1.7 = 12$$

$$\text{ধারাটির তৃতীয় পদ} = a + (3-1)d = 5 + 2.7 = 19$$

$$\text{ধারাটির চতুর্থ পদ} = a + (4-1)d = 5 + 3.7 = 26$$

$$\text{ধারাটির পঞ্চম পদ} = a + (5-1)d = 5 + 4.7 = 33$$

$$\text{ধারাটির ষষ্ঠ পদ} = a + (6-1)d = 5 + 5.7 = 40$$

$$\text{ধারাটির 22 তম পদ} = a + (22-1)d = 5 + 21.7 = 152$$

$$\text{ধারাটির r তম পদ} = a + (r-1)d = 5 + (r-1)7$$

$$= 5 + 7r - 7$$

$$= 7r - 2$$

$$\text{ধারাটির } (2p+1) \text{ তম পদ} = a + (2p+1-1)d$$

$$= 5 + 2p.7$$

$$= 5 + 14p$$

$$= 14p + 5$$

## পাঠ্যবইয়ের উদাহরণসমূহ

উদাহরণ-১। 5 + 8 + 11 + 14 + ..... ধারাটির কোন পদ

383?

**সমাধান :** ধারাটির প্রথম পদ a = 5, সাধারণ অন্তর d = 8 - 5 = 11 - 8 = 3

∴ ইহা একটি সমান্তর ধারা।

মনে করি, ধারাটির n তম পদ = 383

আমরা জানি, n তম পদ = a + (n - 1)d

∴ a + (n - 1)d = 383

বা, 5 + (n - 1)3 = 383

বা, 5 + 3n - 3 = 383

বা, 3n = 383 - 5 + 3

বা, 3n = 381

বা,  $n = \frac{381}{3}$  ∴ n = 127

∴ প্রদত্ত ধারার 127 তম পদ = 383. (Ans.)

উদাহরণ-২। প্রথম 50টি স্বাভাবিক সংখ্যার যোগফল নির্ণয় কর।

**সমাধান :** আমরা জানি,  $S_n = \frac{n(n+1)}{2}$

$$S_{50} = \frac{50(50+1)}{2} = 25 \times 51 = 1275$$

∴ প্রথম 50টি স্বাভাবিক সংখ্যার যোগফল 1275 (Ans.)

উদাহরণ-৩। 1 + 2 + 3 + 4 + ..... + 99 = কত?

**সমাধান :** ধারাটির প্রথম পদ a = 1, সাধারণ অন্তর d = 2 -

1 = 1 এবং শেষ পদ p = 99

∴ ইহা একটি সমান্তর ধারা।

মনে করি, ধারাটির n তম পদ = 99

আমরা জানি, সমান্তর ধারার n তম পদ = a + (n - 1)d

∴ a + (n - 1)d = 99

বা, 1 + (n - 1)1 = 99

বা, 1 + n - 1 = 99

∴ n = 99

**বিকল্প পদ্ধতি :**

$$\text{যেহেতু } S_n = \frac{n}{2} (a + p)$$

$$\therefore S_{99} = \frac{99}{2} (1 + 99)$$

$$= \frac{99 \times 100}{2} = 4950$$

(iv) নং সূত্র হতে, সমান্তর ধারার প্রথম n-সংখ্যক পদের

$$\text{সমষ্টি, } S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$$

সূত্রাং ধারাটির 99টি পদের সমষ্টি  $S_{99}$

$$= \frac{99}{2} \{2 \times 1 + (99-1)1\} = \frac{99}{2} (2+98)$$

$$= \frac{99 \times 100}{2} = 99 \times 50 = 4950 \text{ (Ans.)}$$

উদাহরণ-৮।  $7 + 12 + 17 + \dots$  ধারাটির 30টি পদের সমষ্টি কত?

**সমাধান :** ধারাটির প্রথম পদ  $a = 7$ , সাধারণ অন্তর  $d = 12 - 7 = 5$

∴ এটি একটি সমান্তর ধারা। এখানে পদ সংখ্যা  $n = 30$   
আমরা জানি, সমান্তর ধারার প্রথম  $n$ -সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$$S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

তাহলে, 30টি পদের সমষ্টি  $S_{30}$

$$\begin{aligned} &= \frac{30}{2} \{2 \cdot 7 + (30-1)5\} = 15(14+29 \times 5) \\ &= 15(14+145) = 15 \times 159 \\ &= 2385 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

উদাহরণ-৫। ক তার বেতন থেকে প্রথম মাসে 1200 টাকা সঞ্চয় করেন এবং পরবর্তী মাসগুলোর প্রতিমাসে এর পূর্ববর্তী মাসের তুলনায় 100 টাকা বেশি সঞ্চয় করেন।

- তিনি  $n$  তম মাসে কত টাকা সঞ্চয় করেন?
- উপরোক্ত সমস্যাটিকে  $n$  সংখ্যক পদ পর্যন্ত ধারায় প্রকাশ কর।
- তিনি প্রথম  $n$  সংখ্যক মাসে কত টাকা সঞ্চয় করেন?
- এক বছরে তিনি কত টাকা সঞ্চয় করেন?

**সমাধান :**

i. প্রথম মাসে সঞ্চয় করেন 1200 টাকা

দ্বিতীয় মাসে সঞ্চয় করেন  $(1200 + 100)$  টাকা = 1300 টাকা

তৃতীয় মাসে সঞ্চয় করেন  $(1300 + 100)$  টাকা = 1400  
চতুর্থ মাসে সঞ্চয় করেন  $(1400 + 100)$  টাকা = 1500 টাকা  
সুতরাং, এটি একটি সমান্তর ধারা, যার প্রথম পদ  $a = 1200$   
সাধারণ অন্তর  $d = 1300 - 1200 = 100$

$$\begin{aligned} \text{ধারাটির } n \text{ তম পদ} &= a + (n-1)d \\ &= 1200 + (n-1)100 \\ &= 1200 + 100n - 100 \\ &= 100n + 1100 \end{aligned}$$

অতএব, তিনি  $n$  তম মাসে সঞ্চয় করেন  $(100n + 1100)$  টাকা।

ii. এক্ষেত্রে  $n$  সংখ্যক পদ পর্যন্ত ধারাটি হবে  $1200 + 1300 + 1400 + \dots + (100n + 1100)$

iii. তিনি প্রথম  $n$  সংখ্যক মাসে সঞ্চয় করেন

$$\begin{aligned} &= \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\} \text{ টাকা} \\ &= \frac{n}{2} \{2 \times 1200 + (n-1)100\} \text{ টাকা} \\ &= \frac{n}{2} (2400 + 100n - 100) \text{ টাকা} \\ &= \frac{n}{2} (2300 + 100n) \text{ টাকা} \\ &= \frac{n}{2} \times 2 (1150 + 50n) \text{ টাকা} \\ &= n (50n + 1150) \text{ টাকা।} \end{aligned}$$

iv. আমরা জানি, এক বছর = 12 মাস। এক্ষেত্রে,  $n = 12$ .  
অতএব, [উপরের (iii) হতে] ক এক বছরে সঞ্চয় করেন  $12 (50 \times 12 + 1150)$  টাকা

$$\begin{aligned} &= 12 (600 + 1150) \text{ টাকা} = 12 \times 1750 \text{ টাকা} \\ &= 21000 \text{ টাকা। (Ans.)} \end{aligned}$$

## পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান

১৩.১

১।  $2 - 5 - 12 - 19 - \dots$  ধারাটির সাধারণ অন্তর এবং 12তম পদ নির্ণয় কর।

**সমাধান :** ধারাটি একটি সমান্তর ধারা, এর প্রথম পদ  $a = 2$   
সাধারণ অন্তর  $d =$  দ্বিতীয় পদ - প্রথম পদ

$$\begin{aligned} &= (-5) - (2) \\ &= -5 - 2 \\ &= -7 \end{aligned}$$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার,  $n$  তমপদ =  $a + (n-1)d$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ধারাটির } 12 \text{ তম পদ} &= a + (12-1)d \\ &= 2 + (11)(-7) \\ &= 2 - 77 \\ &= -75 \end{aligned}$$

অতএব, ধারাটির সাধারণ অন্তর = -7 এবং 12 তম পদ = -75.  
(Ans.)

২।  $8 + 11 + 14 + 17 + \dots$  ধারাটির কোন পদ 392?

**সমাধান :** ধারাটি একটি সমান্তর ধারা,  
এর প্রথম পদ  $a = 8$   
সাধারণ অন্তর  $d = 11 - 8 = 3$

মনে করি,  $r$  তম পদ = 392

$$\therefore a + (r-1)d = 392$$

$$\text{বা, } 8 + (r-1)3 = 392$$

$$\text{বা, } 8 + 3r - 3 = 392$$

$$\text{বা, } 5 + 3r = 392$$

$$\text{বা, } 3r = 387$$

$$\text{বা, } r = \frac{387}{3}$$

$$\therefore r = 129$$

অতএব ধারাটির 129 তম পদ 392. (Ans.)

৩।  $4 + 7 + 10 + 13 + \dots$  ধারাটির কোন পদ 301?

**সমাধান :** ধারাটি একটি সমান্তর ধারা,  
এর প্রথম পদ  $a = 4$

$$\text{সাধারণ অন্তর } d = 7 - 4 = 3$$

মনে করি,  $r$  তম পদ = 301

$$\therefore a + (r-1)3 = 301$$

$$\text{বা, } 4 + (r-1)3 = 301$$

$$\text{বা, } 3r + 1 = 301$$

$$= \frac{99}{2} \{2 \times 1 + (99 - 1) 1\} = \frac{99}{2} (2 + 98)$$

$$= \frac{99 \times 100}{2} = 99 \times 50 = 4950 \text{ (Ans.)}$$

উদাহরণ-৪।  $7 + 12 + 17 + \dots$  ধারাটির 30টি পদের সমষ্টি কত?

**সমাধান :** ধারাটির প্রথম পদ  $a = 7$ , সাধারণ অন্তর  $d = 12 - 7 = 5$

$\therefore$  এটি একটি সমান্তর ধারা। এখানে পদ সংখ্যা  $n = 30$  আমরা জানি, সমান্তর ধারার প্রথম  $n$ -সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$$S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$$

তাহলে, 30টি পদের সমষ্টি  $S_{30}$

$$= \frac{30}{2} \{2 \cdot 7 + (30 - 1) 5\} = 15 (14 + 29 \times 5)$$

$$= 15 (14 + 145) = 15 \times 159$$

$$= 2385 \text{ (Ans.)}$$

উদাহরণ-৫। ক তার বেতন থেকে প্রথম মাসে 1200 টাকা সঞ্চয় করেন এবং পরবর্তী মাসগুলোর প্রতিমাসে এর পূর্ববর্তী মাসের তুলনায় 100 টাকা বেশি সঞ্চয় করেন।

- তিনি  $n$  তম মাসে কত টাকা সঞ্চয় করেন?
- উপরোক্ত সমস্যাটিকে  $n$  সংখ্যক পদ পর্যন্ত ধারায় প্রকাশ কর।
- তিনি প্রথম  $n$  সংখ্যক মাসে কত টাকা সঞ্চয় করেন?
- এক বছরে তিনি কত টাকা সঞ্চয় করেন?

**সমাধান :**

i. প্রথম মাসে সঞ্চয় করেন 1200 টাকা

দ্বিতীয় মাসে সঞ্চয় করেন  $(1200 + 100)$  টাকা = 1300 টাকা

তৃতীয় মাসে সঞ্চয় করেন  $(1300 + 100)$  টাকা = 1400 টাকা

চতুর্থ মাসে সঞ্চয় করেন  $(1400 + 100)$  টাকা = 1500 টাকা

সুতরাং, এটি একটি সমান্তর ধারা, যার প্রথম পদ  $a = 1200$

সাধারণ অন্তর  $d = 1300 - 1200 = 100$

$$\text{ধারাটির } n \text{ তম পদ} = a + (n - 1)d$$

$$= 1200 + (n - 1) 100$$

$$= 1200 + 100n - 100$$

$$= 100n + 1100$$

অতএব, তিনি  $n$  তম মাসে সঞ্চয় করেন  $(100n + 1100)$  টাকা।

- একের পরে  $n$  সংখ্যক পদ পর্যন্ত ধারাটি হবে  $1200 + 1300 + 1400 + \dots + (100n + 1100)$
- তিনি প্রথম  $n$  সংখ্যক মাসে সঞ্চয় করেন

$$= \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\} \text{ টাকা}$$

$$= \frac{n}{2} \{2 \times 1200 + (n - 1) 100\} \text{ টাকা}$$

$$= \frac{n}{2} (2400 + 100n - 100) \text{ টাকা}$$

$$= \frac{n}{2} (2300 + 100n) \text{ টাকা}$$

$$= \frac{n}{2} \times 2 (1150 + 50n) \text{ টাকা}$$

$$= n (50n + 1150) \text{ টাকা।}$$

- আমরা জানি, এক বছর = 12 মাস। একের পরে  $n = 12$ .  
অতএব, [উপরের (iii) হতে] ক এক বছরে সঞ্চয় করেন  $12 (50 \times 12 + 1150)$  টাকা
- $$= 12 (600 + 1150) \text{ টাকা} = 12 \times 1750 \text{ টাকা}$$
- $$= 21000 \text{ টাকা। (Ans.)}$$

## পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান

১৩.১

১।  $2 - 5 - 12 - 19 - \dots$  ধারাটির সাধারণ অন্তর এবং 12তম পদ নির্ণয় কর।

**সমাধান :** ধারাটি একটি সমান্তর ধারা, এর প্রথম পদ  $a = 2$  সাধারণ অন্তর  $d =$  দ্বিতীয় পদ - প্রথম পদ

$$= (-5) - (2)$$

$$= -5 - 2$$

$$= -7$$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার,  $n$  তম পদ  $= a + (n - 1)d$

$\therefore$  ধারাটির 12 তম পদ  $= a + (12 - 1)d$

$$= 2 + (11) (-7)$$

$$= 2 - 77$$

$$= -75$$

অতএব, ধারাটির সাধারণ অন্তর = -7 এবং 12 তম পদ = -75.  
(Ans.)

২।  $8 + 11 + 14 + 17 + \dots$  ধারাটির কোন পদ 392?

**সমাধান :** ধারাটি একটি সমান্তর ধারা,

এর প্রথম পদ  $a = 8$

সাধারণ অন্তর  $d = 11 - 8 = 3$

মনে করি,  $r$  তম পদ = 392

$$\therefore a + (r - 1)d = 392$$

$$8 + (r - 1)3 = 392$$

$$8 + 3r - 3 = 392$$

$$3r = 392 - 8$$

$$3r = 384$$

$$r = \frac{384}{3}$$

$$r = 128$$

অতএব ধারাটির 129 তম পদ 392. (Ans.)

৩।  $4 + 7 + 10 + 13 + \dots$  ধারাটির কোন পদ 301?

**সমাধান :** ধারাটি একটি সমান্তর ধারা,

এর প্রথম পদ  $a = 4$

সাধারণ অন্তর  $d = 7 - 4 = 3$

মনে করি,  $r$  তম পদ = 301

$$\therefore a + (r - 1)d = 301$$

$$4 + (r - 1)3 = 301$$

$$4 + 3r - 3 = 301$$

$$3r + 1 = 301$$

$$\text{বা, } 3r = 300$$

$$\text{বা, } r = \frac{300}{3}$$

$$\text{বা, } r = 100$$

অতএব প্রদত্ত ধারাটির 100 তম পদ 301 (Ans.)

৭। কোনো সমান্তর ধারার p তম পদ  $p^2$  এবং q তম পদ  $q^2$  হলে, ধারাটির  $(p+q)$  তম পদ কত?

**সমাধান :** মনে করি, ধারাটির প্রথম পদ a এবং সাধারণ অন্তর d

$$\therefore p \text{ তম পদ} = a + (p-1)d = a + pd - d$$

$$\therefore q \text{ " } = a + (q-1)d = a + qd - d$$

$$\text{গুণাত্মকভাবে, } a + pd - d = p^2 \quad \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{এবং } a + qd - d = q^2 \quad \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

$$\underline{(-) pd - qd = p^2 - q^2}$$

$$\text{বা, } d(p-q) = (p+q)(p-q)$$

$$\therefore d = p+q$$

d এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$a + p(p+q) - (p+q) = p^2$$

$$\text{বা, } a + p^2 + pq - p - q - p^2 = 0$$

$$\therefore a = p + q - pq$$

$$\text{এখন, } (p+q) \text{ তম পদ} = a + (p+q-1)d$$

$$= p + q - pq + (p+q-1)(p+q) \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= p + q - pq + p^2 + pq - p + pq + q^2 - q$$

$$= p^2 + pq + q^2$$

অতএব ধারাটির  $(p+q)$  তম পদ  $= (p^2 + pq + q^2)$  (Ans.)

৮। কোনো সমান্তর ধারার m তম পদ n এবং n তম পদ m হলে,  $(m+n)$  তম পদ কত?

**সমাধান :** মনে করি, ধারাটির প্রথম পদ a এবং সাধারণ অন্তর d

$$\therefore m \text{ তম পদ} = a + (m-1)d = a + md - d$$

$$\therefore n \text{ " } = a + (n-1)d = a + nd - d$$

$$\text{গুণাত্মকভাবে, } a + md - d = n \quad \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{এবং } a + nd - d = m \quad \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

$$\underline{(-) md - nd = n - m}$$

$$\text{বা, } d(m-n) = n - m$$

$$\text{বা, } d(m-n) = -(m-n)$$

$$\therefore d = -1$$

d এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$a + m(-1) - (-1) = n$$

$$\text{বা, } a - m + 1 = n$$

$$\text{বা, } a = n + m - 1$$

$$\text{এখন, } (m+n) \text{ তম পদ} = a + (m+n-1)d$$

$$= m + n - 1 + (m+n-1)(-1)$$

$$= m + n - 1 - m - n + 1$$

$$= 0$$

অতএব ধারাটির  $(m+n)$  তম পদ 0 (Ans.)

৯।  $1+3+5+7+\dots$  ধারাটি n পদের সমষ্টি কত?

**সমাধান :** প্রদত্ত ধারাটি একটি সমান্তর ধারা।

$$\text{এখনে, প্রথম পদ, } a = 1$$

$$\text{সাধারণ অন্তর, } d = 2$$

$$\text{সাধারণ অন্তর, } d = 3 - 1 = 2$$

$$\text{পদসংখ্যা} = n$$

$$\therefore \text{ধারাটির সমষ্টি} = \frac{n}{2} \{2a + (n-1) \cdot 2\}$$

$$= \frac{n}{2} (2 + 2n - 2)$$

$$= \frac{n}{2} \cdot 2n$$

$$= n^2$$

অতএব, প্রদত্ত ধারাটির n পদের নির্ণেয় সমষ্টি  $n^2$ . (Ans.)

১।  $8 + 16 + 24 + \dots$  ধারাটির প্রথম 7টি পদের সমষ্টি কত?

**সমাধান :**

এখানে,

$$\text{সমান্তর ধারার 1ম পদ, } a = 8$$

$$\text{সাধারণ অন্তর } d = 16 - 8 = 8$$

$$\text{পদ সংখ্যা } n = 9$$

$$n \text{ পদের সমষ্টি } S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1) d\}$$

$$\therefore 9 \text{ পদের সমষ্টি } S_9 = \frac{9}{2} \{2 \cdot 8 + (9-1) \cdot 8\}$$

$$= \frac{9}{2} \{16 + 64\}$$

$$= \frac{9}{2} \times 80$$

$$= 9 \times 40$$

$$= 360$$

∴ প্রদত্ত ধারার 9টি পদের সমষ্টি 360। (Ans.)

৮।  $5 + 11 + 17 + 23 + \dots + 59 = ?$  কত?

**সমাধান :** এটি একটি সমান্তর ধারা,

$$\text{এখানে প্রথম পদ, } a = 5$$

$$\text{সাধারণ অন্তর, } d = 11 - 5 = 6$$

মনে করি,

$$n \text{ তম পদ} = 59$$

$$\therefore a + (n-1)d = 59$$

$$\text{বা, } 5 + (n-1)6 = 59 \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$\text{বা, } (n-1)6 = 59 - 5$$

$$\text{বা, } (n-1)6 = 54$$

$$\text{বা, } n-1 = 9$$

$$\text{বা, } n = 9 + 1$$

$$\therefore n = 10$$

$$\therefore \text{ধারাটির পদ সংখ্যা} = 10$$

$$\therefore \text{ধারাটির সমষ্টি, } S = \frac{n}{2} \{2a + (n-1) d\}$$

$$= \frac{10}{2} \{2 \cdot 5 + (10-1) \cdot 6\} \quad [\text{মান বসিয়ে]$$

$$= \frac{10}{2} \{10 + 9 \cdot 6\}$$

$$= 5(10 + 54)$$

$$= 5 \times 64$$

$$= 320$$

অতএব, প্রদত্ত ধারাটির সমষ্টি = 320 (Ans.)

$$91 \quad 29 + 25 + 21 + \dots - 23 = ?$$

**সমাধান :** এটি একটি সমাত্রন ধারা,  
এখানে, প্রথম পদ,  $a = 29$   
সাধারণ অন্তর,  $d = 25 - 29 = -4$   
মনে করি,  $n$ -তম পদ =  $-23$   
 $\therefore a + (n-1)d = -23$   
 বা,  $29 + (n-1) \cdot (-4) = -23$  [মান বসিয়ে]  
 বা,  $29 - 4n + 4 = -23$   
 বা,  $33 - 4n = -23$   
 বা,  $-4n = -23 - 33$   
 বা,  $-4n = -56$   
 $\therefore n = 14$   
 $\therefore$  ধারাটির সমষ্টি,  $S = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$   
 $= \frac{14}{2} \{2 \cdot 29 + (14-1) \cdot (-4)\}$  [মান বসিয়ে]  
 $= 7 \{58 + 13 \cdot (-4)\}$   
 $= 7 \{58 - 52\}$   
 $= 7 \times 6$   
 $= 42$   
 অতএব, ধারাটির সমষ্টি = 42 (Ans.)

১০। কোনো সমাত্রন ধারার 12 তম পদ 77 হলে, এর প্রথম 23টি পদের সমষ্টি কত?

**সমাধান :** মনে করি, ধারাটির প্রথম পদ =  $a$   
এবং সাধারণ অন্তর =  $d$   
 $\therefore 12$  তম পদ =  $a + (12-1)d$   
 $= a + 11d$   
 প্রশ্নানুসারে,  $a + 11d = 77$   
 $\therefore$  ধারাটির প্রথম 23 পদের সমষ্টি,  
 $S = \frac{23}{2} \{2a + (23-1)d\}$   
 $= \frac{23}{2} \{2a + 22d\}$   
 $= \frac{23}{2} \cdot 2(a + 11d)$   
 $= 23(a + 11d)$   
 $= 23 \times 77$  [ $\because a + 11d = 77$ ]  
 $= 1771$

অতএব, প্রথম 23 পদের নির্ণয় সমষ্টি 1771.

১১। একটি সমাত্রন ধারার 16 তম পদ = 20 হলে, এর প্রথম 31টি পদের সমষ্টি কত?

**সমাধান :** মনে করি, ধারাটির প্রথম পদ =  $a$   
এবং সাধারণ অন্তর =  $d$   
 $\therefore 16$  তম পদ =  $a + (16-1)d$   
 $= a + 15d$   
 প্রশ্নানুসারে,  $a + 15d = 20$   
 $\therefore$  ধারাটির 20 তম পদের সমষ্টি  
 $S = \frac{31}{2} \{2a + (31-1)d\}$   
 $= \frac{31}{2} \{2a + 30d\}$

$$= \frac{31}{2} \times 2 \{a + 15d\}$$
 $= 31 \times (-20)$ 
 $= -620$

অতএব, প্রথম 31 পদের নির্ণয় সমষ্টি = -620!

যোগফল = 144 হলে,  $n$  এর মান নির্ণয় কর।

**সমাধান :** এখানে, ধারাটির প্রথম পদ,  $a = 9$

সাধারণ অন্তর,  $d = 7 - 9 = -2$

সমষ্টি,  $S = -144$

পদ সংখ্যা,  $n = ?$

আমরা জানি,  $n$  সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$$S = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$\text{বা, } -144 = \frac{n}{2} \{2 \cdot 9 + (n-1) \cdot -2\}$$

$$\text{বা, } -144 = \frac{n}{2} (18 - 2n + 2)$$

$$\text{বা, } -144 = \frac{n}{2} (20 - 2n)$$

$$\text{বা, } -144 = \frac{n}{2} \cdot 2(10 - n)$$

$$\text{বা, } n(10 - n) = -144$$

$$\text{বা, } 10n - n^2 + 144 = 0$$

$$\text{বা, } -n^2 + 10n + 144 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 - 10n - 144 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 - 18n + 8n - 144 = 0$$

$$\text{বা, } n(n-18) + 8(n-18) = 0$$

$$\text{বা, } (n-18)(n+8) = 0$$

$$\therefore \text{হয়, } n-18 = 0 \quad \text{অথবা, } n+8 = 0$$

$$\therefore n = 18 \quad \therefore n = -8$$

[এখন,  $n = -8$

গ্রহণযোগ্য নয় কারণ পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না]

$$\therefore n = 18 \text{ (Ans.)}$$

১৩।  $2 + 4 + 6 + 8 + \dots$  ধারাটির প্রথম  $n$  সংখ্যক পদের সমষ্টি 2550 হলে,  $n$  এর মান নির্ণয় কর।

**সমাধান :** এখানে, ধারাটির প্রথম পদ  $a = 2$

সাধারণ অন্তর  $d = 4 - 2 = 2$

সমষ্টি  $S = 2550$

পদ সংখ্যা  $n = ?$

আমরা জানি,  $n$  সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$$S = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$\text{বা, } 2550 = \frac{n}{2} \{2 \cdot 2 + (n-1)2\}$$

$$\text{বা, } 2550 = \frac{n}{2} \{4 + 2n - 2\}$$

$$\text{বা, } 2550 = \frac{n}{2} \{2 + 2n\}$$

$$\text{বা, } 2550 = \frac{n}{2} \cdot 2(n+1)$$

$$9 | 29 + 25 + 21 + \dots - 23 = ?$$

**সমাধান :** এটি একটি সমাত্তর ধারা,

এখানে, প্রথম পদ,  $a = 29$

সাধারণ অন্তর,  $d = 25 - 29 = -4$

মনে করি,  $n$ -তম পদ  $= -23$

$$\therefore a + (n-1)d = -23$$

$$\text{বা, } 29 + (n-1) \cdot (-4) = -23 \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$\text{বা, } 29 - 4n + 4 = -23$$

$$\text{বা, } 33 - 4n = -23$$

$$\text{বা, } -4n = -23 - 33$$

$$\text{বা, } -4n = -56$$

$$\therefore n = 14$$

$$\therefore \text{ধারাটির সমষ্টি, } S = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$= \frac{14}{2} \{2 \cdot 29 + (14-1) \cdot (-4)\} \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= 7 \{58 + 13 \cdot (-4)\}$$

$$= 7 \{58 - 52\}$$

$$= 7 \times 6$$

$$= 42$$

$$\text{অতএব, ধারাটির সমষ্টি} = 42 \text{ (Ans.)}$$

$$10 | \text{কোনো সমাত্তর ধারার } 12 \text{ তম পদ } 77 \text{ হলে, এর প্রথম } 23 \text{ টি পদের সমষ্টি কত?}$$

**সমাধান :** মনে করি, ধারাটির প্রথম পদ  $= a$

এবং সাধারণ অন্তর  $= d$

$$\therefore 12 \text{ তম পদ} = a + (12-1)d \\ = a + 11d$$

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } a + 11d = 77$$

$\therefore$  ধারাটির প্রথম 23 পদের সমষ্টি,

$$S = \frac{23}{2} \{2a + (23-1)d\}$$

$$= \frac{23}{2} \{2a + 22d\}$$

$$= \frac{23}{2} \cdot 2(a + 11d)$$

$$= 23(a + 11d)$$

$$= 23 \times 77 [\because a + 11d = 77]$$

$$= 1771$$

$$\text{অতএব, প্রথম 23 পদের নির্ণয় সমষ্টি} 1771.$$

$$11 | \text{একটি সমাত্তর ধারার } 16 \text{ তম পদ} - 20 \text{ হলে, এর প্রথম } 31 \text{ টি পদের সমষ্টি কত?}$$

**সমাধান :** মনে করি, ধারাটির প্রথম পদ  $= a$

এবং সাধারণ অন্তর  $= d$

$$\therefore 16 \text{ তম পদ} = a + (16-1)d \\ = a + 15d$$

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } a + 15d = -20$$

$\therefore$  ধারাটির -20 তম পদের সমষ্টি

$$S = \frac{31}{2} \{2a + (31-1)d\}$$

$$= \frac{31}{2} \{2a + 30d\}$$

$$= \frac{31}{2} \times 2 \{a + 15d\}$$

$$= 31 \times (-20)$$

$$= -620$$

$$\text{অতএব, প্রথম } 31 \text{ পদের নির্ণয় সমষ্টি} - 620 |$$

$$12 | 9 + 7 + 5 + \dots \text{ ধারাটির প্রথম } n \text{ সংখ্যক পদের যোগফল} - 144 \text{ হলে, } n \text{ এর মান নির্ণয় কর।}$$

**সমাধান :** এখানে, ধারাটির প্রথম পদ,  $a = 9$

সাধারণ অন্তর,  $d = 7 - 9 = -2$

সমষ্টি,  $S = -144$

পদ সংখ্যা,  $n = ?$

আমরা জানি,  $n$  সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$$S = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$\text{বা, } -144 = \frac{n}{2} \{2 \cdot 9 + (n-1) \cdot -2\}$$

$$\text{বা, } -144 = \frac{n}{2} (18 - 2n + 2)$$

$$\text{বা, } -144 = \frac{n}{2} (20 - 2n)$$

$$\text{বা, } -144 = \frac{n}{2} 2(10 - n)$$

$$\text{বা, } n(10 - n) = -144$$

$$\text{বা, } 10n - n^2 + 144 = 0$$

$$\text{বা, } -n^2 + 10n + 144 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 - 10n - 144 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 - 18n + 8n - 144 = 0$$

$$\text{বা, } n(n-18) + 8(n-18) = 0$$

$$\text{বা, } (n-18)(n+8) = 0$$

$$\therefore \text{হয়, } n-18 = 0 \quad \text{অথবা, } n+8 = 0$$

$$\therefore n = 18 \quad \therefore n = -8$$

$$[\text{এখন, } n = -8]$$

গ্রহণযোগ্য নয় কারণ পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।

$$\therefore n = 18 \text{ (Ans.)}$$

$$13 | 2 + 4 + 6 + 8 + \dots \text{ ধারাটির প্রথম } n \text{ সংখ্যক পদের সমষ্টি } 2550 \text{ হলে, } n \text{ এর মান নির্ণয় কর।}$$

**সমাধান :** এখানে, ধারাটির প্রথম পদ  $a = 2$

সাধারণ অন্তর  $d = 4 - 2 = 2$

সমষ্টি  $S = 2550$

পদ সংখ্যা  $n = ?$

আমরা জানি,  $n$  সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$$S = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$\text{বা, } 2550 = \frac{n}{2} \{2 \cdot 2 + (n-1)2\}$$

$$\text{বা, } 2550 = \frac{n}{2} \{4 + 2n - 2\}$$

$$\text{বা, } 2550 = \frac{n}{2} \{2 + 2n\}$$

$$\text{বা, } 2550 = n(n+1)$$

$$\text{বা, } 2550 = n^2 + n$$

$$\text{বা, } n^2 + n = 2550$$

$$\text{বা, } n^2 + n - 2550 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 + 52n - 51n - 2550 = 0$$

$$\text{বা, } n(n+52) - 51(n+52) = 0$$

$$\text{বা, } (n+52)(n-51) = 0$$

$$\text{হয়, } n+52 = 0 \text{ অথবা, } n-51 = 0$$

$$\therefore n = -52 \therefore n = 51$$

[পদ সংখ্যা স্থানে অক হতে পারে না]

∴  $n = 51$  (Ans.)

১৪। কোনো ধারার প্রথম  $n$  সংখ্যক পদের সমষ্টি  $n(n+1)$  হলে, ধারাটি নির্ণয় কর।

**সমাধান :** দেয়া আছে,  $n$  পদের সমষ্টি  $= n(n+1)$

$$= n^2 + n$$

এখন,

$$n = 1 \text{ হলে, প্রথম পদ} = 1^2 + 1 = 1 + 1 = 2$$

$$n = 2 \text{ হলে, প্রথম দুই পদের সমষ্টি} = 2^2 + 2 = 4 + 2 = 6$$

$$n = 3 \text{ হলে, প্রথম তিন পদের সমষ্টি} = 3^2 + 3 = 9 + 3 = 12$$

$$\therefore \text{প্রথম পদ} = 2$$

বিটীয় পদ = দুই পদের সমষ্টি - প্রথম পদ =  $6 - 2 = 4$   
 তৃতীয় পদ = তিন পদের সমষ্টি - দুই পদের সমষ্টি =  $12 - 6 = 6$   
 অতএব, নির্ণেয় ধারাটি হবে,  $2 + 4 + 6 \dots \dots \dots \text{(Ans.)}$

১৫। কোনো ধারার প্রথম  $n$  সংখ্যক পদের সমষ্টি  $n(n+1)$  হলে, ধারাটির 10টি পদের সমষ্টি কত?

**সমাধান :** দেওয়া আছে, ধারাটির প্রথম  $n$  সংখ্যক পদের সমষ্টি  $= n(n+1) = n^2 + n$

$$\therefore \text{ধারাটির 10টি পদের সমষ্টি হবে} = 10^2 + 10 \\ = 100 + 10 \\ = 110$$

অতএব, ধারাটির 10টি পদের সমষ্টি 110 (Ans.)

১৬। একটি সমান্তর ধারার প্রথম 12 পদের সমষ্টি 144 এবং প্রথম 20 পদের সমষ্টি 560 হলে এর প্রথম 6 পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

**সমাধান :** মনে করি, প্রথম পদ =  $a$   
 এবং সাধারণ অন্তর =  $d$

$$\therefore 12\text{তম পদের সমষ্টি} = \frac{12}{2} \{2a + (12-1)d\}$$

$$\text{অর্থাৎ } \frac{12}{2} \{2a + (12-1)d\} = 144$$

$$\text{বা, } 6\{2a + 11d\} = 144$$

$$\text{বা, } 2a + 11d = \frac{144}{6}$$

$$\therefore 2a + 11d = 24 \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{আবার 20তম পদের সমষ্টি} = \frac{20}{2} \{2a + (20-1)d\}$$

$$\text{অর্থাৎ } \frac{20}{2} \{2a + (20-1)d\} = 560$$

$$\text{বা, } 10\{2a + 19d\} = 560$$

$$\text{বা, } 2a + 19d = \frac{560}{10}$$

$$\therefore 2a + 19d = 56 \dots \dots \text{(ii)}$$

এখন, (ii) নং থেকে (i) নং বিয়োগ করে পাই,

$$2a + 19d = 56$$

$$2a + 11d = 24$$

$$\underline{\quad \quad \quad (-) \quad \quad \quad}$$

$$(-) 8d = 32$$

$$\text{বা, } d = \frac{32}{8}$$

$$\therefore d = 4$$

$d$  এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$2a + 11d = 24$$

$$\text{বা, } 2a + 44 = 24$$

$$\text{বা, } 2a = 24 - 44$$

$$\text{বা, } 2a = -20$$

$$\text{বা, } a = \frac{-20}{2}$$

$$\therefore a = -10$$

$$\therefore \text{প্রথম 6 পদের সমষ্টি} = \frac{6}{2} \{2a + (6-1)d\}$$

$$= \frac{6}{2} \{2(-10) + 5 \times 4\}$$

$$= 3 \{-20 + 20\}$$

$$= 3 \times 0$$

$$= 0$$

অতএব প্রথম 6 পদের সমষ্টি 0 (Ans.)

১৭। কোনো সমান্তর ধারার প্রথম  $m$  পদের সমষ্টি  $n$  এবং প্রথম  $n$  পদের সমষ্টি  $m$  হলে, এর প্রথম  $(m+n)$  পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

**সমাধান :** মনে করি, ধারাটির প্রথম পদ =  $a$

এবং সাধারণ অন্তর =  $d$

$$\therefore m \text{ তম পদের সমষ্টি} = \frac{m}{2} \{2a + (m-1)d\}$$

$$\text{অর্থাৎ } n = \frac{m}{2} \{2a + (m-1)d\}$$

$$\text{বা, } 2n = m \{2a + (m-1)d\}$$

$$\text{বা, } m \{2a + md - d\} = 2n$$

$$\therefore 2a + md - d = \frac{2n}{m} \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{या, } 2m = n \{2a + nd - d\}$$

$$\text{आ. } n \{2a + nd - d\} = 2m$$

$$\Delta_1 \in \{2\alpha + \beta\alpha - \alpha, -2\alpha\}$$

এখন (i) থেকে (ii) নঁ বিয়োগ করে পাই

$$2a + md - d = \frac{2n}{m}$$

$$2a + nd - d = \frac{2m}{n}$$

$$md - nd = \frac{2n}{m} - \frac{2m}{n}$$

$$\text{वा, } d(m-n) = \frac{2n^2 - 2m^2}{mn}$$

$$\text{या, } d(m-n) = \frac{2\{(n+m)(n-m)\}}{mn}$$

$$\text{वा, } d = -\frac{2(m+n)(m-n)}{mn(m-n)}$$

$$\therefore d = -\frac{2(m+n)}{mn}$$

d এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$2a + m \left\{ \frac{-2(m+n)}{mn} \right\} - \left\{ \frac{-2(m+n)}{mn} \right\} = \frac{2n}{m}$$

$$\text{वा, } 2a - \frac{2(m+n)}{n} + \frac{2(m+n)}{mn} - \frac{2n}{m}$$

$$\text{वा, } a - \frac{(m+n)}{n} + \frac{m+n}{mn} = \frac{n}{m}$$

$$\text{वा, } a = \frac{n}{m} + \frac{m+n}{n} - \frac{m+n}{mn}$$

$$\text{वा, } a = \frac{n^2 + m^2 + mn - m - n}{mn}$$

$$\therefore a = \frac{n^2 + m^2 + mn - m - n}{mn}$$

$$\text{কোর } m+n \text{ পদের সমষ্টি} = \frac{m}{n}$$

$$\text{এখন, } m+n \text{ পদের সমষ্টি} = \frac{m+n}{2} \{2a + (m+n-1)d\}$$

$$= \frac{m+n}{2} \left\{ 2 \left( \frac{n^2 + m^2 + mn - m - n}{mn} \right) + (m+n-1) \left( \frac{-2(m+n)}{mn} \right) \right\}$$

$$= \frac{m+n}{2} \left\{ 2 \left( \frac{m^2 + m^2 + mn - m - n}{mn} - \frac{(m+n-1)2(m+n)}{mn} \right) \right\}$$

$$= \frac{m+n}{2} \left\{ 2 \left( \frac{n^2 + m^2 + mn - m - n}{mn} - \frac{-m^2 + mn - m + mn + n^2 - n}{mn} \right) \right\}$$

$$= \frac{m+n}{2} \times 2 \left( \frac{n^2 + m^2 - m + mn - n - m^2 - mn + m - mn - n^2 + n}{mn} \right)$$

$$= (m+n) \left( -\frac{mn}{m} \right)$$

কোনো সমস্যার ধারাম p তম, q তম ও r তম পদ  
বর্ণনামূলক ধারাম :  $a + (q-1)d$ ,  $a + (q-1)d + b(r-p)$   
 $p) + c(p-q) = 0$   
**সমাধান :** মনে করি প্রথম পদ =  $x$

সাধারণ অন্তর =  $d$

$\therefore p$  তম পদ =  $x + (p-1)d$

এবং  $x + (p-1)d = a$

বা,  $x + pd - d = a \dots \dots \dots \text{(i)}$

$q$  তম পদ =  $x + (q-1)d$

এবং  $x + (q-1)d = b$

বা,  $x + qd - d = b \dots \dots \dots \text{(ii)}$

$r$  তম পদ =  $x + (r-1)d$

এবং  $x + (r-1)d = c$

বা,  $x + rd - d = c \dots \dots \dots \text{(iii)}$

এখন, (i) নং (-) (ii) নং করে পাই,

$pd - d - qd + d = a - b$

বা,  $pd - qd = a - b \dots \dots \dots \text{(iv)}$

(ii) নং (-) (iii) নং করে পাই,

$qd - d - rd + d = b - c$

বা,  $qd - rd = b - c \dots \dots \dots \text{(v)}$

এবং (iii) নং (-) (i) নং করে পাই,

$rd - d - pd + d = c - a$

বা,  $rd - pd = c - a \dots \dots \dots \text{(vi)}$

$\therefore L.H.S = a(q-r) + b(r-p) + c(p-q)$

=  $aq - ar + br - bp + cp - cq$

=  $-aq + ar - br + bp - cp + cq$  [– দ্বারা গুণ করে]

=  $q(c-a) + p(b-c) + r(a-b)$

=  $q(rd-pd) + p(qd-pd) + r(pd-qd)$

[∴ iv, v, vi নং ব্যবহার করে]

=  $qrpd - pdd + pqd - prd + prd - qrd$

= 0

= R.H.S

$\therefore a(q-r) + b(r-p) + c(p-q) = 0$  (Showed)

বিকল পদ্ধতি

**সমাধান :** সমস্যার ধারাটির ১ম পদ =  $x$

এবং " " সাধারণ অন্তর =  $d$

এখন,  $p$ -তম পদ =  $a$

বা,  $x + (p-1)d = a \dots \dots \dots \text{(i)}$

$\therefore q$ -তম পদ =  $b$

বা,  $x + (q-1)d = b \dots \dots \dots \text{(ii)}$

এবং  $r$ -তম পদ =  $c$

বা,  $x + (r-1)d = c \dots \dots \dots \text{(iii)}$

এখন,  $L.H.S = a(q-r) + b(r-p) + c(p-q)$

=  $\{x + (p-1)d\}(q-r) + \{x + (q-1)d\}$

$(r-p) + \{x + (r-1)d\}(p-q)$

=  $x(q-r) + (p-1)(q-r)d + x(r-p) + (q-1)$

$(r-p)d + x(p-q) + (r-1)(p-q)d$

=  $x(q-r+r-p+p-q) + d \{(p-1)$

$(q-r) + (q-1)(r-p) + (r-1)(p-q)\}$

=  $x \times 0 + d \{pq - pr - q + r + qr - pq + p - r + pr - p + q\}$

=  $0 + d \times 0$

=  $0 + 0 = 0$

= R.H.S

$\therefore L.H.S = R.H.S$  (Showed)

১৯। দেখাও যে,  $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 125 = 169 +$

$171 + 173 + \dots + 209$

**সমাধান :**  $L.H.S = 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 125$

এখানে, প্রথম পদ  $a = 1$

সাধারণ অন্তর  $d = 3 - 1 = 2$

$\therefore n$  তম পদ,  $a + (n-1)d = 125$

বা,  $1 + (n-1)2 = 125$

বা,  $1 + 2n - 2 = 125$

বা,  $2n - 1 = 125$

বা,  $2n = 125 + 1$

বা,  $2n = 126$

বা,  $n = \frac{126}{2}$

$\therefore n = 63$

$\therefore$  ধারাটির সমষ্টি  $S = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$

=  $\frac{63}{2} \{2 \cdot 1 + (63-1)2\}$

=  $\frac{63}{2} \{2 + 62 \times 2\}$

=  $\frac{63}{2} \{2 + 124\}$

=  $\frac{63}{2} \times 126$

=  $63 \times 63$

= 3969

R.H.S =  $169 + 171 + 173 + \dots + 209$

এখানে, প্রথম পদ  $a = 169$

সাধারণ অন্তর  $d = 171 - 169 = 2$

$\therefore n$  তম পদ,  $a + (n-1)d = 209$

বা,  $169 + (n-1)2 = 209$

বা,  $169 + 2n - 2 = 209$

বা,  $167 + 2n - 2 = 209$

বা,  $167 + 2n = 209$

বা,  $2n = 209 - 167$

বা,  $2n = 42$

বা,  $n = \frac{42}{2}$

$\therefore n = 21$

$\therefore$  ধারাটির সমষ্টি  $S = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$

=  $\frac{21}{2} \{2 \cdot 169 + (21-1)2\}$

=  $\frac{21}{2} \{338 + 40\}$

=  $\frac{21}{2} \times 378$

=  $21 \times 189$

= 3969

$\therefore L.H.S = R.H.S$  (Showed)

২০। এক ব্যক্তি 2500 টাকার একটি খণ্ড কিছুসংখ্যক কিছিতে পরিশোধ করতে আজী হন। প্রত্যেক কিছি পূর্বের কিছি থেকে 2 টাকা বেশি। যদি প্রথম কিছি । টাকা হয়, তবে কতগুলো কিছিতে এই ব্যক্তি তার খণ্ড শোধ করতে পারবেন?

**সমাধান :** প্রশ্নের বর্ণনা অনুযায়ী ধারাটি হবে একটি সমাত্তর ধারা। আর তা হলো—

$1 + 3 + 5 + 7 + \dots \dots \dots$  ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি 2500, যেখানে n এর মানই হবে নির্ণয় কিছির পরিমাণ।

এখন, মনে করি ধারাটির প্রথম পদ  $a = 1$

এবং সাধারণ অন্তর  $d = 3 - 1 = 2$

আমরা জানি, n সংখ্যক পদের সমষ্টি

$$S = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$\text{অর্থাৎ } 2500 = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$\text{বা, } 2500 = \frac{n}{2} \{2 \cdot 1 + (n-1)2\}$$

$$\text{বা, } 2500 = \frac{n}{2} \{2 + 2n - 2\}$$

$$\text{বা, } 2500 = \frac{n}{2} \{2n\}$$

$$\text{বা, } 2500 = \frac{n}{2} \times 2n$$

$$\text{বা, } 2500 = n^2$$

$$\text{বা, } n^2 = 2500$$

$$\text{বা, } n = \sqrt{2500}$$

$$\therefore n = 50$$

অতএব, 50টি কিছিতে এই ব্যক্তির খণ্ড শোধ করতে পারবেন। (Ans.)

## □ অনুশিলনী- ১৩.২

### পাঠ্যবইয়ের কাজসমূহের সমাধান

#### □ কাজ :

১। প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক জোড় সংখ্যার সমষ্টি নির্ণয় কর।

**সমাধান :** ধরি প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক জোড় সংখ্যার

সমষ্টি  $S_n$

$$\text{অর্থাৎ } S_n = 2 + 4 + 6 + \dots \dots \dots + n$$

এখানে, প্রথম পদ  $a = 2$

সাধারণ অন্তর  $d = 4 - 2 = 2$

$$\therefore \text{সমষ্টি } S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$= \frac{n}{2} \{2.2 + (n-1)2\}$$

$$= \frac{n}{2} \{4 + 2n - 2\}$$

$$= \frac{n}{2} \{2n + 2\}$$

$$= \frac{n}{2} \cdot 2(n+1)$$

$$= n(n+1)$$

$$\therefore n \text{ সংখ্যক স্বাভাবিক জোড় সংখ্যার সমষ্টি} = n(n+1) \text{ (Ans.)}$$

২। প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক বিজোড় সংখ্যার বর্গের সমষ্টি নির্ণয় কর।

**সমাধান :** ধরি, ১ম n সংখ্যক বিজোড় সংখ্যার বর্গের সমষ্টি,  $S_n$ ।

$$\text{অর্থাৎ, } S_n = 1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots \dots \dots + n^2$$

$$\text{আমরা জানি, } (r-2)^3 = r^3 - 6r^2 + 12r - 8$$

$$\text{বা, } r^3 - (r-2)^3 = 6r^2 - 12r + 8$$

উপরের অভেদটিতে  $r = 1, 3, 5, \dots, n$  বসিয়ে পাই,

$$1^3 - (1-2)^3 = 6 \cdot 1^2 - 12 \cdot 1 + 8$$

$$3^3 - 1^3 = 6 \cdot 3^2 - 12 \cdot 3 + 8$$

$$5^3 - 3^3 = 6 \cdot 5^2 - 12 \cdot 5 + 8$$

.....

$$n^3 - (n-2)^3 = 6 \cdot n^2 - 12 \cdot n + 8$$

$$\text{যোগ করে পাই, } n^3 - (-1)^3 = 6(1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + n^2)$$

$$- 12(1 + 3 + 5 + \dots) + 8(1 + 1 + 1 + \dots + n)$$

$$\text{বা, } n^3 + 1 = 6 \cdot S_n - 12 \cdot \frac{n(n+1)}{2} + 8 \cdot n$$

$$\text{বা, } 6 \cdot S_n = n^3 + 6n(n+1) - 8n + 1$$

$$\text{বা, } S_n = \frac{n^3 + 6n(n+1) - 8n + 1}{2}$$

$$\therefore S_n = \frac{n^3 + 6n(n+1) - 8n + 1}{2} \text{ (Ans.)}$$

#### □ কাজ :

[পৃষ্ঠা : ২২৩]

নিম্নলিখিত ক্ষেত্রে গুণোভর ধারাগুলো লেখ :

(i) প্রথম পদ 4, সাধারণ অনুপাত 10 (ii) প্রথম পদ 9, সাধারণ

অনুপাত  $\frac{1}{3}$  (iii) প্রথম পদ 7, সাধারণ অনুপাত  $\frac{1}{10}$  (iv) প্রথম পদ

3, সাধারণ অনুপাত 1 (v) প্রথম পদ 1, সাধারণ অনুপাত  $-\frac{1}{2}$  (vi)

প্রথম পদ 3, সাধারণ অনুপাত -1.

#### সমাধান :

i) প্রথম পদ 4, সাধারণ অনুপাত 10

মনে করি, গুণোভর ধারার প্রথম পদ  $a$ , সাধারণ অনুপাত  $r$

দেওয়া আছে, প্রথম পদ,  $a = 4$ , সাধারণ অনুপাত  $r = 10$

$\therefore$  ধারাটির দ্বিতীয় পদ  $= ar^{2-1} = ar = 4 \cdot 10 = 40$

[ $\because a = 4, r = 10$ ]

ধারাটির তৃতীয় পদ  $= ar^{3-1} = ar^2 = 4 \cdot 10^2 = 400$

ধারাটির চতুর্থ পদ  $= ar^{4-1} = ar^3 = 4 \cdot 10^3 = 4000$

অতএব, নির্ণয় ধারাটি  $= 4 + 40 + 400 + 4000 + \dots$

v) প্রথম পদ ৩, সাধারণ অনুপাত  $\frac{1}{3}$

**সমাধান :** মনে করি, গুণোভর ধারার প্রথম পদ a এবং সাধারণ অনুপাত r.

দেওয়া আছে,  $a = 9; r = \frac{1}{3}$

ধারাটির দ্বিতীয় পদ =  $ar^{2-1} = ar = 9 \cdot \frac{1}{3} = 3$

ধারাটির তৃতীয় পদ =  $ar^{3-1} = ar^2 = 9 \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 9 \cdot \frac{1}{9} = 1$

ধারাটির চতুর্থ পদ =  $ar^{4-1} = ar^3 = 9 \left(\frac{1}{3}\right)^3 = 9 \cdot \frac{1}{27} = \frac{1}{3}$

অতএব, নির্ণেয় ধারাটি =  $9 + 3 + 1 \frac{1}{3} + \dots$

vi) প্রথম পদ 7, সাধারণ অনুপাত  $\frac{1}{10}$

**সমাধান :** মনে করি, গুণোভর ধারার প্রথম পদ a এবং সাধারণ অনুপাত r.

দেওয়া আছে,  $a = 7; r = \frac{1}{10}$

ধারাটির দ্বিতীয় পদ,  $ar^{2-1} = ar = 7 \cdot \frac{1}{10} = \frac{7}{10}$

ধারাটির তৃতীয় পদ,  $= ar^{3-1} = ar^2 = 7 \left(\frac{1}{10}\right)^2 = \frac{7}{100}$

ধারাটির চতুর্থ পদ,  $= ar^{4-1} = ar^3 = 7 \left(\frac{1}{10}\right)^3 = \frac{7}{1000}$

অতএব, নির্ণেয় ধারাটি =  $7 + \frac{7}{10} = \frac{7}{100} + \frac{7}{1000} + \dots$

vii) প্রথম পদ 3, সাধারণ অনুপাত 1

**সমাধান :** মনে করি, গুণোভর ধারার প্রথম পদ a এবং সাধারণ অনুপাত r.

দেওয়া আছে,  $a = 3; r = 1$

ধারাটির দ্বিতীয় পদ =  $ar^{2-1} = ar = 3 \cdot 1 = 3$

ধারাটির তৃতীয় পদ =  $ar^{3-1} = ar^2 = 3 \cdot 1^2 = 3$

ধারাটির চতুর্থ পদ =  $ar^{4-1} = ar^3 = 3 \cdot 1^3 = 3$

অতএব, নির্ণেয় ধারাটি =  $3 + 3 + 3 + 3 + \dots$

viii) প্রথম পদ 1, সাধারণ অনুপাত  $\frac{-1}{2}$

**সমাধান :** মনে করি, গুণোভর ধারার প্রথম পদ a এবং সাধারণ অনুপাত r.

দেওয়া আছে,  $a = 1; r = \frac{-1}{2}$

ধারাটির দ্বিতীয় পদ =  $ar^{2-1} = ar = 1 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$

ধারাটির তৃতীয় পদ =  $ar^{3-1} = ar^2 = 1 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

ধারাটির চতুর্থ পদ =  $ar^{4-1} = ar^3 = 1 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{1}{8}$

অতএব, নির্ণেয় ধারাটি =  $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots$

vii) প্রথম পদ 3, সাধারণ অনুপাত -1.

**সমাধান :** মনে করি, গুণোভর ধারার প্রথম পদ a এবং সাধারণ অনুপাত r.

দেওয়া আছে,  $a = 3; r = -1$

ধারাটির দ্বিতীয় পদ =  $ar^{2-1} = ar = 3(-1) = -3$

ধারাটির তৃতীয় পদ =  $ar^{3-1} = ar^2 = 3 \cdot (-1)^2 = 3 \cdot 1 = 3$

ধারাটির চতুর্থ পদ =  $ar^{4-1} = ar^3 = 3 \cdot (-1)^3 = 3(-1) = -3$

অতএব, নির্ণেয় ধারাটি =  $3 - 3 + 3 - 3 + \dots$

□ কোজ:

[পৃষ্ঠা- ২২৫]

ক' তার ছেলেকে কুলে নেয়া-আনার জন্য এক ব্যক্তিকে ১শা এক্ষিল থেকে এক মাসের জন্য নিয়োগ করলেন। তার পারিশ্রমিক ঠিক করা হলো- প্রথম দিন এক পয়সা, দ্বিতীয় দিন প্রথম দিনের দিগুল অর্ধাং দুই পয়সা, তৃতীয় দিন দিগুল দিনের দিগুল অর্ধাং চার পয়সা। এই নিয়মে পারিশ্রমিক দিনে সাঙ্গাহিক ছুটির দিনসহ এক মাস পর ঐ ব্যক্তি কত টাকা পাবেন?

**সমাধান :**

প্রথম দিনের পারিশ্রমিক = 1 পয়সা,

দ্বিতীয় দিনের পারিশ্রমিক =  $1 \times 2 = 2$  পয়সা

তৃতীয় দিনের পারিশ্রমিক =  $2 \times 2 = 4$  পয়সা

এটি গুণোভর ধারা, যার প্রথম পদ a = 1

সাধারণ অনুপাত r =  $\frac{2}{1} = 2$

পদসংখ্যা বা দিনের সংখ্যা, n = 30

n টি পদের সমষ্টি,  $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$

30 " "  $S_{30} = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$

$= \frac{1(1073741824 - 1)}{1 - 1}$

$= 1073741823$  পয়সা

$= 10737418.23$  টাকা (Ans)



৮। একটি গুণোভর ধারার পঞ্চম পদ  $\frac{2\sqrt{3}}{9}$  এবং দশম পদ  $\frac{8\sqrt{2}}{81}$

হলে, ধারাটির তৃতীয় পদ নির্ণয় কর।

**সমাধান :** মনে করি, গুণোভর ধারাটির প্রথম পদ =  $a$   
এবং সাধারণ অনুপাত =  $r$   
তাহলে, পঞ্চম পদ =  $ar^4 = ar^5 \cdot r = ar^4 \cdot r$   
এবং দশম পদ =  $ar^9 = ar^{10} \cdot r = ar^9 \cdot r$

$$\text{অন্তর্বর্তুন্মানে, } ar^9 = \frac{8\sqrt{2}}{81} \quad \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{এবং } ar^4 = \frac{2\sqrt{3}}{9} \quad \dots \dots \dots (ii)$$

এখন, (i) নং সমীকরণকে (ii) নং সমীকরণ দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{ar^9}{ar^4} = \frac{81}{2\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } r^5 = \frac{8\sqrt{2}}{81} \times \frac{9}{2\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } r^5 = \frac{4\sqrt{2}}{9\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } r^5 = \frac{(\sqrt{2})^4 \cdot \sqrt{2}}{(\sqrt{3})^4 \cdot \sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } r^5 = \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^5$$

$$\therefore r = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

এখন, সমীকরণ (ii) নং এ  $r$  এর মান বসিয়ে পাই,

$$a \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^4 = \frac{2\sqrt{3}}{9}$$

$$\text{বা, } a \cdot \frac{4}{9} = \frac{2\sqrt{3}}{9}$$

$$[\because (\sqrt{2})^4 = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2 \cdot 2 = 4]$$

$$\therefore a = \frac{2\sqrt{3}}{9} \times \frac{9}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \text{ধারাটির তৃতীয় পদ} = ar^2 = ar^3 \cdot r$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right) [a \text{ ও } r \text{ এর মান বসিয়ে]$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{অতএব, ধারাটির তৃতীয় পদ} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad (\text{Ans.})$$

৯।  $\frac{1}{\sqrt{2}}, -1, \sqrt{2}, \dots \dots \dots$  ধারাটির কোন পদ  $8\sqrt{2}$ ?

**সমাধান :** ধরি, ধারাটির  $n$  তম পদ =  $8\sqrt{2}$

$$\text{এখানে, প্রথম পদ, } a = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{সাধারণ অনুপাত, } q = -\sqrt{2}$$

আমরা জানি,  $n$  তম পদ =  $aq^{n-1}$

$$\therefore \text{প্রশ্নমতে, } aq^{n-1} = 8\sqrt{2}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{2}} (-\sqrt{2})^{n-1} = 8\sqrt{2}$$

$$\text{বা, } (-\sqrt{2})^{n-1} = 8\sqrt{2} \times \sqrt{2}$$

$$\text{বা, } (-\sqrt{2})^{n-1} = 8 \times 2$$

$$\text{বা, } \frac{(-\sqrt{2})^n}{-\sqrt{2}} = 16$$

$$\text{বা, } (-\sqrt{2})^n = -16 \times \sqrt{2}$$

$$\text{বা, } (-\sqrt{2})^n = (-\sqrt{2})^9$$

$$\therefore n = 9$$

$$\therefore \text{ধারাটির নবম পদ} = 8\sqrt{2} \quad (\text{Ans.})$$

১০।  $15 + x + y + 135$  গুণোভর ধারাভুক্ত হলে,  $x$  এবং  $y$  এর মান নির্ণয় কর।

**সমাধান :** প্রদত্ত ধারাটির প্রথম পদ,  $a = 5$

মনে করি, সাধারণ অনুপাত =  $r$

তাহলে, দ্বিতীয় পদ,  $ar = x$

তৃতীয় পদ,  $ar^2 = y$

এবং চতুর্থ পদ,  $ar^3 = 135$

$$\text{বা, } 5r^3 = 135 [\because a = 5]$$

$$\text{বা, } r^3 = 27 \quad [\text{উভয় পক্ষকে } 5 \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\text{বা, } r^3 = 3^3$$

$$\therefore r = 3$$

$$\therefore \text{দ্বিতীয় পদ, } x = ar = 5 \cdot 3 = 15$$

$$\text{এবং তৃতীয় পদ, } y = ar^2 = 5(3)^2 = 5 \cdot 9 = 45$$

অতএব,  $x$  ও  $y$  এর নির্ণয় মান যথাক্রমে 15 ও 45।

১১।  $13 + x + y + z + 243$  গুণোভর ধারাভুক্ত হলে,  $x, y$  এবং  $z$  এর মান নির্ণয় কর।

**সমাধান :** প্রদত্ত ধারাটির প্রথম পদ  $a = 3$

মনে করি, সাধারণ অনুপাত =  $r$

তাহলে, দ্বিতীয় পদ  $ar = x$

তৃতীয় পদ  $ar^2 = y$

চতুর্থ পদ  $ar^3 = z$

এবং পঞ্চম পদ  $ar^4 = 243$

$$\text{বা, } 3 \cdot r^4 = 243$$

$$\text{বা, } r^4 = \frac{243}{3}$$

$$\text{বা, } r^4 = 81$$

$$\text{বা, } r^4 = 3^4$$

$$\therefore r = 3$$

অতএব, দ্বিতীয় পদ  $3 \cdot 3 = x$  বা,  $9 = x$

তৃতীয় পদ  $3 \cdot (3)^2 = y$

$$\text{বা, } 3 \cdot 9 = y$$

$$\text{বা, } 27 = y$$

চতুর্থ পদ  $3 \cdot (3)^3 = z$

$$\text{বা, } 3 \cdot 27 = z$$

$$\text{বা, } 81 = z$$

সুতরাং  $x, y$  ও  $z$  এর নির্ণয় মান যথাক্রমে 9, 27 ও 81। (Ans.)

সমষ্টি কত?  
**সমাধান :** প্রদত্ত ধারাটি একটি গুণোভর ধারা, এবং প্রথম  
পদ,  $a = 2$   
সাধারণ অনুপাত,  $r = \frac{-4}{2} = -2$

পদসংখ্যা,  $n = 7$   
যেহেতু সাধারণ অনুপাত  $-2 < 1$ ,

$$\text{সূতরাঃ, } S = a \cdot \frac{(1 - r^n)}{1 - r} \text{ সূত্রটি প্রয়োগ করে পাই,}$$

$$\begin{aligned} \text{প্রথম সাতটি পদের সমষ্টি, } S &= 2 \cdot \frac{1 - (-2)^7}{1 - (-2)} \text{ [মান বসিয়ে]} \\ &= 2 \cdot \frac{1 + 2^7}{1 + 2} \\ &= 2 \cdot \frac{1 + 128}{3} \\ &= 2 \cdot \frac{129}{3} \\ &= \frac{258}{3} = 86 \end{aligned}$$

অতএব, ধারাটির প্রথম সাতটি পদের নির্ণয় সমষ্টি = 86.  
(Ans.)

৫।  $1 - 1 + 1 - 1 + \dots \dots \dots$  ধারাটির  $(2n + 1)$  সংখ্যক পদের  
সমষ্টি নির্ণয় কর।

**সমাধান :** প্রদত্ত ধারাটি একটি গুণোভর ধারা,  
এখানে, প্রথম পদ,  $a = 1$

$$\text{সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{-1}{1} = -1$$

$$\text{পদ সংখ্যা} = 2n + 1$$

$$\text{যেহেতু সাধারণ অনুপাত } -1 < 1, \text{ সূতরাঃ } S = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$$

$$\begin{aligned} (2n + 1) \text{ পদের সমষ্টি} &= 1 \cdot \frac{1 + (-1)^{2n+1}}{1 - (-1)} \\ &= \frac{1 - (-1)}{1 + 1} \\ &\quad [\text{এখানে } 2n + 1 \text{ বিজোড় সংখ্যা}] \\ &= \frac{1 + 1}{2} \\ &= \frac{2}{2} = 1 \end{aligned}$$

অতএব, ধারাটির  $(2n + 1)$  পদের নির্ণয় সমষ্টি = 1.  
(Ans.)

৬।  $\log 2 + \log 4 + \log 8 + \dots \dots \dots$  ধারাটির প্রথম দশটি পদের  
সমষ্টি কত?

**সমাধান :** মনে করি, ধারাটির সমষ্টি = S

$$\text{তাহলে, } S = \log 2 + \log 4 + \log 8 + \dots \dots \dots 10\text{টি পদ।}$$

$$= \log 2 + \log 4 + \log 8 + \dots \dots \dots \text{ দশম পদ}$$

$$= \log 2 + \log 2^2 + \log 2^3 + \dots \dots \dots + \log 2^{10}$$

$$= \log 2 + 2 \log 2 + 3 \log 2 + \dots \dots \dots + 10 \log 2$$

$$[\because \log a^n = n \log a]$$

$$= \log 2 [1 + 2 + 3 + \dots \dots \dots + 10]$$

$$= [1 + 2 + 3 + \dots \dots \dots + 10] \times \log 2$$

$$\therefore S = [1 + 2 + 3 + \dots \dots \dots + 10] \times \log 2$$

$$= \frac{10(10 + 1)}{2} \times \log 2$$

$$[1 + 2 + 3 + \dots \dots \dots n = \frac{n(n + 1)}{2} \text{ সূত্র প্রয়োগ করে}]$$

$$= 55 \times \log 2$$

$$= 55 \log 2$$

অতএব, ধারাটির প্রথম দশটি পদের নির্ণয় সমষ্টি =

$$55 \log 2. \text{ (Ans.)}$$

৭।  $\log 2 + \log 16 + \log 512 + \dots \dots \dots$  ধারাটির প্রথম ধারাটি  
পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

**সমাধান :** মনে করি ধারাটির সমষ্টি = S

$$\text{তাহলে, } S = \log 2 + \log 16 + \log 512 + \dots \dots \dots 12\text{টি পদ}$$

$$= \log 2 + \log 16 + \log 512 + \dots \dots \dots 12\text{তম পদ}$$

$$= \log 2 + \log 2^4 + \log 2^9 + \dots \dots \dots 12\text{তম পদ}$$

$$= \log 2 + 4 \log 2 + 9 \log 2 + \dots \dots \dots 12\text{তম পদ}$$

$$[\because \log a^n = n \log a]$$

$$= (1 + 4 + 9 + \dots \dots \dots 12\text{তম পদ}) \times \log 2$$

$$= (1^1 + 2^2 + 3^2 + \dots \dots \dots 12^2) \times \log 2$$

$$= \left\{ \frac{12(12 + 1)(2 \times 12 + 1)}{6} \right\} \log 2$$

$$= \frac{12 \times 13 \times 25}{6} \times \log 2.$$

$$\left[ \because 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots \dots \dots + n^2 = \frac{n(n + 1)(2n + 1)}{6} \right]$$

$$= 650 \log 2$$

∴ পদসংখ্যার প্রথম বার পদের সমষ্টি =  $650 \log 2$  (Ans.)

৮।  $2 + 4 + 8 + 16 + \dots \dots \dots$  ধারাটির  $n$ -সংখ্যক পদের সমষ্টি

254 হলে, n এর মান কত?

**সমাধান :** দেয়া আছে,  $2 + 4 + 8 + 16 + \dots \dots \dots$

এখানে, প্রথম পদ,  $a = 2$

$$\text{এবং সাধারণ অনুপাত, } q = \frac{4}{2} = 2$$

দেয়া আছে, n তম পদের সমষ্টি = 254

$$\text{আমরা জানি, } n \text{ তম পদের সমষ্টি} = \frac{a(q^n - 1)}{q - 1}$$

$$\text{বা, } 254 = \frac{2(2^n - 1)}{2 - 1}$$

$$\text{বা, } 254 = \frac{2(2^n - 1)}{1}$$

$$\text{বা, } 2(2^n - 1) = 254$$

$$\text{বা, } 2^n - 1 = 127$$

$$\text{বা, } 2^n = 127 + 1$$

$$\text{বা, } 2^n = 128$$

$$\text{বা, } 2^n = 2^7$$

$$\therefore n = 7 \text{ (Ans.)}$$

৯।  $2 - 2 + 2 - 2 + \dots \dots \dots$  ধারাটির  $(2n + 2)$  সংখ্যক পদের

সমষ্টি কত?

**সমাধান :** পদসংখ্যার প্রথম ধারাটি একটি গুণোভর ধারা,

এখানে, প্রথম পদ  $a = 2$

$$\text{সর্বকালীন অনুপাত } r = \frac{1}{2} - 1$$

$$\text{পদ সংখ্যা} = 2n + 2$$

$$\text{যেহেতু সাধারণ অনুপাত } -1 < 1 \text{ সুতরাং } S = \frac{a(1-r)}{1-r}$$

সূত্রটি প্রয়োগ করে পাই,

$$(2n+2) \text{ পদের সমষ্টি} = \frac{2(1 - (-1)^{2n+2})}{1 - (-1)}$$

$$= \frac{2(1 - (1))}{1 + 1}$$

[এখানে,  $2n+2$  জোড় সংখ্যা]

$$= \frac{2(1 - 1)}{2}$$

$$= \frac{0}{2}$$

$$= 0$$

অতএব, ধারাটির  $(2n+2)$  পদের সমষ্টি  $= 0$  (Ans.)

$$18। \text{প্রথম } n \text{ সংখ্যাক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি } 441 \text{ হলে,}$$

$n$  এর মান নির্ণয় করু এবং ঐ সংখ্যাগুলোর সমষ্টি নির্ণয় করু।

**সমাধান :** আমরা জানি, প্রথম  $n$  সংখ্যাক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি  $= \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2 = 441$$

$$\text{বা, } \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2 = 21^2$$

$$\text{বা, } \frac{n(n+1)}{2} = 21$$

$$\text{বা, } n(n+1) = 42$$

$$\text{বা, } n^2 + n = 42$$

$$\text{বা, } n^2 + n - 42 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 + 7n - 6n - 42 = 0$$

$$\text{বা, } n(n+7) - 6(n+7) = 0$$

$$\text{বা, } (n+7)(n-6) = 0$$

$$\text{বা, } n+7 = 0 \text{ অথবা } n-6 = 0$$

$$\therefore n = -7 \quad \therefore n = 6$$

কিন্তু  $n$  এর ক্ষণাত্মক মান হতে পারে না

$\therefore n = 6$  (Ans.)

**২য় অংশ :** আমরা জানি,  $n$

$$\text{সংখ্যাক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি} = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$= \frac{6(6+1)}{2} [n = 6 \text{ বসিয়ে}]$$

$$= \frac{6 \times 7}{2}$$

$$= \frac{42}{2}$$

$$= 21 \text{ (Ans.)}$$

$$19। \text{প্রথম } n \text{ সংখ্যাক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি } 225 \text{ হলে,}$$

$n$  এর মান কত? ঐ সংখ্যাগুলোর ঘনের সমষ্টি কত?

**সমাধান :** আমরা জানি, প্রথম  $n$  সংখ্যাক স্বাভাবিক সংখ্যার

$$\text{ঘন-এর সমষ্টি} = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$$

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2 = 225$$

$$\text{বা, } \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2 = (15)^2$$

$$\text{বা, } \frac{n(n+1)}{2} = 15 \text{ [বর্গমূল করে]}.$$

$$\text{বা, } n(n+1) = 30$$

$$\text{বা, } n^2 + n = 30$$

$$\text{বা, } n^2 + n - 30 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 + 6n - 5n - 30 = 0$$

$$\text{বা, } n(n+6) - 5(n+6) = 0$$

$$\text{বা, } (n+6)(n-5) = 0$$

$$\text{বা, } n+6 = 0 \text{ নতুনা } n-5 = 0$$

$$\therefore n = -6 \text{ অথবা } 5$$

কিন্তু  $n$  এর মান ক্ষণাত্মক হতে পারে না

$$\therefore n = 5$$

**বিড়িয় অংশ :** আমরা জানি,  $n$  সংখ্যাক স্বাভাবিক সংখ্যার

$$\text{বর্গের সমষ্টি} = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\text{এখানে, } n = 5$$

$$\therefore \text{নির্ণয় সমষ্টি} = \frac{5(5+1)(2.5+1)}{6}$$

$$= 5 \times 6 (10+1)$$

$$= \frac{5 \times 6 \times 11}{6}$$

$$= 55.$$

অতএব,  $n$  এর নির্ণয় মান 5 এবং ঐ সংখ্যাগুলোর বর্গের সমষ্টি  $= 55$

$$20। \text{দেখাও যে, } 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 10^3 = (1 + 2 + 3 + \dots + 10)^2$$

**সমাধান :** বামপক্ষ  $= 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + 10^3$

আমরা জানি, প্রথম  $n$  সংখ্যাক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘন এর সমষ্টি  $= \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$

$$\text{এখানে, পদ সংখ্যা, } n = 10$$

$$\therefore \text{ধারাটির সমষ্টি} = \left\{ \frac{10(10+1)}{2} \right\}^2$$

$$= (5 \times 11)^2$$

$$= (55)^2$$

$$= 3025$$

আবার, ডানপক্ষ  $= (1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 10)^2$

আমরা জানি, প্রথম  $n$  সংখ্যাক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি

$$\text{অর্থাৎ, } 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\text{এখানে, ধারাটির পদসংখ্যা, } n = 10$$

$$\therefore \text{ধারাটির সমষ্টি} = \left\{ \frac{10(10+1)}{2} \right\}^2$$

$$= (5 \times 11)^2$$

$$= (55)^2$$

$$= 3025$$

$\therefore \text{বামপক্ষ} = \text{ডানপক্ষ} \text{ (দেখানো হলো!)}.$

$\frac{1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3}{1 + 2 + 3 + \dots + n} = 210$  হলে n এর মান কত?

**সমাধান :** প্রদত্ত সমীকরণ,  $\frac{1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3}{1 + 2 + 3 + \dots + n} = 210$

$$\text{বা, } \frac{\left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2 \cdot 2}{n(n+1)} = 210$$

$$\text{বা, } \frac{n^2(n+1)(n+1)}{4} = 210$$

$$\text{বা, } \frac{n^2(n+1)(n+1)}{4} \times \frac{2}{n(n+1)} = 210$$

$$\text{বা, } \frac{n(n+1)}{2} = 210$$

$$\text{বা, } n^2 + n = 420$$

$$\text{বা, } n^2 + n - 420 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 + 21n - 20n - 420 = 0$$

$$\text{বা, } n(n+21) - 20(n+21) = 0$$

$$\text{বা, } (n+21)(n-20) = 0$$

$$\text{বা, } n+21 = 0 \text{ বা, } n-20 = 0$$

$$\therefore n = -21 \text{ বা, } n = 20$$

একেতে n-এর বিগতিক মান গ্রহণযোগ্য নয়।

$$\therefore n = 20$$

অতএব, n-এর নির্ণয় মান = 20. (Ans.)

১১। মিটার দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি লৌহ দড়কে 10টি টুকরায় বিস্তৃত করা হলো যাতে টুকরাগুলোর দৈর্ঘ্য গুণোভর ধারা ন্তৰ করে। যদি বৃহত্তম টুকরাটি ক্ষুদ্রতম টুকরার 10 গুণ হয়, তবে ক্ষুদ্রতম টুকরাটির দৈর্ঘ্যের আসন্ন মিলিমিটারে নির্ণয় কর।

**সমাধান :** এখানে লোহার দড়ের সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য  $s = 1$  মিটার  
= 1000 মিলিমিটার

ধরি, প্রথম টুকরার দৈর্ঘ্য = a

দ্বিতীয় টুকরার দৈর্ঘ্য =  $ar^9$ , যেখানে r সাধারণ অনুপাত।

প্রমতে,  $ar^9 = 10a$

$$\text{বা, } r^9 = 10$$

$$\text{বা, } r = 10^{1/9}$$

$\therefore r = 1.29$  প্রায় [ক্যালকুলেটরের সাহায্যে]

$$\therefore \text{দশ পদের সমষ্টি}, S = \frac{a(r^{10} - 1)}{r - 1} \quad [\because r > 1]$$

$$\text{বা, } 100 = \frac{\{a(1.29)^{10} - 1\}}{(1.29 - 1)} \quad [S \text{ ও } r \text{ এর মান বসিয়ে]$$

$$\text{বা, } 1000 = \frac{a(12.76 - 1)}{29} \quad [\text{ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে]$$

$$\text{বা, } 1000 = \frac{a \times 11.76}{29}$$

$$\text{বা, } a \times 11.76 = 1000 \times 29$$

$$\text{বা, } a = \frac{1000 \times 29}{11.76}$$

$$\text{বা, } a = \frac{290}{11.76}$$

$$\text{বা, } a = 24.6598$$

$$\therefore a = 24.66 \text{ (প্রায়)}$$

ক্ষুদ্রতম টুকরাটির দৈর্ঘ্য 24.66 মিলিমিটার

Ans. 24.66 মিলিমিটার।

২৩। একটি গুণোভর ধারার ১ম পদ a, সাধারণ অনুপাত r, ধারাটির ৪ৰ্থ পদ-২ এবং ৯ম পদ  $8\sqrt{2}$ .

ক) উপরোক্ত তথ্যগুলোকে দুইটি সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

খ) ধারাটির 12তম পদ নির্ণয় কর।

গ) ধারাটি নির্ণয় করে প্রথম 7টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

**সমাধান :**

ক) দেওয়া আছে, গুণোভর ১ম পদ = a

এবং সাধারণ অনুপাত = r

সুতরাং ৪ৰ্থ পদ =  $ar^{4-1} = ar^3$

এবং ৯ম পদ =  $ar^{9-1} = ar^8$

প্রমতে,  $ar^3 = -2$  ..... (i)

$$ar^8 = 8\sqrt{2} \quad \text{..... (ii)}$$

খ) সমাধান ক এর (ii) নংকে (i) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{ar^8}{ar^3} = \frac{8\sqrt{2}}{-2}$$

$$\text{বা, } r^{8-3} = -4\sqrt{2}$$

$$\text{বা, } r^5 = -4\sqrt{2}$$

$$\text{বা, } r^5 = -\{(\sqrt{2})^4 \cdot \sqrt{2}\}$$

$$\text{বা, } r^5 = -\{\sqrt{2}^5\}$$

$$\text{বা, } r^5 = -\sqrt{2}^5$$

$$\therefore r = -\sqrt{2}$$

r-এর মান (ii) নং বসিয়ে পাই

$$a(-\sqrt{2})^8 = 8\sqrt{2}$$

$$\text{বা, } a \cdot \sqrt{2}^8 = 8\sqrt{2}$$

$$\text{বা, } a = \frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{2}^8}$$

$$\text{বা, } a = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}$$

$$[\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2]$$

$$\therefore a = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

∴ ধারাটির 12তম পদ =  $ar^{12-1}$

$$= ar^{11}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (-\sqrt{2})^{11}$$

$$= -\frac{\sqrt{2}^{11}}{\sqrt{2}}$$

$$= -\sqrt{2}^{11-1}$$

$$= -\sqrt{2}^{10}$$

$$= -32 \text{ (Ans.)}$$

গ) যেহেতু  $r < 1$  তাই  $S = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$  সূত্রটি প্রয়োগ করে পাই,

গুণোভর ধারাটির প্রথম ৭টি  
পদের সমষ্টি  $S = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\sqrt{2}}{1 - (-\sqrt{2})} (1 - (-\sqrt{2})^7) \\
&= \frac{\sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} (1 + \sqrt{2}^7) \\
&= \frac{\sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} \cdot \frac{1 + \sqrt{2}^7}{1 + \sqrt{2}} \\
&= \frac{1 + \sqrt{2}^7}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{1 + \sqrt{2}} \\
&= \frac{1 + \sqrt{2}^7}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{1 + \sqrt{2}} \quad (\text{Ans.})
\end{aligned}$$

২৪। কোনো ধারার ॥ তম পদ ২॥ - ৪

- ক) ধারাটির নির্ণয় কর।
  - খ) ধারাটির 10 তম পদ এবং প্রথম 20টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।
  - গ) প্রাপ্ত ধারাটি প্রথম পদকে প্রথম পদ এবং সাধারণ অন্তরকে সাধারণ অনুপাত ধরে একটি নতুন ধারা তৈরি কর এবং সূত্র প্রয়োগ করে ধারাটির প্রথম 8 পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

সমাধান :

- ক) দেওয়া আছে, ধারার  $n$  তম পদ  $2n - 4$   
 এখন  $n = 1, 2, 3 \dots$  বসিয়ে ধারাটি নির্ণয় করা হলো  
 অর্ধাঃ  $n = 1$  হলে  $2n - 4 = 2 \cdot 1 - 4 = -2$   
 . . . .  $n = 2$  হলে  $2n - 4 = 2 \cdot 2 - 4 = 0$   
 . . . .  $n = 3$  হলে  $2n - 4 = 3 \cdot 2 - 4 = 2$   
 সূতরাং ধারাটি হলো,  $-2 + 0 + 2 + \dots$   
 এটি একটি সমান্তর ধারা।

৪) মনে করি সমান্তর ধারার প্রথম পদ  $a = -2$   
 এবং সাধারণ অন্তর  $d = 0 - (-2) = 2$   
 $\therefore 10$  তম পদ  $= a + (10 - 1)d$   
 $= -2 + 9d$   
 $= -2 + 9 \times 2$   
 $= 16$  (Ans.)

$$\begin{aligned}
 \text{এবং প্রথম } 20 \text{টি পদের সমষ্টি } S_{20} &= \frac{20}{2} \{2a + (20-1)d\} \\
 &= 10\{2a + 19 \times 2\} \\
 &= 10\{2(-2) + 38\} \\
 &= 10\{-4 + 38\} \\
 &= 10 \times 34 \\
 &= 340 \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

গ) গুণোত্তর ধারার ১ম পদ  $a = -2$

$$\begin{aligned}
 \text{গুগোলুর ধারার } 8 \text{ পদের সমষ্টি} &= \frac{a(r^8 - 1)}{r - 1} \\
 &= \frac{-2(28 - 1)}{2 - 1} \\
 &= -2(256 - 1) \\
 &= -2 \times 255 \\
 &= -510 \quad (\text{Ans.})
 \end{aligned}$$



► সুজনশীল অংশ

**মাস্টার ট্রেইনার কর্তৃক প্রণীত বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর :**

## □ সাধারণ বহুনির্বাচনি :

□ অধ্যায় শেষে শিক্ষার্থীরা—

- জ্যামিতিক অনুপাত সম্বন্ধে ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- বেখাটশের অঙ্গীকৃতি ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- অনুপাত সম্পর্কিত উপপাদ্যগুলো যাচাই ও প্রমাণ করতে পারবে।
- সদৃশতার অনুপাত সম্বন্ধ উপপাদ্যগুলো যাচাই ও প্রমাণ করতে পারবে।
- প্রতিসমতার ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- হাতে-কলমে বাস্তব উপকরণের সাহায্যে রেখা ও ঘূর্ণ প্রতিসমতা যাচাই করতে পারবে।

মা মনে রাখতে হবে...



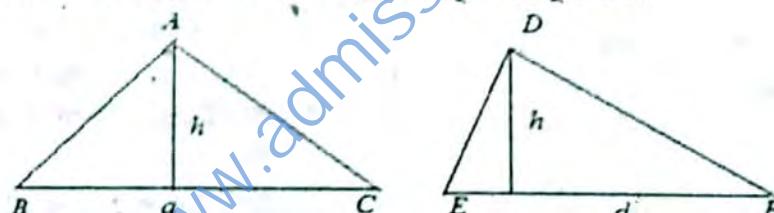
□ অনুপাত ও সমানুপাতের ধর্ম

- i)  $a : b = x : y$  এবং  $c : d = x : y$  হলে,  $a : b = c : d$
- ii)  $a : b = b : a$  হলে,  $a = b$
- iii)  $a : b = x : y$  হলে,  $b : a = y : x$  (ব্যক্তকরণ)
- iv)  $a : b = x : y$  হলে,  $a : x = b : y$  (একান্তরকরণ)
- v)  $a : b = c : d$  হলে,  $ad = bc$  (আঢ়গুণন)
- vi)  $a : b = x : y$  হলে,  $a + b : b = x + y : y$  (যোজন)  
এবং  $a - b : b = x - y : y$  (বিযোজন)
- vii)  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  হলে,  $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$  (যোজন ও বিযোজন)

□ জ্যামিতিক সমানুপাত:

আমরা ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে শিখেছি। এ থেকে দুইটি প্রয়োজনীয় অনুপাতের ধারণা তৈরি করা যায়।

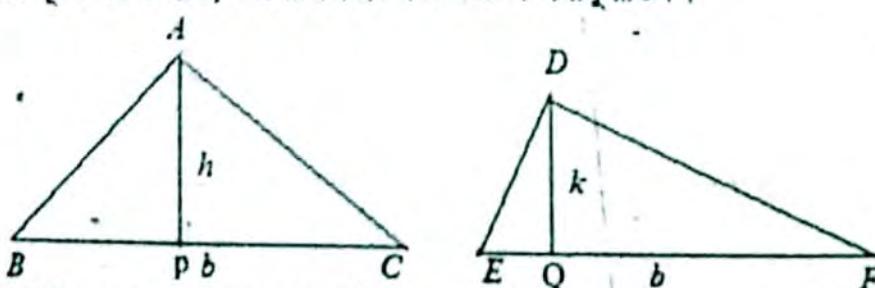
১. দুইটি ত্রিভুজক্ষেত্রের উচ্চতা সমান হলে, তাদের ক্ষেত্রফল ও ভূমি সমানুপাতিক।



মনে করি, ত্রিভুজক্ষেত্র ABC ও DEF এর ভূমি যথাক্রমে  $BC = a$ ,  $EF = d$  এবং উভয় ক্ষেত্রের উচ্চতা  $h$ । সূতরাং,  
ত্রিভুজক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল  $= \frac{1}{2} a \times h$ , ত্রিভুজক্ষেত্র DEF এর ক্ষেত্রফল  $= \frac{1}{2} d \times h$

অতএব, ত্রিভুজক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল : ত্রিভুজক্ষেত্র DEF এর ক্ষেত্রফল  $= \frac{1}{2} a \times h : \frac{1}{2} d \times h$   
 $= a : d = BC : EF$ ।

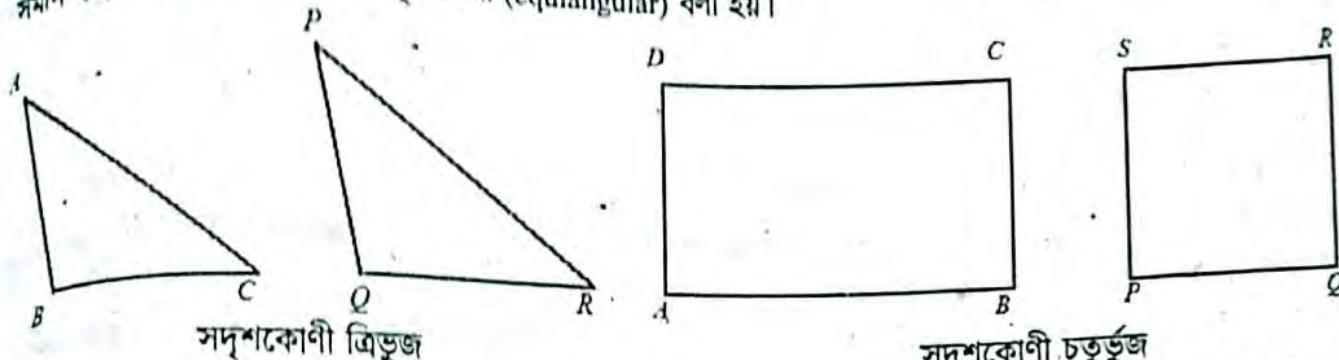
২. দুইটি ত্রিভুজক্ষেত্রের ভূমি সমান হলে, তাদের ক্ষেত্রফল ও উচ্চতা সমানুপাতিক।



মনে করি, ত্রিভুজক্ষেত্র ABC ও DEF এর ভূমি যথাক্রমে  $AP = h$ ,  $DQ = k$  এবং উভয় ক্ষেত্রের ভূমি  $b$ । সূতরাং,  
ত্রিভুজক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল  $= \frac{1}{2} b \times h$ , ত্রিভুজক্ষেত্র DEF এর ক্ষেত্রফল  $= \frac{1}{2} b \times k$

অতএব, ত্রিভুজক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল : ত্রিভুজক্ষেত্র DEF এর ক্ষেত্রফল  $= \frac{1}{2} b \times h : \frac{1}{2} b \times k$   
 $= h : k = AP : DQ$ ।

**সদৃশতা** : গতম খেলিতে ত্রিভুজের সর্বসমতা ও সদৃশতা নিয়ে আলোচনা করা হয়েছে। সাধাৱণভাৱে, সৰ্বসমতা সদৃশতাৰ বিশেষ রূপ।  
দুইটি সর্বসম হলে সেগুলো সদৃশ; তবে চিৰ দুইটি সদৃশ হলে সেগুলো সর্বসম নাও হতে পাৰে।  
**সদৃশকোণী বহুভুজ** : সমান সংখ্যক বাহুবিশিষ্ট দুইটি বহুভুজের একটিৰ কোণগুলো যদি ধাৰাবাহিকভাৱে অপৰটিৰ কোণগুলোৱ  
সমান হয়, তবে বহুভুজ দুইটিকে সদৃশকোণী (equiangular) বলা হয়।



**সদৃশ বহুভুজ** : সমান সংখ্যক বাহুবিশিষ্ট দুইটি বহুভুজের একটিৰ শীৰ্ষবিন্দুগুলোকে যদি ধাৰাবাহিকভাৱে অপৰটিৰ শীৰ্ষবিন্দুগুলো  
সঙ্গে এমনভাৱে মিল কৰা যায় যে, বহুভুজ দুইটিৰ (১) অনুৰূপ কোণগুলো সমান হয় এবং (২) অনুৰূপ বাহুগুলোৱ অনুপাতগুলো  
সমান হয়, তবে বহুভুজ দুইটিকে সদৃশ (Similar) বহুভুজ বলা হয়।

উপৰেৰ চিত্ৰে আমৰা দেখ কৰি যে, ABCD আয়ত ও PQRS বৰ্গ সদৃশকোণী। কাৰণ, উভয় চিত্ৰে বাহুৰ সংখ্যা ৪ এবং আয়তেৰ  
কোণগুলো ধাৰাবাহিকভাৱে বৰ্গটিৰ কোণগুলোৱ সমান (সবগুলো কোণ সমকোণ)। কিন্তু চিত্ৰগুলোৱ অনুৰূপ কোণগুলো সমান  
হলেও অনুৰূপ বাহুগুলোৱ অনুপাত সমান নহয়। ফলে সেগুলো সদৃশ নহয়। ত্রিভুজেৰ ক্ষেত্ৰে অৰ্থাৎ এৰকম হয় না। দুইটি ত্রিভুজেৰ  
শীৰ্ষবিন্দুগুলোৱ কোণ মিলকৰণেৰ ফলে সদৃশতাৰ সংজ্ঞায় উল্লেখিত শৰ্ত দুইটিৰ একটি সত্য হলে অপৰটিৰ সত্য হয় এবং ত্রিভুজ  
দুইটি সদৃশ হয়। অৰ্থাৎ, সদৃশ ত্রিভুজ সৰ্বদা সদৃশকোণী এবং সদৃশকোণী ত্রিভুজ সৰ্বদা সদৃশ।

#### নির্দিষ্ট অনুপাতে রেখাখণ্ডেৰ বিভক্তিকৰণ

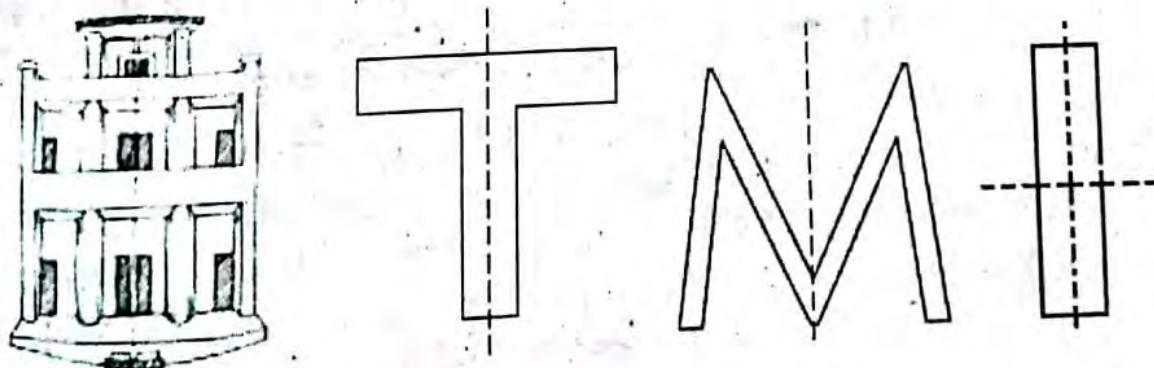
সমতলে দুইটি বিন্দু A ও B এবং m ও n যেকোনো স্বাভাবিক সংখ্যা হলে আমৰা স্বীকাৰ কৰে নিই যে, AB রেখায় এমন  
অন্ত্য বিন্দু X আছে যে, X বিন্দুটি A ও B বিন্দুৰ অন্তৰ্বৰ্তী এবং  $AX : XB = m : n$ .

$$\frac{m}{A} \quad \frac{n}{X} \quad B$$

উপৰেৰ চিত্ৰে, AB রেখাখণ্ড X বিন্দুতে m : n অনুপাতে অন্তৰ্বিভক্ত হয়েছে। তাহলে,  $AX : XB = m : n$ .

#### প্রতিসমতা

প্রতিসমতা একটি প্ৰয়োজনীয় জ্যামিতিক ধাৰণা যা প্ৰকৃতিতে বিদ্যমান এবং যা আমাদেৱ কৰ্মকাণ্ডে প্ৰতিনিয়ত ব্যবহাৰ কৰে  
থাকি। প্রতিসমতাৰ ধাৰণাকে শিল্পী, কাৰিগৱ, ডিজাইনাৰ, সূতাৱৱা প্ৰতিনিয়ত ব্যবহাৰ কৰে থাকেন। গাছেৰ পাতা, ফুল,  
ধাকি। প্রতিসমতাৰ ধাৰণাকে শিল্পী, কাৰিগৱ, ডিজাইনাৰ, সূতাৱৱা প্ৰতিনিয়ত ব্যবহাৰ কৰে থাকেন। যদি কোনো সৱলৱেখা বৱাবৰ কোনো চিৰ ভাঁজ কৱলে,  
তার অংশ দুইটি সম্পূৰ্ণভাৱে মিলে যায় সেক্ষেত্ৰে সৱলৱেখাটিকে প্ৰতিসাম্য রেখা বলা হয়।

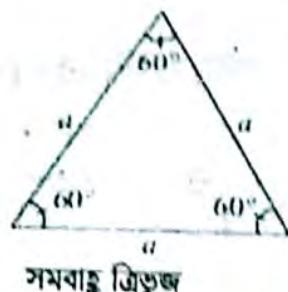


উপৰেৰ চিত্ৰগুলোৱ প্ৰতিটিৰ প্ৰতিসাম্য রেখা রয়েছে। শেষেৰ চিত্ৰটিৰ একাধিক প্ৰতিসাম্য রেখা রয়েছে।

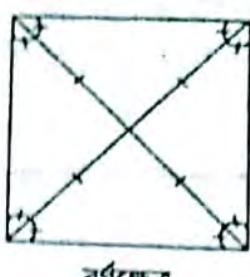
#### সুষম বহুভুজেৰ প্ৰতিসাম্য রেখা

বহুভুজ কৱকগুলো রেখাখণ্ড দ্বাৰা আবদ্ধ চিৰ। বহুভুজেৰ রেখাখণ্ডগুলোৱ দৈৰ্ঘ্য সমান ও কোণগুলো সমান হলে তাকে সুষম বহুভুজ।  
কোণগুলোৱ দৈৰ্ঘ্য সমান নহয় কিন্তু কোণগুলোৱ দৈৰ্ঘ্য সমান হলে তাকে সুষম বহুভুজ। সমবাহু ত্রিভুজ হলো তিনি বহুভুজ।

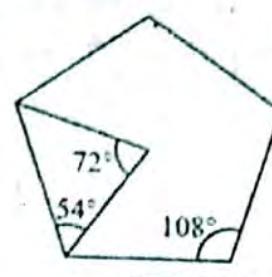
সমবাহু ত্রিভুজের বাহু ও কোণগুলো সমান। চার বহুবিশিষ্ট সূয়ম বহুভুজ হলো বর্গক্ষেত্র। বর্গক্ষেত্রের বাহু ও কোণগুলো সমান। অনুরূপতা এবং সূয়ম পদ্ধতিগুলো সমান।



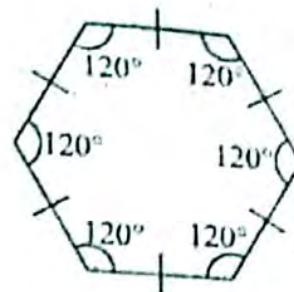
সমবাহু ত্রিভুজ



বর্গক্ষেত্র



সূয়ম পদ্ধতিগুলো



সূয়ম যড়ভুজ

প্রত্যেক সূয়ম বহুভুজ একটি প্রতিসম চিত্র। সুতরাং তাদের প্রতিসাম্য রেখার সম্পর্কে জানা আবশ্যিক। সূয়ম বহুভুজের অনেক বাহুর পাশাপাশি একাধিক প্রতিসাম্য রেখা রয়েছে।

তিনটি প্রতিসাম্য রেখা	চারটি প্রতিসাম্য রেখা	পাঁচটি প্রতিসাম্য রেখা	ছয়টি প্রতিসাম্য রেখা
সমবাহু ত্রিভুজ	বর্গক্ষেত্র	সূয়ম পদ্ধতিগুলো	সূয়ম যড়ভুজ

প্রতিসমতার ধারণার সাথে আয়নার প্রতিফলনের সম্পর্ক রয়েছে। কোনো জ্যামিতিক চিত্রের প্রতিসাম্য রেখা তখনই থাকে, যখন তার অর্ধাংশের প্রতিছবি বাকি অর্ধাংশের সাথে মিলে যায়। এজন্য প্রতিসাম্য রেখা নির্ণয়ে কানুনিক আয়নার অবস্থান রেখার সাহায্য নেয়া হয়। রেখা প্রতিসমতাকে প্রতিফলন প্রতিসমতাও বলা হয়।

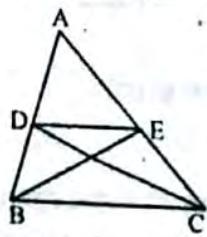


## অনুশীলনী- ১৪.১

### পাঠ্যবইয়ের অনুসিদ্ধান্তের সমাধান

অনুসিদ্ধান্ত-১। ABC ত্রিভুজের BC বাহুর সমান্তরাল কোনো রেখা যদি AB ও AC বাহুকে যথাক্রমে D ও E বিন্দুতে ছেদ করে। তবে,  $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$  এবং  $\frac{AC}{BD} = \frac{AC}{CE}$  হবে।

সমাধান : সাধারণ নির্বচন : ABC ত্রিভুজের BC বাহুর সমান্তরাল কোনো রেখা যদি AB ও AC বাহুকে যথাক্রমে D ও E বিন্দুতে ছেদ করে। তবে,  $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$  এবং  $\frac{AC}{BD} = \frac{AC}{CE}$  হবে।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি,  $\Delta ABC$  এর BC বাহুর সমান্তরাল DE রেখাখন AB ও AC বাহুয়কে অথবা তাদের বর্ধিতাংশয়কে যথাক্রমে D ও E বিন্দুতে ছেদ করেছে।

প্রমাণ করতে হবে যে,  $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$  এবং  $\frac{AC}{BD} = \frac{AC}{CE}$ ।

অঙ্কন : B, E এবং C, D যোগ করি।

প্রধান : ধাপসমূহ

১।  $\Delta ABC$  এবং  $\Delta ADC$  একই উচ্চতা বিশিষ্ট।

$$\therefore \frac{\Delta ABC}{\Delta ADC} = \frac{AB}{AD}$$

$$2। \frac{\Delta ABC}{\Delta ABE} = \frac{AC}{AE}$$

$$3। \text{কিন্তু } \Delta BDE = \Delta DEC$$

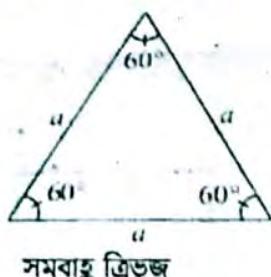
যথার্থতা

১। একই উচ্চতা বিশিষ্ট ত্রিভুজসমূহের ক্ষেত্রফল তৃমিত সমানপূর্ণ।

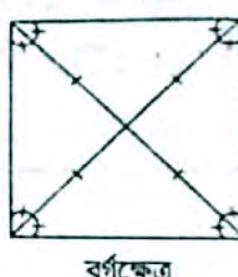
২। [একই]

৩। এরা একই তৃমি DE এর একই পাশে একই সমান্তরাল যুগলের মধ্যে অবস্থিত।

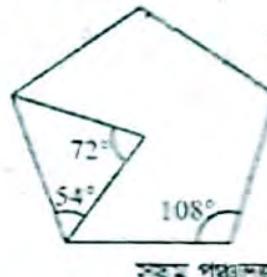
সমবাহু ত্রিভুজের বাহু ও কোণগুলো সমান। চার বহুবিনিষ্ঠ সূচনা বহুভুজ হলো বর্ণক্ষেত্র। বর্ণক্ষেত্রেরও বাহু ও কোণগুলো সমান। অনুরূপভাবে, সূচন পঞ্চভুজ ও সূচন ষষ্ঠিভুজের বাহু ও কোণগুলো সমান।



সমবাহু ত্রিভুজ



বর্গক্ষেত্র



সূচন পঞ্চভুজ



সূচন ষষ্ঠিভুজ

প্রত্যেক সূচন বহুভুজ একটি প্রতিসম চিত্র। সূচনাং তাদের প্রতিসাম্য রেখার সম্পর্কে জ্ঞান আবশ্যিক। সূচন বহুভুজের অন্তর্বাহুর পাশাপাশি একাধিক প্রতিসাম্য রেখা রয়েছে।

তিনটি প্রতিসাম্য রেখা	চারটি প্রতিসাম্য রেখা	পাঁচটি প্রতিসাম্য রেখা	ছয়টি প্রতিসাম্য রেখা

প্রতিসমতার ধারণার সাথে আয়নার প্রতিফলনের সম্পর্ক রয়েছে। কোনো জ্যামিতিক চিত্রের প্রতিসাম্য রেখা তখনই থাকে, এখন তার অর্ধাংশের প্রতিচ্ছবি বাকি অর্ধাংশের সাথে মিলে যায়। এজন্য প্রতিসাম্য রেখা নির্মাণে কার্যান্বয় আয়নার অবহান রেখের সাহায্য নেয়া হয়। রেখা প্রতিসমতাকে প্রতিফলন প্রতিসমতাও বলা হয়।

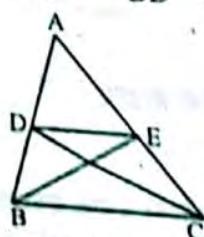


## অনুশীলনী- ১৪.১

### পাঠ্যবইয়ের অনুসিদ্ধান্তের সমাধান

**অনুসিদ্ধান্ত-১।** ABC ত্রিভুজের BC বাহুর সমান্তরাল কোনো রেখা যদি AB ও AC বাহুকে যথাক্রমে D ও E বিন্দুতে ছেদ করে। তবে,  $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$  এবং  $\frac{AC}{BD} = \frac{AC}{CE}$  হবে।

**সমাধান:** সাধারণ নির্বাচন : ABC ত্রিভুজের BC বাহুর সমান্তরাল কোনো রেখা যদি AB ও AC বাহুকে যথাক্রমে D ও E বিন্দুতে ছেদ করে। তবে,  $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$  এবং  $\frac{AC}{BD} = \frac{AC}{CE}$  হবে।



বিশেষ নির্বাচন : মনে করি,  $\triangle ABC$  এর BC বাহুর সমান্তরাল DE রেখাখণ্ড AB ও AC বাহুবর্তকে অথবা তাদের বর্ধিতাংশবর্তকে যথাক্রমে D ও E বিন্দুতে ছেদ করেছে।

প্রমাণ করতে হবে যে,  $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$  এবং  $\frac{AC}{BD} = \frac{AC}{CE}$ ।

অঙ্কন : B, E এবং C, D যোগ করি।

প্রমাণ : ধারণামূল্য

১।  $\triangle ABC$  এবং  $\triangle ADC$  একই উক্তজ বিপিণ্ঠ।

$$\therefore \frac{\Delta ABC}{\Delta ADC} = \frac{AB}{AD}$$

$$2। \frac{\Delta ABC}{\Delta ABE} = \frac{AC}{AE}$$

$$3। \frac{\Delta ABC}{\Delta ABDE} = \frac{AC}{AE}$$

যথার্থতা

ত্রিভুজসমূহের ক্ষেত্রফল সূমির সমানুপাতিক।

৪। [একই]

৫। এরা একই ভূমি DE এর একই পাশে একই সমান্তরাল রুপগুলোর মধ্যে অবস্থিত।

$$\Delta ADE + \Delta BDE = \Delta ADE + \Delta DEC$$

$$\therefore \Delta ABE = \Delta ADC$$

$$\frac{\Delta ABC}{\Delta ADC} = \frac{\Delta ABC}{\Delta ABE}$$

$$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$$

[১ নং ও ২ নং হতে]

[১ নং, ২ নং ও ৩ নং হতে]

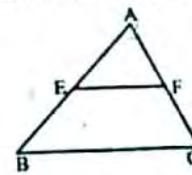
$$\therefore \frac{AB}{AB - AD} = \frac{AC}{AC - AE}$$

$$\text{বা, } \frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CE} \text{ (প্রমাণিত)}$$

অনুসন্ধান-২। ত্রিভুজের কোনো বাহুর মধ্যবিন্দু দিয়ে অপর এক বাহুর সমান্তরাল রেখা তৃতীয় বাহুকে সমদ্বিভিত্তি করে।

সমাধান : সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করতে হবে যে, ত্রিভুজের কোনো বাহুর মধ্যবিন্দু দিয়ে অপর এক বাহুর সমান্তরাল রেখা তৃতীয় বাহুকে সমদ্বিভিত্তি করে।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি,  $\triangle ABC$  এর AB বাহুর মধ্যবিন্দু E। E বিন্দু দিয়ে BC বাহুর সমান্তরাল EF সরলরেখা AC কে F বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে,  $AF = FC$ ।



প্রধান : ধাপসমূহ

১।  $\triangle ABC$  এ  $EF \parallel BC$

$$\therefore \frac{AE}{BE} = \frac{AF}{FC}$$

$$2। \frac{AF}{FC} = \frac{AE}{BE}$$

$$3। AF = FC \text{ (প্রমাণিত)}$$

যথার্থতা

ত্রিভুজের যেকোনো বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা অপর বাহুবয়কে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে।

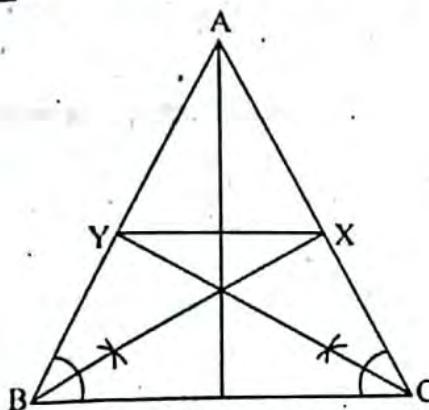
$$[AE = BE]$$

## ১৪.১

### পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান

১। কোনো ত্রিভুজের ভূমি সঙ্গম কোণবয়ের সমদ্বিখণ্ডক দ্বয় বিপরীত বাহু দুইটিকে X ও Y বিন্দুতে ছেদ করে। XY ভূমি সমান্তরাল হলে প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজটি সমদ্বিবাহু।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি,  $\triangle ABC$  এর ভূমি সঙ্গম  $\angle B$  ও  $\angle C$  এর সমদ্বিখণ্ডক দ্বয় বিপরীত বাহু দুইটিকে অর্থাৎ AC ও AB-কে যথাক্রমে X ও Y বিন্দুতে ছেদ করে। XY ভূমি BC-এর সমান্তরাল। প্রমাণ করতে হবে যে,  $\triangle ABC$  সমদ্বিবাহু অর্থাৎ  $AB = AC$ ।

প্রমাণ :  $\triangle ABC$ -এ  $\angle B$  এর সমদ্বিখণ্ডক  $BX$ ।

$$\therefore AB : BC = AX : XC \quad \dots \dots \dots \text{(i)}$$

আবার,  $\triangle ABC$ -এ  $\angle C$  এর সমদ্বিখণ্ডক  $CY$

$$\therefore AC : BC = AY : YB \quad \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

যেহেতু  $XY \parallel BC$

$$\text{সেহেতু } AX : XC = AY : YB \quad \dots \dots \dots \text{(iii)}$$

$\because$  ত্রিভুজের যে কোনো বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা অপর দুই বাহুকে বা তাদের ঘর্ষিতাংশকে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে।

সমীকরণ (i) ও (iii) থেকে পাই,

$$AB : BC = AY : YB \quad \dots \dots \dots \text{(iv)}$$

আবার সমীকরণ (ii) ও (iv) নং হতে পাই, [ii]

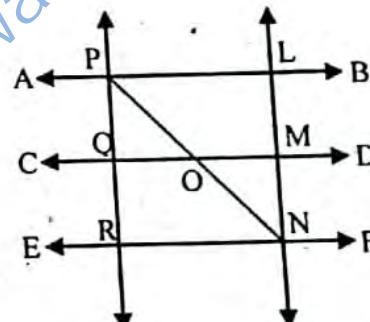
$$AB : BC = AC : BC.$$

$$\therefore AB = AC$$

অর্থাৎ  $\triangle ABC$  সমদ্বিবাহু (প্রমাণিত)

২। প্রমাণ কর যে; কতকগুলো পরস্পর সমান্তরাল সরলরেখাকে দুইটি সরলরেখা ছেদ করলে অনুরূপ অঞ্চলগুলো সমানুপাতিক হবে।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, AB, CD, EF তিনটি সমান্তরাল সরলরেখা। PQR ও LMN দুইটি সরলরেখা উক্ত সরলরেখাগুলোকে যথাক্রমে P,L; Q,M; R,N বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে,  $PQ : QR = LM : MN$ .

অঙ্কন : P,N যোগ করি। PN সরলরেখা QM সরলরেখাকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ :  $\triangle PRN$ -এ  $QO \parallel RN$

$$\therefore PQ : QR = PO : ON \quad \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$\because$  ত্রিভুজের যে কোনো বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা অপর দুই বাহুকে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে।

আবার,  $\triangle NPL$ -এ  $OM \parallel PL$

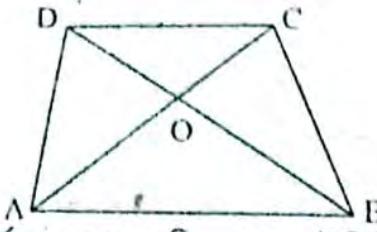
$$\therefore PO : ON = LM : MN \quad \dots \dots \dots \text{(ii)} \text{ [একই কারণে]}$$

সমীকরণ (i) ও (ii) থেকে পাই,

$$PQ : QR = LM : MN \text{ (প্রমাণিত)}$$

৩। প্রমাণ কর যে, ট্রিপিজিয়ামের ক্ষেত্র তিনিম হেদ বিন্দুতে একই অনুপাতে বিভক্ত হয়।

**সমাধান :**



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD ট্রিপিজিয়ামের AB ও DC বাহুয় সমান্তরাল এবং এর কর্তৃত্বয় AC ও BD, O বিন্দুতে হেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে,  $OA : OC = OB : OD$

প্রমাণ : যেহেতু  $AB \parallel DC$  এবং  $AC$  হেদক।

$$\therefore \angle BAC = \angle ACD \quad [\text{একান্তর কোণ বলে}]$$

আবার  $AB \parallel DC$  এবং  $BD$  তাদের হেদক,

$$\therefore \angle ABD = \angle BDC \quad [\text{একান্তর কোণ বলে}]$$

এখন,  $\triangle AOB$  ও  $\triangle COD$ -এ,

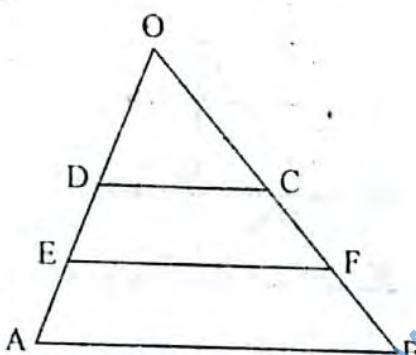
$$\angle OAB = \angle OCD \text{ এবং } \angle OBA = \angle ODC$$

$$\therefore \triangle AOB \text{ ও } \triangle COD \text{ সদৃশ}$$

সদৃশ ত্রিভুজের অনুপূর্ব বাহুগুলো সমানুপাতিক হওয়ায়,  $OA : OC = OB : OD$  (প্রমাণিত)

৪। প্রমাণ কর যে, ট্রিপিজিয়ামের তৃতীক বাহুয়ের মধ্যবিন্দু সহযোজক রেখাখণ্ড সমান্তরাল বাহুয়ের সমান্তরাল।

**সমাধান :**



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, E ও F যথাক্রমে ABCD ট্রিপিজিয়ামে তৃতীক বাহু AD ও BC-এর মধ্যবিন্দু। E, F যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, EF রেখাখণ্ড 'AB' ও 'DC'-এর সমান্তরাল।

অঙ্কন : AD ও BC বাহুয়কে বর্ধিত করি যে বর্ধিত AD ও BC, O বিন্দুতে মিলিত হয়।

প্রমাণ :  $OAB$  ত্রিভুজে,  $DC \parallel AB$

$$\therefore \frac{OD}{DA} = \frac{OC}{CB} \quad [\text{যেহেতু ত্রিভুজের যে কোনো বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা ঐ ত্রিভুজের অপর বাহুয়কে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{OD}{2DE} = \frac{OC}{2CF} \quad [\because E \text{ ও } F \text{ যথাক্রমে } AD \text{ ও } BC\text{-এর মধ্যবিন্দু}]$$

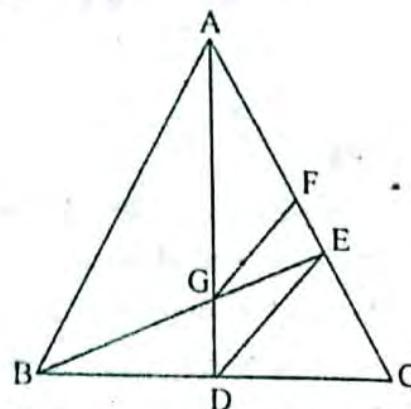
$$\text{বা, } \frac{OD}{DE} = \frac{OC}{CF} \quad [\text{উভয়পক্ষকে } 2 \text{ দ্বারা গুণ করে}]$$

$$\therefore EF \parallel DC \text{ কিন্তু } DC \parallel AB$$

$\therefore EF$  রেখাখণ্ডটি DC ও AB উভয় বাহুয়ই সমান্তরাল। (প্রমাণিত)

৫। ABC ত্রিভুজের AD ও BE মধ্যমদ্রয় পরস্পর G বিন্দুতে হেদ করেছে। G বিন্দুর মধ্য দিয়ে অঙ্কিত DE-এর সমান্তরাল GF রেখাখণ্ড AC কে F বিন্দুতে হেদ করে। প্রমাণ কর যে,  $AC = 6EF$ .

**সমাধান :**



বিশেষ নির্বচন : মনে করি,  $\triangle ABC$ -এর AD ও BE মধ্যমদ্রয় পরস্পর G বিন্দুতে হেদ করেছে। G বিন্দুর মধ্য দিয়ে অঙ্কিত DE-এর সমান্তরাল GF রেখাখণ্ড AC কে F বিন্দুতে হেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে,  $AC = 6EF$ .

প্রমাণ :  $\triangle ADE$ -এ  $GF \parallel DE$

$$\therefore \frac{AG}{GD} = \frac{AF}{EF} \quad [\text{যেহেতু ত্রিভুজের যে কোনো বাহুর সমান্তরাল রেখা ঐ ত্রিভুজের অপর বাহুয়কে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে}]$$

$$\text{অর্থাৎ } \frac{2GD}{GD} = \frac{AF}{EF} \quad [\because \text{ত্রিভুজের মধ্যামত্রয় পরস্পরকে } 2 : 1 \text{ অনুপাতে বিভক্ত করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{2}{1} = \frac{AF}{EF}$$

$$\text{বা, } \frac{2+1}{1} = \frac{AF+EF}{EF} \quad [\text{যোজন করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{3}{1} = \frac{AF+EF}{EF}$$

$$\text{বা, } \frac{3}{1} = \frac{AE}{EF}$$

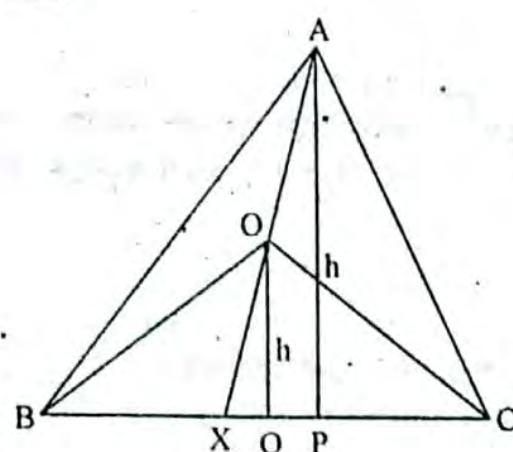
$$\text{বা, } AE = 3EF$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} AC = 3EF \quad [\because E, AC\text{-এর মধ্যবিন্দু}]$$

$$\therefore AC = 6EF \quad (\text{প্রমাণিত})$$

৬।  $\triangle ABC$  এর BC বাহু যেকোনো বিন্দু X এবং AX রেখার O একটি বিন্দু। প্রমাণ কর যে,  $\triangle AOB \cong \triangle AOC \Rightarrow BX \cong XC$ .

**সমাধান :**



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে,  $\triangle ABC$ -এর  $BC$  বাহুর যে কোণে  $X$  এবং  $AX$  রেখাটি  $O$  একটি বিন্দু।  $O, B$  ও  $O, C$  যোগ করা হলো। প্রমাণ করতে হবে যে,  $\triangle AOB : \triangle COX = BX : XC$ .

সমাধান :  $A$  এবং  $O$  বিন্দু থেকে  $BC$  এর উপর যথাক্রমে  $AP$  ও  $OQ$  লম্ব আঁকি।

প্রমাণ :  $\triangle ABX$  এবং  $\triangle ACX$ -এর উচ্চতা  $AP$

$$\therefore \triangle ABX\text{-এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \cdot BX \cdot AP \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$\text{এবং } \triangle ACX\text{-এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \cdot CX \cdot AP \quad \dots \dots \dots (2)$$

আবার,  $\triangle BOX$  ও  $\triangle COX$ -এর উচ্চতা  $OQ$

$$\therefore \triangle BOX\text{-এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \cdot BX \cdot OQ \quad \dots \dots \dots (3)$$

$$\text{এবং } \triangle COX\text{-এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \cdot CX \cdot OQ \quad \dots \dots \dots (4)$$

এবন, (1) - (3) করে পাই,

$$\triangle ABX - \triangle BOX = \frac{1}{2} \cdot BX \cdot AP - \frac{1}{2} \cdot BX \cdot OQ$$

$$\therefore \triangle AOB = \frac{1}{2} \cdot BX \cdot (AP - OQ) \quad \dots \dots \dots (5)$$

আবার, (2) - (5) করে পাই,

$$\triangle ACX - \triangle COX = \frac{1}{2} \cdot CX \cdot AP - \frac{1}{2} \cdot CX \cdot OQ$$

$$\therefore \triangle AOC = \frac{1}{2} \cdot CX \cdot (AP - OQ) \quad \dots \dots \dots (6)$$

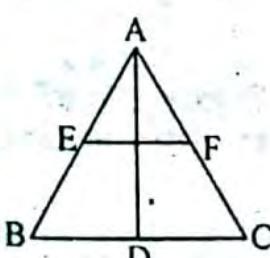
এবন, 5 নং কক্ষে 6 নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{\triangle AOB}{\triangle AOC} = \frac{\frac{1}{2} \cdot BX \cdot (AP - OQ)}{\frac{1}{2} \cdot CX \cdot (AP - OQ)}$$

$$\therefore \triangle AOB : \triangle AOC = BX : XC \quad (\text{প্রমাণিত})$$

ii)  $\triangle ABC$  এর  $\angle A$  এর সমদ্বিখণ্ডক  $BC$ -কে  $D$  বিন্দুতে ছেদ করে।  $BC$  এর সমান্তরাল কোনো রেখাখণ্ড  $AB$  ও  $AC$  কে যথাক্রমে  $E$  ও  $F$  বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ কর যে,  $BD : DC = BE : CF$

সমাধান :



দেওয়া আছে,  $\triangle ABC$ -এর  $\angle A$ -এর সমদ্বিখণ্ডক  $AD$ ,  $BC$ -কে  $D$  বিন্দুতে ছেদ করে।  $BC$ -এর সমান্তরাল  $EF$  যোগে  $AB$  ও  $AC$ -কে যথাক্রমে  $E$  ও  $F$  বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে,  $BD : DC = BE : CF$ .

সমাধান :  $\triangle ABC$ -এর  $AD$ ,  $\angle BAC$ -এর সমদ্বিখণ্ডক।

$$\therefore \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} \quad \dots \dots \dots (i)$$

[যেহেতু ত্রিভুজের যে কোনো কোণের অভিন্নতাক বিপরীত বাহুকে উক্ত কোণ সমান বাহুয়ের অনুপাতে অভিন্নত করে। আবার,  $\triangle ABC$ -এ  $EF \parallel BC$  [করনা অনুসারে]

$$\therefore \frac{AE}{BE} = \frac{AF}{CF} \quad \because \text{ত্রিভুজের যে কোনো বাহুর সমান্তরাল}$$

সরলরেখা অপর দুই বাহুকে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে।

$$\text{বা, } \frac{AE + BE}{BE} = \frac{AF + CF}{CF} \quad [\text{যোজন করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{AB}{BE} = \frac{AC}{CF}$$

$$\text{বা, } \frac{AB}{AC} = \frac{BE}{CF} \quad \dots \dots \dots (ii) \quad [\text{একান্তরণ করে}]$$

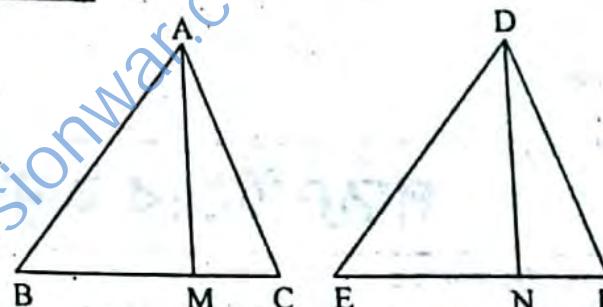
সমীকরণ (i) ও (ii) তুলনা করে পাই,

$$\frac{BD}{DC} = \frac{BE}{CF}$$

অর্থাৎ  $BD : DC = BE : CF$  (প্রমাণিত)

iii)  $ABC$  ও  $DEF$  সদৃশকোণী ত্রিভুজয়ের উচ্চতা  $AM$  ও  $DN$  হলে প্রমাণ কর যে,  $AM : DN = AB : DE$ .

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে,  $\triangle ABC$  ও  $\triangle DEF$  সদৃশকোণী এবং উভাদের উচ্চতা যথাক্রমে  $AM$  ও  $DN$  অর্থাৎ  $AM$  ভূমি  $BC$ -এর ওপর এবং  $DN$  ভূমি  $EF$ -এর ওপর লম্ব। প্রমাণ করতে হবে যে,  $AM : DN = AB : DE$ .

প্রমাণ :  $\triangle ABM$  ও  $\triangle DEN$ -এ

$$\angle AMB = \angle DNE = 90^\circ$$

[ $\because AM, BC$ -এর উপর এবং  $DN, EF$  এর উপর লম্ব]

$$\angle ABM = \angle DEN \quad [\triangle ABC \text{ ও } \triangle DEF \text{ সদৃশকোণী বলে } \angle B = \angle E]$$

এবং অবশিষ্ট  $\angle BAM = \angle EDN$

$\therefore$  ত্রিভুজয় সদৃশকোণী। সূতরাং এরা সদৃশ।

আবার, আমরা জানি, দুটি ত্রিভুজ সদৃশকোণী হলে, উভাদের অনুরূপ বাহুগুলোর অনুপাত সমান হবে।

$$\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{AM}{DN}$$

$$\text{অর্থাৎ } AM : DN = AB : DE \quad (\text{প্রমাণিত})$$

## □ অনুশীলনী- ১৪.২

### পাঠ্যবইয়ের কাজসমূহের সমাধান

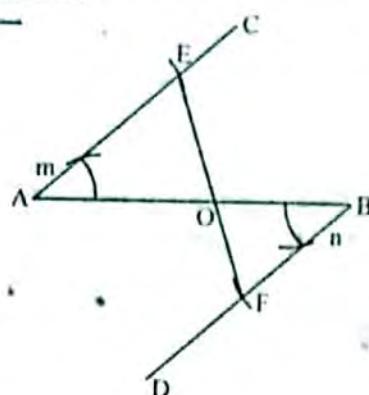
□ কাজ-

- ১। বিকল্প পদ্ধতিতে কোনো রেখাখাকে নির্দিষ্ট অনুপাতে অন্তর্ভুক্ত কর। [পৃষ্ঠা-২০৫]

বিশেষ নির্বচন : মনে করি,  $m$  ও  $n$  দুইটি রেখাখাল এবং  $AB$  অন্য একটি রেখাখাল।

$AB$  রেখাখালকে  $m:n$  অনুপাতে অন্তর্ভুক্ত করতে হবে।

$$\frac{m}{n}$$



অজ্ঞনের বিবরণ :

- ১।  $A$  কিন্তু মেকোনো কোণ  $\angle BAC$  আছি।

- ২।  $B$  কিন্তু  $\angle BAC$  এর সামান করে  $\angle ABD$  আছি।

- ৩।  $AC$  হতে  $m$  এর সমান করে  $AE$  এবং  $BD$  হতে  $n$  এর সমান করে  $BF$  অংশ কেটে নিই।

- ৪।  $E$  ও  $F$  যোগ করি।  $EF, AB$  কে  $O$  কিন্তু হেল কর। তাহলে  $AB$  রেখাখাল  $O$  কিন্তু  $m:n$  অনুপাতে অন্তর্ভুক্ত হলো।

প্রমাণ :  $\triangle AOE \cong \triangle BOF$  এ  $\angle OAE = \angle OBF$  [অঙ্গসমান] এবং  $\angle AOE = \angle BOF$  [বিপ্রতীপ কোণ]

$\therefore$  ত্রিভুজসম।

$$\therefore \frac{OA}{OB} = \frac{AE}{BF} = \frac{m}{n}$$

$\therefore AB$  রেখাখাল  $O$  কিন্তু  $m:n$  অনুপাতে তাগ হলো।

### পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান

১৪.২

- ১। নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

- i) দুইটি রাশির তুলনা করার জন্য তাদের অনুপাত বিবেচনা করা হয়।
- ii) অনুপাত নির্ণয়ের জন্য রাশি দুইটি একই এককে পরিমাপ করতে হয়।
- iii) অনুপাত নির্ণয়ের ক্ষেত্রে রাশি দুটি একই জাতীয় হতে হয়।

নিচের কোনটি সঠিক ?

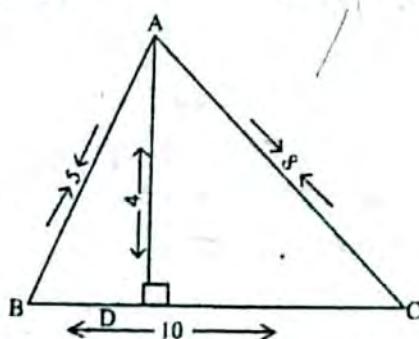
ক i ও ii

গ i ও iii

খ ii ও iii

ঘ i, ii ও iii

ৰ



ওপরের চিত্রের তথ্যানুসারে (২ ও ৩) নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

২.  $\triangle ABC$  এর উচ্চতা ও তৃঙ্গির অনুপাত কত?

ক.  $\frac{1}{2}$       খ.  $\frac{4}{5}$

গ.  $\frac{2}{5}$       ঘ.  $\frac{5}{4}$

৩

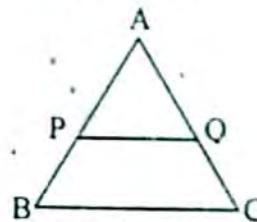
৩.  $\triangle ABC$  এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?

ক. 6      খ. 20

গ. 40      ঘ. 50

৪

৮.  $\triangle ABC$ -এ  $PQ \parallel BC$  হলে নিচের কোনটি সঠিক ?



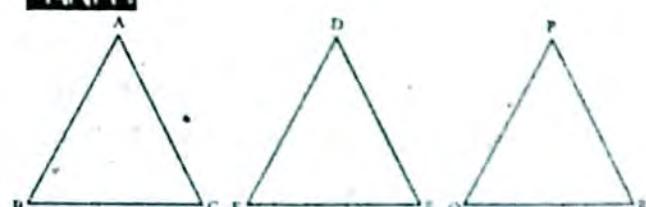
- ক  $AP:PB = AQ:QC$  এবং  $AB:PQ = AC:BC$       খ  $AB:PQ = AC:PC$       গ  $AB:AC = PQ:BC$  এবং  $PQ:BC = BP:BQ$

৫. একটি বর্গের সর্বোচ্চ (মোট) কতটি প্রতিসাম্য রেখা আছে?

- ক ১০টি      খ ৮টি      গ ৬টি      ঘ ৪টি

- ৬। প্রমাণ কর যে, দুইটি ত্রিভুজের প্রত্যেকটি যদি অপর তৃতীয় একটি ত্রিভুজের সমৃদ্ধ হয়, তবে তারা পরস্পর সমৃদ্ধ।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি,  $\triangle ABC$  ও  $\triangle DEF$  উভয়ই অপর তৃতীয় ত্রিভুজ  $\triangle PQR$  এর সমৃদ্ধ। অর্থাৎ  $\triangle ABC$  ও  $\triangle PQR$ -এ  $\angle A = \angle P$ ,  $\angle B = \angle Q$ ,  $\angle C = \angle R$  এবং  $\triangle DEF$  ও  $\triangle PQR$ -এ  $\angle D = \angle P$ ,  $\angle E = \angle Q$  এবং  $\angle F = \angle R$  প্রমাণ করতে হবে যে,  $\triangle ABC$  ও  $\triangle DEF$  পরস্পর সমৃদ্ধ।

প্রমাণ :  $\triangle ABC \sim \triangle PQR$  করে যে,  $\angle B = \angle Q, \angle C = \angle R$

$\therefore \angle R$  ..... (i) [কল্পনা অনুসারে]

এবং  $\triangle DEF \sim \triangle PQR$ -এ

$\angle D = \angle P, \angle E = \angle Q$  এবং  $\angle F = \angle R$  ..... (ii)

[কল্পনা অনুসারে]

(i) ও (ii) হতে পাই,

$\angle A = \angle D, \angle B = \angle E$  এবং  $\angle C = \angle F$ ,

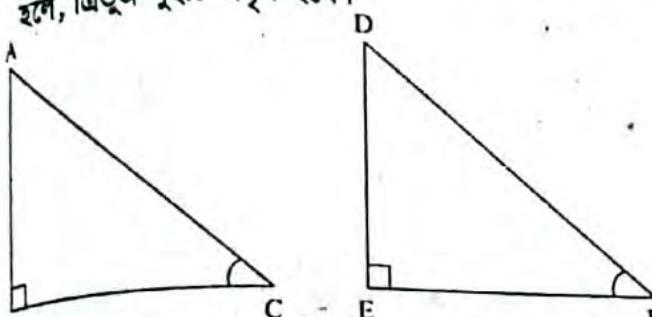
$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEF$  সদৃশকোণী।

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEF$  সদৃশ। (প্রমাণিত)

প্রমাণ কর যে, দুইটি সমকোণী ত্রিভুজের একটির একটি সূক্ষ্মকোণ অপরটির একটি সূক্ষ্মকোণের সমান হলে, ত্রিভুজ দুইটি সদৃশ হবে।

সমাধান :

সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ কর যে, দুইটি সমকোণী ত্রিভুজের একটির একটি সূক্ষ্মকোণ অপরটির একটি সূক্ষ্মকোণের সমান হলে, ত্রিভুজ দুইটি সদৃশ হবে।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি,  $\triangle ABC$  ও  $\triangle DEF$  সমকোণী ত্রিভুজের  $\angle B$  ও  $\angle E$  সমকোণ এবং সূক্ষ্মকোণ  $\angle C = \angle F$ । প্রমাণ করতে হবে যে,  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$  সদৃশ।

প্রমাণ :  $\triangle ABC$  ও  $\triangle DEF$ -এ

$\angle B = \angle E$  [উভয়ই সমকোণ বলে]

$\angle C = \angle F$  [কল্পনা অনুসারে]

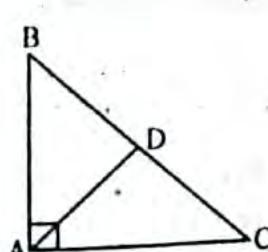
$\therefore$  অবশিষ্ট  $\angle A =$  অবশিষ্ট  $\angle D$

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEF$  সদৃশকোণী

জর্জ  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$  সদৃশ (প্রমাণিত)

প্রমাণ কর যে, সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণিক শীর্ষ থেকে অতিভুজের উপর লম্ব আকলে যে দুইটি সমকোণী ত্রিভুজ উৎপন্ন হয়, তারা পরস্পর সদৃশ এবং প্রত্যেকে মূল ত্রিভুজের সদৃশ।

সমাধান :



সাধারণ নির্বচন : সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণিক শীর্ষ হতে অতিভুজের উপর লম্ব আকলে যে দুইটি ত্রিভুজ উৎপন্ন হয় এবং প্রত্যেকে মূল ত্রিভুজের সদৃশ।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, সমকোণী  $\triangle ABC$ -এ  $\angle BAC =$  একসমকোণ। এটির অতিভুজ  $BC$ । শীর্ষ  $A$  হতে

অতিভুজ  $BC$  এর উপর  $AD$  লম্ব টানি। ফলে দুইটি ত্রিভুজ  $\triangle ABD$  এবং  $\triangle ADC$  উৎপন্ন হয়। প্রমাণ করতে হবে যে,  $\triangle ABD$  এবং  $\triangle ADC$  পরস্পর সমান এবং মূল  $\triangle ABC$ -এর সদৃশ।

প্রমাণ :  $\triangle ABC$  ও  $\triangle ABD$ -এ

$\angle BAC = \angle ADB$  [ $\because$  প্রত্যেকে এক সমকোণ]

এবং  $\angle ABC = \angle ABD$  [সাধারণ কোণ বলে]

$\therefore$  অবশিষ্ট  $\angle ACB =$  অবশিষ্ট  $\angle BAD$

$\therefore \triangle ABC$  ও  $\triangle ABD$  পরস্পর সদৃশকোণী।

সূতরাং  $\triangle ABC \sim \triangle ABD$  ..... (i) [ $\because$  দুইটি ত্রিভুজ সদৃশকোণী হলে উহারা পরস্পর সদৃশ হয়]

আবার,  $\triangle ABC$  ও  $\triangle ABD$ -এ

$\angle BAC$  ও  $\angle ADC$  [ $\because$  প্রত্যেকে এক সমকোণ]

এবং  $\angle ACB = \angle ACD$  [সাধারণ কোণ বলে]

$\therefore$  অবশিষ্ট  $\angle ABC =$  অবশিষ্ট  $\angle CAD$

$\therefore \triangle ABC$  ও  $\triangle ACD$  পরস্পর সদৃশকোণী।

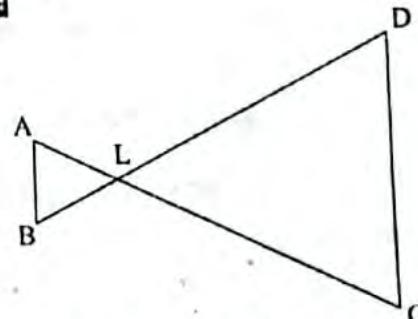
$\therefore \triangle ABC \sim \triangle ACD$  ..... (ii) [ $\because$  দুইটি ত্রিভুজ সদৃশকোণী হলে উহারা পরস্পর সদৃশ হয়।]

সূতরাং (i) নং ও (ii) নং থেকে পাই,

$\therefore \triangle ABD \sim \triangle ACD$  পরস্পর সমান এবং মূল  $\triangle ABC$ -এর সদৃশ। (প্রমাণিত)

১। পাশের চিত্রে  $\angle B = \angle D$  এবং  $CD = 4AB$ . প্রমাণ কর যে,  $BD = 5BL$ .

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : চিত্রে দেওয়া আছে,  $\angle B = \angle D$  এবং  $CD = 4AB$  প্রমাণ করতে হবে যে,  $BD = 5BL$ .

প্রমাণ :  $\triangle ABL$  এবং  $\triangle CDL$ -এ

$\angle B = \angle D$  দেওয়া আছে,

$\therefore \angle ALB = \angle DLC$  (বিপ্রতীপ কোণ বলে।)

এবং অবশিষ্ট  $\angle BAL =$  অবশিষ্ট  $\angle DCL$

$\therefore$  ত্রিভুজদ্বয় সদৃশকোণী তথা সদৃশ।

$\therefore \frac{DC}{AB} = \frac{LD}{BL}$  [ $\because$  সদৃশকোণী ত্রিভুজের অনুরূপ বাহুগুলো সমানপাতিক।]

বা,  $\frac{DC + AB}{AB} = \frac{LD + BL}{BL}$  [যোজন করে পাই]

বা,  $\frac{4AB + AB}{AB} = \frac{BD}{BL}$  [ $\because$  দেওয়া আছে  $CD = 4AB$ ]

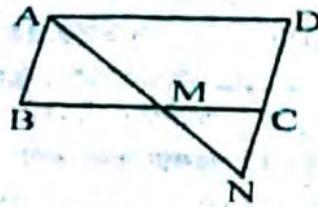
বা,  $\frac{5AB}{AB} = \frac{BD}{BL}$

বা,  $5 = \frac{BD}{BL}$

$\therefore BD = 5BL$  (প্রমাণিত)

১০। ABCD সামান্যরিকের A শীর্ষ দিয়ে অঙ্কিত একটি রেখাখন BC বাহুকে M বিন্দুতে এবং DC বাহু বর্ধিতাখনকে N বিন্দুতে হেস করে। প্রমাণ কর যে,  $BM \times DN$  একটি ধ্রুবক।

**সমাধান :**



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ABCD সামান্যরিকের A শীর্ষ দিয়ে অঙ্কিত  $\triangle AN$  রেখাখন BC বাহুকে M বিন্দুতে এবং DC বাহুর বর্ধিতাখনকে N বিন্দুতে হেস করে। প্রমাণ করতে হবে যে,  $BM \times DN$  একটি ধ্রুবক।

প্রমাণ :  $\triangle ABM$  ও  $\triangle ADN$  -এর মধ্যে  $\angle BAM = \angle AND$  [একান্তর কোণ বলে]

$\angle ABM = \angle ADN$  [সামান্যরিকের বিপরীত কোণ বলে]  
এবং অবশিষ্ট  $\angle AMB = \text{অবশিষ্ট } \angle DAN$

$\therefore$  ত্রিভুজসম সদৃশকোণী। সূতরাং তারা সদৃশ।

$\therefore$  তাদের অনুরূপ বাহুগুলো সমানপুরাতিক।

$$\therefore \frac{BM}{AD} = \frac{AB}{DN}$$

বা,  $BM \times DN = AB \times AD$

কিন্তু AB ও AD, ABCD সামান্যরিকের সন্নিহিত দুটি বাহু।

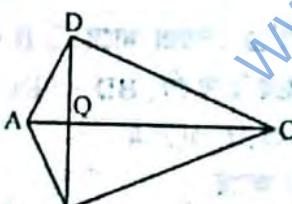
সূতরাং AB ও AD নির্দিষ্ট এবং তাদের গুণফলও নির্দিষ্ট অর্থাৎ ধ্রুবক।

অর্থাৎ  $BM \times DN$  একটি ধ্রুবক। (প্রমাণিত)

১১। পাশের চিত্রে  $BD \perp AC$  এবং  $DQ = BA = \frac{1}{2} QC$ .

প্রমাণ করতে হবে যে,  $AD \perp DC$ .

**সমাধান :**



বিশেষ নির্বচন : প্রদত্ত চিত্রে  $BD \perp AC$  এবং  $DQ = BQ = \frac{1}{2} QC$ . প্রমাণ করতে হবে যে,  $DA \perp DC$ .

প্রমাণ : যেহেতু  $DQ = BQ = \frac{1}{2} QC = \frac{1}{2} QC$ .

সূতরাং  $QC = 2DQ = 2 \cdot \frac{1}{2} QC = QC$

আবার,  $AC = AQ + QC$

$$= AQ + 4AQ \quad [\because QC = 4AQ]$$

$$= 5AQ$$

এখন  $ADQ$  সমকোণী ত্রিভুজ -এ

$$AD^2 = AQ^2 + DQ^2$$

$$= AQ^2 + (2AQ)^2 \quad [\because DQ = 2AQ]$$

$$= AQ^2 + 4AQ^2$$

$$= 5AQ^2 \quad \dots \dots \dots \text{(i)}$$

এবং  $CDQ$  সমকোণী ত্রিভুজ -এ

$$CD^2 = QC^2 + DQ^2$$

$$= (4AQ)^2 + (2AQ)^2$$

$$= 16AQ^2 + 4AQ^2$$

$$= 20AQ^2 \quad \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

সমীকরণ (i) ও (ii) নং যোগ করে পাই,

$$AD^2 + CD^2 = 5AQ^2 + 20AQ^2$$

$$= 25AQ^2$$

$$= (5AQ)^2 \quad [\because AC = 5AQ]$$

$$= (AC)^2$$

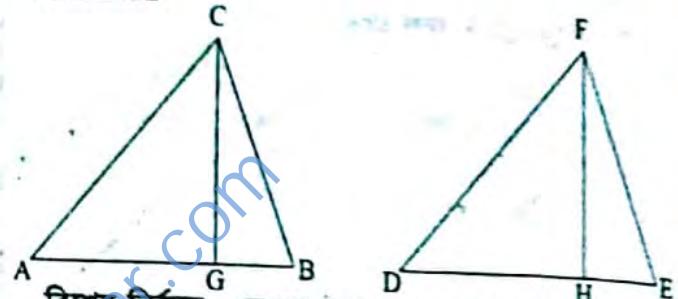
$$= AC^2$$

$$\therefore AD^2 + CD^2 = AC^2$$

$\therefore AD \perp DC$  (পীথাগোরাসের বিপরীত প্রতিজ্ঞা অনুসরী)  
(প্রমাণিত)

১২।  $\triangle ABC$  ও  $\triangle DEF$  এর  $\angle A = \angle D$ . প্রমাণ কর যে,  
 $\triangle ABC : \triangle DEF = AB.AC : DE.DF$ .

**সমাধান :**



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে,  $\triangle ABC$  ও  $\triangle DEF$ -এ  $\angle A = \angle D$ . প্রমাণ করতে হবে,  $\triangle ABC : \triangle DEF = AB.AC : DE.DF$ .

অঙ্কন : C ও F থেকে AB এর DE এর উপর যথাক্রমে CG ও FH লম্ব খৰ্কি। তাহলে, CG ও FH হবে ত্রিভুজ দুটির উচ্চতা।

প্রমাণ :  $\triangle ACG$  ও  $\triangle DFH$ -এ  $\angle A = \angle D$  [দেওয়া আছে]  
এবং  $\angle AGC = \angle DHF$  [প্রত্যেকে সমকোণ]

অবশিষ্ট  $\angle ACG = \text{অবশিষ্ট } \angle DFH$

$\therefore$  ত্রিভুজসম সদৃশকোণী। সূতরাং তারা সদৃশ।

$$\therefore \frac{AC}{DF} = \frac{CG}{FH}$$

এখন  $\triangle$  ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল =  $\frac{1}{2} AB.CG$  এবং  $\triangle$

ক্ষেত্র DEF এর ক্ষেত্রফল =  $\frac{1}{2} DE.FH$

$\therefore$  ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল =  $\frac{1}{2} \times চূমি \times উচ্চতা$

$$\therefore \frac{\triangle ABC}{\triangle DEF} = \frac{\frac{1}{2} AB.CG}{\frac{1}{2} DE.FH}$$

$$= \frac{AB.CG}{DE.FH}$$

$$= \frac{AB.AC}{DE.DF} \quad [\because \frac{CG}{FH} = \frac{AC}{DF}]$$

$\therefore \triangle ABC : \triangle DEF = AB.AC : DE.DF$  (প্রমাণিত)



৪৬৬

মাধ্যমিক গণিত

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{BC}{EF}$$

$$\text{বা, } \frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$$

$$\text{বা, } \frac{3}{2} = \frac{DE}{8}$$

$$\text{বা, } 3DE = 16$$

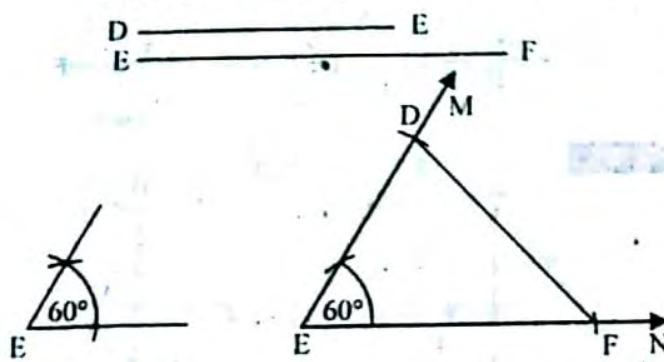
$$\therefore DE = \frac{16}{3} \text{ সে.মি.}$$

$$= 5.33 \text{ সে.মি.}$$

$$\text{বা, } DE = \frac{16}{3} = 5.33 \text{ সে.মি.}$$

$\triangle DEF$  এর,  $DE = 5.33$  সে.মি.,  $EF = 8$  সে.মি.

$\angle B = \angle E = 60^\circ$  ত্রিভুজটি আকতে হবে।



$\triangle DEF$  আকা হলো যার,  $B = 60^\circ$ ,  $EF = 8$  সে.মি.

এবং  $DB = 5.33$  সে.মি.।

$\triangle DEF$  এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

$\triangle ABC \cong \triangle DEF$  সমৃশ।

$$\therefore \frac{\Delta ABC}{\Delta DEF} = \frac{BC^2}{EF^2} = \frac{3^2}{8^2}$$

[দেওয়া আছে,  $BC = 3$  সে.মি. এবং  $EF = 8$  সে.মি.]

$$\text{বা, } \frac{3}{\Delta DEF} = \frac{9}{64}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\Delta DEF} = \frac{3}{64}$$

$$\text{বা, } 3\Delta DEF = 64$$

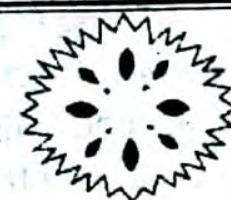
$$\text{বা, } \Delta DEF = \frac{64}{3} \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$\therefore \Delta DEF = 21\frac{1}{3} \text{ বর্গ সে.মি.}$$

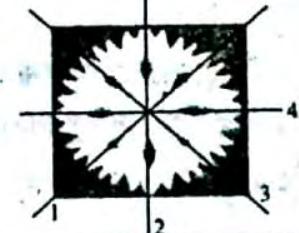
## □ অনুশীলনী- ১৪.৩

### পাঠ্যবইয়ের কাজসমূহের সমাধান

□ কাজ : সুমি কাগজ কেটে পাশের চিত্রের ডিজাইন তৈরি করেছে। চিত্রে প্রতিসম রেখাসমূহ চিহ্নিত করা হলো। এর চারটি প্রতিসম রেখা রয়েছে? [পৃষ্ঠা-২৩৮]



সমাধান : সুমি কাগজ কেটে পাশের চিত্রের ডিজাইন তৈরি করেছে। পাশের চিত্রে প্রতিসম রেখাসমূহ চিহ্নিত করা হলো। এর চারটি প্রতিসম রেখা রয়েছে।



□ কাজ-২: ইরেজি বর্ণমালার যে সকল বর্ণের প্রতিসাম্য রেখা রয়েছে সেগুলো লিখে প্রতিসাম্য রেখা চিহ্নিত কর। [পৃষ্ঠা-২৩৮]

সমাধান

বর্ণ	A	B	C	D	H	I	K	M	O	U	V	W	X
প্রতিসাম্য রেখা	A	B	C	D	H	I	K	M	O	U	V	W	X

# পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান

১৪.৩

নিচে চিত্রসমূহের কোনটির প্রতিসাম্য রেখা রয়েছে?

- (১) বড়ির চিত্র (২) মসজিদের চিত্র (৩) মন্দিরের চিত্র (৪) গীর্জার চিত্র (৫) প্যাগোডার চিত্র (৬) পার্লামেন্ট ভবনের চিত্র (৭) মুখের চিত্র (৮) তাজমহলের চিত্র

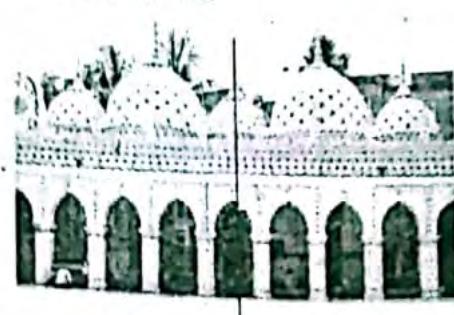
**সমাধান :**

১) বড়ির চিত্র



প্রতিসাম্য রেখা নেই

২) মসজিদের চিত্র



প্রতিসাম্য রেখা আছে

৩) মন্দিরের চিত্র



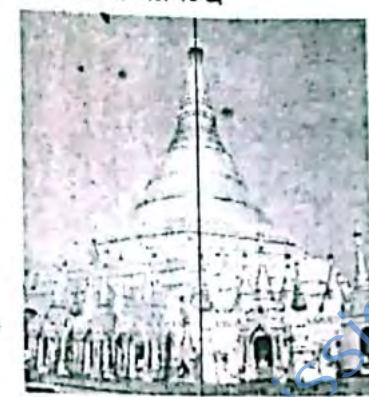
প্রতিসাম্য রেখা আছে

৪) গীর্জার চিত্র



প্রতিসাম্য রেখা আছে

৫) প্যাগোডার চিত্র



প্রতিসাম্য রেখা আছে

৬) পার্লামেন্ট ভবনের চিত্র



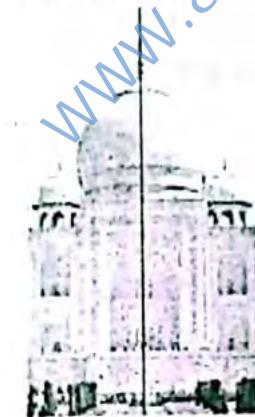
প্রতিসাম্য রেখা আছে

৭) মুখের চিত্র



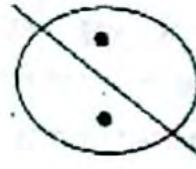
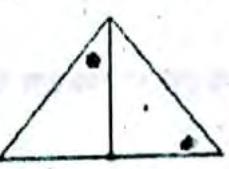
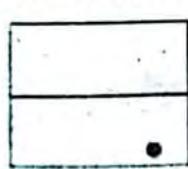
প্রতিসাম্য রেখা আছে

৮) তাজমহলের চিত্র

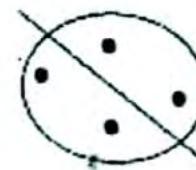
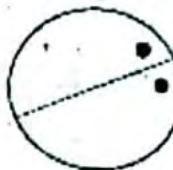
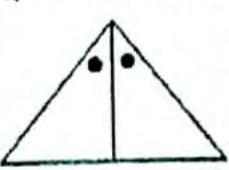
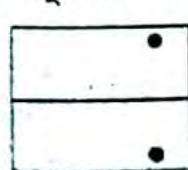
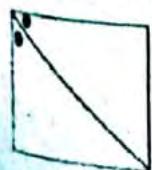


প্রতিসাম্য রেখা আছে

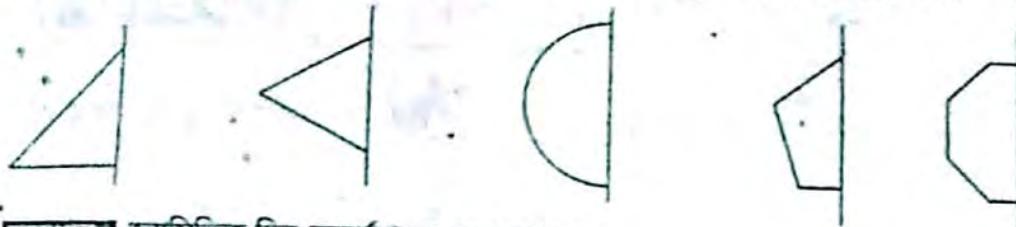
১। প্রতিসাম্য রেখা দেওয়া আছে, অন্য ফুটকি প্রদর্শন কর :



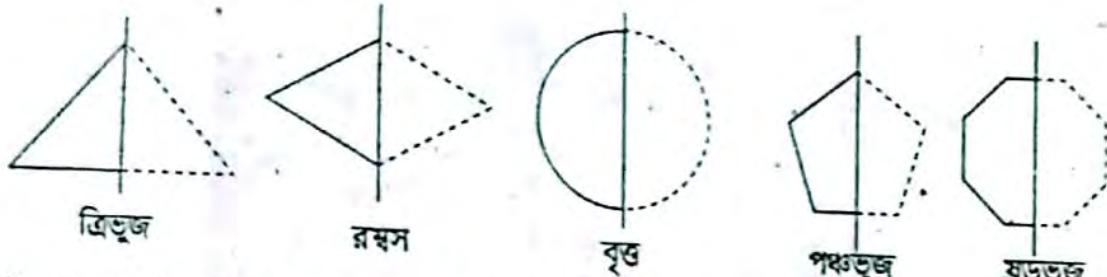
**সমাধান :** নিচে চিত্রগুলোতে অন্য ফুটকি প্রদর্শন করা হলো :



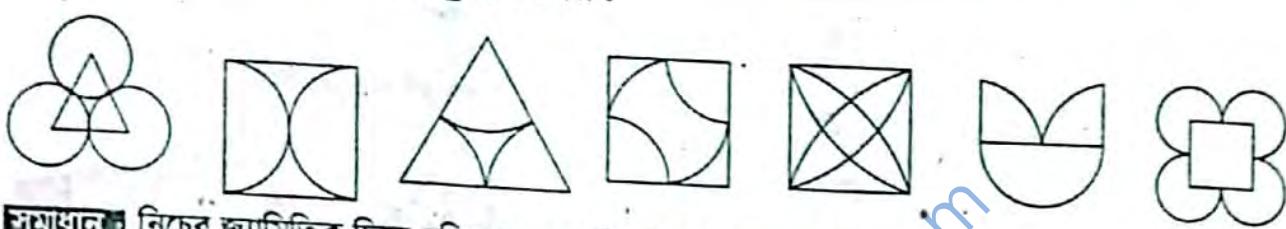
३। प्रतिसाम्य रेखा देखा आहे (ज्याप्रमुख), ज्यामितिक चित्र सम्पूर्ण करा एवं शान्त करा।



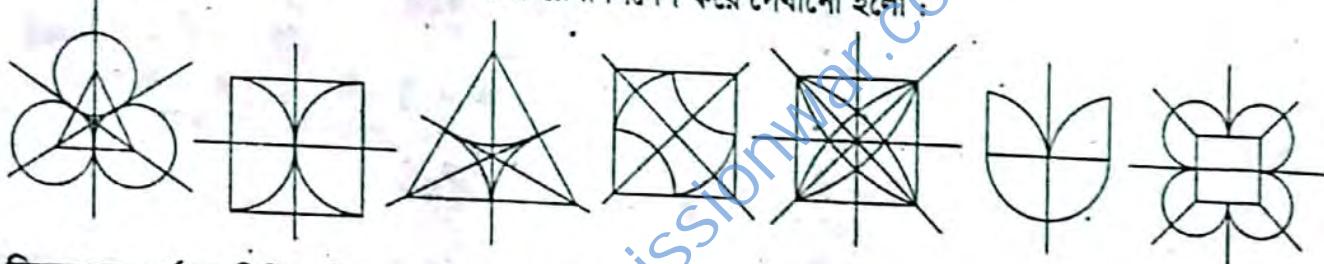
**समाधान :** ज्यामितिक चित्र सम्पूर्ण करणे देखानो हलो :



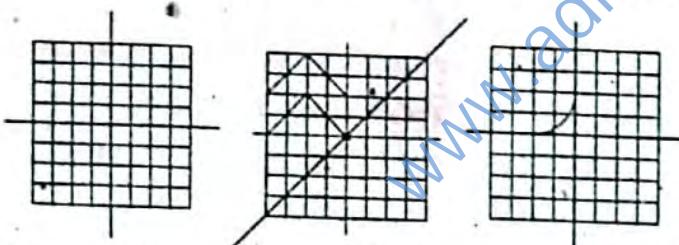
४। निचेर ज्यामितिक चित्रे प्रतिसाम्य रेखा निर्देश करा :



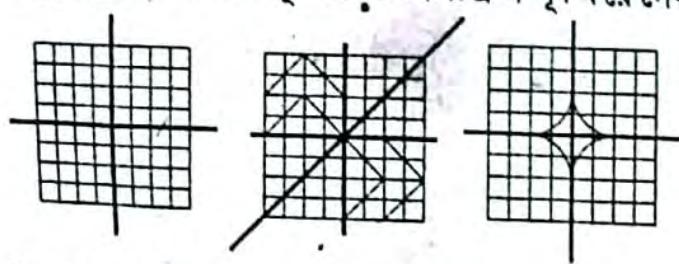
**समाधान :** निचेर ज्यामितिक चित्रे प्रतिसाम्य रेखा निर्देश करणे देखानो हलो :



५। निचेर असम्पूर्ण ज्यामितिक चित्र सम्पूर्ण करा येन आमना रेखा सापेक्षे प्रतिसम हय :



**समाधान :** निचेर असम्पूर्ण ज्यामितिक चित्र सम्पूर्ण करणे देखानो हलो :



६। निचेर ज्यामितिक चित्रेर प्रतिसाम्य रेखार संख्या निर्णय करा :

- क) समद्विबाहु त्रिभुज ख) विषमबाहु त्रिभुज ग) वर्गक्षेत्र घ) रम्बस ङ) सूमम षड्भुज च) पंक्तिभुज छ) बृहत

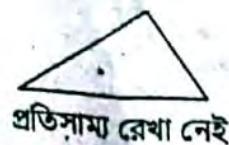
**समाधान :** निचेर ज्यामितिक चित्रेर प्रतिसाम्य रेखार संख्या निर्णय करा हलो :

(क)



प्रतिसाम्य रेखा १टा

(ख)



प्रतिसाम्य रेखा नेही

(ग)



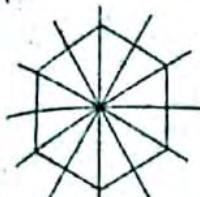
प्रतिसाम्य रेखा ४टा

(घ)



प्रतिसाम्य रेखा २टा

(১)



প্রতিসাম্য রেখা ৬টি

(২)



প্রতিসাম্য রেখা ৫টি

(৩)



প্রতিসাম্য রেখা অসংখ্য

ইংরেজি বর্ণমালার যে সকল বর্ণের

- ক) অনুভূমিক আয়না
- খ) উল্লম্ব আয়না
- গ) অনুভূমিক ও উল্লম্ব উভয় আয়না

সাপেক্ষে প্রতিফলন প্রতিসমতা রয়েছে সেগুলো আৰু।

**সমাধান :**

(ক)

(খ)

(গ)

ইংরেজি বর্ণমালা	অনুভূমিক আয়না	উল্লম্ব আয়না	অনুভূমিক ও উল্লম্ব আয়না
A	×	✓	×
B	✓	✗	✗
C	✓	✗	✗
D	✓	✗	✗
H	✓	✓	✓
I	✓	✓	✓
K	✓	✗	✗
M	✗	✓	✗
O	✓	✓	✓
V	✗	✓	✗
U	✗	✓	✗
W	✗	✓	✗
X	✓	✓	✓

৮। প্রতিসমতা নেই এমন তিনটি চিত্র অঙ্কন কর।

সমাধান : প্রতিসমতা নেই এমন তিনটি চিত্র নিচে অঙ্কন করা হলো :



## □ অনুশীলনী- ১৪.৪

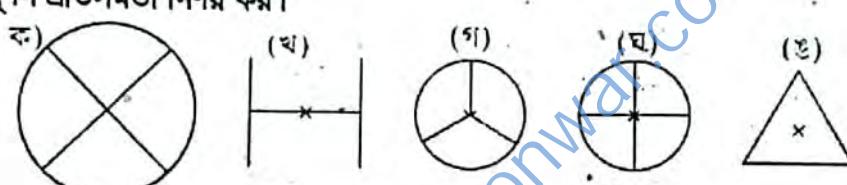
### পাঠ্যবইয়ের কাজসমূহের সমাধান

কাজ-১: তোমার চারপাশের পরিবেশ থেকে ৫টি সমতলীয় বস্তুর উদাহরণ দাও যাদের ঘূর্ণন প্রতিসমতা রয়েছে। [পৃষ্ঠা-২৪০]

সমাধান : আমার চারপাশের পরিবেশ থেকে ৫টি সমতলীয় বস্তুর উদাহরণ দেওয়া হলো : যাদের ঘূর্ণন প্রতিসমতা রয়েছে।

যেমন : ১। বৈদ্যুতিক পাখা, ২। ঘড়ির কাঁটা, ৩। প্রিজম, ৪। বৃক্ষ ও ৫। দরজা।

২। নিচের চিত্রের ঘূর্ণন প্রতিসমতা নির্ণয় কর।



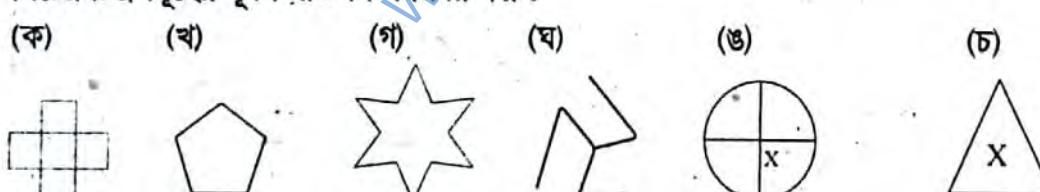
সমাধান : চিত্রের ঘূর্ণন প্রতিসমতা নির্ণয় করা হলো :

(ক) 4; (খ) 2; (গ) 3; (ঘ) 4; (ঢ) 3;

### পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান

১৪.৪

১। নিচের চিত্রসমূহের ঘূর্ণন প্রতিসমতা নির্ণয় কর :

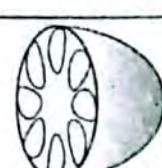


সমাধান : চিত্রের ঘূর্ণন প্রতিসমতা নির্ণয় করা হলো :

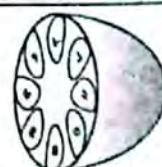
(ক) 4; (খ) 5; (গ) 6; (ঘ) 3; (ঝ) 4; (চ) 3;

২। একটি লেবু আড়াআড়ি কেটে চিত্রের ন্যায় আকার পাওয়া গেল।

সমতলীয় চিত্রটির ঘূর্ণন প্রতিসমতা নির্ণয় কর।



সমাধান : সমতলীয় চিত্রটির ঘূর্ণন প্রতিসমতা নির্ণয় করা হলো :





অধ্যায় পাঠ শেষে শিক্ষার্থীরা –

- বহুভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- ক্ষেত্রফল সংজ্ঞান্ত উপপাদ্য যাচাই ও প্রমাণ করতে পারবে।
- প্রদত্ত উপাদ্য ব্যবহার করে বহুভুজ ক্ষেত্র অঙ্কন ও অঙ্কনের যথার্থতা যাচাই করতে পারবে।
- ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান চতুর্ভুজক্ষেত্র অঙ্কন করতে পারবে।
- চতুর্ভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান ত্রিভুজক্ষেত্র অঙ্কন করতে পারবে।
- বিভিন্ন প্রকার জ্যামিতিক কারিগরি চিত্র অঙ্কন করতে পারবে।

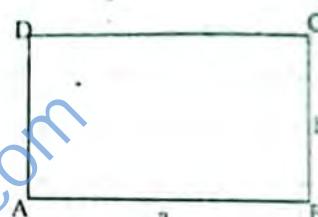
যা মনে রাখতে হবে...



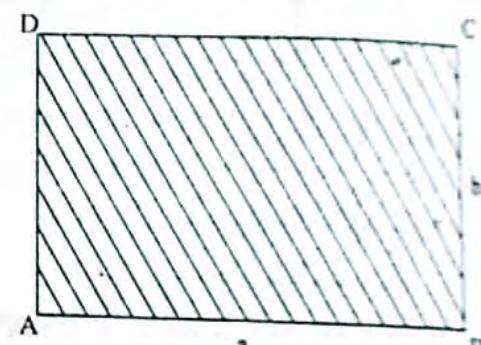
সমতল ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল :

প্রত্যেক সীমাবদ্ধ সমতল ক্ষেত্রের নির্দিষ্ট ক্ষেত্রফল রয়েছে। এই ক্ষেত্রফল পরিমাপের জন্য সাধারণত এক একক বাহুবিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলকে বর্গ একক হিসেবে গ্রহণ করা হয়। যেমন, যে বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য এক সেন্টিমিটার তার ক্ষেত্রফল হবে এক বর্গসেন্টিমিটার।

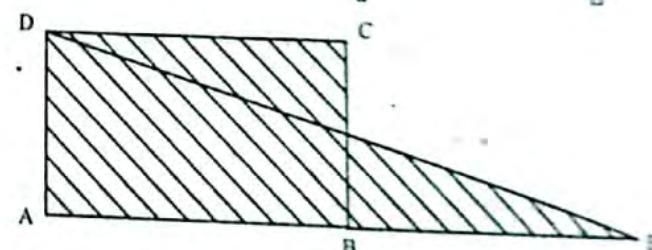
আমরা জানি,



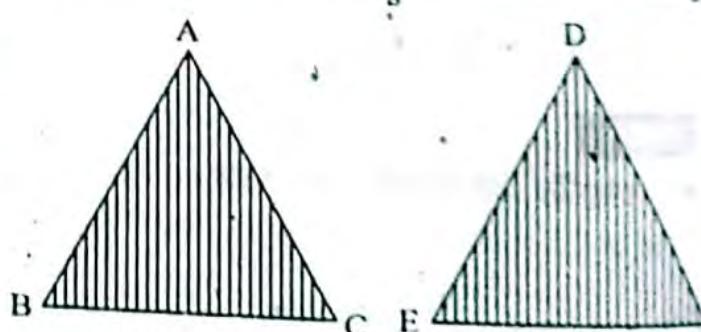
- ক) ABCD আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য  $AB = a$  একক (যথা, মিটার), প্রস্থ  $BC = b$  একক (যথা, মিটার) হলে, ABCD আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল =  $ab$  বৃগ একক (যথা, বর্গমিটার।)



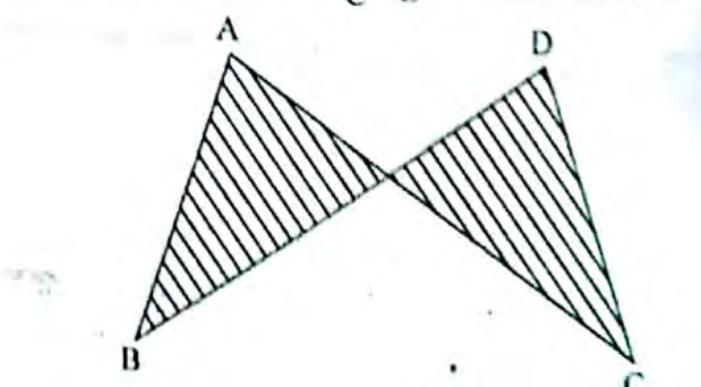
- খ) ABCD বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য =  $a$  একক (যথা, মিটার) হলে, ABCD বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল =  $a^2$  বৃগ একক (যথা, বর্গমিটার।)



দুইটি ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সমান হলে তাদের মধ্যে '=' চিহ্ন ব্যবহার করা হয়। যেমন, ABCD আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = AED ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল। উল্লেখ্য যে,  $\triangle ABC$  ও  $\triangle DEF$  সর্বসম হলে,  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$  দেখা হয়। এক্ষেত্রে অবশ্যই  $\triangle ABC$  এর ক্ষেত্রফল =  $\triangle DEF$  এর ক্ষেত্রফল। কিন্তু দুইটি ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সমান হলেই ত্রিভুজ দুইটি সর্বসম হয় না।



যেমন, চিত্রে  $\triangle ABCD$  এর ক্ষেত্রফল =  $\triangle DBC$  এর ক্ষেত্রফল। কিন্তু  $\triangle ABC$  ও  $\triangle DBC$  সর্বসম নয়।





অঙ্কন : BC বাহুর উপর A বিন্দু হতে AE শৰ্ষ অক্ষেন করি।

প্রমাণ : A বিন্দু হতে BC বাহুর উপর AD মধ্যামা

[কর্মনানুসারে]

$\therefore D, BC$  বাহুর মধ্যবিন্দু।

অর্থাৎ  $BD = CD \dots \dots \dots \text{(i)}$

এখন,  $\triangle ABD$  এবং  $\triangle ACD$  এর তৃমি ব্যাখ্যামে  $BD$  এবং  $CD$  কর্মনা করলে,  $AE$  উভয় ত্রিভুজের উচ্চতা হবে।

আমরা জানি, ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল =  $\frac{1}{2} \times$  তৃমি  $\times$  উচ্চতা

$$\therefore \frac{\Delta ABD}{\Delta ACD} = \frac{\frac{1}{2} \times BD \times AE}{\frac{1}{2} \times CD \times AE}$$

$$\text{বা, } \frac{\Delta ABD}{\Delta ACD} = \frac{BD}{CD}$$

$$\text{বা, } \frac{\Delta ABD}{\Delta ACD} = \frac{CD}{CD} \quad [\because \text{(i) নং হতে } BD = CD]$$

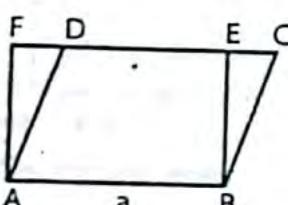
$$\text{বা, } \frac{\Delta ABD}{\Delta ACD} = 1$$

$\therefore \Delta ABD = \Delta ACD$  [আড়গুণ করে]

অর্থাৎ  $\triangle$  ক্ষেত্র  $ABD = \triangle$  ক্ষেত্র  $ACD$ . (প্রমাণিত)

৮। একটি সামান্যরিকক্ষেত্র এবং সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি আয়তক্ষেত্র একই তৃমির উপর এবং এর একই পাশে অবস্থিত। দেখাও যে, সামান্যরিক ক্ষেত্রটির পরিসীমা আয়তক্ষেত্রটির পরিসীমা অপেক্ষা বৃহত্তর।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি,  $ABEF$  আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল =  $ABCD$  সামান্যরিকক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল।

প্রমাণ করতে হবে যে, সামান্যরিকক্ষেত্রের পরিসীমা > আয়তক্ষেত্রটির পরিসীমা।

প্রমাণ : সামান্যরিকক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হওয়ায়,  $ABCD$  সামান্যরিক ক্ষেত্র ও  $ABEF$  আয়তক্ষেত্র একই তৃমি  $AB$ -এর উপর এবং একই সমান্তরালযুগ্ম  $AB$  ও  $CF$ -এর মধ্যে অবস্থিত। আয়তক্ষেত্রের প্রত্যেকটি কোণ সমকোণ।

সুতরাং,  $BCE$  সমকোণী ত্রিভুজ।  $BC, BCE$  সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ হওয়ায়  $BC > BE$ .

এখন, আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা =  $2(AB + BE)$

$$= 2AB + 2BE$$

এবং সামান্যরিকক্ষেত্রের পরিসীমা =  $2(AB + BC)$

$$= 2AB + 2BC$$

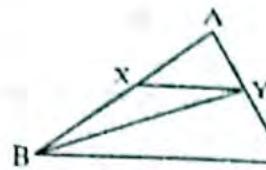
যেহেতু  $BC > BE$

$$\therefore 2AB + 2BC > 2AB + 2BE$$

অর্থাৎ, সামান্যরিকক্ষেত্রের পরিসীমা > আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা। (প্রমাণিত)

৯।  $\triangle ABC$  এর  $AB$  ও  $AC$  বাহুযোর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে  $X$  ও  $Y$ , প্রমাণ কর যে,  $\triangle$  ক্ষেত্র  $AXY$  এর ক্ষেত্রফল =  $\frac{1}{4}$  ( $\triangle$  ক্ষেত্র  $ABC$  এর ক্ষেত্রফল).

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : দেয়া আছে,  $\triangle ABC$ -এর  $AB$  ও  $AC$  এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে  $X$  ও  $Y$ ।  $X, Y$  যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে,  $\triangle$  ক্ষেত্র  $AXY = \frac{1}{4}$  ( $\triangle$  ক্ষেত্র  $ABC$ )।

অঙ্কন :  $B, Y$  যোগ করি।

প্রমাণ : আমরা জানি, ত্রিভুজের মধ্যামা ত্রিভুজটিকে সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট দুটি ত্রিভুজে বিভক্ত করে।

$\therefore \triangle ABC$ -এর  $AC$  বাহুর মধ্যবিন্দু  $Y$ ,

$BY$  মধ্যমা

$$\therefore \triangle$$
 ক্ষেত্র  $ABY = \frac{1}{2}$  ( $\triangle$  ক্ষেত্র  $ABC$ ) ..... (ii)

আবার,  $\triangle ABY$ -এর  $AB$  বাহুর মধ্যবিন্দু  $X$

$\therefore XY$  মধ্যমা

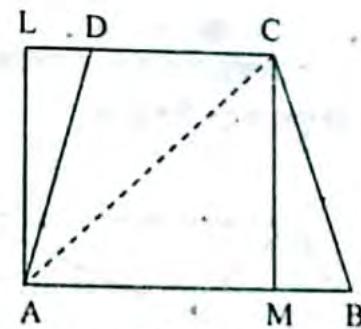
$$\therefore \triangle$$
 ক্ষেত্র  $AXY = \frac{1}{2}$  ( $\triangle$  ক্ষেত্র  $ABY$ )

$$\text{বা, } \triangle \text{-ক্ষেত্র } AXY = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{2} (\triangle \text{ ক্ষেত্র } ABC) \right\} [(i) \text{ এর সাহায্যে}]$$

$$\therefore \triangle \text{ ক্ষেত্র } AXY = \frac{1}{4} (\triangle \text{ ক্ষেত্র } ABC). \text{ (প্রমাণিত)}$$

১০। চিত্রে,  $ABCD$  একটি ট্রাপিজিয়াম। এর  $AB$  ও  $CD$  বাহু দুইটি সমান্তরাল। ট্রাপিজিয়ামক্ষেত্র  $ABCD$  এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি,  $ABCD$  একটি ট্রাপিজিয়াম। এর  $AB$  ও  $CD$  বাহু দুইটি সমান্তরাল। ট্রাপিজিয়াম ক্ষেত্র  $ABCD$ -এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে হবে।

অঙ্কন :  $A$  থেকে বর্ধিত  $CD$  এর উপর  $AL$  এবং  $C$  থেকে  $AB$ -এর উপর  $CM$  লম্ব টানি।  $A$  ও  $C$  যোগ করি।

ক্ষেত্রফল নির্ণয় : ট্রাপিজিয়াম  $ABCD$ ,  $AC$  ঘারা  $\triangle$  ক্ষেত্র  $ACD$  এবং  $\triangle$  ক্ষেত্র  $ABC$  এ বিভক্ত হয়েছে।

$CM$  লম্ব হওয়ায়  $\triangle$  ক্ষেত্র  $ABC$  এর তৃমি  $AB$  এবং  $CM$  উচ্চতা।

$\Delta$  ক্ষেত্র ACD-এর ভূমি CD এবং উচ্চতা AL, একই সমান্তরাল যুগলের মধ্যে অবস্থিত হওয়ায়  $CM = AL$  এখন,

$$\Delta \text{ক্ষেত্র } ABC = \frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা}$$

$$= \frac{1}{2} AB \times CM$$

$$\Delta \text{ক্ষেত্র } ACD = \frac{1}{2} \times CD \times AL$$

$$= \frac{1}{2} \times CD \times CM [\because AL = CM]$$

সূতরাং, ট্রাপিজিয়ামক্ষেত্র ABCD-এর ক্ষেত্রফল

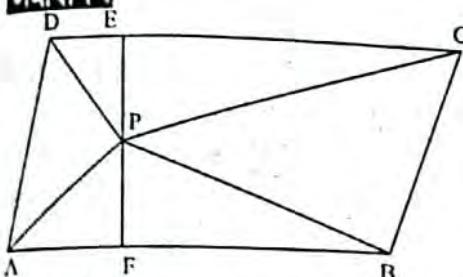
$$= \frac{1}{2} AB \times CM + \frac{1}{2} CD \times CM$$

$$= \frac{1}{2} (AB + CD) \times CM$$

$$= \frac{1}{2} \times (\text{সমান্তরাল বাহু দুটির যোগফল}) \times \text{উচ্চতা}$$

(ii) সামান্তরিক ABCD-এর অভ্যন্তরে P যেকোনো একটি বিন্দু। প্রমাণ কর যে,  $\Delta$  ক্ষেত্র PAB এর ক্ষেত্রফল +  $\Delta$  ক্ষেত্র PCD এর ক্ষেত্রফল =  $\frac{1}{2}$  (সামান্তরিকক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল)।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD একটি সামান্তরিক, P এর অভ্যন্তরে যে কোনো একটি বিন্দু। P, A; P, B; P, C; P, D যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে,  $\Delta$  ক্ষেত্র PAB +  $\Delta$  ক্ষেত্র PCD =  $\frac{1}{2}$  (সামান্তরিক ক্ষেত্র ABCD)।

অঙ্কন : P বিন্দু হতে AB ও CD এর উপর যথাক্রমে PF ও PE লম্ব খৰি।

প্রমাণ : ABCD সামান্তরিক ক্ষেত্রটির ভূমি AB ও উচ্চতা EF হওয়ায় ABCD সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল =  $AB \times EF$  ..... (i)

$\Delta$  PAB-এর ভূমি AB ও উচ্চতা PF

$$\Delta \text{ক্ষেত্র } PAB = \frac{1}{2} (AB \times PF) \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

এবং  $\Delta$  PCD এর ভূমি CD ও PE উচ্চতা হওয়ায়,

$$\Delta \text{ক্ষেত্র } PCD = \frac{1}{2} \times (CD \times PE)$$

$$\therefore \Delta \text{ক্ষেত্র } PCD = \frac{1}{2} \times (AB \times PE) \dots \dots \dots \text{(iii)}$$

[সামান্তরিকের বিপরীত বাহু বলে  $AB = CD$ ]

এখন, (ii) নং এবং (iii) নং যোগ করে পাই,

$$\Delta \text{ক্ষেত্র } PAB + \Delta \text{ক্ষেত্র } PCD = \frac{1}{2} (AB \times PF) + \frac{1}{2} (AB \times PE)$$

$$= \frac{1}{2} AB (PF + PE)$$

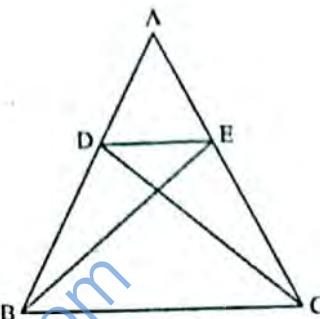
$$= \frac{1}{2} \times (AB \times EF)$$

$$= \frac{1}{2} \times (\text{সামান্তরিকক্ষেত্র } ABCD) [(\text{i}) \text{ নং এর সাহায্যে}]$$

$$\therefore \Delta \text{ক্ষেত্র } PAB + \Delta \text{ক্ষেত্র } PCD = \frac{1}{2} (\text{সামান্তরিকক্ষেত্র } ABCD). \text{ (প্রমাণিত)}$$

(১২)  $\Delta$ ABC এ BC ভূমির সমান্তরাল যেকোনো সরলরেখা AB ও AC বাহুকে যথাক্রমে D ও E বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ কর যে,  $\Delta$  ক্ষেত্র DBC =  $\Delta$  ক্ষেত্র EBC এবং  $\Delta$  ক্ষেত্র DBE =  $\Delta$  ক্ষেত্র CDE.

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে,  $\Delta$ ABC-এর ভূমি BC এর সমান্তরাল যেকোনো সরলরেখা AB ও AC বাহুকে যথাক্রমে D ও E বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে,  $\Delta$  ক্ষেত্র DBC =  $\Delta$  ক্ষেত্র EBC এবং  $\Delta$  ক্ষেত্র DBE =  $\Delta$  ক্ষেত্র CDE.

প্রমাণ :  $\Delta$ DBC ও  $\Delta$ EBC একই ভূমি BC এর উপর এবং একই সমান্তরাল রেখাযুগল BC ও DE এর মধ্যে অবস্থিত।

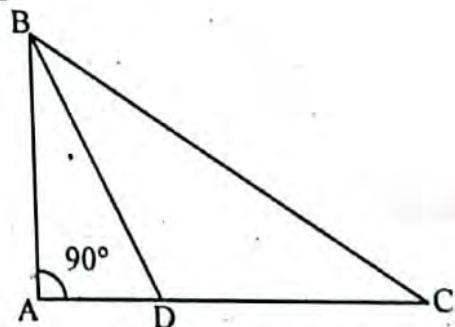
$$\therefore \Delta \text{ক্ষেত্র } DBC = \Delta \text{ক্ষেত্র } EBC$$

আবার  $\Delta$ DBE ও  $\Delta$ CDE একই ভূমি DE এর উপর এবং একই সমান্তরাল রেখাযুগল DE ও BC এর মধ্যে অবস্থিত।

অতএব,  $\Delta$  ক্ষেত্র DBE =  $\Delta$  ক্ষেত্র CDE. (প্রমাণিত)

(১৩) ABC ত্রিভুজের  $\angle A$  = এক সমকোণ। D, AC এর উপর একটি বিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে,  $BC^2 + AD^2 = BD^2 + AC^2$

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন :  $\Delta$ ABC এর  $\angle A$  = এক সমকোণ। D, AC এর উপর একটি বিন্দু। B, D যোগ করা হল। প্রমাণ করতে হবে যে,  $BC^2 + AD^2 = BD^2 + AC^2$ .

প্রমাণ :  $\Delta$ ABC এ,  $\angle A$  = এক সমকোণ।

$\therefore BC$  অতিভুজ

$$\text{সূতরাং } AC^2 + AB^2 = BC^2 \dots \dots \dots \text{(i)} \text{ [গীঢ়াগোৱাসেৱ উপপাদ্য অনুসৰে]}$$

আবার, সমকোণী ত্রিভুজ ABD-এ, BD অতিভুজ।

$$\therefore AB^2 + AD^2 = BD^2$$

$$\text{বা, } AB^2 = BD^2 - AD^2 \quad \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

এখন, (ii) থেকে  $AB^2$  এর মান (i) এ বসিয়ে পাই,

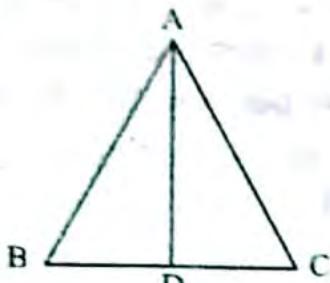
$$AC^2 + BD^2 - AD^2 = BC^2$$

$$\text{বা, } AC^2 + BD^2 = BC^2 + AD^2$$

$$\therefore BC^2 + AD^2 = BD^2 + AC^2 \text{ (প্রমাণিত)}$$

**১৪**  $\triangle ABC$  একটি সমবাহু ত্রিভুজ এবং  $AD, BC$  এর উপর লম্ব। দেখাও যে  $4AD^2 = 3AB^2$ .

**সমাধান :**



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে,  $\triangle ABC$  একটি সমবাহু ত্রিভুজ।  $AD, BC$ -এর উপর লম্ব। দেখাতে হবে যে,  $4AD^2 = 3AB^2$ .

প্রমাণ :  $\triangle ABC$  সমবাহু ত্রিভুজে  $AD, BC$ -এর উপর লম্ব।

$$\therefore BD = CD$$

$$\text{অর্থাৎ } BD = \frac{1}{2} BC \quad \dots \dots \dots \text{(i)}$$

এখন,  $\triangle ABD$  সমকোণী ত্রিভুজে  $AB$  অতিভুজ

$$\therefore AD^2 + BD^2 = AB^2 \text{ [পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]}$$

$$\text{বা, } AD^2 + \left(\frac{1}{2} BC\right)^2 = AB^2 \quad \text{[(i) নং এর সাহায্যে]}$$

$$\text{বা, } AD^2 + \frac{BC^2}{4} = AB^2$$

$$\text{বা, } AD^2 = AB^2 - \frac{BC^2}{4}$$

$$\text{বা, } AD^2 = AB^2 - \frac{AB^2}{4} \quad [\because AB = BC = CA]$$

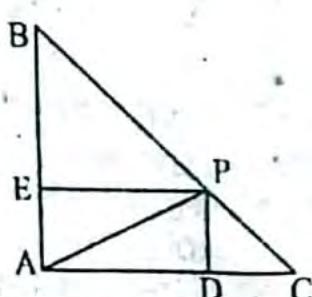
$$\text{বা, } AD^2 = \frac{4AB^2 - AB^2}{4}$$

$$\text{বা, } AD^2 = \frac{3AB^2}{4}$$

$$\therefore 4AD^2 = 3AB^2 \text{ (প্রমাণিত)}$$

**১৫**  $\triangle ABC$  একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ।  $BC$  এর অতিভুজ এবং  $P, BC$  এর উপর যেকোনো বিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে,  $PB^2 + PC^2 = 2PA^2$

**সমাধান :**



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে,  $\triangle ABC$  একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ। এর  $AB = AC$  এবং  $BC$  অতিভুজ।  $P, BC$ -এর উপর যে কোনো বিন্দু।  $P, A$  যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে,  $PB^2 + PC^2 = 2PA^2$ .

অঙ্কন :  $P$  থেকে  $AB$ -এর উপর  $PE$  এবং  $AC$ -এর উপর  $PD$  লম্ব টানি।

প্রমাণ :  $\triangle ABC$ -এর  $\angle A = 90^\circ$  এবং  $AB = AC$  হওয়ায়,

$$\angle B = \angle C = 45^\circ$$

এখন,  $\triangle PDC$ -এর  $\angle D = 90^\circ$  [ $\because PD \perp AC$ ]

$$\text{সূত্রাং } \angle DPC = \angle DCP = 45^\circ$$

$$\therefore PD = CD$$

একই কারণে,  $\triangle PBE$  সমকোণী ত্রিভুজে  $PE = BE$

এখন,  $\triangle PDC$  সমকোণী ত্রিভুজে,  $PC$  অতিভুজ হওয়ায়

$$PC^2 = PD^2 + CD^2$$

$$= PD^2 + PD^2 \quad [\because PD = CD]$$

$$\therefore PC^2 = 2PD^2 \quad \dots \dots \dots \text{(i)}$$

আবার,  $\triangle PBE$  সমকোণী ত্রিভুজে  $PB$  অতিভুজ হওয়ায়,

$$PB^2 = BE^2 + PE^2$$

$$= PE^2 + PE^2 \quad [\because BE = PE]$$

$$\therefore PB^2 = 2PE^2 \quad \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

এখন, (i) এবং (ii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$$PC^2 + PB^2 = 2PD^2 + 2PE^2$$

$$= 2(PD^2 + PE^2)$$

আবার,  $\angle E = \angle A = \angle D =$  এক সমকোণ হওয়ায়  $ADPE$  একটি আয়তক্ষেত্র।

$$\therefore PE = AD$$

$$\therefore PC^2 + PB^2 = 2(PD^2 + AD^2) \quad \dots \dots \dots \text{(iii)}$$

$\triangle ADP$  সমকোণী ত্রিভুজে  $PA$  অতিভুজ হওয়ায়,

$$PA^2 = PD^2 + AD^2 \quad \dots \dots \dots \text{(iv)}$$

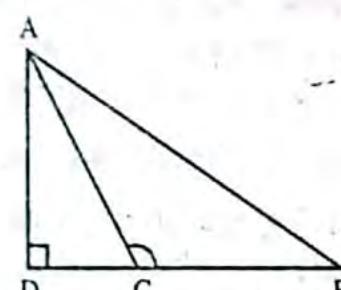
এখন, (iii) নং সমীকরণে (iv) নং এর মান বসিয়ে পাই,

$$PC^2 + PB^2 = 2PA^2$$

$$\therefore PB^2 + PC^2 = 2PA^2 \text{ (প্রমাণিত)}$$

**১৬**  $\triangle ABC$  এর  $\angle C$  সূলকোণ;  $AD, BC$  এর উপর লম্ব। দেখাও যে,  $AB^2 = AC^2 + BC^2 + 2BC \cdot CD$ .

**সমাধান :**



বিশেষ নির্বচন : মনে করি,  $\triangle ABC$  ত্রিভুজে  $\angle C$  সূলকোণ।

$AD \cdot BC$  এর বর্ধিতাখণ্ডের উপর লম্ব অর্থাৎ  $\angle ADB = 90^\circ$ ।

দেখাতে হবে যে,  $AB^2 = AC^2 + BC^2 + 2BC \cdot CD$ .

প্রমাণ :  $\triangle ACD$  এ  $\angle ADC =$  এক সমকোণ এবং অতিভুজ  $= AC$ .

সূত্রাং পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,  $AC^2 = AD^2 + CD^2 \quad \dots \dots \dots \text{(i)}$

আবার,  $\triangle ABD$  এ  $\angle ADB =$  এক সমকোণ এবং অতিভুজ  $= AB$ .

সূত্রাং পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$$AB^2 = AD^2 + BD^2$$

$$= AD^2 + (BC + CD)^2 \quad [\because BD = BC + CD]$$

$$= AD^2 + BC^2 + 2BC \cdot CD + CD^2$$

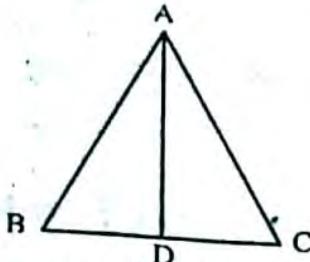
$$= AD^2 + CD^2 + BC^2 + 2BC \cdot CD$$

$$= AC^2 + BC^2 + 2BC \cdot CD \quad [(i) \text{ নং থেকে মান বসিয়ে]$$

সূত্রাং  $AB^2 = AC^2 + BC^2 + 2BC \cdot CD$  (দেখানো হল)

১৭।  $\triangle ABC$  এর  $\angle C$  সূক্ষ্মকোণ;  $AD, BC$  এর উপর লম্ব।  
দেখাও যে,  $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2BC \cdot CD$ .

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি  $\triangle ABC$  এর  $\angle C$  সূক্ষ্মকোণ;  $AD, BC$  এর উপর লম্ব। দেখাতে হবে যে,  $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2BC \cdot CD$ .

প্রমাণ :  $AD$  লম্ব হওয়ায়  $\triangle ADB$  একটি সমকোণী ত্রিভুজ এবং  $AB$  অতিভুজ।

$$\begin{aligned} \therefore AB^2 &= AD^2 + BD^2 \\ &= AD^2 + (BC - CD)^2 \quad [\because BD = BC - CD] \\ &= AD^2 + BC^2 + CD^2 - 2BC \cdot CD \quad \text{(i)} \end{aligned}$$

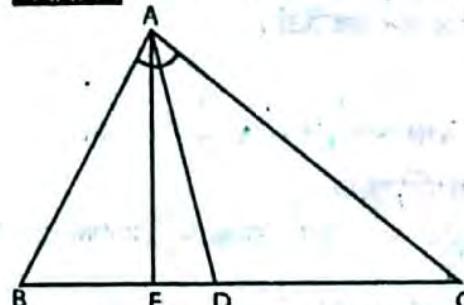
আবার,  $\triangle ADC$  সমকোণী ত্রিভুজে  $AC$  অতিভুজ।

$$\therefore AC^2 = AD^2 + CD^2$$

এখন সমীকরণ (i) এ  $AD^2 + CD^2 = AC^2$  বসিয়ে পাই,  
 $AB^2 = AC^2 + AD^2 - 2BC \cdot CD$  (প্রমাণিত)

১৮।  $\triangle ABC$  এর  $AD$  একটি মধ্যমা। দেখাও যে,  $AB^2 + AC^2 = 2(BD^2 + AD^2)$

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন :  $\triangle ABC$  এর  $AD$  একটি মধ্যমা। দেখাও যে,  $AB^2 + AC^2 = 2(BD^2 + AD^2)$

অঙ্কন :  $A$  বিন্দু হতে  $BC$ -এর উপর  $AE$  লম্ব আঁকি।

প্রমাণ : যেহেতু  $\triangle ADC$ -এর  $\angle ADB =$  সূক্ষ্মকোণ,

$$\therefore AB^2 = AD^2 + BD^2 - 2BD \cdot DE \quad \text{(ii)}$$

$[AD, BC$ -এর উপর মধ্যমা বলে,  $BD = CD]$

$\therefore$  (i) ও (ii) নং সমীকরণ যোগ করে,

$$\begin{aligned} AB^2 + AC^2 &= AD^2 + BD^2 - 2BD \cdot DE + AD^2 + BD^2 \\ &\quad + 2BD \cdot DE \\ &= 2AD^2 + 2BD^2 \\ &= 2(BD^2 + AD^2) \end{aligned}$$

$\therefore AB^2 + AC^2 = 2(BD^2 + AD^2)$  (প্রমাণিত)



## সৃজনশীল অংশ

✓ মাস্টার ট্রেইনার কর্তৃক প্রণীত বহুনির্বাচনি প্রশ্নের উপর জবাবদি দেওয়া হবে।

### সাধারণ বহুনির্বাচনি :

১. পিথাগোরাসের উপপাদ্যের বিভাগ হতে কোন উপপাদ্যটি বর্ণিত হয়েছে? [জয়পাঠা পাইলট উচ্চ বিদ্যালয়]  
ক ৩৬ খ ২৫  
গ ১৬ ঘ ৯
২. একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 208 বর্গমিটার। এর প্রস্থ 13 মিটার হলে দৈর্ঘ্য কত মিটার? ৩  
ক 10 খ 15  
গ 16 ঘ 30

ব্যাখ্যা : আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য  $\times$  প্রস্থ;

$$\text{দৈর্ঘ্য} = \frac{208}{13} = 16 \text{ মিটার।}$$

৩. কাক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য 16 সে.মি. হলে এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? ৪  
ক 100 খ 156  
গ 236 ঘ 256

৪. কাক্ষেত্রের পরিসীমা 36 মিটার হলে এর বাহুর দৈর্ঘ্য কত মিটার? ৫  
ক 6 খ 9  
গ 9.5 ঘ 10

ব্যাখ্যা : কাক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য =  $\frac{36}{4} = 9$  মি।

৫. বর্গের ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার যখন পরিসীমা 20 মিটার?  
ক 36 খ 25  
গ 16 ঘ 9

ব্যাখ্যা : বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য =  $\frac{20}{4} = 5$  মিটার

সূতরাং বর্গের ক্ষেত্রফল =  $(5)^2 = 25$  বর্গমিটার।

৬. ত্রিভুজের ভূমি  $\frac{2}{3}$  মিটার ও উচ্চতা 3 মিটার হলে তার ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার?

ক 1 খ 2  
গ 3 ঘ 9

ব্যাখ্যা : ত্রিভুজের ভূমি  $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times 3 = 1$  বর্গমিটার।

৭. ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল 24 বর্গমিটার এবং এর উচ্চতা 6 মিটার হলে ভূমি কত মিটার হবে?

ক 2 খ 4  
গ 8 ঘ 12

ব্যাখ্যা :  $\frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times 6 = 24$  ভূমি =  $\frac{2 \times 24}{6} = 8$  মিটার।

৮. নিচের কোন বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য হলে সমকোণী ত্রিভুজ অঙ্কন করা যাবে?

ক 4, 3 ও 5 খ 4, 5 ও 7  
গ 6, 7 ও 9 ঘ 6, 8 ও 9

ব্যাখ্যা :  $4^2 + 3^2 = 36 + 64 = 100 = (10)^2$

## অধ্যায় শেষে শিক্ষার্থীরা—

- ত্রিভুজকে ও চতুর্ভুজকের ক্ষেত্রফলের সূত্র প্রয়োগ করে বহুভুজকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় এবং একসম্পর্কিত সমস্যা সমাধান করতে পারবে।
- বৃক্ষের পরিধি ও বৃক্ষাশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করতে পারবে।
- বৃক্ষের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে পারবে।
- বৃক্ষকে ও তার অশ্ববিশেষের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করে একসম্পর্কিত সমস্যা সমাধান করতে পারবে।
- আয়তাকার ঘণবস্তু, ঘনক ও বেলনের ক্ষেত্রফল পরিমাপ করতে পারবে এবং এসম্পর্কিত সমস্যা সমাধান করতে পারবে।
- সুষম ও অসম আকারের বহুভুজকের ক্ষেত্রফল পরিমাপ করতে পারবে।

## যা মনে রাখতে হবে...



ব্যাবহারিক প্রয়োজনে, যেখার দৈর্ঘ্য, তলের ক্ষেত্রফল, ঘনবস্তুর আয়তন ইত্যাদি পরিমাপ করা হয়। এ রকম যেকোনো রাশি পরিমাপের ক্ষেত্রে একই জাতীয় নির্দিষ্ট পরিমাণের একটি রাশিকে একক হিসাবে গ্রহণ করা হয়। পরিমাপকৃত রাশি এবং একই নির্ধারিত এককের অনুপাতই রাশিটির পরিমাপ নির্ধারণ করে।

$$\text{অর্ধাং পরিমাপ} = \frac{\text{পরিমাপকৃত রাশি}}{\text{একক রাশি}}$$

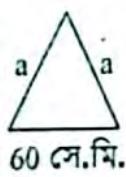
নির্ধারিত একক সম্পর্কে প্রত্যেক পরিমাপ একটি সংখ্যা যা পরিমাপকৃত রাশিটির একক রাশির কতগুল তা নির্দেশ করে। যেমন, বেঁকাটি 5 মিটার লম্বা। এখানে মিটার একটি নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্য যাকে একক হিসাবে ধরা হয়েছে এবং যার তুলনায় বেঁকাটি 5 গুণ লম্বা।

## অনুশীলনী - ১৬.১

### পার্শ্যবহুয়ের গুরুত্বপূর্ণ উদাহরণসমূহ

**উদাহরণ-** ৫। একটি সমবিবাহু ত্রিভুজের ভূমির দৈর্ঘ্য 60 সে.মি। এর ক্ষেত্রফল 1200 বর্গ সে.মি. হলে, সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

**সমাধান :**



মনে করি, সমবিবাহু ত্রিভুজের ভূমি  $b = 60$  সে.মি. এবং সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য  $a$  সে.মি।

$$\therefore \text{ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল} = \frac{b}{4} \sqrt{4a^2 - b^2} \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$\text{প্রশ্নানুসারে}, \frac{b}{4} \sqrt{4a^2 - b^2} = 1200$$

$$\text{বা}, \frac{60}{4} \sqrt{4a^2 - (60)^2} = 1200$$

$$\text{বা}, 15 \sqrt{4a^2 - 3600} = 1200$$

$$\text{বা}, \sqrt{4a^2 - 3600} = 80$$

$$\text{বা}, 4a^2 - 3600 = 6400 \text{ [বর্গ করো]}$$

$$\text{বা}, 4a^2 = 10000$$

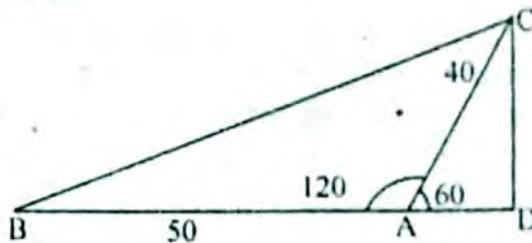
$$\text{বা}, a^2 = 2500$$

$$\therefore a = 50 \text{ [বর্গমূল করো]}$$

∴ ত্রিভুজটির সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য 50 সে.মি.

**উদাহরণ-** ৬। একটি নির্দিষ্ট স্থান থেকে দুটি রাস্তা  $120^\circ$  কোণে চলে গেছে। দুইজন লোক ঐ নির্দিষ্ট স্থান থেকে যথাক্রমে ঘটায় 10 কিলোমিটার ও ঘটায় 8 কিলোমিটার বেগে বিপরীত দিকে রওনা হলো। 5 ঘটা পরে তাদের মধ্যে সরাসরি দূরত্ব নির্ণয় কর।

**সমাধান :**



মনে করি, A স্থান থেকে দুইজন লোক যথাক্রমে ঘটায় 10 কিলোমিটার ও ঘটায় 8 কিলোমিটার বেগে রওনা হয়ে 5 ঘটা পর B ও C স্থানে পৌছাল। তাহলে, 5 ঘটা পর তাদের মধ্যে সরাসরি দূরত্ব হয় BC।

C থেকে BA এর বর্ধিতাখণ্ডের ওপর CD লম্ব টানি।

$$\therefore AB = 5 \times 10 \text{ কিলোমিটার} = 50 \text{ কিলোমিটার},$$

$$AC = 5 \times 8 \text{ কিলোমিটার} = 40 \text{ কিলোমিটার}$$

এবং  $\angle BAC = 120^\circ$  $\therefore \angle DAC = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ এবং  $\triangle ACD$  সমকোণী ত্রিভুজ।

$$\frac{CD}{AC} = \sin 60^\circ$$

$$\text{বা, } CD = AC \sin 60^\circ = 40 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3}$$

$$\text{এবং } \frac{AD}{AC} = \cos 60^\circ$$

$$\text{বা, } AD = AC \cos 60^\circ \\ = 40 \times \frac{1}{2} = 20$$

অবশ্য,  $\triangle ABCD$  সমকোণী থেকে পাই,

$$BC^2 = BD^2 + CD^2$$

$$= (BA + AD)^2 + CD^2$$

$$= (50 + 20)^2 + (20\sqrt{3})^2$$

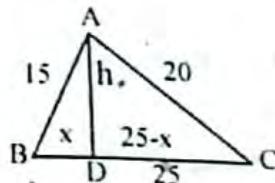
$$= 4900 + 1200 = 6100$$

$$\therefore BC = 78.1 \text{ (প্রায়)}$$

 $\therefore$  নির্ণেয় দূরত্ব 78.1 কিলোমিটার (প্রায়)

সমস্যা-৭। একটি ত্রিভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 25 মিটার, 20 একক ও 15 একক। বৃহত্তর বাহুর বিপরীত শীর্ষবিন্দু থেকে অঙ্কিত লম্ব ত্রিভুজটিকে যে দুটি ত্রিভুজে বিভক্ত করে আলোকচেতন নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি,  $\triangle ABC$  ত্রিভুজের  $BC = 25$  একক $AC = 20$  একক,  $AB = 15$  এককA শীর্ষবিন্দু থেকে BC বাহুর ওপর অঙ্কিত লম্ব AD ত্রিভুজক্ষেত্রটিকে  $\triangle ABD$  ও  $\triangle ACD$  ক্ষেত্রে বিভক্ত করে।ধরি,  $BD = x$  একক এবং  $AD = h$  একক $\therefore CD = BC - BD = (25 - x)$  একক $\triangle ABD$  সমকোণী ত্রিভুজ থেকে পিথাগোরাসের উপপাদ্য

অনুসারে পাই,

$$BD^2 + AD^2 = AB^2$$

$$\text{বা, } x^2 + h^2 = (15)^2$$

$$\therefore x^2 + h^2 = 225 \quad \dots \dots \dots \text{(i)}$$

এবং  $\triangle ACD$  সমকোণী ত্রিভুজ থেকে পিথাগোরাসের উপপাদ্যঅনুসারে পাই,  $CD^2 + AD^2 = AC^2$ 

$$\text{বা, } (25 - x)^2 + h^2 = (20)^2$$

$$\text{বা, } 625 - 50x + x^2 + h^2 = 400$$

$$\text{বা, } 625 - 50x + 225 = 400$$

সমীকরণ (i) এর সাহায্যে

$$\text{বা, } 50x = 450$$

$$\therefore x = 9$$

সমীকরণ (i) এ x এর মান বিনিয়ে পাই,

$$81 + h^2 = 225$$

$$\text{বা, } h^2 = 144$$

$$\therefore h = 12$$

$$\triangle \text{ক্ষেত্র } ABD \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} BD \cdot AD \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} \times 9 \times 12 \text{ বর্গ একক}$$

$$= 36 \text{ বর্গ একক}$$

এবং  $\triangle \text{ক্ষেত্র } ACD$  এর ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} BD \cdot AD \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} (25 - 9) \times 12 \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} \times 16 \times 12 \text{ বর্গ একক}$$

$$= 96 \text{ বর্গ একক}$$

 $\therefore$  নির্ণেয় ক্ষেত্রফল 36 বর্গ একক এবং 96 বর্গ একক।

## পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান

১। একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ 25 মিটার। এর একটি

বাহু অপরটির  $\frac{3}{4}$  অংশ হলে, বাহু দুইটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান :

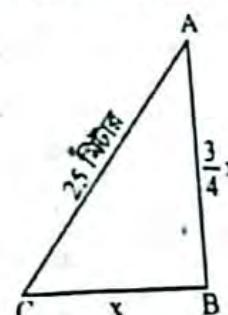
মনে করি,  $\triangle ABC$  একটি সমকোণী ত্রিভুজ।যার অতিভুজ,  $AC = 25$  মিটার।একটি বাহু,  $BC = x$ অপর বাহু,  $AB = \frac{3}{4}x$ 

আমরা জানি,

সমকোণী ত্রিভুজে,

$$AC^2 = BC^2 + AB^2$$

$$\text{বা, } (25)^2 = x^2 + \left(\frac{3}{4}x\right)^2$$



$$\text{বা, } 625 = x^2 + \frac{9x^2}{16}$$

$$\text{বা, } 625 = \frac{16x^2 + 9x^2}{16}$$

$$\text{বা, } 25x^2 = 625 \times 16$$

$$\text{বা, } x^2 = \frac{10000}{25}$$

$$\text{বা, } x^2 = 400$$

$$\therefore x = \sqrt{400} = 20$$

$$\therefore \text{অপর বাহু, } AB = \frac{3}{4} \times 20 \\ = 15 \text{ মিটার।}$$

 $\therefore$  নির্ণেয় একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 20 মিটার।

এবং অপর বাহুর দৈর্ঘ্য 15 মিটার।

- ২। ২০ মিটার লম্বা একটি ঘই দেওয়ালের সাথে খাড়াভাবে আছে। ঘইটির গোড়া দেওয়াল থেকে কত দূরে সরামে উপরের প্রান্ত ৪ মিটার নিচে নামবে।

**সমাধান :**  
মনে করি, ABC একটি ত্রিভুজ।  
C থেকে D হিন্দুতে সরামে  
উপরের প্রান্ত A থেকে B তে  
নেমে আসে।

ঘইটির দৈর্ঘ্য,  $AC = BD = 20$

মিটার

এবং  $AB = 4$  মিটার

$\therefore BC = 16$  মিটার

এখন, BCD সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\therefore BC^2 + CD^2 = BD^2$$

$$\text{বা, } (16)^2 + (CD)^2 = (20)^2$$

$$\text{বা, } (CD)^2 = (20)^2 - (16)^2$$

$$\text{বা, } (CD)^2 = 400 - 256$$

$$\text{বা, } (CD)^2 = 144$$

$$\therefore CD = \sqrt{144}$$

$$= 12$$

ঘইটির গোড়া দেওয়াল থেকে 12 সে.মি. দূরে সরামে

উপরের প্রান্ত ৪ মিটার নিচে নামবে।

- ৩। একটি সমবিবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা 16 মিটার। এর সমান  
সমান বাহুর দৈর্ঘ্য ভূমির  $\frac{5}{6}$  অংশ হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল  
নির্ণয় কর।

**সমাধান :**

মনে করি, ABC একটি সমবিবাহু  
ত্রিভুজ। এবং এর ভূমি,  $BC = x$   
মিটার।

$$\therefore AB = AC = \frac{5x}{6}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } x + \frac{5x}{6} + \frac{5x}{6} = 16$$

$$\text{বা, } \frac{6x + 5x + 5x}{6} = 16$$

$$\text{বা, } 16x = 16 \times 6$$

$$\therefore x = \frac{16 \times 6}{16}$$

$$= 6$$

অতএব, ত্রিভুজটির ভূমি,  $BC = 6$  মিটার

এবং অপর বাহুর দৈর্ঘ্য,  $AB = AC = \frac{5}{6} \times 6$  মিটার  
 $= 5$  মিটার।

এখন, ত্রিভুজটির পরিসীমা,  $2S = 16$  মিটার

$$\text{বা, } S = \frac{16}{2} \text{ মিটার}$$

$$\therefore S = 8 \text{ মিটার}$$

**বা, ১-ক্ষেত্রে ABC-এর ক্ষেত্রফল**

$$\text{বা, } \sqrt{S(S - BC)(S - CA)(S - AB)}$$

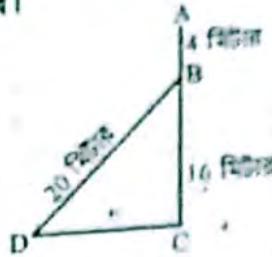
$$\text{বা, } \sqrt{8(8 - 6)(8 - 5)(8 - 5)}$$

$$\text{বা, } 4\sqrt{8 \times 2 \times 3 \times 3}$$

$$\text{বা, } 4\sqrt{44}$$

$$\text{বর্গ মিটার।}$$

নির্ণয় ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল 12 বর্গ মিটার।



- ৪। একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য 25 সে.মি., 27 সে.মি.  
এবং পরিসীমা 84 সে.মি। ত্রিভুজক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

**সমাধান :**

মনে করি, ABC একটি ত্রিভুজ।  
যার,  $AB = 25$  সে.মি.,  $AC = 27$  সে.মি. এবং  $BC = x$  মিটার।

$$\text{প্রশ্নমতে, } x + 27 + 25 = 84$$

$$\text{বা, } x + 52 = 84$$

$$\text{বা, } x = 84 - 52$$

$$\therefore x = 32$$

এখন,  $\Delta$ -ক্ষেত্রটির পরিসীমা,  $25 + 27 + 32 = 84$

$$\text{বা, } S = \frac{84}{2}$$

$$\therefore S = 42$$

এখন,  $\Delta$  ক্ষেত্র ABC-এর ক্ষেত্রফল

$$= \sqrt{S(S - AB)(S - AC)(S - BC)}$$

$$= \sqrt{42(42 - 25)(42 - 27)(42 - 32)}$$

$$= \sqrt{42 \times 17 \times 15 \times 10}$$

$$= \sqrt{107100}$$

$$= 327.26 \text{ বর্গ সে.মি।}$$

$\therefore$  নির্ণয় ত্রিভুজ ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল 327.261 বর্গ সে.মি।

- ৫। একটি সমবিবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 2 মিটার  
বাড়ালে এর ক্ষেত্রফল  $6\sqrt{3}$  বর্গ মিটার বেড়ে যাব। ত্রিভুজটি  
বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

**সমাধান :**

মনে করি, সমবিবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য = 4  
মিটার।

$\therefore$  এর ক্ষেত্রফল =  $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$  বর্গ মিটার।

প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 2 মিটার বাড়ালে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} (a + 2)^2 \text{ বর্গ মিটার।}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{\sqrt{3}}{4} (a + 2)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 + 6\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3} (a^2 + 4a + 4)}{4} = \frac{\sqrt{3} a^2 + 24\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} (a^2 + 4a + 4) = \sqrt{3} a^2 + 24\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} (a^2 + 4a + 4) = \sqrt{3} (a^2 + 24)$$

$$\text{বা, } a^2 + 4a + 4 = a^2 + 24$$

উভয় পক্ষকে  $\sqrt{3}$  দিয়া তৎ করা

$$\text{বা, } a^2 + 4a + 4 - a^2 - 24 = 0$$

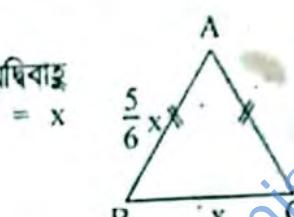
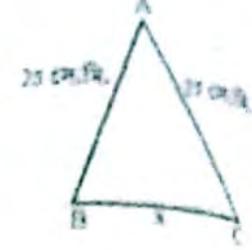
$$\text{বা, } 4a - 20 = 0$$

$$\text{বা, } 4a = 20$$

$$\text{বা, } a = \frac{20}{4}$$

$$\text{বা, } a = 5$$

$\therefore$  নির্ণয় ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য 5 মিটার।



১। একটি ত্রিভুজের দুই বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 26 মিটার, 28 মিটার এবং ক্ষেত্রফল 182 বর্গ মিটার হলে, বাহুয়ের অন্তর্কৃত কোণ নির্ণয় কর।

**সমাধান:**

মনে করি,  
ABC ত্রিভুজের বাহু, AB = 26  
মিটার এবং BC = 28 মিটার

মনে আছে,

ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = 182 বর্গ  
মিটার।

$$\therefore \text{ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} AB \times BC \sin \theta$$

$$\text{বা}, 182 = \frac{1}{2} \times 26 \times 28 \sin \theta$$

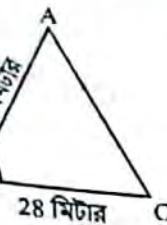
$$\text{বা}, 364 = 26 \times 28 \sin \theta$$

$$\text{বা}, 728 \sin \theta = 364$$

$$\text{বা}, \sin \theta = \frac{364}{728}$$

$$\text{বা}, \sin \theta = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা}, \sin \theta = \sin 30^\circ$$



$$\left[ \because \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \right]$$

$$\therefore \theta = 30^\circ$$

∴ নির্ণেয় বাহুয়ের অন্তর্কৃত কোণ,  $\theta = 30^\circ$ ।

২। একটি সমকোণী ত্রিভুজের লম্ব ভূমির  $\frac{11}{12}$  অংশ থেকে 6 সে.মি. কম এবং অতিভুজ ভূমির  $\frac{4}{3}$  অংশ থেকে 3 সে.মি. কম। ত্রিভুজটির ভূমির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

**সমাধান:** ধরি, ABC সমকোণী ত্রিভুজে ভূমি = BC, লম্ব = AC এবং অতিভুজ = AB  
মনে করি, ত্রিভুজটির ভূমির দৈর্ঘ্য, BC = x সে.মি।

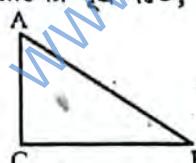
$$\text{গ্রন্থমতে, লম্ব, } AC = \left( \frac{11}{12} x - 6 \right) \text{ সে.মি.}$$

$$\text{এবং অতিভুজ, } AB = \left( \frac{4}{3} x - 3 \right) \text{ সে.মি.।}$$

এখন ABC সমকোণী ত্রিভুজে, পিথাগোরাসের স্বত্ত্ব মতে,  $(\text{অতিভুজ})^2 = (\text{ভূমি})^2 + (\text{লম্ব})^2$

$$AB^2 = BC^2 + AC^2$$

$$\text{বা}, \left( \frac{4x}{3} - 3 \right)^2 = x^2 + \left( \frac{11x}{12} - 6 \right)^2$$



$$\text{বা}, \frac{16x^2}{9} - 2 \times \frac{4}{3}x \times 3 + 9 = x^2 + \frac{121x^2}{144} - \frac{2 \times 11x}{12} \times 6$$

$$+ 36$$

$$\text{বা}, \frac{16x^2}{9} - 8x + 9 = x^2 + \frac{121x^2}{144} - 11x + 36$$

$$\text{বা}, \frac{16x^2 - 72x + 81}{9}$$

$$= \frac{144x^2 + 121x^2 - 11 \times 144x + 36 \times 144}{144}$$

$$\text{বা}, \frac{16x^2 - 72x + 81}{9} = \frac{265x^2 - 1584x + 5184}{144}$$

$$\text{বা}, 16x^2 - 72x + 81 = \frac{265x^2 - 1584x + 5184}{16}$$

[উভয় পক্ষকে 9 দ্বারা গুণ করো]

$$\text{বা}, 16(16x^2 - 72x + 81) = 265x^2 - 1584x + 5184$$

$$\text{বা}, 256x^2 - 1152x + 1296 = 265x^2 - 1584x + 5184$$

$$\text{বা}, 256x^2 - 1152x + 1296 - 265x^2 + 1584x - 5184 = 0$$

$$\text{বা}, -9x^2 - 432x - 3888 = 0$$

$$\text{বা}, x^2 + 48x + 432 = 0$$

$$\text{বা}, x^2 - 36x - 12x + 432 = 0$$

$$\text{বা}, x(x - 36) - 12(x - 36) = 0$$

$$\text{বা}, (x - 36)(x - 12) = 0$$

$$\text{হয়, } x = 36 \quad \text{অথবা, } x - 12 = 0$$

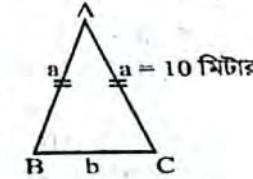
$$\therefore x = 36 \quad \therefore x = 12$$

অতএব, ত্রিভুজটির ভূমির নির্ণেয় দৈর্ঘ্য 36 সে.মি. অথবা 12 সে.মি. (Ans.)

৩। একটি সমদিবাহু ত্রিভুজের সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য সমান বাহুর দৈর্ঘ্য 10 মিটার এবং ক্ষেত্রফল 48 বর্গ মিটার হলে, ভূমির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

**সমাধান:**

মনে করি, ABC. সমদিবাহু ত্রিভুজের সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য,  $a = 10$  মিটার এবং ভূমির দৈর্ঘ্য  $b$  মিটার এর ক্ষেত্রফল = 48 বর্গ মিটার।



আমরা জানি,

$$\text{সমদিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{b}{4} \sqrt{4a^2 - b^2}$$

$$\text{বা}, 48 = \frac{b}{4} \sqrt{4 \times (10)^2 - b^2}$$

$$\text{বা}, b \sqrt{4 \times 100 - b^2} = 48 \times 4$$

$$\text{বা}, b \sqrt{400 - b^2} = 192$$

$$\text{বা}, (b \sqrt{400 - b^2})^2 = (192)^2 \quad [\text{উভয় পক্ষকে বর্গ করো}]$$

$$\text{বা}, b^2(400 - b^2) = 36864$$

$$\text{বা}, 400b^2 - b^4 = 36864$$

$$\text{বা}, 400b^2 - b^4 - 36864 = 0$$

$$\text{বা}, b^4 - 400b^2 + 36864 = 0$$

$$\text{বা}, b^4 - 256b^2 - 144b^2 + 36864 = 0$$

$$\text{বা}, b^2(b^2 - 256) - 144(b^2 - 256) = 0$$

$$\text{বা}, (b^2 - 256)(b^2 - 144) = 0$$

$$\text{হয়, } b^2 - 256 = 0$$

$$\text{বা, } b^2 = 256$$

$$\text{বা, } b = \sqrt{256}$$

$$\therefore b = 16$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় ভূমির দৈর্ঘ্য } 16 \text{ মিটার অথবা } 12 \text{ মিটার।}$$

৪। একটি নির্দিষ্ট স্থান থেকে দুইটি রাস্তা পরস্পর  $135^\circ$  কোণ করে দুই দিকে চলে গেছে। দুইজন লোক ঐ নির্দিষ্ট স্থান থেকে যথাক্রমে ঘণ্টায় 7 কিলোমিটার ও ঘণ্টায় 5 কিলোমিটার বেগে বিপরীত মুখে রওনা হল। 4 ঘণ্টা পর তাদের মধ্যে সরাসরি দূরত্ব নির্ণয় কর।

**সমাধান:** ধরি, নির্দিষ্ট স্থান

B,

এবং B থেকে লোক দুটি 7

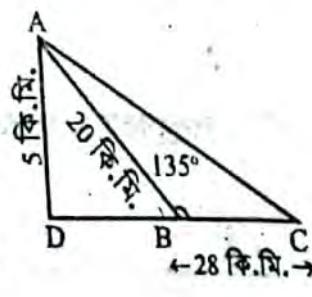
কিমি. ও 5 কিমি. বেগে 4

ঘণ্টা পর যথাক্রমে C ও A

বিদ্যুতে পৌছে।

তাহলে BC অতিক্রান্ত দূরত্ব =

$$7 \times 4 = 28 \text{ কি.মি.}$$



এবং  $\triangle ABC$  অতিক্রান্ত দূরত্ব  $= 5 \times 4 = 20$  কি.মি.

দেয়া আছে  $\angle ABC = 135^\circ$

$BC$ -এর বর্ধিতাখনের উপর  $AD$  লম্ব আকি।

এখন,  $\triangle ABD$ -এ

$$\angle ABD = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$$

$$\text{এবং } \angle ADB = 90^\circ$$

$$\therefore \angle BAD = 45^\circ$$

$$\therefore AD = BD$$

আবার,  $\triangle ABD$  সমকোণী ত্রিভুজে  $AB$  অতিক্রুজ সূতরাং পীথাগোরাসের উপপাদ্যের সাহায্যে পাই,

$$AB^2 = AD^2 + BD^2$$

$$\text{বা, } (20)^2 = BD^2 + BD^2$$

$$\text{বা, } 400 = 2BD^2$$

$$\text{বা, } 2BD^2 = 400$$

$$\text{বা, } BD^2 = \frac{400}{2}$$

$$\text{বা, } BD^2 = 200$$

$$\text{বা, } BD = \sqrt{200}$$

$$\therefore BD = 14.14$$

এখন,  $\triangle ABC$  মূলকোণী ত্রিভুজে  $BD$ ,  $AB$  এর লম্ব অভিক্ষেপ,

$$\text{সূতরাং } AC^2 = AB^2 + BC^2 + 2BC \cdot BD$$

$$\text{বা, } AC^2 = (20)^2 + (28)^2 + 2 \times 28 \times 14.14$$

$$\text{বা, } AC^2 = 400 + 784 + 791.84$$

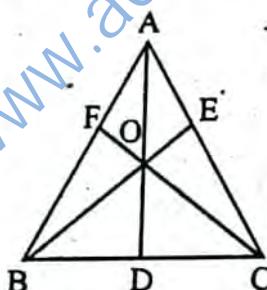
$$\text{বা, } AC^2 = 1975.84$$

$$\therefore AC = 44.45 \text{ (প্রায়)}$$

অতএব, 4 ঘণ্টা পর তাদের সরাসরি দূরত্ব হবে 44.45 কি.মি. (প্রায়) (Ans.)

১০। একটি সমবাহু ত্রিভুজের অভ্যন্তরস্থ একটি বিন্দু থেকে বাহু তিনটির উপর অংকিত লম্বের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 6 সে.মি.; 7 সে.মি. ও 8 সে.মি.। ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য এবং ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

**সমাধান:** মনে করি,  $ABC$  একটি সমবাহু ত্রিভুজ।  $O$  এর অভ্যন্তরস্থ যে কোন একটি বিন্দু।  $O$  থেকে  $BC$ ,  $CA$  ও  $AB$  এর উপর যথাক্রমে  $OD$ ,  $OE$ ,  $OF$  লম্ব আকি।  $OA$ ,  $OB$  এবং  $OC$  যোগ করি।



ধরি,  $BC = CA = AB = a$  সে.মি।।

প্রশ্নানুসারে,  $OD = 6$  সে.মি.,  $OE = 7$  সে.মি. এবং  $OF = 8$  সে.মি.

এখন,  $\triangle OBC$  এর ক্ষেত্রফল  $= \frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা}$

$$= \frac{1}{2} \times BC \times OD$$

$$= \frac{1}{2} \times a \times 6$$

$$= 3a \text{ বর্গ সে.মি.}$$

অনুরূপভাবে,  $\triangle OAC$  এর ক্ষেত্রফল  $= \frac{1}{2} \times a \times 7$

$$= \frac{7}{2} a \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$\text{এবং } \triangle OAB \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times a \times 8$$

$$= 4a \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \triangle OBC \text{ ক্ষেত্র} + \triangle OAC \text{ ক্ষেত্র}$$

$$\triangle OAB \text{ ক্ষেত্র} = 3a + \frac{7a}{2} + 4a$$

$$= \frac{6a + 7a + 8a}{2} = \frac{21a}{2} \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$\text{আমরা জানি, সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

$$\text{শর্তানুসারে, } \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{21a}{2}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} a^2 = \frac{21 \times 4}{2} \times a$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} a^2 = 42a$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} a^2 - 42a = 0$$

$$\text{বা, } a(\sqrt{3}a - 42) = 0$$

$$\text{কিন্তু } a \neq 0$$

$$\therefore \sqrt{3} a - 42 = 0$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} a = 42$$

$$\therefore a = \frac{12}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } a = \frac{42 \times \sqrt{3}}{3} \quad [\text{হর ও লবকে } \sqrt{3} \text{ দ্বারা গুণ করে}]$$

$$\text{বা, } a = 14\sqrt{3}$$

$$= 14 \times 1.73205$$

$$= 24.2487$$

$$= 24.249 \text{ সে.মি. (প্রায়)}$$

$$\therefore \text{ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 .$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (14 \sqrt{3})^2$$

[ $a$  এর মান বসিয়ে]

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 14 \times 14 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 3 \times 14 \times 14$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 42 \times 14$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 588$$

$$= 147 \times \sqrt{3}$$

$$= 147 \times 1.73205$$

$$= 254.61135 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

অতএব, ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য 24.249 সে.মি. (প্রায়)

এবং ক্ষেত্রফল 254.611 বর্গ সে.মি. (প্রায়) (Ans.)

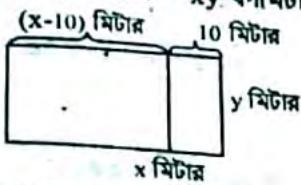
## □ অনুশিলনী- ১৬.২

### পাঠ্যবইয়ের শুল্কপূর্ণ উদাহরণসমূহ

**উদাহরণ-** ২। একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 2000 বর্গমিটার। রাস্তা এর দৈর্ঘ্য 10 মিটার কম হতে তাহলে এটি একটি বর্গক্ষেত্র। আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

**সমাধান :** মনে করি, আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য  $x$  মিটার এবং প্রস্থ  $y$  মিটার।

$$\therefore \text{আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল} = xy \text{ বর্গমিটার।}$$



$$\text{প্রশ্নানুসারে, } xy = 2000 \quad \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{এবং } x - 10 = y \quad \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

$$\text{সমীকরণ (ii) থেকে পাই, } y = x - 10 \quad \dots \dots \dots \text{(iii)}$$

$$\text{সমীকরণ (i) এ } y = x - 10 \text{ বসিয়ে পাই}$$

$$\therefore x(x - 10) = 2000$$

$$\text{বা, } x^2 - 10x - 2000 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 50x + 40x - 2000 = 0$$

$$\text{বা, } (x - 50)(x + 40) = 0$$

$$\therefore x - 50 = 0 \quad \text{অথবা } x + 40 = 0$$

$$\text{বা, } x = 50 \quad \text{অথবা } x = -40$$

কিন্তু দৈর্ঘ্য খণ্ডাত্মক হতে পারে না।

$$\therefore x = 50$$

এখন, সমীকরণ (iii) এ  $x$  এর মান বসিয়ে পাই,

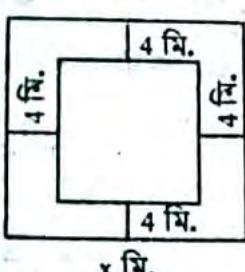
$$y = 50 - 10 = 40$$

$\therefore$  নির্ণয় আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য 50 মিটার এবং প্রস্থ 40 মিটার। (Ans)

**উদাহরণ-** ৩। বর্গকার একটি মাঠের ভেতরে চারদিকে 4 মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে। যদি রাস্তার ক্ষেত্রফল 1 হেক্টর হয়, তবে রাস্তা বাদে মাঠের ভেতরের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

**সমাধান :** মনে করি, বর্গকার মাঠের দৈর্ঘ্য  $x$  মিটার।

$\therefore$  মাঠের ক্ষেত্রফল  $x^2$  বর্গমিটার।



মাঠের ভিতরে চারদিকে 4 মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে।

$$\therefore \text{রাস্তা বাদে বর্গকার মাঠের দৈর্ঘ্য} = (x - 2 \times 4) \text{ মি.}$$

$$= (x - 8) \text{ মি.}$$

$\therefore$  রাস্তা বাদে বর্গকার মাঠের ক্ষেত্রফল

$$= (x - 8)^2 \text{ বর্গমিটার}$$

$$\text{শুধুই রাস্তার ক্ষেত্রফল} = (x^2 - (x - 8)^2) \text{ বর্গমিটার}$$

সমাধান জানি, 1 হেক্টর = 10000 বর্গমিটার

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } x^2 - (x - 8)^2 = 10000$$

$$\text{বা, } x^2 - x^2 + 16x - 64 = 10000$$

$$\text{বা, } 16x = 10064$$

$$\therefore x = 629$$

রাস্তা বাদে বর্গকার মাঠের ক্ষেত্রফল,

$$= (629 - 8)^2 \text{ বর্গমিটার}$$

$$= 385641 \text{ বর্গমিটার}$$

$$\Rightarrow 38.56 \text{ হেক্টর (প্রায়)}$$

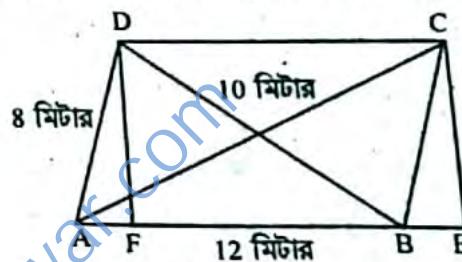
$$\therefore \text{নির্ণয় ক্ষেত্রফল } 38.56 \text{ হেক্টর}$$

**উদাহরণ-** ৫। একটি সামান্যরিকের বাহুর দৈর্ঘ্য 12 মিটার ও 8 মিটার এবং কৃত্রিম কর্ণটি 10 মিটার হলে, অপর কর্ণটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

**সমাধান :** মনে করি, ABCD সামান্যরিকের  $AB = a = 12$

মিটার,  $AD = c = 8$  মিটার এবং কর্ণ  $BD = b = 10$  মিটার।

D ও C থেকে AB এর ওপর এবং AB এর বর্ধিতাত্ত্বের ওপর DF ও CE লম্ব টানি। A, C ও B, D যোগ করি।



$$\Delta ABD \text{ এর অর্ধপরিসীমা } s = \frac{12 + 10 + 8}{2} \text{ মিটার}$$

$$= 15 \text{ মিটার}$$

$\therefore \Delta$  ক্ষেত্র ABD এর ক্ষেত্রফল

$$= \sqrt{s(s - a)(s - b)(s - c)}$$

$$= \sqrt{15(15 - 12)(15 - 10)(15 - 8)} \text{ বর্গমিটার}$$

$$= \sqrt{1575} \text{ বর্গমিটার} = 39.68 \text{ বর্গমিটার (প্রায়)}$$

$$\text{আবার, } \Delta \text{ ক্ষেত্র ABD এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} AB \times DF$$

$$\text{বা, } 39.68 = \frac{1}{2} \times 12 \times DF$$

$$\text{বা, } 6DF = 39.68$$

$$\therefore DF = 6.61$$

এখন,  $\Delta BCE$  সমকোণী

$$\therefore BE^2 = BC^2 - CE^2$$

$$= AD^2 - DF^2$$

$$= 8^2 - (6.61)^2$$

$$= 20.31$$

$$\therefore BE = 4.5$$

$$\text{অতএব, } AE = AB + BE$$

$$= 12 + 4.5 = 16.5$$

$\Delta ACE$  সমকোণী থেকে পাই,

$$AC^2 = AE^2 - CE^2$$

$$= (16.5)^2 - (6.61)^2 = 315.94$$

$$\therefore AC = 17.77 \text{ (প্রায়)}$$

$$\therefore \text{নির্ণয় কর্ণের দৈর্ঘ্য } 17.77 \text{ মিটার (প্রায়)}$$



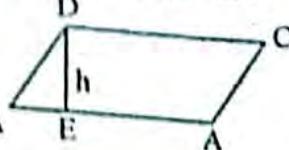


নির্ণয় আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = 16 মিটার  
এবং প্রস্থ = 10 মিটার।

একটি সামন্তরিকের ভূমি উচ্চতার  $\frac{3}{4}$  অংশ এবং ক্ষেত্রফল 363 বা ইতিঃ হলে, ক্ষেত্রটির ভূমি ও উচ্চতা নির্ণয় কর।

**সমাধান:**

মনে করি,  
সামন্তরিকের উচ্চতা =  $x$   
ভূমি =  $\frac{3}{4}x$



আবার জানি,

সামন্তরিকের ক্ষেত্রফল = ভূমি  $\times$  উচ্চতা

$$\text{বা}, 363 = x \times \frac{3}{4}x$$

$$\text{বা}, 363 = \frac{3}{4}x^2$$

$$\text{বা}, \frac{3}{4}x^2 = 363$$

$$\text{বা}, 3x^2 = 363 \times 4$$

$$\text{বা}, x^2 = \frac{363 \times 4}{121}$$

$$\text{বা}, x^2 = 484$$

$$\text{বা}, x = \sqrt{484}$$

$$\therefore x = 22$$

জৰাব, সামন্তরিকের উচ্চতা = 22

$$\text{এবং ভূমি} = \frac{3}{4} \times 22$$

$$= \frac{2}{2} \times 33$$

$$= 16.5$$

নির্ণয় সামন্তরিকের উচ্চতা = 22 মিটার

$$\text{এবং ভূমি} = 16.5 \text{ মিটার}$$

একটি সামন্তরিকের ক্ষেত্রফল একটি বর্গক্ষেত্রের সমান।

সামন্তরিকের ভূমি 125 মিটার এবং উচ্চতা 5 মিটার হলে।

ক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

**সমাধান:** ধরি, ABCD একটি সামন্তরিক

এবং ভূমি, AB = 125 মিটার

এবং উচ্চতা, DE = 5 মিটার

সামন্তরিকের ক্ষেত্রফল = ভূমি  $\times$  উচ্চতা

$$= AB \times DE$$

$$= 125 \times 5 \text{ বর্গ মিটার}$$

$$= 625 \text{ বর্গ মিটার}$$

অন্তর্সারে, বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = 625 বর্গ মিটার

তাঁর, ক্ষেত্রের একটি বাহু =  $x$  মিটার

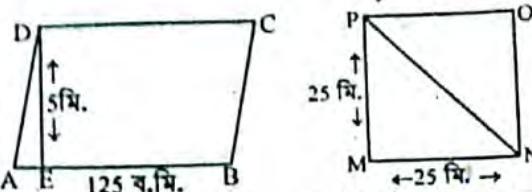
অন্তর্ল, বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল =  $x \times x$  বর্গ মিটার

$$= x^2 \text{ বর্গ মিটার}$$

$$\therefore x^2 = 625$$

$$\text{বা}, x = \sqrt{(25)^2}$$

$$\therefore x = 25 \text{ মিটার}$$



আবার, ধরি, PMNO একটি বর্গক্ষেত্র। PMNO বর্গের P এবং N কিন্তু যোগ করি। এখন  $\triangle PMN$ -এ  $\angle PMN = 90$  এবং PN অতিভুজ।

∴ পীথাগোরাসের সূত্রানুযায়ী,  $PN^2 = PM^2 + MN^2$

$$\text{বা}, PN^2 = (25)^2 + (25)^2$$

[∴ বর্গক্ষেত্রের প্রতিটি বাহু সমান সেক্ষেত্রে  $PM = MN = 25$  মিটার]

$$\text{বা}, PN^2 = 625 + 625 = 1250$$

$$\therefore PN^2 = \sqrt{1250}$$

$$= 35.35 \text{ মিটার}$$

∴ বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য = 35.35 মিটার (প্রাপ্ত)

অতএব, বর্গক্ষেত্রের কর্ণের নির্ণয় দৈর্ঘ্য 35.35 মিটার (প্রাপ্ত)

- ১। একটি সামন্তরিকের বাহুর দৈর্ঘ্য 30 সে.মি. ও 26 সে.মি।  
এর ক্ষুম্ভতর কর্ণটি 28 সে.মি. হলে, অপর কর্ণটির দৈর্ঘ্য  
নির্ণয় কর।

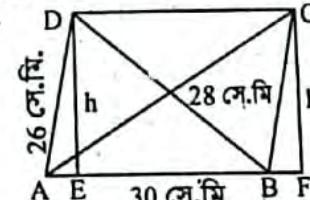
**সমাধান:** ধরি, ABCD একটি সামন্তরিক

দেয়া আছে,  $AB = DC = 30$  সে.মি.

$$AD = BC = 26 \text{ সে.মি.}$$

$$\text{কর্ণ}, BD = 28 \text{ সে.মি.}$$

অপর কর্ণ,  $AC = ?$



∴  $\triangle ABD$  এর পরিসীমা,  $2s = (AB + BD + AD)$  একক

$$\text{বা}, 2s = (30 + 28 + 26) \text{ সে.মি.}$$

$$\text{বা}, s = \frac{84}{2} \text{ সে.মি.}$$

$$\therefore s = 42 \text{ সে.মি}$$

∴  $\triangle ABD$  এর ক্ষেত্রফল

$$= \sqrt{s(s - AB)(s - BD)(s - AD)} \dots\dots (i)$$

এখন, (i) নং সমীকরণে  $s$ , AB, BD এবং AD এর মান  
বসিয়ে পাই,

$$\sqrt{42(42 - 30)(42 - 28)(42 - 26)} \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= \sqrt{42 \times 12 \times 14 \times 16} \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= \sqrt{7 \times 6 \times 6 \times 2 \times 2 \times 7 \times 4 \times 4} \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= \sqrt{7^2 \times 6^2 \times 4^2 \times 2^2} \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 7 \times 6 \times 4 \times 2 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 336 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

আবার,  $\triangle ABD$  এর ভূমি, AB = 30 সে.মি. এবং উচ্চতা,

Q. অন্তর্ভুক্ত ক্ষেত্র

$$\Delta ABD \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{চোৱা}$$

$$= \frac{1}{2} \times AB \times DE$$

$$= \frac{1}{2} \times 20 \times 6$$

$$\Delta ABD \text{ এর ক্ষেত্রফল} = 60 \text{ সেমি}^2.$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 20 \times h = 60$$

$$\text{বা, } 10h = 60$$

$$\text{বা, } h = \frac{60}{10}$$

$$\therefore h = 6 \text{ সেমি}.$$

$$\text{উভয়, } DE = CF = 6 \text{ সেমি}.$$

এখন, সমকোণী ত্রিভুজ CBF হতে পাই,  $BC^2 = CF^2 + BF^2$

$$\text{বা, } (26)^2 = (22.40)^2 + (BF)^2$$

$$\text{বা, } (BF)^2 = (26)^2 - (22.40)^2$$

$$\text{বা, } BF^2 = 676 - 501.76$$

$$\text{বা, } BF^2 = 174.24$$

$$\therefore BF = \sqrt{174.24}$$

$$= 13.2 \text{ সেমি}.$$

এখন,  $\Delta ACF$  হতে পাই,  $AC^2 = AF^2 + CF^2$

$$\text{বা, } AC^2 = (30 + 13.2)^2 + (22.4)^2$$

$$= (43.2)^2 + (22.4)^2$$

$$= 1866.24 + 501.76$$

$$= 2368.00$$

$$\therefore AC = \sqrt{2368}$$

$$= 48.66 \text{ সেমি. (প্রায়)}$$

অতএব, সামন্তরিকটির অপর কর্ণের নির্দেশ দৈর্ঘ্য = 48.66 সেমি. (প্রায়)।

১০। একটি রুহসের পরিসীমা 180 সে.মি. এবং কুম্ভকর্ণ 54 সে.মি.। এর অপর কর্ণ ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

**সমাধান :** ধরি, ABCD একটি রুহ। AC ও BD এর সুইটি কর্ণ প্রস্থের O বিন্দুতে ছেদ করেছে। এখনে, রুহসের পরিসীমা = 180 সে.মি.

ধরি, একটি কর্ণ,  $AC = 54$  সে.মি.

∴ রুহসের ক্ষেত্রফল =  $\frac{1}{2} \times AC \times BD$  বর্গ একক

আমরা জানি, রুহসের কর্ণের প্রস্থকে সরকোশে সমবিহীন করে।

$$\text{সূতরাং, } AO = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \times 54 = 27 \text{ সে.মি.}$$

$$\text{এবং } BO = \frac{1}{2} BD$$

আবর্ত, রুহসের বাকু চারটি সমান করে,

$$AB = \frac{\text{বাকু সমূত সরবরাহ}}{4} = \frac{\text{পরিসীমা}}{4} = \frac{180}{4} = 45 \text{ সে.মি.}$$

এখন, ABC সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,  $AB^2 = AO^2 + BO^2$

$$\text{বা, } (45)^2 = (27)^2 + \left(\frac{1}{2} BD\right)^2$$

$$\text{বা, } 2025 = 729 + \left(\frac{1}{2} BD\right)^2$$

$$\text{বা, } 1296 = \left(\frac{1}{2} BD\right)^2$$

$$\text{বা, } (36)^2 = \left(\frac{1}{2} BD\right)^2$$

$$\text{বা, } 36 = \frac{1}{2} BD$$

$$\therefore BD = 72 \text{ সে.মি.}$$

রুহসের ক্ষেত্রফল =  $\frac{1}{2} \times AC \times BD$  বর্গ একক

$$= \frac{1}{2} \times 54 \times 72 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 27 \times 72 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 1944 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

অতএব, রুহসের অপর কর্ণের নির্দেশ দৈর্ঘ্য = 72 সে.মি.

এবং ক্ষেত্রফল = 1944 বর্গ সে.মি.।

১১। একটি ট্রিপিজিয়ামের সমকোণী বাকু সুইটির দৈর্ঘ্যের মধ্য = 24 সে.মি. এবং তাসের লম্ব সূতৰ মধ্য সূতৰ  $h = 24$  সে.মি.। ট্রিপিজিয়াম সুইটির সমকোণী বাকুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

**সমাধান :** মনে করি,

ট্রিপিজিয়ামের সমকোণী একটি বাকু  $x$  সে.মি.

∴ " অপর "  $(x + 8)$  "

সমকোণী বাকু সুইটির লম্ব সূতৰ  $h = 24$  সে.মি.

∴ ক্ষেত্রফল =  $(13 \times 24)$  বর্গ সে.মি.

$$= 312 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{1}{2} \times 24(x + x + 8) = 312$$

$$\text{বা, } 2x + 8 = \frac{312}{12}$$

$$\text{বা, } 2x + 8 = 26$$

$$\text{বা, } 2x = 26 - 8$$

$$\text{বা, } 2x = 18$$

$$\text{বা, } x = \frac{18}{2}$$

$$\therefore x = 9$$

∴ ট্রিপিজিয়ামের সমকোণী একটি বাকু  $x = 9$  সে.মি.

∴ " অপর "  $(x + 8)$  "

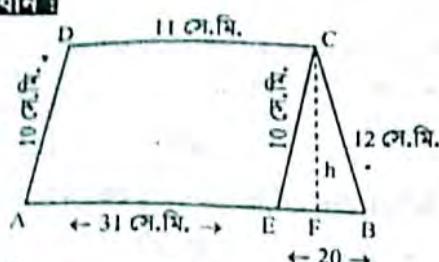
$$= (9 + 8) \text{ সে.মি.}$$

$$= 17 \text{ সে.মি.}$$

নির্দেশ ট্রিপিজিয়ামের সমকোণী বাকু সুইটির দৈর্ঘ্য 9 সে.মি. ও 17 সে.মি.।

১২। একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 31 সে.মি. ও 11 সেন্টিমিটার এবং অপর বাহু দুইটির দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 10 সে.মি. ও 12 সে.মি.। এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

**সমাধান :**



মনে করি,

ABCD ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহু AB থেকে DC এর সমান AE অংশ কাটি।

তাহলে,  $AE = CD = 11$  সে.মি.

$$\text{সূতরাঃ } BE = AB - AE$$

$$= 31 - 11 \text{ সে.মি.}$$

$$= 20 \text{ সে.মি.}$$

এখন,  $\triangle BEC$  এর  $CE = 10$  সে.মি.

[ $\because$  ABCE সামান্তরিকে  $AD = EC$ ]

$$\begin{aligned} \therefore \triangle BEC \text{ এর অর্ধপরিসীমা, } S &= \frac{CE + BE + BC}{2} \text{ একক} \\ &= \frac{10 + 20 + 12}{2} \text{ সে.মি.} \\ &= \frac{42}{2} \text{ সে.মি.} \\ &= 21 \text{ সে.মি.} \end{aligned}$$

তাহলে,  $\triangle BEC$  এর ক্ষেত্রফল,

$$\begin{aligned} &= \sqrt{S(S - CE)(S - BE)(S - BC)} \text{ বর্গ একক} \\ &= \sqrt{21(21 - 10)(21 - 20)(21 - 12)} \text{ বর্গ সে.মি.} \\ &= \sqrt{21 \times 11 \times 1 \times 9} \\ &= \sqrt{2079} \\ &= 45.596 \text{ বর্গ সে.মি.} \end{aligned}$$

আবার, CF,  $\triangle BEC$  এর উচ্চতা,

$$\therefore \triangle ABEC \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \text{ ভূমি} \times \text{উচ্চতা}$$

$$\text{বা, } 45.596 = \frac{1}{2} \times BE \times CF$$

$$\text{বা, } BE \times CF = 91.192$$

$$\text{বা, } CF = \frac{91.192}{BE}$$

$$\text{বা, } = \frac{91.192}{20}$$

$$\text{বা, } = 4.56 \text{ সে.মি.}$$

$\therefore$  ট্রাপিজিয়ামের উচ্চতা,  $CF = h = 4.56$  সে.মি.

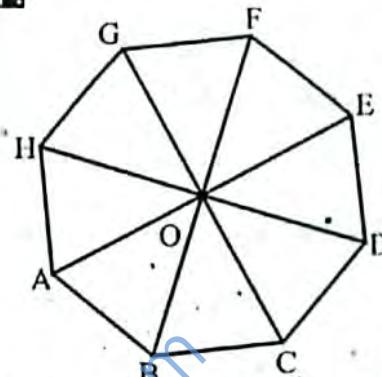
ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের একটি বাহু,  $a = 31$  সে.মি. এবং অপর বাহু,  $B = 11$  সে.মি.

$$\begin{aligned} \therefore \text{ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{2} \times (a + b) \times h \text{ বর্গ একক} \\ &= \frac{1}{2} \times (31 + 11) \times 4.56 \text{ বর্গ সে.মি.} \\ &= \frac{1}{2} \times 42 \times 4.56 \text{ বর্গ সে.মি.} \\ &= 95.75 \text{ বর্গ সে.মি.} \end{aligned}$$

$\therefore$  নির্ণেয় ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল = 95.75 বর্গ সে.মি.

১৩। একটি সূয়ম অঞ্চলজের কেন্দ্র থেকে কৌণিক বিশ্বুর দূরত্ব 1.5 মিটার হলে, এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

**সমাধান :**



মনে করি, ABCDEFGH একটি সূয়ম অঞ্চলজ। এর কেন্দ্র O থেকে শীর্ষবিন্দুগুলো যোগ করা হলো। ফলে 8 টি সমান ক্ষেত্রবিশিষ্ট ত্রিভুজ উৎপন্ন হয়।

$$\therefore \angle AOB = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$$

মনে করি,  
O কেন্দ্র বিশিষ্ট শীর্ষবিন্দুগুলোর দূরত্ব, a মিটার  
এবং  $a = 1.5$  মিটার

$$\therefore \triangle \text{ক্ষেত্র } AOB \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} a \cdot a \sin 45^\circ$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} a^2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} && [\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}] \\ &= \frac{a^2}{2\sqrt{2}} \\ &= \frac{(1.5)^2}{2\sqrt{2}} \\ &= 0.7955 \text{ বর্গমিটার} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{সূয়ম অঞ্চলজের ক্ষেত্রফল} &= 8 \times \triangle \text{ক্ষেত্র } AOB \text{ এর} \\ &\text{ক্ষেত্রফল} \\ &= 8 \times 0.7955 \text{ বর্গ মিটার} \\ &= 6.364 \text{ বর্গ মিটার} \end{aligned}$$

১৪। আয়তাকার একটি ফুলের বাগানের দৈর্ঘ্য 150 মিটার এবং প্রস্থ 100 মিটার। বাগানটিকে পরিচর্যা করার জন্য ঠিক মাঝে দিয়ে 3 মিটার চওড়া দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর রাস্তা আছে।

- ক) উপরের তথ্যটি চিত্রের সাহায্যে সংক্ষিপ্ত বর্ণনা দাও।
- খ) রাস্তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- গ) রাস্তাটি পাকা করতে 25 সে.মি. এবং 12.5 সে.মি. প্রস্থ বিশিষ্ট কয়টি ইটের প্রয়োজন।

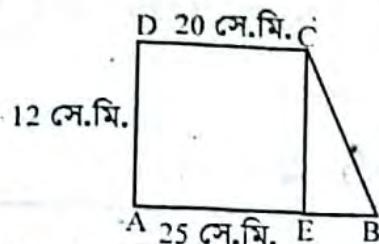


$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \times BE \times CE \\
 &= \left( \frac{1}{2} \times 1.6 \times 2.54 \right) \text{ বর্গ সে.মি.} \\
 &= 2.032 \text{ বর্গ সে.মি.}
 \end{aligned}$$

- $\therefore$  ABCD আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল  
 = ADCE আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল +  $\Delta$  ক্ষেত্রে BCE এর  
 ক্ষেত্রফল  
 $= (6.096 + 2.032)$  বর্গ সে.মি.  
 $= 8.128$  বর্গ সে.মি. (প্রায়)

২ নং চিত্র :

ABCD চতুর্ভুজক্ষেত্রে C থেকে AB এর উপর CE লম্ব  
 অঙ্কন করি।



$$\begin{aligned}
 &\therefore \Delta BCE \text{ এ } \angle CEB = 90^\circ \\
 &\therefore BE = AB - AE \\
 &= 25 \text{ সে.মি.} - 20 \text{ সে.মি.} [\because CD = AE = 20 \text{ সে.মি.}] \\
 &= 5 \text{ সে.মি.}
 \end{aligned}$$

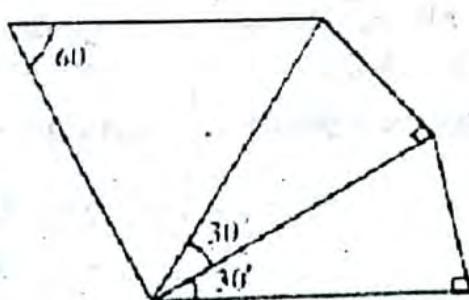
$$\begin{aligned}
 &\therefore ADCE \text{ চতুর্ভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} = CD \times AD \\
 &= (20 \times 12) \text{ বর্গ সে.মি.} \\
 &= 240 \text{ বর্গ সে.মি.} \\
 &\text{আবার, } \Delta \text{ক্ষেত্র } BCE \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times BE \times CE \\
 &= \left( \frac{1}{2} \times 5 \times 12 \right) \text{ বর্গ সে.মি.} \\
 &= 30 \text{ বর্গ সে.মি.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\therefore ABCD \text{ চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} = ADCE \text{ চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} + \Delta \text{ক্ষেত্র } BCE \text{ এর ক্ষেত্রফল} \\
 &= (240 + 30) \text{ বর্গ সে.মি.} \\
 &= 270 \text{ বর্গ সে.মি.}
 \end{aligned}$$

অতএব, ২য় চিত্রের ক্ষেত্রফল 270 বর্গ সে.মি.

৩ নং চিত্র :

2 সে.মি.



৩য় চিত্রে,  $\Delta AEC$  এ

$$\angle AEC = \angle EAC = \angle ACE = 60^\circ$$

$$\therefore AE = AC = EC = 2 \text{ সে.মি.}$$

$\therefore$  সমবাহু  $\Delta$  ক্ষেত্র AEC এর ক্ষেত্রফল

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 2^2 \quad [\because a = 2 \text{ সে.মি.}] \\
 &= \sqrt{3} \text{ বর্গ সে.মি.}
 \end{aligned}$$

আবার,  $\Delta ABC$  এ

$$\angle ACB = 30^\circ \text{ এবং } AC = 2 \text{ সে.মি.}$$

$$\therefore \sin \angle ACB = \frac{AB}{AC}$$

$$\text{বা, } \sin 30^\circ = \frac{AB}{2}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{AB}{2}$$

$$\therefore AB = 1 \text{ সে.মি.}$$

$$\cos \angle ACB = \frac{BC}{AC}$$

$$\text{বা, } \cos 30^\circ = \frac{BC}{2}$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BC}{2}$$

$$\therefore BC = \sqrt{3} \text{ সে.মি.}$$

$\therefore \Delta$  ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \times BC \times AB \quad [BC \perp AB] \\
 &= \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 1 \\
 &= \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ বর্গ সে.মি.}
 \end{aligned}$$

আবার,

$$\triangle BCD \text{ এ } \angle BCD = 30^\circ \text{ এবং } BC = \sqrt{3} \text{ সে.মি.}$$

$$\therefore \sin \angle BCD = \frac{BD}{BC}$$

$$\text{বা, } \sin 30^\circ = \frac{BD}{\sqrt{3}} \quad [\because BC = \sqrt{3}]$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{BD}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore BD = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ সে.মি.}$$

$$\text{আবার, } \cos \angle BCD = \frac{CD}{BC}$$

$$\text{বা, } \cos 30^\circ = \frac{BC}{\sqrt{3}}$$

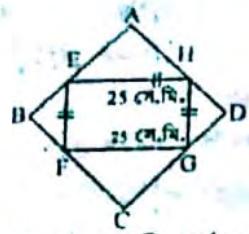
$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{CD}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore CD = \frac{3}{2} \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$\therefore \Delta$  ক্ষেত্র BCD এর ক্ষেত্রফল  $[\because BC \perp AB]$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \times CD \times BD \\
 &= \left( \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{8} \right) \text{ বর্গ সে.মি.} \\
 &= 3.25 \text{ বর্গ সে.মি. (প্রায়)}
 \end{aligned}$$

৪ নং চিত্র :



চিত্রে যেহেতু EFGH একটি বর্গক্ষেত্র সেহেতু ABCD চতুর্ভুজটিও একটি বর্গক্ষেত্র।

$$\therefore \Delta \text{ক্ষেত্র } DGH \text{ এ } - \angle GDH = 90^\circ$$

$$\text{ধরি, } DH = DG = a$$

$$\therefore \text{সমবিবাহু সমকোণী ত্রিভুজক্ষেত্র } GDH \text{ এ } \\ DG^2 + DH^2 = GH^2$$

$$\text{বা, } a^2 + a^2 = (25)^2$$

$$\text{বা, } 2a^2 = (25)^2$$

$$\text{বা, } a^2 = \frac{(25)^2}{2}$$

$$\text{বা, } a = \frac{25}{\sqrt{2}}$$

$$\text{সূতরাঙ্ক, } AD = DH + AH$$

$$= a + a' \quad [\because DH = a = AH]$$

$$= 2a$$

$$\therefore ABCD \text{ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} = (\text{বর্ণের এক বাহুর দৈর্ঘ্য}) \times$$

$$(2a)^2$$

$$= 4 \left( \frac{25}{\sqrt{2}} \right)^2 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= \frac{4 \times (25)^2}{2} \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 1250 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

অতএব, ৪ষ্ঠ চিত্রটির ক্ষেত্রফল 1250 বর্গ সে.মি.

## □ অনুশিলনী- ১৬.৩

### পাঠ্যবইয়ের কাজসমূহের সমাধান

**কাজ :** একটি বৃত্তের পরিধি 440 মিটার। ঐ বৃত্তে অন্তর্ভুক্ত বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। [পৃষ্ঠা-২৬]

**সমাধান :** মনে করি, বৃত্তের ব্যাসার্ধ  $r$  মিটার।

$$\therefore \text{বৃত্তের পরিধি } 2\pi r \text{ মিটার।}$$

এবং ABCD বর্গক্ষেত্রটি ঐ বৃত্তে অন্তর্ভুক্ত।

প্রশ্নমতে,

$$2\pi r = 440$$

$$\text{বা, } 2r = \frac{440}{\pi} = \frac{440}{3.1416} \text{ মিটার}$$

$$\text{বা, } 2r = 140.056 \text{ মিটার}$$

এখন,  $\triangle ABC$  সমকোণী।

$$\therefore AB^2 + BC^2 = AC^2$$

$$\text{বা, } \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{(140.056)^2} \quad [\because AB = BC]$$

$$\text{বা, } \sqrt{2AB^2} = 140.056$$

$$\text{বা, } \sqrt{2} AB = 140.056$$

$$\text{বা, } AB = \frac{140.056}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore AB = 99.0495 \text{ (আয়)}$$

$\therefore$  নির্ণেয় বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য = 99.0495 মিটার



**সমাধান :** এখানে, ADC অর্ধবৃত্তের ক্ষেত্রফল

$$= \frac{\pi \left( \frac{AC}{2} \right)^2}{2} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{\pi \times \left( \frac{20}{2} \right)^2}{2} \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= \frac{3.1416 \times 10 \times 10}{2} \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 157.08 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

আবার,  $\triangle ABC$  সমকোণী ত্রিভুজ,

$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$

$$\text{বা, } AB^2 = AC^2 - BC^2$$

$$\text{বা, } AB^2 = (20)^2 - (15)^2$$

$$\text{বা, } AB^2 = 400 - 225$$

$$\text{বা, } AB^2 = 175$$

$$\text{বা, } AB = \sqrt{175}$$

$$\therefore AB = 13.228$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times AB \times BC$$

$$= \frac{1}{2} \times 13.228 \times 15$$

$$= 99.215 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

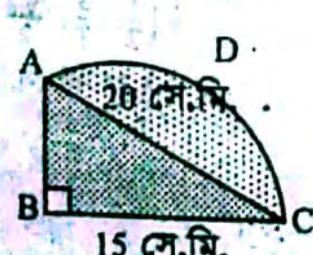
$\therefore$  গাঢ় চিহ্নিত ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = ADC অর্ধবৃত্তের ক্ষেত্রফল +  $\triangle ABC$  এর ক্ষেত্রফল

$$= (157.08 + 99.215) \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 256.295 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

**উত্তর :** 256.295 বর্গ সে.মি.

**কাজ :** চিত্রে গাঢ় চিহ্নিত ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। [পৃষ্ঠা-২৭]



## □ অনুশিলনি- ১৬.৩

### পাঠ্যবইয়ের কাজসমূহের সমাধান

**কাজ :** একটি বৃত্তের পরিধি 440 মিটার। এ বৃত্তে অঙ্গরেখিত বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। [পৃষ্ঠা-২৬৮]

**সমাধান :** মনে করি, বৃত্তের ব্যাসার্ধ  $r$  মিটার  
 $\therefore$  বৃত্তের পরিধি  $2\pi r$  মিটার।

এবং  $ABCD$  বর্গক্ষেত্রটি এ বৃত্তে অঙ্গরেখিত।

প্রশ্নমতে,

$$2\pi r = 440$$

$$\text{বা, } 2r = \frac{440}{\pi} = \frac{440}{3.1416} \text{ মিটার}$$

$$\text{বা, } 2r = 140.056 \text{ মিটার}$$

এখন,  $\triangle ABC$  সমকোণী

$$\therefore AB^2 + BC^2 = AC^2$$

$$\text{বা, } \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{(140.056)^2} [\because AB = BC]$$

$$\text{বা, } \sqrt{2AB^2} = 140.056$$

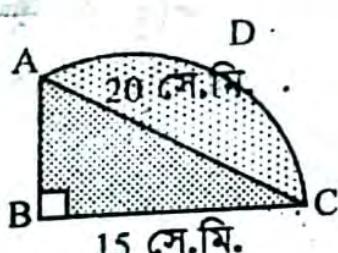
$$\text{বা, } \sqrt{2} AB = 140.056$$

$$\text{বা, } AB = \frac{140.056}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore AB = 99.0495 \text{ (প্রায়)}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য} = 99.0495 \text{ মিটার}$$

**কাজ :** চিত্রে গাঢ় চিহ্নিত ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। [পৃষ্ঠা-২৭০]



**সমাধান :** এখানে,  $ADC$  অর্ধবৃত্তের ক্ষেত্রফল

$$= \frac{\pi \left(\frac{AC}{2}\right)^2}{2} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{\pi \times \left(\frac{20}{2}\right)^2}{2} \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= \frac{3.1416 \times 10 \times 10}{2} \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 157.08 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

আবার,  $\triangle ABC$  সমকোণী ত্রিভুজ,

$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$

$$\text{বা, } AB^2 = AC^2 - BC^2$$

$$\text{বা, } AB^2 = (20)^2 - (15)^2$$

$$\text{বা, } AB^2 = 400 - 225$$

$$\text{বা, } AB^2 = 175$$

$$\text{বা, } AB = \sqrt{175}$$

$$\therefore AB = 13.228$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times AB \times BC$$

$$= \frac{1}{2} \times 13.228 \times 15$$

$$= 99.215 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$\therefore$  গাঢ় চিহ্নিত ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল =  $ADC$

ক্ষেত্রফল +  $\triangle ABC$  এর ক্ষেত্রফল

$$= (157.08 + 99.215) \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 256.295 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

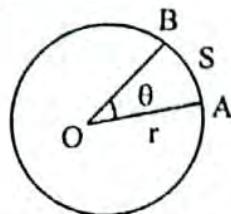
উত্তর : 256.295 বর্গ সে.মি.

## পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান

- ১। একটি বৃত্তচাপ কেন্দ্রে  $30^{\circ}$  কোণ উৎপন্ন করে। বৃত্তের ব্যাস 126 সে.মি. হলে চাপের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

**সমাধান :** দেওয়া আছে,  
কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ,  $30^{\circ}$   
বৃত্তের ব্যাস,  $2r = 126$  সে.মি.  
 $\therefore$  ব্যাসার্ধ,  $r = \frac{126}{2} = 63$  সে.মি.  
 $= 63$  সে.মি.

বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য,  $S = ?$

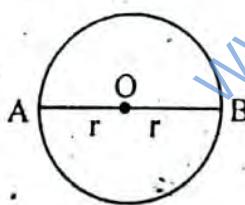


আমরা জানি, বৃত্তের কোণ চাপ দ্বারা উৎপন্ন কেন্দ্র কোণ  
এই বৃত্ত চাপের সমানুপাতিক।

$$\begin{aligned} \therefore \frac{\theta}{360} &= \frac{S}{2\pi r} \\ \text{বা, } S &= \frac{2\pi r\theta}{360} \\ &= \frac{2 \times 3.1416 \times 63 \times 30}{360} \\ &= 32.987 \text{ সে.মি. (প্রায়)} \end{aligned}$$

- ২। প্রতি মিনিটে 66 মিটার বেগে  $1\frac{1}{2}$  মিনিটে একটি ঘোড়া  
কোনো মাঠ ঘুরে এলো। এই মাঠের ব্যাস নির্ণয় কর।

**সমাধান :**



মনে করি,  
O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তাকার মাঠের ব্যাসার্ধ = r মিটার।  
 $\therefore$  ব্যাস,  $AB = (r + r) \text{ মি.} = 2r \text{ মি.}$

ঘোড়াটি 1 মিনিটে যায় = 66 মিটার

$$\begin{aligned} \therefore " 1\frac{1}{2} \text{ বা } \frac{3}{2} " &= \frac{66 \times 3}{2} \\ &= 99 \text{ মিটার} \end{aligned}$$

বৃত্তের ব্যাসার্ধ r হলে পরিধি =  $2\pi r$

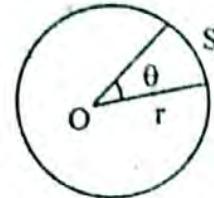
প্রশ্নমতে,  $2\pi r = 99$

$$\begin{aligned} \text{বা, } 2r &= \frac{99}{3.1416} \\ &= 31.513 \text{ মিটার।} \end{aligned}$$

$\therefore$  নির্ণেয় মাঠের ব্যাস 31.513 মিটার।

- ৩। একটি বৃত্তাশের ক্ষেত্রফল 77 বর্গ মিটার এবং বৃত্তের ব্যাসার্ধ 21 মিটার। বৃত্তচাপটি কেন্দ্রে যে কোণ উৎপন্ন করে, তা নির্ণয় কর।

**সমাধান :**



দেওয়া আছে,  
বৃত্তাশের ক্ষেত্রফল = 77 বর্গ মিটার  
এবং বৃত্তের ব্যাসার্ধ,  $r = 21$  মিটার  
উৎপন্ন কোণ,  $\theta = ?$   
আমরা জানি,

$$\text{বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল} = \frac{\theta}{360} \pi r^2$$

$$\text{বা, } 77 = \frac{\theta \times 3.1416 \times (21)^2}{360}$$

$$\text{বা, } \theta \times 3.1416 \times 441 = 360 \times 77$$

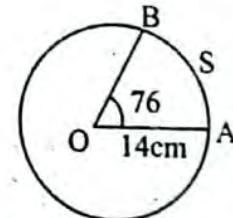
$$\text{বা, } \theta = \frac{27720}{1385.4456}$$

$$\therefore \theta = 20.008^{\circ}$$

$\therefore$  নির্ণেয় উৎপন্ন কোণ,  $20.008^{\circ}$

- ৪। একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ 14 সে.মি. এবং বৃত্তচাপ কেন্দ্রে  $75^{\circ}$  কোণ উৎপন্ন করে। বৃত্তাশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

**সমাধান :**



দেওয়া আছে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ,  $r = 14$  সে.মি.  
এবং বৃত্তচাপের কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ,  $\theta = 76^{\circ}$   
বৃত্তাশের ক্ষেত্রফল = ?  
আমরা জানি,

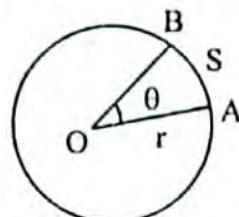
$$\begin{aligned} \text{বৃত্তাশের ক্ষেত্রফল} &= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2 \\ &= \frac{75 \times 3.1416 \times (14)^2}{360} \\ &= \frac{46181.52}{360} \\ &= 128.282 \\ &= 128.282 \text{ বর্গ সে.মি.} \end{aligned}$$

$\therefore$  নির্ণেয় বৃত্তাশের ক্ষেত্রফল 128.282 বর্গ সে.মি.

## পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান

- ১। একটি বৃত্তচাপ কেন্দ্রে  $30^\circ$  কোণ উৎপন্ন করে। বৃত্তের ব্যাস 126 সে.মি. হলে চাপের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

**সমাধান :** দেওয়া আছে,  
কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ,  $30^\circ$   
বৃত্তের ব্যাস,  $2r = 126$  সে.মি.  
 $\therefore$  ব্যাসার্ধ,  $r = \frac{126}{2}$  সে.মি.  
 $= 63$  সে.মি.  
বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য,  $S = ?$



আমরা জানি, বৃত্তের কোণ চাপ দ্বারা উৎপন্ন কেন্দ্রস্থ কোণ এই বৃত্ত চাপের সমানুপাতিক।

$$\therefore \frac{\theta}{360} = \frac{S}{2\pi r}$$

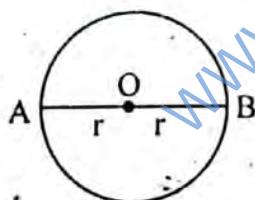
$$\text{বা, } S = \frac{2\pi r \theta}{360}$$

$$= \frac{2 \times 3.1416 \times 63 \times 30}{360}$$

$$= 32.987 \text{ সে.মি. (প্রায়)}$$

- ২। প্রতি মিনিটে 66 মিটার বেগে  $1\frac{1}{2}$  মিনিটে একটি ঘোড়া কোনো মাঠ ঘুরে এলো। এই মাঠের ব্যাস নির্ণয় কর।

**সমাধান :**



মনে করি,  
O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তাকার মাঠের ব্যাসার্ধ =  $r$  মিটার।

$$\therefore \text{ব্যাস, } AB = (r + r) \text{ মি.} = 2r \text{ মি.}$$

ঘোড়াটি 1 মিনিটে যায় = 66 মিটার

$$\therefore " 1\frac{1}{2} \text{ বা } \frac{3}{2} " = \frac{66 \times 3}{2} "$$

$$= 99 \text{ মিটার}$$

বৃত্তের ব্যাসার্ধ  $r$  হলে পরিধি =  $2\pi r$

প্রশ্নমতে,  $2\pi r = 99$

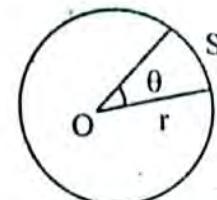
$$\text{বা, } 2r = \frac{99}{3.1416}$$

$$= 31.513 \text{ মিটার।}$$

$\therefore$  নির্ণেয় মাঠের ব্যাস 31.513 মিটার।

- ৩। একটি বৃত্তাখণ্ডের ক্ষেত্রফল 77 বর্গমিটার এবং বৃত্তের ব্যাসার্ধ 21 মিটার। বৃত্তচাপটি কেন্দ্রে যে কোণ উৎপন্ন করে, তা নির্ণয় কর।

**সমাধান :**



দেওয়া আছে,  
বৃত্তাখণ্ডের ক্ষেত্রফল = 77 বর্গ মিটার  
এবং বৃত্তের ব্যাসার্ধ,  $r = 21$  মিটার  
উৎপন্ন কোণ,  $\theta = ?$   
আমরা জানি,

$$\text{বৃত্তকল্পার ক্ষেত্রফল} = \frac{\theta}{360} \pi r^2$$

$$\text{বা, } 77 = \frac{\theta \times 3.1416 \times (21)^2}{360}$$

$$\text{বা, } 0 \times 3.1416 \times 441 = 360 \times 77$$

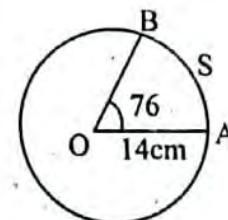
$$\text{বা, } \theta = \frac{27720}{1385.4456}$$

$$\therefore \theta = 20.008^\circ$$

$\therefore$  নির্ণেয় উৎপন্ন কোণ,  $20.008^\circ$

- ৪। একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ 14 সে.মি. এবং বৃত্তচাপ কেন্দ্রে কোণ উৎপন্ন করে। বৃত্তাখণ্ডের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

**সমাধান :**



দেওয়া আছে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ,  $r = 14$  সে.মি.

এবং বৃত্তচাপের কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ,  $\theta = 76^\circ$

বৃত্তাখণ্ডের ক্ষেত্রফল = ?

আমরা জানি,

$$\text{বৃত্তাখণ্ডের ক্ষেত্রফল} = \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$$

$$= \frac{75 \times 3.1416 \times (14)^2}{360}$$

$$= \frac{46181.52}{360}$$

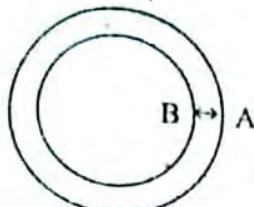
$$= 128.282$$

$$= 128.282 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$\therefore$  নির্ণেয় বৃত্তাখণ্ডের ক্ষেত্রফল 128.282 বর্গ সে.মি.

- ৫। একটি বৃত্তাকার মাঠকে ঘিরে একটি রাস্তা আছে। রাস্তাটির ভিতরের পরিধি অপেক্ষা বাইরের পরিধি 44 মিটার বড়। রাস্তাটির চওড়া নির্ণয় কর।

**সমাধান:**



মনে করি, বৃত্তাকার রাস্তাটির প্রস্থ,  $AB = y$  মি.

এবং বৃত্তাকার মাঠের ব্যাসার্ধ  $= r$  মি.

রাস্তাটির ভিতরের পরিধি  $= 2\pi r$

রাস্তাসহ বৃত্তাকার মাঠের ব্যাসার্ধ  $= (r + y)$  মি.

$\therefore$  রাস্তাটির বাইরের পরিধি  $= 2\pi(r + y)$  মি.

শর্তানুসারে,  $2\pi(r + y) - 2\pi r = 44$

$$\text{বা}, 2\pi(r + y - r) = 44$$

$$\text{বা}, 2\pi y = 44$$

$$\text{বা}, \pi y = \frac{22}{2}$$

$$\text{বা}, \pi y = \frac{44}{2}$$

$$\text{বা}, y = \frac{22}{\pi}$$

$$= \frac{22}{3.1416} \quad [\because \pi = 3.1416]$$

$$= 7.00280 \text{ মি.}$$

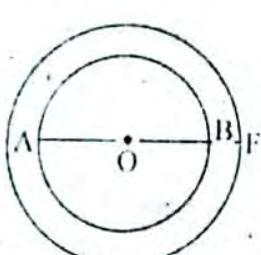
$$= 7.003 \text{ মি.}$$

$\therefore$  রাস্তাটির প্রস্থ  $= 7.003$  মি.

অতএব, রাস্তাটির নির্দেশ প্রস্থ  $7.003$  মি।

- ৬। একটি বৃত্তাকার পার্কের ব্যাস 26 মিটার। পার্কটিকে বেষ্টন করে বাইরে 2 মিটার প্রশস্ত একটি পথ আছে। পথটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

**সমাধান:**



মনে করি, O কেন্দ্র বিশিষ্ট একটি বৃত্তাকার পার্কের ব্যাস AB এবং পার্ককে বেষ্টন করে BF প্রশস্ত একটি পথ বিন্দুমান।

দেওয়া আছে, বৃত্তাকার পার্কের ব্যাস AB = 26 মিটার

এবং পথটির প্রশস্ততা, BF = 2 মিটার।

বৃত্তাকার পার্কের ব্যাসার্ধ,  $r_1 = \frac{AB}{2} = \frac{26}{2} \text{ মি.} = 13 \text{ মি.}$

এবং পার্কসহ পথ দ্বারা গঠিত বৃত্তাকার ক্ষেত্রের ব্যাসার্ধ,  $r_2 = OB + BF$

$= (13 + 2) \text{ মিটার}$

$= 15 \text{ মিটার}$

এখন, জানা আছে, যেকোন বৃত্তের ক্ষেত্রফল  $\pi r^2$  বর্গ একক

যেখানে  $r =$  উক্ত বৃত্তের ব্যাসার্ধ এবং  $\pi = 3.1416$

$\therefore$  বৃত্তাকার পার্কের ক্ষেত্রফল,  $A_1 = \pi r_1^2$  বর্গ মি.

$$= \pi (13)^2 \text{ বর্গ মি. } [\because \pi = 3.1416]$$

$$= 3.1416 \times 169$$

$$= 530.93 \text{ বর্গ মি.}$$

এবং পার্কসহ পথ দ্বারা গঠিত বৃত্তের ক্ষেত্রফল,  $A_2 = \pi r_2^2$  বর্গ

মি.

$$= \pi (15)^2 \text{ বর্গ মি. } [\because \pi = 3.1416]$$

$$= 3.1416 \times 225$$

$$= 706.86 \text{ বর্গ মি.}$$

অতএব, পথটির ক্ষেত্রফল  $= (A_2 - A_1)$  বর্গ মি.

$$= (706.86 - 530.93) \text{ বর্গ মি.} = 175.93 \text{ বর্গ মি.}$$

$\therefore$  প্রদত্ত পথের ক্ষেত্রফল 175.93 বর্গ মি. (Ans.)

- ৭। একটি গাড়ির সামনের চাকার ব্যাস 28 সে.মি. এবং পিছনের চাকার ব্যাস 35 সে.মি। 44 মিটার পথ যেতে সামনের চাকা পিছনের চাকা অপেক্ষা কত পূর্ণসংখ্যক বার বেশি ঘূরবে?

**সমাধান:**

দেওয়া আছে,

গাড়ির সামনের চাকার ব্যাস = 28 সে.মি.

$$\therefore " " " \text{ ব্যাসার্ধ } r_1 = \frac{28}{2} \text{ সে.মি.}$$

$$\therefore r_1 = 14 \text{ সে.মি.}$$

আবার,

গাড়ির পিছনের চাকার ব্যাস = 35 সে.মি.

$$\therefore " " " \text{ ব্যাসার্ধ } r_2 = \frac{35}{2} \text{ সে.মি.}$$

$$\therefore r_2 = 17.5 \text{ সে.মি.}$$

এখন,

গাড়ির সামনের চাকার পরিধি  $= 2\pi r_1$  সে.মি.

$$= 2 \times 3.1416 \times 14 \text{ সে.মি.}$$

$$= 87.965 \text{ সে.মি.}$$

গাড়ির পিছনের চাকার পরিধি  $= 2\pi r_2$  সে.মি.

$$= 2 \times 3.1416 \times 17.5 \text{ সে.মি.}$$

$$= 109.956 \text{ সে.মি.}$$

এখন,  $88 \text{ মিটার} = 88 \times 100 \text{ সে.মি.}$

$$= 8800 \text{ সে.মি.}$$

$\therefore$  সামনের চাকা  $87.965$  সে.মি পথ যায় 1 বার ঘূরে

$$" " 1 " " = \frac{1}{87.965} "$$

$$" " 8800 " " = \frac{8800}{87.965} "$$

$$= 100 \text{ বার ঘূরে}$$

আবার,

পিছনের চাকাটি  $109.956$  সে.মি. পথ যায় 1 বার ঘূরে

$$" " 1 " " = \frac{1}{109.956} "$$

$$" " 8800 " " = \frac{8800}{109.956} "$$

$$= 80.032 \text{ বার ঘূরে}$$

অতএব, সামনের চাকা পিছনের দিকে অপেক্ষা  $(100 - 80)$

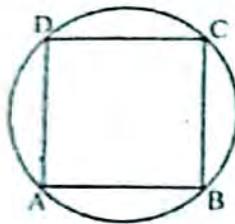
$$= 20 \text{ বার বেশি ঘূরে}$$

(Ans.)

- ৮। একটি বৃত্তের পরিধি 220 মিটার। ঐ বৃত্তে অন্তর্দিখিত

বৃক্ষের বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

**সমাধান :**



মনে করি,

বৃক্ষের ব্যাসার্ধ =  $r$  মিটার

এবং ABCD বৰ্গ ক্ষেত্রটি ঐ বৃক্ষে অঙ্গীভূত।

আহরা জানি,

বৃক্ষের পরিধি =  $2\pi r$

প্রশ্নমতে,  $2\pi r = 220$

$$\text{বা}, 2 \times 3.1416 \times r = 220 \quad [\because \pi = 3.1416]$$

$$\text{বা}, r = \frac{220}{6.2832}$$

$$= 35.014 \text{ মিটার}$$

$$\therefore \text{বৃক্ষের ব্যাস}, AC = 2 \times 35.014 \text{ মিটার}$$

$$= 70 \text{ মিটার}$$

এখন,  $\triangle ABC$  সমকোণী সমবিবাহু ত্রিভুজ থেকে,

$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$

$$\text{বা}, AB^2 + AB^2 = AC^2 \quad [\because BC = AB]$$

$$\text{বা}, 2AB^2 = AC^2$$

$$\text{বা}, AC^2 = 2AB^2$$

$$\text{বা}, AC = \sqrt{2} AB$$

$$\text{বা}, AB = \frac{AC}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore AB = \frac{70.028}{\sqrt{2}}$$

$$= 49.5173 \text{ মিটার}$$

$\therefore$  নির্ণেয় বৃক্ষে অঙ্গীভূত বৰ্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য = 49.5173 মিটার

১। একটি বৃক্ষের পরিধি একটি সমবিবাহু ত্রিভুজের পরিসীমার সমান। এন্দের ক্ষেত্রফলের অনুপাত নির্ণয় কর।

**সমাধান :**

মনে করি,

বৃক্ষের ব্যাসার্ধ =  $r$

$\therefore$  বৃক্ষের পরিধি =  $2\pi r$

এবং বৃক্ষের ক্ষেত্রফল =  $\pi r^2$

প্রশ্নমতে, সমবিবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা =  $2\pi r$

$$\therefore \text{সমবিবাহু ত্রিভুজের এক বাহুর দৈর্ঘ্য}, a = \frac{2\pi r}{3}$$

এখন, ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল =  $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$  বৰ্গ একক

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \left( \frac{2\pi r}{3} \right)^2 \text{ বৰ্গ একক}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{4\pi^2 r^2}{9} \text{ বৰ্গ একক}$$

$$= \frac{\sqrt{3} \pi^2 r^2}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot 3} \\ = \frac{\pi^2 r^2}{3\sqrt{3}}$$

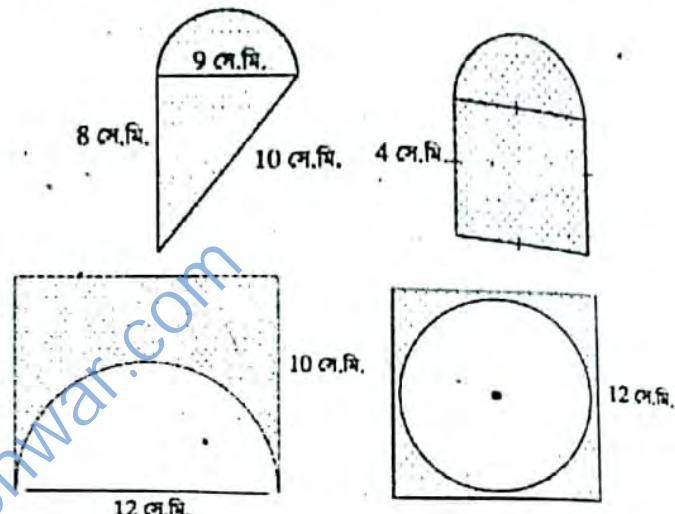
$\therefore$  বৃক্ষকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল এবং সমবিবাহু ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল এর অনুপাত

$$= \pi r^2 : \frac{\pi^2 r^2}{3\sqrt{3}}$$

$$= \left( 1 : \frac{\pi}{3\sqrt{3}} \right)$$

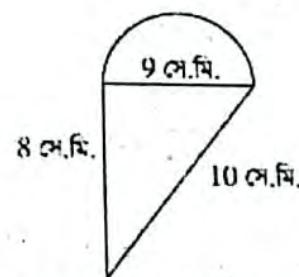
$$= 3\sqrt{3} : \pi \text{ (Ans.)}$$

১০। নিচের চিত্রের তথ্য অনুযায়ী গাঢ় চিহ্নিত ক্ষেত্রগুলোর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।



**সমাধান :**

চি-১ :



ABCD এর ক্ষেত্রফল = ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল + ADE অর্ধবৃক্ষের ক্ষেত্রফল  
এখন,

$$\text{ABC ত্রিভুজের অর্ধপরিসীমা}, s = \frac{AB + BC + AC}{2}$$

$$= \frac{9 + 10 + 8}{2}$$

$$= \frac{27}{2} \text{ সে.মি.}$$

$$= 13.5 \text{ সে.মি.}$$

ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$$= \sqrt{s(s - AB)(s - BC)(s - AC)}$$

$$= \sqrt{13.5(13.5 - 9)(13.5 - 10)(13.5 - 8)}$$

$$= \sqrt{13.5 \times 4.5 \times 3.5 \times 5.5}$$

$$= \sqrt{1169.4375}$$

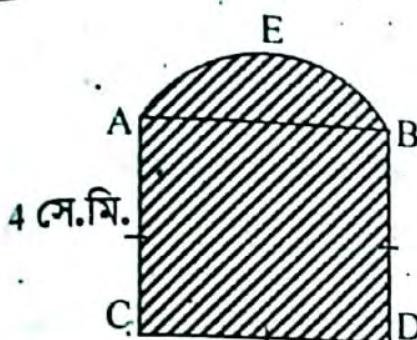
$$= 34.197 \text{ বৰ্গ সে.মি.}$$

বলুন,  
 $ADB$  অর্ধবৃত্তের ব্যাসার্ধ,  $r = \frac{9}{2}$  সে.মি. = 4.5 সে.মি.  
 $ADB$  অর্ধবৃত্তের ক্ষেত্রফল =  $\frac{1}{2} \pi r^2$   
 $= \frac{1}{2} \times 3.1416 \times (4.5)^2$   
 $= 31.808$  বর্গ সে.মি.

এখন,  
 $ABCD$  এর ক্ষেত্রফল =  $ABC$  ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল -  $ADB$  অর্ধবৃত্তের ক্ষেত্রফল  
 $= 34.197 - 31.808$   
 $= 66.0057$   
 $\therefore$  নির্ণেয় ক্ষেত্রফল = 66.0057 বর্গ সে.মি.।

টিপ-২:

সমাধান:



মনে করি,  $ABCD$  বর্গক্ষেত্রের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য  $a$  এবং  $a = 4$  সে.মি.

$$\therefore কর্ণক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = a^2$$

আবার,  $ABE$  একটি অর্ধবৃত্ত।

$$\therefore অর্ধবৃত্তের ব্যাসার্ধ r = \frac{4}{2} = 2 \text{ সে.মি.}$$

$$\text{সূত্রাংশ অর্ধবৃত্তের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \pi r^2$$

$\therefore ABCDE$  সম্পূর্ণ তলের ক্ষেত্রফল =  $ABCD$  বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল +  $AEB$  অর্ধবৃত্তের ক্ষেত্রফল

$$= \left( a^2 + \frac{1}{2} \pi r^2 \right).$$

$$= \left[ (4)^2 + \frac{1}{2} \times 3.1416 \times (2)^2 \right]$$

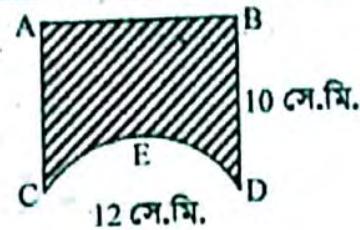
$$= 16 + 0.5 \times 3.1416 \times 4$$

$$= 22.283 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$\therefore$  নির্ণেয় ক্ষেত্রফল 22.283 বর্গ সে.মি.

টিপ-৩:

সমাধান:



দেয়া আছে,

$ABCD$  চতুর্ভুজের,

দৈর্ঘ্য,  $CD = 12$  সে.মি.

প্রস্থ,  $BD = 10$  সে.মি.

$$\therefore ABCD \text{ চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল} = \text{দৈর্ঘ্য} \times \text{প্রস্থ}$$

$$= (12 \times 10) \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 120 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

এখন,  $CED$  একটি অর্ধবৃত্ত।

$$\text{সূত্রাংশ এর ব্যাসার্ধ, } r = \frac{12}{2} \text{ সে.মি.} = 6 \text{ সে.মি.}$$

$$\therefore CED \text{ অর্ধবৃত্তের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \pi r^2$$

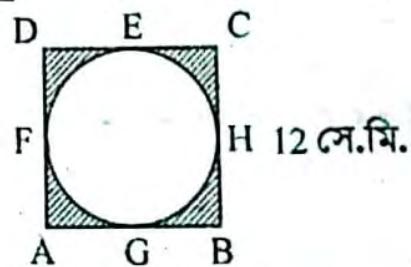
$$= 0.5 \times 3.1416 \times (6)^2$$

$$= 56.55 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

অতএব,  $ACEDB$  অর্ধবৃত্তের ক্ষেত্রফল =  $ABCD$  চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল -  $CED$  অর্ধবৃত্তের ক্ষেত্রফল  
 $= (120 - 56.55) \text{ বর্গ সে.মি.}$   
 $= 63.45 \text{ বর্গ সে.মি.}$   
 $\therefore$  নির্ণেয় ক্ষেত্রফল 63.45 বর্গ. সে.মি.

টিপ-৪:

সমাধান:



মনে করি,

$ABCD$  একটি বর্গক্ষেত্র।

এর প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য,  $a = 12$  সে.মি.

$$\therefore ক্ষেত্রফল = a^2 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= (12)^2 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 144 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

আবার,  $EFGH$  বৃত্তের ব্যাসার্ধ,  $r = \frac{12}{2} \text{ সে.মি.}$   
 $= 6 \text{ সে.মি.}$

এবং  $EFGH$  বৃত্তের ক্ষেত্রফল =  $\pi r^2$  বর্গ সে.মি.  
 $= 3.1416 \times (6)^2 \text{ বর্গ সে.মি.}$   
 $= 113.098 \text{ বর্গ সে.মি.}$

$\therefore$  চিত্রে গাঢ় চিহ্নিত অংশের ক্ষেত্রফল =  $ABCD$  বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$$= (144 - 113.098) \text{ বর্গ সে.মি.} = 30.902 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$\therefore$  নির্ণেয় ক্ষেত্রফল 30.902 বর্গ সে.মি.।

## পাঠ্যবইয়ের কাজসমূহের সমাধান

**কাজ :** তোমার গণিত বইয়ের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা মেপে এর আয়তন, সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। [পৃষ্ঠা-২৭২]

**সমাধান :** আমার গণিত বইটি ক্ষেত্র দিয়ে মেপে পাই,

$$\text{দৈর্ঘ্য } a = 26 \text{ সে.মি.}$$

$$\text{” ” } b = 19 \text{ সে.মি.}$$

$$\text{” ” } c = 1.5 \text{ সে.মি.}$$

$$\text{আয়তন} = abc \text{ ঘন একক}$$

$$= 26 \times 19 \times 1.5 \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$= 741 \text{ ঘন সে.মি.}$$

∴ বইটির সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল

$$= 2(ab + bc + ca) \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 2(26 \times 19 + 19 \times 1.5 + 1.5 \times 26) \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 2(494 + 28.5 + 39) \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 1123 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$\text{এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$= \sqrt{(26)^2 + (19)^2 + (1.5)^2}$$

$$= 32.24 \text{ সে.মি. (প্রায়)}$$

∴ বইটির আয়তন 741 ঘন সে.মি., সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল 1123 বর্গ সে.মি. এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য 32.24 বর্গ সে.মি. (প্রায়)

**কাজ :** তিনটি ধাতব ঘনকের ধার যথাক্রমে 3 সে.মি., 4 সে.মি. ও 5 সে.মি.। ঘনক তিনটিকে গুলয়ে একটি নতুন ঘনক তৈরি করা হলো। নতুন ঘনকের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল ও কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। [পৃষ্ঠা-২৭৩]

**সমাধান :** আমরা জানি, ঘনকের ধার  $a$  একক হলে,

$$\text{ঘনকের আয়তন} = a^3 \text{ ঘন একক}$$

$$\text{এবং ঘনকের কর্ণ} = \sqrt{3}a \text{ একক}$$

এখানে, নতুন ঘনকের আয়তন =  $(3^3 + 4^3 + 5^3)$  ঘন সে.মি.

$$= (27 + 64 + 125) \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$= 216 \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$\therefore \text{নতুন ঘনকের ধার} = \sqrt[3]{216} \text{ সে.মি.}$$

$$= 6 \text{ সে.মি.}$$

$$\text{আবার, নতুন ঘনকের কর্ণ} = \sqrt{3}a \text{ সে.মি.}$$

$$= \sqrt{3} \times 6 \text{ সে.মি.}$$

$$= 10.392 \text{ সে.মি.}$$

উত্তর : ধার 6 সে.মি. এবং কর্ণ 10.392 সে.মি. (প্রায়)।

**কাজ :** একটি আয়তাকার কাগজের পাতা মোড়ায়ে একটি সমবৃত্তমিক সিলিন্ডার তৈরি কর। এর পৃষ্ঠাটলের ক্ষেত্রফল এবং আয়তন নির্ণয় কর।

**সমাধান :** মনে করি, সমবৃত্তমিক সিলিন্ডারের উচ্চতা,  $h = 20$  সে.মি.

$$\text{এবং ভূমির ব্যাসার্ধ}, r = 10 \text{ সে.মি.}$$

$$\text{এবং সম্পূর্ণ তলের ক্ষেত্রফল} = 2\pi(r + h) \text{ বর্গ একক}$$

$$= 2 \times 3.1416 \times (10 + 20) \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 2 \times 3.1416 \times 30 \text{ ”}$$

$$= 188.496 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$\therefore \text{আয়তন} = \pi r^2 h \text{ ঘন একক}$$

$$= 3.1416 \times (10)^2 \times 20 \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$= 6283.2 \text{ ঘন সে.মি.}$$

## পাঠ্যবইয়ের উদাহরণসমূহ

উদাহরণ-১॥ আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 25 সে.মি. 20 সে.মি. এবং 15 সে.মি.। এর সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল, আয়তন এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

**সমাধান :** মনে করি, আয়তাকার ঘনবস্তুর

দৈর্ঘ্য  $a = 25$  সে.মি., প্রস্থ  $b = 20$  সে.মি. এবং উচ্চতা  $c = 15$  সে.মি.।

∴ আয়তাকার ঘনবস্তুটির সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল

$$= 2(ab + bc + ca)$$

$$= 2(25 \times 20 + 20 \times 15 + 15 \times 25) \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 2350 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$\text{আয়তন} = abc = 25 \times 20 \times 15 \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$= 7500 \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$\text{এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$= \sqrt{(25)^2 + (20)^2 + (15)^2} \text{ সে.মি.}$$

$$= \sqrt{625 + 400 + 225} \text{ সে.মি.}$$

$$= \sqrt{1250} \text{ সে.মি.}$$

$$= 35.353 \text{ সে.মি. (প্রায়)}$$

∴ নির্ণয় সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল 2350 বর্গ সে.মি., আয়তন 2500 ঘন সে.মি. এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য 35.353 সে.মি. (প্রায়)।

উদাহরণ— ২। একটি ঘনকের সম্মূল গৃহের ক্ষেত্রফল ৯৬ বর্গমিটার। এর কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

**সমাধান :** মনে করি, ঘনকটির ধার  $a$ .

$$\therefore \text{এর সম্মূল গৃহের ক্ষেত্রফল} = 6a^2 \text{ এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য} = \sqrt{3}a$$

$$\text{প্রশ্নানুসারে}, 6a^2 = 96$$

$$\text{বা}, a^2 = 16$$

$$\therefore a = 4$$

$$\therefore \text{ঘনকটির কর্ণের দৈর্ঘ্য} = \sqrt{3}a = \sqrt{3} \times a = 6.928 \text{ মিটার} \text{ (প্রায়)}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় কর্ণের দৈর্ঘ্য} 6.928 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

উদাহরণ—৩। একটি সমবৃত্তভূমিক বেলনের উচ্চতা ১০ সে.মি. এবং ভূমির ব্যাসার্ধ ৭ সে.মি. হলে, এর আয়তন এবং সম্মূল গৃহের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

**সমাধান :** মনে করি, সমবৃত্তভূমিক বেলনের উচ্চতা,  $h = 10$  সে.মি. এবং ভূমির ব্যাসার্ধ,  $r = 7$  সে.মি.

$$\therefore \text{এর আয়তন} = \pi r^2 h = 3.1416 \times 7^2 \times 10 \text{ (ঘন সে.মি.)} \\ = 1539.38 \text{ ঘন সে.মি. (প্রায়)}$$

$$\text{এবং সম্মূলগৃহের ক্ষেত্রফল} = 2\pi r(r + h)$$

$$= 2 \times 3.1416 \times 7(7 + 10) \text{ বর্গ সে.মি. (প্রায়)}$$

$$= 747.7 \text{ বর্গ সে.মি. (প্রায়)} \text{ (Ans.)}$$

উদাহরণ—৪। ঢাকনাসহ একটি বাজের বাইরের মাপ যথাক্রমে ১০ সে.মি., ৯ সে.মি. ও ৭ সে.মি. এবং ভেতরের সমষ্টি বাজটির ক্ষেত্রফল ২৬২ বর্গ সে.মি। এর দেওয়ালের পুরুষ সমান হলে, বাজের বেধ নির্ণয় কর।

**সমাধান :** মনে করি, বাজের বেধ  $x$

ঢাকনাসহ বাজের বাইরের মাপ যথাক্রমে ১০ সে.মি.

৯ সে.মি. ও ৭ সে.মি.

$$\therefore \text{বাজের ভেতরের মাপ যথাক্রমে} a = (10 - 2x), b = (9 - 2x) \text{ ও } c = (7 - 2x) \text{ সে.মি.}$$

$\therefore$  বাজের ভেতরের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

$$= 2(ab + bc + ca)$$

$$\text{প্রশ্নানুসারে}, 2(ab + bc + ca) = 262$$

$$\text{বা}, (10 - 2x)(9 - 2x) + (9 - 2x)(7 - 2x) + (7 - 2x)(10 - 2x) = 131$$

$$\text{বা}, 90 - 38x + 4x^2 + 63 - 32x + 4x^2 + 70 - 34x + 4x^2 - 131 = 0$$

$$\text{বা}, 12x^2 - 104x + 92 = 0$$

$$\text{বা}, 3x^2 - 26x + 23 = 0$$

$$\text{বা}, 3x^2 - 3x - 23x + 23 = 0$$

$$\text{বা}, 3x(x - 1) - 23(x - 1) = 0$$

$$\text{বা}, (x - 1)(3x - 23) = 0$$

$$\text{বা}, x - 1 = 0 \quad \text{অথবা}, 3x - 23 = 0$$

$$\text{বা}, x = 1 \quad \text{বা}, x = \frac{23}{3} = 7.67 \text{ (প্রায়)}$$

কিন্তু বাজের বেধ এর দৈর্ঘ্য বা প্রস্থ বা উচ্চতায় সমান অথবা বড় হতে পারে না।

$$\therefore x = 1$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় বাজের বেধ} 1 \text{ সে.মি.}$$

উদাহরণ—৫। কোনো ঘনকের পৃষ্ঠাতলের কর্ণের দৈর্ঘ্য  $8\sqrt{2}$  সে.মি. হলে এর কর্ণের দৈর্ঘ্য ও আয়তন নির্ণয় কর।

**সমাধান :** মনে করি, ঘনকের ধার =  $a$

$$\therefore \text{ঘনকটির পৃষ্ঠাতলের কর্ণের দৈর্ঘ্য} = \sqrt{2}a$$

$$\text{কর্ণের দৈর্ঘ্য} = \sqrt{3}a$$

$$\text{এবং আয়তন} = a^3 \text{ ঘন একক।}$$

$$\text{প্রশ্নানুসারে}, \sqrt{2}a = 8\sqrt{2} \therefore a = 8$$

$$\therefore \text{ঘনকটির কর্ণের দৈর্ঘ্য} = \sqrt{3} \times 8 \text{ সে.মি.}$$

$$= 13.856 \text{ সে.মি. (প্রায়)}$$

$$\text{এবং আয়তন} = 8^3 \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$= 512 \text{ ঘন সে.মি.}$$

নির্ণেয় কর্ণের দৈর্ঘ্য 13.856 সে.মি. (প্রায়) এবং আয়তন 512 ঘন সে.মি.।

উদাহরণ—৬। কোনো আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 12 সে.মি. এবং প্রস্থ 5 সে.মি। একে বৃহত্তর বাহুর চর্তুদিকে ঘোরালে একটি সমবৃত্তভূমিক বেলন আকৃতির ঘনবক্তু উৎপন্ন হবে, যার উচ্চতা  $h = 12$  সে.মি. এবং ভূমির ব্যাসার্ধ  $r = 5$  সে.মি.।

**সমাধান :** দেওয়া আছে একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 12

সে.মি. এবং প্রস্থ 5 সে.মি। একে বৃহত্তর বাহুর চর্তুদিকে

ঘোরালে একটি সমবৃত্তভূমিক বেলন আকৃতির ঘনবক্তু উৎপন্ন

হবে, যার উচ্চতা  $h = 12$  সে.মি. এবং ভূমির ব্যাসার্ধ  $r = 5$  সে.মি.।

$\therefore$  উৎপন্ন ঘনকের পৃষ্ঠাতলের ক্ষেত্রফল

$$= 2\pi(r + h) \text{ বর্গ একক}$$

$$= 2 \times 3.1416 \times 5(5 + 12) \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 534.071 \text{ বর্গ সে.মি. (প্রায়)}$$

$$\text{এবং আয়তন} = \pi r^2 h \text{ বর্গ একক:}$$

$$= 3.1416 \times 5^2 \times 12 \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$= 942.48 \text{ ঘন সে.মি. (প্রায়)}$$

নির্ণেয় পৃষ্ঠাতলের ক্ষেত্রফল 534.071 বর্গ সে.মি. (প্রায়) এবং আয়তন 942.48 ঘন সে.মি. (প্রায়)।

## পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান



#### ৪। নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

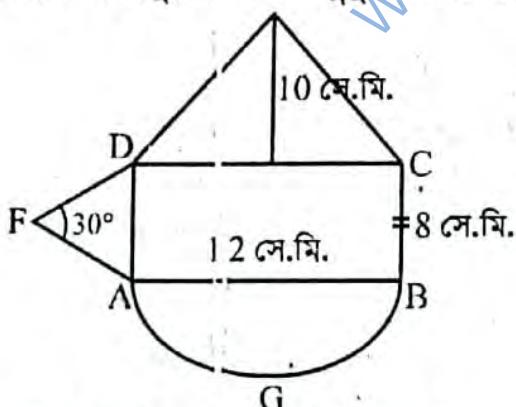
- i. 4 সে.মি. বর্গাকার পাথরের পরিসীমা 16 সে.মি.
  - ii. 3 সে.মি., ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পাতের ক্ষেত্রফল  $3\pi$   
বর্গ সে.মি.
  - iii. 5 সে.মি., উচ্চতা এবং 2 সে.মি. ব্যাসার্ধের বেলন  
আকৃতির ধন্ত্ব আয়তন  $20\pi$  ঘন সে.মি.

ওপৱের ভিত্তিতে নিচের কোনটি সঠিক?

- କ i, ii  
ଗ ii, iii

উত্তর : খ) i ও iii

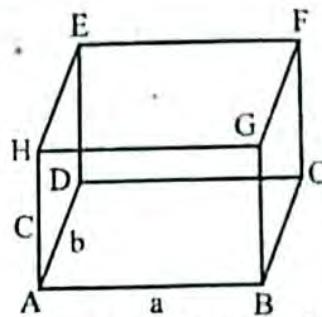
৫। চিত্রের তথ্য অনুসারে নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :



- |                        |                                       |
|------------------------|---------------------------------------|
| ৫।                     | ABCD আয়তক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য কত? |
| ক                      | 13                                    |
| খ                      | 14                                    |
| গ                      | 14.4 প্রায়                           |
| ঘ                      | 15                                    |
| উত্তর : গ) 14.4 প্রায় |                                       |
| ৬।                     | ADF বৃত্তাখণ্ডের ক্ষেত্রফল কত?        |
| ক                      | 16                                    |
| খ                      | 32                                    |
| গ                      | 64                                    |
| ঘ                      | 128                                   |
| উত্তর : ক) 16          |                                       |



সমাধান :



মনে করি, আয়তাকার ঘনবক্ষুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে  $a = 16$  মিটার  $b = 12$  মিটার এবং  $c = 4.5$  মিটার।

$$\begin{aligned}
 & \therefore \text{আয়তাকার ঘনবস্তুর পৃষ্ঠাতলের ক্ষেত্রফল} \\
 & = 2(ab + ca + bc) \text{ বর্গ একক} \\
 & = 2(16 \times 12 + 4.5 \times 16 + 12 \times 4.5) \text{ বর্গ একক} \\
 & = 2(192 + 72 + 54) \text{ বর্গ একক} \\
 & = 2 \times 318 \text{ বর্গ একক} \\
 & = 636 \text{ বর্গ একক}
 \end{aligned}$$

## ଆয়াতকার ঘনবস্তুর কর্ণের দৈর্ঘ্য

$$\begin{aligned}
 &= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \\
 &= \sqrt{(16)^2 + (12)^2 + (4.5)^2} \\
 &= \sqrt{256 + 144 + 20.25} \\
 &= \sqrt{420.25} \\
 &= 20.5 \text{ একক}
 \end{aligned}$$

ଆয়তাকার ঘনবক্তুর আয়তন =  $a \times b \times c$

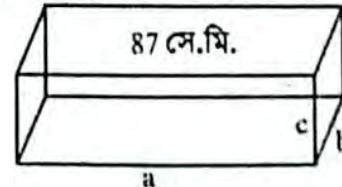
$$= 16 \times 12 \times 4.5$$

∴ নির্ণয় পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল 636 বর্গ মিটার, কর্ণের দৈর্ঘ্য 20.5 মিটার এবং আয়তন 864 ঘন মিটার।

৯। একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতার অনুপাত  
 21:16:12 এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য 87 সে.মি. হলে, ঘন বস্তুটির  
 তলের ক্ষেত্রফল।

**সমাধান :** মনে করি, আয়তিক ঘনবস্তুটির দৈর্ঘ্য = a  
সে.মি.

প্রস্তুতি = b সে.মি.  
এবং উচ্চতা = c সে.মি.



পরিমিতি  
 $\therefore$  আয়তিক ঘনটির সমষ্টি তলের ক্ষেত্রফল =  $2(ab + bc + ca)$  বর্গ সে.মি.

আবার, কর্ণ =  $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$  সে.মি.

প্রশ্নানুসারে,

$$a : b : c = 21 : 16 : 12 \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{এবং } \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = 87 \dots\dots\dots (ii)$$

(i) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$$a : b : c = 21 : 16 : 12$$

$$\text{বা, } \frac{a}{21} = \frac{b}{16} = \frac{c}{12} = x \text{ (ধরি)}$$

$$\text{বা, } a = 21x, b = 16x, c = 12x$$

এখন, (ii) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$$\sqrt{(21x)^2 + (16x)^2 + (12x)^2} = 87$$

[a, b ও c এর মান বসিয়ে]

$$\text{বা, } (21x)^2 + (16x)^2 + (12x)^2 = (87)^2 \quad [\text{বর্গ করে}]$$

$$\text{বা, } 441x^2 + 256x^2 + 144x^2 = 87 \times 87$$

$$\text{বা, } x^2 = \frac{7569}{841}$$

$$\text{বা, } x^2 = 9$$

$$\therefore x = 3$$

$$\therefore \text{দৈর্ঘ্য} = 21 \times x = 21 \times 3 = 63 \text{ সে.মি.}$$

$$\text{প্রস্থ} = 16x = 16 \times 3 = 48 \text{ সে.মি.}$$

$$\text{এবং উচ্চতা} = 12x = 12 \times 3 = 36 \text{ সে.মি.}$$

$\therefore$  আয়তিক ঘনটির সমষ্টি তলের ক্ষেত্রফল

$$= 2(63 \times 48 + 48 \times 36 + 36 \times 63)$$

$$= 2(3024 + 1728 + 2268)$$

$$= 2 \times 7020$$

$$= 14040 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

অতএব, আয়তিক ঘনটির তলের নির্ণয় ক্ষেত্রফল 14040

বর্গ সে.মি.

১০। একটি আয়তাকার ঘনবস্তু 48 বর্গ মিটার ভূমির উপর দণ্ডযালন। এর উচ্চতা 3 মিটার এবং কর্ণ 13 মিটার। আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

**সমাধান :** মনে করি, আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য = a মি.

$$\text{” ” } \text{প্রস্থ} = b \text{ মি.}$$

$$\therefore \text{ভূমির ক্ষেত্রফল} = ab \text{ বর্গ মি.} = 48 \text{ বর্গ মি.}$$

আমরা জানি, আয়তাকার ঘনবস্তু এর কর্ণ (d) =

$$\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

এখনে, উচ্চতা (c) = 3 মিটার

$$\therefore 13 = \sqrt{a^2 + b^2 + 3^2}$$

$$\text{বা, } 169 = a^2 + b^2 + 9$$

$$\text{বা, } a^2 + b^2 = 169 - 9 = 160 \dots\dots (i)$$

$$\therefore (a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

$$= 160 + 2 \times 48$$

$$[যেহেতু a^2 + b^2 = 160 \text{ ও } ab = 48]$$

$$= 256$$

$$\therefore a + b = \sqrt{256}$$

$$\therefore a + b = 16 \dots\dots (ii)$$

$$\begin{aligned} \text{আবার, } (a - b)^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \\ &= 160 - (2 \times 48) = 64 \end{aligned}$$

$$\therefore a - b = \sqrt{64}$$

$$a - b = 8 \dots\dots (iii)$$

$$\text{এখন, (ii) + (iii) থেকে পাই, } 2a = 24 \text{ বা, } a = 12$$

$$\text{এবং, (ii) - (iii) থেকে পাই, } 2b = 8, \text{ বা, } b = 4$$

অতএব, দৈর্ঘ্য = 12 মিটার এবং প্রস্থ = 4 মিটার। (Ans.)

১১। একটি আয়তাকার বাক্সের বাইরের মাপ যথাক্রমে 8 সে.মি., 6 সে.মি. ও 4 সে.মি. এবং ভেতরের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠার ক্ষেত্রফল 88 বর্গ সে.মি.। বাক্সটির কাঠের পুরুত্ব নির্ণয় কর।

#### সমাধান :

মনে করি, কাঠের পুরুত্ব = x সে.মি.

অতএব, বাক্সের ভেতরের দৈর্ঘ্য (a) =  $(8 - 2x)$  সে.মি.

বাক্সের ভেতরের প্রস্থ (b) =  $(6 - 2x)$  সে.মি.

এবং বাক্সের ভেতরের উচ্চতা (c) =  $(4 - 2x)$  সে.মি.

সুতরাং, বাক্সটির ভেতরের সমষ্টি পৃষ্ঠার ক্ষেত্রফল =  $2(ab + bc + ca)$

$$= 2 \{(8 - 2x)(6 - 2x) + (6 - 2x)(4 - 2x) + (8 - 2x)\} \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= (48 - 28x + 4x^2 + 24 - 20x + 4x^2 + 32 - 24x + 4x^2) \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 2(12x^2 - 72x + 104) \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } 2(12x^2 - 72x + 104) = 88$$

$$\text{বা, } 12x^2 - 72x + 104 = 44$$

$$\text{বা, } 12x^2 - 72x + 104 - 44 = 0$$

$$\text{বা, } 12x^2 - 72x + 60 = 0$$

$$\text{বা, } 12(x^2 - 6x + 5) = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 5x - x + 5 = 0$$

$$\text{বা, } x(x - 5) - 1(x - 5) = 0$$

$$\text{বা, } (x - 5)(x - 1) = 0$$

$$\text{হয়, } x - 5 = 0 \quad \text{অথবা, } x - 1 = 0$$

$$\therefore x = 5 \quad \therefore x = 1$$

যেহেতু বাক্সের বাইরের উচ্চতা 4 সে.মি. সেহেতু ভেতরের উচ্চতা 5 সে.মি. হতে পারে না।

অতএব, বাক্সের পুরুত্ব 1 সে.মি. (Ans.)

১২। একটি দেওয়ালের দৈর্ঘ্য 25 মিটার, উচ্চতা 6 মিটার এবং পুরুত্ব 30 সে.মি.। একটি ইটের দৈর্ঘ্য 10 সে.মি. প্রস্থ 5 সে.মি. এবং উচ্চতা 3 সে.মি.। দেওয়ালটি ইট দিয়ে তৈরি করতে প্রয়োজনীয় ইটের সংখ্যা নির্ণয় কর।

**সমাধান :** দেওয়া আছে,

দেওয়ালের দৈর্ঘ্য = 25 মিটার

$$= 2500 \text{ সে.মি.}$$

$$\text{প্রস্থ} = 6 \text{ মিটার}$$

$$= 600 \text{ সে.মি.}$$

$$\text{পুরুত্ব} = 30 \text{ সে.মি.}$$

$$\text{দেওয়ালটির আয়তন} = \text{দৈর্ঘ্য} \times \text{প্রস্থ} \times \text{পুরুত্ব}$$

$$= (2500 \times 600 \times 30) \text{ সে.মি.} \\ = 45000000 \text{ সে.মি.}$$

আরাব একটি ইটের দৈর্ঘ্য = 10 সে.মি.

প্রস্থ = 5 সে.মি.

পুরুত্ব বা উচ্চতা = 3 সে.মি.

∴ ইটের আয়তন =  $(10 \times 5 \times 3)$  সে.মি.

$$= 150 \text{ সে.মি.}$$

এখন, 150 সে.মি. = 1 টি ইট

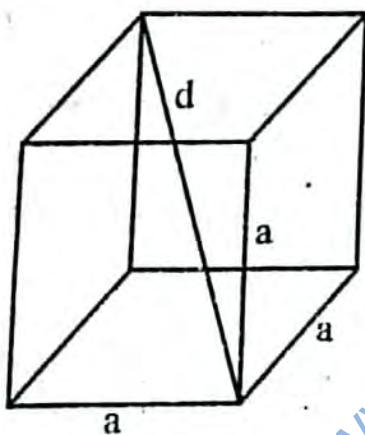
$$\therefore 1 \text{ } " " = \frac{1}{150} \text{ } "$$

$$\therefore 45000000 \text{ } " " = \frac{1 \times 45000000}{150} \text{ } " " \\ = 300000 \text{ টি ইট।}$$

অতএব, দেওয়াটি ইট দিয়ে তৈরি করতে প্রয়োজনীয় ইটের সংখ্যা  $300000$  টি। (Ans.)

১৩। একটি ঘনক আকৃতি বজ্র পৃষ্ঠালের ক্ষেত্রফল 2400 বর্গ সে.মি. হলে, এর বর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

**সমাধান :** আমরা জানি, ঘনকের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠার ক্ষেত্রফল  $6a^2$  একক যেখানে ঘনকের, দৈর্ঘ্য = প্রস্থ = উচ্চতা =  $a$  একক।



$$\therefore \text{কর্ণ} = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2} \\ = \sqrt{3a^2} \\ = \sqrt{3}a$$

ঘনকের পৃষ্ঠালের ক্ষেত্রফল = 2400 বর্গ সে.মি.

$$\therefore \text{প্রশ্নানুসারে } 6a^2 = 2400$$

$$\text{বা, } a^2 = \frac{2400}{6}$$

$$\text{বা, } a^2 = 400$$

$$\text{বা, } a^2 = 20^2$$

$$\therefore a = 20$$

$$\therefore \text{কর্ণ} = \sqrt{3} \times a$$

$$= \sqrt{3} \times 20$$

$$= 34.641 \text{ সে.মি. (প্রায়)}$$

∴ অতএব ঘনকটির কর্ণের দৈর্ঘ্য  $34.641$  সে.মি. (প্রায়)  
(Ans.)

১৪। 12 সে.মি. উচ্চতাবিশিষ্ট একটি বেলনের ভূমির ব্যাসার্ধ 5 সে.মি.। এর পৃষ্ঠালের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।

**সমাধান :** মনে করি, বেলনের ব্যাসার্ধ  $r$  একক এবং উচ্চতা  $h$  একক।

তাহলে বেলনের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠার ক্ষেত্রফল =  $2\pi(rh + r)$  বর্গ একক।

$$\text{এখানে, } r = 5 \text{ সে.মি. এবং } h = 12 \text{ সে.মি.}$$

$$\text{অতএব বেলনের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠার ক্ষেত্রফল} = 2 \times 3.1416 \times 5 \times (12 + 5) \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= (2 \times 3.1416 \times 5 \times 17) \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 534.072 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$\text{এবং বেলনের আয়তন} = \pi r^2 h \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$= 3.1416 \times (5)^2 \times 12 \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$= 3.1416 \times 25 \times 12 \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$= 942.48 \text{ ঘন সে.মি.}$$

অতএব, সম্পূর্ণ পৃষ্ঠার ক্ষেত্রফল 534.072 বর্গ সে.মি.)

এবং বেলনের আয়তন 942.48 ঘন সে.মি.) (Ans.)

১৫। একটি বেলনের বক্রতলের ক্ষেত্রফল 100 বর্গ সে.মি. এবং এর আয়তন 150 ঘন সে.মি. বেলনের উচ্চতা এবং ভূমির ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

**সমাধান :** মনে করি, বেলনের ভূমির ব্যাসার্ধ  $r$  সে.মি. এবং উচ্চতা  $h$  সে.মি.

তাহলে, বক্রতলের ক্ষেত্রফল =  $2\pi rh$  ঘন সে.মি.

$$\text{এবং বেলনের আয়তন} = \pi r^2 h \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } \pi r^2 h = 150 \dots\dots (i)$$

$$\text{এবং } 2\pi rh = 100 \dots\dots (ii)$$

$$(i) \div (ii) \text{ থেকে পাই,}$$

$$\frac{\pi r^2 h}{2\pi rh} = \frac{150}{100}$$

$$\text{বা, } r = 3$$

$$\therefore \text{ভূমির ব্যাসার্ধ} = 3 \text{ সে.মি.}$$

$$\text{সমীকরণ } (ii) \text{ এ } r \text{ এর মান বসিয়ে পাই,}$$

$$2 \times 3.1416 \times 3 \times h = 100$$

$$\text{বা, } h = \frac{100}{2 \times 3.1416 \times 3} = 5.3052$$

$$\therefore \text{বেলনের উচ্চতা} = 5.3052 \text{ সে.মি.}$$

$$\text{অতএব, বেলনের উচ্চতা } 5.3052 \text{ সে.মি.)}$$

$$\text{এবং ভূমির ব্যাসার্ধ } 3 \text{ সে.মি.) (Ans.)$$

১৬। একটি সমবৃত্তভূমির সিলিঙ্গারের বক্রতলের ক্ষেত্রফল 4400 বর্গ সে.মি. এর উচ্চতা 30 সে.মি. হলে; সমগ্রতল নির্ণয় কর।

**সমাধান :** আমরা জানি, সমবৃত্তভূমির সিলিঙ্গারের বক্রতলের ক্ষেত্রফল  $2\pi rh$  একক

$$\text{প্রশ্নানুসারে } 2\pi rh = 4400$$

$$\text{বা, } r = \frac{4400}{2\pi h}$$

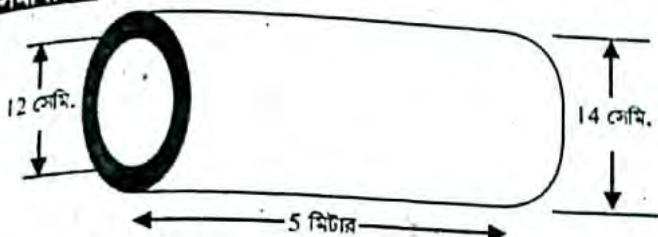
$$\begin{aligned} &= \frac{4400}{2 \times 3.1416 \times 30} \quad [\because h = 30] \\ &= \frac{4400}{188.496} \\ &= 23.343 \text{ সে.মি.} \end{aligned}$$

আবার সিলিঙ্গারের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল =  $2\pi(h + r)$  বর্গ  
একক  
 $= 2 \times 3.1416 \times 23.343(30 + 23.343)$  বর্গ সে.মি.  
 $= 146.6687 \times 53.343$  বর্গ সে.মি.  
 $= 7823.75$  বর্গ সে.মি. (প্রায়)

অতএব সিলিঙ্গারের সমগ্রতল 7823.75 বর্গ সে.মি. (প্রায়)  
(Ans.)

১৭। একটি পাইপের ডিতরের ও বাইরের ব্যাস 12 সে.মি. ও 14  
সে.মি. এবং পাইপের উচ্চতা 5 মিটার। 1 ঘন সে.মি.  
লোহার ওজন 7.2 গ্রাম হলে, পাইপের লোহার ওজন কত?

সমাধান :



এখনে, পাইপের বাইরের ব্যাস = 14 সে.মি.

$$\begin{aligned} \therefore \text{পাইপের বাইরের ব্যাসার্ধ}, r_1 &= \frac{14}{2} = 7 \text{ সে.মি.} \\ \text{পাইপের ভেতরের ব্যাস} &= 12 \text{ সে.মি.} \\ \therefore \text{পাইপের ভেতরের ব্যাসার্ধ}, r_2 &= \frac{12}{2} = 6 \text{ সে.মি.} \\ \text{পাইপের উচ্চতা}, h &= 5 \text{ মিটার} \\ &= 5 \times 100 \text{ সে.মি.} \\ &= 500 \text{ সে.মি.} \end{aligned}$$

আমরা জানি, পাইপের আয়তন =  $\pi r^2 h$  ঘন একক  
 $\therefore$  পাইপের বাইরের আয়তন =  $\pi r_1^2 h$  ঘন একক  
 এবং পাইপের ভেতরের আয়তন =  $\pi r_2^2 h$  ঘন একক  
 প্রশ্নানুসারে, লোহার আয়তন = পাইপের বাইরের আয়তন -  
 পাইপের ভেতরের আয়তন

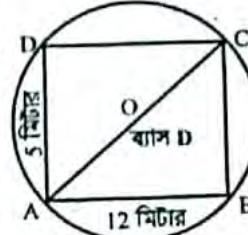
$$\begin{aligned} &= \pi r_1^2 h - \pi r_2^2 h \\ &= \pi(r_1^2 - r_2^2) \times h \\ &= \pi(7^2 - 6^2) \times 500 \quad [r_1 \text{ ও } r_2 \text{ এর মান বসিয়ে}] \\ &= \pi(49 - 36) \times 500 \\ &= 3.1416 \times 13 \times 500 \\ &= 20420.4 \text{ ঘন সে.মি.} \end{aligned}$$

দেওয়া আছে, 1 ঘন সে.মি. লোহার ওজন = 7.2 গ্রাম  
 $\therefore 20420.4 \text{ " " " } = 7.2 \times 20420.4 \text{ গ্রাম}$   
 $= 147026.88 \text{ গ্রাম}$   
 $= \frac{147026.88}{1000}$   
 $= 147.02688$   
 $= 147.027 \text{ কেজি (প্রায়)}$   
 অতএব, পাইপের লোহার ওজন 147.027 কেজি (প্রায়)।  
(Ans.)

১৮। একটি আয়তকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 12 মিটার এবং প্রথ 5  
মিটার। আয়তকার ক্ষেত্রটিকে পরিবেষ্টিত করে একটি  
বৃত্তাকার ক্ষেত্র আছে যেখানে আয়তকার ক্ষেত্র থারা  
অনাধিকৃত অংশে ঘাস লাগানো হলো।

- ক) উপরের তথ্যের ভিত্তিতে সংক্ষিত বর্ণনাসহ চিত্র আঁকা।
- খ) বৃত্তাকার ক্ষেত্রটির ব্যাস নির্ণয় কর।
- গ) প্রতি বর্গমিটার ঘাস লাগাতে 50 টাকা খরচ হলে, মোট  
খরচ নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, ABCD  
একটি আয়তক্ষেত্র। যার দৈর্ঘ্য 12  
মিটার ও প্রথ 5 মিটার। এই  
আয়তকার ক্ষেত্রটিকে পরিবেষ্টিত  
করে একটি বৃত্তাকার ক্ষেত্র  
আছে। যার কেন্দ্র O. ABCD  
আয়তক্ষেত্রের কর্ণ হবে বৃত্তের  
ব্যাস। নির্ণেয় চিত্রটি হলো।



(খ) ক এর বর্ণনা অনুসারে বৃত্তটির ব্যাস হলো বৃত্তে অন্তর্নিহিত  
আয়তক্ষেত্রটির কর্ণ।

$$\begin{aligned} \therefore \text{আয়ত ক্ষেত্রটির কর্ণ} &= \sqrt{\text{দৈর্ঘ্য}^2 + \text{প্রথ}^2} \\ &= \sqrt{12^2 + 5^2} \\ &= \sqrt{144 + 25} \\ &= \sqrt{169} \\ &= 13 \text{ মিটার} \end{aligned}$$

অতএব, বৃত্তাকার ক্ষেত্রটির ব্যাস 13 মিটার।

(গ) বৃত্তটির ব্যাস 13 মিটার

$$\begin{aligned} \therefore \text{বৃত্তের ক্ষেত্রফল} &= \pi r^2 \\ &= \pi \times (6.5)^2 \\ &= 3.1416 \times 42.25 \\ &= 132.7326 \text{ বর্গ মিটার} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{আয়তকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} &= \text{দৈর্ঘ্য} \times \text{প্রথ} \\ &= (12 \times 5) \text{ বর্গ মিটার} \\ &= 60 \text{ বর্গ মিটার} \end{aligned}$$

অতএব বৃত্তের অনাধিকৃত অংশের পরিমাণ (132.7326 -  
60) বর্গ মি.

= 72.7326 বর্গ মিটার

এখন,

$$\begin{aligned} 1 \text{ বর্গ মিটার ঘাস লাগাতে খরচ হয়} &50 \text{ টাকা} \\ \therefore 72.7326 \text{ " " " } &(50 \times 72.7326) \text{ টাকা} \\ &= 3636.63 \text{ টাকা} \end{aligned}$$

অতএব মোট খরচ হবে 3636.63 টাকা। (Ans.)

১৯।  $\triangle ABC$  ও  $\triangle BCD$  একই ভূমি BC এর উপর এবং একই  
সমান্তরাল যুগল BC ও AD এর মধ্যে অবস্থিত।

ক) উপরের বর্ণনা অনুসারে চিত্রটি আঁক।

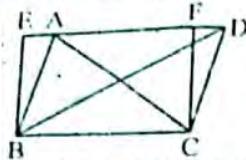
খ) প্রমাণ কর যে  $\triangle$  ক্ষেত্র ABC =  $\triangle$  ক্ষেত্র BCD।

গ)  $\triangle$  ক্ষেত্র ABC এর সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি  
সামান্তরিক আঁক যার একটি কোণ একটি নির্দিষ্ট  
কোণের সমান। (অঙ্কনের ছিল ও বিবরণ আবশ্যিক।)

সমাধান :

ক) মনে করি,  $\triangle ABC$  ও  $\triangle BCD$  সবই ভূমি BC এর উপর এবং  
একই সমান্তরাল রেখাযুগল BC ও AD এর মধ্যে অবস্থিত।  
চিত্রটি হলো।

৫২৪



ব) প্রমাণ করতে হবে  $\Delta \text{ক্ষেত্র } ABC = \Delta \text{ক্ষেত্র } BCD$ .

অঙ্কন : BC রেখাখণ্ডের B ও C বিন্দুতে যথাক্রমে BE ও CF লম্ব অঙ্কন করি। এরা AD রেখার বর্ধিত অংশকে E বিন্দুতে এবং AD রেখাকে F বিন্দুতে ছেদ করে। ফলে EBCF একটি আয়তক্ষেত্র তৈরি হয়।

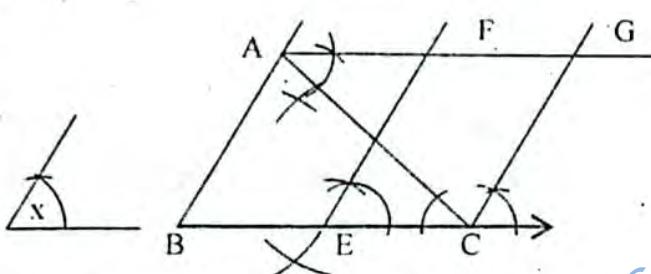
প্রমাণ : EBCF একটি আয়তক্ষেত্র, এখন  $\Delta \text{ক্ষেত্র } ABC$  এবং আয়তক্ষেত্র EBCF একই ভূমি BC এর উপর এবং BC ও ED সমান্তরাল রেখাখণ্ডের মধ্যে অবস্থিত।

$$\text{সূতরাং } \Delta \text{ক্ষেত্র } ABC = \frac{1}{2} (\text{আয়তক্ষেত্র } EBCF)$$

$$\text{অনুরূপভাবে, } \Delta \text{ক্ষেত্র } BCD \text{ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} (\text{আয়তক্ষেত্র } EBCF)$$

$$\therefore \Delta \text{ক্ষেত্র } ABC = \Delta \text{ক্ষেত্র } BCD \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ)



দেওয়া আছে, ABC একটি নির্দিষ্ট ত্রিভুজ। মনে করি,  $\angle X$  একটি নির্দিষ্ট কোণ। একটি সামান্তরিক আঁকতে হবে যেন ত্রিভুজ ক্ষেত্র ABC এর সমান হয়।

অঙ্কন : BC বাহুকে E বিন্দুতে সমান্তরাল করি। EC রেখাখণ্ডের E বিন্দুতে  $\angle X$  এর সমান  $\angle CEF$  আঁকি। A বিন্দু দিয়ে BC বাহুর সমান্তরাল A রশি টানি এবং মনে করি তা EF রশিকে F বিন্দুতে ছেদ করে। C বিন্দু দিয়ে EF রেখাখণ্ডের সমান্তরাল CG রশি টানি এবং মনে করি তা AG রশিকে G বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে, ECGF ইউনিট সামান্তরিক যার ক্ষেত্রফল  $\Delta \text{ক্ষেত্র } ABC$  এর সমান। (প্রমাণিত)

২০। একটি সামান্তরিক ক্ষেত্র ABCD এবং একটি আয়তক্ষেত্র BCEF উভয়ের ভূমি BC.

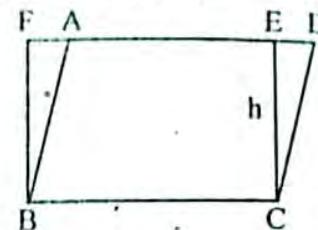
ক) একই উচ্চতা বিবেচনা করে সামান্তরিক ক্ষেত্র ও আয়তক্ষেত্রটির চিত্র আঁক।

খ) দেখাও যে ABCD ক্ষেত্রটির পরিসীমা BCEF ক্ষেত্রটির পরিসীমা অপেক্ষা বৃহত্তর।

গ) আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত 5:3 এবং ক্ষেত্রটির পরিসীমা 48 মিটার হলে, সামান্তরিক ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

#### সমাধান:

ক) একই উচ্চতা h বিবেচনা করে সামান্তরিক ক্ষেত্র ও আয়তক্ষেত্রটির চিত্র আঁকা হলো—



খ) সামান্তরিকক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হওয়ায়, ABCD সামান্তরিক ক্ষেত্র ও BCEF আয়তক্ষেত্র একই ভূমি BC এর উপর এবং একই সমান্তরাল যুগল BC ও CF এর মধ্যে অবস্থিত।

আয়তক্ষেত্রের প্রত্যেকটি কোণ সমকোণ।

সূতরাং CDE সমকোণী ত্রিভুজ। CD, CDE সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ হওয়ায়  $CD > CE$

$$\text{এখন } BCEF \text{ আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা} = 2(BC + CE)$$

$$= 2BC + 2CE$$

$$\text{এবং } ABCD \text{ সামান্তরিকের পরিসীমা} = 2(BC + CD) \\ = 2BC + 2CD$$

যেহেতু  $CD > CE$

$$2BC + 2CD > 2BC + 2CE$$

অতএব ABCD ক্ষেত্রটির পরিসীমা > BCEF ক্ষেত্রটির পরিসীমা (Showed)

গ) দেওয়া আছে, আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত 5:3 এবং পরিসীমা 48 মিটার।

মনে করি, দৈর্ঘ্য  $5x$  মিটার এবং প্রস্থ  $3x$  মিটার

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } 2(5x + 3x) = 48$$

$$\text{বা, } 2(8x) = 48$$

$$\text{বা, } 16x = 48$$

$$\text{বা, } x = \frac{48}{16}$$

$$\therefore x = 3$$

$$\therefore \text{আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য} = 5 \times 3 = 15 \text{ মিটার এবং প্রস্থ} = 3 = 9 \text{ মিটার।}$$

আমরা জানি,

সামান্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ভূমি  $\times$  উচ্চতা

$$\text{ক্ষেত্রফল} = (15 \times 9) \text{ বর্গ মিটার} \quad \left[ \because \text{ভূমি} = \text{দৈর্ঘ্য} \right]$$

$$\text{উচ্চতা} = \text{প্রস্থ}$$

$$= 135 \text{ বর্গ মিটার}$$

অতএব সামান্তরিক ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল 135 বর্গ মিটার (Ans.)

অধ্যায় শেষে শিক্ষার্থীরা-

- ক্রমযোজিত গণসংখ্যা, গণসংখ্যা বহুভুজ ও অঙ্গভুজ রেখা ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- গণসংখ্যা বহুভুজ ও অঙ্গভুজ রেখার সাহায্যে উপাস্ত ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- ক্ষেত্রীয় প্রবণতার পরিমাপে পদ্ধতি ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- ক্ষেত্রীয় প্রবণতা পরিমাপে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতির প্রয়োজনীয়তা ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- সংক্ষিপ্ত পদ্ধতির সাহায্যে গড়, মধ্যক ও প্রচুরক নির্ণয় করতে পারবে।
- গণসংখ্যা বহুভুজ ও অঙ্গভুজ রেখা লেখচিত্রের ব্যাখ্যা করতে পারবে।

## মা মনে রাখতে হবে...



MyMahbub.Com

**উপাস্তের উপস্থাপন :** আমরা জানি, গুণবাচক নয় এমন সংখ্যাসূচক তথ্যাবলি পরিসংখ্যানের উপাস্ত। অনুসন্ধানাধীন উপাস্ত পরিসংখ্যানের কাঁচামাল। এগুলো অবিন্যস্তভাবে থাকে এবং অবিন্যস্ত উপাস্ত থেকে সরাসরি প্রয়োজনীয় সিদ্ধান্তে উপনীত হওয়া যায় না। প্রয়োজন হয় উপাস্তগুলোর বিন্যস্ত ও সারণিভুক্ত করা। আর উপাস্তসমূহের সারণিভুক্ত করা হলো উপাস্তের উপস্থাপন। আগের শ্রেণিতে আমরা উপাস্তসমূহ কীভাবে সারণিভুক্ত করে বিন্যস্ত করতে হয় তা শিখেছি। আমরা জানি, কোনো উপাস্তের সারণিভুক্ত করতে হলে প্রথমে তার পরিসর নির্ধারণ করতে হয়। এরপর শ্রেণি ব্যবধান ও শ্রেণি সংখ্যা নির্ধারণ করে টালি চিহ্ন ব্যবহার করে গণসংখ্যা নির্বেশন সারণি তৈরি করা হয়। এখানে বোঝার সুবিধার্থে নিচের উদাহরণের মাধ্যমে গণসংখ্যা নির্বেশন সারণি তৈরি করার পদ্ধতির পুনরালোচনা করা হলো।

**ক্রমযোজিত গণসংখ্যা :**

পাঠ্যবইয়ের উদাহরণ ১ এর শ্রেণি ৩ ব্যবধান ধরে শ্রেণিসংখ্যা নির্ধারণ করে গণসংখ্যা নির্বেশন সারণি তৈরি করা হয়েছে। উন্নিষ্ঠিত উপাস্তের শ্রেণি সংখ্যা ৩। প্রথম শ্রেণির সীমা হলো  $6^{\circ} - 8^{\circ}$ । এই শ্রেণির নিম্নসীমা  $6^{\circ}$  সে. এবং উচ্চসীমা  $8^{\circ}$  সে.

দ্বিতীয় শ্রেণির গণসংখ্যা ১১। এখন প্রথম শ্রেণির গণসংখ্যা ১১ এর সাথে দ্বিতীয় শ্রেণির গণসংখ্যা ১৩ যোগ করে পাই ২৪। এই ২৪ হবে দ্বিতীয় শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা। আর প্রথম শ্রেণি দিয়ে শুরু হওয়ায় এই শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা হবে ১১। আবার দ্বিতীয় শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা ২৪ এর সাথে তৃতীয় শ্রেণির গণসংখ্যা যোগ করলে  $24 + 7 = 31$ , যা তৃতীয় শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা। এইভাবে ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি করা হয়। ওপরের আলোচনার প্রেক্ষিতে উদাহরণ ১ এর তাপমাত্রার ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি নিম্নরূপ :

তাপমাত্রা সেলসিয়াস	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
$6^{\circ} - 8^{\circ}$	১১	১১
$9^{\circ} - 11^{\circ}$	১৩	$(11 + 13) = 24$
$12^{\circ} - 14^{\circ}$	৭	$(24 + 7) = 31$

**বিচ্ছিন্ন ও অবিচ্ছিন্ন চলক :** পরিসংখ্যানে ব্যবহৃত চলক দুই প্রকারের হয়। যেমন বিচ্ছিন্ন চলক ও অবিচ্ছিন্ন চলক। যে চলকের মান শুধু পূর্ণসংখ্যা হয় তা বিচ্ছিন্ন চলক, যেমন উদাহরণ ২ এ ব্যবহৃত প্রাপ্ত নম্বর। তদানুরূপ জনসংখ্যা নির্দেশক উপাস্তে পূর্ণসংখ্যা ব্যবহৃত হয়। তাই জনসংখ্যামূলক উপাস্তের চলক হচ্ছে বিচ্ছিন্ন চলক। আর যেসকল চলকের মান যেকোনো বাস্তব সংখ্যা হতে পারে, সে সকল চলক অবিচ্ছিন্ন চলক। যেমন উদাহরণ ১-এ ব্যবহৃত তাপমাত্রা নির্দেশক উপাস্ত। এ ছাড়া বয়স, উচ্চতা, ওজন ইত্যাদি সংশ্লিষ্ট উপাস্তে যেকোনো স্থানীয় সংখ্যা ব্যবহার করা যায়। তাই এগুলোর জন্য ব্যবহৃত চলক অবিচ্ছিন্ন চলক। অবিচ্ছিন্ন চলকের দুইটি মানের মধ্যবর্তী যেকোনো সংখ্যাও ঐ চলকের মান হতে পারে। অনেক সময় শ্রেণি ব্যবধান অবিচ্ছিন্ন করার প্রয়োজন হয়। শ্রেণি ব্যবধান অবিচ্ছিন্ন করার জন্য কোনো শ্রেণির উচ্চসীমা এবং পরবর্তী শ্রেণির নিম্নসীমার মধ্যবিন্দু নিয়ে সেই শ্রেণির প্রকৃত উচ্চসীমা এবং পরবর্তী শ্রেণির প্রকৃত নিম্নসীমা নির্ধারণ করা হয়। যেমন, উদাহরণ ১ এ প্রথম শ্রেণির প্রকৃত উচ্চসীমা ও নিম্নসীমা যথাক্রমে  $8.5^{\circ}$  ও  $5.5^{\circ}$  এবং দ্বিতীয় শ্রেণির উচ্চসীমা ও নিম্নসীমা  $11.5^{\circ}$  ও  $8.5^{\circ}$  ইত্যাদি।

**উপাস্তের লেখচিত্র :** আমরা দেখেছি যে, অনুসন্ধানাধীন সংগৃহীত উপাস্ত পরিসংখ্যানের কাঁচামাল। এগুলো গণসংখ্যা নির্বেশন সারণিভুক্ত বা ক্রমযোজিত সারণিভুক্ত করা হলো এদের সম্মন্দেশ সমাক ধারণা করা ও সিদ্ধান্ত নেওয়া সহজ হয়। এই সারণিভুক্ত উপাস্তসমূহ যদি লেখচিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপন করা হয়, তবে তা বোঝার জন্য যেমন আরও সহজ হয় তেমনি চিন্তাকর্ত্তৃক হয়। এ জন্য পরিসংখ্যানের উপাস্তসমূহ সারণিভুক্ত করা ও লেখচিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপন বহুল প্রচলিত এবং ব্যাপক ব্যবহৃত পদ্ধতি। ৮ম

শেণি পর্যন্ত বিভিন্ন প্রকার লেখচিত্রের মধ্যে রেখাচিত্র ও আয়তলেখ সমন্ব্য বিজ্ঞানিত আলোচনা করা হয়েছে এবং এগুলো কীভাবে আকতে হয় তা দেখানো হয়েছে। এখানে কীভাবে গণসংখ্যা নিবেশন ও ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি থেকে গণসংখ্যা বহুভুজ চিত্র ও অঙ্গিত রেখা আকা হয় তা নিয়ে আলোচনা করা হবে।

- **গণসংখ্যা বহুভুজ (Frequency Polygon) :** ৮ম শ্রেণিতে আমরা বিছিন্ন উপাস্তের আয়তলেখ আকা শিখেছি। এখানে কীভাবে প্রথমে অবিছিন্ন উপাস্তের আয়তলেখ একে তার গণসংখ্যা বহুভুজ আকা হয়, তা উদাহরণের মাধ্যমে উপস্থাপন করা হলো।
- **ক্ষেত্রীয় প্রবণতা :** সর্তম ও অষ্টম শ্রেণিতে ক্ষেত্রীয় প্রবণতা ও এর পরিমাপ সমন্ব্য আলোচনা করা হয়েছে। আমরা দেখেছি যে, অনুসংধানাধীন অবিন্যস্ত উপাস্তসমূহ মানের ক্রমানুসারে সাজালে, উপাস্তসমূহ মাঝামাঝি কোনো মানের কাছে কাছে পুঁজীভূত হয়। আবার অবিন্যস্ত উপাস্তসমূহ গণসংখ্যা নিবেশন সারণিতে উপস্থাপন করা হলে মাঝামাঝি একটি শ্রেণিতে গণসংখ্যার প্রাচুর্য দেখা যায়। অর্থাৎ, মাঝামাঝি একটি শ্রেণিতে গণসংখ্যা খুব বেশি হয়। বহুভুজ উপাস্তসমূহের ক্ষেত্রীয় মানের দিকে পুঁজীভূত হওয়ার এই প্রবণতাই হলো ক্ষেত্রীয় প্রবণতা। ক্ষেত্রীয় মান একটি সংখ্যা এবং এই সংখ্যা উপাস্তসমূহের প্রতিনিধিত্ব করে। এই সংখ্যা দ্বারা ক্ষেত্রীয় প্রবণতা পরিমাপ করা হয়। সাধারণত ক্ষেত্রীয় প্রবণতার পরিমাপ হলো : (১) গাণিতিক গড় (২) মধ্যক এবং (৩) প্রচুরক।
- **গাণিতিক গড় :** আমরা জানি, উপাস্তসমূহের মানের সমষ্টিকে যদি তার সংখ্যা দ্বারা ভাগ করা হয়, তবে উপাস্তসমূহের গড় মান পাওয়া যায়। তবে উপাস্তসমূহের সংখ্যা যদি খুব বৈশিষ্ট হয় তাহলে এ পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় করা সময়সাপেক্ষ, বেশ কঠিন ও ক্ষেত্র হওয়ার সম্ভাবনা থাকে। এ সকল ক্ষেত্রে উপাস্তসমূহ শ্রেণিবিন্যাসের মাধ্যমে সারণিবিশ্ব করে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় করা হয়।
- **শ্রেণিবিন্যাসকৃত উপাস্তের গাণিতিক গড় (সংক্ষিপ্ত পদ্ধতি)**  
শ্রেণিবিন্যাসকৃত উপাস্তে গাণিতিক গড় নির্ণয়ের জন্য সংক্ষিপ্ত পদ্ধতি হলো সহজ।  
সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের ধাপসমূহ –  
  - ১। শ্রেণিসমূহের মধ্যমান নির্ণয় করা
  - ২। মধ্যমানসমূহ থেকে সুবিধাজনক কোনো মানকে আনুমানিক গড় ( $\bar{x}$ ) ধরা
  - ৩। প্রত্যেক শ্রেণির মধ্যমান থেকে আনুমানিক গড় বিয়োগ করে তাকে শ্রেণি ব্যাণ্ডি দ্বারা ভাগ করে ধাপ বিচ্যুতি
$$\text{ধাপ বিচ্যুতি} = \frac{\text{মধ্যমান} - \text{আনুমানিক গড়}}{\text{শ্রেণি ব্যাণ্ডি}} \quad \text{নির্ণয় করা}$$

৪। ধাপ বিচ্যুতিসমূহে সংশ্লিষ্ট শ্রেণির গণসংখ্যা দ্বারা গুণ করা

৫। বিচ্যুতির গড় নির্ণয় করা এবং এর সাথে আনুমানিক গড় যোগ করে কাঞ্চিত গড় নির্ণয় করা।

**সংক্ষিপ্ত পদ্ধতি :** এ পদ্ধতিতে উপাস্তসমূহের গাণিতিক গড় নির্ণয়ে ব্যবহৃত সূত্র হলো :

$$\bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h \quad \text{যেখানে, } \bar{x} = \text{নির্ণয় গড়}, a = \text{আনুমানিক গড়}, f_i = i\text{-তম শ্রেণির গণসংখ্যা}, u_i, f_i = n - i\text{-তম শ্রেণির গণসংখ্যা} \quad h = \text{শ্রেণি ব্যাণ্ডি}$$

**গুরুত্ব পূর্ণ উপাস্তের গড় নির্ণয় :** অনেক ক্ষেত্রে অনুসংধানাধীন পরিসংখ্যানের চলকের সাধারণ মান  $x_1, x_2, \dots, x_n$  বিভিন্ন কারণ/গুরুত্ব/ভার দ্বারা প্রভাবিত হতে পারে। এ সকল ক্ষেত্রে উপাস্তের মান  $x_1, x_2, \dots, x_n$  এর সাথে এদের কারণ/গুরুত্ব/ভার  $w_1, w_2, \dots, w_n$  বিবেচনা করে গাণিতিক গড় নির্ণয় করতে হয়।

যদি  $n$  সংখ্যক উপাস্তের মান  $x_1, x_2, \dots, x_n$  হয় এবং এদের গুরুত্ব যদি  $w_1, w_2, \dots, w_n$  হয় তবে এদের গুরুত্ব পূর্ণ গাণিতিক গড় হবে

$$\bar{x}_w = \frac{\sum_{i=1}^n x_i w_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$
- **মধ্যক :** ৮ম শ্রেণিতে আমরা শিখেছি যে, কোনো পরিসংখ্যানের উপাস্তগুলো মানের ক্রমানুসারে সাজালে যেসকল উপাস্ত সমান দুইভাগে ভাগ করে সেই মানই হবে উপাস্তগুলোর মধ্যক, আরও জেনেছি যে, যদি উপাস্তের সংখ্যা  $n$  হয় এবং  $n$  যদি বিজোড় সংখ্যা হয় তবে মধ্যক হবে  $\frac{n+1}{2}$  তম পদের মান। আর  $n$  যদি জোড় সংখ্যা হয় তবে মধ্যক হবে  $\frac{n}{2}$  তম ও  $\left(\frac{n}{2} + 1\right)$  তম পদের মানের গড়। এখানে, সূত্র ব্যবহার না করে এবং ব্যবহার করে কীভাবে মধ্যক নির্ণয় করা হয় তা উদাহরণের মাধ্যমে উপস্থাপন করা হলো।

শ্রেণিবিন্যস্ত উপাদের মধ্যক নির্ণয় :

যদি শ্রেণিবিন্যস্ত উপাদের সংখ্যা হয়  $n$ , তবে শ্রেণিবিন্যস্ত উপাদের  $\frac{n}{2}$  তম পদের মান হলে মধ্যক। আর  $\frac{n}{2}$  তম পদের মান বা মধ্যক নির্ণয়ে ব্যবহৃত সূত্র হলো মধ্যক =  $L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$ , যেখানে  $L$  হলো যে শ্রেণিতে মধ্যক অবস্থিত সেই শ্রেণির নিম্নসীমা,  $n$  গণসংখ্যা,  $F_c$  মধ্যক শ্রেণির পূর্ববর্তী শ্রেণির যোজিত গণসংখ্যা,  $f_m$  মধ্যক শ্রেণির গণসংখ্যা এবং  $h$  শ্রেণি

প্রচুরক : ৮ম শ্রেণিতে আমরা শিখেছি যে, কোনো উপাদের যে সংখ্যা সর্বাধিক বার উপস্থিতি হয়, সেই সংখ্যাই উপাদের প্রচুরক। একটি উপাদের এক বা একাধিক প্রচুরক থাকতে পারে। কোনো উপাদের যদি কোনো সংখ্যাই একাধিকবার না থাকে তবে সেই উপাদের কোনো প্রচুরক নেই। এখানে কীভাবে সূত্র ব্যবহার করে শ্রেণিবিন্যস্ত উপাদের প্রচুরক নির্ণয় করতে হয় তাই আলোচনা করা হলো।

শ্রেণি বিন্যস্ত উপাদের প্রচুরক নির্ণয় :

শ্রেণি বিন্যস্ত উপাদের প্রচুরক নির্ণয়ের সূত্র হলো :

$$\text{প্রচুরক} = L + \frac{\frac{f}{f_1 + f_2}}{h} \times h \quad \text{যেখানে } L \text{ প্রচুরক শ্রেণির অর্থাৎ যে শ্রেণিতে প্রচুরক অবস্থিত তার নিম্নমান, } f_1 = \text{প্রচুরক শ্রেণির গণসংখ্যা}-\text{পূর্ববর্তী শ্রেণির গণসংখ্যা}, f_2 = \text{প্রচুরক শ্রেণির গণসংখ্যা}-\text{পূর্ববর্তী শ্রেণির গণসংখ্যা} \text{ এবং } h = \text{শ্রেণি ব্যাস্তি।}$$

## পাঠ্যবইয়ের কাজসমূহের সমাধান

কাজ-১ : তোমাদের শ্রেণিতে অধ্যয়নরত সকল শিক্ষার্থী দুইটি দল গঠন কর। দলের সদস্যদের ওজনের (কেজিতে) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর। [পৃষ্ঠা-২৭৯]

**সমাধান :** আমাদের শ্রেণিতে অধ্যয়নরত শিক্ষার্থী সংখ্যা ৬০। এদেরকে দুটি দলে বিভক্ত করে নাম দিই 'ক' দল ও 'খ' দল। তাদের ওজন কেজিতে দেওয়া হলো। এদের নিয়ে গণসংখ্যা সারণি তৈরি করি।

'ক' দল : ৪২, ৩৮, ৫১, ৪৪, ৫৬, ৪৫, ৪৩, ৪১, ৫৩, ৫৪, ৪৩, ৩৬, ৫৬, ৬২, ৪৯, ৩৯, ৪৭, ৬৪, ৪০, ৪১, ৫০, ৪৯, ৫৭, ৫২, ৪৯, ৫৩, ৪৮, ৫২, ৫৬, ৪৯।

$$\begin{aligned} \text{এখানে, সর্বোচ্চ উপাদান} &= 68 \\ \text{সর্বনিম্ন উপাদান} &= 36 \\ \text{উপাদের পরিধি} &= (68 - 36) + 1 \\ &= 29 \end{aligned}$$

$$\text{শ্রেণি ব্যবধান } 5 \text{ ধরা হলে } \text{শ্রেণি সংখ্যা} = \frac{29}{5} = 5.8 \text{ বা } 6$$

এখন, ৩৫ থেকে শুরু করে শ্রেণি ব্যবধান ৫ নিয়ে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি করা হলো।

ওজন (কেজি)	ট্যাগি	গণসংখ্যা
৩৫ - ৩৯		৩
৪০ - ৪৪		৭
৪৫ - ৪৯		৭
৫০ - ৫৪		৭
৫৫ - ৫৯		৮
৬০ - ৬৪		২
		মোট = ৩০

'খ' দল : ৬১, ৬০, ৫৯, ৫৮, ৬৪, ৬৪, ৬৩, ৬১, ৫০, ৫৯, ৫৮, ৫৭, ৬৬, ৬৪, ৬৪, ৫৯, ৬৪, ৬৪, ৫৪, ৪৩, ৪২, ৪২, ৪৫, ৫০, ৪০, ৪৯, ৪৭, ৪৮, ৪০, ৪১, ৪৯, ৪৮, ৪৪, ৪০।

এখানে সর্বনিম্ন উপাদান ৪০

এবং সর্বোচ্চ উপাদান ৬৬

$$\text{উপাদের পরিধি} = (66 - 40) + 1 = 27$$

শ্রেণি ব্যবধান যদি ৫ ধরা হয়,

$$\text{তবে শ্রেণি সংখ্যা} = \frac{27}{5} = 5.4$$

∴ ৪০ থেকে শুরু করে শ্রেণিব্যাস্তি ৫ ধরে গণসংখ্যা সারণি তৈরি করা হলো।

শ্রেণিব্যাস্তি	ট্যাগি	গণসংখ্যা
৪০ - ৪৪		৬
৪৫ - ৪৯		৩
৫০ - ৫৪		৩
৫৫ - ৫৯		৭
৬০ - ৬৪		১০
৬৫ - ৬৯		১
		মোট = ৩০

কাজ-২: তোমাদের শ্রেণির শিক্ষার্থীদের নিয়ে অনুর্ধ্ব ৪০ জনের দল গঠন কর। দলের সদস্যদের ওজন/উচ্চতা নিয়ে দলে গণসংখ্যা নিবেশন ও ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর।

**সমাধান :** আমাদের শ্রেণির শিক্ষার্থীদের নিয়ে ৪০ জনের দল গঠন করি। তাদের উচ্চতা নিচে সেন্টিমিটারে দেওয়া হলো। এদের নিয়ে গণসংখ্যা নিবেশন ও ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি করা হলো—

১৪২, ১৪৯, ১৩৮, ১৫০, ১৫১, ১৪৪, ১৫৬, ১৫৩, ১৪৫, ১৪৩, ১৪৬, ১৪২, ১৫৩, ১৫৪, ১৫০, ১৪৬, ১৪৩, ১৩৬, ১৪৮, ১৫৬, ১৫৩, ১৫৪, ১৫১, ১৪৯, ১৫৯, ১৫১, ১৪৭, ১৪৬, ১৫৪, ১৬৪, ১৪০, ১৪১, ১৭৪, ১৪৯, ১৫০, ১৪৯, ১৫৭, ১৫২, ১৪৯, ১৫৩, ১৪৮, ১৫২, ১৫৬।

প্রদত্ত উচ্চতাগুলোর সর্বনিম্ন উচ্চতা ১৩৬ এবং সর্বোচ্চ উচ্চতা ১৭৮।

১৩৫ থেকে শুরু করে শ্রেণি বিভাগ ৫ ধরে গণসংখ্যা নিবেশন ও ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি করা হলো।

শ্রেণিবাটি	ট্যালি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
১৩৫ - ১৩৯		৩	৩
১৪০ - ১৪৪		৭	১০

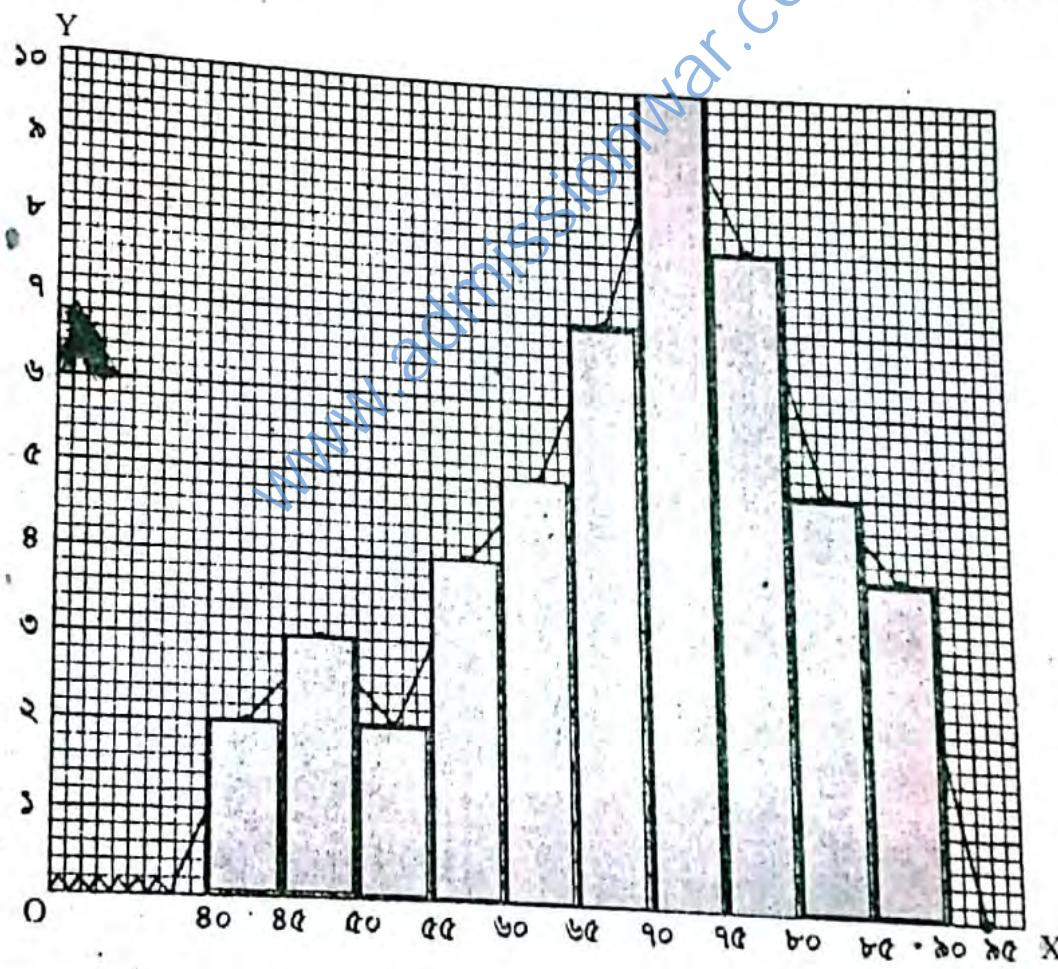
১৪৫ - ১৪৯		১২	২২
১৫০ - ১৫৪		১১	৩৩
১৫৫ - ১৫৯		৪	৩৭
১৬০ - ১৬৪		২	৩৯
১৬৫ - ১৬৯		০	৩৯
১৭০ - ১৭৪		১	৪০
		n = ৪০	

□ কাজ-৩: তোমাদের শ্রেণিতে অধ্যয়নরত শিক্ষার্থীদের প্রথম সাময়িক পরীক্ষায় বাল্লায় প্রাপ্ত নম্বর নিয়ে গণসংখ্যা বহুভূজ আঁক।

**সমাধান:** আমাদের শ্রেণিতে অধ্যয়নরত ৫০ জন শিক্ষার্থীর প্রথম সাময়িক পরীক্ষায় বাল্লা ১ম পত্রের প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন হলো নিম্নরূপ। গণসংখ্যা বহুভূজ আঁকা হলো। [পৃষ্ঠা-২৮২]

শ্রেণি ব্যাটি	৪০-৪৪.	৪৫-৪৯	৫০-৫৪	৫৫-৫৯	৬০-৬৪	৬৫-৬৯	৭০-৭৪	৭৫-৭৯	৮০-৮৪	৮৫-৮৯
গণসংখ্যা	২	৩	২	৪	৫	৭	১০	৮	৫	৮
মধ্যবিদ্যু	৪২	৪৭	৫২	৫৭	৬২	৬৭	৭২	৭৭	৮২	৮৭

X-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি ৫ ঘরকে শ্রেণি ব্যাটির ৫ একক এবং Y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের ক্ষুদ্রতর ৫ ঘরকে করি। চিহ্নিত মধ্যবিদ্যুসমূহ রেখাংশ দ্বারা সংযুক্ত করি। প্রথম শ্রেণির প্রাপ্তবিদ্যু ও শেষ শ্রেণির প্রাপ্তবিদ্যু X-অক্ষের সাথে সংযুক্ত।

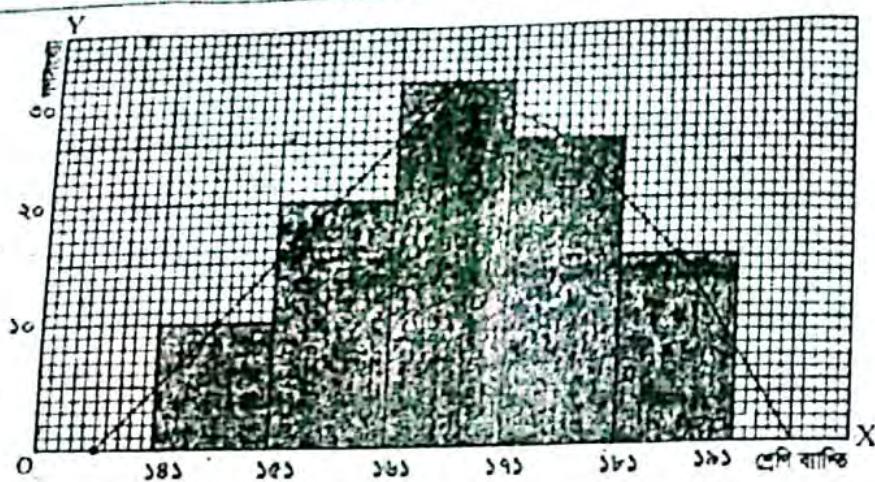


□ কাজ-৪: ১০০ জন কলেজ ছাত্রের উচ্চতার গণসংখ্যা নিবেশন থেকে গণসংখ্যা বহুভূজ আঁক।

[পৃষ্ঠা-২৮৩]

উচ্চতা (সে.মি.)	১৪১-১৫০	১৫১-১৬০	১৬১-১৭০	১৭১-১৮০	১৮১-১৯০
গণসংখ্যা	১০	২০	৩০	২৫	১৫

**সমাধান:** X-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের একক এবং Y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের এক ঘরকে গণসংখ্যার একক ধরে উপর্যুক্ত উচ্চতার গণসংখ্যা নিবেশন থেকে গণসংখ্যা বহুভূজ আঁক।

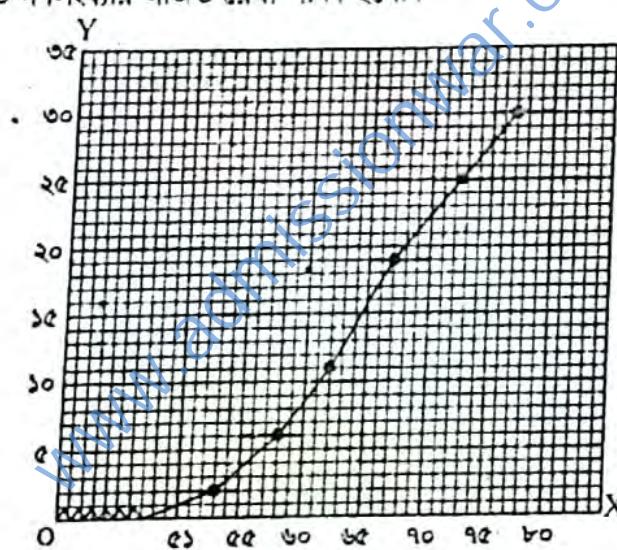


- কাজ-৫: কোনো এক পরীক্ষায় গণিতে তোমাদের শ্রেণির ৫০ ও তদপেক্ষা নম্বর প্রাপ্ত ৩০ জন শিক্ষার্থীদের নম্বরের ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর এবং অজিত রেখা আঁক। [পৃষ্ঠা-২৮৪]

**সমাধান:** গত প্রথম সাময়িক পরীক্ষায় গণিতে আমাদের শ্রেণির ৫০ ও তদপেক্ষা নম্বর প্রাপ্ত ৩০ জন শিক্ষার্থীর প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো। এ নম্বরের ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি করে অজিত রেখা আঁকতে হবে।

শ্রেণিব্যাপ্তি	৫১-৫৫	৫৬-৬০	৬১-৬৫	৬৬-৭০	৭১-৭৫	৭৬-৮০
গণসংখ্যা	২	৪	৫	৮	৬	৫
ক্রমযোজিত গণসংখ্যা	২	৬	১১	১৯	২৫	৩০

X-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের ৫ ঘরকে শ্রেণিব্যাপ্তি এবং Y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের এক ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের ক্রমযোজিত গণসংখ্যার অজিত রেখা আঁকা হলো।



- কাজ-৬: তোমাদের উপজেলার কয়েকটি স্কুলের এস.এস.সি. পাসের হার ও তাদের সংখ্যা সংগ্রহ কর এবং পাসের গড় হার নির্ণয় কর। [পৃষ্ঠা-২৮৭]

**সমাধান:** আমাদের উপজেলার কয়েকটি স্কুলের এস.এস.সি. পাসের হার ও শিক্ষার্থীদের সংখ্যা সংগ্রহ করে নিচে দেওয়া হলো। পাসের গড় হার নির্ণয় করতে হবে।

স্কুলের নাম	এস.এস.সি. পাসের হার $x_i$	শিক্ষার্থীর সংখ্যা $w_i$	$x_i w_i$
চান্দিনা পাইলট উচ্চ বিদ্যালয়	৮৫	১২০	১০২০০
চান্দিনা গার্লস স্কুল	৮০	৮০	৬৪০০
মাধাইয়া ছান্দিম উচ্চ বিদ্যালয়	৭৫	১১০	৮২৫০
মাহিচাইল উচ্চ বিদ্যালয়	৮২	২০০	১৬৪০০
কুটম্বপুর উচ্চ বিদ্যালয়	৯০	২৫০	২২৫০০
বাখরাবাদ উচ্চ বিদ্যালয়	৮৮	১৫০	১৩২০০
$\sum w_i = ৯১০$			$\sum x_i w_i = ৭৬৯৫০$

$$\text{পাসের গড় হার}, \bar{x}_w = \frac{\sum x_i w_i}{\sum w_i} = \frac{৭৬৯৫০}{৯১০} = ৮৪.৫৬$$

∴ নির্ণেয় পাসের গড় হার ৮৪.৫৬

১০

**সমাধান :** আমাদের শ্রেণির ৪৯ জন শিক্ষার্থীর উচ্চতা (সে.মি.) নিয়ে গগসংখ্যা সারণি তৈরি করতে হবে এবং সূচী ব্যবহার না করে ঘণ্টাক নির্ণয় করতে হবে।

**ଭାଦ୍ରେ ଉଠିବା ନିଚେ ଦେଖୋ ହଲୋ—**

### ମଧ୍ୟକ ନିର୍ଣ୍ଣୟର ଗଣସଂଖ୍ୟା ସାରଣୀ :

एकाने  $n = 89$  या विजेऽ मृत्या ।

$$\text{মধ্যক} = \frac{89 + 1}{2} \text{ তম পদের মান}$$

= ২৫ তম পদের মান

= 360 °

ନିର୍ଣ୍ଣୟ ମଧ୍ୟକ ୧୬୦ ସେ.ମୀ.

২। পুরো সমস্যা থেকে ১ জনের উচ্চতা বাদ দিয়ে ৪০ জনের উচ্চতার (সে.মি.) মধ্যক গির্জায় কর।

সমাধান :

উচ্চতা সে.মি.	১৮০	১৮৫	১৯০	১৯৫	১৬০	১৬৫	১৭০
গণসংখ্যা	৮	৮	৮	২	৯	১০	৭
ক্রমবিশিষ্ট গণসংখ্যা	৮	৮	১৬	১৮	২৭	৩৭	৪০
এখানে, ১ = ৪০ যা ছোড় নাওয়া							

$$\begin{aligned}
 & \text{মধ্যক} = \frac{\frac{80}{2} \text{ তম ও } \left(\frac{80}{2} + 1\right) \text{ তম পদ দুইটির মানের সমষ্টি}{2} \\
 & = \frac{20 \text{ তম পদ ও } 21 \text{ তম পদ দুইটির মানের সমষ্টি}{2} = \frac{160 + 160}{2}
 \end{aligned}$$

∴ নির্ণয় মধ্যক ১৬০ সে.মি.

□ কাজ-৮ : তোমাদের শ্রেণির সকল শিক্ষার্থীকে নিয়ে ২টি দল গঠন কর। একটি সমস্যা সমাধানে প্রত্যেকের কত সময় লাগে (ক) তার গণসংখ্যা নির্বেশন সারণি তৈরি কর, (খ) সারণি হতে মধ্যক নির্ণয় কর।

**সমাধান :** আমাদের শ্রেণির শিক্ষার্থী সংখ্যা ৬০। এদেরকে ৩০ ঘন করে দুইটি দলে ভাগ করে একটির নাম দেই ‘পঞ্চা’ ও অন্যটির নাম ‘মেঘনা’।

ক) ‘পদ্মা’ দলের ৩০ জন শিক্ষার্থীর একটি সমস্যা সমাধানে যে সময় (সেকেন্ড) লেগেছিল তা নিচে দেওয়া হলো—

82, 85, 60, 61, 68, 69, 88, 92, 91, 89, 83, 92, 99, 91, 68, 89, 96, 88, 69, 65, 90, 93, 98, 86, 85, 96, 69, 83, 98, 82

এখানে সর্বনিম্ন উপাস্ত ৪২ এবং সর্বোচ্চ উপাস্ত ৭৩।

$$\therefore \text{পরিসর} = 93 - 82 + 1 = 12$$

प्रेणि व्याख्या = ५

$$\therefore \text{अणिसत्या} = \frac{72}{8} = 6.8 \approx 9$$

৪০ থেকে শুরু করে ৫ শ্রেণি ব্যাটি ধরে গশস্ত্রো সারণি ভৈরবি করা হালা।

শ্রেণি ব্যাটি	ট্যালি	গণসংখ্যা	কুমোজিত গণসংখ্যা
৪০ - ৪৮		৮	৮
৪৫ - ৪৯		১	১
৫০ - ৫৪		৬	৬

মাধ্যমিক গণিত

পরিসর	ক্রমানৰ পদের সংখ্যা	ক্রমানৰ পদের মান	ক্রমানৰ পদের মান
৫০ - ৫৯		৮	২২
৬০ - ৬৪		৩	২৬
৬৫ - ৬৯		১	২৯
৭০ - ৭৪		n = 30	৩০

$$\text{এখানে, } n = 30 \text{ এবং } \frac{n}{2} = \frac{30}{2} = 15।$$

∴ মধ্যক হলো ১৫ তম পদের মান। ১৫ তম পদের অবস্থান হবে (৫০ - ৫৪) শ্রেণিতে।

∴ মধ্যক শ্রেণি হলো (৫০ - ৫৪)

$$L = 50, F_c = 11, f_m = 6 \text{ এবং } h = 5।$$

$$\text{মধ্যক} = L + \left( \frac{n}{2} - F_c \right) \times \frac{h}{f_m}$$

$$= 50 + \left( \frac{30}{2} - 11 \right) \times \frac{5}{6}$$

$$= 50 + 8 \times \frac{5}{6}$$

$$= 50 + 3.33$$

$$= 53.33$$

খ) মেঘনা দলের 30 জন শিক্ষার্থীর একটি সমস্যা সমাধানে যে সময় (সেকেন্ড) লেগেছিল তা নিচে দেওয়া হলো।

৬২, ৭৪, ৮৫, ৭৯, ৫১, ৭৮, ৭৪, ৭০, ৭৩, ৭১, ৬৯, ৬৮, ৬৭, ৬৮, ৬৪, ৬৬, ৬৪, ৭৯, ৬৪, ৬৩, ৬৪, ৬২, ৬০, ৬১, ৫৯, ৬০, ৫৭, ৪৯, ৫০, ৮০।

এখানে সর্বনিম্ন উপাস্ত ৪৯ এবং সর্বোচ্চ উপাস্ত ৮০।

ধরি, শ্রেণি ব্যাপ্তি = ৫

$$\therefore \text{শ্রেণি সংখ্যা} = \frac{80}{5} = 16$$

∴ ৮০ থেকে শুরু করে ৫ শ্রেণি ব্যাপ্তি বিশিষ্ট সারণি তৈরি করা হলো—

শ্রেণি ব্যাপ্তি	টালি	সংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
৮০ - ৮৮		১	১
৮৫ - ৯৯		২	৩
৫০ - ৫৪		২	৫
৫৫ - ৫৯		২	৭
৬০ - ৬৪		১০	১৭
৬৫ - ৬৯		৫	২২
৭০ - ৭৪		৫	২৭
৭৫ - ৭৯		৩	৩০
		n = 30	

$$\text{এখানে, } n = 30 \text{ এবং } \frac{n}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

∴ মধ্যক হলো ১৫ তম পদের মান। ১৫ তম পদের অবস্থান হবে (৬০ - ৬৪)

$$\therefore L = 60, F_c = 9, f_m = 10 \text{ এবং } h = 5$$

$$\text{মধ্যক} = L + \left( \frac{n}{2} - F_c \right) \times \frac{h}{f_m}$$

$$= 60 + \left( \frac{30}{2} - 9 \right) \times \frac{5}{10}$$

$$= 60 + 8 \times \frac{5}{10} = 68$$

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান

টিক উভয়ে টিক (✓) চিহ্ন দাও :



$$\text{क} \quad L + \left( \frac{n}{2} - F_c \right) \times \frac{h}{f_m}$$

$$L + \left( \frac{n}{2} - f_m \right) \times \frac{h}{F_m}$$

$$L - \left( \frac{n}{2} - F_c \right) \times \frac{h}{\lambda}$$

$$L = \left( \frac{n}{2} - f_n \right) \times \frac{M_2 h}{F}$$

ନିମ୍ନଲିଖିତ ସାହିତ୍ୟକର୍ମଙ୍କଳ (୧୯୫୨-୧୩) ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ପ୍ରକାଶିତ ଉଚ୍ଚତର ଦାତା

নিচে তোমাদের স্কুলের ৮ম শ্রেণি শয়ে সমাপনী পরীক্ষায় বাংলায়  
পাঠ নথিবের গাঁথসংজ্ঞা স্বার্থ দেওয়া হলো।

- |     |   |   |       |     |
|-----|---|---|-------|-----|
| ৮.  | উপাস্তমূহ কয়টি শ্রেণিতে বিন্যস্ত করা হয়েছে?       | খ | ৭     | (৪) |
|     | ক ৬   | খ | ৭     |     |
|     | গ ৮   | ঘ | ৯     |     |
| ৯.  | সারণিতে উপর্যুক্ত উপাস্তের শ্রেণি ব্যাপ্তি কত?      | খ | ৯     | (৫) |
|     | ক ৫   | খ | ৯     |     |
|     | গ ১০  | ঘ | ১৫    |     |
| ১০. | ৪৮ শ্রেণির মধ্যমান কত?                              | খ | ৬১.৫  | (৫) |
|     | ক ৭১.৫  | খ | ৬১.৫  |     |
|     | গ ৭০.৫  | ঘ | ৭৫.৬  |     |
| ১১. | উপাস্তের মধ্যক শ্রেণি কোনটি?                        | খ | ৫১-৬০ | (৫) |
|     | ক ৪১-৫০   | খ | ৫১-৬০ |     |
|     | গ ৬১-৭০   | ঘ | ৭১-৮০ |     |
| ১২. | মধ্যক শ্রেণির পূর্ববর্তী শ্রেণির যোজিত গণসংখ্যা কত? | খ | ৩৮    | (৫) |
|     | ক ১৮  | খ | ৩৮    |     |
|     | গ ৫৮  | ঘ | ৭০    |     |
| ১৩. | মধ্যক শ্রেণির নিম্নলিখিত কত?                        | খ | ৫১    | (৫) |
|     | ক ৪১  | খ | ৫১    |     |
|     | গ ৬১  | ঘ | ৭১    |     |
| ১৪. | মধ্যক শ্রেণির গণসংখ্যা কত?                          | খ | ২৪    | (৫) |
|     | ক ১৬  | খ | ২৪    |     |
|     | গ ৩৪  | ঘ | ৫৮    |     |
| ১৫. | উপর্যুক্ত উপাস্তের মধ্যক কত?                        | খ | ৬৩.৫  | (৫) |
|     | ক ৬৩  | খ | ৬৩.৫  |     |
|     | গ ৬৫  | ঘ | ৬৫.৫  |     |
| ১৬. | উপর্যুক্ত উপাস্তের প্রচুরক কত?                      | খ | ৬১    | (৫) |
|     | ক ৬১.৪  | খ | ৬১    |     |
|     | গ ৬১.৫  | ঘ | ৭০.৪  |     |

১৭। কোনো স্কুলের ১০ম শ্রেণির ৪৯ জন শিক্ষার্থীর ওজন  
(কিলোগ্রাম) হলো—

୪୮, ୫୦, ୫୫, ୫୧, ୫୬, ୫୭, ୫୯, ୫୮, ୬୦, ୬୮, ୬୦, ୬୧,  
୬୦, ୬୨, ୬୦, ୬୩, ୬୪, ୬୦, ୬୧, ୬୩, ୬୬, ୬୭, ୬୧,  
୭୦, ୭୦, ୭୮, ୭୦, ୭୭, ୭୧, ୭୦, ୭୫, ୭୦, ୭୮, ୭୦, ୭୭,  
୭୦, ୭୨, ୭୬, ୭୨, ୭୦, ୭୯, ୭୧, ୭୦, ୭୫, ୭୧, ୭୦, ୭୮, ୭୦, ୭୦,  
୭୦, ୭୨, ୭୬, ୭୧, ୭୦, ୭୯, ୭୧, ୭୦, ୭୧, ୭୧, ୭୦, ୭୮, ୭୦, ୭୦,  
୭୦, ୭୧, ୭୧, ୭୭, ୭୧

- ক) শ্রেণি ব্যবধান ৫ ধরে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তোর  
কর।  
খ) সারণি থেকে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর।  
গ) গণসংখ্যা নিবেশন সারণিতে উপস্থাপিত উপায়ের  
গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক।

সমাধান :

- ক) শিক্ষার্থীদের সর্বোচ্চ ওজন = ৭০ কিলোগ্রাম  
 " সর্বনিম্ন " = ৪৫ "

$$\text{পরিসর} = (90 - 85) + 1 = 26$$

$$\therefore \text{श्रेणी व्यावधान } 5 \text{ धरे } \text{श्रेणिसंख्या} = \frac{26}{5} = 5.2$$

অতএব, শ্রেণিসংখ্যা হবে ৬টি

শ্রেণি ব্যাটি	ট্যাগ চিহ্ন	গণসংখ্যা
৪৫ - ৪৯		১
৫০ - ৫৪		৩
৫৫ - ৫৯		১১
৬০ - ৬৪		২২
৬৫ - ৬৯		৭
৭০ - ৭৪		৫
	মোট	৪৯

ব) 'ক' থেকে প্রাপ্ত গণসংখ্যা সারণি থেকে সংশ্লিষ্ট পদ্ধতিতে অনুসৃত ধাপের আলোকে গড় নির্ণয়ের সারণি হবে নিম্নরূপ :

শ্রেণিব্যাটি	মধ্যমান	গণসংখ্যা	ধাপ পদ্ধতি	গণসংখ্যা
			$u_i = \frac{x_i - a}{h}$	ধাপ বিচৰ্তা
৪৫ - ৪৯	৪৭	১	* - ৩	- ৩
৫০ - ৫৪	৫২	৩	- ২	- ৬
৫৫ - ৫৯	৫৭	১১	- ১	- ১১
৬০ - ৬৪	৬২	২২	০	০
৬৫ - ৬৯	৬৭	৭	১	৭
৭০ - ৭৪	৭২	৫	২	১০
	মোট =	৪৯		- ৩

$$\therefore \text{গড়}, \bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h$$

$$= 62 + \frac{(-3)}{49} \times 5$$

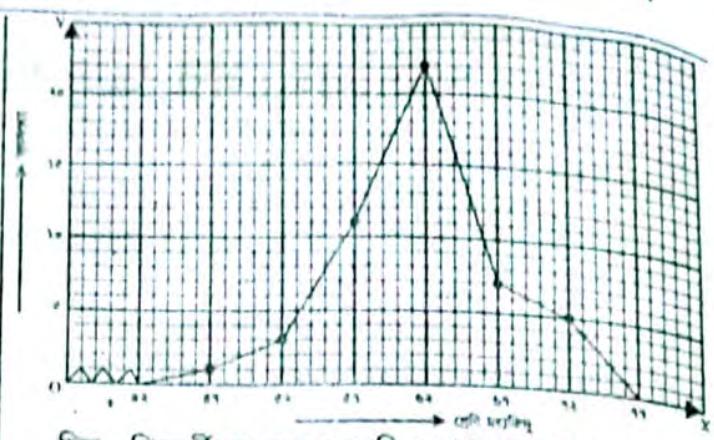
$$= 62 - 0.3061$$

$$= 61.69 \text{ কিলোগ্রাম (প্রায়)}$$

গ) গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি :

শ্রেণি ব্যাটি	শ্রেণিমধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
৪৫ - ৪৯	৪৭	১
৫০ - ৫৪	৫২	৩
৫৫ - ৫৯	৫৭	১১
৬০ - ৬৪	৬২	২২
৬৫ - ৬৯	৬৭	৭
৭০ - ৭৪	৭২	৫

এক কাগজে X-অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে এক একক ধরে শ্রেণি মধ্যবিন্দু এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে এক একক ধরে গণসংখ্যা নিয়ে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে ৭২ পর্যন্ত সংখ্যাগুলো বিদ্যমান বোঝাতে X-অক্ষে ভাঙ্গা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র : শিক্ষার্থীদের প্রজনের (কিলোগ্রাম) গণসংখ্যা বহুভুজ

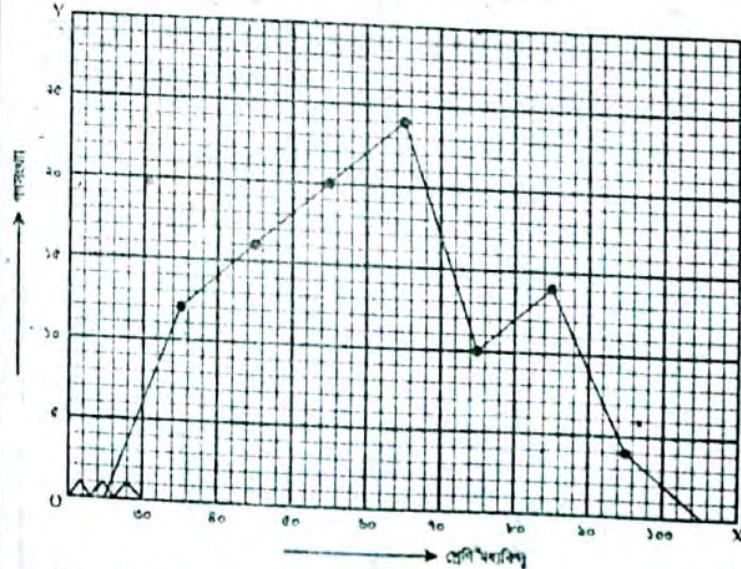
১৮। ১০ম শ্রেণির ৫০ জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো। প্রদত্ত উপাস্তের গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক।

শ্রেণিব্যাটি	৩১ - ৪০	৪১ - ৫০	৫১ - ৬০	৬১ - ৭০	৭১ - ৮০	৮১ - ৯০	৯১ - ১০০
গণসংখ্যা	৬	৮	১০	১২	৫	৭	২

সমাধান : এখানে প্রদত্ত উপাস্তসমূহ বিছিন্ন। একেকে শ্রেণি ব্যবধানের মধ্যবিন্দু বের করে সরাসরি গণসংখ্যা বহুভুজ আঁকা সুবিধাজনক। শিক্ষার্থীদের গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি হলো—

শ্রেণি ব্যাটি	মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
৩১ - ৪০	৩৫.৫	৬
৪১ - ৫০	৪৫.৫	৮
৫১ - ৬০	৫৫.৫	১০
৬১ - ৭০	৬৫.৫	১২
৭১ - ৮০	৭৫.৫	৫
৮১ - ৯০	৮৫.৫	৭
৯১ - ১০০	৯৫.৫	২

গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন : X-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের মধ্যবিন্দু ২ একক ধরে এবং Y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের ২ ঘরকে গণসংখ্যার ১ একক ধরে প্রদত্ত উপাস্তের গণসংখ্যা বহুভুজ আঁকা হলো—



চিত্র : শিক্ষার্থীদের গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা বহুভুজ।

১। কোনো শ্রেণির ৬০ জন শিক্ষার্থীর ৫০ নম্বরের সাময়িক পরীক্ষায় প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি হলো-

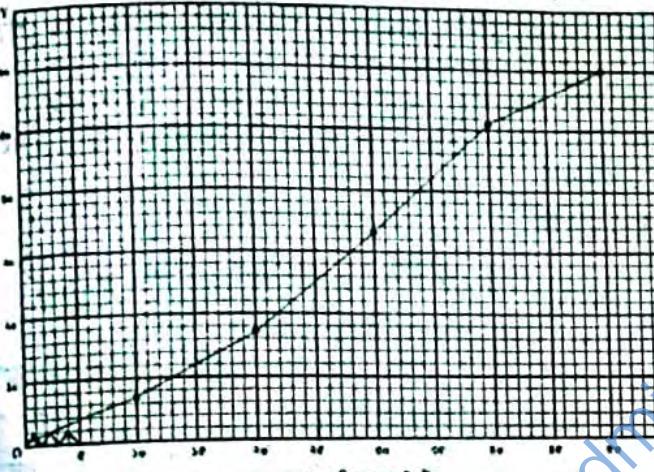
প্রাপ্ত নম্বর	১-১০	১১-২০	২১-৩০	৩১-৪০	৪১-৫০
গণসংখ্যা	১	১০	১৬	১৮	১

উপাস্তের অজিত রেখা আৰু।

সমাধান : শিক্ষার্থীদের সাময়িক পরীক্ষায় প্রাপ্ত নম্বরের ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি :

শ্রেণি ব্যাসি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
১ - ১০	১	১
১১ - ২০	১০	১৭
২১ - ৩০	১৬	৩৩
৩১ - ৪০	১৮	৫১
৪১ - ৫০	১	৬০

অজিত রেখা অঙ্কন : X-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার একক এবং Y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতিটি ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার ২ একক ধরে প্রদত্ত উপাস্তের অজিত রেখা আৰু হলো-



চিত্র : শিক্ষার্থীদের সাময়িক পরীক্ষার প্রাপ্ত নম্বরের অজিত রেখা

২। নিচে ৫০ জন শিক্ষার্থীর ওজনের (কেজি) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো। মধ্যক নির্ণয় কর।

ওজন (কেজি)	৪৫	৫০	৫৫	৬০	৬৫	৭০
গণসংখ্যা	২	৬	৮	১৬	১২	৬

সমাধান : শিক্ষার্থীদের ওজনের মধ্যক নির্ণয়ের জন্য

অযোজনীয় সারণি :

ওজন (কেজি)	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
৪৫	২	২
৫০	৬	৮
৫৫	৮	১৬
৬০	১৬	৩২
৬৫	১২	৪৪
৭০	৬	৫০
$n = 50$		

এখন মধ্যক হবে:  $\frac{n}{2} = \frac{50}{2}$  বা ২৫ তম পদ।

এখানে, ২৫ তম পদ রয়েছে ৪র্থ শ্রেণিতে।

সূত্রাং মধ্যক ৬০'

সূত্র : মধ্যক ৬০

২। তোমাদের শ্রেণির ৬০ জন শিক্ষার্থীর ওজনের (কেজি) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি হলো-

ব্যাসি	৪৫-৪৯	৫০-৫৪	৫৫-৫৯	৬০-৬৪	৬৫-৬৯	৭০-৭৪
গণসংখ্যা	৪	৮	১০	২০	১২	৬
যোজিত	৪	১২	২২	৪২	৫৮	৬০
ফল						

ক) উপাস্তের মধ্যক নির্ণয় কর।

খ) উপাস্তের প্রচুরক নির্ণয় কর।

সমাধান : শিক্ষার্থীদের ওজনের মধ্যক ও প্রচুরক নির্ণয়ের জন্য অযোজনীয় ক্রমযোজিত গণসংখ্যা নিবেশন সারণি :

প্রাপ্ত নম্বর	গণসংখ্যা	যোজিত ফল
৪৫ - ৪৯	৪	৪
৫০ - ৫৪	৮	১২
৫৫ - ৫৯	১০	২২
৬০ - ৬৪	২০	৪২
৬৫ - ৬৯	১২	৫৮
৭০ - ৭৪	৬	৬০
$n = 60$		

$$\text{ক) মধ্যক } = L + \frac{\frac{n}{2} - F_c}{f_m} \times \frac{h}{f_m} \quad \text{এখানে, মোট গণসংখ্যা } n = 60$$

$$= 60 + (30 - 22) \times \frac{5}{20} = 60 + 8 \times \frac{5}{20} = 60 + 2 = 62 \text{ কেজি}$$

$$\therefore \text{নির্ণয় মধ্যক } 62 \quad \text{যেহেতু } 30 \text{ তম পদ } (60 - 64) \text{ শ্রেণিতে অবস্থিত। সূত্রাং, মধ্যক শ্রেণি হলো } (60 - 64) \text{ এখানে, মধ্যক শ্রেণির নিম্নসীমা, } L = 60, \text{ মধ্যক শ্রেণির পূর্বতৰী শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা, } F_c = 22 \text{ মধ্যক শ্রেণির গণসংখ্যা, } f_m = 20 \text{ শ্রেণিব্যবধান, } h = 5$$

$$\text{খ) প্রচুরক } = L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$$

$$= 60 + \frac{10}{10 + 8} \times 5 = 60 + \frac{10}{18} \times 5 = 60 + 2.8 = 62.8$$

$$\therefore \text{নির্ণয় প্রচুরক } 62.8$$

যেহেতু,  $(60 - 64)$  শ্রেণির গণসংখ্যা সবচেয়ে বেশি।

সূত্রাং,  $(60 - 64)$  হলো প্রচুরক শ্রেণি  $L = 60$

এখানে, প্রচুরক শ্রেণির নিম্নসীমা,  $L = 60,$

$$f_1 = (20 - 10) = 10$$

$$f_2 = (20 - 12) = 8$$

$$\text{শ্রেণিব্যবধান, } h = 5$$

## ২. উপাস্তের ক্ষেত্রে প্রচুরক—

i. ক্ষেত্রীয় প্রবণতার পরিমাপ

ii. সবচেয়ে বেশি বার উপস্থাপিত মান

iii. সবক্ষেত্রে অন্য নাও হতে পারে

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii

গ ii ও iii

খ i ও iii

ঘ i, ii, ও iii

৩

২৩। কোনো বিদ্যালয়ের বার্ষিক পরীক্ষায় ১ম শ্রেণির ৫০ জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরগুলো নিম্নরূপ :

৭৬, ৬৫, ৯৮, ৭১, ৬৪, ৬৮, ৫৬, ৭৩, ৮৩, ৫৭, ৫৫, ৯২, ৮৫, ৭৭, ৮৭, ৮৬, ৩২, ৭৫, ৮৯, ৮৮, ৯৭, ৮৮, ৬৫, ৭৩, ৯৩, ৫৮, ৮১, ৬৯, ৬৩, ৩৯, ৮৪, ৫৬, ৮৫, ৭৩, ৯৩, ৬২, ৬৭, ৬৯, ৬৫, ৩৩, ৭৮, ৬৪, ৮৫, ৩৩, ৭৩, ৩৪, ৭৫, ৮২, ৬৭, ৬২।

- ক) প্রদত্ত তথ্যটির ধরন কিরূপ? কোনো নিবেশনে একটি শ্রেণির গণসংখ্যা কী নির্দেশ করে?  
 খ) উপর্যুক্ত শ্রেণিব্যাস নিয়ে গণসংখ্যা নিবেশন তৈরি কর।  
 গ) সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে প্রাপ্ত নম্বরের গড় নির্ণয় কর।

**সমাধান :**

- ক) প্রদত্ত তথ্যটি একটি অবিন্যস্ত উপাস্ত।  
 একটি শ্রেণির গণসংখ্যা ঘারা টি শ্রেণিতে উপাস্তের যতগুলো মান অন্তর্ভুক্ত হয় তার সংখ্যা নির্দেশ করে।  
 খ) এখানে সর্বনিম্ন প্রাপ্ত নম্বর = ৩২  
 এবং সর্বোচ্চ প্রাপ্ত নম্বর = ৯৮  
 ∴ পরিসর = (৯৮ - ৩২) + ১ = ৬৬ + ১ = ৬৭  
 শ্রেণিব্যাস ১০ ধরে শ্রেণি সংখ্যা =  $\frac{৬৭}{১০} = ৬.৭ \approx ৭$

অর্থাৎ শ্রেণি সংখ্যা হবে ৭।

গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি :

শ্রেণি ব্যাস	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
৩০ - ৩৯		৩
৪০ - ৪৯		৫
৫০ - ৫৯		৭
৬০ - ৬৯		১৩
৭০ - ৭৯		১০
৮০ - ৮৯		৭
৯০ - ৯৯		৫
মোট		৫০

গ) সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় :

সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি :

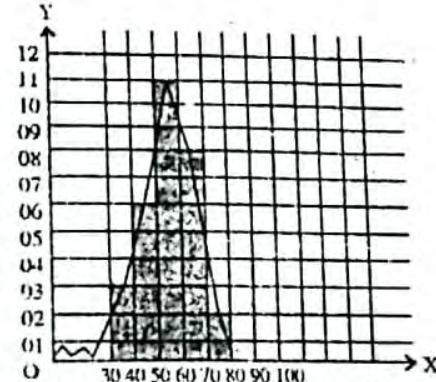
শ্রেণি ব্যাস	মধ্যমান $x_i$	গণসংখ্যা $f_i$	ধাপ বিচ্ছিন্নি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	গণসংখ্যা ধাপ বিচ্ছিন্নি $f_i u_i$
৩০ - ৩৯	৩৪.৫	৩	-৩	-৯
৪০ - ৪৯	৪৪.৫	৫	-২	-১০
৫০ - ৫৯	৫৪.৫	৭	-১	-৭
৬০ - ৬৯	৬৪.৫	১৩	০	০
৭০ - ৭৯	৭৪.৫	১০	১	১০
৮০ - ৮৯	৮৪.৫	৭	২	১৪
৯০ - ৯৯	৯৪.৫	৫	৩	১৫
মোট		৫০		$\sum f_i u_i = ১৩$

$$\therefore \text{গড়} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h$$

$$= ৬৪.৫ + \frac{১৩}{৫০} \times ১০ \\ = ৬৪.৫ + ২.৬ \\ = ৬৭.১০$$

∴ নির্ণেয় গড় ৬৭.১০

২৪।



ক) উপরের চিত্রে, প্রথম শ্রেণিটির শ্রেণি মধ্যমান ও শেষ শ্রেণিটির গণসংখ্যা কত?

খ) চিত্রে প্রদত্ত তথ্যটিকে ছকের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

গ) ‘ঢ’-অংশে প্রাপ্ত ছক থেকে নিবেশনটির মধ্যক নির্ণয় কর।

**সমাধান :**

ক) চিত্রে প্রথম শ্রেণিটি গড় মধ্যমান =  $\frac{30 + 39}{2} = \frac{69}{2} = 34.5$  এবং শেষ শ্রেণিটির গণসংখ্যা = ২

শ্রেণি ব্যাস	৩০-৩৯	৪০-৪৯	৫০-৫৯	৬০-৬৯	৭০-৭৯
গণসংখ্যা	৩	৬	১১	৮	২
মধ্যযোজিত গণসংখ্যা	৩	৯	২০	২৮	৩০

গ) মধ্যক নির্ণয় : এখানে,  $n = 30$  এবং  $\frac{n}{2} = \frac{30}{2} = 15$

∴ মধ্যক হলো 15 তম পদের মান। 15 তম পদের অবস্থান হবে (৫০ - ৫৯) শ্রেণিতে।

$$\therefore L = 50, F_c = 9, f_m = 11 \text{ এবং } h = 10$$

$$\therefore \text{মধ্যক} = L + \left( \frac{n}{2} - F_c \right) \times \frac{h}{f_m} = 50 + \left( \frac{30}{2} - 9 \right) \times \frac{10}{11} = 50 + \frac{6 \times 10}{11} = 50 + 5.453 = 55.453$$

∴ নির্ণেয় মধ্যক 55.45 (প্রায়)