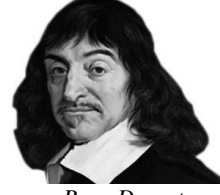


একাদশ অধ্যায়

বীজগণিতীয় অনুপাত ও সমানুপাত

Algebraic Ratio Proportion



Rene Decartes

ফরাসি গণিতবিদ, রেনে দেকার্তে (১৫৯৬-১৬৫০) বীজগণিত ও জ্যামিতির মধ্যে সম্পর্ক নিরূপণ করে সমরূপী হয়ে আছেন। এছাড়া তিনি বীজগণিতীয় অনুপাত ও সমানুপাতে জ্যামিতিক ধারণা প্রয়োগ করেন।



অনুশীলনী ১১.১



পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি



- **অনুপাত**
একই এককে সমজাতীয় দুইটি রাশির পরিমাণের একটি অপরটির কত গুণ বা কত অংশ তা একটি ভগ্নাংশ দ্বারা প্রকাশ করা যায়। এই ভগ্নাংশটিকে রাশি দুইটির অনুপাত বলে।
ব্যাখ্যা : দুইটি রাশি p ও q এর অনুপাতকে $p : q = \frac{p}{q}$ লেখা হয়। p ও q রাশি দুইটি সমজাতীয় ও একই এককে হতে হবে। অনুপাতে p কে পূর্ব রাশি এবং q কে উত্তর রাশি বলা হয়।
- **সমানুপাত**
যদি চারটি রাশি a, b, c, d এর প্ৰথম ও দ্বিতীয় রাশির অনুপাত তৃতীয় ও চতুর্থ রাশির অনুপাতের সমান হয়, তবে ঐ চারটি রাশি নিয়ে একটি সমানুপাত উৎপন্ন হয়। a, b, c, d এর প্ৰতিটি রাশি হলে আমরা লিখি, $a : b = c : d$
ক্রমিক সমানুপাত
 a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী বলতে বোঝায় $a : b = b : c$
 a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী হবে যদি এবং কেবল যদি $b^2 = ac$ হয়। ক্রমিক সমানুপাতের বেত্রে সবগুলো রাশি এক জাতীয় হতে হবে।
- **অনুপাতের রূপান্তর**
এখানে অনুপাতের রাশিগুলো ধনাত্মক সংখ্যা।
(১) $a : b = c : d$ হলে, $b : a = d : c$ [ব্যস্তকরণ (invertendo)]
(২) $a : b = c : d$ হলে, $a : c = b : d$ [একান্তকরণ (alternendo)]
(৩) $a : b = c : d$ হলে, $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$ [যোজন (componendo)]
(৪) $a : b = c : d$ হলে, $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$ [বিয়োজন (dividendo)]
(৫) $a : b = c : d$ হলে, $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$ [যোজন-বিয়োজন (componendo-dividendo)]
(৬) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{g}{h}$ হলে, প্রত্যেকটি অনুপাত $= \frac{a+c+e+g}{b+d+f+h}$



অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান



- প্রশ্ন ১১ দুইটি বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে a মিটার এবং b মিটার হলে, তাদের ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত?
- সমাধান : ১ম বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য $= a$ মিটার
 \therefore ১ম বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= a^2$ বর্গমিটার
 এবং ২য় বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য $= b$ মিটার
 \therefore ২য় বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= b^2$ বর্গমিটার
 \therefore ১ম ও ২য় বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অনুপাত $= \frac{a^2}{b^2} = a^2 : b^2$
 \therefore তাদের ক্ষেত্রফলের অনুপাত $= a^2 : b^2$ (Ans.)
- প্রশ্ন ১২ একটি বৃত্তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল একটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান হলে, তাদের পরিসীমার অনুপাত নির্ণয় কর।

- সমাধান : ধরি, বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাসার্ধ $= r$ মিটার
 \therefore বৃত্তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$ বর্গমিটার
 \therefore বৃত্তের পরিসীমা $= 2\pi r$ মিটার
 প্রশ্নমতে, বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$ বর্গ মিটার
 \therefore বর্গক্ষেত্রের এক বাহু $= \sqrt{\pi r^2}$ মিটার $= \sqrt{\pi} r$ মিটার
 \therefore বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা $= 4 \sqrt{\pi} r$ মিটার
 বৃত্তক্ষেত্রের ও বর্গক্ষেত্রের পরিসীমার অনুপাত

$$= \frac{2\pi r}{4\sqrt{\pi} r} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} = \sqrt{\pi} : 2$$
 (Ans.)
- প্রশ্ন ১৩ দুইটি সংখ্যার অনুপাত ৩ : ৪ এবং তাদের ল. সা. গু. ১৮০; সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর।

সমাধান : ধরি, সংখ্যা দুই $3x$ ও $4x$ [অনুপাত অনুযায়ী]

$$\therefore \text{সংখ্যা দুয়ের ল. সা. গু.} = 12x$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } 12x = 180$$

$$\text{বা, } x = \frac{180}{12}$$

$$\therefore x = 15$$

$$\therefore \text{সংখ্যা দুই যথাক্রমে } (3 \times 15) = 45$$

$$\text{এবং } (4 \times 15) = 60$$

নির্ণয়ে সংখ্যা দুইটি 45 ও 60.

প্রশ্ন ৯ ৯ একটির তোমাদের ক্লাসে দেখা গেল অনুপস্থিত ও উপস্থিত ছাত্র সংখ্যার অনুপাত 1 : 4, অনুপস্থিত ছাত্র সংখ্যাকে মোট ছাত্র সংখ্যার শতকরায় প্রকাশ কর।

সমাধান : মনে করি, অনুপস্থিত ছাত্র সংখ্যা = x

$$\text{এবং উপস্থিত ছাত্র সংখ্যা} = 4x$$

$$\therefore \text{মোট ছাত্র সংখ্যা} = (4x + x) \text{ জন} = 5x \text{ জন}$$

$$\therefore \text{অনুপস্থিত ছাত্র সংখ্যা মোট ছাত্র সংখ্যার } \frac{x}{5x} \text{ অংশ}$$

$$\text{অর্থাৎ } \frac{\text{অনুপস্থিত ছাত্র}}{\text{মোট ছাত্র}} \times 100\% = \frac{x}{5x} \times 100\% = \left(\frac{1}{5} \times 100\right)\% = 20\%$$

\therefore অনুপস্থিত ছাত্রসংখ্যা মোট ছাত্র সংখ্যার 20%. (Ans.)

প্রশ্ন ১৫ একটি দ্রব্য ক্রয় করে 28% ক্ষতিতে বিক্রয় করা হলো। বিক্রয়মূল্য ও ক্রয়মূল্যের অনুপাত নির্ণয় কর।

সমাধান : ক্রয়মূল্য 100 টাকা হলে 28% ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্য = $(100 - 28)$ বা 72 টাকা।

$$\text{বিক্রয়মূল্য : ক্রয়মূল্য} = 72 : 100 = \frac{72}{100}$$

$$= \frac{18}{25} = 18 : 25$$

\therefore বিক্রয়মূল্য ও ক্রয়মূল্যের অনুপাত = 18 : 25. (Ans.)

প্রশ্ন ১৬ ৬ পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়সের সমষ্টি 70 বছর। তাদের বয়সের অনুপাত 7 বছর পূর্বে ছিল 5 : 2। 5 বছর পরে তাদের বয়সের অনুপাত কত হবে?

সমাধান : মনে করি, 7 বছর পূর্বে পিতার বয়স ছিল $5k$ বছর

$$\text{এবং 7 বছর পূর্বে পুত্রের বয়স ছিল } 2k \text{ বছর}$$

$$\text{এখানে, } k \text{ অনুপাতের সাধারণ গুণিতক}$$

$$\therefore \text{বর্তমানে পিতার বয়স } (5k + 7) \text{ বছর}$$

$$\text{এবং বর্তমানে পুত্রের বয়স } (2k + 7) \text{ বছর}$$

$$\text{আবার, 5 বছর পরে পিতার বয়স } (5k + 7 + 5) \text{ বছর} \\ = (5k + 12) \text{ বছর}$$

$$\text{এবং 5 বছর পরে পুত্রের বয়স } (2k + 7 + 5) \text{ বছর} \\ = (2k + 12) \text{ বছর}$$

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } (5k + 7) + (2k + 7) = 70$$

$$\text{বা, } 5k + 7 + 2k + 7 = 70$$

$$\text{বা, } 7k + 14 = 70$$

$$\text{বা, } 7k = 70 - 14 = 56$$

$$\text{বা, } k = \frac{56}{7} = 8$$

$$\therefore k = 8$$

\therefore 5 বছর পরে পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত

$$= (5 \times 8 + 12) : (2 \times 8 + 12)$$

$$= (40 + 12) : (16 + 12)$$

$$= 52 : 28$$

$$= 13 : 7 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৭ ৭ যদি $a : b = b : c$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে,

$$(i) \frac{a}{c} = \frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} \quad (ii) a^2 b^2 c^2 \left(\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} \right) = a^3 + b^3 + c^3$$

$$(iii) \frac{abc(a+b+c)^3}{(ab+bc+ca)^3} = 1 \quad (iv) a - 2b + c = \frac{(a-b)^2}{a} = \frac{(b-c)^2}{c}$$

সমাধান : (i) দেওয়া আছে $a : b = b : c$,

$$\text{বা, } \frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

$$\therefore b^2 = ac$$

$$\text{বামপক্ষ} = \frac{a}{c}$$

$$\text{ডানপক্ষ} = \frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} = \frac{a^2 + ac}{ac + c^2} \quad [\because b^2 = ac]$$

$$= \frac{a(a+c)}{c(a+c)} = \frac{a}{c}$$

$$\text{অর্থাৎ, } \frac{a}{c} = \frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} \text{ (প্রমাণিত)}$$

(ii) দেওয়া আছে, $a : b = b : c$

$$\text{বা, } \frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

$$\therefore b^2 = ac$$

$$\text{বামপক্ষ} = a^2 b^2 c^2 \left(\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} \right)$$

$$= \frac{a^2 b^2 c^2}{a^3} + \frac{a^2 b^2 c^2}{b^3} + \frac{a^2 b^2 c^2}{c^3}$$

$$= \frac{b^2 c^2}{a} + \frac{a^2 c^2}{b} + \frac{a^2 b^2}{c}$$

$$= \frac{ac \cdot c^2}{a} + \frac{(b^2)^2}{b} + \frac{a^2 \cdot ac}{c} \quad [\because b^2 = ac]$$

$$= \frac{ac^3}{a} + \frac{b^4}{b} + \frac{a^3 c}{c}$$

$$= c^3 + b^3 + a^3$$

$$= a^3 + b^3 + c^3 = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\text{অর্থাৎ, } a^2 b^2 c^2 \left(\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} \right) = a^3 + b^3 + c^3 \text{ (প্রমাণিত)}$$

(iii) দেওয়া আছে $a : b = b : c$

$$\text{বা, } \frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

$$\therefore b^2 = ac$$

$$\text{বামপক্ষ} = \frac{abc(a+b+c)^3}{(ab+bc+ca)^3}$$

$$= \frac{b \cdot b^2 (a+b+c)^3}{(ab+bc+b^2)^3} \quad [\because b^2 = ac]$$

$$= \frac{b^3 (a+b+c)^3}{\{b(a+c+b)\}^3} = \frac{b^3 (a+b+c)^3}{b^3 (a+b+c)^3}$$

$$= 1 = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\text{অর্থাৎ, } \frac{abc(a+b+c)^3}{(ab+bc+ca)^3} = 1 \text{ (প্রমাণিত)}$$

(iv) দেওয়া আছে, $a : b = b : c$

$$\text{বা, } \frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

$$\therefore b^2 = ac$$

$$1^{\text{ম পক্ষ}} = a - 2b + c$$

$$2^{\text{য় পক্ষ}} = \frac{(a-b)^2}{a} = \frac{a^2 - 2ab + b^2}{a}$$

$$= \frac{a^2 - 2ab + ac}{a} \quad [\because b^2 = ac]$$

$$= \frac{a(a-2b+c)}{a} = a - 2b + c$$

$$\begin{aligned}\text{৩য় পক্ষ} &= \frac{(b-c)^2}{c} = \frac{b^2 - 2bc + c^2}{c} \\ &= \frac{ac - 2bc + c^2}{c} \quad [\because b^2 = ac] \\ &= \frac{c(a - 2b + c)}{c} = a - 2b + c\end{aligned}$$

$$\text{অর্থাৎ, } a - 2b + c = \frac{(a-b)^2}{a} = \frac{(b-c)^2}{c} \quad (\text{প্রমাণিত})$$

প্রশ্ন ৯৮ সমাধান কর :

$$(i) \frac{1 - \sqrt{1-x}}{1 + \sqrt{1-x}} = \frac{1}{3} \quad (ii) \frac{\sqrt{a+x} + \sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x} - \sqrt{a-x}} = b$$

$$(iii) \frac{a+x - \sqrt{a^2-x^2}}{a+x + \sqrt{a^2-x^2}} = \frac{b}{x}, \quad 2a > b > 0 \text{ এবং } x \neq 0.$$

$$(iv) \frac{\sqrt{x-1} + \sqrt{x-6}}{\sqrt{x-1} - \sqrt{x-6}} = 5 \quad (v) \frac{\sqrt{ax+b} + \sqrt{ax-b}}{\sqrt{ax+b} - \sqrt{ax-b}} = c$$

$$(vi) 81 \left(\frac{1-x}{1+x} \right)^3 = \frac{1+x}{1-x}$$

$$\text{সমাধান : (i) } \frac{1 - \sqrt{1-x}}{1 + \sqrt{1-x}} = \frac{1}{3}$$

$$\text{বা, } \frac{1 - \sqrt{1-x} + 1 + \sqrt{1-x}}{1 - \sqrt{1-x} - 1 - \sqrt{1-x}} = \frac{1+3}{1-3} \quad [\text{যোজন-বিয়োজন করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{2}{-2(\sqrt{1-x})} = \frac{4}{-2}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{1-x}} = 2 \quad [-1 \text{ দ্বারা উভয়পক্ষকে গুণ করে}]$$

$$\text{বা, } 2\sqrt{1-x} = 1 \quad [\text{আড়গুণন করে}]$$

$$\text{বা, } (2\sqrt{1-x})^2 = (1)^2 \quad [\text{উভয়পক্ষকে বর্গ করে}]$$

$$\text{বা, } 4(1-x) = 1$$

$$\text{বা, } 4 - 4x = 1$$

$$\text{বা, } -4x = 1 - 4$$

$$\text{বা, } -4x = -3$$

$$\therefore x = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$$

$$\text{নির্ণেয় সমাধান, } x = \frac{3}{4}$$

$$(ii) \frac{\sqrt{a+x} + \sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x} - \sqrt{a-x}} = b$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{a+x} + \sqrt{a-x} + \sqrt{a+x} - \sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x} + \sqrt{a-x} - \sqrt{a+x} + \sqrt{a-x}} = \frac{b+1}{b-1}$$

[যোজন-বিয়োজন করে]

$$\text{বা, } \frac{2\sqrt{a+x}}{2\sqrt{a-x}} = \frac{b+1}{b-1}$$

$$\text{বা, } \left(\frac{\sqrt{a+x}}{\sqrt{a-x}} \right)^2 = \left(\frac{b+1}{b-1} \right)^2 \quad [\text{উভয়পক্ষকে বর্গ করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{a+x}{a-x} = \frac{b^2+2b+1}{b^2-2b+1}$$

$$\text{বা, } \frac{a+x+a-x}{a+x-a+x} = \frac{b^2+2b+1+b^2-2b+1}{b^2+2b+1-b^2-2b-1}$$

[পুনরায় যোজন-বিয়োজন করে]

$$\text{বা, } \frac{2a}{2x} = \frac{2b^2+2}{4b}$$

$$\text{বা, } \frac{a}{x} = \frac{2(b^2+1)}{4b}$$

$$\text{বা, } \frac{a}{x} = \frac{b^2+1}{2b}$$

$$\text{বা, } x(b^2+1) = 2ab$$

$$\therefore x = \frac{2ab}{b^2+1}$$

$$\text{নির্ণেয় সমাধান, } x = \frac{2ab}{b^2+1}$$

$$(iii) \frac{a+x - \sqrt{a^2-x^2}}{a+x + \sqrt{a^2-x^2}} = \frac{b}{x}$$

$$\text{বা, } \frac{a+x - \sqrt{a^2-x^2} + a+x + \sqrt{a^2-x^2}}{a+x - \sqrt{a^2-x^2} - a-x - \sqrt{a^2-x^2}} = \frac{b+x}{b-x}$$

[যোজন-বিয়োজন করে]

$$\text{বা, } \frac{2a+2x}{-2\sqrt{a^2-x^2}} = \frac{b+x}{b-x}$$

$$\text{বা, } \frac{2(a+x)}{-2\sqrt{a^2-x^2}} = \frac{b+x}{b-x}$$

$$\text{বা, } \frac{a+x}{-\sqrt{a^2-x^2}} = \frac{b+x}{b-x}$$

$$\text{বা, } \frac{(a+x)^2}{(-\sqrt{a^2-x^2})^2} = \frac{(b+x)^2}{(b-x)^2} \quad [\text{উভয়পক্ষকে বর্গ করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{a^2+2ax+x^2}{a^2-x^2} = \frac{b^2+2bx+x^2}{b^2-2bx+b^2}$$

$$\text{বা, } \frac{a^2+2ax+x^2+a^2-x^2}{a^2+2ax+x^2-a^2+x^2} = \frac{b^2+2bx+x^2+b^2-2bx+x^2}{b^2+2bx+x^2-b^2+2bx-x^2}$$

[যোজন-বিয়োজন করে]

$$\text{বা, } \frac{2a^2+2ax}{2ax+2x^2} = \frac{2b^2+2x^2}{4bx}$$

$$\text{বা, } \frac{2(a^2+ax)}{2(x^2+ax)} = \frac{2(b^2+x^2)}{2 \times 2bx}$$

$$\text{বা, } \frac{a^2+ax}{x^2+ax} = \frac{b^2+x^2}{2bx}$$

$$\text{বা, } (x^2+b^2)(x^2+ax) = 2bx(a^2+ax) \quad [\text{আড়গুণন করে}]$$

$$\text{বা, } x(x^2+b^2)(x+a) = 2abx(x+a)$$

$$\text{বা, } x^2+b^2 = 2ab \quad [\text{উভয়পক্ষকে } x(x+a) \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\text{বা, } x^2 = 2ab - b^2$$

$$\therefore x = \pm \sqrt{2ab - b^2}$$

$$\text{নির্ণেয় সমাধান, } x = \pm \sqrt{2ab - b^2}$$

$$(iv) \frac{\sqrt{x-1} + \sqrt{x-6}}{\sqrt{x-1} - \sqrt{x-6}} = 5$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{x-1} + \sqrt{x-6} + \sqrt{x-1} - \sqrt{x-6}}{\sqrt{x-1} + \sqrt{x-6} - \sqrt{x-1} + \sqrt{x-6}} = \frac{5+1}{5-1}$$

[যোজন-বিয়োজন করে]

$$\text{বা, } \frac{2\sqrt{x-1}}{2\sqrt{x-6}} = \frac{6}{4}$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-6}} = \frac{3}{2}$$

$$\text{বা, } \left(\frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-6}} \right)^2 = \left(\frac{3}{2} \right)^2 \quad [\text{উভয়পক্ষকে বর্গ করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{x-1}{x-6} = \frac{9}{4}$$

$$\text{বা, } 9x - 54 = 4x - 4$$

[আড়গুণন করে]

$$\text{বা, } 9x - 4x = 54 - 4$$

$$\text{বা, } 5x = 50$$

$$\text{বা, } x = \frac{50}{5}$$

$$\therefore x = 10$$

নির্ণেয় সমাধান, $x = 10$

$$(v) \frac{\sqrt{ax+b} + \sqrt{ax-b}}{\sqrt{ax+b} - \sqrt{ax-b}} = c$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{ax+b} + \sqrt{ax-b} + \sqrt{ax+b} - \sqrt{ax-b}}{\sqrt{ax+b} + \sqrt{ax-b} - \sqrt{ax+b} + \sqrt{ax-b}} = \frac{c+1}{c-1}$$

[যোজন-বিয়োজন করে]

$$\text{বা, } \frac{2\sqrt{ax+b}}{2\sqrt{ax-b}} = \frac{c+1}{c-1}$$

$$\text{বা, } \left(\frac{\sqrt{ax+b}}{\sqrt{ax-b}} \right)^2 = \left(\frac{c+1}{c-1} \right)^2 \quad [\text{উভয়পক্ষকে বর্গ করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{ax+b}{ax-b} = \frac{c^2+2c+1}{c^2-2c+1}$$

$$\text{বা, } \frac{ax+b+ax-b}{ax+b-ax+b} = \frac{c^2+2c+1+c^2-2c+1}{c^2+2c+1-c^2-2c+1}$$

[যোজন-বিয়োজন করে]

$$\text{বা, } \frac{2ax}{2b} = \frac{2c^2+2}{4c}$$

$$\text{বা, } \frac{ax}{b} = \frac{2(c^2+1)}{2 \cdot 2c}$$

$$\text{বা, } \frac{ax}{b} = \frac{c^2+1}{2c}$$

$$\text{বা, } x = \frac{c^2+1}{2c} \times \frac{b}{a}$$

$$\text{বা, } x = \frac{b(c^2+1)}{2ac}$$

$$\text{বা, } x = \frac{b}{2a} \left(\frac{c^2+1}{c} \right)$$

$$\therefore x = \frac{b}{2a} \left(c + \frac{1}{c} \right)$$

$$\text{নির্ণেয় সমাধান, } x = \frac{b}{2a} \left(c + \frac{1}{c} \right)$$

$$(vi) 81 \left(\frac{1-x}{1+x} \right)^3 = \frac{1+x}{1-x}$$

$$\text{বা, } 81 = \frac{(1+x)^4}{(1-x)^4} \quad \left[\frac{(1-x)^3}{(1+x)^3} \text{ দ্বারা উভয়পক্ষকে ভাগ করে} \right]$$

$$\text{বা, } \left\{ \left(\frac{1+x}{1-x} \right)^2 \right\}^2 = (9)^2$$

$$\text{বা, } \left(\frac{1+x}{1-x} \right)^2 = \pm 9 \quad [\text{উভয়পক্ষকে বর্গমূল করে}]$$

$$\text{বা, } \left(\frac{1+x}{1-x} \right)^2 = 9 \text{ অথবা, } -9$$

$$\text{বা, } \frac{1+x}{1-x} = \pm \sqrt{9} \text{ অথবা, } \pm \sqrt{-9}$$

কিন্তু, $\frac{1+x}{1-x} = \pm \sqrt{-9}$ সমীকরণটির কোনো বাস্তব সংখ্যায় সমাধান নেই।

$$\therefore \frac{1+x}{1-x} = \pm 3$$

$$\therefore \text{হয় } \frac{1+x}{1-x} = 3$$

$$\text{বা, } 1+x = 3-3x$$

$$\text{বা, } x+3x = 3-1$$

$$\text{বা, } 4x = 2$$

$$\text{বা, } x = \frac{2}{4}$$

$$\therefore x = \frac{1}{2}$$

$$\text{অথবা, } \frac{1+x}{1-x} = -3$$

$$\text{বা, } -3+3x = 1+x$$

$$\text{বা, } 3x-x = 1+3$$

$$\text{বা, } 2x = 4$$

$$\text{বা, } x = \frac{4}{2}$$

$$\therefore x = 2$$

নির্ণেয় সমাধান, $x = 2$ বা, $\frac{1}{2}$

প্রশ্ন ৯৯ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ হলে, দেখাও যে,

$$(i) \frac{a^2+ab+b^2}{a^2-ab+b^2} = \frac{c^2+cd+d^2}{c^2-cd+d^2} \quad (ii) \frac{ac+bd}{ac-bd} = \frac{c^2+d^2}{c^2-d^2}$$

সমাধান : (i) ধরি, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$

$$\therefore \frac{a}{b} = k \quad \text{বা, } a = bk$$

$$\text{এবং } \frac{c}{d} = k \quad \text{বা, } c = dk$$

$$\text{বামপক্ষ} = \frac{a^2+ab+b^2}{a^2-ab+b^2} = \frac{(bk)^2+bk \cdot b+b^2}{(bk)^2-bk \cdot b+b^2} \quad [\because a = bk]$$

$$= \frac{b^2k^2+b^2k+b^2}{b^2k^2-b^2k+b^2} = \frac{b^2(k^2+k+1)}{b^2(k^2-k+1)} = \frac{k^2+k+1}{k^2-k+1}$$

$$\text{ডানপক্ষ} = \frac{c^2+cd+d^2}{c^2-cd+d^2} = \frac{(dk)^2+dk \cdot d+d^2}{(dk)^2-dk \cdot d+d^2} \quad [\because c = dk]$$

$$= \frac{d^2k^2+d^2k+d^2}{d^2k^2-d^2k+d^2} = \frac{d^2(k^2+k+1)}{d^2(k^2-k+1)} = \frac{k^2+k+1}{k^2-k+1}$$

\therefore বামপক্ষ = ডানপক্ষ

$$\text{অর্থাৎ, } \frac{a^2+ab+b^2}{a^2-ab+b^2} = \frac{c^2+cd+d^2}{c^2-cd+d^2} \quad (\text{দেখানো হলো})$$

$$(ii) \text{ ধরি, } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$$

$$\therefore \frac{a}{b} = k \quad \text{এবং } \frac{c}{d} = k$$

$$\text{বা, } a = bk \quad \text{বা, } c = dk$$

$$\text{বামপক্ষ} = \frac{ac+bd}{ac-bd} = \frac{bk \cdot dk+bd}{bk \cdot dk-bd} \quad [\because a = bk \text{ এবং } c = dk]$$

$$= \frac{bdk^2+bd}{bdk^2-bd} = \frac{bd(k^2+1)}{bd(k^2-1)}$$

$$= \frac{k^2+1}{k^2-1}$$

$$\text{ডানপক্ষ} = \frac{c^2+d^2}{c^2-d^2} = \frac{(dk)^2+d^2}{(dk)^2-d^2} \quad [\because c = dk]$$

$$= \frac{d^2k^2+d^2}{d^2k^2-d^2} = \frac{d^2(k^2+1)}{d^2(k^2-1)}$$

$$= \frac{k^2+1}{k^2-1}$$

\therefore বামপক্ষ = ডানপক্ষ

$$\text{অর্থাৎ, } \frac{ac+bd}{ac-bd} = \frac{c^2+d^2}{c^2-d^2} \quad (\text{দেখানো হলো})$$

প্রশ্ন ১০০ $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$ হলে, দেখাও যে,

$$(i) \frac{a^3+b^3}{b^3+c^3} = \frac{b^3+c^3}{c^3+d^3} \quad (ii) (a^2+b^2+c^2)(b^2+c^2+d^2) = (ab+bc+cd)^2$$

সমাধান : (i) ধরি, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = k$

$$\therefore c = dk,$$

$$b = ck = dk \cdot k = dk^2$$

$$\text{এবং } a = bk = dk^2 \cdot k = dk^3$$

$$\text{বামপক্ষ} = \frac{a^3+b^3}{b^3+c^3} = \frac{(dk^3)^3+(dk^2)^3}{(dk^2)^3+(dk)^3} \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= \frac{d^3k^9+d^3k^6}{d^3k^6+d^3k^3} = \frac{d^3k^6(k^3+1)}{d^3k^3(k^3+1)} = k^3$$

$$\text{ডানপক্ষ} = \frac{b^3+c^3}{c^3+d^3} = \frac{(dk^2)^3+(dk)^3}{(dk)^3+d^3} \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= \frac{d^3k^6+d^3k^3}{d^3k^3+d^3} = \frac{d^3k^3(k^3+1)}{d^3(k^3+1)} = k^3$$

\therefore বামপক্ষ = ডানপক্ষ

অর্থাৎ, $\frac{a^3+b^3}{b^3+c^3} = \frac{b^3+c^3}{c^3+d^3}$ (দেখানো হলো)

(ii) ধরি, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = k$

∴ $c = dk, b = ck = dk^2, k = dk^2$

এবং $a = bk = dk^3, k = dk^3$

বামপক্ষ = $(a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2)$
 $= \{(dk^3)^2 + (dk^2)^2 + (dk)^2\} \{(dk^2)^2 + (dk)^2 + d^2\}$
 [a, b ও c এর মান বসিয়ে]
 $= (d^2k^6 + d^2k^4 + d^2k^2)(d^2k^4 + d^2k^2 + d^2)$
 $= d^2k^2(k^4 + k^2 + 1) \times d^2(k^4 + k^2 + 1)$
 $= d^4k^2(k^4 + k^2 + 1)^2$

ডানপক্ষ = $(ab + bc + cd)^2$
 $= (dk^3 \cdot dk^2 + dk^2 \cdot dk + dk \cdot d)^2$ [মান বসিয়ে]
 $= (d^2k^5 + d^2k^3 + d^2k)^2 = \{d^2k(k^4 + k^2 + 1)\}^2$
 $= d^4k^2(k^4 + k^2 + 1)^2$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

অর্থাৎ, $(a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2) = (ab + bc + cd)^2$
 (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১১ ৥ $x = \frac{4ab}{a+b}$ হলে, দেখাও যে, $\frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = 2, a \neq b$.

সমাধান : দেওয়া আছে, $x = \frac{4ab}{a+b}$

∴ $\frac{x}{2a} = \frac{4ab}{2a(a+b)}$ [উভয়পক্ষে 2a দ্বারা ভাগ করে]

বা, $\frac{x}{2a} = \frac{2b}{a+b}$

বা, $\frac{x+2a}{x-2a} = \frac{2b+a+b}{2b-a-b}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{x+2a}{x-2a} = \frac{3b+a}{b-a}$

আবার, $\frac{x}{2b} = \frac{4ab}{2b(a+b)}$

বা, $\frac{x}{2b} = \frac{2a}{a+b}$

বা, $\frac{x+2b}{x-2b} = \frac{2a+a+b}{2a-a-b}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{x+2b}{x-2b} = \frac{3a+b}{a-b}$

∴ $\frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = \frac{3b+a}{b-a} + \frac{3a+b}{a-b} = \frac{3b+a}{b-a} - \frac{3a+b}{b-a}$
 $= \frac{3b+a-3a-b}{b-a} = \frac{2b-2a}{b-a} = \frac{2(b-a)}{b-a} = 2$

∴ $\frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = 2$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১২ ৥ $x = \frac{\sqrt[3]{m+1} + \sqrt[3]{m-1}}{\sqrt[3]{m+1} - \sqrt[3]{m-1}}$ হলে,
 প্রমাণ কর যে, $x^3 - 3mx^2 + 3x - m = 0$

সমাধান : দেওয়া আছে, $x = \frac{\sqrt[3]{m+1} + \sqrt[3]{m-1}}{\sqrt[3]{m+1} - \sqrt[3]{m-1}}$

বা, $\frac{x+1}{x-1} = \frac{\sqrt[3]{m+1} + \sqrt[3]{m-1} + \sqrt[3]{m+1} - \sqrt[3]{m-1}}{\sqrt[3]{m+1} + \sqrt[3]{m-1} - \sqrt[3]{m+1} + \sqrt[3]{m-1}}$
 [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{x+1}{x-1} = \frac{2\sqrt[3]{m+1}}{2\sqrt[3]{m-1}}$

বা, $\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^3 = \left(\frac{\sqrt[3]{m+1}}{\sqrt[3]{m-1}}\right)^3$ [উভয়পক্ষকে ঘন করে]

বা, $\frac{x^3+3x^2+3x+1}{x^3-3x^2+3x-1} = \frac{m+1}{m-1}$

বা, $\frac{x^3+3x^2+3x+1+x^3-3x^2+3x-1}{x^3+3x^2+3x+1-x^3+3x^2-3x+1} = \frac{m+1+m-1}{m+1-m+1}$
 [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2x^3+6x}{6x^2+2} = \frac{2m}{2}$

বা, $\frac{2(x^3+3x)}{2(3x^2+1)} = m$

বা, $\frac{x^3+3x}{3x^2+1} = m$

বা, $x^3+3x = 3mx^2+m$ [আড়গুণন করে]
 ∴ $x^3 - 3mx^2 + 3x - m = 0$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৩ ৥ $x = \frac{\sqrt{2a+3b} + \sqrt{2a-3b}}{\sqrt{2a+3b} - \sqrt{2a-3b}}$ হলে,
 দেখাও যে, $3bx^2 - 4ax + 3b = 0$.

সমাধান : দেওয়া আছে, $x = \frac{\sqrt{2a+3b} + \sqrt{2a-3b}}{\sqrt{2a+3b} - \sqrt{2a-3b}}$

বা, $\frac{x+1}{x-1} = \frac{\sqrt{2a+3b} + \sqrt{2a-3b} + \sqrt{2a+3b} - \sqrt{2a-3b}}{\sqrt{2a+3b} + \sqrt{2a-3b} - \sqrt{2a+3b} + \sqrt{2a-3b}}$
 [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{x+1}{x-1} = \frac{2\sqrt{2a+3b}}{2\sqrt{2a-3b}}$

বা, $\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{2a+3b}}{\sqrt{2a-3b}}\right)^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $\frac{(x+1)^2}{(x-1)^2} = \frac{2a+3b}{2a-3b}$

বা, $\frac{x^2+2x+1}{x^2-2x+1} = \frac{2a+3b}{2a-3b}$

বা, $\frac{x^2+2x+1+x^2-2x+1}{x^2+2x+1-x^2+2x-1} = \frac{2a+3b+2a-3b}{2a+3b-2a+3b}$
 [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2x^2+2}{4x} = \frac{4a}{6b}$

বা, $\frac{2(x^2+1)}{2 \times 2x} = \frac{2a}{3b}$

বা, $\frac{x^2+1}{2x} = \frac{2a}{3b}$

বা, $3bx^2 + 3b = 4ax$ [আড়গুণন করে]
 ∴ $3bx^2 - 4ax + 3b = 0$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১৪ ৥ $\frac{a^2+b^2}{b^2+c^2} = \frac{(a+b)^2}{(b+c)^2}$ হলে, প্রমাণ কর যে, a, b, c ক্রমিক
 সমানুপাতী।

সমাধান : দেওয়া আছে, $\frac{a^2+b^2}{b^2+c^2} = \frac{(a+b)^2}{(b+c)^2}$

বা, $\frac{(b+c)^2}{b^2+c^2} = \frac{(a+b)^2}{a^2+b^2}$ [একান্তরকরণ করে]

বা, $\frac{b^2+2bc+c^2}{b^2+c^2} = \frac{a^2+2ab+b^2}{a^2+b^2}$

বা, $\frac{b^2+2bc+c^2-b^2-c^2}{b^2+c^2} = \frac{a^2+2ab+b^2-a^2-b^2}{a^2+b^2}$

[বিয়োজন করে]

$$\text{বা, } \frac{2bc}{b^2 + c^2} = \frac{2ab}{a^2 + b^2}$$

$$\text{বা, } \frac{c}{b^2 + c^2} = \frac{a}{a^2 + b^2} \quad [2b \text{ দ্বারা উভয়পক্ষকে ভাগ করে}]$$

$$\text{বা, } ab^2 + ac^2 = a^2c + b^2c \quad [\text{আড়গুণন করে}]$$

$$\text{বা, } ab^2 - b^2c = a^2c - ac^2$$

$$\text{বা, } b^2(a - c) = ac(a - c)$$

$$\text{বা, } b^2 = ac \quad [\text{উভয়পক্ষকে } (a - c) \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

অর্থাৎ, a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী। (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৫ ৥ $\frac{x}{b+c} = \frac{y}{c+a} = \frac{z}{a+b}$ হলে,

প্রমাণ কর যে, $\frac{a}{y+z-x} = \frac{b}{z+x-y} = \frac{c}{x+y-z}$

সমাধান : মনে করি,

$$\frac{x}{b+c} = \frac{y}{c+a} = \frac{z}{a+b} = k$$

$$\therefore x = k(b+c), y = k(c+a) \text{ এবং } z = k(a+b)$$

$$1\text{ম পক্ষ} = \frac{a}{y+z-x}$$

$$= \frac{a}{k(c+a) + k(a+b) - k(b+c)} \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= \frac{a}{k(c+a+a+b-b-c)} = \frac{a}{k.2a} = \frac{1}{2k}$$

$$2\text{য় পক্ষ} = \frac{b}{z+x-y}$$

$$= \frac{b}{k(a+b) + k(b+c) - k(c+a)} \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= \frac{b}{k(a+b+b+c-c-a)} = \frac{b}{k.2b} = \frac{1}{2k}$$

$$3\text{য় পক্ষ} = \frac{c}{x+y-z}$$

$$= \frac{c}{k(b+c) + k(c+a) - k(a+b)} \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= \frac{c}{k(b+c+c+a-a-b)}$$

$$= \frac{c}{k.2c} = \frac{1}{2k}$$

$$\therefore 1\text{ম পক্ষ} = 2\text{য় পক্ষ} = 3\text{য় পক্ষ}$$

$$\text{অর্থাৎ, } \frac{a}{y+z-x} = \frac{b}{z+x-y} = \frac{c}{x+y-z} \quad (\text{প্রমাণিত})$$

প্রশ্ন ১৬ ৥ $\frac{bz-cy}{a} = \frac{cx-az}{b} = \frac{ay-bx}{c}$ হলে, প্রমাণ কর যে,

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$$

সমাধান : মনে করি,

$$\frac{bz-cy}{a} = \frac{cx-az}{b} = \frac{ay-bx}{c} = k$$

$$\therefore \frac{bz-cy}{a} = k$$

$$\text{বা, } bz - cy = ak \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{আবার, } \frac{cx-az}{b} = k$$

$$\text{বা, } cx - az = bk \dots\dots\dots (ii)$$

$$\text{এবং } \frac{ay-bx}{c} = k$$

$$\text{বা, } ay - bx = ck \dots\dots\dots (iii)$$

সমীকরণ (i), (ii) ও (iii) কে যথাক্রমে x, y ও z দ্বারা গুণ করে যোগ করি,

$$bxz - cxy + cxy - ayz + ayz - bxz = akx + bky + ckz$$

$$\text{বা, } 0 = k(ax + by + cz)$$

$$\therefore k = 0$$

সমীকরণ (i)-এ $k = 0$ বসিয়ে পাই,

$$bz - cy = a. 0$$

$$\text{বা, } bz - cy = 0$$

$$\text{বা, } bz = cy$$

$$\therefore \frac{y}{b} = \frac{z}{c} \dots\dots\dots (iv)$$

সমীকরণ (ii)-এ $k = 0$ বসিয়ে পাই,

$$cx - az = b. 0$$

$$\text{বা, } cx - az = 0$$

$$\text{বা, } cx = az$$

$$\therefore \frac{x}{a} = \frac{z}{c} \dots\dots\dots (v)$$

সমীকরণ (iv) ও (v) থেকে পাই,

$$\frac{y}{b} = \frac{z}{c} = \frac{x}{a} \text{ অর্থাৎ } \frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} \quad (\text{প্রমাণিত})$$

প্রশ্ন ১৭ ৥ $\frac{a+b-c}{a+b} = \frac{b+c-a}{b+c} = \frac{c+a-b}{c+a}$ এবং $a+b+c \neq 0$

হলে, প্রমাণ কর যে, $a = b = c$.

সমাধান : দেওয়া আছে,

$$\frac{a+b-c}{a+b} = \frac{b+c-a}{b+c} = \frac{c+a-b}{c+a}$$

$$\text{বা, } \frac{a+b-c-a-b}{a+b} = \frac{b+c-a-b-c}{b+c} = \frac{c+a-b-c-a}{c+a}$$

[বিয়োজন করে]

$$\text{বা, } \frac{-c}{a+b} = \frac{-a}{b+c} = \frac{-b}{c+a}$$

$$\text{বা, } \frac{c}{a+b} = \frac{a}{b+c} = \frac{b}{c+a} \quad [\text{প্রত্যেক পক্ষকে } -1 \text{ দ্বারা গুণ করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{a+b}{c} = \frac{b+c}{a} = \frac{c+a}{b} \quad [\text{ব্যস্তকরণ করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{a+b+c}{c} = \frac{b+c+a}{a} = \frac{c+a+b}{b} \quad [\text{যোজন করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{1}{c} = \frac{1}{a} = \frac{1}{b} \quad [\because a+b+c \neq 0]$$

[প্রত্যেক পক্ষকে $a+b+c$ দ্বারা ভাগ করে]

$$\therefore \frac{1}{c} = \frac{1}{a} \text{ হলে, } a = c \text{ এবং } \frac{1}{a} = \frac{1}{b} \text{ হলে, } a = b$$

অর্থাৎ, $a = b = c$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৮ ৥ $\frac{x}{xa+yb+zc} = \frac{y}{ya+zb+xc} = \frac{z}{za+xb+yc}$ এবং

$$x+y+z \neq 0 \text{ হলে, দেখাও যে, প্রতিটি অনুপাত} = \frac{1}{a+b+c}$$

সমাধান : মনে করি, প্রদত্ত প্রত্যেকটি অনুপাতের মান = k

$$\therefore \frac{x}{xa+yb+zc} = k$$

$$\text{বা, } k(xa+yb+zc) = x \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{আবার, } \frac{y}{ya+zb+xc} = k$$

$$\text{বা, } k(ya+zb+xc) = y \dots\dots\dots (ii)$$

$$\text{এবং } \frac{z}{za+xb+yc} = k$$

$$\text{বা, } k(za+xb+yc) = z \dots\dots\dots (iii)$$

সমীকরণ (i), (ii) ও (iii) যোগ করে পাই,

$$k(xa+by+zc+ya+zb+xc+za+xb+yc) = x+y+z$$

$$\text{বা, } k(xa+ya+za+xb+yb+zb+xc+yc+zc) = x+y+z$$

$$\text{বা, } k\{a(x+y+z)+b(x+y+z)+c(x+y+z)\} = x+y+z$$

$$\text{বা, } k(x+y+z)(a+b+c) = x+y+z$$

$$\text{বা, } k = \frac{(x+y+z)}{(x+y+z)(a+b+c)}$$

$$\therefore k = \frac{1}{a+b+c}$$

$$\therefore \text{প্রতিটি অনুপাতের মান} = \frac{1}{a+b+c} \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন ১৯ ৥ যদি $(a+b+c)p = (b+c-a)q = (c+a-b)r = (a+b-c)s$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{q} + \frac{1}{r} + \frac{1}{s} = \frac{1}{p}$.

সমাধান : মনে করি,

$$(a+b+c)p = (b+c-a)q = (c+a-b)r = (a+b-c)s = k$$

$$\therefore (a+b+c)p = k$$

$$\text{বা, } \frac{1}{p} = \frac{a+b+c}{k} \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{আবার, } q(b+c-a) = k$$

$$\text{বা, } \frac{1}{q} = \frac{b+c-a}{k} \dots \dots \dots (ii)$$

$$\text{অনুরূপভাবে, } (c+a-b)r = k$$

$$\text{বা, } \frac{1}{r} = \frac{c+a-b}{k} \dots \dots \dots (iii)$$

$$\text{এবং } s(a+b-c) = k$$

$$\text{বা, } \frac{1}{s} = \frac{a+b-c}{k} \dots \dots \dots (iv)$$

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= \frac{1}{q} + \frac{1}{r} + \frac{1}{s} \\ &= \frac{b+c-a}{k} + \frac{c+a-b}{k} + \frac{a+b-c}{k} \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= \frac{b+c-a+c+a-b+a+b-c}{k} \\ &= \frac{a+b+c}{k} = \frac{1}{p} = \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{বামপক্ষ} = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\text{অর্থাৎ, } \frac{1}{q} + \frac{1}{r} + \frac{1}{s} = \frac{1}{p} \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন ২০ ৥ যদি $lx = my = nz$ হয়, তবে দেখাও যে,

$$\frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{zx} + \frac{z^2}{xy} = \frac{mn}{l^2} + \frac{nl}{m^2} + \frac{lm}{n^2}$$

সমাধান : দেওয়া আছে, $lx = my = nz$

$$\therefore lx = my \quad \therefore my = nz \quad \therefore lx = nz$$

$$\text{বা, } \frac{x}{y} = \frac{m}{l} \quad \text{বা, } \frac{y}{z} = \frac{n}{m} \quad \text{বা, } \frac{x}{z} = \frac{n}{l}$$

$$\text{বা, } \frac{y}{x} = \frac{l}{m} \quad \text{বা, } \frac{z}{y} = \frac{m}{n} \quad \text{বা, } \frac{z}{x} = \frac{l}{n}$$

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= \frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{zx} + \frac{z^2}{xy} \\ &= \frac{x}{y} \cdot \frac{x}{z} + \frac{y}{x} \cdot \frac{y}{z} + \frac{z}{x} \cdot \frac{z}{y} \\ &= \frac{m}{l} \cdot \frac{n}{l} + \frac{l}{m} \cdot \frac{n}{m} + \frac{l}{n} \cdot \frac{m}{n} \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= \frac{mn}{l^2} + \frac{nl}{m^2} + \frac{lm}{n^2} = \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{বামপক্ষ} = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\text{অর্থাৎ, } \frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{zx} + \frac{z^2}{xy} = \frac{mn}{l^2} + \frac{nl}{m^2} + \frac{lm}{n^2} \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন ২১ ৥ যদি $\frac{p}{q} = \frac{a^2}{b^2}$ এবং $\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{a+q}}{\sqrt{a-q}}$ হয়, তবে দেখাও যে,

$$\frac{p+q}{a} = \frac{p-q}{q}$$

সমাধান : দেওয়া আছে, $\frac{p}{q} = \frac{a^2}{b^2}$ এবং $\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{a+q}}{\sqrt{a-q}}$

$$\text{এখানে, } \frac{a}{b} = \frac{\sqrt{a+q}}{\sqrt{a-q}}$$

$$\text{বা, } \left(\frac{a}{b}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{a+q}}{\sqrt{a-q}}\right)^2 \quad [\text{উভয়পক্ষকে বর্গ করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{a^2}{b^2} = \frac{(\sqrt{a+q})^2}{(\sqrt{a-q})^2}$$

$$\text{বা, } \frac{a^2}{b^2} = \frac{a+q}{a-q}$$

$$\text{বা, } \frac{p}{q} = \frac{a+q}{a-q} \quad [\because \frac{p}{q} = \frac{a^2}{b^2} \text{ দেওয়া আছে}]$$

$$\text{বা, } \frac{p+q}{p-q} = \frac{a+q+a-q}{a+q-a+q} \quad [\text{যোজন-বিয়োজন করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{p+q}{p-q} = \frac{2a}{2q} = \frac{a}{q}$$

$$\text{বা, } \frac{p+q}{a} = \frac{p-q}{q} \quad [\text{একান্তরকরণ করে}]$$

$$\therefore \frac{p+q}{a} = \frac{p-q}{q} \text{ (দেখানো হলো)}$$



গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর



১. $\triangle ABC$ এর $\angle A : \angle B = 1 : 2$ এবং $\angle B : \angle C = 2 : 3$ হলে $\angle C$ এর পরিমাপ—

- 90° ☒ 60° ☐ 45° ☒ 30°

২. p, q, r তিনটি ক্রমিক সমানুপাতিক রাশি হলে নিচের কোনটি সঠিক?

- ☐ $p^2 = qr$ ● $q^2 = pr$ ☐ $pq = qr$ ☒ $r^2 = pq$

৩. পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়স যথাক্রমে 40 বছর এবং 10 বছর। 5 বছর পর তাদের বয়সের অনুপাত কত হবে?

- ☐ $4 : 1$ ● $3 : 1$ ☐ $1 : 4$ ☒ $1 : 3$

৪. $k : x = 3 : 4$, $x : g = 5 : 4$ হলে, $k : x : g$ কত?

- $15 : 20 : 16$ ☒ $16 : 15 : 20$
☐ $20 : 16 : 15$ ☒ $20 : 15 : 16$

৫. যদি $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ হয় তবে $\frac{6x+y}{3x+2y}$ এর মান কত?

- ☐ $\frac{4}{5}$ ☒ $\frac{14}{15}$ ● $\frac{5}{4}$ ☒ $\frac{20}{13}$

৬. একটি দ্রব্য 20% লাভে বিক্রয় করা হলো, বিক্রয় মূল্য এবং ক্রয় মূল্যের অনুপাত কোনটি?

- ☐ $5 : 4$ ● $6 : 5$ ☐ $5 : 6$ ☒ $4 : 5$

৭. $x : y = 2 : 3$, $y : z = 2 : 3$ হলে, $x : z =$ কত?

- ☐ $1 : 1$ ☒ $2 : 3$ ☐ $3 : 2$ ● $4 : 9$

৮. ক্রিকেট খেলায় সুজন ও রফিকের রানের অনুপাত 2 : 3, রফিক ও সাকিবের রানের অনুপাত 5 : 6 হলে তাদের রানের ধারাবাহিক অনুপাত কত?

- $10 : 15 : 18$ ☒ $6 : 9 : 8$
☐ $6 : 10 : 12$ ☒ $4 : 10 : 12$

৯. কোনো ত্রিভুজের কোণগুলোর অনুপাত 1 : 2 : 3 এবং ক্ষুদ্রতর বাহুর দৈর্ঘ্য 10 সে.মি. হলে বৃহত্তম বাহুর দৈর্ঘ্য কত?

- ☐ $10\sqrt{3}$ ● 20 ☐ $10\sqrt{5}$ ☒ 30

১০. a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী হলে—
i. $a : b :: b : c$ ii. $a^2 = bc$ iii. $b^2 = ac$
নিচের কোনটি সঠিক?
ক) i ও ii ● i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii
১১. a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী হলে—
i. $b^2 = ac$ ii. $2b = a + c$ iii. $\frac{a+b}{b} = \frac{b+c}{c}$
নিচের কোনটি সঠিক?

- ক) i ও ii ● i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii
১২. x, y, z ক্রমিক সমানুপাতী রাশি হলে—
i. $xy = yz$ ii. $\frac{x}{y} = \frac{y}{z}$ iii. প্রতিটি অনুপাতের মান $= \frac{x+y}{y+z}$
নিচের কোনটি সঠিক?
ক) i ও ii গ) i ও iii ● ii ও iii ঘ) i, ii ও iii



অতিরিক্ত বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর



১১.১ : অনুপাত

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১৩. A : B হলে B কে কী বলা হয়? (সহজ)
ক) মধ্যক ● উত্তর রাশি গ) প্রান্তীয় রাশি ঘ) পূর্ব রাশি
১৪. দুইটি রাশি p ও q এর অনুপাত নিচের কোনটি? (সহজ)
ক) $p - q$ ● $p : q$ গ) $p \div \frac{1}{q}$ ঘ) $p \times q$
১৫. দুইটি বর্গবেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে m মিটার এবং n মিটার হলে, তাদের বেত্রফলের অনুপাত কত? (সহজ)
ক) $m : n$ ● $m^2 : n^2$ গ) $m^3 : n^3$ ঘ) $\sqrt{m} : \sqrt{n}$
১৬. দুইটি বৃত্তের ব্যাসার্ধের অনুপাত 1 : 3 হলে বেত্রফলের অনুপাত কত? (মধ্যম)
ক) 9 : 1 গ) 4 : 1 ঘ) 1 : 4 ● 1 : 9
১৭. একটি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ হলে, তার বেত্রফল কতগুণ বৃদ্ধি পাবে? (মধ্যম)
ক) 2 ● 4 গ) 8 ঘ) 16
১৮. এক রিয়াল যদি 22 টাকা হয় তবে রিয়াল ও টাকার অনুপাত কত? (সহজ)
● 1 : 22 গ) 22 : 1 ঘ) 11 : 1 ঘ) 1 : 11
১৯. বৃত্তের ব্যাস ও পরিধির অনুপাত কত? (সহজ)
● 1 : π গ) 1 : 2π ঘ) 1 : π^2 ঘ) 1 : π^3
ব্যাখ্যা : r ব্যাসার্ধের বৃত্তের ব্যাস 2r ও পরিধি $2\pi r$
 \therefore ব্যাস : পরিধি = $\frac{2r}{2\pi r} = 1 : \pi$
২০. বর্গবেত্রের বাহু চারগুণ হলে বেত্রফল কত গুণ হবে? (সহজ)
ক) 4 গ) 8 ● 16 ঘ) 32
২১. কোনো বৃত্তের বেত্রফল 25 গুণ বৃদ্ধি করলে এর ব্যাসার্ধ কত গুণ বৃদ্ধি পাবে? (মধ্যম)
● 5 গ) 10 ঘ) 50 ঘ) 625
২২. x এর 10% যদি y এর 20% এর সমান হয় তবে x : y = কত? (কঠিন)
ক) 1 : 2 ● 2 : 1 গ) 5 : 1 ঘ) 10 : 1
ব্যাখ্যা : x এর 10% = y এর 20%
বা, x এর $\frac{10}{100} = y$ এর $\frac{20}{100}$
বা, $\frac{10x}{100} = \frac{20y}{100}$
বা, x = 2y
বা, $\frac{x}{y} = \frac{2}{1}$
 \therefore x : y = 2 : 1
২৩. কোনো বর্গের বাহু ও কর্ণের দৈর্ঘ্যের অনুপাত কত? (মধ্যম)
● 1 : $\sqrt{2}$ গ) $\sqrt{2} : 1$ ঘ) 1 : 2 ঘ) 2 : 1
ব্যাখ্যা : বর্গের বাহু = a এবং বর্গের কর্ণ = $\sqrt{2}a$
 \therefore বর্গের বাহু : কর্ণ = $a : \sqrt{2}a = 1 : \sqrt{2}$

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

২৪. i. অনুপাত একটি প্রকৃত বা অপকৃত ভগ্নাংশ
ii. অনুপাতের প্রথম রাশিকে পূর্ব রাশি বলে
iii. অনুপাতের দ্বিতীয় রাশিকে উত্তর রাশি বলে
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
ক) i ও ii গ) i ও iii ঘ) ii ও iii ● i, ii ও iii
২৫. নিচের তথ্যগুলো লব কর :
i. অনুপাত হলো দুইটি রাশির একটি অপরটির কত অংশ বা কতগুণ
ii. a ও b দুইটি রাশির অনুপাতকে $\frac{a}{b}$ লেখা হয়
iii. 3 : 6 : 2 : 5 অনুপাতটির উত্তর রাশি 2 : 5
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
ক) i ও ii গ) i ও iii ঘ) ii ও iii ● i, ii ও iii
২৬. চতুর্ভুজের পরিসীমা ও দৈর্ঘ্যের অনুপাত 121 : 11 হলে—
i. এদেরকে 11 : 1 অনুপাতে প্রকাশ করা যায়
ii. দৈর্ঘ্যকে বর্গ করলে চতুর্ভুজের বেত্রফল পাওয়া যায়
iii. এরা সমজাতীয় রাশি
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
ক) i ও ii ● i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

- নিচের তথ্যের আলোকে ২৭-২৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
দুইটি গাড়ির গতিবেগের অনুপাত 5 : 2 : 2 : 5
২৭. গতিবেগের সরল অনুপাত নিচের কোনটি? (মধ্যম)
ক) 25 : 52 ● 52 : 25 গ) 5 : 52 ঘ) 52 : 5
২৮. সরল অনুপাতটিকে দ্বিগুণ করলে তার পূর্ব রাশি কত? (মধ্যম)
ক) 25 গ) 50 ঘ) 102 ● 104
২৯. ১ম গাড়ির গতিবেগ ২য় গাড়ির গতিবেগের কতগুণ? (কঠিন)
ক) 2.04 ● 2.08 গ) 3.04 ঘ) 3.08

১১.২ : সমানুপাত

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৩০. দুইটি বর্গবেত্রের বেত্রফলের অনুপাত 25 : 36 হলে, তাদের দৈর্ঘ্যের অনুপাত কত? (মধ্যম)
ক) 1 : 2 গ) 2 : 3 ● 5 : 6 ঘ) 10 : 14
ব্যাখ্যা : 25 : 36 = $5^2 : 6^2$ \therefore দৈর্ঘ্যের অনুপাত 5 : 6
৩১. a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী হলে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
ক) a : b = c : b ● a : b = b : c
গ) a : c = b : c ঘ) b : a = b : c
ব্যাখ্যা : a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী হবে, যদি $b^2 = ac$ হয়
বা, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ \therefore a : b = b : c
৩২. নিচের কোনটি সমানুপাত রাশি? (সহজ)
ক) 1 : 2 = 3 : 4 ● 2 : 5 = 6 : 15
গ) 4 : 6 = 9 : 4 ঘ) 10 : 5 = 5 : 10

৩৩. $x : y = 5 : 6$ হলে $6x : 5y =$ কত? (মধ্যম)
 ● 1 ৫ $\frac{5}{6}$ ৬ $\frac{3}{5}$ ৭ $\frac{1}{6}$
৩৪. A ও B সমবেগে নির্দিষ্ট দূরত্ব যথাক্রমে 3 ও 4 মিনিটে অতিক্রম করলে তাদের গতিবেগের অনুপাত কত? (সহজ)
 ৮ 1 : 3 ৯ 2 : 3 ১০ 4 : 3 ১১ 3 : 4
৩৫. $a : b = b : c$ হয়, তবে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
 ১২ $a^2 = bc$ ১৩ $c^2 = ab$ ১৪ $b^2 = ac$ ১৫ $ab = bc$
৩৬. 3:2:2.4 কে a:1 আকারে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি হবে? (সহজ)
 ১৬ 1 : 1 ১৭ 1.33 : 1 ১৮ 2.4 : 3.2 ১৯ 1.33 : 2
৩৭. $ac = b^2$ হলে $(a^2 + b^2) : (b^2 + c^2)$ এর মান কত? (মধ্যম)
 ২০ $c : b$ ২১ $b : c$ ২২ $a : c$ ২৩ $c : a$
৩৮. নিচের কোনটি সমানুপাত রাশি? (মধ্যম)
 ২৪ 1 : 2 = 3 : 4 ২৫ 2 : 5 = 6 : 15
 ২৬ 4 : 6 = 9 : 4 ২৭ 10 : 5 = 5 : 10
 ব্যাখ্যা : $2 : 5 = \frac{2}{5} = 0.4$ এবং $6 : 15 = \frac{6}{15} = 0.4$
৩৯. $x : y = 5 : 6$ হলে $3x : 5y =$ কত? (মধ্যম)
 ২৮ 15 : 35 ২৯ 35 : 15 ৩০ 1 : 2 ৩১ 2 : 1
 ব্যাখ্যা : $3x : 5y = 15 : 30 = 1 : 2$
৪০. $5 : 8 = 15 : x$ হলে x এর মান কোনটি? (মধ্যম)
 ৩২ 24 ৩৩ 40 ৩৪ 75 ৩৫ 120
 ব্যাখ্যা : $5 : 8 = 15 : x$ বা, $\frac{5}{8} = \frac{15}{x}$
 বা, $5x = 120$ [আড়গুণন করে]
 বা, $x = \frac{120}{5} \therefore x = 24$
৪১. $5.7 : 7.5$ কে b : 1 আকারে প্রকাশ করলে, b এর মান কত? (সহজ)
 ৩৬ 0.76 ৩৭ 1.32 ৩৮ 1.5 ৩৯ 3
৪২. a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী হলে, $\frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} =$ কত? (মধ্যম)
 ৪০ ac ৪১ $\frac{a}{c}$ ৪২ $\frac{c}{a}$ ৪৩ a + c
 ব্যাখ্যা : $\frac{a^2 + ac}{ac + c^2} = \frac{a(a+c)}{c(a+c)} = \frac{a}{c}$
৪৩. $b^2 = ac$ হলে $(a^2 + b^2) : (a + c)c =$? (মধ্যম)
 ৪৪ a : c ৪৫ b : c ৪৬ a : b ৪৭ b : a
৪৪. a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী হলে b কে কী বলা হয়? (সহজ)
 ৪৮ পূর্ব রাশি ৪৯ উত্তর রাশি
 ৫০ তৃতীয় সমানুপাতী ৫১ মধ্যসমানুপাতী
৪৫. 5x ও 6x এর গ.সা.গু. কত? (সহজ)
 ৫২ x ৫৩ x^2 ৫৪ 30x ৫৫ $30x^2$
৪৬. অনুপাতের প্রথম রাশিকে কী বলে? (সহজ)
 ৫৬ পূর্ব রাশি ৫৭ উত্তর রাশি
 ৫৮ পূর্ব ও উত্তর রাশি ৫৯ দ্বিতীয় রাশি
৪৭. a, b ও c ক্রমিক সমানুপাতী হলে c কে কী বলা হয়? (সহজ)
 ৬০ প্রথম সমানুপাতী ৬১ তৃতীয় সমানুপাতী
 ৬২ উত্তর সমানুপাতী ৬৩ প্রান্ত সমানুপাতী
৪৮. a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী। যদি $a = 4$, $b = 6$ হয় তবে $c =$ কত? (মধ্যম)
 ৬৪ 4 ৬৫ 6 ৬৬ 9 ৬৭ 24
৪৯. দুইটি বৃত্তের পরিসীমার অনুপাত 3 : 5, তাদের বেষ্রফলের অনুপাত কত? (মধ্যম)
 ৬৮ 3 : 5 ৬৯ 5 : 3 ৭০ 9 : 25 ৭১ 18 : 30
৫০. দুইটি বর্গবেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য a এবং b হলে, তাদের কর্ণদ্বয়ের অনুপাত কত? (মধ্যম)
 ৭২ a : b ৭৩ $a^2 : b^2$ ৭৪ $a^3 : b^3$ ৭৫ $\sqrt{a} : \sqrt{b}$
৫১. দুইটি বর্গের বাহু a ও b একক হলে তাদের বেষ্রফলের অনুপাত কত? (সহজ)
 ৭৬ ab : a^2 ৭৭ $a^2 : b^2$ ৭৮ $\sqrt{a} : \sqrt{b}$ ৭৯ $a^2 : ab^2$
৫২. কোনো বর্গের বাহুর ও কর্ণের দৈর্ঘ্যের অনুপাত কত? (মধ্যম)
 ৮০ 1 : $\sqrt{2}$ ৮১ $\sqrt{2} : 1$ ৮২ 1 : 2 ৮৩ 2 : 1

৫৩. $x : y$ এর ব্যস্তানুপাত কোনটি? (সহজ)
 ৮৪ $x : y$ ৮৫ $y : x$ ৮৬ $\frac{1}{x} : \frac{1}{y}$ ৮৭ $x^2 : y^2$
৫৪. কোনো অনুপাত ও ঐ অনুপাতের ব্যস্তানুপাতের গুণফল কত? (মধ্যম)
 ৮৮ শূন্য ৮৯ অসীম ৯০ 1 ৯১ ভগ্নাংশ
৫৫. নিচের তথ্যগুলো লব কর :
 i. a, b, c ক্রমিক সমানুপাতিক হলে $ac = b^2$
 ii. $a : b = b : c^2$ হলে a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী
 iii. a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী হলে $a : b = b : c$
 নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
 ৯২ i ও ii ৯৩ i ও iii ৯৪ ii ও iii ৯৫ i, ii ও iii
 ব্যাখ্যা : ii. সঠিক নয়; কারণ, $2 : 1 = 6 : 2$ ক্রমিক সমানুপাতী নয়
৫৬. $a : b = 6 : 2$ হলে—
 i. $a = 3$ ও $b = 1$ এর জন্য এরা সমানুপাতী
 ii. $a = 2$ ও $b = 1$ এর জন্য এরা ক্রমিক সমানুপাতী
 iii. একে $\frac{a}{b} = 3$ আকারে প্রকাশ করা যায়
 নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
 ৯৬ i ও ii ৯৭ i ও iii ৯৮ ii ও iii ৯৯ i, ii ও iii
 ব্যাখ্যা : ii. সঠিক নয়; কারণ, $2 : 1 = 6 : 2$ ক্রমিক সমানুপাতী নয়
৫৭. একই উচ্চতা বিশিষ্ট দুইটি ত্রিভুজের বেষ্রফল ও ভূমির অনুপাত যথাক্রমে 21 : 24 ও 7 : 8 হলে—
 i. এদেরকে ক্রমিক সমানুপাতে প্রকাশ করা যায়
 ii. এরা সমানুপাতী
 iii. বেষ্রফলদ্বয়ের অনুপাত ভূমিদ্বয়ের অনুপাতের সমান
 নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
 ১০০ i ও ii ১০১ i ও iii ১০২ ii ও iii ১০৩ i, ii ও iii
 ব্যাখ্যা : i. সঠিক নয়; কারণ, ক্রমিক সমানুপাতিক হওয়ার জন্য সবগুলো রাশি একজাতীয় হতে হবে।
৫৮. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :
 i. a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী বলতে বোঝায় $a : b = b : c$
 ii. $a : b = c : d$ —এর ক্রমিক সমানুপাত $b : a = d : c$
 iii. a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী হবে যদি এবং কেবল যদি $ac = b^2$ হয়
 নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
 ১০৪ i ও ii ১০৫ i ও iii ১০৬ ii ও iii ১০৭ i, ii ও iii
৫৯. a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী হলে—
 i. $ac = b^2$ ii. $\frac{a}{b} = \frac{c}{b}$
 iii. $b : a = c : b$
 নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
 ১০৮ i ও ii ১০৯ i ও iii ১১০ ii ও iii ১১১ i, ii ও iii
৬০. $x : y = 2 : 5$ হলে—
 i. $2x : 3y = 4 : 15$ ii. $4x : 6y = 8 : 30$
 iii. $\frac{3x}{2} : \frac{5y}{3} = 3 : 25$
 নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
 ১১২ i ও ii ১১৩ i ও iii ১১৪ ii ও iii ১১৫ i, ii ও iii
৬১. a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী হবে যদি—
 i. $a^2 = bc$ ii. $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$
 iii. $ac - b^2 = 0$
 নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
 ১১৬ i ও ii ১১৭ i ও iii ১১৮ ii ও iii ১১৯ i, ii ও iii
৬২. i. $a : b = c : d$ হলে a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী
 ii. $a : b = b : c$ হলে b হলো মধ্য সমানুপাতী
 iii. $ac = b^2$ হলে a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী

নিচের কোনটি সঠিক?

(সহজ)

- ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের তথ্যের আলোকে ৬৩ - ৬৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

21 বর্গ মি. ও 35 বর্গ মি. বেত্রফল বিশিষ্ট আয়তবেত্রের প্রস্থ যথাক্রমে 3 মি. ও 5 মি.

৬৩. 1ম ও 2য় আয়তবেত্রের বেত্রফলের অনুপাতের মান কত? (মধ্যম)

- ক) $\frac{35}{21}$ খ) $\frac{3}{5}$ গ) $\frac{21}{3}$ ঘ) $\frac{5}{35}$

ব্যাখ্যা : $21 : 35 = \frac{21}{35} = \frac{3}{5}$ [7 দ্বারা ভাগ করে]

৬৪. 1ম ও 2য় আয়তবেত্রের প্রস্থের অনুপাত নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- ক) 21 : 35 খ) 5 : 3 গ) 35 : 3 ঘ) 21 : 5

ব্যাখ্যা : $3 : 5 = 21 : 35$ [7 দ্বারা গুণ করে]

৬৫. নিচের কোনটির জন্য এরা সমানুপাতী? (মধ্যম)

- ক) $\frac{21}{35} = \frac{5}{3}$ খ) $\frac{35}{21} = \frac{5}{3}$ গ) $\frac{21}{5} = \frac{3}{35}$ ঘ) $\frac{35}{3} = \frac{21}{5}$

নিচের তথ্যের আলোকে ৬৬-৬৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

একটি বাজের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতার অনুপাত 4 : 2 : 1.

৬৬. ঘনবস্তুর মাত্রাগুলোর অনুপাত কোন ধরনের অনুপাত? (সহজ)

- ক) গুরব অনুপাত খ) লঘু অনুপাত
গ) বিচ্ছিন্ন অনুপাত ঘ) ক্রমিক অনুপাত

৬৭. মাত্রাগুলোর অনুপাতের মধ্য সমানুপাত কোনটি? (সহজ)

- ক) 1 খ) 2 গ) 4 ঘ) 6

৬৮. মাত্রাগুলোর তৃতীয় সমানুপাত কোনটি? (সহজ)

- ক) 1 খ) 2 গ) 4 ঘ) 6

১১.৩ : অনুপাতের রূপান্তর

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৬৯. $a : b = c : d$ হলে অনুপাতের কোন ধর্ম অনুযায়ী $b : a = d : c$ হবে? (সহজ)

- ক) ব্যস্তকরণ খ) একান্তরকরণ গ) যোজন ঘ) বিয়োজন

৭০. $m : n = p : q$ হলে, নিচের কোনটি একান্তরকরণ অনুপাত নির্দেশ করে? (সহজ)

- ক) $n : m = q : p$ খ) $m : p = n : q$
গ) $\frac{m+n}{n} = \frac{p+q}{q}$ ঘ) $\frac{m-n}{n} = \frac{p-q}{q}$

৭১. $\frac{a}{b} = 2$ হলে, $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- ক) $\frac{1}{2}$ খ) $\frac{3}{5}$ গ) $\frac{5}{3}$ ঘ) $\frac{7}{9}$

ব্যাখ্যা : $\frac{a}{b} = 2$ বা, $\frac{a^2}{b^2} = 4$ বা, $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} = \frac{4+1}{4-1} = \frac{5}{3}$

৭২. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{2}{3}$ হলে, $\frac{a+c+e}{b+d+f}$ এর মান নিচের কোনটি? (সহজ)

- ক) $\frac{1}{2}$ খ) $\frac{3}{2}$ গ) $\frac{2}{3}$ ঘ) $\frac{1}{4}$

ব্যাখ্যা : $\frac{a+c+e}{b+d+f} = \frac{2+2+2}{3+3+3} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

৭৩. $a : b = c : d$ হলে, $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$ কে কী প্রক্রিয়া বলে? (সহজ)

- ক) যোজন খ) বিয়োজন
গ) যোজন-বিয়োজন ঘ) বিয়োজন-যোজন

৭৪. $11 : 5 = 44 : 20$ এর যোজন-বিয়োজন ফল নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- ক) $\frac{16}{6} = \frac{24}{64}$ খ) $\frac{8}{3} = \frac{32}{12}$ গ) $\frac{64}{6} = \frac{16}{24}$ ঘ) $\frac{8}{3} = \frac{12}{32}$

ব্যাখ্যা : $\frac{11}{5} = \frac{44}{20}$; $\frac{11+5}{11-5} = \frac{44+20}{44-20}$ [যোজন-বিয়োজন]

বা, $\frac{16}{6} = \frac{24}{64}$ বা, $\frac{8}{3} = \frac{32}{12}$

৭৫. $a : b = b : c$ হলে, $\frac{a^2+b^2}{b^2+c^2} =$ কত? (কঠিন)

- ক) $\frac{a}{b}$ খ) $\frac{b}{c}$ গ) $\frac{a}{c}$ ঘ) $\frac{c}{a}$

ব্যাখ্যা : $a : b = b : c$

$$\text{বা, } \frac{a}{b} = \frac{b}{c} \text{ বা, } \frac{a^2}{b^2} = \frac{b^2}{c^2}$$

$$\text{বা, } \frac{a^2+b^2}{b^2+c^2} = \frac{b^2}{c^2} \text{ বা, } \frac{a^2+b^2}{b^2+c^2} = \frac{a^2}{b^2}$$

$$\text{বা, } \frac{a^2+b^2}{b^2+c^2} = \frac{a^2}{ac} [\because b^2 = ac]$$

$$\therefore \frac{a^2+b^2}{b^2+c^2} = \frac{a}{c}$$

৭৬. $m : n = p : q$ হলে, নিচের কোনটি বিয়োজন অনুপাত নির্দেশ করে? (সহজ)

- ক) $n : m = q : p$ খ) $m : p = n : q$

- গ) $\frac{m+n}{n} = \frac{q+p}{q}$ ঘ) $\frac{m-n}{n} = \frac{p-q}{q}$

৭৭. $m : n = p : q$ হলে নিচের কোনটি যোজন বিয়োজন অনুপাত নির্দেশ করে? (সহজ)

- ক) $\frac{m+n}{n} = \frac{p+q}{q}$ খ) $\frac{m-n}{n} = \frac{p-q}{q}$

- গ) $\frac{m+n}{m-n} = \frac{p+q}{p-q}$ ঘ) $\frac{n}{m} = \frac{q}{p}$

৭৮. $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ হলে $\frac{-x+y}{3x+2y} =$ কত? (কঠিন)

- ক) 5 খ) 6 গ) $\frac{5}{4}$ ঘ) 3 : 4

$$\text{ব্যাখ্যা : } \frac{6x+y}{3x+2y} = \frac{y \left(\frac{6x}{y} + 1 \right)}{y \left(3 \frac{x}{y} + 2 \right)} = \frac{6 \times \frac{2}{3} + 1}{3 \times \frac{2}{3} + 2} = \frac{5}{4}$$

৭৯. $a : b = c : d$ এর ব্যস্তকরণ নিচের কোনটি? (সহজ)

- ক) $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$ খ) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ গ) $\frac{b}{a} = \frac{c}{d}$ ঘ) $\frac{a}{b} = \frac{d}{c}$

৮০. $2 : 3 = 4 : 5$ হলে নিচের কোন দু পাম্বরটি সঠিক? (সহজ)

- ক) $2 : 3 = 5 : 4$ খ) $3 : 2 = 4 : 5$
গ) $3 : 2 = 5 : 4$ ঘ) $2 : 5 = 3 : 4$

ব্যাখ্যা : $2 : 3 = 4 : 5$; $\frac{2}{3} = \frac{4}{5}$; $\frac{2}{3} = \frac{4}{5}$ (ব্যস্তকরণ); $3 : 2 = 5 : 4$

৮১. $\frac{b+c}{a} = \frac{c+a}{b} = \frac{a+b}{c}$ হলে প্রতিটি অনুপাতের মান কত হবে? (কঠিন)

- ক) 4 খ) 3 গ) 2 ঘ) 1

৮২. $k = \frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$ হলে $\frac{x^3+y^3+z^3}{a^3+b^3+c^3}$ কত? (সহজ)

- ক) $\frac{xyz}{2abc}$ খ) $\frac{xyz}{3abc}$ গ) $\frac{xyz}{4abc}$ ঘ) $\frac{xyz}{abc}$

৮৩. $3x : 5y = 1 : 2$ হলে, $x : y =$ কত? (মধ্যম)

- ক) 5 : 6 খ) 6 : 5 গ) 3 : 5 ঘ) 5 : 12

৮৪. $\frac{1}{a} = \frac{1}{b}$ কে বিয়োজন করলে নিচের কোনটি হবে? (সহজ)

- ক) $\frac{1-a}{a} = \frac{1-b}{b}$ খ) $\frac{1-a}{b} = \frac{1-b}{a}$
গ) $1-ab$ ঘ) $1-a = 1-b$

বহুপদী সমান্তরিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৮৫. নিচের তথ্যগুলো লব কর :

- i. $a : b = c : d$ হলে $b : a = d : c$
ii. $a : b = c : d$ হলে $(a+b) : (a-b) = (c+d) : (c-d)$

- iii. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$ হলে প্রত্যেকটি অনুপাত $\frac{a+c+e}{b+d+f}$

নিচের কোনটি সঠিক?

(সহজ)

- ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

৮৬. $a : b = c : d$ হলে—

- i. $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$ ii. $\frac{a}{b-a} = \frac{d}{d-c}$
- iii. $\frac{a^2}{b^2} = \frac{c^2}{d^2}$
- নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
- ক i ও ii ● i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii
৮৭. $a : b = c : d$ হলে—
- i. $b : a = d : c$ (ব্যস্তকরণ)
- ii. $a : c = b : d$ (একান্তরকরণ)
- iii. $ad = bc$ (আড়গুণন)
- নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
- ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ● i, ii ও iii
৮৮. $a = 2$, $b = 4$ এবং $c = 8$ হলে—
- i. $a : b = b : c$
- ii. $\left(\frac{a+b}{b+c}\right)^2 = \frac{a^2+2ab+b^2}{b^2+2bc+c^2}$
- iii. $\left(\frac{a-b}{b-c}\right)^2 = \frac{a^2-2ab+b^2}{b^2-2bc+c^2}$
- নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
- ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ● i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের তথ্যের আলোকে ৮৯-৯১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

পিতা এবং পুত্রের বর্তমান বয়সের অনুপাত ৭ : ২ এবং ৫ বছর পরে তাদের বয়সের অনুপাত ৪ : ৩ হবে।

৮৯. পিতার বর্তমান বয়স x বছর এবং পুত্রের বয়স y বছর হলে ১ম শর্ত নিচের কোনটি? (সহজ)

- $\frac{x}{y} = \frac{7}{2}$ খ $\frac{x}{y} = \frac{2}{7}$ গ $\frac{x+5}{y+5} = \frac{7}{2}$ ঘ $\frac{x+5}{y+5} = \frac{8}{3}$

৯০. ২য় শর্ত নিচের কোনটি? (সহজ)

- ক $\frac{5x}{3y} = \frac{8}{3}$ খ $\frac{x}{y} + 5 = \frac{7}{2}$
- গ $\frac{x+5}{y+5} = \frac{3}{8}$ ● $\frac{x+5}{y+5} = \frac{8}{3}$

৯১. পিতার বর্তমান বয়স ৪২ বছর হলে পুত্রের বর্তমান বয়স কত বছর? (মধ্যম)

- ক ১০ ● ১২ গ ১৪ ঘ ১৬

ব্যাখ্যা : $\frac{42}{y} = \frac{7}{2}$ বা, $y = \frac{42 \times 2}{7}$ বা, $y = 12$

নিচের তথ্যের আলোকে ৯২-৯৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$$16\left(\frac{1-x}{1+x}\right)^3 = \frac{(1+x)}{(1-x)}$$

৯২. $(1+x)^4 : (1-x)^4 =$ কত? (মধ্যম)

- ১৬ : ১ খ ১২ : ১ গ ৪ : ১ ঘ ৪ : ১

৯৩. $(1-x) : (1+x) =$ কত? (মধ্যম)

- ১ : ২ খ ২ : ৩ গ ২ : ১ ঘ ৩ : ২

৯৪. x এর মান কত হবে? (মধ্যম)

- ক ২ খ $\frac{1}{2}$ ● $\frac{1}{3}$ ঘ $\frac{1}{4}$

নিচের তথ্যের আলোকে ৯৫-৯৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ একটি সমানুপাত এবং $c : d = 3 : 2$

৯৫. $\frac{a+c}{b+d}$ এর মান কোনটি? (সহজ)

- ক ৫ খ $\frac{1}{5}$ ● $\frac{3}{2}$ ঘ $\frac{2}{3}$

৯৬. $\frac{a+b}{a-b}$ এর মান কত? (মধ্যম)

- ৫ খ $\frac{1}{5}$ গ $\frac{3}{2}$ ঘ $\frac{2}{3}$

৯৭. $ad : bc =$ কত? (মধ্যম)

- ক ২ : ৩ ● ১ গ $\frac{3}{2}$ ঘ $\frac{9}{4}$

নিচের তথ্যের আলোকে ৯৮-১০০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$a = \frac{4xy}{x+y}$ হলে—

৯৮. $\frac{a+2x}{a-2y}$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- $\frac{x(x+3y)}{y(x-y)}$ খ $\frac{x+2y}{x-2y}$ গ $\frac{x-3y}{x+3y}$ ঘ $\frac{x-3y}{x+2y}$

৯৯. $\frac{a+2y}{a-2x}$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- ক $\frac{x+y}{x-y}$ খ $\frac{3x+y}{x-y}$ গ $\frac{x-2y}{x+3y}$ ● $\frac{3x-y}{x+y}$

১০০. $\frac{a}{2x} : \frac{a}{2y}$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- $y : x$ খ $x : y$ গ $x + y : x - y$ ঘ ১



নির্বাচিত বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর



১০১. $a : b = 2 : 3$ এবং $a : c = 3 : 4$ হলে $b : c =$?

- ক ১ : ২ খ ৩ : ৪ গ ৪ : ৯ ● ৯ : ৪

১০২. $a : b = b : c$ হলে, $\frac{a^2+b^2}{b^2+c^2} =$?

- ক $\frac{a}{b}$ খ $\frac{b}{c}$ ● $\frac{a}{c}$ ঘ $\frac{c}{a}$

১০৩. $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ হলে $\frac{7x+y}{5x+2y} =$ কত?

- ক $\frac{11}{16}$ খ $\frac{13}{16}$ গ $\frac{15}{16}$ ● $\frac{17}{16}$

১০৪. a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী। যদি $a = 4$, $b = 6$ হয় তবে $c =$ কত?

- ক ৪ খ ৬ ● ৯ ঘ ২৪

১০৫. $x : y = 2 : 3$ হলে $3x : 4y$ এর মান নিচের কোনটি?

- ১ : ২ খ ২ : ১ গ ২ : ৩ ঘ ৩ : ৪

১০৬. a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী হলে, নিচের কোনটি সঠিক?

- ক $a : b = a : c$ ● $b^2 = ac$ গ $a^2 = bc$ ঘ $\frac{a}{c} = \frac{c}{b}$

১০৭. $a : b = c : d$ এর একান্তরকরণ কোনটি?

- ক $a : d = b : c$ ● $a : c = b : d$
- গ $ac = bd$ ঘ $b : a = d : c$

১০৮. দুইটি সম্পূরক কোণের পরিমাপের অনুপাত ৩ : ৭ হলে বৃহত্তম কোণ কত?

- ক 121° খ 124° ● 126° ঘ 139°

১০৯. $x : y$ এর ব্যস্তানুপাতিক হবে—

- ক $x : y$ ● $y : x$ গ $\frac{1}{x} : \frac{1}{y}$ ঘ $\sqrt{x} : \sqrt{y}$

১১০. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ এর একান্তরকরণ নিচের কোনটি?

- ক $\frac{a}{d} = \frac{d}{c}$ খ $\frac{c}{d} = \frac{d}{a}$ গ $ac = bd$ ● $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

১১১. পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়সের অনুপাত ৭ : ২, ৫ বছর পরে তাদের বয়সের অনুপাত ৪ : ৩ হবে। পিতার বর্তমান বয়স কত?

- ৩৫ বছর খ ২৮ বছর গ ৪৫ বছর ঘ ৩০ বছর

১১২. $x : y = 5 : 6$ হলে, $3x : 5y =$ কত?
 ● ১ : ২ ☐ ২ : ১ ☐ ১ : ৩ ☐ ২ : ৩
১১৩. কোনটি সমানুপাত?
 ☐ ১ : ২ = ৩ : ৪ ● ২ : ৫ = ৬ : ১৫
 ☐ ৪ : ৬ = ৯ : ৪ ☐ ১০ : ৫ = ৫ : ১০
১১৪. $3 : 6$ কে $b : 1$ অনুপাতের প্রকাশ করলে নিচের কোনটি হবে?
 ☐ ৩ : ৬ ☐ ৬ : ৩ ☐ ১ : ২ ● $\frac{1}{2} : 1$
১১৫. m ও n এর অনুপাত x ও y -এর অনুপাতের সমান হলে প্রত্যেকটি অনুপাত কোনটির সমান?
 ☐ $\frac{m^n}{n}$ ☐ $\frac{mn}{xy}$ ☐ $\frac{m+n}{x+y}$ ● $\frac{m+x}{n+y}$
১১৬. $3x : 5y = 1 : 2$ হলে $x : y =$ কত?
 ☐ ৬ : ৫ ☐ ১ : ২ ● ৫ : ৬ ☐ ৩ : ৫
১১৭. a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী হবে যদি—
 i. $a^2 = bc$ ii. $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$
 iii. $ac - b^2 = 0$
- নিচের কোনটি সঠিক?
 ☐ i ও ii ☐ i ও iii ● ii ও iii ☐ i, ii ও iii
১১৮. নিচের তথ্যগুলো লব কর :
 i. সমানুপাতের চারটি রাশিই এক জাতীয় হওয়ার প্রয়োজন হয় না
 ii. একই উচ্চতা বিশিষ্ট দুইটি ত্রিভুজের বেত্রফলদ্বয়ের অনুপাত ভূমিফলের অনুপাতের সমান
 iii. $a : b = c : d$ এর ব্যস্তকরণ $a : c = b : d$
- নিচের কোনটি সঠিক?

- i ও ii ☐ i ও iii ☐ ii ও iii ☐ i, ii ও iii
১১৯. নিচের কোনটি ক্রমিক সমানুপাতী?
 i. $a : b = b : c$
 ii. $a : c = b : a$
 iii. $b^2 = ac$
- নিচের কোনটি সঠিক?
 ☐ i ☐ iii ☐ ii ও iii ● i ও iii
- নিচের তথ্যের আলোকে ১২০-১২২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
 একটি বর্গক্ষেত্রে একটি বৃত্ত অন্তর্লিখিত হয়েছে।
১২০. বর্গক্ষেত্রের এক বাহু ও বৃত্তটির ব্যাসার্ধের অনুপাত কত?
 ☐ ১ : ২ ● ২ : ১ ☐ ১ : ১ ☐ ১ : ৩
১২১. বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা ও বৃত্তের পরিধির অনুপাত কত?
 ● $4 : \pi$ ☐ $\pi : 4$ ☐ $2 : \pi$ ☐ $\pi : 2$
১২২. বর্গক্ষেত্রের কর্ণ ও বৃত্তের ব্যাসের অনুপাত কত?
 ☐ ১ : ২ ☐ $1 : \sqrt{2}$ ☐ ২ : ১ ● $\sqrt{2} : 1$
- নিচের তথ্যের আলোকে ১২৩ ও ১২৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
 পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়সের অনুপাত ৭ : ২ এবং ৫ বছর পরে তাদের বয়সের অনুপাত ৪ : ৩ হবে।
১২৩. পিতার বর্তমান বয়স কত?
 ☐ ২৫ বছর ☐ ৩০ বছর
 ● ৩৫ বছর ☐ ৪০ বছর
১২৪. পুত্রের বর্তমান বয়স কত?
 ☐ ৫ বছর ● ১০ বছর ☐ ১৫ বছর ☐ ২০ বছর



অনুশীলনমূলক কাজের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান



প্রশ্ন-১ ▶ $a : b$ এবং $3 : 5 : 5 : 6$ দুইটি অনুপাত।

- ক. সমানুপাত কী? ২
 খ. ২য় অনুপাতটিকে $1 : x$ এবং $y : 1$ আকারে প্রকাশ কর। ৪
 গ. ১ম অনুপাতটি $5 : 6$ হলে, $3a : 5b =$ কত? ৪

▶▶ ১নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

- ক. যদি চারটি রাশি এরূপ হয় যে, প্রথম ও দ্বিতীয় রাশির অনুপাত তৃতীয় ও চতুর্থ রাশির অনুপাতের সমান হয়, তবে ঐ চারটি রাশি নিয়ে একটি সমানুপাত উৎপন্ন হয়। a, b, c, d এরূপ চারটি রাশি হলে আমরা লিখি $a : b = c : d$

খ. দ্বিতীয় অনুপাত, $3 : 5 : 5 : 6 = \frac{3 \cdot 5}{3 \cdot 5} : \frac{5 \cdot 6}{3 \cdot 5} = 1 : 1 \cdot 6$
 $= 1 : x$ [যখন $x = 1 \cdot 6$]

∴ $3 : 5 : 5 : 6$ কে $1 : x$ আকারে প্রকাশ করা হলো।

আবার, $3 : 5 : 5 : 6 = \frac{3 \cdot 5}{5 \cdot 6} : \frac{5 \cdot 6}{5 \cdot 6} = 0 \cdot 625 : 1$

$= y : 1$ [যখন $y = 0 \cdot 625$]

∴ $3 : 5 : 5 : 6$ কে $y : 1$ আকারে প্রকাশ করা হলো।

- গ. ১ম অনুপাত $= a : b$

প্রশ্নমতে, $a : b = 5 : 6$

বা, $\frac{a}{b} = \frac{5}{6}$

বা, $\frac{3a}{b} = \frac{15}{6}$

বা, $\frac{3a}{5b} = \frac{15}{30}$

বা, $\frac{3a}{5b} = \frac{1}{2}$

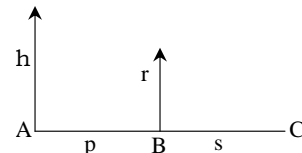
∴ $3a : 5b = 1 : 2$ (Ans.)

প্রশ্ন-২ ▶ একটি ল্যাম্পপোস্ট থেকে p মিটার দূরে দাঁড়ানো r মিটার উচ্চতা বিশিষ্ট এক ব্যক্তির ছায়ার দৈর্ঘ্য s মিটার। ল্যাম্পপোস্টের উচ্চতা h মিটার।

- ক. তথ্যের আলোকে সম্ভাব্য চিত্র আঁক। ২
 খ. ঐ ব্যক্তি ল্যাম্পপোস্ট থেকে কত মিটার দূরে দাঁড়ানো ছিল? ৪
 গ. মাতা ও কন্যার বর্তমান বয়সের সমষ্টি ছায়ার দৈর্ঘ্যের সমান এবং t বছর পূর্বে তাদের বয়সের অনুপাত ছিল ব্যক্তির উচ্চতা ও ল্যাম্পপোস্ট থেকে ব্যক্তির দূরত্বের অনুপাতের সমান। x বছর পরে তাদের বয়সের অনুপাত কত হবে? ৪

▶▶ ২নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক.



A বিন্দুতে অবস্থিত ল্যাম্পপোস্টের উচ্চতা h মিটার। A থেকে p মিটার দূরে B বিন্দুতে দাঁড়ানো r মিটার উচ্চতা বিশিষ্ট এক ব্যক্তির ছায়ার দৈর্ঘ্য $BC = s$ মিটার।

∴ ল্যাম্পপোস্ট থেকে ছায়ার প্রান্ত বিন্দুর দূরত্ব $= AB + BC$
 $= (p + s)$ মিটার

খ. যেহেতু ছায়া, উচ্চতার সমানুপাতিক

অতএব, $h : r = (p + s) : s$

$$\text{বা, } \frac{h}{r} = \frac{p+s}{s}$$

$$\text{বা, } r(p+s) = hs$$

$$\text{বা, } p+s = \frac{hs}{r}$$

$$\text{বা, } p = \frac{hs}{r} - s$$

$$\therefore p = \left(\frac{h}{r} - 1\right)s$$

\therefore ল্যাম্পপোস্ট থেকে ঐ ব্যক্তি $\left(\frac{h}{r} - 1\right)$ মিটার দূরে দাঁড়ানো ছিল। (Ans.)

গ. মনে করি, মাতার বর্তমান বয়স a বছর এবং কন্যার বর্তমান বয়স b বছর। তাহলে,

প্রশ্নানুসারে, $a + b = s$ (i)

$$\frac{a-t}{b-t} = \frac{r}{p} \text{ (ii)}$$

$$\frac{a-t}{b-t} = \frac{r}{p} \text{ থেকে পাই,}$$

$$\frac{a-t}{r} = \frac{b-t}{p} = \frac{a+b-t}{r+p} = \frac{s-t}{r+p}$$

$$\therefore a-t = \frac{(s-t)r}{r+p}$$

$$\text{বা, } a = \frac{(s-t)r}{r+p} + t \text{ এবং } b-t = \frac{(s-t)p}{r+p}$$

$$\text{বা, } b = \frac{(s-t)p}{r+p} + t$$

$$\therefore x \text{ বছর পরে মাতা ও কন্যার বয়সের অনুপাত} = \frac{a+x}{b+x}$$

$$\frac{(s-t)r}{r+p} + t + x$$

$$= \frac{(s-t)p}{r+p} + t + x$$

$\therefore x$ বছর পরে মাতা ও কন্যার বয়সের অনুপাত হবে

$$\left\{ \frac{(s-t)r}{r+p} + t + x \right\} : \left\{ \frac{(s-t)p}{r+p} + t + x \right\} \text{ (Ans.)}$$



অতিরিক্ত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান



প্রশ্ন-৩ ▶ পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়সের অনুপাত 7 : 2 এবং 5 বছর পরে তাদের বয়সের অনুপাত 8 : 3 হবে। তাদের মোট আয় 28080 টাকা।

- ক. অনুপাতের সাধারণ রাশি x হলে 5 বছর পর পিতা ও পুত্রের বয়স কত হবে? ২
- খ. বর্তমানে কার বয়স কত? ৪
- গ. পিতা ও পুত্রের আয়ের অনুপাত তাদের বর্তমান বয়সের অনুপাতের সমান এবং পুত্র ও কন্যার আয়ের অনুপাত 5 বছর পরে পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাতের সমান। প্রত্যেকের আয়ের পরিমাণ নির্ণয় কর। ৪

▶▶ ৩নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, অনুপাতের সাধারণ রাশি = x

$$\therefore \text{পিতার বর্তমান বয়স} = 7x \text{ বছর}$$

$$\text{এবং পুত্রের বর্তমান বয়স} = 2x \text{ বছর}$$

$$\text{সুতরাং 5 বছর পরে পিতার বয়স হবে } (7x + 5) \text{ বছর}$$

$$\text{এবং 5 বছর পরে পুত্রের বয়স হবে } (2x + 5) \text{ বছর (Ans.)}$$

খ. ‘ক’ থেকে পাই, পিতার বয়স $(7x + 5)$ বছর এবং পুত্রের বয়স $(2x + 5)$ বছর

$$\text{প্রশ্নমতে, } (7x + 5) : (2x + 5) = 8 : 3$$

$$\text{বা, } \frac{7x+5}{2x+5} = \frac{8}{3}$$

$$\text{বা, } 3(7x + 5) = 8(2x + 5) \text{ [আড়গুণন করে]}$$

$$\text{বা, } 21x + 15 = 16x + 40$$

$$\text{বা, } 21x - 16x = 40 - 15$$

$$\text{বা, } 5x = 25$$

$$\therefore x = 5$$

$$\therefore \text{পিতার বর্তমান বয়স} = 7 \times 5 = 35 \text{ বছর}$$

$$\text{এবং পুত্রের বর্তমান বয়স} = 2 \times 5 = 10 \text{ বছর}$$

পিতার বর্তমান বয়স 35 বছর এবং পুত্রের বর্তমান বয়স 10 বছর। (Ans.)

গ. প্রশ্নমতে, পিতা ও পুত্রের আয়ের অনুপাত

$$= 35 : 10 \quad [\text{‘খ’ থেকে পাই}]$$

$$= 7 : 2$$

$$= (7 \times 4) : (2 \times 4)$$

$$= 28 : 8$$

$$\text{এবং পুত্র ও কন্যার আয়ের অনুপাত} = 8 : 3$$

$$\text{পিতা, পুত্র ও কন্যার আয়ের অনুপাত} = 28 : 8 : 3$$

$$\text{অনুপাতের সংখ্যাগুলোর যোগফল} = 28 + 8 + 3 = 39$$

$$\therefore \text{পিতার আয়ের পরিমাণ} = \left(28080 \times \frac{28}{39}\right) \text{ টাকা}$$

$$= 720 \times 28 \text{ টাকা} = 20160 \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{পুত্রের আয়ের পরিমাণ} = \left(28080 \times \frac{8}{39}\right) \text{ টাকা}$$

$$= (720 \times 8) \text{ টাকা} = 5760 \text{ টাকা}$$

$$\text{এবং কন্যার আয়ের পরিমাণ} = \text{টাকা}$$

$$= 720 \times 3 \text{ টাকা} = 2160 \text{ টাকা}$$

পিতার আয় 20160 টাকা, পুত্রের 5760 টাকা, কন্যার 2160 টাকা। (Ans.)

প্রশ্ন-৪ ▶ পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়সের সমষ্টি 75 বছর। তাদের বয়সের অনুপাত t বছর পূর্বে ছিল $r : p$.

ক. ক্রমিক সমানুপাতী কী? ২

খ. $s = 75$, $t = 5$, $r = 9$, $p = 4$ হলে, পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়স কত? ৪

গ. x বছর পরে পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত কত হবে? ৪

▶▶ ৪নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. a , b , c ক্রমিক সমানুপাতী বলতে বোঝায় $a : b = b : c$. a , b , c ক্রমিক সমানুপাতী হবে যদি এবং কেবল যদি $b^2 = ac$ হয়। ক্রমিক সমানুপাতের বেত্রে সবগুলো রাশি এক জাতীয় হতে হবে।

খ. দেওয়া আছে,

পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়সের সমষ্টি 75 বছর। তাদের বয়সের

$$\text{অনুপাত 5 বছর পূর্বে ছিল } 9 : 4. \quad [\because t = 5, r : p = 9 : 4]$$

মনে করি, পিতার বর্তমান বয়স x বছর

∴ পুত্রের " " (75 - x) বছর

∴ পাঁচ বছর পূর্বে পিতার বয়স ছিল ($x - 5$) বছর

পাঁচ বছর পূর্বে পুত্রের বয়স ছিল (75 - $x - 5$) বছর
= (70 - x) বছর

প্রশ্নমতে, $\frac{x-5}{70-x} = \frac{9}{4}$

বা, 630 - 9 x = 4 x - 20

বা, 13 x = 650

বা, $x = \frac{650}{13}$

∴ $x = 50$

∴ পিতার বয়স 50 বছর

এবং পুত্রের বয়স (75 - 50) বছর = 25 বছর। (Ans.)

গ. মনে করি, পিতার বর্তমান বয়স a বছর

এবং পুত্রের বর্তমান বয়স b বছর

প্রশ্নমতে, $a + b = s$ (i)

$\frac{a-t}{b-t} = \frac{r}{p}$ (ii)

(ii) হতে পাই, $\frac{a-t}{r} = \frac{b-t}{p}$ (iii)

(iii) হতে পাই, $\frac{a-t}{r} = \frac{b-t}{p}$

বা, $\frac{a-t}{b-t} = \frac{r}{p}$

বা, $\frac{a-t+b-t}{b-t} = \frac{r+p}{p}$ [যোজন করে]

বা, $\frac{a+b-2t}{b-t} = \frac{r+p}{p}$

বা, $\frac{a+b-2t}{r+p} = \frac{b-t}{p}$

বা, $\frac{s-2t}{r+p} = \frac{b-t}{p}$

বা, $\frac{b-t}{p} = \frac{s-2t}{r+p}$ (iv)

বা, $b-t = \frac{p(s-2t)}{r+p}$

∴ $b = \frac{p(s-2t)}{r+p} + t$

আবার, (iii) ও (iv) হতে পাই $\frac{a-t}{r} = \frac{s-2t}{r+p}$

বা, $a-t = \frac{r(s-2t)}{r+p}$

∴ $a = \frac{r(s-2t)}{r+p} + t$

x বছর পরে পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত,

$\frac{a+x}{b+x} = \left\{ \frac{\frac{r(s-2t)}{r+p} + t + x}{\frac{p(s-2t)}{r+p} + t + x} \right\}$ (Ans.)

প্রশ্ন-৫ ▶ যদি a, b ও c ক্রমিক সমানুপাতী হয় তবে—

? ক. দেখাও যে, $b^2 = ac$ এবং 2, 4 ও 8 ক্রমিক সমানুপাতী। ২

খ. প্রমাণ কর, $a^2b^2c^2 \left(\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} \right) = a^3 + b^3 + c^3$ 8

গ. প্রমাণ কর, $\frac{abc(a+b+c)^3}{(ab+bc+ca)^3} = 1$ 8

▶◀ ৬নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. দেওয়া আছে, a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী

∴ $a : b = b : c$

বা, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$

বা, $ac = b^2$

বা, $b^2 = ac$ (i)

ধরি, $a = 2, b = 4$ ও $c = 8$

(i) হতে পাই, $ac = 2 \times 8 = 16$

এবং $b^2 = 4^2 = 16$

∴ $b^2 = ac$ বা, $4^2 = 2 \times 8$

বা, $\frac{2}{4} = \frac{4}{8}$

∴ 2, 4, 8 ক্রমিক সমানুপাতী। (দেখানো হলো)

খ. বামপদ = $a^2b^2c^2 \left(\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} \right)$

= $\frac{a^2b^2c^2}{a^3} + \frac{a^2b^2c^2}{b^3} + \frac{a^2b^2c^2}{c^3}$

= $\frac{b^2(ac)^2}{a^3} + \frac{b^2(ac)^2}{b^3} + \frac{b^2(ac)^2}{c^3}$

= $\frac{ac(ac)^2}{a^3} + \frac{b^2(b^2)^2}{b^3} + \frac{(ac)(ac)^2}{c^3}$ [∵ $b^2 = ac$]

= $\frac{a^3c^3}{a^3} + \frac{b^6}{b^3} + \frac{a^3c^3}{c^3} = c^3 + b^3 + a^3$

= $a^3 + b^3 + c^3$ = ডানপদ

অর্থাৎ $a^2b^2c^2 \left(\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} \right) = a^3 + b^3 + c^3$ (প্রমাণিত)

গ. বামপদ = $\frac{abc(a+b+c)^3}{(ab+bc+ca)^3}$
= $\frac{abc(a+b+c)^3}{(ab+bc+b^2)^3}$
= $\frac{bac(a+b+c)^3}{\{b(a+c+b)\}^3} = \frac{b.b^2(a+b+c)^3}{b^3(a+c+b)^3}$
= $\frac{b^3(a+b+c)^3}{b^3(a+b+c)^3}$
= 1 = ডানপদ

অর্থাৎ $\frac{abc(a+b+c)^3}{(ab+bc+ca)^3} = 1$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন-৬ ▶ $\frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}} = p$

ক. $p = 1$ হলে, x এর মান কত? ২

? খ. প্রমাণ কর যে, $p^2 - \frac{2p}{x} + 1 = 0$ 8

গ. $p = \frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$ হলে x এর মান নির্ণয় কর। 8

▶◀ ৬নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. দেওয়া আছে, $\frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}} = p$ (i)

$p = 1$ হলে (i) থেকে পাই,

$$\frac{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}=1$$

$$\text{বা, } \sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}=\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}$$

$$\text{বা, } \sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}=0$$

$$\text{বা, } 2\sqrt{1-x}=0$$

$$\text{বা, } \sqrt{1-x}=0$$

$$\text{বা, } 1-x=0$$

$$\therefore x=1 \text{ (Ans.)}$$

খ. দেওয়া আছে,

$$\frac{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}=p$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}=\frac{p+1}{p-1}$$

[যোজন-বিয়োজন করে]

$$\text{বা, } \frac{2\sqrt{1-x}}{2\sqrt{1-x}}=\frac{p+1}{p-1}$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{1-x}}=\frac{p+1}{p-1}$$

$$\text{বা, } \frac{1+x}{1-x}=\frac{(p+1)^2}{(p-1)^2}$$

[উভয়পক্ষে বর্গ করে]

$$\text{বা, } \frac{1+x}{1-x}=\frac{p^2+2p+1}{p^2-2p+1}$$

$$\text{বা, } \frac{1+x+1-x}{1+x-1-x}=\frac{p^2+2p+1+p^2-2p+1}{p^2+2p+1-p^2+2p-1}$$

[যোজন-বিয়োজন করে]

$$\text{বা, } \frac{2}{2x}=\frac{2(p^2+1)}{2.2p}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{x}=\frac{p^2+1}{2p}$$

$$\text{বা, } \frac{2p}{x}=p^2+1$$

$$\therefore p^2-\frac{2p}{x}+1=0 \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ. দেওয়া আছে, $p=\frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$

প্রদত্ত সমীকরণ,

$$\frac{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}=p$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}=\frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}=\frac{2+\sqrt{2}+2-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}-2+\sqrt{2}}$$

$$\text{বা, } \frac{2\sqrt{1+x}}{2\sqrt{1-x}}=\frac{2.2}{2.\sqrt{2}}$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1-x}}=\frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$\text{বা, } \frac{1+x}{1-x}=\frac{4}{2}$$

[উভয়পক্ষে বর্গ করে]

$$\text{বা, } 2+2x=4-4x$$

[আড়গুণ করে]

$$\text{বা, } 2x+4x=4-2$$

$$\text{বা, } 6x=2$$

$$\text{বা, } x=\frac{2}{6}$$

$$\therefore x=\frac{1}{3} \text{ (Ans.)}$$

$$\text{প্রশ্ন-৭} \rightarrow \frac{\sqrt{1+a}+\sqrt{1-a}}{\sqrt{1+a}-\sqrt{1-a}}=m \text{ হলে—}$$

$$\text{ক. } \frac{\sqrt{1+a}}{\sqrt{1-a}} \text{ এর মান নির্ণয় কর।}$$

২

$$\text{খ. প্রমাণ কর যে, } m^2+1=\frac{2m}{a}$$

৪

$$\text{গ. } a=\frac{2}{3} \text{ হলে, } m \text{ এর মান নির্ণয় কর। 'খ' এর সত্যতা প্রমাণ কর।}$$

৪

▶▶ এনং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে,

$$\frac{\sqrt{1+a}+\sqrt{1-a}}{\sqrt{1+a}-\sqrt{1-a}}=m$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{1+a}+\sqrt{1-a}+\sqrt{1+a}-\sqrt{1-a}}{\sqrt{1+a}+\sqrt{1-a}-\sqrt{1+a}+\sqrt{1-a}}=\frac{m+1}{m-1}$$

[যোজন-বিয়োজন করে]

$$\text{বা, } \frac{2\sqrt{1-a}}{2\sqrt{1-a}}=\frac{m+1}{m-1}$$

$$\therefore \frac{\sqrt{1-a}}{\sqrt{1-a}}=\frac{m+1}{m-1} \text{ (Ans.)}$$

খ. 'ক' থেকে পাই,

$$\frac{\sqrt{1+a}}{\sqrt{1-a}}=\frac{m+1}{m-1}$$

$$\text{বা, } \left(\frac{\sqrt{1+a}}{\sqrt{1-a}}\right)^2=\frac{(m+1)^2}{(m-1)^2} \text{ [উভয়পক্ষে বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } \frac{1+a}{1-a}=\frac{m^2+2m+1}{m^2-2m+1}$$

$$\text{বা, } \frac{1+a+1-a}{1+a-1+a}=\frac{m^2+2m+1+m^2-2m+1}{m^2+2m+1-m^2+2m-1}$$

[যোজন-বিয়োজন করে]

$$\text{বা, } \frac{2}{2a}=\frac{2(m^2+1)}{2.2m}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{a}=\frac{m^2+1}{2m}$$

$$\therefore m^2+1=\frac{2m}{a} \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ. দেওয়া আছে,

$$\frac{\sqrt{1+a}+\sqrt{1-a}}{\sqrt{1+a}-\sqrt{1-a}}=m$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{1+\frac{2}{3}}+\sqrt{1-\frac{2}{3}}}{\sqrt{1+\frac{2}{3}}-\sqrt{1-\frac{2}{3}}}=m \left[a=\frac{2}{3} \text{ মান বসিয়ে} \right]$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{\frac{1}{3}}+\sqrt{\frac{1}{3}}}{\sqrt{\frac{1}{3}}-\sqrt{\frac{1}{3}}}=m$$

$$\text{বা, } \frac{\left(\sqrt{\frac{5}{3}} + \sqrt{\frac{1}{3}}\right)\left(\sqrt{\frac{5}{3}} + \sqrt{\frac{1}{3}}\right)}{\left(\sqrt{\frac{5}{3}} - \sqrt{\frac{1}{3}}\right)\left(\sqrt{\frac{5}{3}} + \sqrt{\frac{1}{3}}\right)} = m$$

$$\text{বা, } \frac{\left(\sqrt{\frac{5}{3}} + \sqrt{\frac{1}{3}}\right)^2}{\left(\sqrt{\frac{5}{3}}\right)^2 - \left(\sqrt{\frac{1}{3}}\right)^2} = m$$

$$\text{বা, } \frac{\frac{5}{3} + \frac{1}{3} + 2\sqrt{\frac{5}{3} \cdot \frac{1}{3}}}{\frac{5}{3} - \frac{1}{3}} = m$$

$$\text{বা, } \frac{\frac{5+1+2\sqrt{5}}{3}}{\frac{5-1}{3}} = m$$

$$\text{বা, } \frac{6+2\sqrt{5}}{3} \times \frac{3}{4} = m$$

$$\text{বা, } \frac{2(3+\sqrt{5})}{2 \cdot 2} = m$$

$$\text{বা, } m = \frac{(3+\sqrt{5})}{2} \text{ (Ans.)}$$

‘খ’ থেকে পাই,

$$m^2 + 1 = \frac{2m}{a}$$

$$\text{বামপর্ব} = m^2 + 1$$

$$= \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^2 + 1$$

$$= \frac{9+5+2 \cdot 3 \cdot \sqrt{5}}{4} + 1$$

$$= \frac{14+6\sqrt{5}}{4} + 1$$

$$= \frac{14+6\sqrt{5}+4}{4}$$

$$= \frac{18+6\sqrt{5}}{4}$$

$$= \frac{6(3+\sqrt{5})}{4} = \frac{3(3+\sqrt{5})}{2}$$

$$\text{ডানপর্ব} = \frac{2m}{a}$$

$$= \frac{2 \cdot (3+\sqrt{5})}{\frac{2}{3}} \text{ [m ও a এর মান বসিয়ে]}$$

$$= \frac{3(3+\sqrt{5})}{2}$$

$$\therefore \text{বামপর্ব} = \text{ডানপর্ব}$$

$$\therefore \text{‘খ’ এর সত্যতা প্রমাণিত হলো।}$$

প্রশ্ন-৮ ▶ নিচের গাণিতিক সমীকরণগুলো পর্যবেক্ষণ কর।

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{x} \text{ এবং } p^2x - 2p + x = 0$$



ক. যোজন ও বিয়োজন কী?

খ. প্রথম সমীকরণ থেকে $\frac{x+a}{x-a} + \frac{x+b}{x-b}$ এর মান নির্ণয় কর।

গ. দ্বিতীয় সমীকরণ থেকে দেখাও যে,

$$p = \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$$

২

৪

৪

▶▶ ৮নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. যোজন : $a : b = c : d$ হলে $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$

বিয়োজন : $a : b = c : d$ হলে $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$

খ. দেওয়া আছে, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{x}$

$$\text{বা, } \frac{b+a}{ab} = \frac{2}{x}$$

$$\text{বা, } \frac{ab}{b+a} = \frac{x}{2} \text{ [বিপরীতকরণ করে]}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{a} = \frac{2b}{a+b} \dots\dots\dots(i)$$

$$\text{বা, } \frac{x+a}{x-a} = \frac{2b+a+b}{2b-a-b} \text{ [যোজন-বিয়োজন করে]}$$

$$\text{বা, } \frac{x+a}{x-a} = \frac{3b+a}{b-a} \dots\dots\dots(ii)$$

আবার, (i) নং থেকে, $\frac{x}{a} = \frac{2b}{a+b}$

$$\text{বা, } \frac{x}{b} = \frac{2a}{a+b}$$

$$\text{বা, } \frac{x+b}{x-b} = \frac{2a+a+b}{2a-a-b} \text{ [যোজন-বিয়োজন করে]}$$

$$\text{বা, } \frac{x+b}{x-b} = \frac{3a+b}{a-b} \dots\dots\dots(iii)$$

(ii) ও (iii) নং যোগ করে পাই,

$$\begin{aligned} \frac{x+a}{x-a} + \frac{x+b}{x-b} &= \frac{a+3b}{b-a} + \frac{3a+b}{a-b} \\ &= \frac{a+3b}{b-a} - \frac{3a+b}{b-a} = \frac{a+3b-3a-b}{(b-a)} \\ &= \frac{2b-2a}{b-a} = \frac{2(b-a)}{(b-a)} = 2 \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{x+a}{x-a} + \frac{x+b}{x-b} = 2 \text{ (Ans.)}$$

গ. দেওয়া আছে, $p^2x - 2p + x = 0$

$$\text{বা, } p^2x + x = 2p$$

$$\text{বা, } x(p^2 + 1) = 2p$$

$$\text{বা, } p^2 + 1 = \frac{2p}{x}$$

$$\text{বা, } \frac{p^2+1}{2p} = \frac{1}{x}$$

$$\text{বা, } \frac{p^2+1+2p}{p^2+1-2p} = \frac{1+x}{1-x} \text{ [যোজন-বিয়োজন করে]}$$

$$\text{বা, } \frac{(p+1)^2}{(p-1)^2} = \frac{1+x}{1-x}$$

$$\text{বা, } \frac{p+1}{p-1} = \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} \text{ [বর্গমূল করে]}$$

$$\text{বা, } \frac{p+1+p-1}{p+1-p+1} = \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$$

$$\text{বা, } \frac{2p}{2} = \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$$

$$\therefore p = \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}} \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন-৯ ▶ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ হলে—



ক. কোন শর্তের আলোকে, a, b, c, d ক্রমিক সমানুপাতী হবে? ২

খ. দেখাও যে, $\frac{a^3 + b^3}{b^3 + c^3} = \frac{b^3 + c^3}{c^3 + d^3}$ 8

গ. দেখাও যে, $(a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2) = (ab + bc + cd)^2$ 8

▶◀ ৯নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. যদি a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী হয়, তবে $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ (i)

আবার, b, c, d যদি ক্রমিক সমানুপাতী হয়, তবে $\frac{b}{c} = \frac{c}{d}$ (ii)

(i) ও (ii) নং হতে পাই, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$ যা, একটি ক্রমিক সমানুপাতী।

∴ $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$ নির্ণেয় শর্ত।

খ. ‘ক’ হতে পাই, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$ (i)

ধরি, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = k$

বা, a = bk, b = ck, c = dk (ii)

বামপর্ব = $\frac{a^3 + b^3}{b^3 + c^3} = \frac{b^3 k^3 + b^3}{c^3 k^3 + c^3}$ [∵ a = bk এবং b = ck]

$$= \frac{b^3(k^3 + 1)}{c^3(k^3 + 1)} = \frac{b^3}{c^3}$$

ডানপর্ব = $\frac{b^3 + c^3}{c^3 + d^3} = \frac{b^3 + \left(\frac{b}{k}\right)^3}{c^3 + \left(\frac{c}{k}\right)^3}$ [∵ b = ck এবং c = dk]

$$= \frac{b^3 \left(1 + \frac{1}{k^3}\right)}{c^3 \left(1 + \frac{1}{k^3}\right)} = \frac{b^3}{c^3}$$

∴ বামপর্ব = ডানপর্ব

অর্থাৎ $\frac{a^3 + b^3}{b^3 + c^3} = \frac{b^3 + c^3}{c^3 + d^3}$ (দেখানো হলো)

গ. ‘খ’ হতে পাই, a = bk, b = ck, c = dk

বামপর্ব = $(a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2)$
 $= (b^2 k^2 + c^2 k^2 + d^2 k^2)(b^2 + c^2 + d^2)$
 $= k^2(b^2 + c^2 + d^2)^2$

ডানপর্ব = $(ab + bc + cd)^2$
 $= (bk.b + ck.c + dk.d)^2$
 $= (b^2 k + c^2 k + d^2 k)^2$
 $= k^2(b^2 + c^2 + d^2)^2$

∴ বামপর্ব = ডানপর্ব

অর্থাৎ $(a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2) = (ab + bc + cd)^2$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন-১০ ▶ তিনটি ক্রমিক সমানুপাতিক রাশি a, b, c হলে—



ক. দেখাও যে, $b^2 = ac$ ২

খ. $\frac{a^3 + b^3}{a - b + c} = a(a + b)$ হলে, প্রমাণ কর যে, প্রদত্ত রাশি তিনটি ক্রমিক সমানুপাতিক। 8

গ. $\frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} = \frac{(a + b)^2}{(b + c)^2}$ হলে, প্রমাণ কর যে, প্রদত্ত রাশি তিনটি ক্রমিক সমানুপাতিক। 8

▶◀ ১০নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. আমরা জানি,

a, b, c ক্রমিক সমানুপাতিক হলে, a : b = b : c

বা, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ ∴ $b^2 = ac$ (দেখানো হলো)

খ. দেওয়া আছে,

$$\frac{a^3 + b^3}{a - b + c} = a(a + b)$$

$$\text{বা, } \frac{(a + b)(a^2 - ab + b^2)}{a - b + c} = a(a + b)$$

$$\text{বা, } \frac{a^2 - ab + b^2}{a - b + c} = a \quad [\text{উভয়পর্বকে (a + b) দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\text{বা, } a^2 - ab + b^2 = a(a - b + c)$$

$$\text{বা, } a^2 - ab + b^2 = a^2 - ab + ac$$

$$\text{বা, } a^2 - ab + b^2 - a^2 + ab = ac$$

$$\text{বা, } b^2 = ac$$

$$\text{বা, } \frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

∴ a, b, c ক্রমিক সমানুপাতিক। (প্রমাণিত)

গ. অনুশীলনী ১১.১ এর ১৪ নং সমাধান দেখ।

প্রশ্ন-১১ ▶ দেওয়া আছে, $81 \left(\frac{1-x}{1+x} \right)^3 = \frac{1+x}{1-x}$

ক. $\left(\frac{1+x}{1-x} \right)^2$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপক ও ‘ক’ ব্যবহার করে x এর সম্ভাব্য মানগুলো নির্ণয় কর। 8



গ. x এর ক্ষুদ্রতম মানটি যদি পৃথকভাবে $\frac{a+b-c}{a+b}$,

$\frac{b+c-a}{b+c}$ এবং $\frac{c+a-b}{c+a}$ এর সমান হয় তবে প্রমাণ

কর যে, a = b = c. 8

▶◀ ১১নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. দেওয়া আছে, $81 \left(\frac{1-x}{1+x} \right)^3 = \frac{1+x}{1-x}$

$$\text{বা, } \left(\frac{1+x}{1-x} \right)^4 = 81$$

$$\text{বা, } \left\{ \left(\frac{1+x}{1-x} \right)^2 \right\}^2 = 9^2$$

$$\text{বা, } \left(\frac{1+x}{1-x} \right)^2 = 9 \quad [\text{বর্গমূল করে}]$$

$$\therefore \left(\frac{1+x}{1-x} \right)^2 = 9 \quad (\text{Ans.})$$

খ. ‘ক’ হতে পাই, $\left(\frac{1+x}{1-x} \right)^2 = 9$

$$\text{বা, } \frac{1+x}{1-x} = \pm 3 \quad [\text{বর্গমূল করে}]$$

$$\text{হয়, } \frac{1+x}{1-x} = 3 \quad \text{অথবা, } \frac{1+x}{1-x} = -3$$

$$\text{বা, } 1+x = 3-3x \quad \text{বা, } -3+3x = 1+x$$

$$\text{বা, } x+3x = 3-1 \quad \text{বা, } 3x-x = 1+3$$

$$\text{বা, } 4x = 2 \quad \text{বা, } 2x = 4$$

$$\text{বা, } x = \frac{2}{4} \quad \text{বা, } x = \frac{4}{2}$$

$$\therefore x = \frac{1}{2} \quad \therefore x = 2$$

∴ x এর মান $\frac{1}{2}$ অথবা, 2

গ. 'খ' হতে প্রাপ্ত x এর ক্ষুদ্রতর মানটি $\frac{1}{2}$

এখন $\frac{a+b-c}{a+b}$, $\frac{b+c-a}{b+c}$ এবং $\frac{c+a-b}{c+a}$ এর মান পৃথক

পৃথকভাবে $\frac{1}{2}$ হলে,

$$\frac{a+b-c}{a+b} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{b+c-a}{b+c} = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } 2a + 2b - 2c = a + b$$

$$\text{বা, } 2b + 2c - 2a = b + c$$

$$\text{বা, } a + b = 2c$$

$$\text{বা, } b + c = 2a$$

$$\therefore \frac{a+b}{c} = 2 \dots\dots (i)$$

$$\therefore \frac{b+c}{a} = 2 \dots\dots (ii)$$

$$\text{এবং } \frac{c+a-b}{c+a} = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } 2c + 2a - 2b = c + a$$

$$\text{বা, } c + a = 2b$$

$$\therefore \frac{c+a}{b} = 2 \dots\dots (iii)$$

\therefore (i), (ii) ও (iii) নং সমীকরণ হতে পাই,

$$\frac{a+b}{c} = \frac{b+c}{a} = \frac{c+a}{b}$$

$$\text{বা, } \frac{a+b+c}{c} = \frac{a+b+c}{a} = \frac{a+b+c}{b} \quad [\text{যোজন করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{1}{c} = \frac{1}{a} = \frac{1}{b}$$

$$\text{বা, } c = a = b$$

$$\therefore a = b = c \quad (\text{প্রমাণিত})$$

প্রশ্ন-১২ ▶ যদি $\frac{a+b-c}{a+b} = \frac{b+c-a}{b+c} = \frac{c+a-b}{c+a}$ হয় তবে,

ক. প্রতিটি অনুপাতের মান নির্ণয় কর।

খ. দেখাও যে, $a + b + c \neq 0$ হলে, $a = b = c$

গ. $(a + b + c)p = (b + c - a)q = (c + a - b)r = (a + b - c)s$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{q} + \frac{1}{r} + \frac{1}{s} = \frac{1}{p}$

▶▶ ১২নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $\frac{a+b-c}{a+b} = \frac{b+c-a}{b+c} = \frac{c+a-b}{c+a}$

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রতিটি অনুপাতের মান} &= \frac{\text{লবগুলোর সমষ্টি}}{\text{হরগুলোর সমষ্টি}} \\ &= \frac{a+b-c+b+c-a+c+a-b}{a+b+b+c+c+a} \\ &= \frac{(a+b+c)}{2(a+b+c)} \\ &= \frac{1}{2} \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

খ. অনুশীলনী ১১.১ এর ১৭ নং সমাধান দেখ।

গ. অনুশীলনী ১১.১ এর ১৯ নং সমাধান দেখ।

প্রশ্ন-১৩ ▶ d, e, f, g ক্রমিক সমানুপাতী হলে এবং $m^2 - \frac{2m}{n} + 1 = p$.

ক. d, e, f কে 'g' এর মাধ্যমে প্রকাশ কর।

খ. প্রমাণ কর যে, $(d^2 + e^2 + f^2)(e^2 + f^2 + g^2) = (de + ef + fg)^2$

গ. $p = 0$ হলে প্রমাণ কর যে, $m = \frac{\sqrt{1+n} + \sqrt{1-n}}{\sqrt{1+n} - \sqrt{1-n}}$

▶▶ ১৩নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. প্রশ্নমতে, $d : e = e : f = f : g$

$$\text{বা, } \frac{d}{e} = \frac{e}{f} = \frac{f}{g} = k$$

$$\text{এখন, } \frac{f}{g} = k \text{ বা, } f = gk$$

$$\text{আবার, } \frac{e}{f} = k \text{ বা, } e = fk = gk.k = gk^2$$

$$\text{এবং } \frac{d}{e} = k \text{ বা, } d = ek = gk^2.k = gk^3$$

d, e, f কে g এর মাধ্যমে প্রকাশ করা হলো।

খ. 'ক' থেকে পাই, $f = kg, e = gk^2$ এবং $d = gk^3$

$$\begin{aligned} \text{বামপদ} &= (d^2 + e^2 + f^2)(e^2 + f^2 + g^2) \\ &= \{(gk^3)^2 + (gk^2)^2 + (gk)^2\} \{(gk^2)^2 + (gk)^2 + g^2\} \\ &= (g^2k^6 + g^2k^4 + g^2k^2) \{g^2k^4 + g^2k^2 + g^2\} \\ &= g^2k^2(k^4 + k^2 + 1) \times g^2(k^4 + k^2 + 1) \\ &= g^4k^2(k^4 + k^2 + 1)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ডানপদ} &= (de + ef + fg)^2 \\ &= (gk^3 \cdot gk^2 + gk^2 \cdot gk + gk \cdot g)^2 \\ &= (g^2k^5 + g^2k^3 + g^2k)^2 \\ &= \{g^2k(k^4 + k^2 + 1)\}^2 \\ &= g^4k^2(k^4 + k^2 + 1)^2 \end{aligned}$$

$$\therefore (d^2 + e^2 + f^2)(e^2 + f^2 + g^2) = (de + ef + fg)^2 \quad (\text{প্রমাণিত})$$

গ. দেওয়া আছে,

$$m^2 - \frac{2m}{n} + 1 = p$$

$$\text{বা, } m^2 - \frac{2m}{n} + 1 = 0 \quad [p \text{ এর মান বসিয়ে}]$$

$$\text{বা, } m^2 + 1 = \frac{2m}{n}$$

$$\text{বা, } \frac{m^2 + 1}{2m} = \frac{1}{n}$$

$$\text{বা, } \frac{m^2 + 1 + 2m}{m^2 + 1 - 2m} = \frac{1 + n}{1 - n} \quad [\text{যোজন-বিয়োজন করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{(m+1)^2}{(m-1)^2} = \frac{1+n}{1-n}$$

$$\text{বা, } \frac{m+1}{m-1} = \frac{\sqrt{1+n}}{\sqrt{1-n}}$$

$$\text{বা, } \frac{m+1+m-1}{m+1-m+1} = \frac{\sqrt{1+n} + \sqrt{1-n}}{\sqrt{1+n} - \sqrt{1-n}}$$

$$\text{বা, } \frac{2m}{2} = \frac{\sqrt{1+n} + \sqrt{1-n}}{\sqrt{1+n} - \sqrt{1-n}}$$

$$\therefore m = \frac{\sqrt{1+n} + \sqrt{1-n}}{\sqrt{1+n} - \sqrt{1-n}} \quad (\text{প্রমাণিত})$$

প্রশ্ন-১৪ ▶ পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়সের সমষ্টি s বছর, n বছর পূর্বে তাদের বয়সের অনুপাত ছিল $p : q$.

ক. অনুপাত বলতে কী বোঝ?

খ. $s = 75, n = 5, p = 9$ এবং $q = 4$ হলে পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত কত?

গ. 50 বছর পরে পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত কত হবে?

▶▶ ১৪নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. একই এককে সমজাতীয় দুইটি রাশির পরিমাণের একটি অপরটির কত গুণ বা কত অংশ তা একটি ভগ্নাংশ দ্বারা প্রকাশ করা যায়। এই ভগ্নাংশটিকে রাশি দুইটির অনুপাত বলে।

খ. দেওয়া আছে,

পিতা ও পুত্রের বয়সের সমষ্টি, $s = 75$ বছর
 n বা 5 বছর পূর্বে তাদের বয়সের অনুপাত ছিল $p : q = 9 : 4$
 ধরি, পিতার বর্তমান বয়স x বছর এবং
 পুত্রের বর্তমান বয়স $(75 - x)$ বছর
 প্রশ্নমতে, $(x - 5) : (75 - x - 5) = 9 : 4$

$$\text{বা, } \frac{x-5}{70-x} = \frac{9}{4}$$

$$\text{বা, } 4x - 20 = 630 - 9x$$

$$\text{বা, } 4x + 9x = 630 + 20$$

$$\text{বা, } 13x = 650$$

$$\text{বা, } x = \frac{650}{13}$$

$$\therefore x = 50$$

\therefore পিতার বয়স 50 বছর।

পুত্রের বয়স $(75 - 50)$ বছর = 25 বছর।

\therefore পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত = $50 : 25 = 2 : 1$ (Ans.)

গ. 'খ' থেকে পাই,

পিতার বয়স = 50 বছর এবং পুত্রের বয়স = 25 বছর

\therefore 50 বছর পর পিতার বয়স হবে $(50 + 50)$ বছর

বা, 100 বছর

এবং 50 বছর পর পুত্রের বয়স হবে $(25 + 50)$ বছর

বা, 75 বছর

\therefore 50 বছর পর পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত = $100 : 75$
 $= 4 : 3$ (Ans.)

প্রশ্ন-১৫ ▶ $M = \frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2}$, $N = \frac{(a+b)^2}{(b+c)^2}$, $P = \frac{a^3 + b^3}{a-b+c}$,

$Q = a(a+b)$ ।

ক. $P = Q$ হলে দেখাও যে, a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী।

খ. $M = N$ হলে প্রমাণ কর যে, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ ।

গ. 'খ' এর সাহায্যে দেখাও যে, $\left(\frac{a+b}{b+c}\right)^2 = \frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2}$

▶▶ ১৫নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $P = \frac{a^3 + b^3}{a-b+c}$, $Q = a(a+b)$

এখন, $P = Q$

$$\text{বা, } \frac{a^3 + b^3}{a-b+c} = a(a+b)$$

$$\text{বা, } \frac{(a+b)(a^2 - ab + b^2)}{a-b+c} = a(a+b)$$

$$\text{বা, } \frac{a^2 - ab + b^2}{a-b+c} = a$$

$$\text{বা, } a^2 - ab + b^2 = a^2 - ab + ac$$

$$\text{বা, } a^2 - ab + b^2 - a^2 + ab = ac$$

$$\text{বা, } b^2 = ac$$

$$\text{বা, } \frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

$$\text{বা, } a : b = b : c$$

$\therefore a, b, c$ ক্রমিক সমানুপাতী। (দেখানো হলো)

খ. দেওয়া আছে, $M = \frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2}$, $N = \frac{(a+b)^2}{(b+c)^2}$

এখানে, $M = N$

$$\text{বা, } \frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} = \frac{(a+b)^2}{(b+c)^2}$$

$$\text{বা, } \frac{(b+c)^2}{b^2 + c^2} = \frac{(a+b)^2}{a^2 + b^2}$$

$$\text{বা, } \frac{b^2 + c^2 + 2bc - b^2 - c^2}{b^2 + c^2} = \frac{a^2 + b^2 + 2ab - a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$$

$$\text{বা, } \frac{2bc}{b^2 + c^2} = \frac{2ab}{a^2 + b^2}$$

$$\text{বা, } \frac{c}{b^2 + c^2} = \frac{a}{a^2 + b^2}$$

$$\text{বা, } a^2c + b^2c = ab^2 + ac^2$$

$$\text{বা, } a^2c - ac^2 = ab^2 - b^2c$$

$$\text{বা, } ac(a - c) = b^2(a - c)$$

$$\text{বা, } b^2 = ac$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{b}{c} \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ. 'খ' থেকে পাই,

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

$$\text{বা, } b^2 = ac \text{(i)}$$

$$\begin{aligned} \text{বামপর্ব} &= \left(\frac{a+b}{b+c}\right)^2 = \frac{a^2 + 2ab + b^2}{b^2 + 2bc + c^2} \\ &= \frac{a^2 + 2ab + ac}{ac + 2bc + c^2} = \frac{a(a + 2b + c)}{c(a + 2b + c)} = \frac{a}{c} \end{aligned}$$

$$\text{ডানপর্ব} = \frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} = \frac{a^2 + ac}{ac + c^2} = \frac{a(a + c)}{c(a + c)} = \frac{a}{c}$$

\therefore বামপর্ব = ডানপর্ব

$$\text{অর্থাৎ } \left(\frac{a+b}{b+c}\right)^2 = \frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন-১৬ ▶ দেওয়া আছে, $\frac{x}{y+z} = \frac{y}{z+x} = \frac{z}{x+y} = k$ এবং x, y ও z পরস্পর অসমান।

ক. x, y ও z কে k এর মাধ্যমে প্রকাশ কর।

খ. 'ক' ব্যবহার করে প্রতিটি অনুপাতের মান নির্ণয় কর।

গ. $\frac{x}{xa+yb+zc} = \frac{y}{ya+zb+xc} = \frac{z}{za+xb+yc}$ এবং $x+y+z \neq 0$ হলে দেখাও যে, প্রতিটি অনুপাতের মান $\frac{1}{a+b+c}$ ।

▶▶ ১৬নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $\frac{x}{y+z} = \frac{y}{z+x} = \frac{z}{x+y} = k$

$$\begin{aligned} \frac{x}{y+z} &= k & \left| \frac{y}{z+x} &= k \right. \\ x &= k(y+z) \text{ (i)} & y &= k(z+x) \text{ (ii)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{z}{x+y} &= k \\ z &= k(x+y) \text{ (iii)} \end{aligned}$$

$$\therefore x = k(y+z), y = k(z+x), z = k(x+y)$$

খ. 'ক' হতে প্রাপ্ত (i), (ii) ও (iii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$$x + y + z = k(y + z + z + x + x + y)$$

$$\text{বা, } (x + y + z) = k\{2(x + y + z)\}$$

$$\text{বা, } k = \frac{(x + y + z)}{2(x + y + z)}$$

$$\therefore k = \frac{1}{2}$$

আবার, 'ক' হতে প্রাপ্ত (i) নং সমীকরণ থেকে (ii) নং সমীকরণ বিয়োগ করে পাই,

$$x - y = k(y + z - z - x)$$

$$\text{বা, } x - y = -k(x - y)$$

$$\text{বা, } k = \frac{(x - y)}{-(x - y)}$$

$$\therefore k = -1$$

একইভাবে (ii) হতে (iii) ও (iii) হতে (i) বিয়োগ করলে প্রতিবেদ্রে পাই $k = -1$

$$\therefore \text{প্রতিটি অনুপাতের মান } \frac{1}{2} \text{ অথবা } -1$$

গ. অনুশীলনী ১১.১ এর ১৮ নং সমাধান দেখ।

প্রশ্ন-১৭ ▶ $\frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} = \frac{(a + b)^2}{(b + c)^2} = p$



ক. $p = 1$ হলে, দেখাও যে, $a = c$

খ. $\frac{abc(a + b + c)^3}{(ab + bc + ca)^3}$ এর মান নির্ণয় কর।

গ. প্রমাণ কর যে, a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী।

▶◀ ১৭নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. দেওয়া আছে, $\frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} = \frac{(a + b)^2}{(b + c)^2} = 1$ [$\because p = 1$]

$$\therefore \frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} = 1$$

$$\text{বা, } a^2 + b^2 = b^2 + c^2$$

$$\text{বা, } a^2 = b^2 + c^2 - b^2$$

$$\text{বা, } a^2 = c^2$$

$$\therefore a = c \text{ (দেখানো হলো)}$$

খ. দেওয়া আছে, $\frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} = \frac{(a + b)^2}{(b + c)^2}$

$$\therefore b^2 = ac \quad [\text{'খ' হতে প্রাপ্ত}]$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= \frac{abc(a + b + c)^3}{(ab + bc + ca)^3} \\ &= \frac{ac \cdot b(a + b + c)^3}{(ab + bc + b^2)^2} \quad [\because b^2 = ac] \\ &= \frac{b^2 \cdot b(a + b + c)^3}{\{b(a + c + b)\}^3} \\ &= \frac{b^3(a + b + c)^3}{b^3(a + b + c)^3} = 1 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

গ. দেওয়া আছে, $\frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} = \frac{(a + b)^2}{(b + c)^2}$

$$\text{বা, } \frac{a^2 + b^2}{(a + b)^2} = \frac{b^2 + c^2}{(b + c)^2}$$

$$\text{বা, } \frac{a^2 + b^2}{a^2 + 2ab + b^2} = \frac{b^2 + c^2}{b^2 + 2bc + c^2}$$

$$\text{বা, } \frac{a^2 + 2ab + b^2}{a^2 + b^2} = \frac{b^2 + 2bc + c^2}{b^2 + c^2}$$

$$\begin{aligned} \text{বা, } \frac{a^2 + 2ab + b^2 - a^2 - b^2}{a^2 + b^2} &= \frac{b^2 + 2bc + c^2 - b^2 - c^2}{b^2 + c^2} \quad [\text{বিয়োজন করে}] \\ &= \frac{2ab}{a^2 + b^2} = \frac{2bc}{b^2 + c^2} \end{aligned}$$

$$\text{বা, } \frac{2ab}{a^2 + b^2} = \frac{2bc}{b^2 + c^2}$$

$$\text{বা, } \frac{a}{a^2 + b^2} = \frac{c}{b^2 + c^2} \quad [2b \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\text{বা, } ab^2 + ac^2 = a^2c + b^2c$$

$$\text{বা, } ab^2 + ac^2 - a^2c - b^2c = 0$$

$$\text{বা, } ab^2 - b^2c - a^2c + ac^2 = 0$$

$$\text{বা, } b^2(a - c) - ac(a - c) = 0$$

$$\text{বা, } (b^2 - ac)(a - c) = 0$$

$$\text{বা, } b^2 - ac = 0$$

$$\text{বা, } b^2 = ac$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

$\therefore a, b, c$ ক্রমিক সমানুপাতী। (প্রমাণিত)

প্রশ্ন-১৮ ▶ $lx = my = nz$

ক. $\frac{x + y}{x - y}$ এর মান নির্ণয় কর।

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{x + y + z}{lx + my + nz} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{l} + \frac{1}{m} + \frac{1}{n} \right)$

গ. দেখাও যে, $\frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{zx} + \frac{z^2}{xy} = \frac{mn}{l^2} + \frac{n}{m^2} + \frac{l}{n^2}$

▶◀ ১৮নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. দেওয়া আছে,

$$lx = my = nz$$

$$\therefore lx = my$$

$$\text{বা, } \frac{x}{y} = \frac{m}{l}$$

$$\text{বা, } \frac{x + y}{x - y} = \frac{m + l}{m - l} \quad [\text{যোজন-বিয়োজন করে}]$$

$$\therefore \frac{x + y}{x - y} = \frac{m + l}{m - l} \text{ (Ans.)}$$

খ. ধরি, $lx = my = nz = k$

$$\therefore lx = k$$

$$\therefore x = \frac{k}{l}$$

$$\text{অনুরূপভাবে, } y = \frac{k}{m} \text{ এবং } z = \frac{k}{n}$$

$$\begin{aligned} \text{বামপদ} &= \frac{x + y + z}{lx + my + nz} = \frac{\frac{k}{l} + \frac{k}{m} + \frac{k}{n}}{k + k + k} \\ &= \frac{k \left(\frac{1}{l} + \frac{1}{m} + \frac{1}{n} \right)}{3k} = \frac{\left(\frac{1}{l} + \frac{1}{m} + \frac{1}{n} \right)}{3} \\ &= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{l} + \frac{1}{m} + \frac{1}{n} \right) \\ &= \text{ডানপদ} \end{aligned}$$

\therefore বামপদ = ডানপদ (প্রমাণিত)

গ. বামপদ = $\frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{zx} + \frac{z^2}{xy}$

$$\begin{aligned} &= \frac{\left(\frac{k}{l} \right)^2}{\frac{k}{m} \cdot \frac{k}{n}} + \frac{\left(\frac{k}{m} \right)^2}{\frac{k}{n} \cdot \frac{k}{l}} + \frac{\left(\frac{k}{n} \right)^2}{\frac{k}{l} \cdot \frac{k}{m}} \\ &= \frac{\frac{k^2}{l^2}}{\frac{k^2}{m \cdot n}} + \frac{\frac{k^2}{m^2}}{\frac{k^2}{n \cdot l}} + \frac{\frac{k^2}{n^2}}{\frac{k^2}{l \cdot m}} \\ &= \frac{mn}{l^2} + \frac{n}{m^2} + \frac{l}{n^2} \\ &= \frac{k^2}{l^2} \times \frac{mn}{k^2} + \frac{k^2}{m^2} \times \frac{n}{k^2} + \frac{k^2}{n^2} \times \frac{l}{k^2} \\ &= \frac{mn}{l^2} + \frac{n}{m^2} + \frac{l}{n^2} = \text{ডানপদ} \end{aligned}$$

\therefore বামপদ = ডানপদ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন-১৯ ▶ $\frac{x}{y + z} = \frac{y}{z + x} = \frac{z}{x + y}$



- ক. x, y ও z কে সমীকরণের সাহায্যে লেখ। ২
খ. প্রমাণ কর যে, $x = y = z$. ৪
গ. প্রমাণ কর যে, প্রতিটি অনুপাতের মান $\frac{1}{2}$ অথবা -1 . ৪

▶◀ ১৯নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

- ক. $\frac{x}{y+z} = \frac{y}{z+x} = \frac{z}{x+y} = k$ (ধরি)
 $\therefore x = k(y+z)$ (i)
 $y = k(z+x)$ (ii)
 $z = k(x+y)$ (iii)
- খ. দেওয়া আছে, $\frac{x}{y+z} = \frac{y}{z+x} = \frac{z}{x+y}$
 বা, $\frac{y+z}{x} = \frac{z+x}{y} = \frac{x+y}{z}$
 বা, $\frac{y+z}{x} + 1 = \frac{z+x}{y} + 1 = \frac{x+y}{z} + 1$
 বা, $\frac{y+z+x}{x} = \frac{z+x+y}{y} = \frac{x+y+z}{z}$
 বা, $\frac{x+y+z}{x} = \frac{x+y+z}{y} = \frac{x+y+z}{z}$

$$\text{বা, } \frac{1}{x} = \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$$

$$\therefore x = y = z \text{ (প্রমাণিত)}$$

- গ. 'ক' থেকে প্রাপ্ত সমীকরণ (i), (ii) ও (iii) নং যোগ করে পাই,
 $x + y + z = k(y+z) + k(z+x) + k(x+y)$
 বা, $x + y + z = k(y+z+z+x+x+y)$
 বা, $x + y + z = k(2x+2y+2z)$
 বা, $x + y + z = 2k(x+y+z)$
 বা, $1 = 2k$
 $\therefore k = \frac{1}{2}$
 সমীকরণ (i) নং হতে (ii) নং বিয়োগ করে পাই,
 $x - y = k(y+z) - k(z+x)$
 বা, $x - y = k(y+z-z-x)$
 বা, $x - y = k(y-x)$
 বা, $x - y = -k(x-y)$
 $\therefore k = -1$
 \therefore প্রতিটি অনুপাতের মান $\frac{1}{2}$ অথবা -1 . (প্রমাণিত)



নির্বাচিত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান



প্রশ্ন-২০ ▶ $a : b = b : c$ হয়।



- ক. $\left(\frac{a+b}{b+c}\right)^2$ এর মান নির্ণয় কর। ২
খ. প্রমাণ কর যে, $a^2b^2c^2 \left(\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3}\right) = a^3 + b^3 + c^3$. ৪
গ. $\frac{a^2+b^2}{b^2+c^2} = \frac{(a+b)^2}{(b+c)^2}$ হলে, প্রমাণ কর যে, a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী। ৪

▶◀ ২০নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

- ক. দেওয়া আছে, $a : b = b : c$
 বা, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} \therefore b^2 = ac$
 প্রদত্ত রাশি = $\left(\frac{a+b}{b+c}\right)^2$
 $= \frac{(a+b)^2}{(b+c)^2} = \frac{a^2+2ab+b^2}{b^2+2bc+c^2}$
 $= \frac{a^2+2ab+ac}{ac+2bc+c^2}$ [মান বসিয়ে]
 $= \frac{a(a+2b+c)}{c(a+2b+c)} = \frac{a}{c}$ (Ans.)

- খ. অনুশীলনী ১১.১ এর ৭ (ii) নং সমাধান দেখ।
 গ. অনুশীলনী ১১.১ এর ১৪ নং সমাধান দেখ।

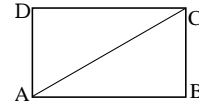
প্রশ্ন-২১ ▶ একটি আয়তাকার জমির দৈর্ঘ্য ও কর্ণের অনুপাত $\frac{1}{5} : \frac{1}{4}$ ।



- ক. কর্ণসহ জমিটি আঁক এবং প্রদত্ত অনুপাতটিকে $a : b$ আকারে প্রকাশ কর। ২
খ. জমিটির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও কর্ণের অনুপাত বের কর। ৪
গ. যদি আয়তাকার জমিটির বৈশিষ্ট্য ১৯২ বর্গ মি. হয় এবং একটি বর্গবেত্রের পরিসীমা যদি আয়তবেত্রের পরিসীমার সমান হয়, তবে বর্গবেত্রের বৈশিষ্ট্য নির্ণয় কর। ৪

▶◀ ২১নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক.



মনে করি,
 ABCD একটি আয়তাকার জমি যার কর্ণ AC।

দৈর্ঘ্য ও কর্ণের অনুপাত = $\frac{1}{5} : \frac{1}{4}$

$$= \frac{1}{5} \times 20 : \frac{1}{4} \times 20 \quad [20 \text{ দ্বারা গুণ করে}]$$

$$= 4 : 5 \text{ (Ans.)}$$

- খ. ক থেকে, ধরি,
 আয়তাকার জমিটির দৈর্ঘ্য, $AB = 4x$
 কর্ণ, $AC = 5x$
 এবং প্রস্থ = BC

ΔABC থেকে,
 $AC^2 = AB^2 + BC^2$ [$\therefore \angle B = 90^\circ$]
 বা, $(5x)^2 = (4x)^2 + BC^2$
 বা, $25x^2 - 16x^2 = BC^2$
 বা, $9x^2 = BC^2$
 $\therefore BC = 3x$

\therefore দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও কর্ণের অনুপাত = $4x : 3x : 5x$
 $= 4 : 3 : 5$ (Ans.)

- গ. 'খ' থেকে,
 ABCD আয়তাকার জমির বৈশিষ্ট্য = $(4x \times 3x)$ বর্গ মি.
 $= 12x^2$ বর্গ মি.

প্রশ্নমতে, $12x^2 = 192$
 বা, $x^2 = 16$ [12 দ্বারা ভাগ করে]
 $\therefore x = 4$
 \therefore আয়তাকার জমির পরিসীমা = $2(4x + 3x)$ মি.
 $= 14x$ মি.

$$= 14 \times 4 \text{ মি.}$$

$$= 56 \text{ মিটার}$$

ধরি, বর্গবেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য = a মি.

$$\therefore \text{বর্গবেত্রের পরিসীমা} = 4a \text{ মি.}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } 4a = 56$$

$$\therefore a = 14$$

$$\therefore \text{বর্গবেত্রের বৈশিষ্ট্য} = a^2 \text{ ব.মি.}$$

$$= (14)^2 \text{ ব.মি.}$$

$$= 196 \text{ বর্গ মিটার (Ans.)}$$

প্রশ্ন-২২ ▶ দেওয়া আছে, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$



$$\text{ক. } \frac{a}{b} = \frac{b}{c} \text{ হলে, প্রমাণ কর যে, } \frac{a}{c} = \frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2}$$

$$\text{খ. প্রমাণ কর যে, } (a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2) = (ab + bc + cd)^2$$

$$\text{গ. প্রমাণ কর যে, } (b - c)^2 + (c - a)^2 + (b - d)^2 = (a - d)^2$$

▶▶ ২২নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

$$\text{ক. দেওয়া আছে, } \frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

$$\therefore b^2 = ac$$

$$\text{এখন, } \frac{a}{c} = \frac{a(a+c)}{c(a+c)} \quad [\text{লব ও হরকে } (a+c) \text{ দ্বারা গুণ করে}]$$

$$= \frac{a^2 + ac}{ac + c^2}$$

$$= \frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} \quad [\because b^2 = ac]$$

$$\therefore \frac{a}{c} = \frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} \text{ (প্রমাণিত)}$$

খ. অনুশীলনী ১১.১ এর ১০ (ii) নং সমাধান দেখ।

গ. ধরি,

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = k$$

$$\therefore c = dk$$

$$b = ck = dk.k = dk^2$$

$$a = bk = dk^2.k = dk^3$$

$$\begin{aligned} \text{বামপদ} &= (b - c)^2 + (c - a)^2 + (b - d)^2 \\ &= b^2 - 2bc + c^2 + c^2 - 2ca + a^2 + b^2 - 2bd + d^2 \\ &= a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2bc - 2ca - 2bd + d^2 \\ &= (dk^3)^2 + 2(dk^2)^2 + 2(dk)^2 - 2.dk^2.dk \\ &\quad - 2.dk.dk^3 - 2.dk^2.d + d^2 \\ &= d^2k^6 + 2d^2k^4 + 2d^2k^2 - 2d^2k^3 - 2d^2k^4 - 2d^2k^2 + d^2 \\ &= d^2k^6 - 2d^2k^3 + d^2 \\ &= d^2(k^6 - 2k^3 + 1) \end{aligned}$$

$$\text{ডানপদ} = (a - d)^2$$

$$= a^2 - 2ad + d^2$$

$$= (dk^3)^2 - 2.dk^3.d + d^2$$

$$= d^2k^6 - 2d^2k^3 + d^2$$

$$= d^2(k^6 - 2k^3 + 1)$$

$$\therefore \text{বামপদ} = \text{ডানপদ}$$

$$\text{অর্থাৎ } (b - c)^2 + (c - a)^2 + (b - d)^2 = (a - d)^2 \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন-২৩ ▶ একটি ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত 5 : 12 : 13 এবং পরিসীমা 30 সে.মি.।



ক. ত্রিভুজটির তিন বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

২

খ. বৃহত্তর বাহুকে দৈর্ঘ্য ও ক্ষুদ্রতর বাহুকে প্রস্থ ধরে অঙ্কিত আয়তবেত্রের কর্ণের সমান বাহুবিশিষ্ট বর্গের বৈশিষ্ট্য নির্ণয় কর।

৪

গ. উক্ত আয়তবেত্রের দৈর্ঘ্য 10% এবং প্রস্থ 20% বৃদ্ধি পেলে বৈশিষ্ট্য শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে?

৪

▶▶ ২৩নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. ধরি, ত্রিভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 5x, 12x, 13x.

দেওয়া আছে, পরিসীমা = 30 সে.মি.।

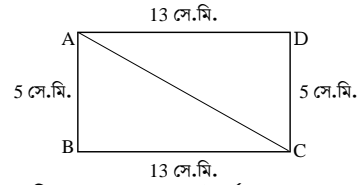
$$\text{প্রশ্নমতে, } 5x + 12x + 13x = 30$$

$$\text{বা, } 30x = 30$$

$$\therefore x = 1$$

বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য 5 সে.মি., 12 সে.মি., 13 সে.মি. (Ans.)

খ. 'ক' থেকে প্রাপ্ত বাহুগুলোর মধ্যে বৃহত্তর বাহু = 13 সে.মি. এবং ক্ষুদ্রতর বাহু = 5 সে.মি.।



উপরিউক্ত অঙ্কিত আয়তবেত্রের দৈর্ঘ্য, AD = BC = 13 সে.মি.

ও প্রস্থ, AB = CD = 5 সে.মি.

$$\begin{aligned} \text{আয়তবেত্রের কর্ণ, } AC &= \sqrt{(\text{দৈর্ঘ্য})^2 + (\text{প্রস্থ})^2} \\ &= \sqrt{(13)^2 + (5)^2} = \sqrt{169 + 25} \end{aligned}$$

$$\therefore AC = \sqrt{194}$$

AC কে একটি বর্গবেত্রের একটি বাহু ধরলে, ঐ বর্গবেত্রের বৈশিষ্ট্য = AC² বর্গ সে.মি. = 194 বর্গ সে.মি. (Ans.)

গ. 'খ' তে প্রাপ্ত

আয়তবেত্রটির দৈর্ঘ্য = 13 সে.মি. ও প্রস্থ = 5 সে.মি.

$$\therefore \text{আয়তবেত্রটির বৈশিষ্ট্য} = (13 \times 5) \text{ বর্গ সে.মি.} = 65 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$\begin{aligned} \text{দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পায়} &= 13 \text{ এর } 10\% = \left(13 \text{ এর } \frac{10}{100}\right) \text{ সে.মি.} \\ &= \frac{13}{10} \text{ সে.মি.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{এবং প্রস্থ বৃদ্ধি পায়} &= 5 \text{ এর } 20\% = \left(5 \text{ এর } \frac{20}{100}\right) \text{ সে.মি.} \\ &= 1 \text{ সে.মি.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{আয়তবেত্রটির নতুন দৈর্ঘ্য} &= \left(13 + \frac{13}{10}\right) \text{ সে.মি.} \\ &= \left(\frac{130+13}{10}\right) \text{ সে.মি.} = \frac{143}{10} \text{ সে.মি.} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{আয়তবেত্রটির নতুন প্রস্থ } (5 + 1) \text{ সে.মি.} = 6 \text{ সে.মি.}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{আয়তবেত্রটির নতুন বৈশিষ্ট্য} &= \left(\frac{143}{10} \times 6\right) \text{ বর্গ সে.মি.} \\ &= 85.8 \text{ বর্গ সে.মি.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{বৈশিষ্ট্য বৃদ্ধি পায়} &= (85.8 - 65) \text{ বর্গ সে.মি.} \\ &= 20.8 \text{ বর্গ সে.মি.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{বৈশিষ্ট্য শতকরা বৃদ্ধি পায়} &= \left(\frac{20.8}{65} \times 100\right) \text{ বর্গ সে.মি.} \\ &= 32 \text{ বর্গ সে.মি.} \end{aligned}$$

বৈশিষ্ট্য শতকরা 32 বর্গ সে.মি. বৃদ্ধি পাবে। (Ans.)

$$\text{প্রশ্ন-২৪ ▶ } x = \frac{6ab}{a+b} \text{ হলে,}$$



ক. $\frac{x+6a}{x-6a}$ এর মান নির্ণয় কর।

২

খ. $\frac{x+6a}{x-6a} - \frac{x+6b}{x-6b}$ এর মান নির্ণয় কর।

৪

গ. দেখাও যে, $\frac{x+3a}{x-3a} + \frac{x+3b}{x-3b} = 2$.

৪

▶▶ ২৪নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $x = \frac{6ab}{a+b}$

$$\text{বা, } \frac{x}{6a} = \frac{6ab}{6a(a+b)}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{6a} = \frac{b}{a+b}$$

$$\text{বা, } \frac{x+6a}{x-6a} = \frac{b+a+b}{b-a-b} \quad [\text{যোজন-বিয়োজন করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{x+6a}{x-6a} = \frac{a+2b}{-a}$$

$$\therefore \frac{x+6a}{x-6a} = \frac{-a-2b}{a} \quad (\text{Ans.})$$

খ. দেওয়া আছে, $x = \frac{6ab}{a+b}$

$$\text{বা, } \frac{x}{6b} = \frac{6ab}{6b(a+b)}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{6b} = \frac{a}{a+b}$$

$$\text{বা, } \frac{x+6b}{x-6b} = \frac{a+a+b}{a-a-b}$$

$$\text{বা, } \frac{x+6b}{x-6b} = \frac{2a+b}{-b}$$

$$\text{বা, } \frac{x+6b}{x-6b} = \frac{-2a-b}{b}$$

$$\text{'ক' হতে প্রাপ্ত, } \frac{x+6a}{x-6a} = \frac{-a-2b}{a}$$

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত রাশি} &= \frac{x+6a}{x-6a} - \frac{x+6b}{x-6b} \\ &= \frac{-a-2b}{a} - \frac{-2a-b}{b} \\ &= \frac{-ab-2b^2+2a^2+ab}{ab} \\ &= \frac{2a^2-2b^2}{ab} = \frac{2(a^2-b^2)}{ab} \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

গ. দেওয়া আছে,

$$x = \frac{6ab}{a+b}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{3a} = \frac{2b}{a+b}$$

$$\text{বা, } \frac{x+3a}{x-3a} = \frac{2b+a+b}{2b-a-b} \quad [\text{যোজন-বিয়োজন করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{x+3a}{x-3a} = \frac{a+3b}{b-a}$$

$$\text{আবার, } \frac{x}{3b} = \frac{2a}{a+b}$$

$$\text{বা, } \frac{x+3b}{x-3b} = \frac{2a+a+b}{2a-a-b} \quad [\text{যোজন-বিয়োজন করে}]$$

$$\therefore \frac{x+3b}{x-3b} = \frac{3a+b}{a-b}$$

$$\begin{aligned} \text{এখন, } \frac{x+3a}{x-3a} + \frac{x+3b}{x-3b} &= \frac{a+3b}{b-a} + \frac{3a+b}{a-b} \\ &= \frac{a+3b}{b-a} - \frac{3a+b}{b-a} = \frac{a+3b-3a-b}{b-a} \\ &= \frac{2(b-a)}{b-a} = 2 \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{x+3a}{x-3a} + \frac{x+3b}{x-3b} = 2 \quad (\text{দেখানো হলো})$$



সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ



প্রশ্ন-২৫ ▶ p, q, r ও s ক্রমিক সমানুপাতি।

ক. প্রবন্ধ k ব্যবহার করে p, q, r কে s এর মাধ্যমে প্রকাশ কর।

২

খ. 'ক' এর সাহায্যে দেখাও যে, $\frac{p^2+q^2}{p^2-q^2} = \frac{r^2+s^2}{r^2-s^2}$

৪

গ. 'ক' দ্বারা প্রমাণ কর যে, $\frac{p^3+q^3}{q^3+r^3} = \frac{q^3+r^3}{r^3+s^3}$

৪

উত্তর : ক. $r = sk, s = sk^2, p = sk^3$

প্রশ্ন-২৬ ▶ $\frac{x}{b+c-a} = \frac{y}{c+a-b} = \frac{z}{a+b-c}$

ক. উদ্দীপকের অনুপাতটির x, y ও z কে যথাক্রমে প্রবন্ধ a, b এবং c দ্বারা প্রকাশ কর।

২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{a}{y+z} = \frac{b}{z+x} = \frac{c}{x+y}$

৪

গ. 'খ' তে $x = a, y = b$ ও $z = c$ বসিয়ে প্রমাণ কর $a = b = c$

৪

উত্তর : ক. $x = k(b+c-a), y = k(c+a-b), z = k(a+b-c)$

প্রশ্ন-২৭ ▶ $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$ হলে

ক. $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = \frac{3}{2}$ হলে $\frac{x+y+z}{a+b+c}$ এর মান নির্ণয় কর।

২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{x^3+3xy^2}{3x^2y+y^3} = \frac{a^3+3ab^2}{3a^2b+b^3}$

৪

গ. দেখাও যে, $\frac{x^3}{a^2} + \frac{y^3}{b^2} + \frac{z^3}{c^2} = \frac{(x+y+z)^3}{(a+b+c)^3}$

৪

উত্তর : ক. $\frac{3}{2}$

প্রশ্ন-২৮ ▶ $\frac{bz-cy}{a} = \frac{cx-az}{b} = \frac{ay-bx}{c}$ হলে-

ক. প্রতিটি অনুপাতের মান নির্ণয় কর।

২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$

৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\frac{x^2+y^2+z^2}{a^2+b^2+c^2} = \frac{1}{3} \left(\frac{xy}{ab} + \frac{yz}{bc} + \frac{zx}{ca} \right)$

৪

উত্তর : ক. ০

প্রশ্ন-২৯ ▶ প্রথম রাশি $= \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি} = \frac{a^3+b^3}{a-b+c}$$

$$\text{তৃতীয় রাশি} = a(a+b)$$

ক. ১ম রাশি $= \frac{6}{x}$ হলে x এর মান কত হবে?

২

খ. ২য় রাশি = ৩য় রাশি হলে প্রমাণ কর যে, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$

৪

গ. ১ম রাশি = $\frac{4}{x}$ হলে দেখাও যে, $\frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = 2$, $a \neq b$. ৪
উত্তর : ক. $x = \frac{6ab}{a+b}$

প্রশ্ন-৩০ ▶ a, b, c, d ক্রমিক সমানুপাতী।

ক. সমানুপাত বলতে কী বুঝ? ২
খ. প্রমাণ কর যে, $\left(\frac{a+b}{b+c}\right)^2 = \frac{a^2+b^2}{b^2+c^2}$ ৪
গ. দেখাও যে, $(a-d)^2 = (b-c)^2 + (a-c)^2 + (b-d)^2$ ৪

প্রশ্ন-৩১ ▶ মাতার বর্তমান বয়স তার দুই কন্যার বয়সের সমষ্টির চারগুণ। ৫ বছর পর মাতার বয়স ঐ দুই কন্যার বয়সের সমষ্টির দ্বিগুণ হবে।

ক. প্রদত্ত তথ্যের আলোকে সমীকরণ গঠন কর। ২
খ. মাতার বর্তমান বয়স কত? ৪
গ. ১৫ বছর পরে মাতার বয়স তার দুই কন্যার বয়সের সমষ্টির কত গুণ হবে? ৪

উত্তর : ক. $x = 4y$, $x - 2y = 15$; খ. ৩০ বছর; গ. $\frac{6}{5}$ গুণ;

অনুশীলনী ১১.২



পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি



■ ধারাবাহিক অনুপাত :

দুইটি অনুপাত যদি ক : খ এবং খ : গ আকারের হয়, তাহলে তাদেরকে সাধারণত ক : খ : গ আকারে লেখা যায়। একে ধারাবাহিক অনুপাত বলা হয়। যেকোনো দুইটি বা ততোধিক অনুপাতকে এই আকারে প্রকাশ করা যায়। এখানে লবণীয় যে, দুইটি অনুপাতকে ক : খ : গ আকারে প্রকাশ করতে হলে প্রথম অনুপাতটির উত্তর রাশি, দ্বিতীয় অনুপাতটির পূর্ব রাশির সমান হতে হবে। যেমন : ২ : ৩ এবং ৪ : ৩ অনুপাত দুইটি ক : খ : গ আকারে প্রকাশ করতে হলে প্রথম অনুপাতটির উত্তর রাশিটিকে দ্বিতীয় অনুপাতটির পূর্ব রাশির সমান করতে হবে। অর্থাৎ ঐ দুইটি রাশিকে তাদের ল.সা.গু. এর সমান করতে হবে।

অতএব, ২ : ৩ এবং ৪ : ৩ অনুপাত দুইটি ক : খ : গ আকারে হবে ৪ : ১২ : ৯।

■ সমানুপাতিক ভাগ :

কোনো রাশিকে নির্দিষ্ট অনুপাতে ভাগ করাকে সমানুপাতিক ভাগ বলা হয়। S কে $a : b : c : d$ অনুসারে ভাগ করতে হলে, S কে মোট $(a + b + c + d)$ ভাগ করে যথাক্রমে a, b, c ও d ভাগ নিতে হয়।

অতএব

$$\begin{aligned} ১ম অংশ = S \text{ এর } \frac{a}{a+b+c+d} &= \frac{Sa}{a+b+c+d} \\ ২য় অংশ = S \text{ এর } \frac{b}{a+b+c+d} &= \frac{Sb}{a+b+c+d} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ৩য় অংশ = S \text{ এর } \frac{c}{a+b+c+d} &= \frac{Sc}{a+b+c+d} \\ ৪র্থ অংশ = S \text{ এর } \frac{d}{a+b+c+d} &= \frac{Sd}{a+b+c+d} \end{aligned}$$



অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান



১. a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী হলে নিচের কোনটি সঠিক?

ক. $a^2 = bc$ খ. $b^2 = ac$ গ. $ab = bc$ ঘ. $a = b = c$

২. আরিফ ও আকিবের বয়সের অনুপাত ৫ : ৩; আরিফের বয়স ২০ বছর হলে, কত বছর পর তাদের বয়সের অনুপাত ৭ : ৫ হবে?

ক. ৫ বছর খ. ৬ বছর গ. ৮ বছর ঘ. ১০ বছর

ব্যাখ্যা : ধরি, আরিফের বয়স $5x$ এবং আকিবের বয়স $3x$

প্রশ্নমতে, $5x = 20$

$\therefore x = 4$

\therefore আকিবের বয়স = (3×4) বছর = ১২ বছর

আবার, ধরি, y বছর পর তাদের বয়সের অনুপাত ৭ : ৫ হবে

$$\therefore \frac{20+y}{12+y} = \frac{7}{5}$$

$$\text{বা, } 100 + 5y = 84 + 7y$$

$$\text{বা, } 7y - 5y = 100 - 84$$

$$\text{বা, } 2y = 16$$

$$\therefore y = 8$$

\therefore ৮ বছর পর বয়সের অনুপাত ৭ : ৫ হবে।

৩. নিচের তথ্যগুলো লব কর :

i. সমানুপাতের চারটি রাশিই একজাতীয় হওয়ার প্রয়োজন হয় না।

ii. দুইটি ত্রিভুজ বেক্রফলের অনুপাত তাদের ভূমিদ্বয়ের অনুপাতের সমান।

$$\text{iii. } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{g}{h} \text{ হলে, এদের প্রতিটি অনুপাতের মান } \frac{a+c+e+g}{b+d+f+h}$$

উপরের তথ্যগুলোর ভিত্তিতে নিচের কোনটি সঠিক?

ক. i ও ii খ. ii ও iii গ. i ও iii ঘ. i, ii ও iii

ব্যাখ্যা : ii সঠিক নয়; কারণ, দুইটি ত্রিভুজ বেক্রফলের অনুপাত তাদের ভূমিদ্বয়ের অনুপাতের সমান হবে। যদি তাদের উচ্চতা সমান হয়। কিন্তু এখানে উচ্চতার কথা বলা হয় নি।

$\triangle ABC$ এর কোণগুলোর অনুপাত ২ : ৩ : ৫ এবং $ABCD$ চতুর্ভুজের কোণ চারটির অনুপাত ৩ : ৪ : ৫ : ৬; তথ্যের ভিত্তিতে ৪ ও ৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

৪. একটি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ হলে তার বেক্রফল কতগুণ বৃদ্ধি পাবে?

ক. ২ গুণ খ. ৪ গুণ গ. ৮ গুণ ঘ. ৬ গুণ

ব্যাখ্যা : ধরি, বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্য x

$$\therefore \text{বেক্রফল} = x^2 \text{ বর্গ একক}$$

$$\text{দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ হলে বাহুর দৈর্ঘ্য} = 2x$$

$$\therefore \text{বেক্রফল} = (2x)^2 \text{ বর্গ একক} = 4x^2 \text{ বর্গ একক}$$

৫. $x : y = 7 : 5$, $y : z = 5 : 7$ হলে, $x : z =$ কত?

ক. ৩৫ : ৪৯ খ. ৩৫ : ৩৫

গ. ২৫ : ৪৯ ঘ. ৪৯ : ২৫

প্রশ্ন ১১ ও ১২ একটি কাঠের পুল তৈরির প্রাক্কলিত ব্যয় ৯০,০০০ টাকা। কিন্তু খরচ বেশি হয়েছে ২১,৬০০ টাকা। খরচ শতকরা কত বৃদ্ধি পেয়েছে?

সমাধান : দেওয়া আছে, প্রাক্কলিত ব্যয় = 90,000 টাকা
খরচ বৃদ্ধি = 21600 টাকা

$$\therefore \text{শতকরা খরচ বৃদ্ধি} = \left(\frac{\text{প্রাক্কলিত ব্যয়}}{\text{খরচ বৃদ্ধি}} \times 100 \right) \% \\ = \left(\frac{90000}{21600} \times 100 \right) \% = 24\%$$

\therefore খরচ 24% বৃদ্ধি পেয়েছে। (Ans.)

প্রশ্ন ৯ ৯ ধানে চাল ও তুষের অনুপাত 7 : 3 হলে, এতে শতকরা কী পরিমাণ চাল আছে?

সমাধান : দেওয়া আছে, চাল : তুষ = 7 : 3

মনে করি, ধানে চালের পরিমাণ = 7x

এবং তুষের পরিমাণ = 3x

তাহলে, ধানের ওজন হবে (7x + 3x) বা 10x

$$\text{ধানে চালের শতকরা পরিমাণ} = \left(\frac{\text{চালের পরিমাণ}}{\text{ধানের পরিমাণ}} \times 100 \right) \% \\ = \left(\frac{7x}{10x} \times 100 \right) \% = 70\%$$

\therefore ধানে 70% চাল আছে। (Ans.)

প্রশ্ন ৮ ৮ 1 ঘন সে.মি. কাঠের ওজন 7 ডেসিগ্রাম। কাঠের ওজন সমআয়তন পানির ওজনের শতকরা কত ভাগ?

সমাধান :

1 ঘন সে.মি. কাঠের ওজন = 7 ডেসিগ্রাম

1 ঘন সে.মি. পানির ওজন = 1 গ্রাম = 10 ডেসিগ্রাম

$$\text{এখন, } \frac{1 \text{ ঘন সে.মি. কাঠের ওজন}}{1 \text{ ঘন সে.মি. পানির ওজন}} = \frac{7}{10}$$

\therefore কাঠের ওজন এবং সমআয়তনের পানির ওজনের শতকরা

$$= \left(\frac{7}{10} \times 100 \right) \% = 70\%$$

\therefore কাঠের ওজন সমআয়তন পানির ওজনের 70% (Ans.)

প্রশ্ন ৯ ৯ ক, খ, গ, ঘ এর মধ্যে 300 টাকা এমনভাবে ভাগ করে দাও যেন, ক এর অংশ : খ এর অংশ = 2 : 3, খ এর অংশ : গ এর অংশ = 1 : 2 এবং গ এর অংশ : ঘ এর অংশ = 3 : 2 হয়।

সমাধান : এখানে,

ক এর অংশ : খ এর অংশ = 2 : 3

খ এর অংশ : গ এর অংশ = 1 : 2 = (1 × 3) : (2 × 3) = 3 : 6

গ এর অংশ : ঘ এর অংশ = 3 : 2 = (3 × 2) : (2 × 2) = 6 : 4

$$\therefore \text{ক এর অংশ : খ এর অংশ : গ এর অংশ : ঘ এর অংশ} \\ = 2 : 3 : 6 : 4$$

\therefore অনুপাতের রাশিগুলোর যোগফল = 2 + 3 + 6 + 4 = 15

$$\therefore \text{ক এর অংশ} = \left(300 \text{ এর } \frac{2}{15} \right) \text{ টাকা} = 40 \text{ টাকা}$$

$$\text{খ এর অংশ} = \left(300 \text{ এর } \frac{3}{15} \right) \text{ টাকা} = 60 \text{ টাকা}$$

$$\text{গ এর অংশ} = \left(300 \text{ এর } \frac{6}{15} \right) \text{ টাকা} = 120 \text{ টাকা}$$

$$\text{এবং ঘ এর অংশ} = \left(300 \text{ এর } \frac{4}{15} \right) \text{ টাকা} = 80 \text{ টাকা}$$

\therefore ক 40 টাকা, খ 60 টাকা, গ 120 টাকা এবং ঘ 80 টাকা পায়। (Ans.)

প্রশ্ন ১০ ১০ তিনজন জেলে 690 টি মাছ ধরেছে। তাদের অংশের

অনুপাত $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$ এবং $\frac{5}{6}$ হলে, কে কয়টি মাছ পেল?

সমাধান : দেওয়া আছে, মোট মাছের সংখ্যা = 690 টি

$$\text{তিনজনের অংশের অনুপাত} = \frac{2}{3} : \frac{4}{5} : \frac{5}{6}$$

$$= \left(\frac{2}{3} \times 30 \right) : \left(\frac{4}{5} \times 30 \right) : \left(\frac{5}{6} \times 30 \right) \\ [3, 5 \text{ ও } 6 \text{ এর ল. সা. গু. } 30 \text{ দিয়ে গুণ করে}] \\ = 20 : 24 : 25$$

$$\therefore \text{অনুপাতের রাশিগুলোর যোগফল} = 20 + 24 + 25 = 69$$

$$\therefore 1 \text{ম জেলের মাছের সংখ্যা} = \left(690 \text{ এর } \frac{20}{69} \right) \text{ টি} = 200 \text{ টি}$$

$$2 \text{য় জেলের মাছের সংখ্যা} = \left(690 \text{ এর } \frac{24}{69} \right) \text{ টি} = 240 \text{ টি}$$

$$\text{এবং } 3 \text{য় জেলের মাছের সংখ্যা} = \left(690 \text{ এর } \frac{25}{69} \right) \text{ টি} = 250 \text{ টি}$$

\therefore তিনজন জেলে যথাক্রমে 200 টি, 240 টি এবং 250 টি মাছ পেল। (Ans.)

প্রশ্ন ১১ ১১ একটি ত্রিভুজের পরিসীমা 45 সে. মি.। বাহুগুলোর দৈর্ঘ্যের অনুপাত 3 : 5 : 7 হলে, প্রত্যেক বাহুর পরিমাণ নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, ত্রিভুজের পরিসীমা = 45 সে. মি.

এবং বাহুগুলোর দৈর্ঘ্যের অনুপাত = 3 : 5 : 7

$$\therefore \text{অনুপাতের রাশিগুলোর যোগফল} = 3 + 5 + 7 = 15$$

$$\therefore \text{ত্রিভুজের প্রথম বাহুর দৈর্ঘ্য} \left(45 \text{ এর } \frac{3}{15} \right) \text{ সে. মি.} \\ = 9 \text{ সে. মি.}$$

$$\text{ত্রিভুজের দ্বিতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য} \left(45 \text{ এর } \frac{5}{15} \right) \text{ সে. মি.} \\ = 15 \text{ সে. মি.}$$

$$\text{এবং ত্রিভুজের তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য} \left(45 \text{ এর } \frac{7}{15} \right) \text{ সে. মি.} \\ = 21 \text{ সে. মি.}$$

নির্ণেয় ত্রিভুজের বাহুগুলোর পরিমাণ 9 সে. মি., 15 সে. মি. ও 21 সে. মি.।

প্রশ্ন ১২ ১২ 1011 টাকাকে $\frac{3}{4} : \frac{4}{5} : \frac{6}{7}$ অনুপাতে বিভক্ত কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, মোট টাকার পরিমাণ 1011

$$\text{এবং বন্টনের অনুপাত} = \frac{3}{4} : \frac{4}{5} : \frac{6}{7}$$

$$= \left(\frac{3}{4} \times 140 \right) : \left(\frac{4}{5} \times 140 \right) : \left(\frac{6}{7} \times 140 \right) \\ [\text{হর } 4, 5 \text{ ও } 7 \text{ এর ল.সা.গু. } 140 \text{ দ্বারা গুণ করে}] \\ = 105 : 112 : 120$$

$$\therefore \text{অনুপাতের রাশিগুলোর সমষ্টি} = 105 + 112 + 120 = 337$$

$$\therefore \text{প্রথম অংশ} = \left(1011 \text{ এর } \frac{105}{337} \right) \text{ টাকা} = 315 \text{ টাকা}$$

$$\text{দ্বিতীয় অংশ} = \left(1011 \text{ এর } \frac{112}{337} \right) \text{ টাকা} = 336 \text{ টাকা}$$

$$\text{তৃতীয় অংশ} = \left(1011 \text{ এর } \frac{120}{337} \right) \text{ টাকা} = 360 \text{ টাকা}$$

\therefore বিভক্তকৃত টাকার পরিমাণ 315 টাকা, 336 টাকা, 360 টাকা। (Ans.)

প্রশ্ন ১৩ ১৩ দুইটি সংখ্যার অনুপাত 5 : 7 এবং তাদের গ. সা. গু. 4 হলে, সংখ্যা দুইটির ল.সা.গু. কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, সংখ্যা দুইটির অনুপাত 5 : 7

মনে করি, সংখ্যা দুইটি 5x ও 7x, যেখানে, x অনুপাতের সাধারণ গুণিতক।

5x ও 7x এর গ. সা. গু. x

প্রশ্নানুসারে, x = 4

$$5x \text{ ও } 7x \text{ এর ল. সা. গু.} = 35x = 35 \times 4 \quad [\because x = 4] \\ = 140$$

অতএব, সংখ্যা দুইটির ল. সা. গু. 140 (Ans.)

প্রশ্ন ১৪ ১৪ ক্রিকেট খেলায় সাকিব, মুশফিকুর ও মশরাফী 171 রান করলো। সাকিব ও মুশফিকুরের এবং মুশফিকুর ও মশরাফীর রানের অনুপাত 3 : 2 হলে কে কত রান করেছে?

সমাধান : সাকিবের রান : মুশফিকুরের রান = 3 : 2

$$= (3 \times 3) : (2 \times 3)$$

$$= 9 : 6$$
 মুশফিকুরের রান : মাশরাফীর রান = 3 : 2

$$= (3 \times 2) : (2 \times 2)$$

$$= 6 : 4$$
 \therefore সাকিবের রান : মুশফিকুরের রান : মাশরাফীর রান = 9 : 6 : 4
 অনুপাতের রাশিগুলোর যোগফল = 9 + 6 + 4 = 19
 \therefore সাকিবের রান $\left(171 \text{ এর } \frac{9}{19}\right) = \left(171 \times \frac{9}{19}\right)$ রান = 81 রান
 মুশফিকুরের রান $\left(171 \text{ এর } \frac{6}{19}\right) = \left(171 \times \frac{6}{19}\right)$ রান = 54 রান
 মাশরাফীর রান $\left(171 \text{ এর } \frac{4}{19}\right) = \left(171 \times \frac{4}{19}\right)$ রান = 36 রান
 \therefore সাকিব 81 রান, মুশফিকুর 54 রান, মাশরাফী 36 রান করেছে। (Ans.)
 প্রশ্ন ১৫ ৥ একটি অফিসে 2 জন কর্মকর্তা, 7 জন করণিক এবং 3 জন পিওন আছে। একজন পিওন 1 টাকা পেলে একজন করণিক পায় 2 টাকা, একজন কর্মকর্তা পায় 4 টাকা। তাদের সকলের মোট বেতন 150,000 টাকা হলে, কে কত বেতন পায়?
 সমাধান : মনে করি, একজন পিওন পায় x টাকা (সমানুপাতিক x ধরে)
 তাহলে, একজন করণিক পায় 2x টাকা
 এবং একজন কর্মকর্তা পায় 4x টাকা।
 প্রশ্নমতে, $(4x \times 2) + (2x \times 7) + (x \times 3) = 150000$
 বা, $8x + 14x + 3x = 150000$
 বা, $25x = 150000$
 বা, $x = \frac{150000}{25}$
 $\therefore x = 6000$
 \therefore একজন পিওনের বেতন = 6000 টাকা
 একজন করণিকের বেতন = (6000×2) টাকা = 12000 টাকা
 এবং একজন কর্মকর্তার বেতন = (6000×4) টাকা = 24000 টাকা
 \therefore প্রত্যেক কর্মকর্তা 24000 টাকা, করণিক 12000 টাকা এবং পিওন 6000 টাকা বেতন পায়। (Ans.)
 প্রশ্ন ১৬ ৥ একটি সমিতির নেতা নির্বাচনে দুইজন প্রতিদ্বন্দীর মধ্যে ডোনাল্ড সাহেব 4 : 3 ভোটে জয়লাভ করলেন। যদি মোট সদস্য সংখ্যা 581 হয় এবং 91 জন সদস্য ভোট না দিয়ে থাকেন, তবে ডোনাল্ড সাহেবের প্রতিদ্বন্দী কত ভোটের ব্যবধানে পরাজিত হয়েছেন?
 সমাধান : দেওয়া আছে, মোট সদস্য = 581 জন
 91 জন সদস্য ভোট না দেওয়ায় ভোট দেওয়া সদস্য
 $(581 - 91)$ জন = 490 জন
 ডোনাল্ড সাহেবের প্রাপ্ত ভোট : প্রতিদ্বন্দীর প্রাপ্ত ভোট = 4 : 3
 অনুপাতের রাশিদ্বয়ের যোগফল = 4 + 3 = 7
 \therefore ডোনাল্ড সাহেব পেলেন $\left(490 \text{ এর } \frac{4}{7}\right)$ ভোট = 280 ভোট
 এবং প্রতিদ্বন্দী পেলেন $\left(490 \text{ এর } \frac{3}{7}\right)$ ভোট = 210 ভোট
 \therefore ডোনাল্ড সাহেবের প্রতিদ্বন্দী পরাজিত হলেন $(280 - 210)$ বা, 70 ভোটের ব্যবধানে। (Ans.)
 প্রশ্ন ১৭ ৥ যদি কোনো বর্গবেত্রের বাহুর পরিমাণ 20% বৃদ্ধি পায়, তবে তার বৈত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে?
 সমাধান : মনে করি, বর্গবেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য x একক
 \therefore বর্গবেত্রের বৈত্রফল x^2 বর্গ একক।
 20% বৃদ্ধিতে বর্গবেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য $\left(x + x \text{ এর } \frac{20}{100}\right)$ একক

$$= \left(x + \frac{x}{5}\right)$$
 একক

$$= \frac{6x}{5}$$
 একক
 \therefore 20% বৃদ্ধিতে বর্গবেত্রের বৈত্রফল $\left(\frac{6x}{5}\right)^2$ বর্গ একক

$$= \frac{36x^2}{25}$$
 বর্গ একক
 বর্গবেত্রের বৈত্রফল বৃদ্ধি $\left(\frac{36x^2}{25} - x^2\right)$ বর্গ একক

$$= \left(\frac{36x^2 - 25x^2}{25}\right)$$
 বর্গ একক

$$= \frac{11x^2}{25}$$
 বর্গ একক
 \therefore শতকরা বৈত্রফল বৃদ্ধি $\left(\frac{\text{মোট বৃদ্ধি}}{\text{পূর্বের বৈত্রফল}} \times 100\right)\%$

$$= \left(\frac{\frac{11x^2}{25}}{x^2} \times 100\right)\%$$

$$= 44\%$$

 \therefore বৈত্রফল বৃদ্ধি পায় 44% (Ans.)
 প্রশ্ন ১৮ ৥ একটি আয়তবেত্রের দৈর্ঘ্য 10% বৃদ্ধি এবং প্রস্থ 10% হ্রাস পেলে আয়তবেত্রের বৈত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি বা হ্রাস পাবে?
 সমাধান : মনে করি, আয়তবেত্রের দৈর্ঘ্য x একক এবং প্রস্থ y একক
 \therefore আয়তবেত্রটির বৈত্রফল = xy বর্গ একক
 10% বৃদ্ধিতে আয়তবেত্রের দৈর্ঘ্য = $\left(x + x \text{ এর } \frac{10}{100}\right)$ একক

$$= \left(x + \frac{x}{10}\right)$$
 একক

$$= \frac{11x}{10}$$
 একক
 এবং 10% হ্রাসে আয়তবেত্রের প্রস্থ = $\left(y - y \text{ এর } \frac{10}{100}\right)$ একক

$$= \left(y - \frac{y}{10}\right)$$
 একক

$$= \frac{9y}{10}$$
 একক
 \therefore 10% হ্রাস-বৃদ্ধিতে আয়তবেত্রের বৈত্রফল = $\frac{11x}{10} \times \frac{9y}{10}$ বর্গ একক

$$= \frac{99xy}{100}$$
 বর্গ একক
 সুতরাং বৈত্রফল হ্রাস পায় $\left(xy - \frac{99xy}{100}\right)$ বর্গ একক

$$= \left(\frac{100xy - 99xy}{100}\right)$$
 বর্গ একক

$$= \frac{xy}{100}$$
 বর্গ একক
 \therefore বৈত্রফল শতকরা হ্রাস পায় = $\left(\frac{\text{মোট হ্রাস}}{\text{পূর্বের বৈত্রফল}} \times 100\right)$ বর্গ একক

$$= \left(\frac{\frac{xy}{100}}{xy} \times 100\right)$$
 বর্গ একক

$$= \frac{xy}{100} \times \frac{1}{xy} \times 100$$
 বর্গ একক

$$= 1$$
 বর্গ একক
 অতএব, আয়তবেত্রের বৈত্রফল 1% হ্রাস পাবে। (Ans.)
 প্রশ্ন ১৯ ৥ একটি মাঠের জমিতে সেচের সুযোগ আসার আগের ও পরের ফলনের অনুপাত 4 : 7। ঐ মাঠে যে জমিতে আগে 304 কুইন্টাল ধান ফলতো, সেচ পাওয়ার পরে তার ফলন কত হবে?
 সমাধান : মনে করি, সেচ পাওয়ার পরে ফলনের পরিমাণ x কুইন্টাল

সেচ আসার আগের ফলন : সেচ আসার পরের ফলন = 4 : 7

প্রশ্নানুসারে, $304 : x = 4 : 7$

$$\text{বা, } \frac{304}{x} = \frac{4}{7}$$

$$\text{বা, } 4x = 7 \times 304$$

$$\text{বা, } x = \frac{7 \times 304}{4}$$

$$\therefore x = 532$$

\therefore সেচ পাওয়ার পরে ফলন হবে 532 কুইন্টাল। (Ans.)

প্রশ্ন ২০ ৥ ধান ও গম থেকে উৎপন্ন চালের অনুপাত 3 : 2 এবং গম ও গম থেকে উৎপন্ন সুজির অনুপাত 4 : 3 হলে, সমান পরিমাণের ধান ও গম থেকে উৎপন্ন চাল ও সুজির অনুপাত বের কর।

সমাধান : মনে করি, উৎপন্ন চালের পরিমাণ x কুইন্টাল

এবং উৎপন্ন সুজির পরিমাণ y কুইন্টাল

প্রশ্নানুসারে, ধান : চাল = 3 : 2

$$\text{বা, } 1 : x = 3 : 2$$

$$\text{বা, } \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore x = \frac{2}{3}$$

\therefore চালের পরিমাণ $\frac{2}{3}$ কুইন্টাল

আবার, গম : সুজি = 4 : 3

$$\text{বা, } 1 : y = 4 : 3$$

$$\text{বা, } \frac{1}{y} = \frac{4}{3}$$

$$\therefore y = \frac{3}{4}$$

\therefore সুজির পরিমাণ $\frac{3}{4}$ কুইন্টাল।

উৎপন্ন চাল : উৎপন্ন সুজি = $\frac{2}{3} : \frac{3}{4}$

$$= \left(\frac{2}{3} \times 12 \right) : \left(\frac{3}{4} \times 12 \right)$$

[3, 4 এর ল.সা.গু. 12]

$$= 8 : 9$$

\therefore উৎপন্ন চাল ও সুজির অনুপাত 8 : 9। (Ans.)

প্রশ্ন ২১ ৥ একটি জমির বেত্রফল 432 বর্গমিটার। ঐ জমির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের সঙ্গে অপর একটি জমির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত যথাক্রমে 3 : 4 এবং 2 : 5 হলে, অপর জমির বেত্রফল কত?

সমাধান : দেওয়া আছে,

$$1ম জমির দৈর্ঘ্য : ২য় জমির দৈর্ঘ্য = 3 : 4$$

$$\text{এবং } 1ম জমির প্রস্থ : ২য় জমির প্রস্থ = 2 : 5$$

$$\text{ধরি, } 1ম জমির দৈর্ঘ্য = 3x \text{ মিটার}$$

$$২য় জমির দৈর্ঘ্য = 4x \text{ মিটার}$$

$$\text{এবং } 1ম জমির প্রস্থ = 2y \text{ মিটার}$$

$$২য় জমির প্রস্থ = 5y \text{ মিটার}$$

$$1ম জমির ক্ষেত্রফল = (3x \times 2y) \text{ বর্গমিটার}$$

$$= 6xy \text{ বর্গমিটার}$$

$$২য় জমির ক্ষেত্রফল = (4x \times 5y) \text{ বর্গমিটার}$$

$$= 20xy \text{ বর্গমিটার}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } 6xy = 432$$

$$\text{বা, } xy = \frac{432}{6}$$

$$\therefore xy = 72$$

$$\therefore ২য় জমির ক্ষেত্রফল = 20xy \text{ বর্গমিটার}$$

$$= (20 \times 72) \text{ ব.মি.} \quad [\because xy = 72]$$

$$= 1440 \text{ বর্গমিটার}$$

\therefore অপর জমির ক্ষেত্রফল 1440 বর্গমিটার। (Ans.)

প্রশ্ন ২২ ৥ জেমি ও সিমি একই ব্যাংক থেকে একই দিনে 10% হার সরল মুনাফায় আলাদা আলাদা পরিমাণ অর্থ ঋণ নেয়। জেমি 2 বছর পর মুনাফা-আসলে যত টাকা শোধ করে 3 বছর পর সিমি মুনাফা-আসলে তত টাকা শোধ করে। তাদের ঋণের অনুপাত নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, ব্যাংক থেকে জেমি ঋণ করে x টাকা এবং সিমি ঋণ করে y টাকা

এখন, 10% মুনাফায় x টাকার 2 বছরের মুনাফা

$$= \left(x \times 2 \times \frac{10}{100} \right) \text{ টাকা} = \frac{x}{5} \text{ টাকা}$$

\therefore 2 বছর পরে জেমি মুনাফা-আসলে পরিশোধ করে = $\left(x + \frac{x}{5} \right)$ টাকা

$$= \frac{5x + x}{5} \text{ টাকা}$$

$$= \frac{6x}{5} \text{ টাকা}$$

আবার, 10% মুনাফায় y টাকার 3 বছরের মুনাফা

$$= \left(y \times 3 \times \frac{10}{100} \right) \text{ টাকা}$$

$$= \frac{3y}{10} \text{ টাকা}$$

\therefore 3 বছর পরে সিমি মুনাফা-আসলে পরিশোধ করে = $\left(y + \frac{3y}{10} \right)$ টাকা

$$= \frac{10y + 3y}{10} \text{ টাকা}$$

$$= \frac{13y}{10} \text{ টাকা}$$

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } \frac{6x}{5} = \frac{13y}{10}$$

$$\text{বা, } 60x = 65y$$

$$\text{বা, } \frac{x}{y} = \frac{65}{60}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{y} = \frac{13}{12}$$

$$\therefore x : y = 13 : 12$$

নির্ণেয় ঋণের অনুপাত 13 : 12

প্রশ্ন ২৩ ৥ একটি ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত 5:12:13 এবং পরিসীমা 30 সে. মি.

ক. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর এবং কোণভেদে ত্রিভুজটি কী ধরনের তা লিখ।

খ. বৃহত্তর বাহুকে দৈর্ঘ্য এবং ক্ষুদ্রতর বাহুকে প্রস্থ ধরে অঙ্কিত আয়তবেত্রের কর্ণের সমান বাহুবিশিষ্ট বর্গের বেত্রফল নির্ণয় কর।

গ. উক্ত আয়তবেত্রের দৈর্ঘ্য 10% এবং প্রস্থ 20% বৃদ্ধি পেলে বেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে?

সমাধান :

ক. দেওয়া আছে, ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত 5 : 12 : 13 এবং পরিসীমা 30 সে.মি.।

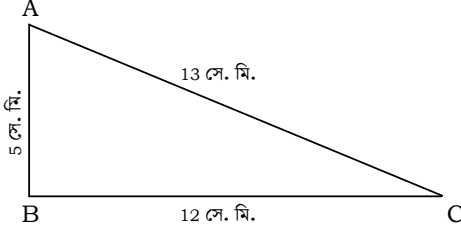
ধরি, ত্রিভুজের বাহুগুলো 5x, 12 x ও 13x সে.মি.

$$\text{প্রশ্নমতে, } 5x + 12x + 13x = 30$$

$$\text{বা, } 30x = 30$$

$$\therefore x = 1$$

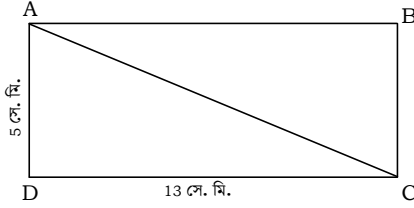
অতএব, ত্রিভুজের বাহুগুলো হলো 5 সে.মি., 12 সে.মি. ও 13 সে.মি.।



চিত্র হতে, $AB^2 + BC^2 = (5)^2 + (12)^2$
 $= 25 + 144 = 169 = (13)^2 = (AC)^2$

∴ পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী ত্রিভুজটি সমকোণী। অতএব, ত্রিভুজটি একটি সমকোণী ত্রিভুজ এবং $\angle ABC = 90^\circ$

- খ. বৃহত্তর বাহুর দৈর্ঘ্য 13 সে. মি. কে দৈর্ঘ্য এবং ক্ষুদ্রতর বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সে. মি. কে প্রস্থ ধরে নিচে আয়তবেত্রটি আঁকা হলো :



ABCD আয়তবেত্রের কর্ণ AC কোনো বর্গবেত্রের বাহু হলে ঐ বর্গবেত্রটির বেত্রফল হবে AC^2 বর্গ সে. মি.

এখন, $\triangle ADC$ এ $\angle D = 90^\circ$

∴ পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে পাই, $AC^2 = AD^2 + DC^2$
 $= (5)^2 + (13)^2$
 $= 25 + 169$
 $= 194$

অর্থাৎ, ঐ বর্গবেত্রটির বেত্রফল 194 বর্গ সে. মি. (Ans.)

- গ. 10% বৃদ্ধিতে আয়তবেত্রটির দৈর্ঘ্য

$$= \left(13 + 13 \text{ এর } \frac{10}{100}\right) \text{ সে. মি.}$$

$$= \left(13 + \frac{13}{10}\right) \text{ সে. মি.}$$

$$= \frac{143}{10} \text{ সে. মি.}$$

$$= 14.3 \text{ সে. মি.}$$

এবং 20% বৃদ্ধিতে আয়তবেত্রটির প্রস্থ

$$= \left(5 + 5 \text{ এর } \frac{20}{100}\right) \text{ সে. মি.}$$

$$= (5 + 1) \text{ সে. মি.}$$

$$= 6 \text{ সে. মি.}$$

∴ দৈর্ঘ্য-প্রস্থ বৃদ্ধিতে আয়তবেত্রটির বেত্রফল

$$= (14.3 \times 6) \text{ বর্গ সে. মি.}$$

$$= 85.8 \text{ বর্গ সে. মি.}$$

দৈর্ঘ্য 13 সে. মি. এবং প্রস্থ 5 সে. মি. বিশিষ্ট আয়তবেত্রটির বেত্রফল
 $= (13 \times 5) \text{ বর্গ সে. মি.} = 65 \text{ বর্গ সে. মি.}$

∴ বেত্রফল বৃদ্ধি পায় $(85.8 - 65) \text{ বর্গ সে. মি.}$
 $= 20.8 \text{ বর্গ সে. মি.}$

$$\therefore \text{বেত্রফল শতকরা বৃদ্ধি পাবে } \left(\frac{\text{বেত্রফল বৃদ্ধি}}{\text{আদি বেত্রফল}} \times 100\right)\%$$

$$= \left(\frac{20.8}{65} \times 100\right)\%$$

$$= 32\%$$

অতএব, বেত্রফল 32% বৃদ্ধি পাবে।

প্রশ্ন ১২৪ ১ একদিন কোনো ক্লাসে অনুপস্থিত ও উপস্থিত শিষার্থীর অনুপাত 1 : 4।

- ক. অনুপস্থিত শিষার্থীদেরকে মোট শিষার্থীর শতকরায় প্রকাশ কর।
 খ. 10 জন শিষার্থী বেশি উপস্থিত হলে অনুপস্থিত ও উপস্থিত শিষার্থীর অনুপাত হতো 1 : 9। মোট শিষার্থীর সংখ্যা কত?
 গ. মোট শিষার্থীর মধ্যে ছাত্র সংখ্যা ছাত্রী সংখ্যার দ্বিগুণ অপেক্ষা 20 জন কম। ছাত্র ও ছাত্রীসংখ্যার অনুপাত নির্ণয় কর।

সমাধান :

- ক. মনে করি, অনুপস্থিত ছাত্র সংখ্যা x

এবং উপস্থিত ছাত্রসংখ্যা $4x$ [এখানে, x ধনাত্মক আনুপাতিক ধ্রুবক]

মোট ছাত্র সংখ্যা $= x + 4x = 5x$

∴ অনুপস্থিত ছাত্রসংখ্যা মোট ছাত্রসংখ্যার $\frac{x}{5x}$ ভাগ

অর্থাৎ, $\frac{\text{অনুপস্থিত ছাত্র}}{\text{মোট ছাত্র}} \times 100\%$

$$= \frac{x}{5x} \times 100\% = \frac{1}{5} \times 100\% = 20\%$$

∴ অনুপস্থিত ছাত্রসংখ্যা মোট ছাত্র সংখ্যার 20%

- খ. 10 জন শিষার্থী বেশি উপস্থিত হলে, উপস্থিত শিষার্থী সংখ্যা হয় $(4x + 10)$ জন অনুপস্থিত শিষার্থী সংখ্যা $(x - 10)$ জন প্রশ্নানুসারে, $(x - 10) : (4x + 10) = 1 : 9$

$$\text{বা, } \frac{x - 10}{4x + 10} = \frac{1}{9}$$

$$\text{বা, } 9x - 90 = 4x + 10$$

$$\text{বা, } 9x - 4x = 90 + 10$$

$$\text{বা, } 5x = 100$$

$$\text{বা, } x = \frac{100}{5}$$

$$\therefore x = 20$$

∴ মোট শিষার্থী $5x = (5 \times 20) \text{ জন} = 100 \text{ জন (Ans.)}$

- গ. ধরি, ছাত্রী সংখ্যা y জন

এবং ছাত্র সংখ্যা $= (2y - 20) \text{ জন}$

প্রশ্নানুসারে, $y + 2y - 20 = 100$

$$\text{বা, } 3y = 100 + 20$$

$$\text{বা, } 3y = 120$$

$$\text{বা, } y = \frac{120}{3}$$

$$\therefore y = 40$$

∴ ছাত্রী সংখ্যা 40 জন।

∴ ছাত্র সংখ্যা $= 2y - 20 = (2 \times 40 - 20) \text{ জন} = 60 \text{ জন}$

∴ ছাত্র : ছাত্রী $= 60 : 40$ [20 দ্বারা ভাগ করে]
 $= 3 : 2$

নির্ণেয় অনুপাত 3 : 2



গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর



১. দুইটি সংখ্যার অনুপাত ৩ : ২ এবং এদের গ.সা.গু. ৪ হলে সংখ্যা দুইটির ল.সা.গু. কত?
 (ক) ৬ (খ) ৮ (গ) ১২ (ঘ) ২৪
২. দুইটি সংখ্যার অনুপাত ৩ : ৪ এবং তাদের ল.সা.গু. ১৮০; সংখ্যা দুইটি কত?
 (ক) ৩০, ৪৫ (খ) ৪৫, ৬০ (গ) ৪৫, ৭৫ (ঘ) ৪৫, ৭০
৩. কোনো মিশ্রণে পানি ও সিরাপের অনুপাত ২ : ৩ হলে, এতে শতকরা কত ভাগ পানি আছে?
 (ক) ২০ (খ) ৩০ (গ) ৪০ (ঘ) ৫০
৪. যদি কোনো বর্গক্ষেত্রের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য ২০% বৃদ্ধি পায় তবে বৈশিষ্ট্য শতকরা কত ভাগ বৃদ্ধি পাবে?
 (ক) ৩৬ (খ) ৪৪ (গ) ৭২ (ঘ) ৮০

৫. ২৬১ টি আম তিন ভাইয়ের মধ্যে $\frac{1}{3} : \frac{1}{5} : \frac{1}{9}$ অনুপাতে ভাগ করে দিলে ১ম ভাই কতটি আম পাবে?
 (ক) ৪৫ (খ) ৮১ (গ) ৯০ (ঘ) ১৩৫
৬. সাকিব ও তামিমের রানের অনুপাত ৯ : ৭। তাদের মোট রান ২০০০ হলে, সাকিবের রান কত?
 (ক) ২৫০ (খ) ৮৭৫ (গ) ১১২৫ (ঘ) ১৬০০
৭. কোনো বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য তিনগুণ বৃদ্ধি করলে উহার বৈশিষ্ট্য কতগুণ বৃদ্ধি পাবে?
 (ক) ৩ গুণ (খ) ৪ গুণ (গ) ৮ গুণ (ঘ) ৯ গুণ



অতিরিক্ত বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর



১১.৪ : ধারাবাহিক অনুপাত

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৮. $x : y = 3 : 4$, $y : z = 2 : 5$ হলে $x : y : z$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)
 (ক) ৩ : ৪ : ৭ (খ) ৫ : ৭ : ৯ (গ) ৩ : ৪ : ১০ (ঘ) ১৫ : ১৯ : ২৭
 ব্যাখ্যা : $x : y = 3 : 4 = (3 \times 1) : (4 \times 1) = 3 : 4$
 $y : z = 2 : 5 = (2 \times 2) : (5 \times 2) = 4 : 10$
 $\therefore x : y : z = 3 : 4 : 10$
৯. ২ : ৩ এবং ৭ : ১০ এর ধারাবাহিক অনুপাত কোনটি? (মধ্যম)
 (ক) ২ : ৩ : ৭ (খ) ২ : ৩ : ১০ (গ) ৩ : ৭ : ১০ (ঘ) ৬ : ৭ : ১০
 ব্যাখ্যা : $2 : 3 = (2 \times 3) : (3 \times 3) = 6 : 9$ এবং $7 : 10$
 \therefore ধারাবাহিক অনুপাত = ৬ : ৭ : ১০
১০. দুটি সরল অনুপাত ২ : ৪ এবং ৫ : ৭ এর ধারাবাহিক অনুপাত কত? (মধ্যম)
 (ক) ২ : ৪ : ৫ : ৭ (খ) ৪ : ৫ : ২ (গ) ৫ : ১০ : ১৪ (ঘ) ৮ : ৫ : ৭
 ব্যাখ্যা : $2 : 4 = \frac{2}{4} = \frac{2 \times 5}{4 \times 5} = \frac{10}{20}$
 $5 : 7 = \frac{5}{7} = \frac{5 \times 2}{7 \times 2} = \frac{10}{14}$
 \therefore ধারাবাহিক অনুপাত = ৫ : ১০ : ১৪
১১. যদি $k : x = 2 : 3$ এবং $x : g = 4 : 5$ হয়, তবে $g : k =$ কত? (মধ্যম)
 (ক) ৮ : ৫ (খ) ৮ : ১৫ (গ) ১২ : ১০ (ঘ) ১৫ : ৮
 ব্যাখ্যা : $k : x = 2 : 3 = 8 : 12$
 $x : g = 4 : 5 = 12 : 15$
 $\therefore g : k = 15 : 8$
১২. দুটি সংখ্যার অনুপাত ৩ : ৪ এবং তাদের গ.সা.গু. ৫ হলে সংখ্যা দুটি কত? (মধ্যম)
 (ক) ১৫, ২০ (খ) ৩০, ৪০ (গ) ৪৫, ৬০ (ঘ) ৬০, ৮০
 ব্যাখ্যা : $3 \times 5 = 15$ এবং $4 \times 5 = 20$
১৩. দুটি সংখ্যার অনুপাত ২ : ৩ এবং সমষ্টি ৪৫ হলে, বৃহত্তর সংখ্যাটি কত? (মধ্যম)
 (ক) ৩৭ (খ) ৪৭ (গ) ৫১ (ঘ) ৬৫
১৪. দুটি রাশির বিয়োগফল ৪৪ এবং রাশি দুইটির অনুপাত ১ : ৩ হলে ক্ষুদ্রতর সংখ্যাটি নিচের কোনটি? (মধ্যম)
 (ক) ১৭ (খ) ২২ (গ) ৩১ (ঘ) ৪৩
১৫. আফসার সাহেব ও তার পুত্রের বয়সের অনুপাত ৯ : ২। পুত্রের বয়স ১২ বছর হলে আফসার সাহেবের বয়স কত বছর? (মধ্যম)
 (ক) ৪৮ (খ) ৫০ (গ) ৫২ (ঘ) ৫৪
১৬. পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত ৪ : ১ ও পুত্র ও কন্যার বয়সের অনুপাত ১ : ২ হলে, পিতা ও কন্যার বয়সের অনুপাত কত? (মধ্যম)
 (ক) ২ : ১ (খ) ১ : ২ (গ) ২ : ৩ (ঘ) ৩ : ২
 ব্যাখ্যা : পিতার বয়স : পুত্রের বয়স = ৪ : ১

পুত্রের বয়স : কন্যার বয়স = ১ : ২

\therefore পিতার বয়স : কন্যার বয়স = ৪ : ২ = ২ : ১

১৭. উষা ও মাহির টাকার অনুপাত ২ : ৩ এবং মাহি ও সামির টাকার অনুপাত ২ : ৫ হলে, তাদের টাকার অনুপাত কত? (মধ্যম)
 (ক) ২ : ৩ : ৫ (খ) ৪ : ৬ : ১৫ (গ) ২ : ৫ : ১২ (ঘ) ৪ : ৭ : ১৫
১৮. পুলক, পারব ও মিথিলার টাকার অনুপাত ২ : ৩ : ৭ হলে, পারব ও মিথিলার টাকার অনুপাত কত? (মধ্যম)
 (ক) ১ : ৩ (খ) ১ : ২ (গ) ২ : ৩ (ঘ) ৩ : ২
১৯. $\frac{2}{3} : \frac{1}{3}$ ও $\frac{1}{3} : \frac{1}{2}$ এর ধারাবাহিক অনুপাত কত? (সহজ)
 (ক) ১ : ২ : ৩ (খ) ২ : ৩ : ৪ (গ) ৪ : ২ : ৩ (ঘ) ২ : ৪ : ৩
 ব্যাখ্যা : $\frac{2}{3} : \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \times \frac{3}{1} = 2 : 1$
 বা, $6 : 3 = 2 : 1$
 বা, $2 : 1 = 2 : 1$
 বা, $4 : 2 = 2 : 1$
 \therefore ধারাবাহিক অনুপাত ৪ : ২ : ৩
২০. $k : x = 2 : 3$, $x : g = 1 : 2$ হলে $A : C =$ কত? (সহজ)
 (ক) ১ : ২ (খ) ২ : ৩ (গ) ১ : ৩ (ঘ) ৩ : ২
২১. $A : B = 3 : 4$, $B : C = 1 : 2$ এবং $C : D = 2 : 3$ হলে $A : D =$ কত? (মধ্যম)
 (ক) ১ : ৪ (খ) ১ : ২ (গ) ২ : ৩ (ঘ) ৩ : ২
২২. $k : x = 2 : 3$, $x : g = 4 : 3$ হলে $k : x : g =$ কত? (সহজ)
 (ক) ২ : ৩ : ৪ (খ) ৪ : ৬ : ৮ (গ) ৪ : ১২ : ৯ (ঘ) ৮ : ১২ : ৯
২৩. ৩, ৭, ৯ এর চতুর্থ সমানুপাতী নিচের কোনটি? (মধ্যম)
 (ক) ১০ (খ) ১২ (গ) ১৮ (ঘ) ২১
 ব্যাখ্যা : মনে করি, চতুর্থ সমানুপাতী k
 $\therefore 3 : 7 = 9 : k$
 বা, $\frac{3}{7} = \frac{9}{k}$
 বা, $k = \frac{7 \times 9}{3}$
 $\therefore k = 21$
২৪. ৩, ৫, ১২ এর চতুর্থ সমানুপাতী নিচের কোনটি? (মধ্যম)
 (ক) ১৬ (খ) ১৮ (গ) ২০ (ঘ) ২৪
২৫. $x : y = 4 : 5$, $y : z = 7 : 11$ হলে, $x : y : z$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)
 (ক) ৪ : ৫ : ৭ (খ) ৪ : ৫ : ১১ (গ) ৫ : ৭ : ১১ (ঘ) ২৮ : ৩৫ : ৫৫
২৬. ক্রয়মূল্য : বিক্রয়মূল্য = ৪ : ৫ হলে, এতে শতকরা কত টাকা লাভ হবে? (মধ্যম)
 (ক) ৩০ (খ) ২৫ (গ) ২০ (ঘ) ১০
 ব্যাখ্যা : ক্রয়মূল্য ৪ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য ৫ টাকা
 \therefore লাভ = $(5 - 4)$ টাকা = ১ টাকা
 \therefore লাভের হার $\left(\frac{1}{4} \times 100\right)\% = 25\%$

২৭. একটি ত্রিভুজের তিনটি কোণের অনুপাত 3 : 4 : 5 বড় কোণটি কত ডিগ্রি? (মধ্যম)

- ক) 30° খ) 45° ● 75° ঘ) 90°

ব্যাখ্যা : মনে করি, ত্রিভুজের কোণ তিনটি যথাক্রমে $3x$, $4x$ এবং $5x$
প্রশ্নমতে, $3x + 4x + 5x = 180^\circ$
বা, $12x = 180^\circ \therefore x = 15^\circ$
 \therefore বড় কোণটি $5x = 5 \times 15^\circ = 75^\circ$

২৮. ধানে চাল ও তুণের অনুপাত 7 : 3 হলে, এতে শতকরা কী পরিমাণ চাল আছে? (মধ্যম)

- ক) 65% ● 70% গ) 75% ঘ) 82%

ব্যাখ্যা : ধানে চাল $7x$ কেজি থাকলে তুণ থাকে $3x$ কেজি
 \therefore সর্বমোট = $(7x + 3x)$ কেজি = $10x$ কেজি
ধানে চালের শতকরা পরিমাণ = $\frac{\text{ধান চালের পরিমাণ}}{\text{ধানের পরিমাণ}} \times 100$
 $= \frac{7x \times 100}{10x} \% = 70\%$

২৯. 1 ঘন সে.মি. কাঠের ওজন 60 সেন্টিগ্রাম। কাঠের ওজন সমআয়তন পানির ওজনের শতকরা কত ভাগ? (মধ্যম)

- ক) 50% ● 60% গ) 70% ঘ) 80%

৩০. কাগজের পূর্বমূল্য : বর্তমান মূল্য = 2 : 3, পূর্বের তুলনায় মূল্য শতকরা কত টাকা বৃদ্ধি পেয়েছে? (মধ্যম)

- ক) 35 খ) 40 গ) 45 ● 50

ব্যাখ্যা : পূর্বমূল্য 2 টাকা হলে বর্তমান মূল্য 3 টাকা
মূল্যবৃদ্ধি = $(3 - 2)$ টাকা = 1 টাকা।
 \therefore শতকরা মূল্যবৃদ্ধি = $\left(\frac{1}{2} \times 100\right)$ টাকা = 50 টাকা।

৩১. দুইটি সংখ্যার অনুপাত 5 : 3 এবং গ.সা.গু. 8 হলে, ল.সা.গু. কত? (মধ্যম)

- ক) 40 খ) 80 ● 120 ঘ) 160

৩২. রিপন কিছু আম 30% লাভে বিক্রয় করলে বিক্রয়মূল্য ও ক্রয়মূল্যের অনুপাত নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- ক) 3 : 2 ● 13 : 10 গ) 4 : 3 ঘ) 7 : 4

৩৩. দুইটি রাশির অনুপাত 2 : 5 এবং তাদের সমষ্টি 42 হলে সংখ্যা দুটির অন্তরফল নিচের কোনটি? (কঠিন)

- ক) 6 ● 18 গ) 24 ঘ) 32

ব্যাখ্যা : $7x = 42 \therefore x = 6$
 $5x - 2x = 3x = 3 \times 6 = 18$

৩৪. একটি স্কুলে মোট ছাত্রছাত্রী সংখ্যার $\frac{2}{5}$ অংশ হলো ছাত্রী। স্কুলটিতে ছাত্রের সংখ্যা শতকরা কত ভাগ? (মধ্যম)

- ক) 20% খ) 40% ● 60% ঘ) 80%

৩৫. যদি কোনো বর্গবেত্রের প্রত্যেক বাহুর পরিমাণ 15% বৃদ্ধি পায় তবে তার বেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে? (কঠিন)

- ক) 12.25 খ) 22.25 গ) 32.25 ঘ) 42.25

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৩৬. ক : খ = 2 : 3; খ : গ = 4 : 3 হলে—

- i. এটি ধারাবাহিক অনুপাত
ii. ক : খ : গ = 2 : 3 : 4
iii. ক : খ : গ = 8 : 12 : 9
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- ক) i ও ii ● i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

৩৭. দুইটি বৃত্তের ব্যাসার্ধের অনুপাত 2 : 3

- i. তাদের পরিধির অনুপাত 2 : 3
ii. তাদের ক্ষেত্রফলের অনুপাত $\sqrt{2} : \sqrt{3}$
iii. তাদের ব্যাসের অনুপাত 4 : 6
নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

- ক) i ও ii ● i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

৩৮. i. ধারাবাহিক অনুপাতে তিনটি রাশিই এক জাতীয় হতে হবে

- ii. a : b : c = 6 : 8 : 3 হলে a : c = 2 : 1

iii. 2 টি অনুপাত a : b ও b : c হলে ধারাবাহিক অনুপাত a : b : c নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

- ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

৩৯. i. 3 : 4 ও 12 : 7 এর ধারাবাহিক অনুপাত 9 : 12 : 7

ii. ধারাবাহিক অনুপাতে প্রথম অনুপাতের উত্তর রাশি ২য় অনুপাতের পূর্ব রাশির সমান হতে হবে

iii. ধান ও চালের অনুপাত 3 : 2 এবং গম ও সুজির অনুপাত 4 : 3 হলে চাল ও সুজির অনুপাত 2 : 1

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

৪০. i. তিনটি রাশির ধারাবাহিক অনুপাত থাকলে প্রান্তীয় রাশিদ্বয়ের গুণফল মধ্যরাশির বর্গের সমান

ii. a : b : c = 6 : 8 : 3 হলে a : c = 2 : 1

iii. 10, 40, 50 এর চতুর্থ সমানুপাতী 200

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

৪১. নিচের তথ্যগুলো লব কর :

i. দুইটি সংখ্যার অনুপাত 5 : 3 এবং ল.সা.গু. 60 হলে গ.সা.গু. 4

ii. একটি বর্গবেত্রের বাহুর পরিমাণ 10% বৃদ্ধি পায় তবে এর বেত্রফল শতকরা 21% বৃদ্ধি পায়

iii. একটি জমির বেত্রফল 108 বর্গমিটার এবং দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত 4 : 3 হলে জমির প্রস্থ 9 মিটার

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

- ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

৪২. নিচের তথ্যগুলো লব কর :

i. একটি ত্রিভুজের কোণগুলোর অনুপাত 2 : 3 : 4 হলে বৃহত্তর কোণটি 80°

ii. দুইটি বৃত্তের ব্যাসার্ধের অনুপাত 1 : 3 হলে বেত্রফলের অনুপাত 3 : 9

iii. দুইটি সংখ্যার অনুপাত 5 : 6 এবং তাদের গ.সা.গু. 8 হলে ল.সা.গু. 240

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

- ক) i ও ii ● i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের তথ্যের আলোকে ৪৩-৪৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

ক এর আয় 1000 টাকা, খ এর আয় 1500 টাকা এবং গ এর আয় 2500 টাকা।

৪৩. ক ও খ এর আয়ের অনুপাত কত? (সহজ)

- 2 : 3 খ) 3 : 2 গ) 3 : 4 ঘ) 4 : 3

ব্যাখ্যা : ক এর আয় : খ এর আয় = 1000 : 1500 = 2 : 3 [500 দ্বারা ভাগ করে]

৪৪. খ এর আয় : গ এর আয় = কত? (সহজ)

- ক) 3 : 4 খ) 4 : 3 ● 3 : 5 ঘ) 5 : 3

ব্যাখ্যা : খ এর আয় : গ এর আয় = 1500 : 2500 = 3 : 5 [500 আয় ভাগ করে]

৪৫. ক, খ ও গ এর আয়ের অনুপাত কত? (সহজ)

- 2 : 3 : 5 খ) 2 : 3 : 9 গ) 8 : 4 : 3 ঘ) 8 : 12 : 9

নিচের তথ্যের আলোকে ৪৬-৪৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

একটি ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত 5 : 12 : 13 এবং পরিসীমা 30।

৪৬. x অনুপাতত্রয়ের সাধারণ রাশি হলে নিচের কোন সম্ভব সঠিক? (সহজ)

- $5x + 12x + 13x = 30$ খ) $15x = 30$

- গ) $25x = 30$ ঘ) $35x = 30$

৪৭. ক্ষুদ্রতর বাহুর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.? (মধ্যম)

- 5 খ) 6 গ) 12 ঘ) 13

ব্যাখ্যা : $30x = 30 \therefore x = 1$
 \therefore ক্ষুদ্রতর বাহুর দৈর্ঘ্য $5x = 5 \times 1 = 5$ সে.মি.

৪৮. বৃহত্তর বাহুর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.? (সহজ)
 ক) ৬ খ) ৭ গ) ১২ ● ১৩

নিচের তথ্যের আলোকে ৪৯-৫১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
 কোনো এক মিশ্রণে দস্তা, সিসা ও টিন রয়েছে। দস্তার পরিমাণ টিনের $\frac{3}{4}$ এবং টিনের পরিমাণ দস্তার $\frac{4}{5}$ অংশ।

৪৯. দস্তা ও সিসার অনুপাত কত? (সহজ)
 ক) ৩ : ৪ খ) ৪ : ৫ ● ৩ : ৫ ঘ) ৫ : ৪

৫০. দস্তা, টিন ও সিসার অনুপাত কত? (মধ্যম)
 ক) ৪ : ৩ : ৫ ● ৩ : ৪ : ৫ গ) ৩ : ৫ : ৪ ঘ) ৫ : ৪ : ৩

৫১. ১২ কেজি মিশ্রণে টিনের পরিমাণ কত কেজি? (মধ্যম)
 ক) ১ খ) ২ গ) ৩ ● ৪

নিচের তথ্যের আলোকে ৫২-৫৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
 একটি ত্রিভুজের তিনটি কোণের অনুপাত ৩ : ৪ : ৫;

৫২. নিচের কোন সমীকরণটি সঠিক? (মধ্যম)
 ● $3x + 4x + 5x = 180^\circ$ খ) $3x + 4x + 5x = 130^\circ$
 গ) $3x + 4x + 5x = 120^\circ$ ঘ) $3x + 4x + 5x = 100^\circ$
 ব্যাখ্যা : মনে করি, কোণ তিনটি প্রদত্ত অনুপাতে $3x$, $4x$ এবং $5x$
 শর্তমতে, $3x + 4x + 5x = 180^\circ$

৫৩. প্রথম কোণটির ডিগ্রি পরিমাপ কত? (মধ্যম)
 ক) 30° ● 45° গ) 60° ঘ) 90°

৫৪. বৃহত্তর কোণটির ডিগ্রি পরিমাপ কত? (মধ্যম)
 ক) 45° খ) 60° ● 75° ঘ) 90°

১১.৫ : সমানুপাতিক ভাগ

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৫৫. সোহেল, মিঠু ও সাকিবের মধ্যে ৬৪০০ টাকা $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{9}$ অনুপাতে
 বণ্টন করা হলো। মিঠুর প্রাপ্ত টাকা কত? (কঠিন)

ক) ৩৬০০ টাকা খ) ২৪০০ টাকা
 ● ২৪০০ টাকা ঘ) ৪০০ টাকা

ব্যাখ্যা : $(\frac{1}{2} \times 18) : (\frac{1}{3} \times 18) : (\frac{1}{9} \times 18) = 9 : 6 : 2$
 অনুপাত রাশিগুলোর যোগফল = $9 + 6 + 2 = 17$

∴ মিঠুর প্রাপ্ত টাকা = $(6800 \text{ এর } \frac{6}{17})$ টাকা = ২৪০০ টাকা

৫৬. ৪০০ টাকা বাশার, রুমি ও খুকুর মধ্যে এমনভাবে ভাগ করা হলো
 যেন বাশার রুমির দ্বিগুণ এবং রুমি খুকুর তিনগুণ পায়। রুমির
 টাকার পরিমাণ কত? (মধ্যম)

ক) ১৪০ টাকা খ) ২১০ টাকা গ) ১৬০ টাকা ● ১২০ টাকা

ব্যাখ্যা : ধরি, খুকুর টাকা x , ∴ রুমির টাকা = $3x$,
 বাশারের টাকা = $2 \times 3x = 6x$

প্রশ্নমতে, $x + 3x + 6x = 400$

বা, $10x = 400$

∴ $x = 40$

∴ রুমির টাকা = $3x = 3 \times 40$ টাকা = ১২০ টাকা

৫৭. ১৬০ টাকা ক ও খ এর মধ্যে ৫ : ৩ অনুপাতে ভাগ করে দেওয়া
 হলো। ক কত টাকা পেল? (মধ্যম)

● ১০০ খ) ১২০ গ) ১৪০ ঘ) ১৬০

ব্যাখ্যা : অনুপাত রাশিগুলোর যোগফল = $5 + 3 = 8$

∴ ক' পেল = $(160 \times \frac{5}{8})$ টাকা = ১০০ টাকা

৫৮. সুজন, শিপন ও রিপন একত্রে ব্যবসা করে ১২০০ টাকা লাভ
 করে। যদি সুজন, শিপন ও রিপনের মূলধনের অনুপাত ২ : ৩ : ৫
 হয়, তবে সুজন কত টাকা লভ্যাংশ পাবে? (মধ্যম)

ক) ১৪০ ● ২৪০ গ) ৩৬০ ঘ) ৪৪০

ব্যাখ্যা : অনুপাতের সংখ্যাগুলোর যোগফল = $2 + 3 + 5 = 10$

∴ সুজনের লভ্যাংশ = $1200 \text{ টাকা} \times \frac{2}{10} = 240 \text{ টাকা}$

৫৯. দুইটি রাশির অনুপাত ১ : ৫ এবং তাদের সমষ্টি ১৪ হলে সংখ্যা
 দুটির গুণফল নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক) ৩৬ খ) ৩৭ ● ৪৫ ঘ) ৫২

৬০. দুইটি রাশির অনুপাত ২ : ৫ এবং তাদের সমষ্টি ৭০ হলে সংখ্যা
 দুটির অন্তরফল নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক) ২০ ● ৩০ গ) ৪০ ঘ) ৫০

৬১. একটি ত্রিভুজের কোণগুলোর অনুপাত ৩ : ৪ : ৫ হলে বৃহত্তর
 কোণটির পরিমাণ নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক) 45° খ) 60° ● 75° ঘ) 85°

৬২. একটি রং পেন্সিলের প্যাকেট লাল ও সবুজ রঙের পেন্সিলের
 সংখ্যার অনুপাত ২ : ১। প্যাকেটটিতে ৪টি লাল পেন্সিল থাকলে
 সবুজ পেন্সিলের সংখ্যা কত? (কঠিন)

ক) ২টি ● ৪টি গ) ৬টি ঘ) ৪টি

৬৩. কোনো স্কুলের ছাত্র ও ছাত্রীর সংখ্যার অনুপাত ৭ : ৪ এবং মোট
 শিষার্থীর সংখ্যা ৪৫৫ হলে ছাত্র সংখ্যা কত? (মধ্যম)

ক) ৩৫০ খ) ৩৭৯ ● ৩৩৯ ঘ) ৪২৩

৬৪. ৩০০ টাকা ক ও খ অংশের মধ্যে এমনভাবে ভাগ করে দেয়া হলো
 ক : খ = ২ : ৩। ক কত টাকা পেল? (মধ্যম)

ক) ১০০ ● ১২০ গ) ১৬০ ঘ) ২০০

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৬৫. ক্রিকেট খেলায় সাকিব, তামিম ও মুশফিক মোট ১৭১ রান করলে
 এবং তাদের রানের অনুপাত ৯ : ৬ : ৪ হলে—

i. তামিমের রান = ৪৫ ii. সাকিবের রান = ৪১

iii. মুশফিকের রান = ৩৬

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক) i ও ii খ) i ও iii ● ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

ব্যাখ্যা : i. সঠিক নয়; কারণ, অনুপাতের সংখ্যাগুলোর যোগফল = $9 + 6 + 4 = 19$

তামিমের রান = ১৭১ এর $\frac{6}{19} = 54$

(ii) ও (iii) নং সঠিক।

৬৬. তিনটি অনুপাত $1 : \frac{1}{3} : \frac{1}{12}$ হলে—

i. তাদের সরল অনুপাত ১২ : ৪ : ১

ii. অনুপাত তিনটির যোগফল ২১

iii. ওয় অনুপাতের ১২ গুণ সমান ১ম অনুপাত

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক) i ও ii ● i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

৬৭. ৪৫৬ টাকা রহিম, করিম ও আবুর মধ্যে ৩ : ৪ : ৫ অনুপাতে ভাগ
 করে দিলে—

i. রহিম পাবে ১১৪ টাকা

ii. করিম পাবে ১৫২ টাকা

iii. রহিম ও আবুর মিলিত টাকার পরিমাণ ৩০৪ টাকা

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

৬৮. কোনো ত্রিভুজের কোণগুলোর অনুপাত ৩ : ৪ : ৫ হলে—

i. ক্ষুদ্রতম কোণের পরিমাণ 45°

ii. বৃহত্তম কোণের পরিমাণ 75°

iii. মধ্যম কোণের পরিমাণ 65°

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

● i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii



অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের তথ্যের আলোকে ৬৯-৭১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

৪০০০ টাকা দোলা, দীনা ও রাফির মধ্যে ৭ : ৫ : ৪ অনুপাতে ভাগ করে দেওয়া হলো।

৬৯. দোলা কত টাকা পেয়েছে? (সহজ)

- ক) ৩০০০ খ) ৩২০০ গ) ৩৫০০ ঘ) ৩৮০০

ব্যাখ্যা : অনুপাত রাশিগুলোর যোগফল = $7 + 5 + 4 = 16$

$$\therefore \text{দোলা পায়} = \left(8000 \text{ এর } \frac{7}{16} \right) \text{ টাকা} = 3500 \text{ টাকা}$$

৭০. দীনা কত টাকা পেয়েছে? (সহজ)

- ক) ২০০০ গ) ২৩০০ ঘ) ২৫০০ ঙ) ২৮০০

ব্যাখ্যা : দীনা পায় = $\left(8000 \text{ এর } \frac{5}{16} \right) \text{ টাকা} = 2500 \text{ টাকা}$

৭১. রাফি কত টাকা পেয়েছে? (সহজ)

- ক) ২০০০ খ) ২১০০ গ) ২৩০০ ঘ) ২৮০০

ব্যাখ্যা : রাফি পায় = $\left(8000 \text{ এর } \frac{4}{16} \right) \text{ টাকা} = 2000 \text{ টাকা}$

নিচের তথ্যের আলোকে ৭২-৭৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

৩৭ কেজি পায়েসে দুধ, চাল এবং চিনির পরিমাণ $\frac{1}{2} : \frac{1}{8} : \frac{3}{16}$

৭২. উদ্দীপকের অনুপাতগুলোর সরল অনুপাত নিচের কোনটি? (সহজ)

- ক) ২ : ৩ : ৪ গ) ৮ : ২ : ৩ ঘ) ৩ : ২ : ৪ ঙ) ১৬ : ২ : ৩

ব্যাখ্যা : $\left(\frac{1}{2} \times 16 \right) : \left(\frac{1}{8} \times 16 \right) : \left(\frac{3}{16} \times 16 \right) = 8 : 2 : 3$

৭৩. দুধের পরিমাণ কত কেজি? (মধ্যম)

- ক) ৩ খ) ৬ গ) ৯ ঘ) ২৪

ব্যাখ্যা : $8x + 2x + 3x = 39$ বা, $x = 3$

\therefore দুধের পরিমাণ = (8×3) কেজি = ২৪ কেজি

৭৪. ৭৪ কেজি পায়েসে চিনির পরিমাণ কত কেজি? (মধ্যম)

- ক) ৯ খ) ১৬ গ) ১৮ ঘ) ২১

নিচের তথ্যের আলোকে ৭৫-৭৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

আফসার সাহেব ১৬৩০০ টাকা তাঁর স্ত্রী, কন্যা ও পুত্রকে ১ : ৪ : ৪ অনুপাতে ভাগ করে দেন।

৭৫. তাঁর স্ত্রী কত টাকা পাবে? (মধ্যম)

- ক) ১৩০০ খ) ৫২০০ গ) ৬৯০০ ঘ) ১৩০০০

৭৬. তাঁর কন্যা কত টাকা পাবে? (মধ্যম)

- ক) ১৩০০ গ) ৫২০০ ঘ) ৬৯০০ ঙ) ১০৪০০

৭৭. তাঁর পুত্র কন্যা অপেক্ষা কত টাকা বেশি পেল? (মধ্যম)

- ক) ৫২০০ খ) ৬৯০০ গ) ৭২০০ ঘ) ১০৪০০

নিচের তথ্যের আলোকে ৭৮-৮১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

A, B, C এর মধ্যে ৩৩০ টাকা এমনভাবে ভাগ করে দেওয়া হলো যেন—

A এর অংশ : B এর অংশ = ২ : ৩

B এর অংশ : C এর অংশ = ১ : ২

৭৮. A : B : C = কত? (মধ্যম)

- ক) ১ : ২ : ৩ খ) ২ : ৩ : ১ গ) ২ : ৩ : ৬ ঘ) ২ : ৩ : ২

৭৯. A কত টাকা পেল? (সহজ)

- ক) ৪০ খ) ৫০ গ) ৬০ ঘ) ৩০

৮০. B কত টাকা পেল? (সহজ)

- ক) ৪০ খ) ৬০ গ) ৭০ ঘ) ৯০

৮১. C কত টাকা পেল? (সহজ)

- ক) ১২০ খ) ১৪০ গ) ১৮০ ঘ) ১৯০

নিচের তথ্যের আলোকে ৮২-৮৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

৭৪ কেজি পায়েসে দুধ, চাল ও চিনির পরিমাণ ৪ : ২ : ৩.

৮২. দুধের পরিমাণ কত কেজি? (মধ্যম)

- ক) ৪২ গ) ৪৮ ঘ) ৫৬ ঙ) ৬০

৮৩. চালের পরিমাণ কত কেজি? (মধ্যম)

- ক) ১২ খ) ১৬ গ) ৪২ ঘ) ৪৮

৮৪. ৩৭ কেজি পায়েসে চিনির পরিমাণ কত কেজি? (কঠিন)

- ক) ৯ খ) ১২ গ) ১৮ ঘ) ২১



নির্বাচিত বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর



৮৫. রীনা ও মীনার বয়সের অনুপাত ৫ : ৩। রীনার বয়স ১৫ বছর হলে কত বছর পর তাদের বয়সের অনুপাত ৭ : ৫ হবে?

- ক) ৫ বছর গ) ৬ বছর ঘ) ৭ বছর ঙ) ৮ বছর

৮৬. কোনো স্কুলে ছাত্র ও ছাত্রীর অনুপাত ১ : ২ ঐ স্কুলে মোট শিবাধী ৯০০ হলে ছাত্রী সংখ্যা নিচের কোনটি?

- ক) ১০০ খ) ২০০ গ) ৩০০ ঘ) ৬০০

৮৭. দুইটি সংখ্যার অনুপাত ৩ : ৪ এবং গ.সা.গু. ৫ হলে, সংখ্যা দুইটি কত?

- ক) ১৫, ২০ খ) ৩০, ৪০ গ) ৪৫, ৬০ ঘ) ৬০, ৮০

৮৮. কোনো বর্ণের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য ৫% বৃদ্ধি করলে এর বৈত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে?

- ক) ১০% গ) ১০.২৫% ঘ) ১২.৫% ঙ) ১২.২৫%

৮৯. একটি দ্রব্য ২০% বতিতে বিক্রয় করলে, বিক্রয়মূল্য ও ক্রয়মূল্যের অনুপাত কত?

- ক) ৪ : ৫ খ) ৫ : ৪ গ) ১ : ৫ ঘ) ৫ : ১

৯০. ক : খ = ৩ : ৪, খ : গ = ৬ : ৭ হলে, ক : খ : গ = কত?

- ক) ৩ : ৪ : ৬ খ) ১৪ : ১২ : ৯ গ) ৯ : ১২ : ১৪ ঘ) ৩ : ৬ : ৭

৯১. দুইটি সংখ্যার অনুপাত ৩ : ৪ এবং তাদের ল.সা.গু. ১৮০ হলে নিচের কোনটি সংখ্যাঘরের মান?

- ক) (১৫, ২০) গ) (৪৫, ৬০) ঘ) (৯, ১২) ঙ) (৩৬, ৪৮)

৯২. a : b = x : y এবং c : d = x : y হলে, কোনটি সঠিক?

- ক) a : x = b : y খ) a : y = b : x গ) c : x = b : y ঘ) a : b = c : d

৯৩. খিচুড়িতে চাল ও ডালের অনুপাত ৭ : ৩ হলে চালের পরিমাণ কত?

- ক) ৩০% খ) ৫০% গ) ৭০% ঘ) ৯০%

৯৪. ক : খ = ৩ : ৪ এবং খ : গ = ৪ : ৯ হলে ক : গ = কত?

- ক) ৩ : ২ খ) ১ : ২ গ) ২ : ৩ ঘ) ৪ : ৫

৯৫. মিঠু ও গিয়াস একটি কাজ ১৬০ টাকায় সম্পন্ন করার চুক্তি নিল এবং মিঠু ৬০ টাকা পেল। তাদের মজুরির অনুপাত কত?

- ক) ৩ : ৫ খ) ২ : ৩ গ) ৫ : ৩ ঘ) ৬ : ১০

৯৬. যদি ক : খ = ২ : ৩ এবং খ : গ = ৪ : ৫ হয়, তবে গ : ক = কত?

- ক) ১৫ : ৮ খ) ১২ : ১০ গ) ৮ : ৫ ঘ) ৮ : ১৫

৯৭. ক্রয়মূল্য : বিক্রয়মূল্য = ৪ : ৫ হলে এতে শতকরা কত লাভ হবে?

- ক) ১৬% গ) ২৫% ঘ) ২০% ঙ) ১%

৯৮. একটি আয়তবহুর দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত ৪ : ৩ এবং এর কর্ণের দৈর্ঘ্য ২৫ মি. হলে বৈত্রফল কত?

- ক) ৩০০ ব. মি খ) ১৩০ ব. মি গ) ১৩৫ ব. মি ঘ) ১৭৫ ব. মি

৯৯. কোনো আয়তবহুর দৈর্ঘ্য ১০% বৃদ্ধি ও প্রস্থ ১০% হ্রাস বৈত্রফলের পরিবর্তন কেমন হবে?

- ক) ১% বৃদ্ধি গ) ১% হ্রাস ঘ) ৫% বৃদ্ধি ঙ) ১০% হ্রাস

১০০. ৫ : ৯ অনুপাতটি প্রতিটি সংখ্যার সাথে কত যোগ করলে অনুপাত ৩ : ৪ হবে?

- ক) ১ গ) ৭ ঘ) ৯ ঙ) ১২

১০১. একটি দ্রব্য ২০% লাভে বিক্রয় করলে ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্যের অনুপাত কত?

১০২. $5:8=15:x$ হলে x এর মান কোনটি?
 (ক) ২৪ (খ) ৪০ (গ) ৭৫ (ঘ) ১২০
১০৩. দুইটি সংখ্যার যোগফল ২০ যদি সংখ্যাগুলো $3:2$ অনুপাতে থাকে; তবে সংখ্যাগুলোর গুণফল কত?
 (ক) ৯০ (খ) ৯২ (গ) ৯৬ (ঘ) ১০০
১০৪. তিনজন জেলে ৬৭০টি মাছ ধরেছে। তাদের অংশের অনুপাত $\frac{2}{3}$: $\frac{4}{5}$: $\frac{5}{6}$ হলে—
 i. ১ম জেলে পায় ২০০টি
 ii. ২য় জেলে পায় ২৪০টি
 iii. ৩য় জেলে পায় ৩০০টি
 নিচের কোনটি সঠিক?
 (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii
১০৫. ইরা ও ইমুর বয়সের অনুপাত $2\frac{1}{3} : 3\frac{1}{3}$ হলে—
 i. তাদের বয়সের সরল অনুপাত ৭ : ১০
 ii. তাদের বয়সের সরল অনুপাতের যোগফল ১৭
 iii. ইমুর বয়স ২০ বছর হলে ইরার বয়স ১৪ বছর
 নিচের কোনটি সঠিক?
 (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

- নিচের তথ্যের আলোকে ১০৬ ও ১০৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
 তোমাদের ক্লাসের মোট শিবাথী সংখ্যা ১০০ জন। কোনো একদিন উপস্থিত ও অনুপস্থিত শিবাথী সংখ্যার অনুপাত ৪ : ১।
১০৬. উপস্থিত শিবাথী সংখ্যার পরিমাণ কত?
 (ক) ৪০ জন (খ) ৯০ জন (গ) ৭০ জন (ঘ) ৬০ জন
১০৭. কত জন শিবাথী অনুপস্থিত ছিল?
 (ক) ৩০ জন (খ) ৪০ জন (গ) ১০ জন (ঘ) ২০ জন
- নিচের তথ্যের আলোকে ১০৮ ও ১০৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
 একটি ত্রিভুজের পরিসীমা ৩০ সে.মি.। বাহুগুলোর দৈর্ঘ্যের অনুপাত ৩ : ৫ : ৭।
১০৮. বড় বাহুর দৈর্ঘ্য কত?
 (ক) ৬ সে.মি. (খ) ৭ সে.মি. (গ) ১০ সে.মি. (ঘ) ১৪ সে.মি.
১০৯. ছোট বাহুর পরিমাণ কত?
 (ক) ৬ সে.মি. (খ) ১৫ সে.মি. (গ) ২১ সে.মি. (ঘ) ৩৫ সে.মি.)
- নিচের তথ্যের আলোকে ১১০ ও ১১১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
 কাগজের পূর্বমূল্য : বর্তমান মূল্য ২ : ৩।
১১০. ১০% বতিতে বিক্রয়মূল্য কত?
 (ক) ১১০ (খ) ১২০ (গ) ৯০ (ঘ) কোনোটিই নয়
১১১. কাগজের বিক্রয়মূল্য শতকরা কত বৃদ্ধি পেয়েছে?
 (ক) ৪০% (খ) ৭০% (গ) ২০% (ঘ) ৫০%



এ অধ্যায়ের পাঠ সমন্বিত বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর



বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১১২. i. লঘু অনুপাতের মান ১ অপেক্ষা ছোট
 ii. $\frac{a}{2} = \frac{b}{4}$ হলে প্রতিটি অনুপাত $= \frac{a+b}{4}$
 iii. বর্গবেরের পরিসীমা ও এক বাহুর অনুপাত ৪ : ১
 নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
 (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii
১১৩. i. গুরব অনুপাতের মান ১ অপেক্ষা বড়
 ii. $a:b=d:c$ হলে $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{c}$
 iii. $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{c+d} = 0$ হলে $(b+c):(a+d)=1$
 নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
 (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii
১১৪. i. দ্বিভাজিত অনুপাতের বেধে অনুপাতের রাশিগুলো অবশ্যই ধনাত্মক হতে হবে
 ii. $a:b$ এর দ্বিগুনপাত $\frac{2a}{b}$
 iii. প্রকৃত ও অপ্রকৃত অনুপাতকে শতকরায় প্রকাশ করা যায়
 নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
 (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii
১১৫. i. ২টি সংখ্যার অনুপাত ১ : x ও দ্বিতীয়টি a হলে ১মটি $\frac{a}{x}$
 ii. শতকরা একটি অনুপাত যার পূর্ব রাশি হলো শতকরায় বর্ণিত সংখ্যাটি
 iii. অনুপাত একটি ভগ্নাংশ
 নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
 (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii
১১৬. i. ৪৭ : ৩৫ এর লঘিষ্ঠ প্রকাশ ৭ : ৫
 ii. পূর্ব রাশি ও উত্তর রাশি পরস্পর সমান হয় একানুপাতে
 iii. অনুপাত প্রকৃত ভগ্নাংশ হতে পারে না

নিচের কোনটি সঠিক?

(সহজ)

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১১৭. i. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$ হলে প্রত্যেকটি অনুপাত $\frac{a+c+e}{b+d+f}$

ii. $A:B$ অনুপাতে A কে উত্তর রাশি বলা হয়

iii. ক্রমিক সমানুপাতের বেধে সবগুলো রাশি এক জাতীয় হলেই হবে

নিচের কোনটি সঠিক?

(সহজ)

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের তথ্যের আলোকে ১১৮ – ১২০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

x এর মান $\frac{4ab}{a+b}$

১১৮. $(x+2a):a$ এর মান কত? (মধ্যম)

- (ক) $(a+b):(2a+6b)$ (খ) $(2a+6b):(a+b)$
 (গ) $(a+b):(3b+a)$ (ঘ) $(a+3b):(a+b)$

১১৯. $(x+2a):2b$ এর মান কত? (মধ্যম)

- (ক) $(a+b):(5a+b)$ (খ) $(a+b):(a-b)$
 (গ) $(5a+b):(a+b)$ (ঘ) $(5a+b):2(a+b)$

১২০. $(x-2a):2a$ এর মান কত? (মধ্যম)

- (ক) $(a-b):(a+b)$ (খ) $(a+b):(a-b)$
 (গ) $(b-a):(a+b)$ (ঘ) $(a+b):(b-a)$

নিচের তথ্যের আলোকে ১২১ ও ১২২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

কোনো ত্রিভুজের পরিসীমা ১৮০ সে. মি., এবং বাহুগুলোর অনুপাত $\frac{1}{5} : \frac{4}{15} : \frac{1}{3}$

১২১. অনুপাতের সাধারণ রাশি x হলে বৃহত্তর বাহুর দৈর্ঘ্য কত? (মধ্যম)

- (ক) $3x$ (খ) $4x$ (গ) $5x$ (ঘ) $6x$

১২২. বৃহত্তর বাহুর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.? (মধ্যম)

- (ক) ৫৫ (খ) ৭৫ (গ) ৮২ (ঘ) ৯০



অতিরিক্ত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান



প্রশ্ন-১ ▶ প্রথম জমির দৈর্ঘ্য $3x$ ও প্রস্থ $2y$ মিটার। দ্বিতীয় জমির দৈর্ঘ্য $4x$ ও প্রস্থ $3y$ মিটার।

- ক. প্রথম ও দ্বিতীয় জমির মোট বেত্রফল কত বর্গমিটার? ২
খ. প্রথম জমিটি আয়তাকার যার বেত্রফল ৫৭৬ বর্গমিটার ও পরিসীমা ১০৪ মিটার হলে, প্রথম জমির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ কত মিটার? ৪
গ. দ্বিতীয় জমির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও বেত্রফল কত? জমিদ্বয়ের বেত্রফল ও পরিসীমার অনুপাত কত? ৪

▶▶ ১নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

- ক. প্রথম জমির বেত্রফল = $(3x \cdot 2y)$ বর্গমিটার = $6xy$ বর্গমিটার।
দ্বিতীয় জমির বেত্রফল = $(4x \cdot 3y)$ বর্গমিটার = $12xy$ বর্গমিটার।
মোট বেত্রফল = $(12xy + 6xy)$ বর্গমিটার
= $18xy$ বর্গমিটার। (Ans.)
খ. দেওয়া আছে, প্রথম জমির দৈর্ঘ্য $3x$ মিটার এবং প্রস্থ $2y$ মিটার

শর্তমতে,

$$6xy = 576 \dots\dots\dots(i)$$

$$2(3x + 2y) = 104 \dots\dots(ii)$$

(i) নং থেকে পাই,

$$6xy = 576$$

$$\text{বা, } xy = \frac{576}{6}$$

$$\text{বা, } xy = 96$$

$$\therefore y = \frac{96}{x}$$

(ii) নং থেকে পাই,

$$2(3x + 2y) = 104$$

$$\text{বা, } 3x + 2y = 52$$

$$\text{বা, } 3x + 2 \cdot \frac{96}{x} = 52$$

$$\text{বা, } 3x^2 + 192 = 52x$$

$$\text{বা, } 3x^2 - 52x + 192 = 0$$

$$\text{বা, } 3x^2 - 36x - 16x + 192 = 0$$

$$\text{বা, } 3x(x - 12) - 16(x - 12) = 0$$

$$\text{বা, } (x - 12)(3x - 16) = 0$$

$$\text{হয়, } x - 12 = 0 \quad \therefore y = \frac{96}{x} = \frac{96}{12} = 8$$

$$\text{বা, } x = 12$$

$$\text{অথবা, } 3x - 16 = 0 \quad \therefore y = \frac{96}{x} = \frac{96}{16} \times 3$$

$$\text{বা, } 3x = 16 \quad = 18$$

$$\text{বা, } x = \frac{16}{3}$$

যখন $x = 12$ এবং $y = 8$ তখন দৈর্ঘ্য = $3x$ মি. এবং প্রস্থ = $2y$ মি.

$$= 3.12 \text{ মিটার} = 2.8 \text{ মি.}$$

$$= 36 \text{ মিটার} = 16 \text{ মিটার}$$

আবার যখন $x = \frac{16}{3}$ এবং $y = 18$ তখন

$$\text{দৈর্ঘ্য} = 3x \text{ মিটার এবং প্রস্থ} = 2y \text{ মিটার}$$

$$= 3 \cdot \frac{16}{3} \text{ মিটার} = 2.18 \text{ মিটার}$$

$$= 16 \text{ মিটার} = 36 \text{ মিটার}$$

\therefore প্রথম জমির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে ৩৬ মিটার ও ১৬ মিটার (Ans.)

গ. 'খ' থেকে পাই,

$$x = 12 \text{ এবং } y = 8$$

$$\therefore \text{দ্বিতীয় জমির দৈর্ঘ্য} = 4x \text{ মিটার}$$

$$= 4.12 \text{ মিটার} = 48 \text{ মিটার। (Ans.)}$$

$$\text{দ্বিতীয় জমির প্রস্থ} = 3y \text{ মিটার} = 3.8 \text{ মিটার} = 24 \text{ মিটার। (Ans.)}$$

$$\therefore \text{দ্বিতীয় জমির বেত্রফল} = (48 \cdot 24) \text{ বর্গমিটার}$$

$$= 1152 \text{ বর্গমিটার (Ans.)}$$

$$\text{" " " পরিসীমা} = 2(48 + 24) \text{ মিটার}$$

$$= 144 \text{ মিটার}$$

'খ' থেকে পাই,

$$\text{প্রথম জমির বেত্রফল} = 576 \text{ বর্গমিটার}$$

$$\text{" " " পরিসীমা} = 104 \text{ বর্গমিটার}$$

$$\therefore \text{প্রথম জমির বেত্রফল : দ্বিতীয় জমির বেত্রফল}$$

$$= 576 : 1152 = 1 : 2 \text{ (Ans.)}$$

$$\text{প্রথম জমির পরিসীমা : দ্বিতীয় জমির পরিসীমা}$$

$$= 104 : 144 = 13 : 18 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন-২ ▶ একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত ৪ : ৩ এবং বেত্রফল ৫৮৮ বর্গমিটার।

- ক. $3x : 4y = 5 : 9$ হলে $x : y$ নির্ণয় কর। ২
খ. বাগানটির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও কর্ণের অনুপাত নির্ণয় কর। ৪
গ. বাগানটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ ১০% বৃদ্ধি করলে বেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে? ৪



▶▶ ২নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

$$\text{ক. দেওয়া আছে, } \frac{3x}{4y} = \frac{5}{9}$$

$$\text{বা, } 27x = 20y$$

$$\text{বা, } \frac{x}{y} = \frac{20}{27}$$

$$\therefore x : y = 20 : 27 \text{ (Ans.)}$$

খ. দেওয়া আছে, বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত ৪ : ৩

মনে করি, দৈর্ঘ্য $4x$ মিটার এবং প্রস্থ $3x$ মিটার

$$\therefore \text{বেত্রফল} = (4x \cdot 3x) \text{ বর্গমিটার}$$

$$= 12x^2 \text{ বর্গমিটার}$$

$$\text{শর্তানুসারে, } 12x^2 = 588$$

$$\text{বা, } x^2 = \frac{588}{12}$$

$$\text{বা, } x^2 = 49$$

$$\text{বা, } x = 7$$

$$\therefore \text{বাগানটির দৈর্ঘ্য} = 4x \text{ মিটার} = 4.7 \text{ মিটার} = 28 \text{ মিটার}$$

$$\text{বাগানটির প্রস্থ} = 3.7 \text{ মিটার} = 21 \text{ মিটার}$$

$$\therefore \text{বাগানের কর্ণের দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(28)^2 + (21)^2} \text{ মিটার}$$

$$= \sqrt{784 + 441} \text{ মিটার}$$

$$= \sqrt{1225} \text{ মিটার}$$

$$= 35 \text{ মিটার}$$

∴ বাগানের দৈর্ঘ্য : প্রস্থ : কর্ণ = 28 : 21 : 35 = 4 : 3 : 5 (Ans.)

গ. 10% বৃদ্ধিতে বাগানের বর্তমান দৈর্ঘ্য = (28 + 28 এর 10%) মিটার

$$= \left(28 + 28 \times \frac{10}{100}\right) \text{ মিটার}$$

$$= (28 + 2.8) \text{ মিটার}$$

$$= 30.8 \text{ মিটার}$$

10% বৃদ্ধিতে বাগানের বর্তমান প্রস্থ = (21 + 21 এর 10%) মিটার

$$= \left(21 + \frac{21 \times 10}{100}\right) \text{ মিটার}$$

$$= (21 + 2.1) \text{ মিটার}$$

$$= 23.1 \text{ মিটার}$$

$$\text{বাগানের বর্তমান বেত্রফল} = (30.8 \times 23.1) \text{ বর্গমিটার}$$

$$= 711.48 \text{ বর্গমিটার।}$$

$$\text{বেত্রফল বৃদ্ধি} = (711.48 - 588) \text{ বর্গমিটার} = 123.48 \text{ বর্গমিটার}$$

$$\text{শতকরা বৃদ্ধি} = \left(\frac{123.48}{588} \times 100\right) \%$$

$$= 21\% \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন-৩ ▶ একটি ত্রিভুজের পরিসীমা 18 সে.মি.। বাহুগুলোর দৈর্ঘ্যের অনুপাত 3 : 4 : 5।

- ক. অনুপাতের সাধারণ রাশিকে x ধরে x এর মান নির্ণয় কর। ২
- খ. ত্রিভুজের বেত্রফল নির্ণয় কর। ৪
- গ. ত্রিভুজটির প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 2 সে.মি বাড়ানো হলে এর বেত্রফল এবং প্রদত্ত ত্রিভুজটির বেত্রফলের অনুপাত নির্ণয় কর। ৪

▶▶ ৩নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. মনে করি, বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3x, 4x এবং 5x.

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } 3x + 4x + 5x = 18$$

$$\text{বা, } 12x = 18$$

$$\text{বা, } x = \frac{18}{12}$$

$$\therefore x = 1.5 \text{ (Ans.)}$$

খ. 'ক' অংশ হতে প্রাপ্ত, $x = 1.5$

$$\therefore \text{বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য, } (3 \times 1.5) \text{ সে.মি.} = 4.5 \text{ সে.মি.}$$

$$(4 \times 1.5) \text{ সে.মি.} = 6 \text{ সে.মি.}$$

$$(5 \times 1.5) \text{ সে.মি.} = 7.5 \text{ সে.মি.}$$

$$\therefore \text{ত্রিভুজটির অর্ধপরিসীমা, } S = \frac{4.5 + 6 + 7.5}{2} \text{ সে.মি.}$$

$$= \frac{18}{2} \text{ সে.মি.} = 9 \text{ সে.মি.}$$

∴ ত্রিভুজটির বেত্রফল

$$= \sqrt{9(9 - 4.5)(9 - 6)(9 - 7.5)} \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= \sqrt{9 \times 4.5 \times 3 \times 1.5} \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= \sqrt{182.25} \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 13.5 \text{ বর্গ সে.মি. (Ans.)}$$

গ. ত্রিভুজটির বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য 2 সে.মি. বাড়ানো হলে, এর বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য হবে

$$(4.5 + 2) \text{ সে.মি} = 6.5 \text{ সে.মি.}$$

$$(6 + 2) \text{ সে.মি} = 8 \text{ সে.মি.}$$

$$(7.5 + 2) \text{ সে.মি} = 9.5 \text{ সে.মি.}$$

$$\therefore \text{ত্রিভুজটির অর্ধ-পরিসীমা} = \frac{6.5 + 8 + 9.5}{2} \text{ সে.মি.}$$

$$= \frac{24}{2} \text{ সে.মি.}$$

$$= 12 \text{ সে.মি.।}$$

∴ ত্রিভুজটির বেত্রফল

$$= \sqrt{12(12 - 6.5)(12 - 8)(12 - 9.5)} \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= \sqrt{12 \times 5.5 \times 4 \times 2.5} \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= \sqrt{660} \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 25.690 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

∴ ত্রিভুজদ্বয়ের বেত্রফলের অনুপাত = 13.5 : 25.690 (Ans.)

প্রশ্ন-৪ ▶ তিনজন জেলে 690 টি মাছ $\frac{2}{3} : \frac{4}{5} : \frac{5}{6}$ অনুপাতে ভাগ করলো।

- ক. অনুপাতগুলোকে পূর্ণসংখ্যা আকারে প্রকাশ কর। ২
- খ. প্রত্যেকে কতটি করে মাছ পেল? ৪
- গ. প্রতিটি মাছের দাম 50 টাকা হলে দেখাও যে, জেলেদের মাছের সংখ্যার অনুপাত ও দামের অনুপাত সমান। ৪

▶▶ ৪নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, তিনজন জেলের ভাগ করে নেওয়া মাছের অনুপাত $\frac{2}{3}$

$$: \frac{4}{5} : \frac{5}{6}$$

এখানে অনুপাতের হরগুলোর ল.সা.গু. 30

$$\therefore \frac{2}{3} : \frac{4}{5} : \frac{5}{6} = \left(\frac{2}{3} \times 30\right) : \left(\frac{4}{5} \times 30\right) : \left(\frac{5}{6} \times 30\right)$$

$$= 20 : 24 : 25 \text{ (Ans.)}$$

খ. 'ক' অংশ হতে পাই,

তিনজন জেলের 690টি মাছ ভাগ করে নেওয়ার অনুপাত 20 : 24 : 25

মনে করি, প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় জেলে পায় যথাক্রমে 20x, 24x ও 25xটি মাছ।

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } 20x + 24x + 25x = 690$$

$$\text{বা, } 69x = 690$$

$$\text{বা, } x = \frac{690}{69}$$

$$\therefore x = 10$$

$$\therefore \text{প্রথম জেলে পায়} = (20 \times 10) \text{ বা, } 200 \text{টি মাছ}$$

$$\text{দ্বিতীয় জেলে পায়} = (24 \times 10) \text{ বা, } 240 \text{টি মাছ}$$

$$\text{তৃতীয় জেলে পায়} = (25 \times 10) \text{ বা, } 250 \text{টি মাছ (Ans.)}$$

গ. 'খ' অংশ হতে পাই,

প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় জেলের প্রাপ্ত মাছের সংখ্যা যথাক্রমে 200টি, 240টি ও 250টি।

এখন, প্রতিটি মাছের দাম 50 টাকা হলে,

$$\text{প্রথম জেলের প্রাপ্ত মাছের মোট দাম} = (200 \times 50) \text{ টাকা}$$

$$= 10000 \text{ টাকা}$$

$$\text{দ্বিতীয় জেলের প্রাপ্ত মাছের মোট দাম} = (240 \times 50) \text{ টাকা}$$

$$= 12000 \text{ টাকা}$$

$$\text{এবং তৃতীয় জেলের প্রাপ্ত মাছের মোট দাম} = (250 \times 50) \text{ টাকা}$$

$$= 12500 \text{ টাকা}$$

∴ প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় জেলের প্রাপ্ত মাছের দামের অনুপাত

$$= 10000 : 12000 : 12500$$

$$= 100 : 120 : 125$$

$$= 20 : 24 : 25$$

যা 'ক' অংশ হতে প্রাপ্ত জেলেদের মাছের অনুপাতের সমান।

∴ জেলেদের মাছের সংখ্যার অনুপাত ও দামের অনুপাত সমান।

(দেখানো হলো)

প্রশ্ন-৫ ▶ একটি অফিসে ২ জন কর্মকর্তা, ৭ জন করণিক এবং ৩ জন পিওন আছে। একজন পিওন ১ টাকা পেলে একজন করণিক পায় ২ টাকা, একজন কর্মকর্তা পায় ৪ টাকা। তাদের সকলের মোট বেতন ১,৫০,০০০ টাকা।

- ক. সকলের বেতনের অনুপাত নির্ণয় কর। ২
খ. কে কত টাকা পাবে নির্ণয় কর। ৪
গ. কর্মকর্তার প্রাপ্য বেতন ১ : ৪ অনুপাতে বিভক্ত করে ১ম অংশ নিজের জন্য রেখে বাকি অংশ মা, ভাই ও বোনের মধ্যে ৩ : ২ : ১ অনুপাতে বিভক্ত করে দিলে কে কত পাবে? ৪

◀▶ ৬নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. একজন কর্মকর্তার বেতন : একজন করণিকের বেতন : একজন পিওনের বেতন = ৪ : ২ : ১

∴ ২ জন কর্মকর্তার বেতন : ৭ জন করণিকের বেতন : ৩ জন পিওনের বেতন = $(4 \times 2) : (2 \times 7) : (1 \times 3)$
= ৮ : ১৪ : ৩ (Ans.)

খ. 'ক' থেকে প্রাপ্ত অনুপাত = ৮ : ১৪ : ৩
অনুপাতসমূহের যোগফল = ৮ + ১৪ + ৩ = ২৫
সমানুপাতিক ভাগ = $\frac{150000}{25} = 6000$
কর্মকর্তার বেতন = (4×6000) টাকা = ২৪০০০ টাকা
করণিকের বেতন = (2×6000) টাকা = ১২০০০ টাকা
এবং পিওনের বেতন = (1×6000) টাকা = ৬০০০ টাকা
∴ কর্মকর্তা পাবে ২৪০০০ টাকা, করণিক পাবে ১২০০০ টাকা এবং পিওন পাবে ৬০০০ টাকা। (Ans.)

গ. এখানে, কর্মকর্তার বেতন = ২৪০০০ টাকা ['খ' থেকে]
∴ দেওয়া আছে, কর্মকর্তার প্রাপ্য বেতন ১ : ৪ অনুপাতে বিভক্ত করা হয়।
∴ অনুপাতের যোগফল = ১ + ৪ = ৫

∴ নিজের অংশ $\left(24000 \text{ এর } \frac{1}{5}\right)$ টাকা = ৪৮০০ টাকা

∴ বাকি অংশ $\left(24000 \text{ এর } \frac{4}{5}\right)$ টাকা = ১৯২০০ টাকা

আবার বাকি অংশ মা, ভাই ও বোনের মধ্যে ৩ : ২ : ১ অনুপাতে বিভক্ত করে দেয়।

∴ অনুপাতগুলোর যোগফল = ৩ + ২ + ১ = ৬

∴ মা পাবে $\left(19200 \text{ এর } \frac{3}{6}\right)$ টাকা = ৯৬০০ টাকা

ভাই পাবে $\left(19200 \text{ এর } \frac{2}{6}\right)$ টাকা = ৬৪০০ টাকা

এবং বোন পাবে $\left(19200 \text{ এর } \frac{1}{6}\right)$ টাকা = ৩২০০ টাকা

মা পাবে ৯৬০০ টাকা, ভাই পাবে ৬৪০০ টাকা এবং বোন পাবে ৩২০০ টাকা। (Ans.)

প্রশ্ন-৬ ▶ ক্রিকেট খেলায় সাকিব, তামিম ও মুশফিক একত্রে ২৭৬ রান করল। সাকিব, তামিম এবং তামিম, মুশফিকের রানের অনুপাত যথাক্রমে ৫ : ৬ এবং ২৪ : ২৫। বাংলাদেশ ক্রিকেট বোর্ড থেকে তারা একত্রে ২৯২৪০০০ টাকা পুরস্কার পেল।

- ক. অনুপাত দুইটিকে ধারাবাহিক অনুপাতে প্রকাশ কর। ২
খ. প্রত্যেকের রানের সংখ্যা কত? ৪
গ. পুরস্কারের টাকা এমনভাবে ভাগ করে দাও যেন সাকিব ৫ টাকা পেলে তামিম পায় ৪ টাকা। আবার তামিম ৩ টাকা পেলে মুশফিক পায় ৪ টাকা। ৪

◀▶ ৬নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. সাকিবের রান : তামিমের রান = ৫ : ৬ = ২০ : ২৪
তামিমের রান : মুশফিকের রান = ২৪ : ২৫
সাকিবের রান : তামিমের রান : মুশফিকের রান = ২০ : ২৪ : ২৫
নির্ণয় অনুপাত : ২০ : ২৪ : ২৫

খ. 'ক' থেকে তিনজনের রানের অনুপাত ২০ : ২৪ : ২৫
অনুপাতসমূহের যোগফল = ২০ + ২৪ + ২৫ = ৬৯

সাকিবের রান সংখ্যা $\left(276 \text{ এর } \frac{20}{69}\right) = 80$ রান

তামিমের রান সংখ্যা $\left(276 \text{ এর } \frac{24}{69}\right) = 96$ রান

মুশফিকের রান সংখ্যা $\left(276 \text{ এর } \frac{25}{69}\right) = 100$ রান

∴ সাকিবের রানসংখ্যা ৮০, তামিমের ৯৬ ও মুশফিকের ১০০। (Ans.)

গ. সাকিব ও তামিমের টাকার অনুপাত = ৫ : ৪ = ১৫ : ১২
তামিম ও মুশফিকের টাকার অনুপাত = ৩ : ৪ = ১২ : ১৬
সাকিব, তামিম ও মুশফিকের টাকার অনুপাত = ১৫ : ১২ : ১৬
অনুপাতসমূহের যোগফল = ১৫ + ১২ + ১৬ = ৪৩
এখন, তিনজনের একত্রে প্রাপ্ত টাকার পরিমাণ = ২৯২৪০০০ টাকা

∴ সাকিবের প্রাপ্ত টাকার পরিমাণ $\left(2924000 \text{ এর } \frac{15}{43}\right)$
= ১০,২০,০০০ টাকা

তামিমের টাকার পরিমাণ $\left(2924000 \text{ এর } \frac{12}{43}\right)$
= ৮,১৬,০০০ টাকা

মুশফিকের টাকার পরিমাণ $\left(2924000 \text{ এর } \frac{16}{43}\right)$
= ১০,৮৮,০০০ টাকা

সাকিবের প্রাপ্ত টাকা ১০,২০,০০০, তামিমের টাকা ৮,১৬,০০০ এবং মুশফিকের ১০,৮৮,০০০ টাকা। (Ans.)

প্রশ্ন-৭ ▶ একটি আয়তবেত্রের দৈর্ঘ্য x মিটার এবং প্রস্থ y মিটার। আয়তবেত্রটির দৈর্ঘ্য ১০% বৃদ্ধি এবং প্রস্থ ১০% হ্রাস পেলে—

- ক. দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি ও প্রস্থ হ্রাসের পরিমাণ কত? ২
খ. আয়তবেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর। ৪
গ. আয়তবেত্রের বেত্রফল শতকরা কত হ্রাস বা বৃদ্ধি পাবে? ৪

◀▶ ৭নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, আয়তবেত্রের দৈর্ঘ্য x মি. ও প্রস্থ y.

∴ বেত্রফল = xy বর্গ মি.

এখন, আয়তবেত্রটির দৈর্ঘ্য ১০% বৃদ্ধি পায়।

∴ দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির পরিমাণ (x এর ১০%) মি.

= $\left(x \text{ এর } \frac{10}{100}\right)$ মি.

= $\frac{10x}{100}$ মি.

= $\frac{x}{10}$ মি.

আয়তবেত্রটির প্রস্থ ১০% হ্রাস পায়।

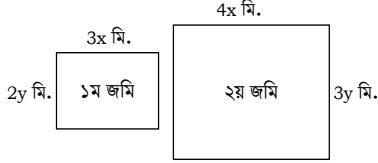
∴ প্রস্থ হ্রাসের পরিমাণ (y এর ১০%)

= $\left(y \text{ এর } \frac{10}{100}\right)$ মি.

= $\frac{10y}{100}$ মি.

= $\frac{y}{10}$ মি.

আয়তবেত্রটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির পরিমাণ $\frac{x}{10}$ মিটার এবং প্রস্থ হ্রাসের পরিমাণ $\frac{y}{10}$ মিটার। (Ans.)



- খ. ১ম জমির দৈর্ঘ্য = $3x$ মি.
১ম জমির প্রস্থ = $2y$ মি.
 \therefore ১ম জমির বৈশিষ্ট্য = $(3x \times 2y)$ বর্গমি. = $6xy$ বর্গমি.
প্রশ্নমতে, $6xy = 588$ ইহাই নির্ণেয় সমীকরণ। (Ans.)
- গ. ২য় জমির দৈর্ঘ্য = $4x$ মি.
২য় জমির প্রস্থ = $3y$ মি.
 \therefore ২য় জমির বৈশিষ্ট্য = $(4x \times 3y)$ বর্গমি.
 $= 12xy$ বর্গমি.
 $= 2.6xy$ বর্গমি.
 $= 2 \times 588$ বর্গমি. [‘খ’ অংশ হতে]
 $= 1176$ বর্গমি.
 \therefore বৈশিষ্ট্য বেশি = $(1176 - 588)$ বর্গমি.
 $= 588$ বর্গমি.

নির্ণেয় অপর জমির বৈশিষ্ট্য 1176 বর্গ মি. এবং 588 বর্গমি. বেশি।

প্রশ্ন-১০ ▶ রায়হানা বেগম মৃত্যুকালে 24075 টাকা রেখে মারা গেলেন। দাফন কার্বে 675 টাকা ব্যয় হলো। অবশিষ্ট টাকা স্বামী, মা এবং

কন্যাধরের মধ্যে $\frac{1}{4} : \frac{1}{6} : \frac{2}{3}$ অনুপাতে বিভক্ত হলো—

- ক. প্রদত্ত অনুপাতটিকে সরল অনুপাতে প্রকাশ কর। ২
খ. কন্যাধরের অংশ নির্ণয় কর। ৪
গ. প্রত্যেকের অংশ নির্ণয় কর এবং স্বামী ও মায়ের অংশের ব্যবধান কত? ৪

▶◀ ১০নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. প্রদত্ত অনুপাত = $\frac{1}{4} : \frac{1}{6} : \frac{2}{3}$
 $= \left(\frac{1}{4} \times 12\right) : \left(\frac{1}{6} \times 12\right) : \left(\frac{2}{3} \times 12\right)$
[12 দ্বারা গুণ করে]

$= 3 : 2 : 8$

নির্ণেয় সরল অনুপাত = $3 : 2 : 8$

- খ. এখানে, মোট অর্থ = 24075 টাকা
দাফন কার্বে ব্যয় = 675 টাকা
 \therefore অবশিষ্ট অর্থ = $(24075 - 675)$ টাকা = 23400 টাকা
‘ক’ থেকে প্রাপ্ত অনুপাত = $3 : 2 : 8$
 \therefore অনুপাতের সংখ্যাগুলোর যোগফল = $3 + 2 + 8 = 13$
 \therefore কন্যাধরের অংশ = 23400 টাকার $\frac{8}{13}$
 $= 1800 \times 8$ টাকা
 $= 14400$ টাকা। (Ans.)

গ. স্বামীর অংশ = 23400 টাকার $\frac{3}{13}$

$= 1800 \times 3$ টাকা
 $= 5400$ টাকা

মায়ের অংশ = 23400 টাকার $\frac{2}{13}$

$= 1800 \times 2$ টাকা
 $= 3600$ টাকা

এবং প্রত্যেক কন্যার অংশ = $\frac{14400}{2}$ টাকা = 7200 টাকা

\therefore স্বামী এবং মায়ের অংশের ব্যবধান

$= (5400 - 3600)$ টাকা = 1800 টাকা

\therefore স্বামীর 5400 টাকা, মার 3600 টাকা, প্রত্যেক কন্যার 7200 টাকা এবং ব্যবধান 1800 টাকা। (Ans.)



নির্বাচিত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান



প্রশ্ন-১১ ▶ একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্যের অনুপাত $3 : 4 : 5$.

- ক. ত্রিভুজের পরিসীমার সাথে বাহুর সম্পর্ক নির্ণয় কর এবং পরিসীমার সাথে বৈশিষ্ট্যের সম্পর্ক থাকলে দেখাও। ২
খ. ত্রিভুজটির পরিসীমা 36 সে.মি. হলে প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর এবং বৈশিষ্ট্য কত দেখাও। ৪
গ. বাহুসমূহের অনুপাত কোণত্রয়ের অনুপাতের সমান হলে কোণ তিনটি ডিগ্রিতে প্রকাশ কর। ত্রিভুজের অর্ধপরিসীমা বৃত্তের ব্যাসার্ধ হলে বৃত্তের বৈশিষ্ট্য ও ত্রিভুজের বৈশিষ্ট্যের অনুপাত বের কর। ৪

▶◀ ১১নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. ধরি, ত্রিভুজের অর্ধ পরিসীমা = s এবং বাহুত্রয় যথাক্রমে a, b ও c

\therefore পরিসীমা, $2s = a + b + c$

বা, $s = \frac{a + b + c}{2}$

আবার, ত্রিভুজের বৈশিষ্ট্য = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

ইহাই ত্রিভুজের পরিসীমার সাথে বৈশিষ্ট্যের সম্পর্ক।

খ. ‘ক’ অংশ থেকে পাই, $2s = a + b + c$

ধরি, ত্রিভুজের তিনটি বাহু যথাক্রমে $3x, 4x$ ও $5x$

$\therefore 2s = 3x + 4x + 5x$

বা, $2s = 12x$

বা, $36 = 12x$ [\because পরিসীমা, $2s = 36$ সে.মি.]

বা, $x = \frac{36}{12}$

$\therefore x = 3$

\therefore ত্রিভুজের বাহুত্রয় যথাক্রমে 9 সে.মি., 12 সে.মি. এবং 15 সে.মি.

আবার, অর্ধপরিসীমা $s = (36 \div 2)$ সে.মি. = 18 সে.মি.

‘ক’ অংশ থেকে পাই,

\therefore ত্রিভুজের বৈশিষ্ট্য

$= \sqrt{18(18-9)(18-12)(18-15)}$ বর্গ সে.মি.

$= \sqrt{18 \cdot 9 \cdot 6 \cdot 3}$ বর্গ সে.মি.

$= \sqrt{2916}$ বর্গ সে.মি. = 54 বর্গ সে.মি. (Ans.)

গ. প্রশ্নমতে, কোণত্রয়ের অনুপাত = $3 : 4 : 5$

ধরি, কোণত্রয় যথাক্রমে $3x, 4x$ ও $5x$

আমরা জানি, ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি = 180°

\therefore প্রশ্নমতে, $3x + 4x + 5x = 180^\circ$

বা, $12x = 180^\circ$

$\therefore x = 15^\circ$

\therefore ত্রিভুজের কোণত্রয় যথাক্রমে, $3x = 3 \times 15^\circ = 45^\circ$

$4x = 4 \times 15^\circ = 60^\circ$
 $5x = 5 \times 15^\circ = 75^\circ$
 প্রশ্নমতে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ, r = ত্রিভুজের অর্ধপরিসীমা
 $= 18$ সে.মি.

$$\therefore \text{বৃত্তের বেষত্রফল} = \pi r^2$$

$$= \pi \cdot 18^2 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 324\pi \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$\therefore \text{বৃত্তের বেষত্রফল : ত্রিভুজের বেষত্রফল} = 324\pi : 54$$

$$= 6\pi : 1 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন-১২ ▶ ক্রিকেট খেলায় সাকিব, মুশফিকুর ও মাশরাফী ১৭১ রান করল। সাকিব ও মুশফিকুরের এবং মুশফিকুর ও মাশরাফীর রান সংখ্যার অনুপাত ৩ : ২.

- ক. সাকিব, মুশফিকুর ও মাশরাফীর রান সংখ্যার ধারাবাহিক অনুপাত নির্ণয় কর। ২
- খ. সাকিব, মুশফিকুর ও মাশরাফীর রান সংখ্যা কত নির্ণয় কর। ৪
- গ. একটি ত্রিদেশীয় ক্রিকেট সিরিজে স্যামুয়েলস, গেইল, পুয়েল ১৮৩ রান করে। স্যামুয়েলস ও গেইল এবং গেইল ও পুয়েলের রানের অনুপাত ৫ : ৪। গেইল ও পুয়েলের মোট রান সংখ্যা এবং সাকিব ও মুশফিকুরের মোট রান সংখ্যার অনুপাত নির্ণয় কর। ৪

▶◀ ১২নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

- ক. সাকিবের রান : মুশফিকুরের রান = ৩ : ২ = ৯ : ৬
 মুশফিক : মাশরাফীর রান = ৩ : ২ = ৬ : ৪
 সাকিব : মুশফিক : মাশরাফীর রান = ৯ : ৬ : ৪ (Ans.)
- খ. 'ক' থেকে পাই,
 সাকিব : মুশফিক : মাশরাফীর রান = ৯ : ৬ : ৪
 অনুপাতগুলোর যোগফল = (৯ + ৬ + ৪) = ১৯
 সাকিবের রানের পরিমাণ = $\left(171 \text{ এর } \frac{9}{19}\right) = 81$ রান
 মুশফিকুরের রানের পরিমাণ = $\left(171 \text{ এর } \frac{6}{19}\right) = 54$ রান
 মাশরাফীর রানের পরিমাণ = $\left(171 \text{ এর } \frac{4}{19}\right) = 36$ রান
- গ. স্যামুয়েলস : গেইলের রান = ৫ : ৪ = ২৫ : ২০
 গেইলের রান : পুয়েলের রান = ৫ : ৪ = ২০ : ১৬
 \therefore স্যামুয়েলস : গেইল : পুয়েলের রান = ২৫ : ২০ : ১৬
 তিনজনের রানের অনুপাতের যোগফল = ২৫ + ২০ + ১৬ = ৬১
 গেইলের রান সংখ্যা = $\left(183 \text{ এর } \frac{20}{61}\right) = 60$ রান
 পুয়েলের রান সংখ্যা = $\left(183 \text{ এর } \frac{16}{61}\right) = 48$ রান
 গেইল ও পুয়েলের মোট রান সংখ্যা = ৬০ + ৪৮ = ১০৮
 সাকিব ও মুশফিকুরের মোট রান সংখ্যা = ৮১ + ৫৪ = ১৩৫
 \therefore গেইল ও পুয়েলের মোট রান : সাকিব ও মুশফিকুরের মোট রান
 $= 108 : 135 = 4 : 5 \text{ (Ans.)}$

প্রশ্ন-১৩ ▶ একটি কারখানার দৈনিক মজুরি, প্রতি দব শ্রমিকের ১৮০ টাকা ও অদব শ্রমিকের ১৫০ টাকা। মোট শ্রমিক সংখ্যা ২৫০ এবং দৈনিক মোট মজুরি ৩৯৬০০ টাকা।

- ক. ওপরের তথ্যের আলোকে সমীকরণ গঠন কর। ২
- খ. দব ও অদব শ্রমিকের দৈনিক মোট মজুরির অনুপাত নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রত্যেক অদব শ্রমিক তার বার্ষিক মজুরির ৫% প্রভিডেন্ট ফান্ডে জমা দেন এবং কারখানার মালিক সমপরিমাণ অর্থ উক্ত ফান্ডে জমা দিলে, ২০ বছর পর প্রত্যেক অদব শ্রমিকের ফান্ডে কত টাকা জমা হবে? ৪

▶◀ ১৩নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

- ক. মনে করি, দব শ্রমিক সংখ্যা = x
 অদব শ্রমিক সংখ্যা = y
 \therefore প্রতিজনের ১৮০ টাকা হিসেবে দব শ্রমিকদের দৈনিক মোট মজুরি
 $= 180x$ টাকা
 এবং " ১৫০ " " অর্থাৎ " " " " " " = $150y$ টাকা
 প্রশ্নমতে, $x + y = 250$ "
 এবং $180x + 150y = 39600$ (Ans.)
- খ. 'ক' থেকে, $x + y = 250$ (i)
 $180x + 150y = 39600$ (ii)
 (i) নং কে ১৫০ দ্বারা গুণ করে (ii) নং থেকে বিয়োগ করে পাই,
 $180x + 150y = 39600$
 $150x + 150y = 37500$
 $(-)$ $(-)$ $(-)$
 $30x = 2100$
 বা, $x = \frac{2100}{30}$
 $\therefore x = 70$ জন
 x এর মান (i) নং এ বসিয়ে, $70 + y = 250$
 বা, $y = 250 - 70$
 $\therefore y = 180$
 দব শ্রমিকদের দৈনিক মোট মজুরি = (70×180) টাকা
 $= 12600$ টাকা
 অদব শ্রমিকদের দৈনিক মোট মজুরি = (180×150) টাকা
 $= 27000$ টাকা
 \therefore দব ও অদব শ্রমিকদের দৈনিক মোট মজুরির অনুপাত
 $= 12600 : 27000$
 $= 126 : 270$
 $= 7 : 15 \text{ (Ans.)}$
- গ. দেওয়া আছে,
 প্রতি অদব শ্রমিকের দৈনিক মজুরি = ১৫০ টাকা
 \therefore প্রতি অদব শ্রমিকের বার্ষিক মজুরি = (150×365) টাকা
 $[\therefore 1 \text{ বছর} = 365 \text{ দিন}]$
 $= 54750$ টাকা
 প্রভিডেন্ট ফান্ডে জমা দেয় = ৫৪৭৫০ টাকা এর ৫%
 $= \left(54750 \times \frac{5}{100}\right)$ টাকা
 $= 2737.5$ টাকা।
 সুতরাং কারখানার মালিক জমা দিল = ২৭৩৭.৫ টাকা
 প্রত্যেক অদব শ্রমিকের প্রভিডেন্ট ফান্ডে
 ১ বছরে মোট জমা হলো = $(2737.5 + 2737.5)$ টাকা
 $= 5475$ টাকা
 \therefore ২০ বছর পর প্রত্যেক অদব শ্রমিকের ফান্ডে
 জমা হবে = 20×5475 টাকা
 $= 1,09,500$ টাকা (Ans.)

প্রশ্ন-১৪ ▶ মনে করি, আয়তবহরের দৈর্ঘ্য x এবং প্রস্থ y ।

?

- ক. আয়তবেত্রের বেত্রফল ও পরিসীমা নির্ণয়ের সূত্র লেখ। ২
খ. যদি $x = y$ হয় এবং বাহুর দৈর্ঘ্য ২০% বৃদ্ধি করা হয়।
তবে বেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে। ৪
গ. যদি আয়তবেত্রের দৈর্ঘ্য ১০% বৃদ্ধি করা হয় এবং প্রস্থ ১০% হ্রাস করা হয় তবে আয়তবেত্রের বেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি বা হ্রাস পাবে? ৪

▶◀ ১৪নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

- ক. আয়তবেত্রের বেত্রফল = (দৈর্ঘ্য \times প্রস্থ) বর্গ একক
আয়তবেত্রের পরিসীমা = $2(\text{দৈর্ঘ্য} + \text{প্রস্থ})$ একক
খ. $x = y$ হলে আয়তবেত্রটি বর্গবেত্র হবে।
ধরি, বর্গবেত্রের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য a একক।
 \therefore বর্গবেত্রটির বেত্রফল a^2 বর্গ একক।
২০% বৃদ্ধি পেলে প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য হয়
 $= (a + a \text{ এর } 20\%) \text{ একক}$
 $= \left(a + \frac{20a}{100}\right) \text{ একক} = \left(a + \frac{a}{5}\right) \text{ একক}$
 $= \frac{5a + a}{5} \text{ একক} = \frac{6a}{5} \text{ একক}$
এবেত্র, বৃদ্ধিকৃত বর্গবেত্রটির বেত্রফল $\left(\frac{6a}{5}\right)^2$ বর্গ একক
 $= \frac{36a^2}{25}$ বর্গ একক

$$\therefore \text{বেত্রফল বৃদ্ধি পায় } \left(\frac{36a^2}{25} - a^2\right) \text{ বর্গ একক}$$

$$= \left(\frac{36a^2 - 25a^2}{25}\right) \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{11a^2}{25} \text{ বর্গ একক}$$

$$\therefore \text{শতকরা বেত্রফল বৃদ্ধি} = \frac{\text{মোট বৃদ্ধি}}{\text{মূল বেত্রফল}} \times 100$$

$$= \frac{\frac{11a^2}{25}}{a^2} \times 100$$

$$= \frac{11a^2}{25} \times \frac{1}{a^2} \times 100$$

$$= 44$$

শতকরা বেত্রফল বৃদ্ধি পাবে ৪৪% (Ans.)

- গ. ধরি, আয়তবেত্রটির দৈর্ঘ্য = x একক এবং প্রস্থ = y একক
সুতরাং আয়তবেত্রটির বেত্রফল = xy বর্গ একক

$$\text{দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পায় } x \text{ এর } 10\% = \left(x \text{ এর } \frac{10}{100}\right) \text{ একক}$$

$$= \frac{x}{10} \text{ একক}$$

$$\text{প্রস্থ হ্রাস পায় } y \text{ এর } 10\% = \left(y \text{ এর } \frac{10}{100}\right) \text{ একক}$$

$$= \frac{y}{10} \text{ একক}$$

$$\therefore \text{নতুন আয়তবেত্রের দৈর্ঘ্য} = \left(x + \frac{x}{10}\right) \text{ একক}$$

$$= \frac{11x}{10} \text{ একক}$$

$$\text{এবং নতুন আয়তবেত্রের প্রস্থ} = \left(y - \frac{y}{10}\right) \text{ একক}$$

$$= \frac{9y}{10} \text{ একক}$$

$$\therefore \text{নতুন আয়তবেত্রের বেত্রফল} = \left(\frac{11x}{10} \times \frac{9y}{10}\right) \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{99xy}{100} \text{ বর্গ একক}$$

$$\text{বেত্রফল হ্রাস পায়} = \left(xy - \frac{99xy}{100}\right) \text{ বর্গ একক}$$

$$= \left(\frac{100xy - 99xy}{100}\right) \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{xy}{100} \text{ বর্গ একক}$$

$$\therefore \text{শতকরা বেত্রফল হ্রাস পায়} = \frac{\text{হ্রাস}}{\text{পূর্বের বেত্রফল}} \times 100$$

$$= \frac{\frac{xy}{100}}{xy}$$

$$= \frac{xy}{100} \times \frac{1}{xy} \times 100$$

$$= 1$$

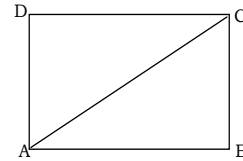
শতকরা বেত্রফল হ্রাস পায় ১% (Ans.)

প্রশ্ন-১৫ ▶ একটি আয়তাকার জমির দৈর্ঘ্য ও কর্ণের অনুপাত $\frac{1}{5} : \frac{1}{4}$ ।

- ক. কর্ণসহ জমিটি আঁক এবং প্রদত্ত অনুপাতটিকে $a : b$ আকারে প্রকাশ কর। ২
খ. জমিটির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও কর্ণের অনুপাত বের কর। ৪
গ. যদি আয়তাকার জমিটির বেত্রফল ১৯২ বর্গমি. হয় এবং একটি বর্গবেত্রের পরিসীমা যদি আয়তবেত্রের পরিসীমার সমান হয়, তবে বর্গবেত্রের বেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

▶◀ ১৫নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক.



মনে করি,

ABCD একটি আয়তাকার জমি যার কর্ণ AC।

$$\text{দৈর্ঘ্য ও কর্ণের অনুপাত} = \frac{1}{5} : \frac{1}{4}$$

$$= \frac{1}{5} \times 20 : \frac{1}{4} \times 20 \text{ [২০ দ্বারা গুণ করে]}$$

$$= 4 : 5 \text{ (Ans.)}$$

খ. 'ক' থেকে ধরি,

আয়তাকার জমিটির দৈর্ঘ্য, $AB = 4x$

কর্ণ, $AC = 5x$

এবং প্রস্থ = BC

$\triangle ABC$ থেকে,

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 [\because \angle B = 90^\circ]$$

$$\text{বা, } (5x)^2 = (4x)^2 + BC^2$$

$$\text{বা, } 25x^2 - 16x^2 = BC^2$$

$$\text{বা, } BC^2 = 9x^2$$

$$\therefore BC = 3x$$

$$\therefore \text{দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও কর্ণের অনুপাত} = 4x : 3x : 5x \\ = 4 : 3 : 5 \text{ (Ans.)}$$

গ. 'খ' থেকে,

$$ABCD \text{ আয়তাকার জমির বেত্রফল} = (4x \times 3x) \text{ বর্গমি.} \\ = 12x^2 \text{ বর্গমি.}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } 12x^2 = 192$$

$$\text{বা, } x^2 = 16 [12 \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\therefore x = 4$$

$$\therefore \text{আয়তাকার জমির পরিসীমা} = 2(4x + 3x) \text{ মি.}$$

$$= 14x \text{ মি.}$$

$$= 14 \times 4 \text{ মি.}$$

$$= 56 \text{ মি.}$$

$$\text{ধরি, বর্গবেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য} = a \text{ মি.}$$

$$\therefore \text{বর্গবেত্রের পরিসীমা} = 4a \text{ মি.}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } 4a = 56$$

$$\therefore a = 14$$

$$\therefore \text{বর্গবেত্রের বেত্রফল} = a^2 \text{ বর্গমিটার} = (14)^2 \text{ বর্গমিটার} \\ = 196 \text{ বর্গমিটার (Ans.)}$$



সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ



প্রশ্ন-১৬ ▶ একটি বাগানের বেত্রফল 11 এয়ার 76 বর্গমিটার। ঐ বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের সাথে অপর একটি বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত 4 : 3 এবং 3 : 2।

ক. বাগানের বেত্রফলকে বর্গমিটারে প্রকাশ কর। ২

খ. দ্বিতীয় বাগানের বেত্রফল নির্ণয় করে দেখাও যে, দ্বিতীয় বাগানের বেত্রফল প্রথম বাগানের বেত্রফলের অর্ধেক। ৪

গ. প্রথম বাগানের দৈর্ঘ্য 15% হ্রাস করলে বাগানের বেত্রফল কত হ্রাস বা বৃদ্ধি হবে নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : ক. 1176 বর্গমিটার; গ. 176.4 বর্গমিটার হ্রাস হবে।

প্রশ্ন-১৭ ▶ একটি ত্রিভুজের অর্ধপরিসীমা 24 সে.মি.। বাহুগুলোর দৈর্ঘ্যের অনুপাত 3 : 4 : 5।

ক. অনুপাতের সাধারণ রাশিকে x ধরে x এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. ত্রিভুজের বেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. ত্রিভুজের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 2 সে.মি. বাড়ানো হলে এর বেত্রফল এবং পদন্তু ত্রিভুজটির বেত্রফলের অনুপাত নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : ক. 9; খ. 96 বর্গ সে.মি.; গ. 1 : 1.778.

প্রশ্ন-১৮ ▶ মাতা ও কন্যার বর্তমান বয়সের সমষ্টি 60 বছর। 5 বছর পূর্বে তাদের বয়সের অনুপাত 7 : 3।

ক. বর্তমানে তাদের বয়সের অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ. মাতা ও কন্যার বর্তমান বয়স কত? ৪

গ. 10 বছর পরে মাতা ও কন্যার বয়সের অনুপাত যদি $\frac{a^2}{b^2}$ এর সমান হয়, প্রমাণ কর $\frac{(a+b)^2 + (a-b)^2}{(a+b)^2 - (a-b)^2} = \frac{4}{\sqrt{15}}$ ৪

উত্তর : ক. $7x + 5, 3x + 5$; খ. মাতার বর্তমান বয়স 40 বছর, কন্যার 20 বছর।

প্রশ্ন-১৯ ▶ একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত $\frac{1}{3} : \frac{1}{4}$ এবং বেত্রফল 588 বর্গ মিটার।

ক. $3x : 5y = 15 : 30$ হলে $x : y$ নির্ণয় কর। ২

খ. বাগানটির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও কর্ণের অনুপাত নির্ণয় কর। ৪

গ. বাগানটি দৈর্ঘ্যে ও প্রস্থে 10% বৃদ্ধি পেলে বেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে? ৪

উত্তর : ক. 5 : 6; খ. 4 : 3 : 5; গ. 21%



অধ্যায় সমন্বিত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান



প্রশ্ন-২০ ▶ একটি আয়তবেত্রের দৈর্ঘ্য 10% বৃদ্ধি ও প্রস্থ 10% হ্রাস পায়। আয়তবেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে x ও y।



ক. আয়তবেত্রটির বৃদ্ধিপ্ৰাপ্ত দৈর্ঘ্য x এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. আয়তবেত্রটির বেত্রফল কত হ্রাস পায়? ৪

গ. হ্রাসকৃত বেত্রফলটি শতকরায় প্রকাশ কর। যদি আয়তবেত্রের প্রস্থ 10% হ্রাস না পেয়ে বৃদ্ধি পেত তবে

বেত্রফল কত বৃদ্ধি পেল?

৪

▶▶ ২৩নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. মনে করি, আয়তবেত্রের দৈর্ঘ্য x একক এবং প্রস্থ y একক

দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পায় x এর $10\% = \left(x \times \frac{10}{100}\right)$ একক $= \frac{x}{10}$ একক

∴ নতুন দৈর্ঘ্যের পরিমাণ $\left(x + \frac{x}{10}\right)$ একক $= \frac{11x}{10}$ একক

খ. 'ক' অংশ হতে পাই, আয়তবেত্রের দৈর্ঘ্য x একক ও প্রস্থ y একক

∴ বেত্রফল $= xy$ বর্গ একক

এবং বৃদ্ধি প্রাপ্ত দৈর্ঘ্যের পরিমাণ $= \frac{11x}{10}$ একক

আবার, প্রস্থ হ্রাস পায় y এর $10\% = \left(y \times \frac{10}{100}\right)$ একক $= \frac{y}{10}$ একক

∴ হ্রাস প্রাপ্ত প্রস্থের পরিমাণ $\left(y - \frac{y}{10}\right)$ একক $= \frac{9y}{10}$ একক

∴ নতুন বেত্রফলের পরিমাণ $\left(\frac{11x}{10} \times \frac{9y}{10}\right)$ বর্গ একক
 $= \frac{99xy}{100}$ বর্গ একক

∴ বেত্রফল হ্রাস পায় $\left(xy - \frac{99xy}{100}\right)$ বর্গ একক
 $= \left(\frac{100xy - 99xy}{100}\right)$ বর্গ একক
 $= \frac{xy}{100}$ বর্গ একক (Ans.)

গ. 'খ' অংশ হতে পাই, বেত্রফল হ্রাস পায় $\frac{xy}{100}$ বর্গ একক এবং পূর্বের বেত্রফল $= xy$ বর্গ একক।

∴ হ্রাসকৃত বেত্রফলের শতকরা পরিমাণ

$= \left(\frac{\text{হ্রাস পাওয়া বেত্রফল}}{\text{পূর্বের বেত্রফল}} \times 100\right)\% = \left(\frac{\frac{xy}{100}}{xy} \times 100\right)\% = 1\%$

আয়তবেত্রের প্রস্থ যদি 10% বৃদ্ধি পেত তাহলে,

প্রস্থ বৃদ্ধি হত y এর $10\% = \left(y \times \frac{10}{100}\right)$ একক $= \frac{y}{10}$ একক

∴ নতুন প্রস্থ হতো $= \left(y + \frac{y}{10}\right)$ একক $= \frac{11y}{10}$ একক

আবার, 'ক' অংশ হতে পাই,

10% বৃদ্ধিতে আয়তবেত্রের দৈর্ঘ্যের পরিমাণ হয় $\frac{11x}{10}$ একক

∴ বেত্রফল হতো $= \left(\frac{11x}{10} \times \frac{11y}{10}\right)$ বর্গ একক $= \frac{121xy}{100}$ বর্গ একক

∴ বেত্রফল বৃদ্ধি পেত $= \left(\frac{121xy}{100} - xy\right)$ বর্গ একক
 $= \frac{121xy - 100xy}{100}$ বর্গ একক
 $= \frac{21xy}{100}$ বর্গ একক (Ans.)

প্রশ্ন-২৪ ▶ একটি ত্রিভুজের পরিসীমা ৪৫ সে.মি.। এর বাহুগুলোর দৈর্ঘ্যের অনুপাত ৩ : ৫ : ৭.

ক. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর এবং কোণ ভেদে ত্রিভুজটি কোন ধরনের তা লেখ। ২

খ. ত্রিভুজটির বৃহত্তর বাহুকে দৈর্ঘ্য এবং ক্ষুদ্রতর বাহুকে প্রস্থ ধরে অঙ্কিত আয়তবেত্রের কর্ণের সমান বাহুবিশিষ্ট বর্গের বেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. খ থেকে প্রাপ্ত আয়তবেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ উভয়ে 10%

বৃদ্ধি পেলে এর বেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে? ৪

▶▶ ২৪নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

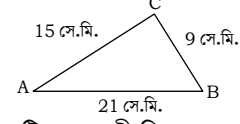
ক. মনে করি, ত্রিভুজের বাহুগুলো $3x$, $5x$ ও $7x$ ।

প্রশ্নমতে, $3x + 5x + 7x = 45$

বা, $15x = 45$

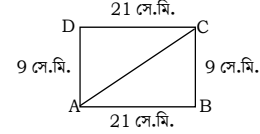
∴ $x = 3$

∴ বাহুগুলো ৯ সে.মি. ১৫ সে.মি. ও ২১ সে.মি.।



কোণভেদে ত্রিভুজটি স্থূলকোণী ত্রিভুজ কারণ $\angle ACB$ স্থূলকোণ।

খ. 'ক' থেকে প্রাপ্ত বাহুগুলোর মধ্যে বৃহত্তর বাহু = ২১ সে.মি. এবং ক্ষুদ্রতর বাহু = ৯ সে.মি.



উপরিউক্ত অঙ্কিত আয়তবেত্রের দৈর্ঘ্য, $AB = CD = 21$ সে.মি.

ও প্রস্থ, $AD = BC = 9$ সে.মি.

∴ আয়তবেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য, $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2}$ সে.মি.
 $= \sqrt{21^2 + 9^2}$ সে.মি.
 $= \sqrt{441 + 81}$ সে.মি.
 $= \sqrt{522}$ সে.মি.

AC কে একটি বর্গবেত্রের বাহু ধরলে, ঐ বর্গবেত্রের বেত্রফল

$= AC^2$ বর্গ একক

$= (\sqrt{522})^2$ বর্গ একক

$= 522$ বর্গ সে.মি. (Ans.)

গ. 'খ' হতে প্রাপ্ত,

আয়তবেত্রটির দৈর্ঘ্য = ২১ সে.মি.

" " প্রস্থ = ৯ সে.মি.

∴ আয়তবেত্রের বেত্রফল $= (21 \times 9)$ বর্গ সে.মি.

$= 189$ বর্গ সে.মি.

দৈর্ঘ্য 10% বৃদ্ধি পেলে আয়তবেত্রটির নতুন দৈর্ঘ্য হবে

$= (21 + 21 \text{ এর } 10\%)$ সে.মি.

$= \left(21 + 21 \text{ এর } \frac{10}{100}\right)$ সে.মি.

$= 23.1$ সে.মি.

প্রস্থ 10% বৃদ্ধি পেলে আয়তবেত্রটির নতুন প্রস্থ হবে

$= (9 + 9 \text{ এর } 10\%)$ সে.মি.

$= \left(9 + 9 \text{ এর } \frac{10}{100}\right)$ সে.মি.

$= 9.9$ সে.মি.

∴ আয়তবেত্রের নতুন বেত্রফল হবে $= (23.1 \times 9.9)$ বর্গ সে.মি.

$= 228.69$ বর্গ সে.মি.

∴ বেত্রফল বৃদ্ধি পাবে $= (228.69 - 189)$ বর্গ সে.মি. $= 39.69$ বর্গ সে.মি.

∴ শতকরা বেত্রফল বৃদ্ধি পাবে $= \frac{\text{বৃদ্ধিকৃত বেত্রফল}}{\text{মূল বেত্রফল}} \times 100\%$

$= \frac{39.69}{189} \times 100\%$

$= 21\%$ (Ans.)

