

---

# Synthèse de contrôleur discret

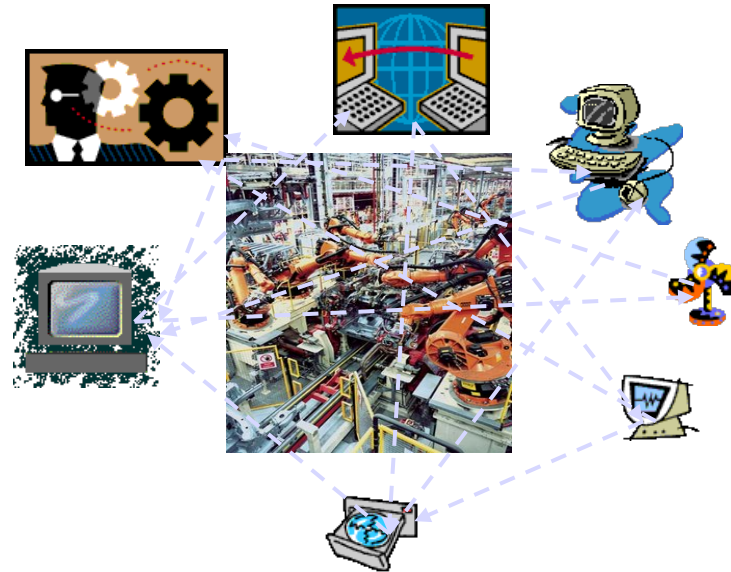
**Hassane ALLA**  
hassane.alla@gipsa-lab.fr



grenoble  
image  
parole  
signal  
automatique

# Contrôle des systèmes industriels

---



**Essais et corrections successives**  
**Coûteux et approximatifs**

# Contrôle des systèmes critiques

---



**Conception du système de  
commande doit garantir la sécurité**

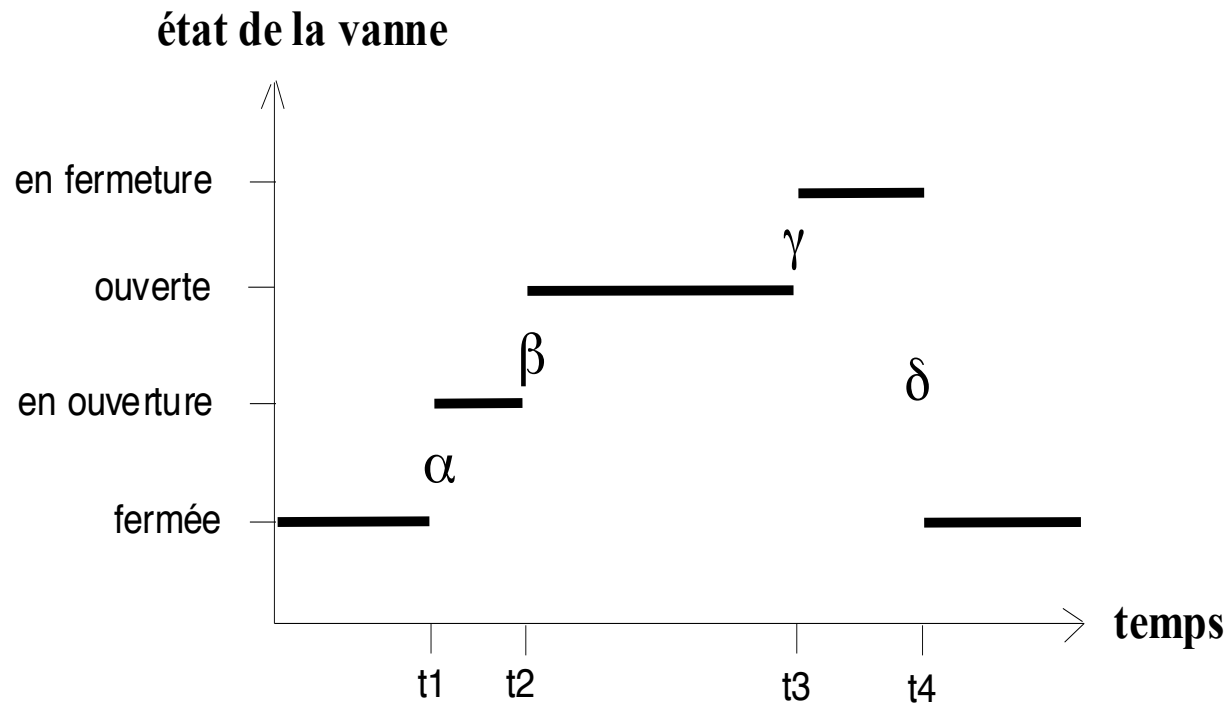
**Méthodes et Outils formels aidant à  
la conception  
de systèmes de commande**

## Systemes à événements discrets (SED)

---

Espace d'états discrets

- évolution par occurrence d'événements
- événements : asynchrones et instantanés



Outils de modélisation

- Automates
- Réseaux de Petri

---

# Commande des systèmes à événements discrets

**Professeur W. M. WONHAM**

Department of Electrical and Computer Engineering  
University of Toronto, 10 King's College Road  
Toronto, Ontario M5S 1A4, Canada

<http://odin.control.toronto.edu/DES/>

# Introduction

---

- **Motivation et objectif de la commande des SED**

*Développer des techniques formelles pour garantir :*

- *le respect des cahiers de charges*
- *la sûreté de fonctionnement des systèmes automatisés*

- **Approches utilisées**

- *Théorie des automates et langages formels*
- *Réseaux de Petri*
- *Théorie des jeux*
- *Algèbres des dioïdes*

# Introduction

---

- **SED :** - espace d'états discret  
- évolution par occurrence d'évènements

- **Théorie de la commande par supervision**

**Objectif :**

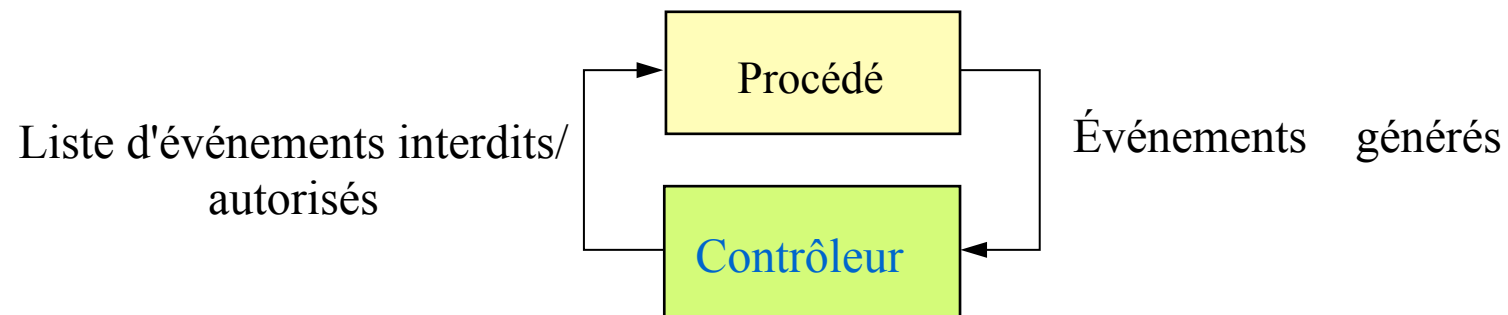
**- Synthèse de loi de commande**

# Commande par Supervision

---

- Théorie initiée par Ramadge & Wonham

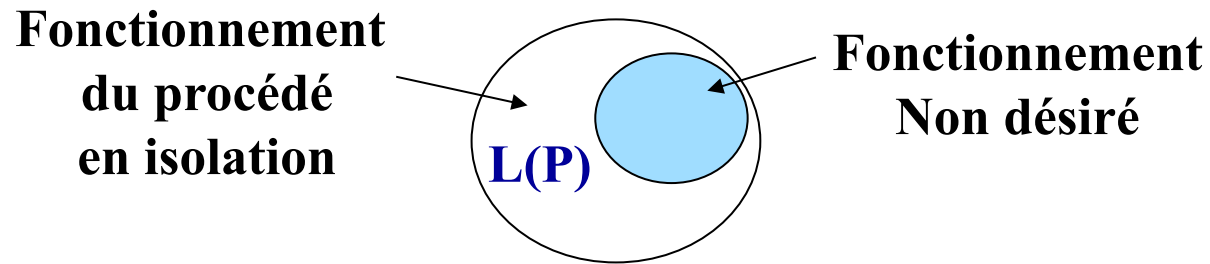
Schéma fonctionnel :





# Commande par Supervision

---

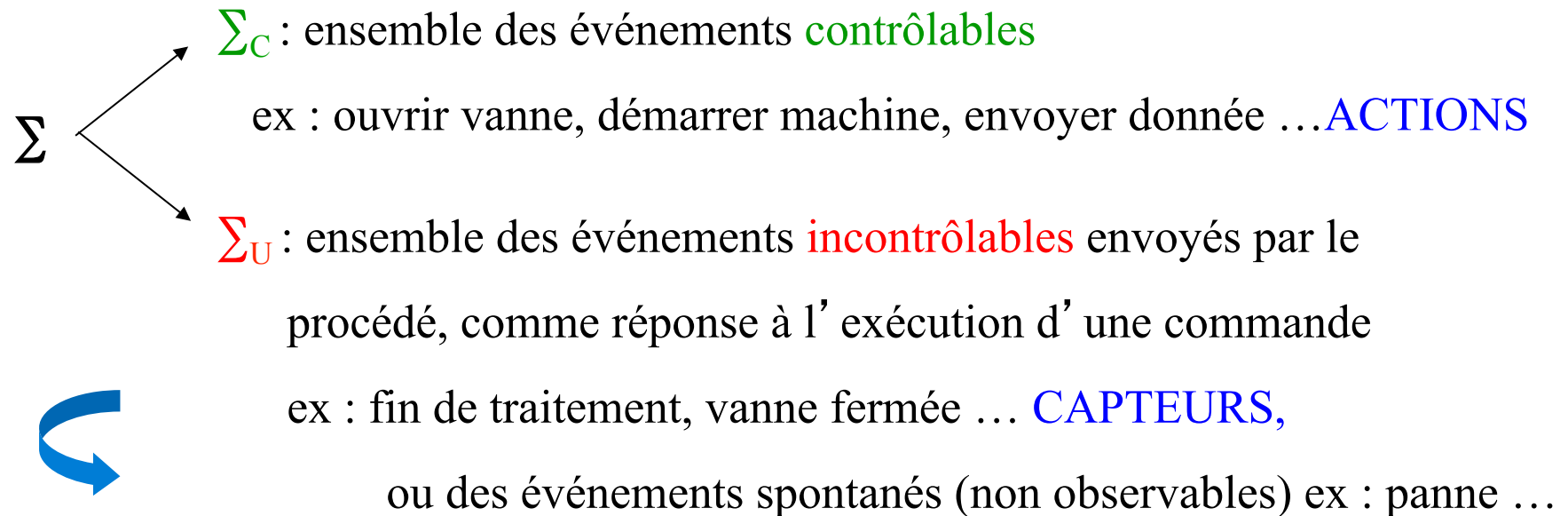


- Séquence physiquement possible  $\neq$  Séquence désirée
- Objectifs de la commande d'un SED :
  - Interdire le fonctionnement non désiré
  - Garantir au SED un comportement libre au maximum dans le fonctionnement désiré.

# Commande par Supervision

---

- Structure de contrôle : Partition de l'alphabet



- 👉 Une loi de commande : autorisation ou interdiction d'événement
- 👉 Le **Contrôleur** n'a l'habilité que d'agir sur les événements contrôlables

# Commande par Supervision

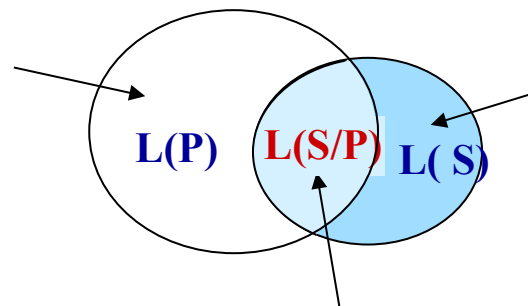
---

**Objectif : Satisfaire des spécifications logiques.**

**Fonctionnement en boucle fermée =**

**Fonctionnement du procédé couplé à son contrôleur**

**Fonctionnement  
du procédé  
en isolation**

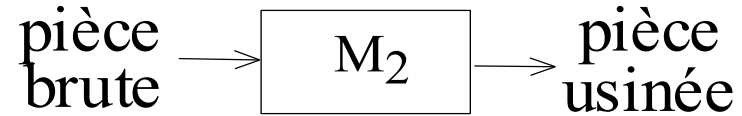
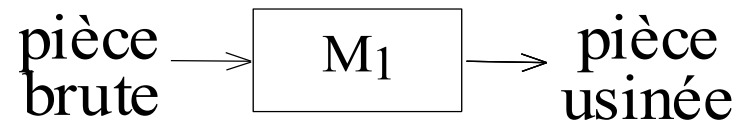


**Spécifications  
(Contraintes)**

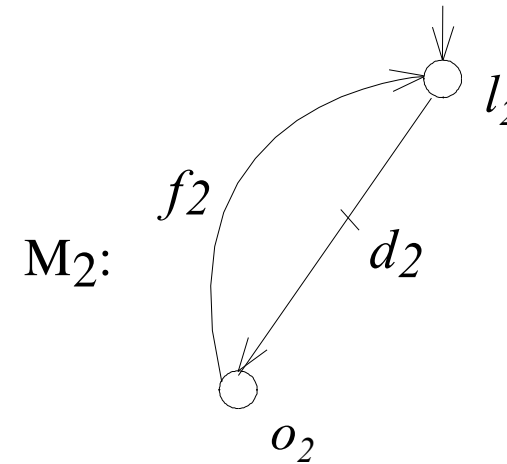
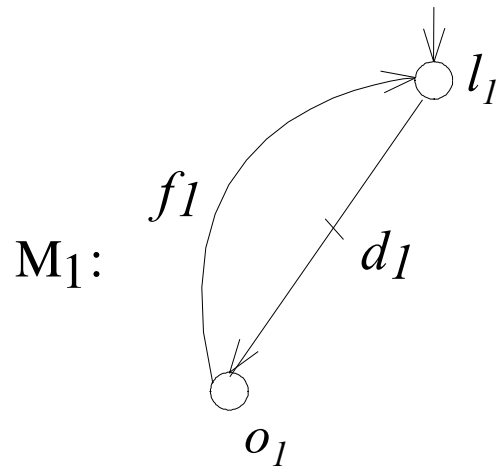
**Fonctionnement désiré en boucle fermée**

# Système manufacturier

---



un système manufacturier



Modèle des machines  $M_1$  et  $M_2$ .

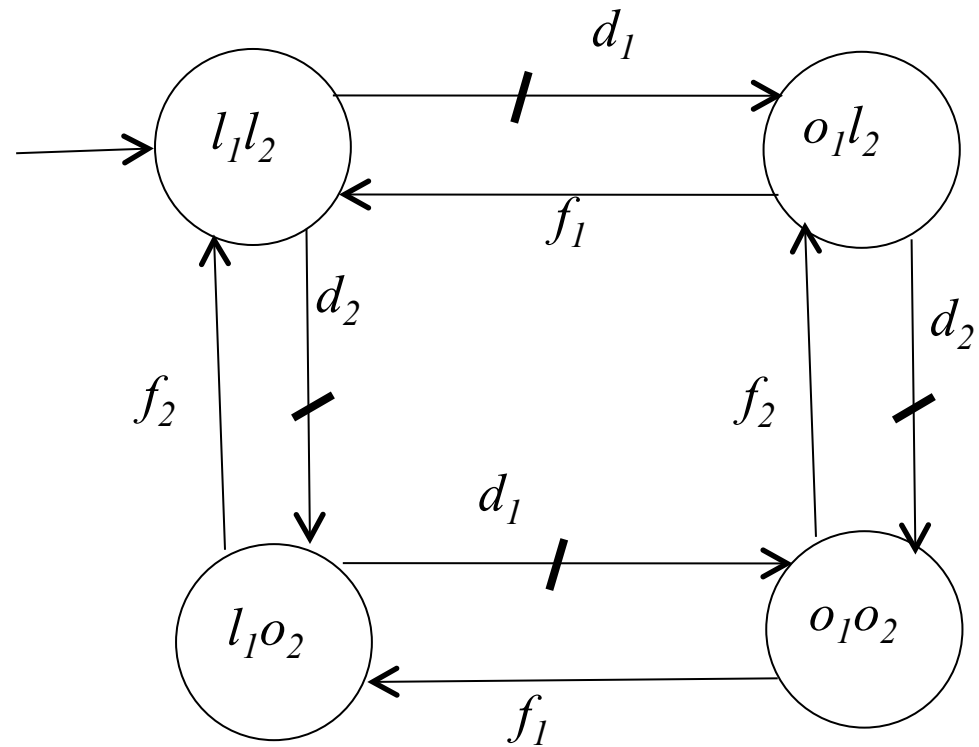
•  $\Sigma_c = \{d_1, d_2\}$   
Événements  
contrôlables

•  $\Sigma_u = \{f_1, f_2\}$   
Événements  
incontrôlables

# Modèle du procédé

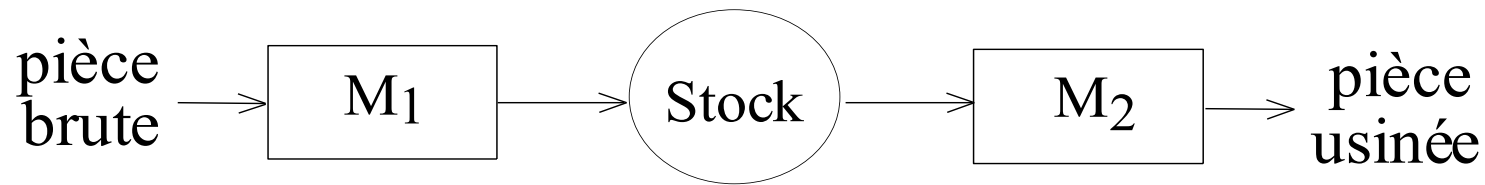
---

***P***:

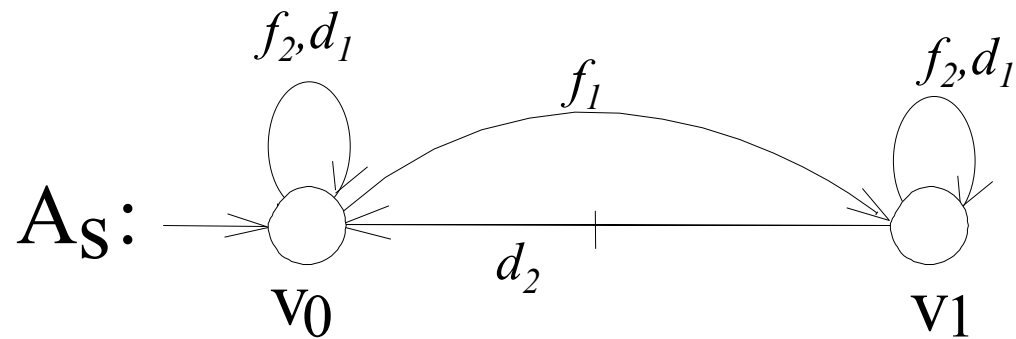


# Spécifications

---



Système manufacturier sous la contrainte de stock limité à 1 et de gamme  $M_1$  suivie de  $M_2$ .

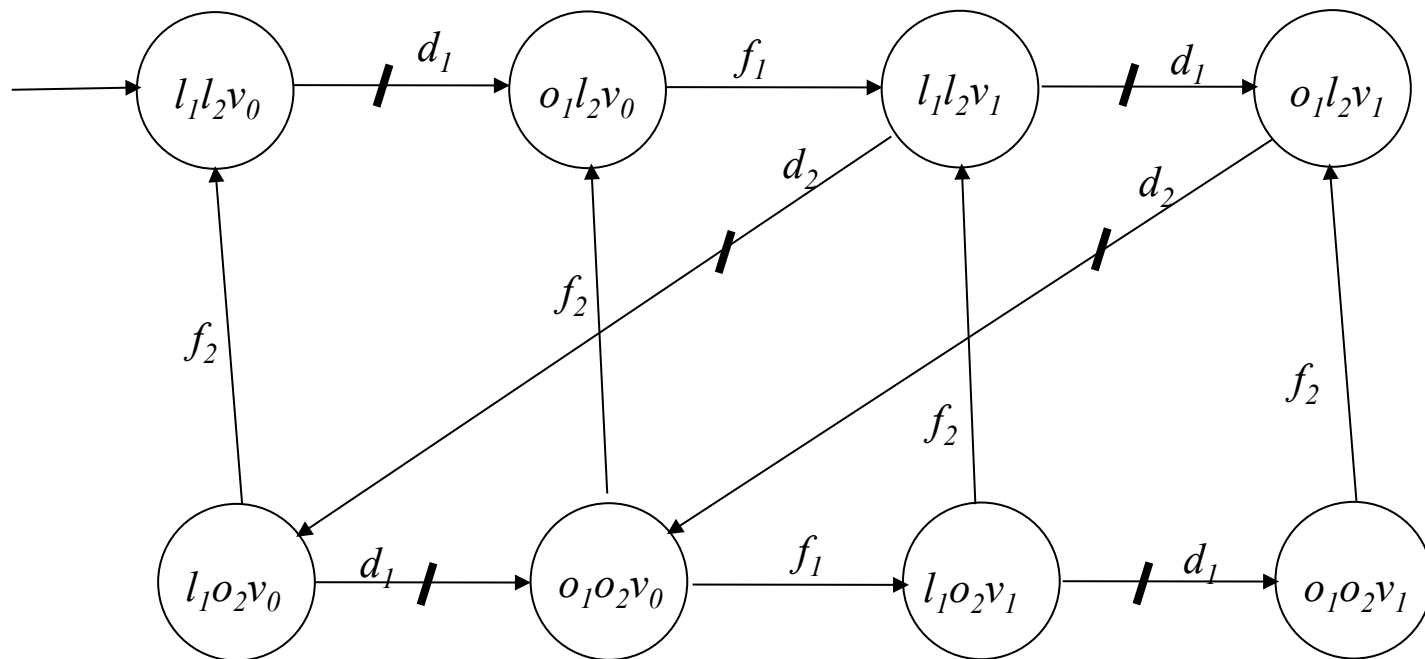


Modèle de la spécification  
*conçu indépendamment du procédé*

# Fonctionnement en boucle fermée désiré

---

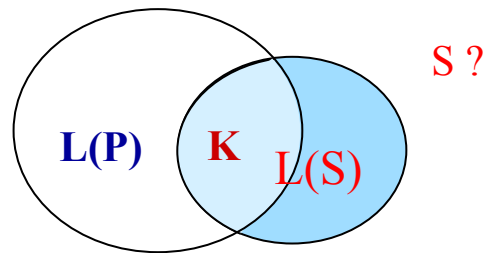
$$M = P \parallel_s A_S$$



# Concept de contrôlabilité

---

**Problème** : Etant donné un SED  $P$  (fonctionnement  $L(P)$ ),  
A quelles conditions existe-t-il un contrôleur  $C$  tel que le système  
commandé ait un comportement en boucle fermée  $L(C/P) = K$  pour  $K$  fixé ?



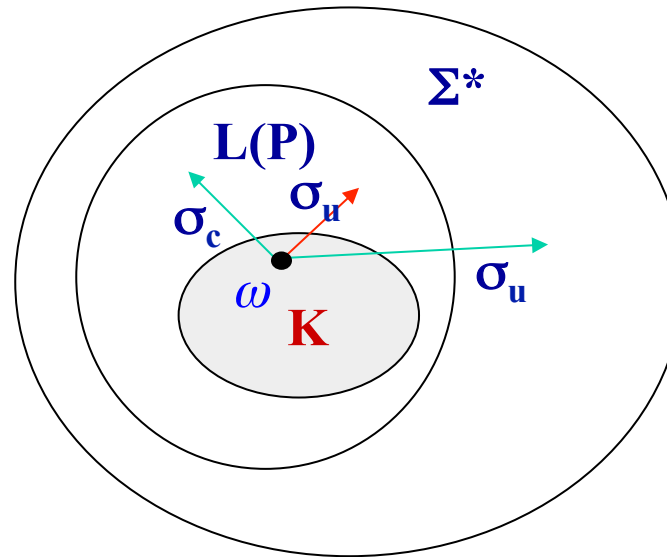


# Concept de contrôlabilité

---

**Définition :** Le langage  $K \subset \Sigma^*$  est dit contrôlable par rapport à un langage  $L(P)$  si :

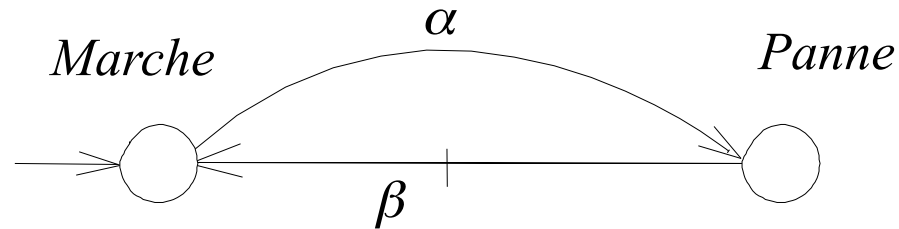
$$K.\Sigma_u \cap L(P) \subset K$$



# Concept de contrôlabilité : Exemple

---

Procédé : Machine pouvant tomber en panne



$$L(P) = (\alpha\beta^*) (\varepsilon + \alpha) = \\ \varepsilon + \alpha + \alpha\beta + \alpha\beta\alpha + \\ \alpha\beta\alpha\beta + \dots$$

$$\text{Soit } K = \varepsilon + \alpha + \alpha\beta$$

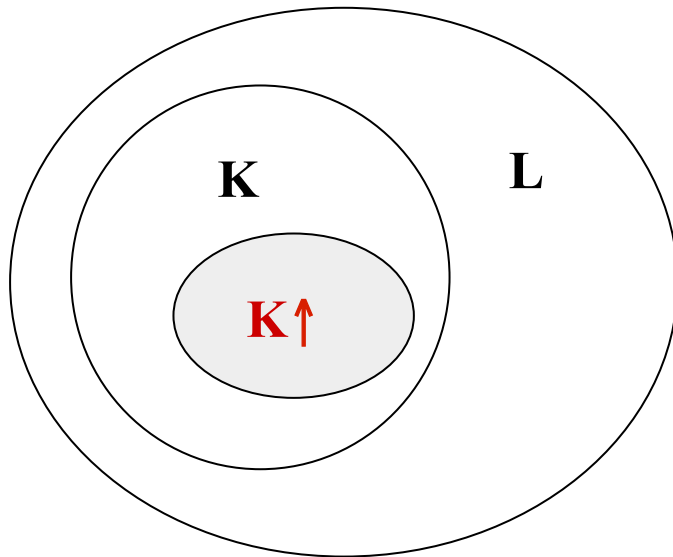
$K$  est-il contrôlable par  
rapport à  $L(P)$  ? **NON**

# Résultats fondamentaux

---

**Proposition 1 :** Pour tout  $K \subset L(P)$  clos préfixiellement , Il existe un contrôleur  $C$  tel que  $L(C/P) = K$  si et seulement si  $K$  est et contrôlable.

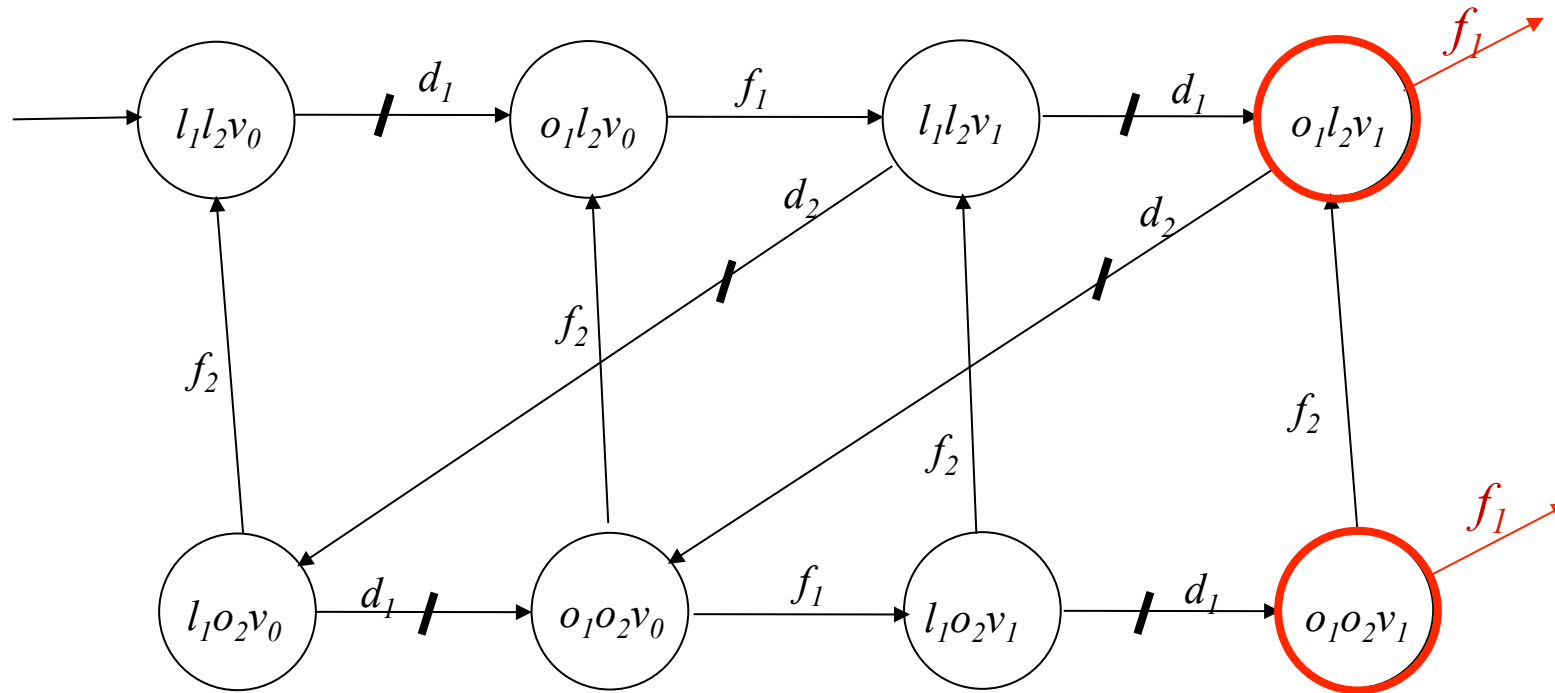
**Proposition 2 :** Si  $K \subset L(P)$  n'est pas contrôlable, Il existe un sous-langage de  $K$  contrôlable maximal  $K \uparrow$ .



Machine

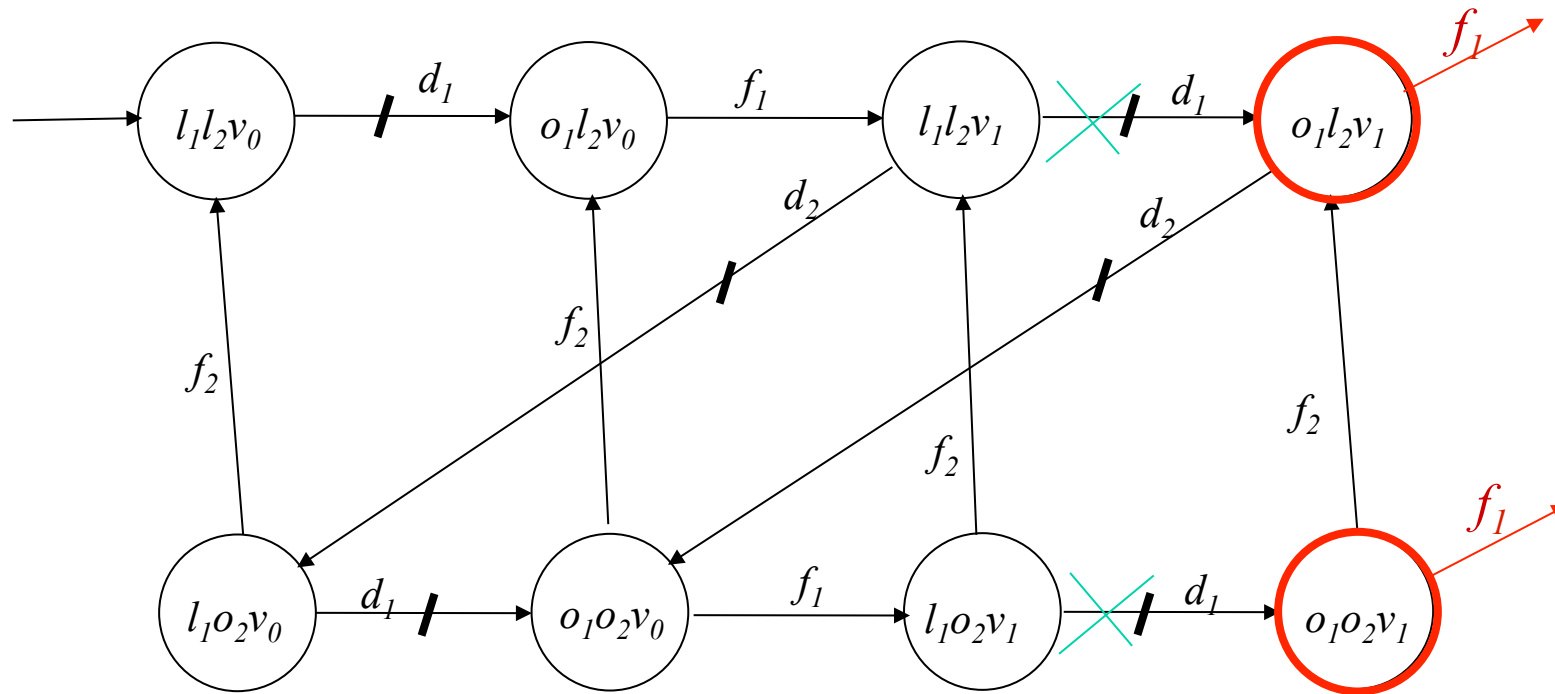
Soit  $K \uparrow = \varepsilon + \alpha$

## Exemple de synthèse



Le langage généré par cette stratégie n' est pas contrôlable par rapport à  $L(P)$  :  
 Car soit  $\omega = d_1f_1d_1$ ,  $\omega.f_1 \in L(p)$  *mais*  $\omega.f_1 \notin L(A_S)$

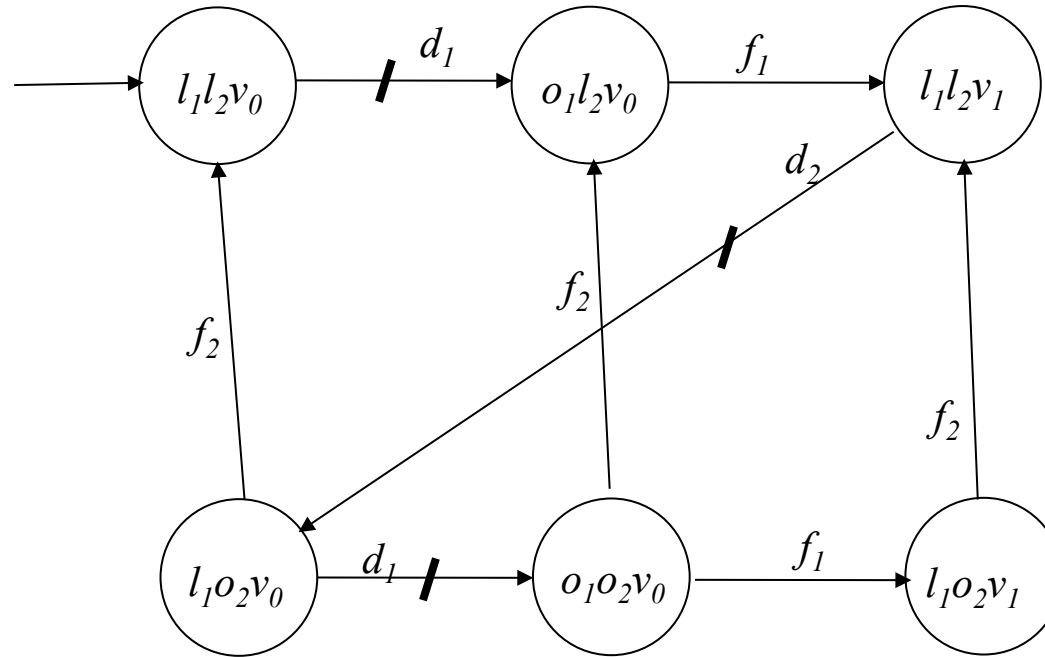
Cette commande en boucle fermée n' est pas possible.



On supprime les états qui ne sont pas atteignables et les arcs correspondants.

# Le contrôleur

---

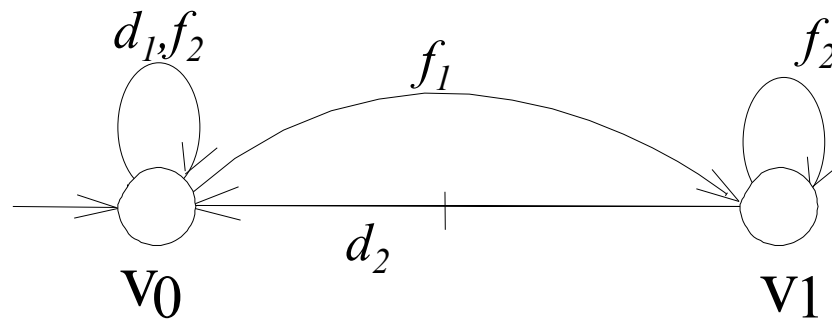


Le langage généré par cette stratégie est contrôlable par rapport à  $L(P)$

Cette commande en boucle fermée est implémentable

## Le contrôleur : une solution plus simple

---



Stratégie de production *avant service*

# Conclusion

---

→ Méthode formelle de synthèse de contrôleurs :

- Garantit à priori le respect des spécifications tout en laissant le fonctionnement bouclé le plus libre possible

→ *Contrôleur maximal permissif*

- Permet d' éviter toute simulation
- Inconvénient majeur : explosion du nombre d' états



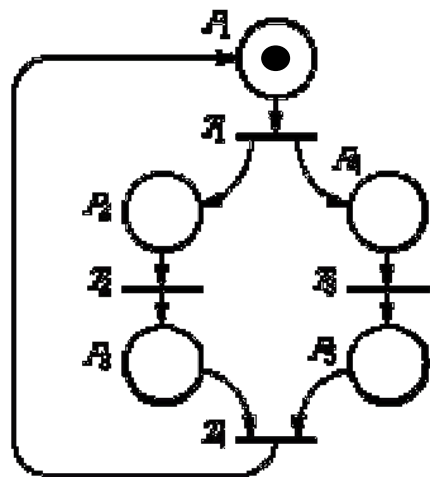
---

# **Synthèse de contrôleur basée Sur les réseaux de Petri**

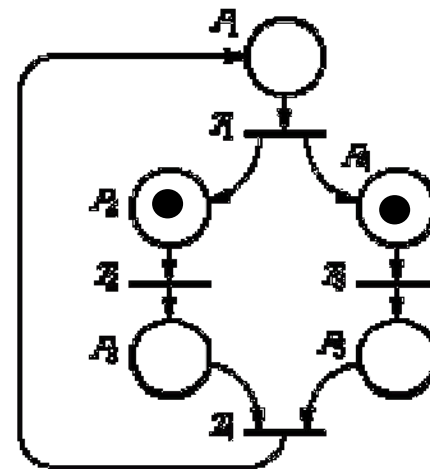
**K. Yamalidou, J. O. Moody, M. Lemmon and P. Antsaklis,  
“*Feedback Control of Petri Nets Based on Place Invariants*”,  
Automatica, Vol. 32, No. 1, pp. 15-28, 1996.**

# Le réseau de Petri (RdP)

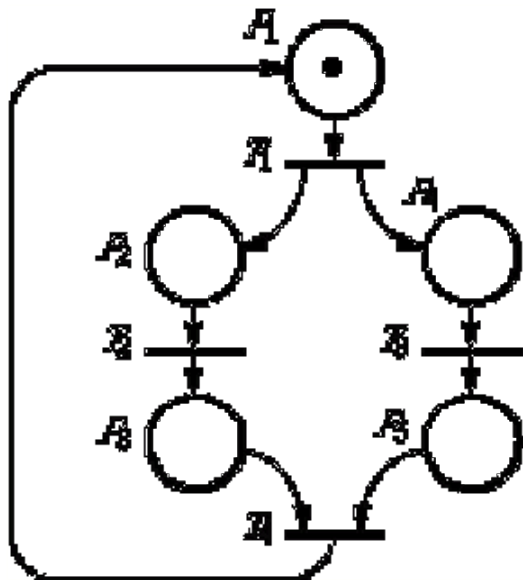
---



Franchissement de  $T_1$



# Matrice d' incidence d' un RdP



$$W = \begin{bmatrix} T_1 & T_2 & T_3 & T_4 \\ -1 & 0 & 0 & +1 \\ +1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & +1 & 0 & -1 \\ +1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & +1 & -1 \end{bmatrix} \begin{matrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \end{matrix}$$

# Commande basée sur les invariants de marquage

---

Une méthode pour construire un contrôleur en boucle fermée d' un SED modélisé par RdP.

➤ Le concepteur désire imposer un ensemble de contraintes linéaires sur le marquage du RdP.

**C' est la stratégie du contrôle**

➤ Le calcul est basé sur le concept d' invariants de marquage.

# Approche

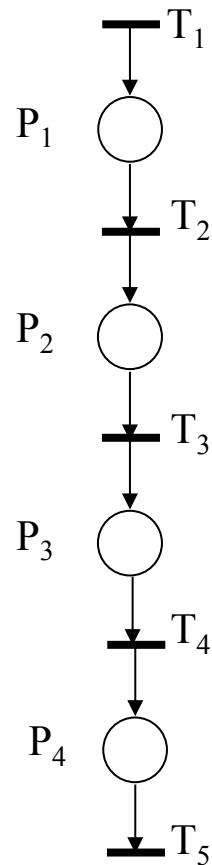
---

- Le système à commander est un RdP,  $W_p$  Matrice d' incidence
- Le rôle du Contrôleur est de forcer le procédé à respecter certaines contraintes imposées à son comportement

**Contrôleur** : RdP,  $W_c$  Matrice d' incidence

# Exemple

---



*Stratégie de contrôle :*

$$M(P_1) + M(P_2) \leq 1 \quad \text{et} \quad M(P_2) + M(P_3) \leq 1.$$

# Résultat de base

---

Modèle du Procédé  $W_p$   
Contrôleur  $W_c$  ??

$$W = \begin{bmatrix} W_p \\ W_c \end{bmatrix} \quad \text{Matrice d' incidence du système commandé}$$

Les contraintes sont données par :  $Lm_p \leq b$

Idée : Créer l' invariant

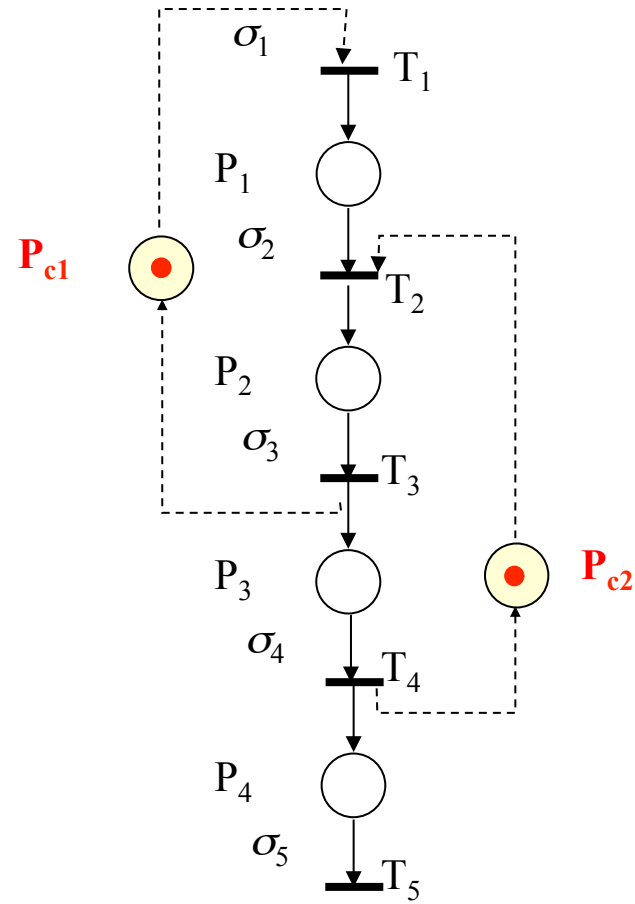
$$Lm_p + m_c = b$$

Le RdP de contrôleur est donnée par :

$$W_c = - L W_p$$

# Le contrôleur

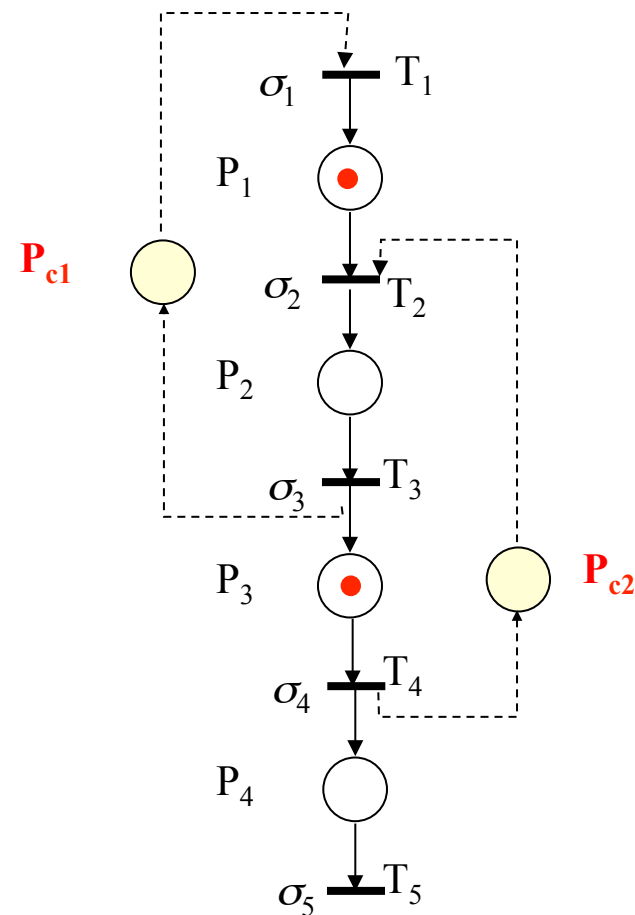
---





# Problème de la contrôlabilité

---



*Que se passe-t-il si par exemple,  
 $\sigma_2$  n'est pas contrôlable ?*

**Solution :** Il faut remonter les chemins

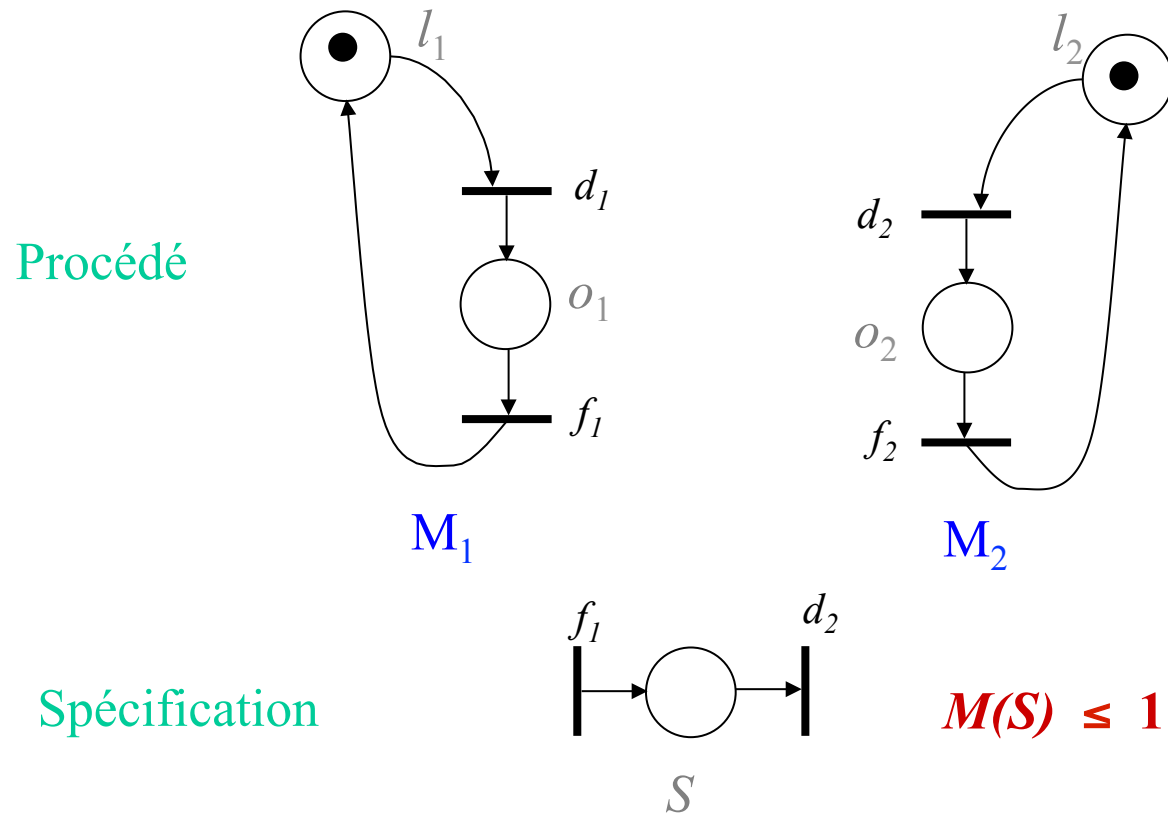
# Système manufacturier

---



Système manufacturier sous la contrainte de stock limité à 1 et de gamme  $M_1$  suivie de  $M_2$ .

# Modèles RdP

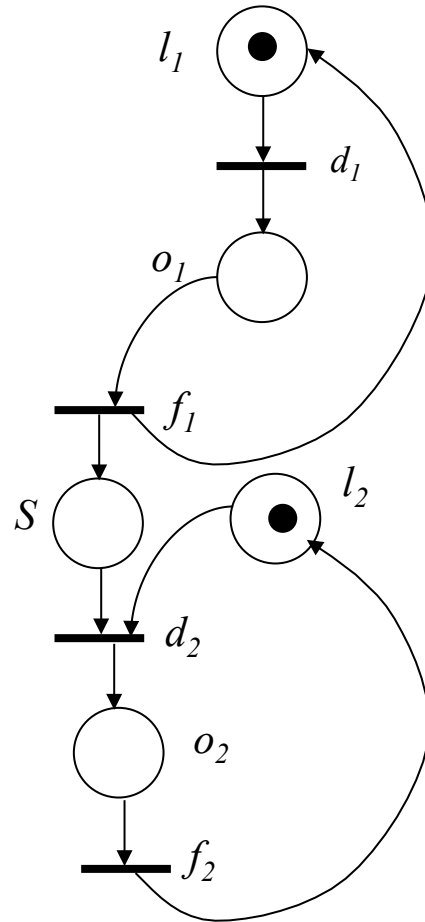


•  $\Sigma_c = \{d_1, d_2\}$   
 Événements  
 contrôlables

•  $\Sigma_u = \{f_1, f_2\}$   
 Événements  
 incontrôlables

# Fonctionnement en boucle fermée désiré

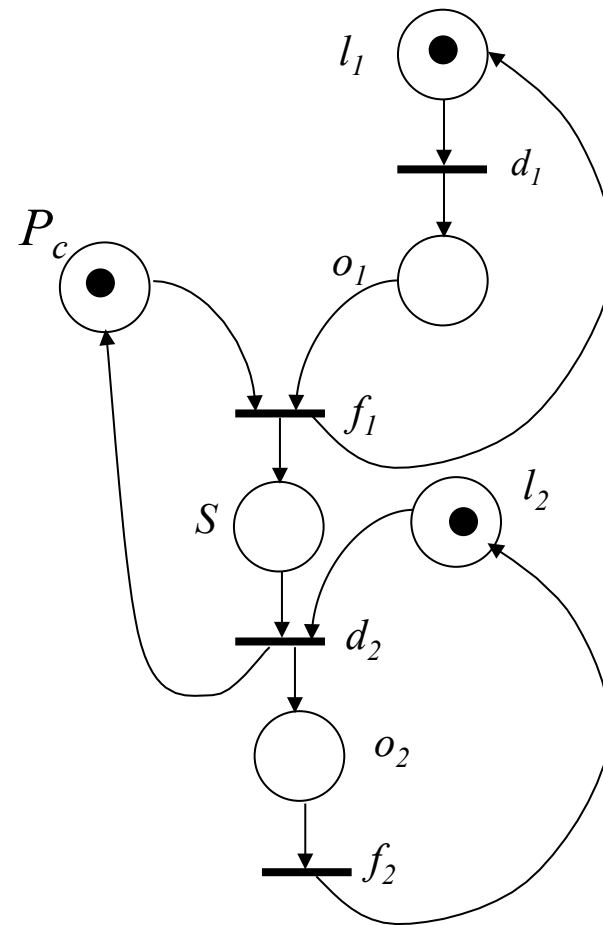
---



avec  $M(S) \leq 1$

# Le résultat de la synthèse

---

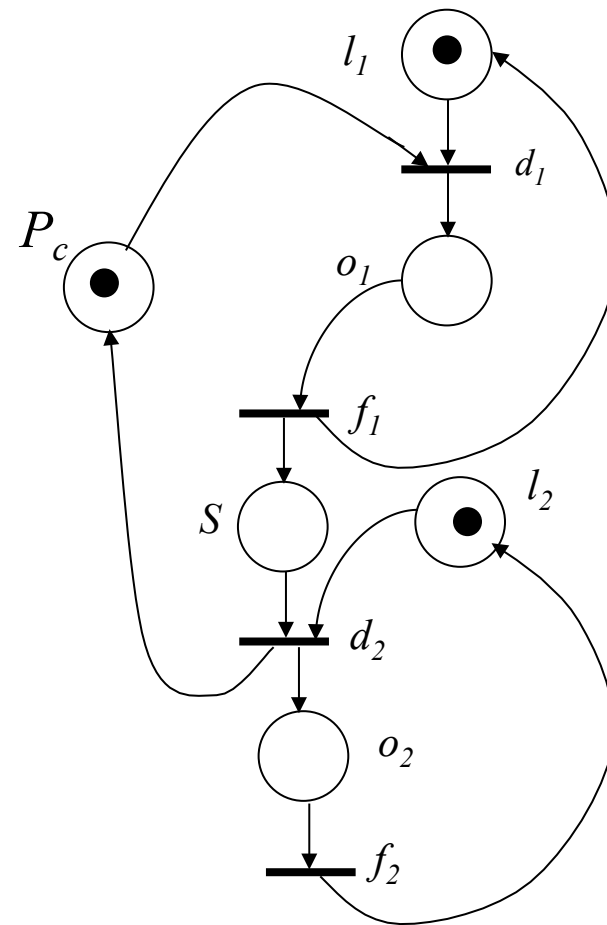


$M(S) \leq 1$   
est bien réalisée mais  
 $f_1$  est incontrôlable

Ce n' est pas un contrôleur !

# Le contrôleur

---



$M(S) \leq 1$   
est bien réalisée

Mais solution manuelle !

# Conclusion

---

- $C'$  est une technique élégante et simple
- Le contrôleur a une taille réduite
- Mais dans le cas général, elle ne donne pas la solution optimale (maximale permissive)  
Quand la solution obtenue n'est pas contrôlable, on ne sait pas comment trouver le contrôleur.
- $C'$  est un problème actuellement ouvert  
Une piste : combiner les deux approches.