

Bachelorprojekt i Automatisk segmentering af mammografier

Automatic segmentation of mammographies

Christoffer Hallas Pedersen	Malte Stær Nissen
Datalogisk Institut	Datalogisk Institut
Københavns Universitet	Københavns Universitet
<code>christoffer.hallas@gmail.com</code>	<code>malte.nissen@gmail.com</code>

1. juni 2012

Anerkendelse

Vi vil gerne takke vores vejleder Mads Nielsen `madsn@diku.dk` for hans tid og hjælp i forbindelse med udarbejdelsen af projektet.

Vi vil også gerne takke Carina Hallas Pedersen for hendes overbærenhed under hele projektforløbet.

Abstract

This report deals with CAD segmentation of mammographies in order to find three points, which together define a coordinate system that can be used for the comparison of two mammographies.

Prior work within the field is examined superficially, and the method described in Karssemeijer's patent [Karssemeijer, 2000] is selected. This method subsequently forms the framework of the further development of the project. Afterwards an alternative method is naively selected, to see if the first method can easily be improved upon.

Along with the aforementioned methods, an already implemented third method is tested, which provide our basis of comparison.

Based on the test results and an investigation of related work within the field, special cases, sources of error and obvious continuations of the project is discussed.

Finally a conclusion is reached based on the discussion and test results. The two implemented methods described in this report offered a slight improvement in comparison to the third implementation.

Resumé

Denne rapport omhandler CAD segmentering af mammografier med henblik på at finde tre punkter, som tilsammen definerer et koordinatsystem, der kan benyttes til sammenligning af to mammografier.

Tidligere arbejde indenfor feltet undersøges overfladisk, og metoden beskrevet i Karssemeijer's patent [Karssemeijer, 2000] udvælges. Denne metode danner efterfølgende rammen for projektets udforming. Herefter foretages et naivt valg af en alternativ metode, for at se om den første metode let kan forbedres.

Sammen med førnævnte metoder testes en allerede implementeret tredje metode, som danner vores sammenligningsgrundlag.

Baseret på testresultaterne og en undersøgelse af relateret arbejde indenfor feltet, diskuteres specialtilfælde, fejlkilder og oplagte videreudviklinger af projektet.

Til sidst konkluderes der ud fra diskussionen og testresultaterne. De to implementerede metoder beskrevet i denne rapport viste en marginal forbedre i forhold til den tredje implementation.

Indhold

1	Indledning	1
1.1	Motivation	1
1.2	Brystkoordinatsystemet	2
1.3	Tidligere arbejde	3
1.4	Problemformulering	3
2	Grundlæggende billedanalyse	5
2.1	Foldning	5
2.2	Gradienter	6
2.2.1	Udregning af gradientstørrelsen	7
2.2.2	Udregning af gradientretningen	7
2.3	Gaussisk sløring	7
2.4	Massemidtpunkt	9
2.5	Otsu's metode	9
2.6	Generelt om Houghtransformation	11
2.7	Canny kantdetektion	12
2.7.1	Billedets intensitetsgradient	13
2.7.2	Lokal maksima søgning	14
2.7.3	Hysteresis	14
2.8	Mindste kvadraters metode på polynomier	14
2.9	Korrektbedsevaluering	15
3	Anvendelse	18
3.1	Estimering af pektorallinjen	18
3.1.1	Tilpas billedet	18
3.1.2	Identificer ROI	19
3.1.3	Størrelsesorden og retning af gradienter	21
3.1.4	Filtrering af gradienter	22
3.1.5	Houghtransformation	24
3.1.6	Normalisering af Houghplanet	25
3.1.7	Identificering af højest rangerede lokale peak	27
3.2	Alternativ estimering af pektorallinjen	28
3.3	Identificering af brystregionen	30
3.4	Identificering af punkterne A , B og C	33
3.4.1	Identificering af skin-air punkter og punktet A	34

3.4.2	Identificering af punkterne B og C	39
4	Tests og resultater	46
4.1	Observationer	46
4.2	Specialtilfælde	48
5	Diskussion	61
5.1	Succeskriterier for segmenteringen	61
5.2	Implementeringernes begrænsninger	62
5.2.1	For store brystdimensioner	62
5.2.2	Mangel på pektoralmuskel	63
5.2.3	Inkomplet skin-air grænse	63
5.3	Problemer og udfordringer i nye systemer	64
5.4	Kort diskussion af neurale netværk	65
6	Konklusion	67

Figurer

1	Illustration af brystkoordinatsystemet	4
2	Gradienter i et billede	8
3	Eksempel på Otsu's metode anvendt	11
4	Illustration af normal-parametrisering af linje	13
5	Korrektbedsevaluering af pektorallinjen	17
6	Eksempel på tilpasning af mammografi	20
7	Eksempel på identificering af ROI på tilpasset mammografi .	21
8	Gradientresultater af det tilpassede billede i Figur 7b	22
9	Illustration af udsnit af gradienter i ROI	23
10	Houghtransformation af de filtrerede gradienter vist i Figur 8b	25
11	Illustration af HN	27
12	Illustration af højest rangerede peak	29
13	Canny kantdetektion på et mammografiudsnit (ROI)	29
14	Houghtransformation af kantbilledet vist i Figur 13b	31
15	Pektorallinje identificeret vha. Canny kantdetektion og Hough- transformation	32
16	Eksempel på identificering af brystregionen	33
17	Brystregionsmaske med markering af pektoralmusklen	34
18	Illustration af linjen L af skin-air kantpunter	38
19	Plot af koordinatsystem defineret med origo i A	44
20	Endelig segmentering af mammografi	45
21	Eksempel på et mammografi hvor brystet er for stort	50
22	Eksempel på et mammografi hvor pektoralmusklen ikke ses .	51
23	Eksempel på et mammografi uden komplet skin-air grænse . .	52
24	Histogrammer over M_K pektoralresultat	53
25	Histogrammer over M_K brystresultat	54
26	Histogrammer over M_K totalresultat	55
27	Histogrammer over M_C pektoralresultat	56
28	Histogrammer over M_c brystresultat	57
29	Histogrammer over M_b pektoralresultat	58
30	Histogrammer over M_B brystresultat	59
31	Histogrammer over M_B totalresultat	60

Tabeller

1	Oversigt over kategoriseringen af pixel	16
2	Oversigt over test parametre og tilhørende figurer	47
3	Oversigt over middelværdierne for testparametrene	47

1 Indledning

Vi skal i denne rapport finde tre punkter A , B og C på et mammografi, som ligger til grund for brystkoordinatsystemet beskrevet i afsnit 1.2.

Et mammografi består typisk både af selve brystet i form af kirtler og fedtvæv samt en del af brystmusklen *musculus pectoralis major* jvf. [Brandt et al., 2010, s. 2], som vi herefter blot kalder pektoralmusklen. Tilstedeværelsen af pektoralmusklen kan have negativ påvirkning på detektionen af tegn på brystkræft i selve brystet [Ferrari et al., 2004], hvorfor man foretager en preprocessering af mammografierne, før selve billedeanalysen og risikovurderingen på brystdelen af mammografiet udføres. Preprocesseringen af mammografier består typisk af en segmentering af hvert mammografi, hvor baggrunden samt pektoralmusklen udelades, hvorved detektering af brystkræft i kirtlerne og fedtvævet i selve brystet gøres mulig. Fokuspunktet for denne rapport er identificeringen af de førnævnte punkter A , B og C ved udførelse af en sådan segmentering af et mammografi.

1.1 Motivation

De sidste par år har der i offentligheden været øget fokus på brystkræft bl.a. i form af kampagner udarbejdet af Kræftens bekæmpelse i Danmark. Ligeledes er forskning i computer-aided detektion (CAD) af brystkræft i mammografier blevet mere udbredt, men hidtil har resultaterne ikke været optimale jvf. [Rangayyan et al., 2007]. Ved en screening for brystkræft sendes røntgenstråler gennem brystet. Intensiteten af røntgenstrålerne, der kommer ud på den anden side af brystet bliver efterfølgende målt, hvilket giver et billede af mængden af absorberet stråling i brystet, som afhænger af densiteten af stoffet (kirtler, fedtvæv eller muskel), som brystet består af. Efterfølgende udfører man en analyse af de afbildede densiteter angivet ved intensitet absorberet. Da røntgenstråler er skadelig for mennesker, øger gentagne screeninger gennem en årrække risikoen for, at en ellers rask kvinde kan udvikle brystkræft jvf. [Collaboration, 2012]. Ved udvikling af bedre CAD-systemer kan vi forhåbentlig mindske antallet af screeninger samt øge præcisionen af risikovurderingerne ved hver screening, hvorfor vi har valgt at arbejde med dette emne.

1.2 Brystkoordinatsystemet

Vi beskriver i dette afsnit brystkoordinatsystemet, som vi i vores arbejde skal understøtte ved identificeringen af punkterne A , B og C .

Bryster varierer i sagens natur i både størrelse og form. Brystkoordinatsystemet beskrevet i [Brandt et al., 2010] er derfor udviklet med henblik på at kunne tage højde for variationen i bryster, hvorved det er muligt at identificere et punkt på et mammografi for efterfølgende at kunne identificere det tilsvarende punkt på andre mammografier med henblik på at lave sammenligninger af de videre dataanalyser.

Som nævnt ovenfor i afsnit 1 består mammografier typisk af både pektoralmuskel, kirtler, fedtvæv og baggrund. Vi ønsker dog kun at analysere brystvævet for tegn på brystkræft, hvorfor vi så vidt muligt skal udelade brystmusklen samt baggrunden og eventuel støj og fremmedlegemer i denne.

Mammografier bliver i praksis taget i fire forskellige retninger (projektioner): Medio-lateral (ML), medio-lateral-oblique (MLO), cranio-caudal (CC) og latero-medial (ML). Brystkoordinatsystemet er dog kun defineret på ML projektioner og MLO projektioner jvf. [Brandt et al., 2010]. På disse projektioner vil pektoralmusklen typisk være lokaliseret som en trekant i øverste venstre hjørne på et mammografi eller øverste højre hjørne i tilfælde af spejling af mammografiet. Pektoralmusklen kan dog have små forskelle i form fra mammografi til mammografi, men det er typisk muligt at modellere grænsen mellem brystmuskulaturen og brystvævet som en tilnærmelsesvis lige linje. Vi definerer derfor en lige linje på brystmuskulaturens kant. Den faktiske grænse kalder vi pektoralgrænsen, og den definerede lige linje kalder vi pektorallinjen.

Grænsen mellem brystvævet (kirtler og fedtvæv) og baggrunden kalder vi skin-air grænsen. På denne grænse finder vi punktet længst væk fra pektorallinjen og definerer dette punkt som nipplepunktet A . Denne simplificering af definitionen af nipplepunktet A skyldes, at brystvorten generelt er svær at identificere på mammografier. Vi benytter nu A samt skin-air grænsen til at finde to parabler, den nedre brystparabel og den øvre brystparabel. Disse parabler har samme normal i punktet A og følger så vidt muligt skin-air grænsen. Punktet, hvor den øvre brystparabel krydser pektorallinjen, kalder vi for B , og punktet, hvor den nedre brystparabel krydser pektorallinjen, kalder vi for C . Figur 1 viser et eksempel på identifikationen af A , B og C , hvor

de gule linjer viser brystvævet afgrænsninger (pektoralgrænsen og skin-air grænsen) og de røde stiplede linjer viser koordinatsystemets afgrænsninger (pektorallinjen og brystparablerne). Yderligere viser det røde punkt A brystets anatomiske nipplepunkt, og det blå punkt A viser nipplepunktet, som det er defineret i denne opgave.

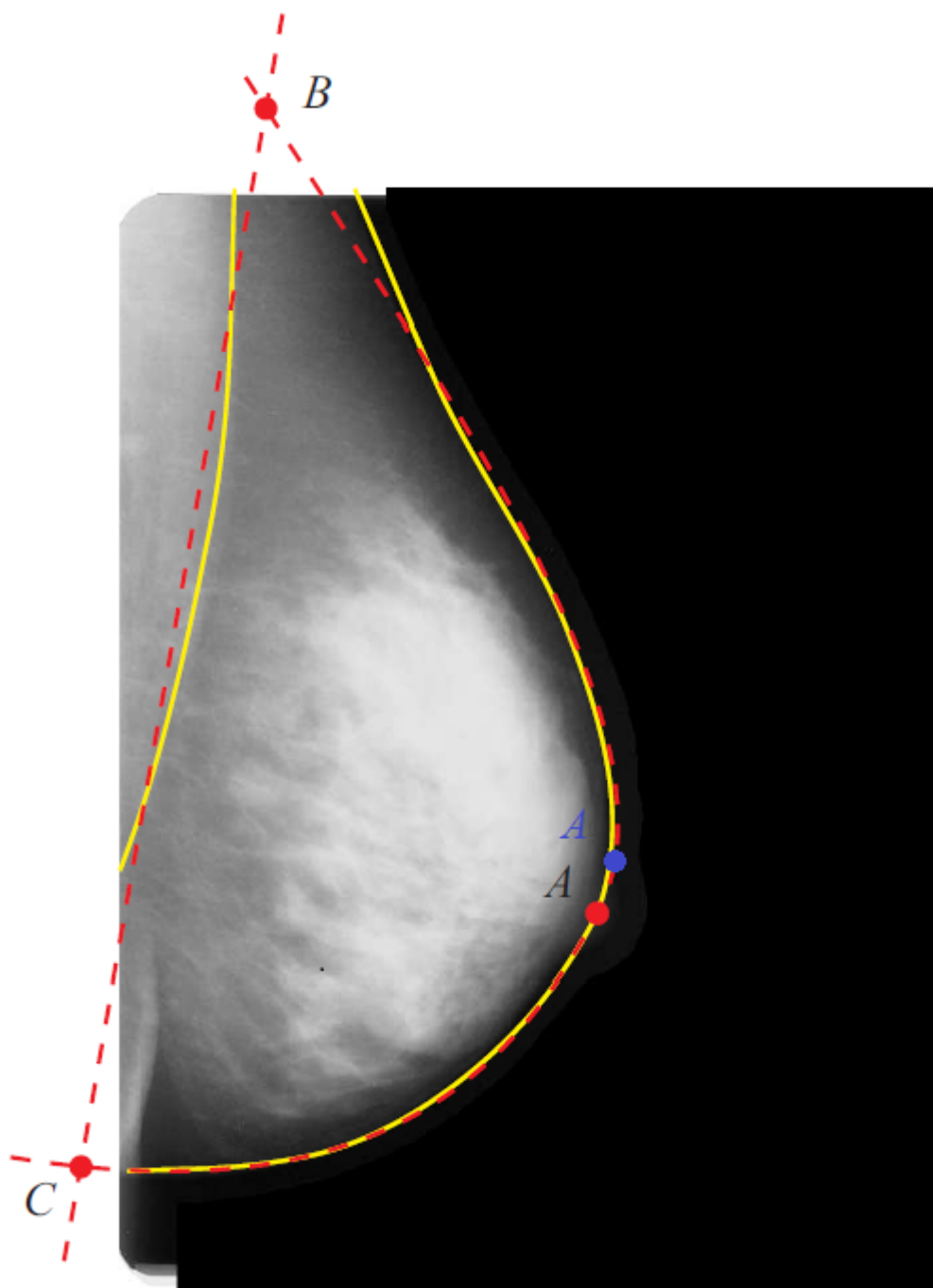
De netop beskrevne punkter A , B og C , er de punkter, som vi ønsker at finde automatisk. Disse punkter danner grundlaget for den efterfølgende segmentering, som vi imidlertid ikke ønsker at beskæftige os med.

1.3 Tidligere arbejde

Som nævnt i afsnit 1.1 er forskningen inden for detektion af brystkræft blevet mere udbredt. Dette afspejler sig ligeledes i antallet og diversiteten af foreslåede segmenteringsmetoder. De foreslåede segmenteringsmetoder spænder over metoder såsom benyttelse af grafopdeling [Camilus et al., 2010], neurale netværk [Suckling et al., 1995], vandskelsmetoden (watershed), [Camilus et al., 2011] seeded region growing [Nagi et al., 2010] m.fl. Vi har imidlertid ikke beskæftiget os med disse metoder, da vi har valgt at lade Karssemeijer's arbejde i form af patentet [Karssemeijer, 2000] danne grundlaget for identificeringen af pektorallinjen. Denne metode benytter gradienter i mammografiet og Houghtransformation til estimering af den mest sandsynlige pektorallinje. Vi har en implementation af segmenteringen af brystkoordinatsystemet fra anden side, som vi blot blackbox tester og sammenligner resultater med i afsnit 4.

1.4 Problemformulering

Er det muligt at implementere en automatisk segmentering af mammografier med større sikkerhed end allerede implementerede automatiske segmenteringer? I dette tilfælde er sikkerheden på placeringen af punkterne A , B og C da tilstrækkelig stor til, at vi kan kalde den en succes, og hvad er metrikken for, at vi kan kalde segmenteringen en succes?



Figur 1: Illustration af brystkoordinatsystemet, fra [Brandt et al., 2010, Fig. 1, s. 5.], De gule linjer viser brystvævets afgrænsninger og de røde stip-lede linjer viser koordinatsystemets afgrænsninger. Det røde punkt A angiver brystets anatomiske nipplepunkt, og det blå punkt A angiver nipplepunktet som det er defineret i denne opgave.

2 Grundlæggende billedanalyse

Vi skal i dette afsnit beskrive den grundlæggende teori, som billedanalysen i afsnit 3 anvender. I dette afsnit beskriver vi derfor foldninger i 2 dimensioner, udregning af gradientstørrelser og retninger, Gaussisk sløring, udregning af massemidtpunktet af et billede, Otsu's metode, Houghtransformation, Canny kantdetektion, mindste kvadraters metode samt korrekthedsvaluering. Hvis læseren er bekendt med denne teori, anbefaler vi læseren at springe til afsnit 3.

2.1 Foldning

I dette afsnit beskriver vi foldninger i to-dimensioner jvf. [Ahn, 2005]. Givet to kontinuerte funktioner $f(x, y)$ og $g(x, y)$, er foldningen $(f * g)(x, y)$ defineret som Ligning (1).

$$(f * g)(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau_u, \tau_v) g(x - \tau_u, y - \tau_v) d\tau_u d\tau_v \quad (1)$$

Ligning (1) viser definitionen af en foldning på kontinuerte funktioner, hvorfor vi diskretiserer definitionen ved at benytte summer i stedet for integraler. Ligning (2) viser definitionen af en foldning af to billeder $f(x, y)$ og $g(x, y)$. I praksis benytter vi typisk foldningsoperationen til at lægge et filter (foldningskerne) over et billede. I dette tilfælde vil billedet $f(x, y)$ være det billede, som vi ønsker at folde filteret $g(x, y)$ over. Filteret kunne f.eks. være et Gauss-filter til at reducere støj eller et Sobel filter til at beregne gradienter i billedet. Filteret vil i disse tilfælde være væsentligt mindre end selve billedet, hvorfor

$$(f * g)(x, y) = \sum_{\tau_u} \sum_{\tau_v} f(\tau_u, \tau_v) h(x - \tau_u, y - \tau_v) \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 3 & 5 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \cdot * \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = 6 \quad (3)$$

$$(4)$$

Formålet med en foldningskerne er at, den resulterende pixel er et vægtet

gennemsnit af de nærliggende pixel. Vi ser altså hvordan kernen i Ligning (3) anvendt på det midterste punkt i den angivne matrice $(.*)$ giver beregningen i Ligning (5).

$$(2 \cdot -1) + (3 \cdot 2) + (2 \cdot 1) + (3 \cdot 0) + (5 \cdot 0) + (4 \cdot 0) + (3 \cdot 0) + (2 \cdot 0) + (1 \cdot 0) = 6 \quad (5)$$

Denne beregning er et resultat af funktionen i Ligning (6), som er produktet af billedet og foldingskernen.

$$f_{sum}(x, x') = \sum_{i=1}^x \sum_{j=1}^i x_{i,j} \cdot x'_{i,j} \quad (6)$$

2.2 Gradienter

Vi skal i dette afsnit beskrive gradienter i billeder. Gradienter kan bruges til bl.a. at identificere kanter i billeder, hvilket vi benytter i den automatiske segmentering af mammografier.

Gradienter i et billede er basalt set udregning af forskellen i intensitet mellem et punkt og dets naboer og er altså sammenligneligt med differenskvotienter eller afledte af en funktion. Da der er tale om gradienter i et billede B , arbejder vi i 2 dimensioner, hvorfor der både vil være en forskel i intensitet i x-aksens retning G_x og i y-aksens retning G_y . Kombinerer vi disse data, får vi både størrelsen af den samlede gradient G samt retningen G_θ af denne i hvert punkt af B . Til at udregne gradienten G_x i hvert punkt i x-aksens retning, benytter vi et 3x3 Sobel-filter S_x (jvf. Wikipedia artikel om Sobel-filter), som vi folder over billedet B jvf. Ligning (7). Ligeledes benytter vi et 3x3 Sobel-filter S_y til at udregne gradienten G_y i hvert punkt i y-aksens retning ved foldning over B jvf. Ligning (8).

$$G_x = S_x * B = \begin{bmatrix} +1 & 0 & -1 \\ +2 & 0 & -2 \\ +1 & 0 & -1 \end{bmatrix} * B \quad (7)$$

$$G_y = S_y * B = \begin{bmatrix} +1 & +2 & +1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix} * B \quad (8)$$

Vi har nu den nødvendige information til at kunne udregne den samlede størrelse af gradienten G samt retningen G_θ af denne i hvert punkt i B .

2.2.1 Udregning af gradientstørrelsen

Udregningen af størrelsen af den samlede gradient laves blot vha. simpel trekantsberegning som vist i Ligning (9).

$$G = \left\| \begin{pmatrix} G_x \\ G_y \end{pmatrix} \right\| = \sqrt{G_x^2 + G_y^2} \quad (9)$$

2.2.2 Udregning af gradientretningen

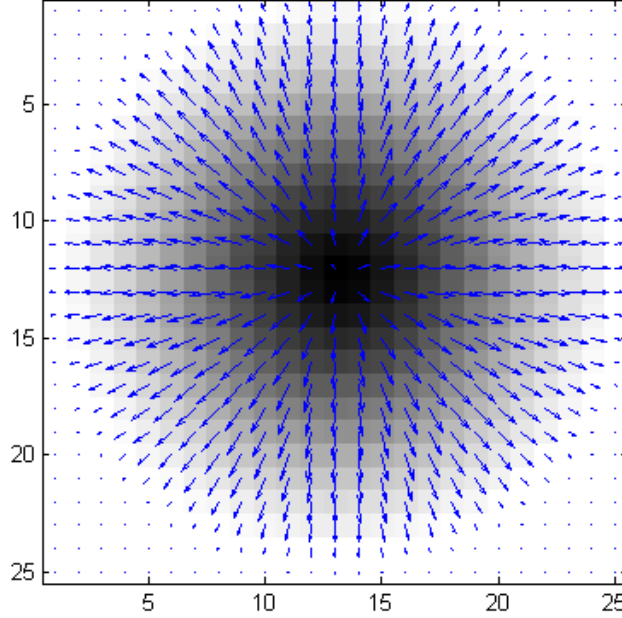
Vi mangler nu blot at udregne retningen G_θ af hver af gradienterne i det givne billede. Dette gør vi relativt let vha. trigonometri, da vi allerede har udregnet størrelsen af hver gradient i både hhv. x-aksens retning og y-aksens retning. Til formålet benytter vi arcus tangens. Vi er interesseret i at få vinkler mellem 0 og 2π , hvorfor vi bliver nødt til at tage højde for del-gradienternes fortegn, da disse indikerer hvilken kvadrant den samlede gradient ligger i, og dermed hvilket udtryk vi skal benytte til at udregne vinklen af gradienten. Gør vi dette, får vi Ligning (10).

$$G_\theta = \begin{cases} \arctan \frac{|G_y|}{|G_x|} & \text{for } G_x, G_y \geq 0 \\ \arctan \frac{|G_x|}{|G_y|} + \frac{\pi}{2} & \text{for } G_x < 0, G_y > 0 \\ \arctan \frac{|G_y|}{|G_x|} + \pi & \text{for } G_x, G_y \leq 0 \\ \arctan \frac{|G_x|}{|G_y|} + \frac{3}{2}\pi & \text{for } G_x > 0, G_y < 0 \end{cases} \quad (10)$$

Figur 2 viser et eksempel på udregningen af gradienter i et billede. De samlede gradienter er illustreret som blå vektorer i hvert punkt. Figuren illustrerer ligeledes at punkter uden gradienter blot har 0-vektorer som gradienter.

2.3 Gaussisk sløring

I dette afsnit vil vi ganske kort beskrive gaussisk sløring jvf. Wikipedia artikel om gaussisk sløring. Matematisk er anvendelsen af et gaussisk slør det samme som at folde et billede med en gaussisk funktion, se Ligning (11).



Figur 2: Eksempel på resultatet af udregning af gradienter i et billede

Når en gaussisk sløring anvendes på et billede, opnår man en reducere af billedets højeste frekvenser.

Lad g være den afledte af en given gaussisk funktion, og lad S være en foldningskerne, jvf. Ligning (12) er resultatet $S_{slør}$ en ny foldningskerne, hvor den gaussisk sløring er indbygget.

$$g(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \cdot e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} \quad (11)$$

$$S_{slør} = g * S \quad (12)$$

Når en gaussisk funktion skal anvendes som et filter på et billede, gives en værdi σ , og man beregner en diskret tilnærmelse af den resulterende overflade, hvilken bruges til at bygge en foldningskerne, se afsnit 2.1. Punkter i billedet, som er mere end 3σ væk, kan man ignorere, da de er så tæt på 0, at de er ligegyldige. Som en sidste bemærkning, vil der typisk ved enhver tilnærmelse være behov for en foldningskerne på $\lceil 6\sigma \rceil \times \lceil 6\sigma \rceil$.

Den resulterende foldningskerne vil selv ved små σ hurtigt blive meget

stor, og derved gøre foldningsoperationen for langsom. Man kan som alternativer benytte diskretiserede fourier transformationer eller bruge rekursiv filtrering.

2.4 Massemidtpunkt

Vi beskriver i dette afsnit teorien bag udregningen af massemidtpunktet af et billede. Massemidtpunktet R af et givent legeme med samlet masse M , er givet ved gennemsnittet af hvert punkts position r_i vægtet med deres masse m_i , jvf. Wikipedia artikel om massemidtpunkt, hvilket matematisk er vist i Ligning (13).

$$R = \frac{\sum m_i r_i}{\sum m_i} = \frac{1}{M} \sum m_i r_i \quad (13)$$

Denne definition af R benytter vi ligeledes ved udregning af massemidtpunktet af et billede. Vi anser blot hvert pixel i billedet som værende et punkt i det samlede legeme. Det enkelte pixel's position i billedet udgør punktets position, og intensiteten i billedet udgør punktets masse. Vi summerer over samtlige punkter i billedet hver vægtet med deres intensitet og position samt dividerer resultatet med summen af samtlige billedets intensiteter og ender op med massemidtpunktet R af billedet.

2.5 Otsu's metode

I dette afsnit beskrives den generelle teori omkring Otsu's metode jvf. [Otsu, 1979]. Denne metode bruges til at udføre histogrambaseret tærskelværdi-sammenligning af billeder. Metoden antager, at man i sit billede har to pixel-klasser: En baggrund C_0 og en forgrund C_1 .

Samtlige pixel inddeles i et histogram efter deres værdi, og der udregnes en optimal tærskel, således at klassernes varians er minimal.

Lad alle pixel i et givent billede være repræsenteret som L intensiteter $1, 2, \dots, L$. Antallet af pixel i niveau i betegnes n_i , og det totale antal af pixel er derved $N = n_1 + n_2 + \dots + n_L$. Ligning (14) viser vores histogram som en sandsynlighedsfordeling.

$$p_i = \frac{n_i}{N} \quad (14)$$

Nu opdeles alle pixel i de to klasser C_0 og C_1 af en tærskel k , således at

C_0 og C_1 svarer hhv. til pixel i niveauerne $[1, 2, \dots, k]$ og $[k+1, k+2, \dots, L]$.

Herfra kan vi nu udregne sandsynligheden af klasseforekomst ω_0 og ω_1 og klassegennemsnitsniveau μ_0 og μ_1 ved Ligning (15) til (18).

$$\omega_0 = \sum_{i=1}^k p_i \quad (15)$$

$$\omega_1 = \sum_{i=k+1}^L p_i \quad (16)$$

$$\mu_0 = \sum_{i=1}^k \frac{ip_i}{\omega_0} \quad (17)$$

$$\mu_1 = \sum_{i=k+1}^L \frac{ip_i}{\omega_1} \quad (18)$$

Det totale gennemsnit μ_T for billedet findes ved Ligning (19).

$$\mu_T = \sum_{i=1}^L ip_i \quad (19)$$

Herefter findes variansen σ_0^2 og σ_1^2 i de to klasser ved Ligning (20) og (21).

$$\sigma_0^2 = \sum_{i=1}^k (i - \mu_0)^2 \frac{p_i}{\omega_0} \quad (20)$$

$$\sigma_1^2 = \sum_{i=k+1}^L (i - \mu_1)^2 \frac{p_i}{\omega_1} \quad (21)$$

Jvf. [Otsu, 1979, s. 63] ved vi, at den minimale intraklasse varians (variansen inden for den enkelte klasse) er det samme som den maksimale interklasse varians (den samlede varians for klasserne) givet ved Ligning (22). Dette betyder, at vi for hver tærskel kan beregne interklasse varians og maksimere over disse værdier for at finde den optimale tærskelværdi jvf. Ligning (23).

$$\sigma_B^2 = \omega_0(\mu - \mu_T)^2 + \omega_1(\mu_1 - \mu_T)^2 = \omega_0\omega_1(\mu_1 - \mu_0)^2 \quad (22)$$



(a) Billedet før Otsu's metode (b) Billedet efter Otsu's metode

Figur 3: Eksempel på Otsu's metode anvendt

$$k_{optimal} = \max_{1 \leq k < L} \sigma_B^2(k) \quad (23)$$

Funktionen \max finder $k_{optimal}$ som den største interklasse varians, for alle klasse opdelinger af tærskelen k , for alle $1 \leq k < L$.

2.6 Generelt om Houghtransformation

Vi beskriver i dette afsnit den grundlæggende idé bag Houghtransformation som beskrevet i [Duda and Hart, 1972]. Houghtransformationen er interessant fordi den kan benyttes til f.eks. at finde lige linjer i et billede, hvilket vi har brug for ved estimeringen af pektorallinjen i afsnit 3.

Idéen bag Houghtransformation er basalt set at finde mulige linjer, som hvert punkt i billedet kan tilhøre. Den mest gængse måde at karakterisere en lige linje i det kartetiske koordinatsystem er ved forskriften $y = ax + b$. Hældningen a og skæringspunktet b har imidlertid ikke nogen grænser i denne repræsentation, hvorfor vi vælger at benytte den såkaldte normalparametrisering, hvor vi benytter vinklen θ , som linjens normal danner med koordinatsystemets x-akse samt afstanden ρ fra origo til linjen. Et eksempel på denne parametrisering kan ses på Figur 4, hvor den optrukne linje angiver linjen, som vi ønsker at parametrisere vha. vinklen θ og afstanden ρ til origo. Udtrykket for en sådan linje er da givet ved simpel trekantsberegning som vist i Ligning (24).

$$\rho = x \cdot \cos(\theta) + y \cdot \sin(\theta) \quad (24)$$

Planet, som de mulige vinkler og radi udgør, kalder vi for Houghplanet. I

modsatning til den tidligere nævnte forskrift $y = ax + b$, kan vi nu begrænse vores parametrisering til vinkler mellem 0 og π , hvorved vi ligeledes får en nedre grænse for ρ på 0 og en øvre grænse svarende til diagonalen af billedet. Disse begrænsninger gør, at hver linje i x-y-planet svarer til netop ét punkt i Houghplanet.

For at benytte denne transformation af linjer i x-y-planet til punkter i Houghplanet på billeder, skal vi transformere punkter i billedet (x-y-planet) til Houghplanet. Som nævnt tidligere, er denne transformation givet ved Ligning (24), hvorfor hvert punkt i billedet bliver til en sinusformet kurve i Houghplanet. Ved transformering af en række punkter $(x_0, y_0), \dots, (x_n, y_n)$ på en linje fra x-y-planet til Houghplanet, vil de resulterende sinusformede kurver krydse hinanden i netop det punkt (θ, ρ) , der svarer til parameterne for den linje i x-y-planet, som de oprindelige punkter lå på. Denne egenskab udnytter vi til at finde lige linjer i x-y-planet.

Den mest gængse tilgang til at udnytte Houghtransformationen til at finde linjer i et billede er overordnet:

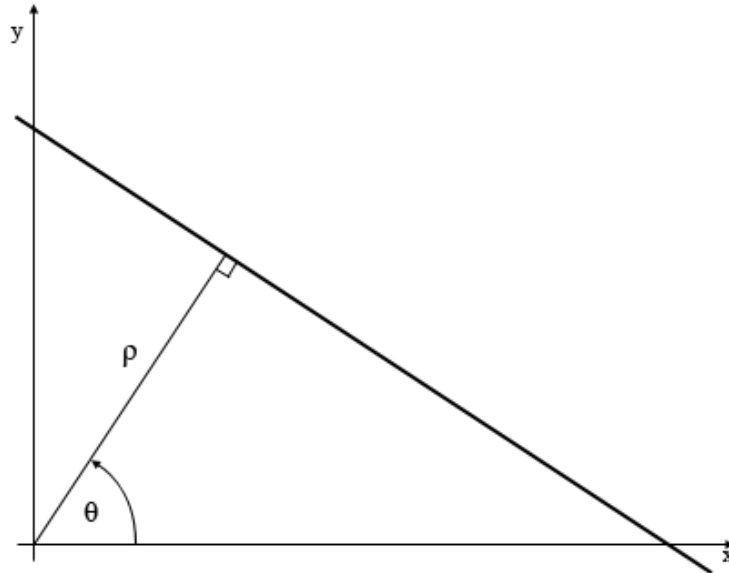
- Find kanter i billedet (f.eks. vha. Canny-kantdetektion beskrevet i afsnit 2.7).
- Diskretiser Houghplanets akser ud fra billedets dimensioner.
- For hvert kantpunkt (x, y) find de tilsvarende punkter (θ, ρ) jvf. Ligning (24).
- Forøg værdien i Houghplanet med 1 for hvert af de mulige punkter (θ, ρ) .
- Find den/de mest sandsynlige punkter (θ_f, ρ_f) for lige linjer vha. værdierne i Houghplanet.

Der er dog variationer i detaljerne for hvert af disse skridt afhængigt af implementationen. Vi beskriver en sådan variation i afsnit 3.1.5.

Resultatet af denne Houghtransformation er, at vi har fundet lige linjer i det billede, som vi udførte Houghtransformationen på.

2.7 Canny kantdetektion

I dette afsnit beskriver vi Canny's metode for kantdetektion jvf. [Canny, 1986]. Canny opstillede selv følgende succeskriterier:



Figur 4: Illustration af normal-parametrisering af linje

- God detektion
- God lokalisering
- Minimalt antal kanter pr. ægte kant

Da metoden er sårbar overfor støj, starter Canny med at reducere støj ved at sløre billedet med et gaussisk filter af samme type som beskrevet i afsnit 2.3. I afsnit 2.7.1 til 2.7.3 beskriver vi resten af metoden.

2.7.1 Billedets intensitetsgradient

Med formålet at inddele alle kanter i grupper bestemt af deres retning, bruger Canny en kantdektektionsoperatør, f.eks. Sobel (hvis matematiske funktion er beskrevet i afsnit 2.1), som finder billedets intensitetsgradienter. Ud fra denne findes gradientstørrelsen og gradientretningen som beskrevet i afsnit 2.2.1 og 2.2.2.

Gradienterne inddeles i de fire grupper efter deres afrundede gradientretninger: *vertikale gradienter* (0°), *horisontale gradienter* (90°) og de to

diagonale gradienter (135° eller 45°).

2.7.2 Lokal maksima søgning

Med gradientretningen og gradientstørrelsen beregnet finder Canny de største lokale gradienter i en given gradientretning, således at de største lokale vertikale gradienter er større end de tilsvarende horisontale kanter og omvendt. Det samme gør sig gældende for de to grupper af diagonale gradienter.

2.7.3 Hysteresis

Størrelsen af gradienten angiver kontrasten i billedet og dermed ligeledes sandsynligheden for, at der findes en kant i gradientpunktet. Store gradienter indikerer derfor i større grad tilstedeværelsen af en kant end små gradienter. Det er dog i de fleste tilfælde umuligt at finde en tærskel for, hvorvidt en gradient repræsenterer en kant eller ej.

For at finde kanter bruger Canny en metode kaldet hysteresis. I denne metode antager man, at billedets største gradienter svarer til kanter. De største gradienter findes ved sammenligning med tærskelværdien c_h , som sættes implementationsafhængigt. Ud fra disse gradienters position og retning kan man påbegynde sporing af nærliggende kanter. Ved denne sporing sænkes tærsklen c_l for, om den enkelte pixel angiver en kant, løbende, således at mindre tydelige kanter også findes. Denne teknik bygger på antagelsen, at kanter i et billede i mange tilfælde er kontinuerlig.

2.8 Mindste kvadraters metode på polynomier

Vi skal i dette afsnit kort beskrive princippet bag mindste kvadraters metode anvendt på polynomier.

Mindste kvadraters metode benyttes til at estimere en matematisk model på de givne data. Da vi som nævnt kun skal benytte mindste kvadraters metode på polynomier, vil vi begrænse os til at beskrive mindste kvadraters metode på netop polynomier.

Problemet går ud på, at vi har en mængde bestående af n datapunkter $p_i = (x_i, y_i)$, $i = 1, \dots, n$, som vi vil forsøge at modellere ved den lineære sammenhæng i Ligning (25), hvor k angiver graden af polynomiet, og kon-

stanterne $\beta_j, j = 1, \dots, k-1$ er polynomiets konstanter på hvert led:

$$f(x) = \sum_{j=0}^k \beta_{j+1} x^j \quad (25)$$

Vi skal med andre ord forsøge at finde de bedst mulige værdier $\bar{\beta}_1, \bar{\beta}_2, \dots, \bar{\beta}_{k+1}$ ud fra vores datapunkter p . Mindste kvadraters metode benytter minimering af summen af den lodrette afstand mellem modellen og hvert datapunkt til at finde det bedste estimat af polynomiets konstanter. Til udregningen af denne afstand benytter vi kvadratet af den euklidiske norm (afstand) jvf. [Weisstein, 2012]. Udtrykket, som vi skal minimere, er:

$$D^2(\beta) = \sum_{i=1}^n \|y_i - f(x_i, \beta_1, \dots, \beta_{k+1})\|^2 = \sum_{i=1}^n \left(y_i - \left(\sum_{j=0}^k \beta_{j+1} x_i^j \right) \right)^2$$

For at minimere udtrykket, finder vi først lokale ekstrema (hældning lig 0), hvorefter vi kan bestemme det bedste estimat $\bar{\beta}$ som det ekstremumspunkt, der giver den laveste værdi af D^2 . Vi udfører derfor partiel differentation af D^2 mht. hver konstant β_j og sætter disse lig 0, hvorved vi får udtryk for begrænsningerne på hver β_j :

$$\frac{\partial (D^2)}{\partial \beta_j} = \frac{\partial}{\partial \beta_j} \sum_{i=1}^n \left(y_i - \left(\sum_{l=0}^k \beta_{l+1} x_i^l \right) \right)^2 = 0$$

Herefter kombinerer vi de givne udtryk og finder mulige værdier for hver β_j . Komplexiteten af disse videre beregninger afhænger imidlertid af polynomiets grad, hvorfor vi vil undlade at beskrive denne del af udregningerne i detaljer, da vi ikke får behov for videre komplicerede udregninger i den senere anvendelse i denne rapport.

2.9 Korrekthedsevaluering

Vi skal i dette afsnit beskrive en metode til evaluering af testresultater jvf. [Woods et al., 2005]. Dette gør vi for senere, at kunne benytte metoden til, at vurdere hvor godt vores implementation virker.

Yderligere er evaluering af vores implementation et vigtigt redskab, som vi kan bruge til at finde mulige parametre at forbedre. Der er to facetter

	$(x, y) \in GT$	$(x, y) \notin GT$
$(x, y) \in S$	Sand positiv	Falsk positiv
$(x, y) \notin S$	Falsk negativ	Sand negativ

Tabel 1: Oversigt over kategoriseringen af pixel

i denne evaluering, algoritmens korrekthed, og variationen af støj og fremmedlegemer på billedet.

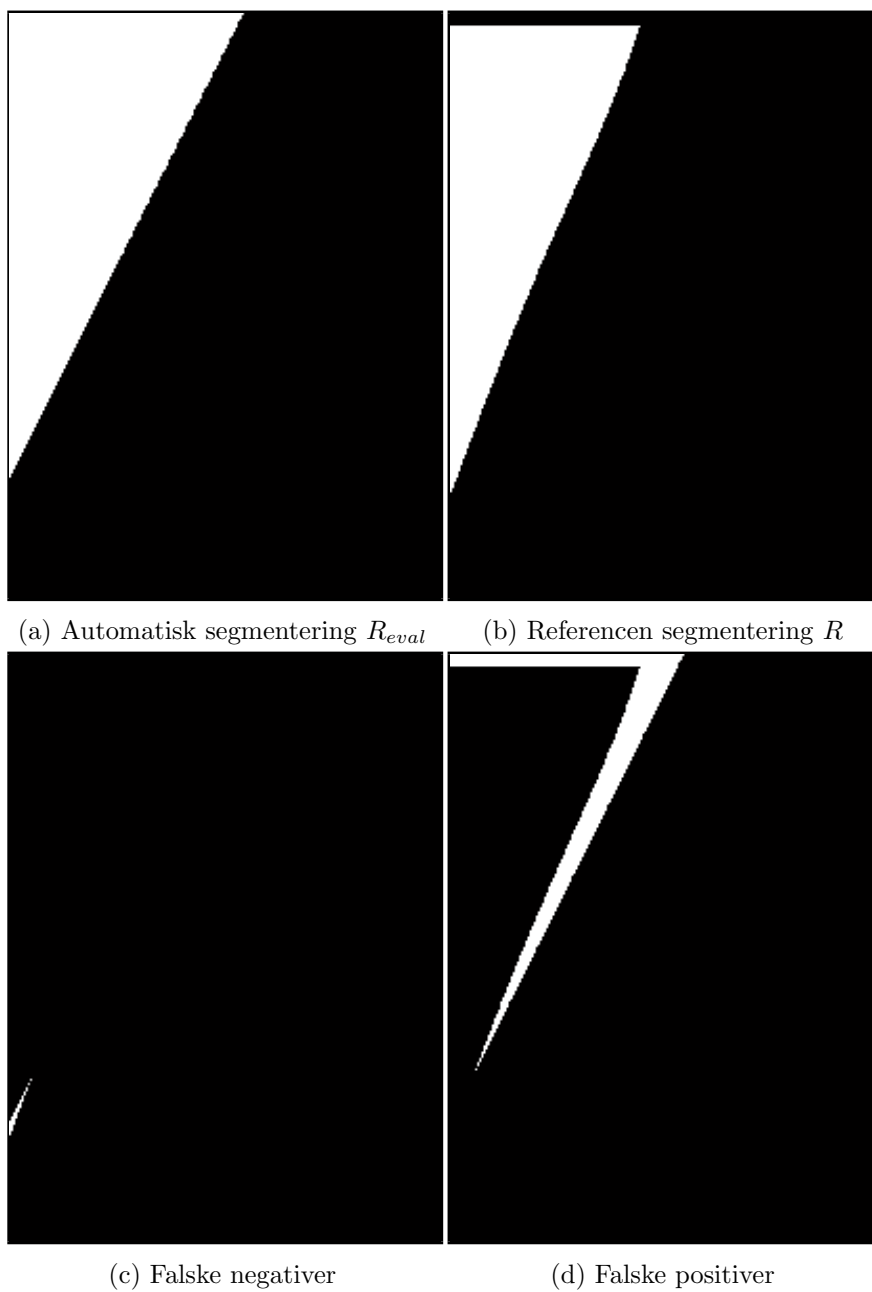
Evalueringsmetoden går grundlæggende ud på at sammenligne to masker med hinanden, den ene maske vores egen segmentering S , og den anden maske en såkaldt *ground truth* GT . En pixel opfattes som værende med i en maske, hvis den er tændt. De pixel der både er med i S og GT , kalder vi sande positiver (SP). Pixel der er med i S men ikke i GT , kalder vi falske positiver (FP). Pixel der hverken er med i S eller GT , kalder vi sande negativer (SN) og pixel, der ikke er med i S men er med i GT , kalder vi falske negativer (FN). Tabel 1 viser et overblik over kategoriseringen af pixel (x, y) afhængigt af segmenteringerne S og GT .

Herefter defineres to værdier, følsomheden, givet ved Ligning (26), som angiver i hvor stor grad segmenteringen S fandt korrekte pixel i forhold til GT , og specificiteten, givet ved Ligning (27), som angiver i hvor stor grad segmenteringen S ikke fandt ukorrekte pixel i forhold til GT .

Følsomheden og specificiteten bruges i fællesskab til, at vurdere korrektheden af vores implementering.

$$Følsomhed = \frac{TP}{TP + FN} \quad (26)$$

$$Specificitet = \frac{TN}{TN + FP} \quad (27)$$



Figur 5: Korrekthedsevaluering af pektorallinjen

3 Anvendelse

3.1 Estimering af pektorallinjen

Vi skal i dette afsnit beskrive hvorledes estimeringen af pektorallinjen på et mammografi udføres ved billedanalyse af mammografiet. Dette gør vi for at vi efterfølgende kan finde punktet A jvf. afsnit 1.2.

Segmentering af mammografier går i første omgang ud på at identificere pektoralgrænsen og ud fra denne grænse estimere pektorallinjen, hvorpå punkterne B og C ligger. Denne del af segmenteringen har forskere indenfor feltet imidlertid allerede arbejdet med, hvorfor vi har valgt at en sådan allerede beskrevet metode til at implementere estimeringen af pektorallinjen. Metoden er beskrevet af Nico Karssemeijer jvf. [Karssemeijer, 2000]. Helt overordnet kan vi inddele metoden i 7 overordnede skridt, som i de følgende underafsnit vil blive beskrevet nærmere. De 7 skridt er:

1. Resize / tilpas billedet
2. Identifier "Region of Interest" (ROI)
3. Udregn størrelsen $G(x, y)$ og retning $G_\theta(x, y)$ af gradienter i ROI
4. Filtrer gradienterne $G(x, y)$
5. Houghtransformer til Houghplanet $H(\theta, \rho)$
6. Normaliser Houghplanet $H(\theta, \rho)$ til $H_N(\theta, \rho)$
7. Bestem (θ_p, ρ_p) som højest rangerede lokale maksimum af $H_N(\theta, \rho)$

Det endelige produkt af disse 7 skridt er en forskrift for estimatet af pektorallinjen i form af en lige linje på formen $y = ax + b$, som vi skal bruge i den videre analyse.

3.1.1 Tilpas billedet

Vi skal før den videre billedbehandling tilpasse billedets dimensioner, hvilket indebærer både skalering, spejlning og ændring af størrelsesforholdet mellem bredde og højde.

Tilpasningen af billedet udfører vi, fordi vi skal fjerne unødvendig støj, unødvendige detaljer og eventuelt fremmede legemer. Derudover skal vi

forsøge at gøre billederne så ens som muligt, således at den videre billedbehandling og sammenligning med andre mammografer simplificeres.

Den unødvendige støj skyldes, at vi arbejder på indscanninger af analoge mammografer, som ikke umiddelbart har gennemgået nogen preprocessing i form af udglatninger o.lign. Ligeledes er de analoge mammografer typisk mærket med tekst o.lign., således at de kan kendes. Disse kendemærker er blot en ekstra fejlkilde i vores analyse, hvorfor vi ønsker at fjerne dem så vidt muligt. Da mammograferne bliver manuelt indscannet, har vi både mammografer, hvor brystet ligger mod venstre side, og mammografer hvor brystet ligger mod højre side.

Vi starter derfor med at finde massemidtpunktet i billedet. Hvis massemidtpunktet ligger på højre side af billedet, spejler vi billedet i den lodrette akse, da dette indikerer, at brystet ligeledes ligger mod højre side. Herefter fjerner vi de 26 øverste pixel, de 99 pixel længst mod højre og de 4 pixel længst mod venstre for at fjerne unødvendige legemer, da en hurtig gennemgang af vores testdata har vist, at disse pixel typisk blot indeholder unyttig information såsom en grå eller hvid kant.

Til slut skalerer vi billedet ned til 128 pixel i højden og en tilsvarende bredde, således at bredde-højde-forholdet beholdes. Dette fjerner unødvendig støj samt mindre ubetydelige detaljer, da skaleringen udfører vægtet gennemsnit på billedet.

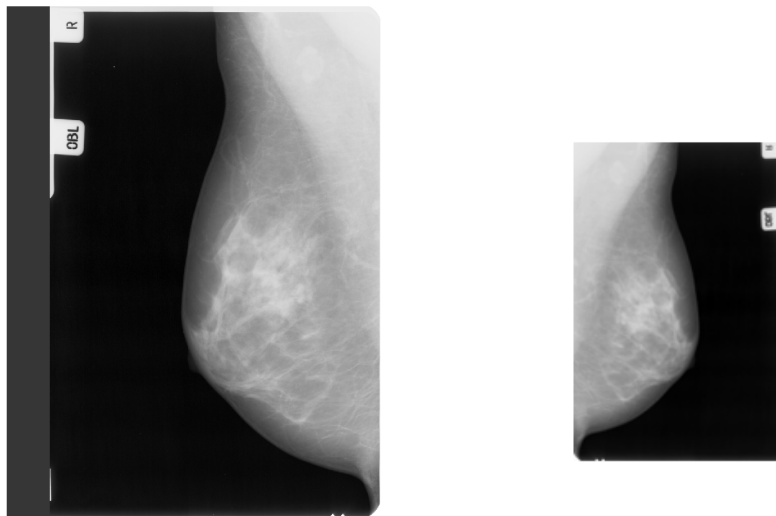
Et eksempel på denne tilpasning af et mammografi kan ses på Figur 6, hvor Figur 6a viser det originale mammografi lettere nedskaleret så det passer ind i rapporten, og Figur 6b viser resultatet af tilpasningen beskrevet i dette afsnit.

Resultatet af tilpasningen er et udglattet billede på 128 pixel i højden og tilsvarende bredde (bibeholder højde/bredde-forholdet) med de mest ubetydelige pixel fjernet. Billedet har endvidere brystet grænsende op mod den venstre side.

3.1.2 Identifier ROI

Vi skal nu identificere “Region of Interest” (ROI), hvilket er den del af mammografien, som brystmusklen typisk forekommer i.

Identificeringen af ROI er nødvendig for at vi kan mindske mængden af data, som vi skal analysere, og dermed ligeledes antallet af linjer, som vi potentielt kan identificere som pektorallinjen.



(a) Original mammografi

(b) Resultat af tilpasning

Figur 6: Eksempel på tilpasning af mammografi

Ifølge [Karssemeijer, 2000] er ROI defineret som øverste venstre kvadrant af billedet i forhold til massemidtpunktet af brystet. Vi fjerner derfor først den umiddelbare baggrundsstøj fra mammografien ved at benytte Otsu's metode og sætte alle pixel under grænseværdien til 0. Derefter finder vi massemidtpunktet af det resterende billede. Dette massemidtpunkt definerer vi som brystets massemidtpunkt, da det må antages, at brystet er langt det største legeme på mammografien.

Vi benytter herefter Karssemeijer's antagelse om, at ROI er den øverste venstre kvadrant af mammografien i forhold til brystets massemidtpunkt.

Figur 7 viser et eksempel på identificeringen af ROI. På Figur 7a er det grønne kryds markeringen af massemidtpunktet af brystet og den røde rektangel markereringen af den identificerede ROI. Figur 7b viser det tilsvarende ROI-udklip af det tilpassede billede, som bliver benyttet til den videre analyse.

Resultatet af denne procedure er, at vi nu har den del af mammografien, som brystmusklen kan identificeres i (ROI) i form af et billede. Dette billede skal vi herefter benytte til den egentlige analyse for at finde pektorallinjen.



(a) Tilpasset billede med ROI (rød rektangel) og massemidtpunkt (grønt kryds) markeret

(b) ROI klippet ud

Figur 7: Eksempel på identificering af ROI på tilpasset mammografi

3.1.3 Størrelsesorden og retning af gradienter

Vi skal i denne del af analysen finde gradienter i ROI herunder både størrelse og retning af hver af gradienterne.

Grunden, til at vi skal finde gradienter, er, at pectoralmusklen på mammografier fremstår med mere intensitet end brystvævet. Dette er tilfældet fordi røntgenstrålingen absorberes mere igennem muskel end igennem fedtvæv. Pectoralgrænsen vil derfor kunne ses som en kant eller nærmere betegnet en forskel i intensitet på mammografier. Denne kant er vi interesseret i at finde og i sidste ende modellere ved en lige linje. Grænsen mellem pectoralmusklen og brystvævet er dog typisk en “glidende overgang” over flere pixel, hvorfor vi ikke blot får enkeltpixel-gradienter. Ud over gradienternes størrelse har vi brug for retningen af gradienterne for at vi senere kan filtrere usandsynlige gradienter fra.

Vi starter med at udglatte billedet ved at folde et 3x3 Gauss-filter hen over ROI. Dette fjerner små ujævnheder i billedet. Herefter udregner vi gradienterne først i x-aksens retning, $G_x(x, y)$, og derefter i y-aksens retning, $G_y(x, y)$. Udregningen af gradienter i hver af de to retninger sker ved at folde ROI med et Sobel-filter S som vist i Ligning (7) og (8), afsnit 2.2. Ligeledes benytter vi Ligning (9), afsnit 2.2 til at udregne størrelserne af de samlede gradienter.



(a) Gradienterne $G(x, y)$

(b) Filtrerede gradienter $G_f(x, y)$

Figur 8: Gradientresultater af det tilpassede billede i Figur 7b

Vi mangler nu blot at udregne retningen af disse gradienter. Vi skal senere filtrere gradienterne, hvorfor vi ønsker gradientvinkler mellem 0 og 2π i positiv omløbsretning. Til dette formål benytter vi Ligning (10), afsnit 2.2.

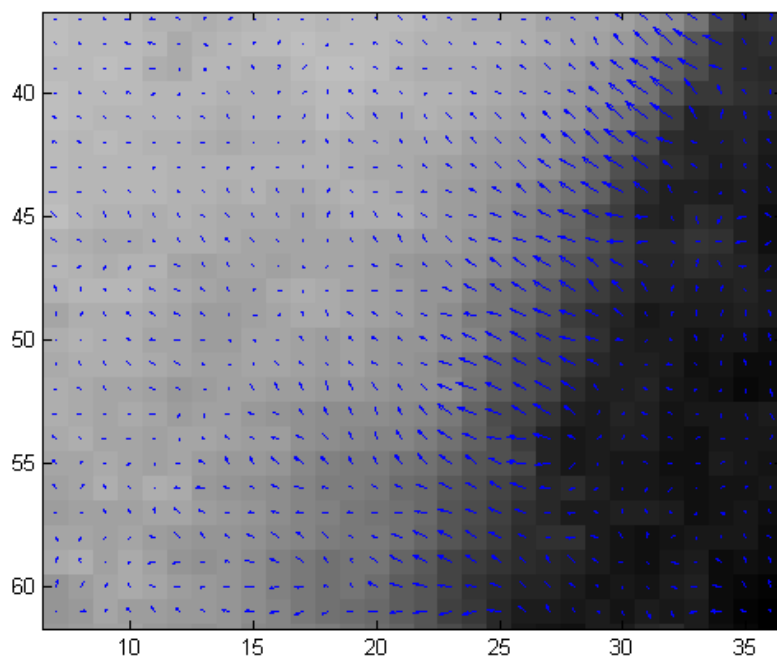
Figur 8a viser et eksempel på $G(x, y)$ af det tilpassede billede i Figur 7b. De 2 yderste pixel hele vejen rundt om billedet er sat til 0 for at fjerne de upålidelige gradienter, som bliver udregnet i disse pixel grundet overlap med foldningskernen. Figur 9 viser et udsnit af Figur 7b, hvor gradienternes retninger og størrelser hhv. er markeret ved de blå piles retninger og længder.

Det endelige resultat af denne procedure er to matricer, der beskriver gradienterne: $G(x, y)$ som indeholder størrelserne af gradienterne, og $G_\theta(x, y)$ som indeholder gradienternes vinkler mellem 0 og 2π .

3.1.4 Filtrering af gradienter

Vi skal nu filtrere de gradienter fra, som vi på forhånd kan udelukke fra at være en del af pektoralgrænsen grundet deres orientering.

Filtreringen udfører vi simpelt ved at definere en minimumsvinkel θ_{min} og en maksimumsvinkel θ_{max} , hvorefter vi benytter gradientvinklerne $G_\theta(x, y)$ til at filtrere vinkler uden for intervallet $[\theta_{min}; \theta_{max}]$. Gradienterne uden for dette interval sætter vi blot til 0. Den samlede funktion er matematisk be-



Figur 9: Illustration af gradienterne i et udsnit af Figur 7b. Gradienterne er illustreret ved de blå pile, som peger i gradientens retning og har længde svarende til gradientens størrelse.

skrevet i Ligning (28) jvf. [Karssemeijer, 2000, s. 7, lg. 1].

$$G_f(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{for } G_\theta(x, y) < \theta_{min} \\ G(x, y) & \text{for } \theta_{min} \leq G_\theta(x, y) \leq \theta_{max} \\ 0 & \text{for } G_\theta(x, y) > \theta_{max} \end{cases} \quad (28)$$

Vi sætter $\theta_{min} = \pi$ og $\theta_{max} = \frac{3}{2}\pi$ for kun at få gradienter, der går fra en lys til mørk i retning op mod venstre.

Figur 8b viser resultatet $G_f(x, y)$ af filtrering af gradienterne $G(x, y)$ i Figur 8a.

Det endelige produkt af filtreringen er en gradientmatrice $G_f(x, y)$ med samme gradienter som $G(x, y)$, men hvor gradienterne uden for retningsintervallet $[\theta_{min}; \theta_{max}]$ er lig 0.

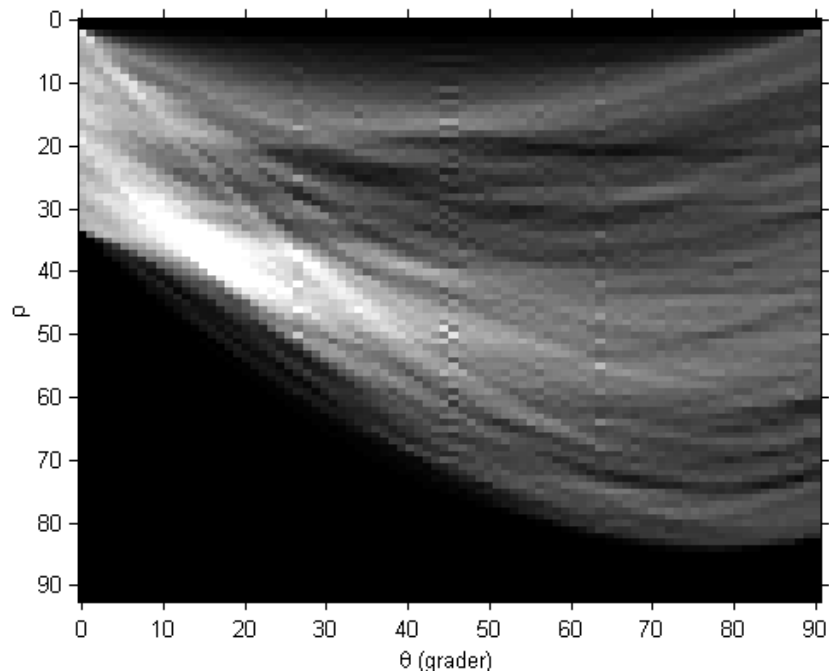
3.1.5 Houghtransformation

I dette afsnit skal vi beskrive Houghtransformationen af de filtrerede gradienter $G_f(x, y)$ til Houghplanet $H(\theta, \rho)$. Vi udfører Houghtransformationen for at vi senere kan udnytte egenskaberne ved Houghplanet til automatisk at finde linjer i mammografiet.

Den specifikke implementation af Houghtransformationen ifølge Karssemeijer, [Karssemeijer, 2000, s. 7-8], afviger en smule fra den generelle Houghtransformation beskrevet i afsnit 2.6, da vi ikke benytter en kant-detektionsalgoritme til at finde kanter først, men derimod arbejder direkte på gradienterne i ROI.

Vi starter med at udregne histogrammet $hist(G_f(x, y))$ af gradienterne $G_f(x, y)$. Dette histogram benytter vi efterfølgende i vægtningsfunktionen $W(G_f(x, y))$, som udregnes som integralet fra 0 til $G_f(x, y)$ og normaliseret ved multiplikation med $\frac{1}{A_{hist}}$, hvor A_{hist} er det samlede areal af histogrammet $hist(G_f(x, y))$. Denne vægtningsfunktion benytter vi i den efterfølgende Houghtransformation til at forøge punkterne i $H(\theta, \rho)$.

Vi skal nu diskretisere værdierne af θ og ρ . Da origo i billeder sidder i øverste venstre hjørne, så vælger vi at sætte θ til værdier mellem 0 og 90 grader (0 og $\frac{\pi}{2}$ radianer). Stepværdien mellem hver θ -værdi sætter vi til $\frac{90}{h}$, hvor h er højden af ROI. Værdierne af ρ vælger vi mellem 0 og længden af diagonalen $\|(b, h)\|$ af ROI, hvor b er bredden af ROI. Stepværdien mellem disse værdier sætter vi blot til 1.



Figur 10: Houghtransformation af de filtrerede gradienter vist i Figur 8b

Det næste skridt i Houghtransformationen er, at finde de mulige punkter (θ_i, ρ_i) til hvert punkt (x_i, y_i) i gradientbilledet $G_f(x_i, y_i)$. Disse punkter finder vi vha. Ligning (24) i afsnit 2.6. Vi forøger nu værdien $H(\theta_i, \rho_i)$ af alle de netop fundne mulige punkter med vægtningsfunktionen $W(G_f(x_i, y_i))$.

Når dette er udført for samtlige punkter (x_i, y_i) i gradientbilledet, er vores Houghtransformation færdig. Figur 10 viser et eksempel på resultatet af Houghtransformationen på de filtrerede gradienter vist i Figur 8b.

3.1.6 Normalisering af Houghplanet

Vi skal nu udføre efterbehandling af Houghplanet i form af filtrering af sandsynlige pektorallinjer og normalisering af Houghplanet. Vi gør dette for at mindske sandsynligheden for, at vi vælger et punkt i Houghplanet, der giver et dårligt eller decideret forkert estimat af pektorallinjen. Normaliseringen udfører vi for at udligne problemet med, at lange linjer i ROI potentielt kan få vægtninger fra flere punkter end korte linjer og derfor potentielt kan have væsentligt højere værdi i Houghplanet end korte linjer.

Først udfører vi en frasortering af usandsynlige punkter (θ, ρ) i Hough-

hplanet jvf. [Karssemeijer, 2000, s. 8]. Det filtrerede Houghplan kalder vi H_f . Filtringen består i at sætte en øvre og en nedre grænse for vinklen θ af pektorallinjen samt afstanden ρ . En gennemgang af vores mammografier viser, at vi uden problemer kan sætte disse grænser som vist i Ligning (29).

$$H_f(\theta, \rho) = \begin{cases} H(\theta, \rho) & 10 < \theta < 45, \quad \rho > 0 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases} \quad (29)$$

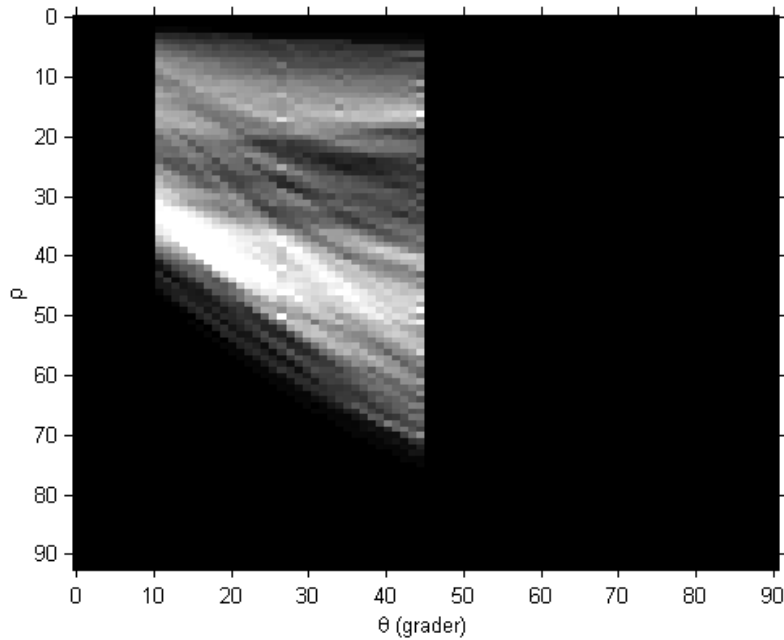
Næste skridt i efterbehandlingen af Houghplanet er normalisering. Normaliseringen udfører vi ved først at finde samtlige punkter i Houghplanet, der har en vægtning højere end 0. For hvert af disse punkter (θ_i, ρ_i) beregner vi længden $L(\theta_i, \rho_i)$ af den tilsvarende linje i gradientbilledet G .

Som nævnt er vi interesseret i at normalisere Houghplanet således at lange linjer ikke får større vægtning end korte linjer. Ved blot at multiplicere Houghværdien $H_f(\theta_i, \rho_i)$ med den reciprokke af længden $L(\theta, \rho)$, får meget korte linjer i f.eks. hjørnerne af gradientbilledet meget let høje værdier. Dette tager vi højde for ved at definere normaliseringsfaktor-funktionen $NF(L(\theta, \rho))$, som blot multipliceres på H_f og giver det resulterende normaliserede Houghplan H_N vist i Ligning (31). I definitionen af NF sætter vi en nedre grænse på $L(\theta, \rho)$ til højden af $G(x, y)$, h_G , divideret med 10. For længder over denne grænse sætter vi blot NF til $1/\sqrt{L(\theta, \rho)}$, mens vi for længder under den nævnte grænse blot sætter NF til $10/h_G$. Funktionen NF kan ses i Ligning (30). Figur 11 viser et eksempel på filtring og normalisering af Houghplanet vist i Figur 10.

$$NF(L(\theta, \rho)) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{L(\theta, \rho)}} & L(\theta, \rho) > h_G/10 \\ 10/h_G & L(\theta, \rho) < h_G/10 \end{cases} \quad (30)$$

$$H_N(\theta, \rho) = H(\theta, \rho) \cdot NF(L(\theta, \rho)) \quad (31)$$

Resultatet af efterbehandlingen, som vi netop har udført, er et filtreret og normaliseret Houghplan H_N , hvor værdien af et punkt $H_N(\theta, \rho)$ ikke er afhængig af længden $L(\theta, \rho)$ af den tilsvarende linje i gradientbilledet $G(x, y)$.



Figur 11: Resultatet H_N af filtrering og normalisering af Houghplanet vist i Figur 10.

3.1.7 Identificering af højest rangerede lokale peak

Vi skal i dette afsnit beskrive metoden til at finde den højest rangerede peak i Houghplanet og dermed finde de parametre (θ, ρ) , der modellerer pektorallinjen bedst.

Vi starter med at finde de lokale maksima i Houghplanet H_N ved at placere et vindue på 5×5 pixel med centrum i hvert punkt i Houghplanet og registrere det højeste punkt inden for vinduet som et lokalt maksimum. Herefter tjekker vi, om der er nogen lokale maksima med værdi højere end den mindste tærskelværdi T_L . Denne tærskelværdi angiver den minimale vægtning af et punkt, for at den tilsvarende linje i $x-y$ -planet er en potentiel linje.

Hvis der ingen punkter i H_N med værdi over T_L , konkluderer vi blot, at vi ikke er i stand til at identificere et estimat af pektorallinjen.

Hvis der derimod er punkter i H_N med værdi over T_L , sammenligner vi alle disse punkter med den højeste tærskelværdi T_H . Denne tærskelværdi angiver den værdi af vægtningen i H_N , over hvilken de enkelte punkters vægtning er uden betydning. Har vi derfor nogen punkter med vægtning

over T_H , beregner vi arealet $A_{pec}(\theta, \rho)$ af den pektoralmuskel, som punktets linje udspænder på det oprindelige mammografi og benytter punktet med størst $A_{pec}(\theta, \rho)$. Findes der ingen punkter med værdi over T_H , benytter vi blot punktet med størst vægtning til at estimere pektorallinjen. Ifølge [Karssemeijer, 2000, s. 9] er de mest optimale tærskelværdier $T_L = 350$ og $T_H = 550$, men i vores implementation er de mest optimale tærskelværdier $T_L = 3.5$ og $T_H = 6.2$.

Figur 12 viser resultatet og mellemresultaterne af at finde den højst rangerede lokale peak på H_N vist i Figur 11. Figur 12a til 12c viser hhv. alle de lokale peaks, de lokale peaks med værdi over tærskelværdien T_L og de lokale peaks med værdi over tærskelværdien T_H . Ligeledes er den højst rangerede peak baseret på $A_{pec}(\theta, \rho)$ markeret med et rødt kryds i Figur 12c. Pektorallinjen, som den højst rangerede lokale peak modellerer, er markeret i Figur 12d ved den røde linje.

Resultatet af udførelsen af denne metode er, at vi nu enten har identificeret den bedste estimering af pektorallinjen eller fundet ud af, at vi ikke er i stand til at identificeret denne.

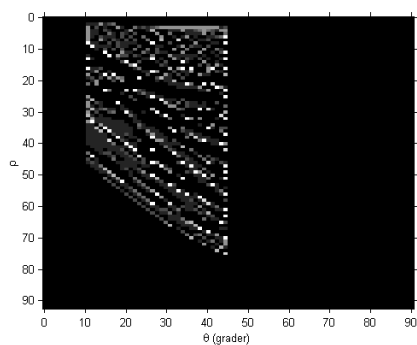
3.2 Alternativ estimering af pektorallinjen

Vi angiver i dette afsnit en alternativ metode (i forhold til dele af metoden beskrevet i afsnit 3.1) til at finde pektorallinjen på et mammografi.

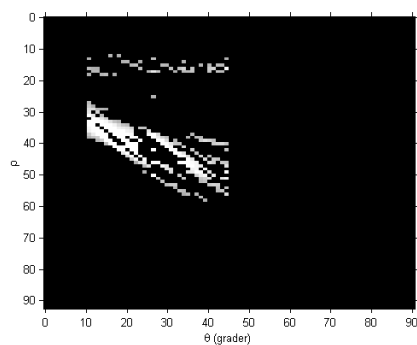
Denne alternative metode følger vores originale metode beskrevet i afsnit 3.1.1 og 3.1.2 med tilpasning af det originale billede og identificering af ROI. Herefter benytter vi Canny kantdetektion til at finde kanter i ROI i stedet for Karssemeijer's patent [Karssemeijer, 2000]. Resultatet af kantdetektionen er et binært billede I_k med samme størrelse som ROI, hvor pixel med værdien 1 indikerer en kant. Figur 13 viser et eksempel på resultatet af at udføre Cannys kantdetektion på ROI, hvor Figur 13a viser ROI og Figur 13b viser det resulterende kantbillede.

Vi benytter nu den generaliserede Houghtransformation beskrevet i afsnit 2.6 til at finde lige linjer i kantbilledet I_k . Resultatet af Houghtransformationen er et Houghplan H_c , hvor linjerne med flest "stemmer" fra kantbilledet I_k har størst værdi. Figur 14a viser Houghplanet H_c for Houghtransformation af kantbilledet vist i Figur 13b.

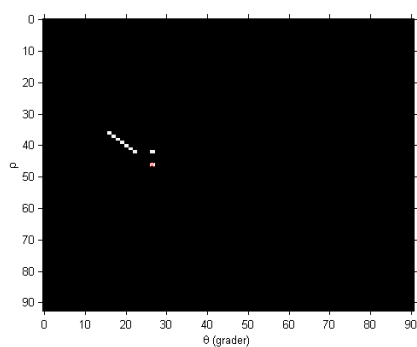
Dette Houghplan udfører vi filtrering på med grænserne vist i Ligning (29) som beskrevet i afsnit 3.1.6, hvorved vi får det filtrerede Houghplan $H_{c,f}$.



(a) Lokale peaks



(b) Lokale peaks over tærskelværdien T_L



(c) Lokale peaks over tærskelværdien T_H .
Den højest rangerede lokale peak er markeret med et rødt kryds.



(d) Pektorallinjen defineret af højest rangerede lokale peak

Figur 12: Eksempel på resultatet af at finde højest rangerede peak på H_N vist i Figur 11.



(a) Udsnit før Canny kantdetektion (b) Udsnit efter Canny kantdetektion

Figur 13: Canny kantdetektion på et mammografiudsnit (ROI)

Filtreringen udfører vi ligeledes i denne alternative estimering af pektoral-linjen for at undgå at identificere en usandsynlig kant, som kunne være identificeret pga. støj eller naturlig variation i pektoralmusklen. Vi har nu et Houghplan $H_{c,f}$ bestående udelukkende af peaks, som potentielt kan estimere pektorallinjen.

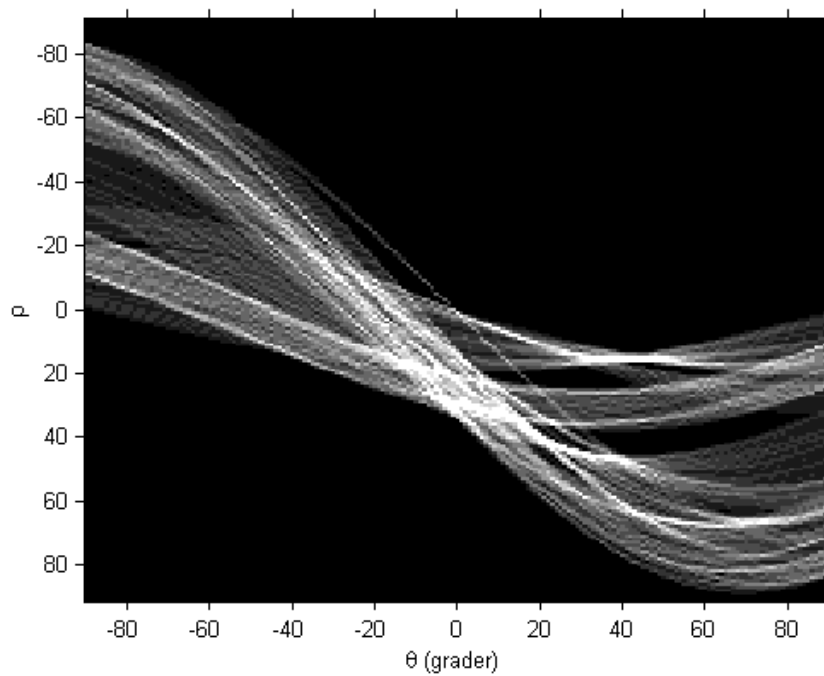
Vi mangler nu blot at identificere den mest sandsynlige pektorallinje i Houghplanet. I modsætning til Karssemeijers patent vælger vi i denne alternative implementation blot den peak i $H_{c,f}$ med størst værdi og dermed ligeledes den af de sandsynlige peaks, hvis linje i (x,y) -planet består af flest kantpunkter uden hensyntagen til længden af linjen i ROI. Figur 14b viser det filtrerede Houghplan $H_{c,f}$ af Houghplanet H_c vist i Figur 14a. Ligeledes er den identificerede højeste peak markeret med et rødt kryds på Figur 14b. Den tilsvarende pektorallinje plottet på det tilpassede billede er vist i Figur 15, hvor den røde streg viser pektorallinjen.

Det samlede resultat af denne metode er, at vi har identificeret pektorallinjen vha. Canny kantdetektion og Houghtransformation.

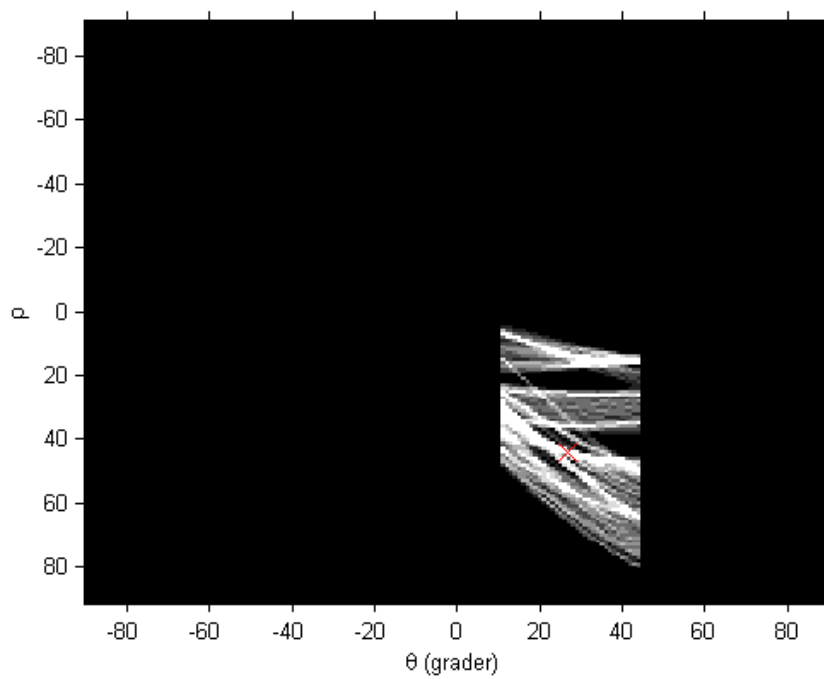
3.3 Identificering af brystregionen

Vi skal nu finde brystregionen og dermed fjerne al baggrund samt alle fremmedlegemer fra mammografiet. Vi gør dette for at vi efterfølgende kan identificere segmenteringspunkterne A , B og C .

Vi benytter Otsu's metode beskrevet i afsnit 2.5 til at finde tærskelværdien, under hvilken samtlige pixel på det originale mammografi skal sættes lig 0, da de er en del af baggrunden. Grundet støjen der typisk forekommer i de indscannede mammografier, kan vi typisk ikke nøjes med at udføre Otsu's metode én enkelt gang. Vi udfører derfor Otsu's metode flere gange, hvor vi ved hver udførelse af metoden fjerner den fundne forgrund fra det billede, som vi efterfølgende benytter Otsu's metode på. Vi udfører dette skridt indtil størrelsesforholdet mellem baggrunden i næste udførsel af metoden og baggrunden i den sidste udførsel af metoden bliver lavere end en given tærskel $O_t = 0.3$. Denne sammenligning udfører vi, da den indikerer, at baggrunden i næste udførsel af metoden er så lille, at hele baggrunden er markeret som forgrund. Resultatet af denne procedure er et binært billede, der angiver forgrund som værdien 1 og baggrund som værdien 0. Ligeledes sætter vi de rækker og kolonner til 0, som vi fjernede i tilpasningen af det originale mammografi i afsnit 3.1.1.

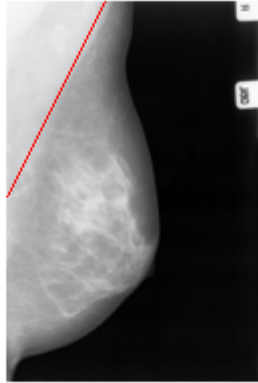


(a) Houghplanet H_c



(b) Det filtrerede Houghplan $H_{c,f}$

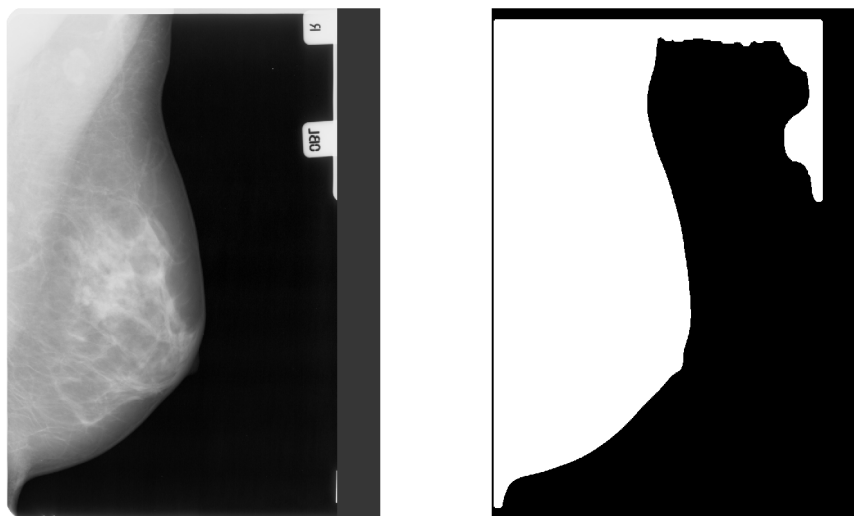
Figur 14: Houghtransformation af kantbilledet vist i Figur 13b



Figur 15: Tilpasset mammografi med pektorallinjen (rød streg) identificeret vha. den alternative estimering af pektorallinjen

Vi skal nu fjerne fremmedlegemer samt støj, der ligesom brystet er markeret som forgrund. Til dette formål benytter vi os af en række metoder jvf. [Nagi et al., 2010]. Vi starter med at tilføje en etikette til hvert pixel, der markerer regionerne i forgrunden. Pixel med værdien 1, som ligger op ad andre 1-pixel bliver dermed markeret med ens etikette, da de tilhører den samme region på billedet. Vi må antage, at brystet er langt det største legeme på mammografiet, hvorfor vi fjerner samtlige regioner fra forgrunden med areal mindre end den største region. Ligeledes fjerner vi alle forgrundspixel, der er helt omringet af baggrundspixel, og sætter baggrundspixel omringet af et flertal af forgrundspixel lig 1 (minimum 5 forgrundspixel ud af de 8 nabopixel).

For at udjævne kanten, udfører vi nu først erosion (se Wikipedia artikel om Erosion) og derefter dilation (se Wikipedia artikel om Dilation) af forgrunden med en cirkel med radius 10. Vi afslutter udjævningen ved at fylde huller i forgrundsregionen ud med forgrund. Vi udfører endnu en gang fjernelse af mindre regioner, da tests har vist, at de netop udførte funktioner i visse særtilfælde kan resultere i separering af fremmedlegemer, der i første omgang fejlagtigt var markeret som en del af brystregionen. Ligeledes sætter vi nok en gang de rækker og kolonner til 0, som vi fjernede i tilpasningen af det originale mammografi i afsnit 3.1.1.



(a) Venstreorienteret mammografi (b) Tilsvarende brystregionsmaske med falske kantpunkter

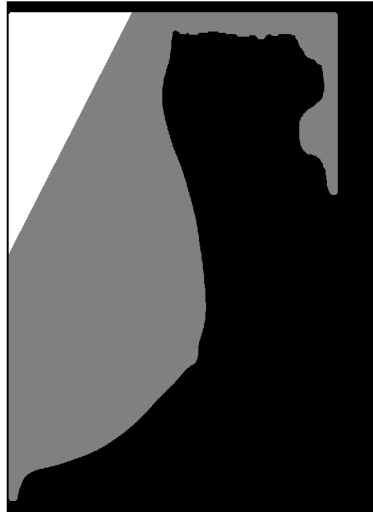
Figur 16: Eksempel på identificering af brystregionen

Til de senere tests laver vi i denne forbindelse ligeledes en maske, hvorpå baggrunden har værdien 0, brystregionen har værdien 1 og den del af brystregionen, som pektorallinjen afgrænser i venstre øverste hjørne, har værdien 2. Figur 17 viser et eksempel på en sådan maske for det venstreorienterede mammografi vist i ??.

Resultatet af denne proces er, at vi nu har et billede, der identificerer hele brystregionen inklusiv pektorallinjen som værdien 1 og baggrunden som værdien 0 samt en tilsvarende maske, hvor pektoralmusklens del af brystregionen har værdien 2. Ligeledes er de pixel, som vi fjernede i afsnit 3.1.1, defineret som baggrund. På det resulterende billede er der endvidere fjernet så mange fremmedlegemer og støj som muligt, og kanterne på brystregionen er jævnet ud. Figur 16a viser et venstreorienteret mammografi, og Figur 16b viser den resulterende maske af brystregionen.

3.4 Identificering af punkterne A , B og C

Det næste skridt i segmenteringen er identificering af punkterne A , B og C i segmenteringen, hvilket vi beskriver i dette afsnit. Identificeringen af A , B og C udfører vi i de to overordnede skridt, som vi efterfølgende beskri-



Figur 17: Brystregionsmaske med markering af pektoralmusklen

ver: Identificering af skin-air punkter samt punktet A og identificering af punkterne B og C ved estimering af øvre og nedre brystparabel.

3.4.1 Identificering af skin-air punkter og punktet A

Vi starter med identificeringen af skin-air punkter, hvorefter vi benytter disse til identificeringen af punktet A . Til dette formål benytter vi brystregionsmasken fra afsnit 3.3. Grundet den manuelle indscanning af mammograferne har visse mammografiers kanter mere eller mindre samme intensitet som den yderste del af brystregionen, hvorfor sådanne kanter kan forekomme som forgrund på den omtalte maske. Disse uønskede kanter kalder vi for “falske kanter” og deres punkter kalder vi “falske kantpunkter” i den videre beskrivelse af problemet. Ligeledes kalder vi de ønskede kanter for “sande kanter” og deres punkter kalder vi “sande kantpunkter”. Til sammen kaldes disse kanter og punkter for hhv. skin-air kanter og skin-air punkter. Vi skal nu identificere de sande kantpunkter ved identifikation af samtlige skin-air kantpunkter efterfulgt af filtrering af de falske kantpunkter.

Første skridt i identificeringen af skin-air punkterne er at finde kantpunkter på brystregionen ved at benytte Canny kantdetektion på brystregionsmasken. Eftersom vi tidligere tilpassede brystregionsmasken ved at sætte de yderste pixel lig 0, fjerner vi de skin-air punkter, som denne tilpasning

kunstigt har genereret ved at sætte de tilsvarende kolonner og rækker i kantbilledet lig 0.

Vi finder nu x- og y-koordinater for alle skin-air punkterne $p_i, i = 1, \dots, n$ i det netop fundne kantbillede. Hver af disse n punkter p_i definerer vi ud fra deres x- og y-koordinater som vektorerne \vec{p}_i . Yderligere samler vi samtlige \vec{p}_i i $n \times 2$ matricen P :

$$\vec{p}_i = \begin{pmatrix} x_i & y_i \end{pmatrix}, \quad i = 1, \dots, n$$

$$P = \begin{bmatrix} \vec{p}_1 \\ \vec{p}_2 \\ \vdots \\ \vec{p}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ \vdots & \vdots \\ x_n & y_n \end{bmatrix}$$

Som nævnt i afsnit 1.2 er punktet A defineret som punktet på skin-air grænsen længst væk fra pektorallinjen, hvorfor vi udfører en rotation samt translation af P til P_{pek} således at afstanden i x -værdi til y -aksen på hvert punkt i P_{pek} svarer til afstanden fra hvert punkt i P til pektorallinjen. Ved identificeringen af pektorallinjen, fandt vi de Houghkoordinater (θ, ρ) , som pektorallinjen var defineret ud fra i ROI. Disse koordinater omregner vi nu, således at vi får de tilsvarende houghkoordinater (θ_o, ρ_o) med origo i brystkoordinatets øverste venstre hjørne. Den førnævnte rotation udfører vi derfor ved at udføre matrixmultiplikation af P med rotationsmatricen $R(-\theta_o)$, hvorefter vi translaterer de resulterende punkter P_{rot} med $-\rho$ i x-aksens retning:

$$P_{rot} = P \cdot R(-\theta_{pek}) = P \begin{bmatrix} \cos(\theta_{pek}) & \sin(\theta_{pek}) \\ -\sin(\theta_{pek}) & \cos(\theta_{pek}) \end{bmatrix}$$

$$P_{pek} = P_{rot} - \begin{bmatrix} \rho & 0 \\ \rho & 0 \\ \vdots & \vdots \\ \rho & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{rot,1} - \rho & y_{rot,1} \\ x_{rot,2} - \rho & y_{rot,2} \\ \vdots & \vdots \\ x_{rot,n} - \rho & y_{rot,n} \end{bmatrix}$$

For at kunne fjerne de falske kanter i brystregionen, opbygger vi nu en liste L af de skin-air punkter fra P_{pek} , som alle ligger enten på den sand kant eller i forlængelse af punkterne på denne kant. Listen opbygges

således, at det første punkt i listen svarer til linjens startpunkt i toppen af mammografiet, og det sidste punkt i listen svarer til linjens slutpunkt i bunden af mammografiet. Denne opbygning tillader os efterfølgende at filtrere de falske kantpunkter væk ved blot at “klippe” enderne af linjen væk.

Vi starter opbygningen af denne liste ved at identificere startpunktet $p_c = (x_c, y_c)$ som punktet på skin-air kanten, der ligger på samme y -koordinat som massemidtpunktet af brystet. Ved tilfælde af flere punkter med samme y -koordinat, vælger vi punktet med lavest x -koordinat. Vi vælger dette punkt, da vi må antage, at det ligger på den ønskede del af den linje, som vi ønsker at frembringe. Herefter udfører vi følgende skridt for at opbygge listen (linjen):

- Identifier p_c som beskrevet ovenfor.
- Del P_{pek} op i en øvre del af punkter $p_u = (x_u, y_u)$ hvor $y_u \geq y_c$ (men hvor p_c ikke er inkluderet), og en nedre del af punkter $p_l = (x_l, y_l)$ hvor $y_l < y_c$.
- Lad listen l_u være listen af linjepunkter, som punkterne fra p_u løbende tilføjes til og l_l være listen af linjepunkter, som punkter fra p_l løbende tilføjes til.
- Tilføj punktet p_c til listen l_l .
- For hver af de to dele af punkter p_u og p_l udfør følgende skridt, hvor vi ved hver af de to dele sætter $p_0 = p_c$ og hhv. $p_k = p_u$ og $p_k = p_l$.
 1. Start i p_0 og find det nærmeste punkt $p_1 = (x_1, y_1)$ med mindre afstand end d til p_0 .
 2. Tilføj p_1 til enden af listen af linjepunkter (l_u eller l_l)
 3. Fjern p_1 fra p_k og sæt $p_0 = p_1$.
 4. Hop til punkt 1, hvis der findes nogen punkter med afstand mindre end d til p_0 .
- Vend listen l_u om således at det første element svarer til punktet, der oprindeligt blev tilføjet som sidste element.
- Sammenkæd listen l_u og l_l i den samlede liste L med punkterne fra l_u først efterfulgt af punkterne fra l_l .

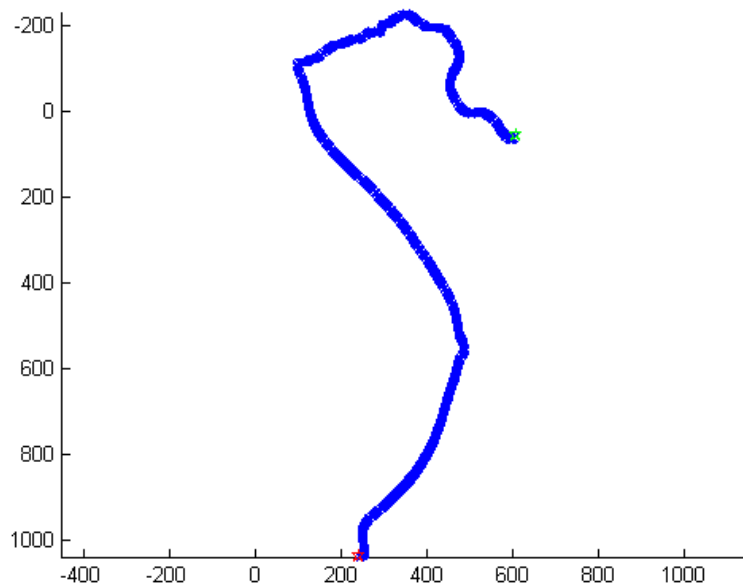
Tests har vist, at afstanden $d = 10$ er den optimale afstand grundet risikoen for at starte i et punkt på brystet, hvor samtlige af de nærmeste punkter ligger på den øvre linje l_u , hvorved l_l bliver en tom liste, hvis d sættes under for lav (under 10 i dette tilfælde). Vi har nu opbygget den beskrevne liste L af skin-air punkterne, hvor første og sidste element på listen svarer til den førnævnte linjes endepunkter. Figur 18a viser et eksempel på den opbyggede linje L ud fra kantpunkterne fundet i Figur 16b. På denne figur viser det grønne punkt linjens startpunkt og det røde punkt linjens slutpunkt. Denne liste kan imidlertid både indeholde sande kantpunkter og falske kantpunkter. Listens opbygning er derfor potentielt (listet fra start til slut på listen): falske kantpunkter fra toppen af mammografiet, sande kantpunkter, falske kantpunkter fra bunden af mammografiet. Vi starter med at fjerne de falske kantpunkter i starten af listen således:

- Del listen L op i to dele ved at dele dem i punktet p_c .
- Find punktet $p_{f,u}$ med mindst x -værdi på den øverste del af listen L . I tilfælde af flere punkter, vælg punktet med mindst y -værdi.
- Fjern alle punkter der forekommer før $p_{f,u}$ i listen L .

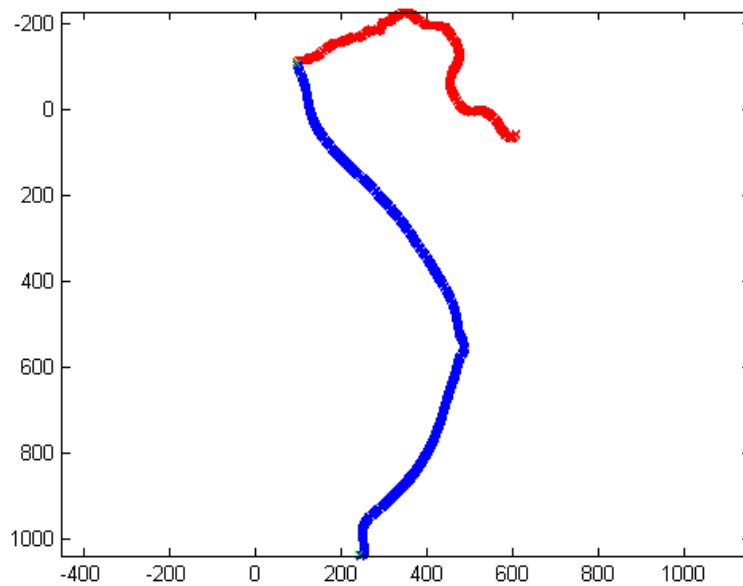
For at fjerne de falske kantpunkter i slutningen af listen skal vi først sikre os, at vores startpunkt ligger så langt til venstre på skin-air grænsen, at de sande kantpunter under startpunktet ligger til højre for startpunktet. Vi flytter derfor startpunktet ned ad listen indtil vi ikke længere har noget punkt inden for de nærmeste 5 naboer til det aktuelle startpunkt i hver retning, der har højere x -værdi end startpunktet. Dette startpunkt kalder vi $p_{c,l}$. Herefter udfører vi følgende filtrering af listen $L_{c,l}$ af punkterne på listen L , der forekommer efter $p_{c,l}$:

- Find punktet $p_{f,l}$ med mindst x -værdi i listen $L_{c,l}$. I tilfælde af flere punkter, vælg punktet med størst y -værdi.
- Fjern alle punkter der forekommer efter $p_{f,l}$ i listen L .

Resultatet af disse to filtreringer er, at vi har fjernet samtlige falske kantpunkter fra listen L , hvorfor listen kun består af sande kantpunkter. Figur 18b viser et eksempel på filtreringen af linjen i Figur 18a. De blå punkter angiver den filtrerede linje med endepunkterne markeret med grønne punkter, og de røde punkter angiver de punkter, der er fjernet fra linjen.



(a) Linje L før filtrering. Det grønne punkt markerer linjens startpunkt, og det røde punkt markerer linjens slutpunkt.



(b) Linje L efter filtrering (blå punkter) samt de frasorterede linjepunkter (røde punkter). De to grønne punkter angiver endepunkterne for den filtrerede linje.

Figur 18: Plots af L fundet ved skin-air kantpunkterne på Figur 16b.

Næste skridt er identificeringen af det roterede og translaterede segmenteringspunkt A_{pek} , som blot er det punkt på L , der ligger længst fra pektorallinjen. Grundet den tidligere rotation og translation, kan vi blot identificere A_{pec} ved at finde punktet på L med højest x -værdi, da pektorallinjen svarer til y -aksen. I tilfælde af flere punkter med maksimal y -værdi, vælger vi det midterste punkt. Vi finder nu det tilsvarende segmenteringspunkt A ved at transformere A_{pek} tilbage til de originale koordinater ved translation af x -aksen med ρ efterfulgt af rotation vha. rotationsmatricen $R(\theta)$:

$$A = \left(A_{pek} + \begin{pmatrix} \rho & 0 \end{pmatrix} \right) R(\theta) \quad (32)$$

$$= \begin{bmatrix} (x_{A_{pek}} - \rho) & y_{A_{pek}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (33)$$

Resultatet af udførelsen af metoden beskrevet i dette afsnit er en liste L af sande kantpunkter fra P_{pek} samt punktet A identificeret i L og transformeret tilbage til det originale koordinatsystem.

3.4.2 Identificering af punkterne B og C

Det sidste skridt i segmenteringen er identificering af punkterne B og C , hvilket vi beskriver i dette afsnit. Disse to punkter identificeres som nævnt i afsnit 1.2 ved at finde skæringspunktet B mellem den øvre brystparabel og pektorallinjen samt skæringspunktet C mellem den nedre brystparabel og pektorallinjen. Vi skal først estimere den øvre brystparabel og den nedre brystparabel, hvorfor vi starter med at modificere vores m punkter $\vec{p}_{L,i} = (x_{L,i}, y_{L,i}), i = 1, \dots, m$ i L således at vi får et koordinatsystem med A i origo, hvor pektorallinjens orientering svarer til x -aksen. Transformationen af punkterne sker således:

$$P_A = \begin{bmatrix} x_{A,1} & y_{A,1} \\ x_{A,2} & y_{A,2} \\ \vdots & \vdots \\ x_{A,m} & y_{A,m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (y_{L,1} - y_{A_{pek}}) & (x_{A_{pek}} - x_{L,1}) \\ (y_{L,2} - y_{A_{pek}}) & (x_{A_{pek}} - x_{L,2}) \\ \vdots & \vdots \\ (y_{L,m} - y_{A_{pek}}) & (x_{A_{pek}} - x_{L,m}) \end{bmatrix} \quad (34)$$

Vi har her translateret det gamle y -koordinat med y -værdien for A_{pek} samt omdefineret den gamle x -akse til at have 0-punkt i $x_{A_{pek}}$ og spejlet aksens

retning. Ligeledes har vi byttet rundt på x -koordinaterne og y -koordinaterne, hvilket svarer til en 90 graders rotation i negativ omløbsretning i vores tilfælde. Resultatet af denne transformation er, at kantpunkterne, som vi skal benytte til estimering af den øvre brystparabel f_u , ligger på “venstre” side af origo (negativ x -værdi i det nye koordinatsystem), og kantpunkterne, som vi skal benytte til estimering af den nedre brystparabel f_l , ligger på “højre” side af origo (positiv x -værdi i det nye koordinatsystem). Samtlige af disse punkter har ligeledes positive y -koordinater.

De to brystparabler er defineret som andengradspolynomier begge med samme tangent i A som selve punktet A , hvilket vil sige hældning lig 0 i koordinatsystemet med origo i A . Ligeledes skal de to brystparabler ramme A dvs. ramme $(0,0)$. Dette giver følgende definition af hver brystparabel:

$$\begin{aligned}f_u(x) &= a_u x^2 + b_u x + c_u \\f_l(x) &= a_l x^2 + b_l x + c_l \\f_u(0) &= f_l(0) = 0 \Leftrightarrow \\c_u &= c_l = 0\end{aligned}$$

Da de to brystparabler skal have hældning lig 0 i A $(0,0)$, får vi ved differentiation mht. x :

$$\begin{aligned}\frac{\partial f_u(x)}{\partial x} &= f'_u(x) = 2a_u x + b_u \\ \frac{\partial f_l(x)}{\partial x} &= f'_l(x) = 2a_l x + b_l \\ f'_u(0) &= 2a_u 0 + b_u \Leftrightarrow \\ b_u &= 0 \\ f'_l(0) &= 2a_l 0 + b_l \Leftrightarrow \\ b_l &= 0\end{aligned}$$

Vi kan dermed konkludere, at vi blot kan definere brystparablerne ved ledene a_u og a_l :

$$\begin{aligned}f_u(x) &= a_u x^2 \\ f_l(x) &= a_l x^2\end{aligned}$$

Vi skal nu estimere de to brystparabler f_u og f_l , hvilket vi benytter

mindste kvadraters metode til jvf. afsnit 2.8. Estimeringen går ud på at finde de mest optimale værdier for hver af de to konstanter a_u og a_l . Da udledningerne af disse to udtryk er ens, vil vi nøjes med at beskrive dem for den øvre brystparabel f_u og derefter benytte selvsamme udtryk til at finde f_l .

For at estimere a_u vha. mindste kvadraters metode starter vi med at opstillet udtrykket for den lodrette afstand $D^2(a_u)$ mellem de n punkter (x_i, y_i) og $f_u(x_i)$, $i = 1, \dots, n$ på den negative side af x -aksen:

$$\begin{aligned} D^2(a_u) &= \sum_{i=1}^n (y_i - (a_u x_i^2))^2 \\ &= \sum_{i=1}^n (y_i^2 + (a_u x_i^2)^2 - 2y_i a_u x_i^2) \end{aligned}$$

Herefter differentierer vi $D^2(a_u)$ mht. a_u , og sætter denne lig 0 for at finde ekstremumpunkter, hvor $D^2(a_u)$ minimeres:

$$\begin{aligned} \frac{\partial D^2(a_u)}{\partial a_u} &= \sum_{i=1}^n (2a_u x_i^4 - 2y_i x_i^2) = 0 \Leftrightarrow \\ a_u &= \frac{\sum_{i=1}^n y_i x_i^2}{\sum_{i=1}^n x_i^4} \end{aligned}$$

Som nævnt benytter vi ligeledes dette udtryk for a_l , hvor vi blot benytter de tilsvarende k punkter på den positive side af x -aksen:

$$a_l = \frac{\sum_{i=1}^k y_i x_i^2}{\sum_{i=1}^k x_i^4}$$

Vi har nu estimererne for de to brystparabler f_u og f_l , hvorfor vi blot benytter disse udtryk til at identificere segmenteringspunkter B_A og C_A i koordinatsystemet med origo i A ved at finde skæringen mellem hver af de to brystparabler og værdien $x_{A_{pek}}$ i y -aksens retning:

$$y_{B_A} = y_{C_A} = x_{A_{pek}}$$

Da vi ved, at B_A ligger i den negative del af x -aksen, og C_A ligger i den positive del af x -aksen, får vi følgende udtryk for x -koordinaterne i disse

punkter:

$$\begin{aligned}
f_u(x_{B_A}) &= a_u x_{B_A}^2 = y_{A_{pek}} \Rightarrow \\
x_{B_A} &= -\sqrt{\frac{y_{A_{pek}}}{a_u}} \\
f_l(x_{C_A}) &= a_l x_{C_A}^2 = y_{A_{pek}} \Rightarrow \\
x_{C_A} &= \sqrt{\frac{y_{A_{pek}}}{a_l}}
\end{aligned}$$

Samlet bliver udtrykkene for B_A og C_A :

$$\begin{aligned}
B_A &= \begin{pmatrix} x_{B_A} & y_{B_A} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sqrt{\frac{y_{A_{pek}}}{a_u}} & x_{A_{pek}} \end{pmatrix} \\
C_A &= \begin{pmatrix} x_{C_A} & y_{C_A} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{y_{A_{pek}}}{a_l}} & x_{A_{pek}} \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

Figur 19 viser et plot af koordinatsystemet med A i origo. I dette plot vises samtlige punkter og resultater tilknyttet den øvre brystparabel med farven blå og samtlige punkter og resultater tilknyttet den nedre brystparabel med farven rød. De tykke linjer angiver de sande kantpunkter, de tynde linjer angiver værdierne af de fundne parabler evalueret i de tilhørende kantpunkter og de to krydser angiver hhv. B_A (blåt kryds) og C_A (rødt kryds).

Vi mangler nu blot at transformere punkterne tilbage fra koordinatsystemet med A i origo til det originale koordinatsystem. Dette gør vi ved først at transformere punkterne til koordinatsystemet med pektorallinjen som y -aksen:

$$\begin{aligned}
B_{pek} &= \begin{pmatrix} x_{B_{pek}} & y_{B_{pek}} \end{pmatrix} \\
x_{B_{pek}} &= x_{A_{pek}} - y_{B_A} \\
y_{B_{pek}} &= y_{A_{pek}} + x_{B_A} \\
C_{pek} &= \begin{pmatrix} x_{C_{pek}} & y_{C_{pek}} \end{pmatrix} \\
x_{C_{pek}} &= x_{A_{pek}} - y_{C_A} \\
y_{C_{pek}} &= y_{A_{pek}} + x_{C_A}
\end{aligned}$$

Herefter translaterer vi med ρ i den nye x -akses retning efterfulgt af en

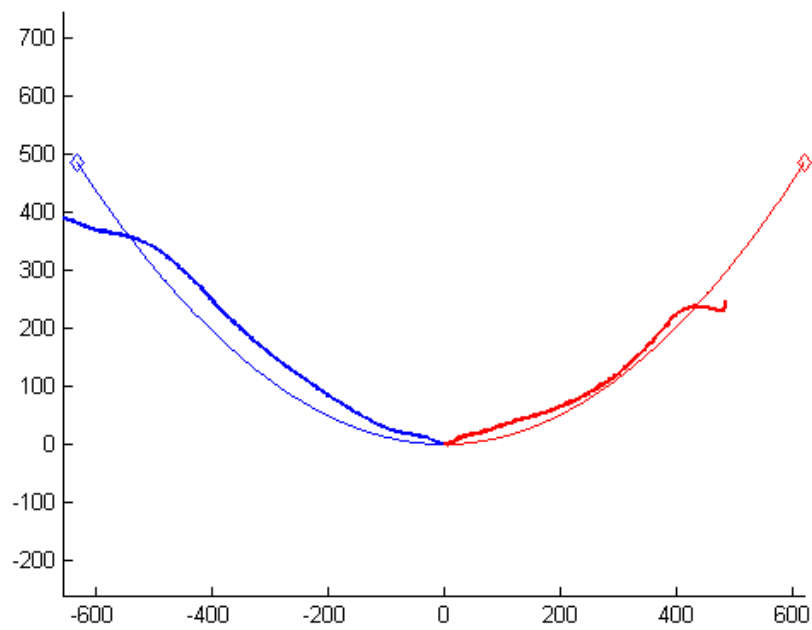
rotation med rotationsmatricen $R(\theta)$ og får følgende udtryk for B og C :

$$B = \left(B_{pek} + \begin{pmatrix} \rho & 0 \end{pmatrix} \right) R(\theta) = \begin{pmatrix} (x_{B_{pek}} + \rho) & y_{B_{pek}} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix}$$

$$C = \left(C_{pek} + \begin{pmatrix} \rho & 0 \end{pmatrix} \right) R(\theta) = \begin{pmatrix} (x_{C_{pek}} + \rho) & y_{C_{pek}} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix}$$

Resultatet af denne metode er, at vi har identificeret punkterne B og C vha. estimering af den øvre og nedre brystparabel på de sande kantpunkter.

Vi har nu færdiggjort segmenteringen af mammografiet, og det endelige resultat er identificering af segmenteringspunkterne A , B og C . Figur 20 viser et eksempel på den endelige segmentering af et mammografi, hvor punkterne A , B og C er markeret som hhv. den grønne, den blå og den røde diamant. Yderligere kan vi på denne figur se pektorallinjen (grøn linje), den øvre brystparabel (blå linje) og den nedre brystparabel (rød linje).



Figur 19: Plot af koordinatsystemet med origo i A . I dette plot er blå linjer og punkter tilknyttet den øvre brystparabel f_u og røde linjer og punkter tilknyttet den nedre brystparabel f_u . De tykke linjer angiver de sande kantpunkter, og de tynde linjer angiver brystparablerne. De to diamanter markerer hhv. B_A (blå diamant) og C_A (rød diamant).



Figur 20: Endelig segmentering af mammografi med punkterne A , B og C markeret som hhv. den grønne, den blå og den røde diamant. Yderligere vises pektorallinjen (grøn linje), den øvre brystparabel (blå linje) og den nedre brystparabel (rød linje).

4 Tests og resultater

I dette afsnit vil vi præsentere vores fremgangsmåde og resultater for vores tests. Vores testdata består af 1229 mammografier i medio-lateral-oblique (MLO, [Imaginis, 2008]) projektion, som stammer fra forskning i forbindelse med [Otten et al., 2005], og et tilsvarende antal *ground truth* masker (se afsnit 2.9).

Vi har implementeret korrekthedsvalueringen beskrevet i afsnit 2.9 og kører denne på både bryst- og pektoralmasker (afsnit 3.3) produceret af tre forskellige implementationer: Karrsemeijer’s metode M_K beskrevet i afsnit 3.1, den alternative metode M_C beskrevet i afsnit 3.2 samt blackbox implementationen M_B , som er en tidligere implementeret løsning, vi ikke ved noget om. Til notation af vores testparametre bruger vi PSE for pektoralfølsomhed, PSP for pektoralspecificitet, BSE for brystfølsomhed, BSP for brystspecificitet, TSE for totalfølsomhed og TSP for totalspecificitet. En implementation I og testparameter P angives sammen som IP (f.eks. $M_K BSP$).

Vores evaluering giver to værdier angivet i procenter: Følsomheden SE og specificiteten SP . For hver testparameter udregner vi SE og PE og udregner to histogrammer der viser hver parameters fordeling. Tabel 2 viser en oversigt over vores testparametre og deres tilhørende figurer.

Vi vil ikke kommentere specifikt på resultaternes betydning for implementeringen af M_B , da vi kun ønsker at sammenligne denne med resultaterne af metoderne M_B og M_C .

Bemærk at TSE og TSP for M_K og M_C er slået sammen, da disse parametre ikke afhænger af den specifikke metode M_K eller M_B , hvilket skyldes, at implementationen af identifikationen af brystregionen er fælles for de to metoder som beskrevet i afsnit 3.3.

4.1 Observationer

I dette afsnit gennemgår vi histogrammerne i Tabel 2 samt middelværdierne angivet i Tabel 3, og vi vil komme med vores observationer. Vi angiver en række intervaller baseret på tilnærmelser vi selv drager ud fra histogrammerne.

Vi observerer under udførelsen af testen, var at metoderne M_K og M_C fejler på 25 mammografier, hvilket vi redegør for i afsnit 4.2 og diskuterer i

Parameter	Figur
M_KPSE	Figur 24a
M_KPSP	Figur 24b
M_KBSE	Figur 25a
M_KBSP	Figur 25b
M_KTSE	Figur 26a
M_KTSP	Figur 26b
M_CPSE	Figur 27a
M_CPSP	Figur 27b
M_CBSE	Figur 28a
M_CBSP	Figur 28b
M_BPSE	Figur 29a
M_BPSP	Figur 29b
M_BBSE	Figur 30a
M_BBSP	Figur 30b
M_BTSE	Figur 31a
M_BTSP	Figur 31b

Tabel 2: Oversigt over test parametre og tilhørende figurer

	Middelværdi					
Metode	PSE	PSP	BSE	BSP	TSE	TSP
Karssemeijer M_K	0.8073	0.9931	0.8940	0.9603	0.9235	0.9845
Canny M_C	0.7231	0.9982	0.9055	0.9469		
Blackbox M_B	0.7023	0.9542	0.8300	0.9616	0.9088	0.9745

Tabel 3: Oversigt over middelværdierne for testparametrene

afsnit 5.2. Ligeledes fejler M_B på 53 mammografer.

Vi ser af resultaterne for M_K (Figur 24a til 25b) hhv. en bred fordeling af PSE dog med en tydelig majoritet i intervallet $[0.75, 0.95]$, vi ser for PSP fordelingen, at langt størstedelen har en SP på 100%, vi ser, at fordelingen BSE har en klar forbedring i forhold til PSE (Figur 24a), da BSE fordelingen er mindre spredt og med en majoritet i intervallet $[0.86, 0.98]$ og vi ser for BSP en større spredning end for PSP dog med en signifikant majoritet i intervallet $[0.9, 0.99]$.

Vi ser for spredningen $M_K TSE$ (Figur 26a) en fordeling med en majoritet i intervallet $[0.9, 0.98]$. Vi ser for spredningen $M_K TSP$ (Figur 26b) en fordeling med langt størstedelen af SP -værdierne på 100%.

Vi ser for M_K , at hverken bryst- eller pektoralmaskerne hver for sig udgør et resultat, hvor både SE og SP med middelværdier på hhv. 0.8073, 0.9931, 0.8940 og 9603 er bedst. Totalt set observerer vi for M_K en høj middelværdi for både TSE og TSP . Det samme mønster gør sig gældende for både M_C og M_B dog med små udligninger og afvigelser.

Vi ser for M_K og M_C den største afvigelse fra mønsteret ved pektoralmasken, da forskellen på netop M_K og M_C ligger i udregningen af pektoral-linjen.

Overordnet ser vi at middelværdierne for M_K er højest bortset fra PSP og BSE , hvor den overgås af M_C . Alle metodernes resultater ligger dog tæt, hvor den største afvigelse på 0,105 (over 10%) findes mellem $M_K PSE$ og $M_B PSE$. Vi anser ikke nødvendigvis middelværdierne for at være et udtryk for graden af en implementerings korrekthed men derimod et udtryk for værdierne SE og SP for sættets gennemsnitlige mammografi.

4.2 Specialtilfælde

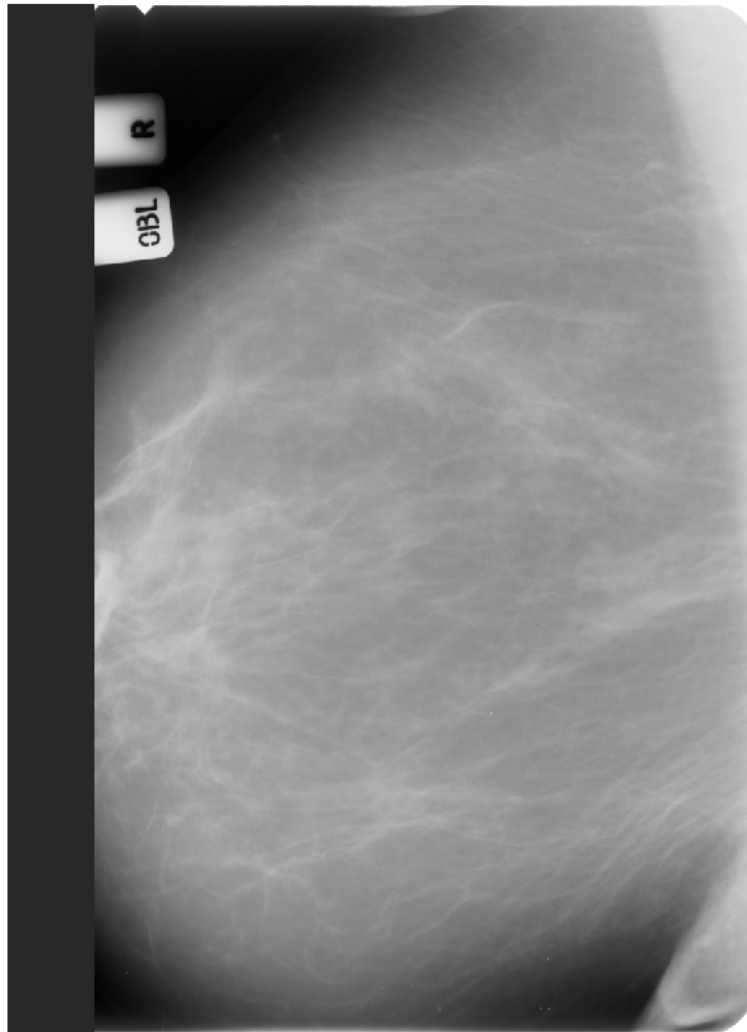
Vi har identificeret en række specialtilfælde i vores testdata, som vi i dette afsnit kommenterer på.

Vi har 21 mammografer, hvor brystets dimensioner er større end mammografiets dimensioner (Figur 21). Derfor finder M_K og M_C ikke en skin-air grænse, der omslutter brystet. Dette invaliderer line growing algoritmen, som M_K og M_C deler, da vi uden hele skin-air grænsen ikke kan være sikre på hvor nipplepunktet A ligger.

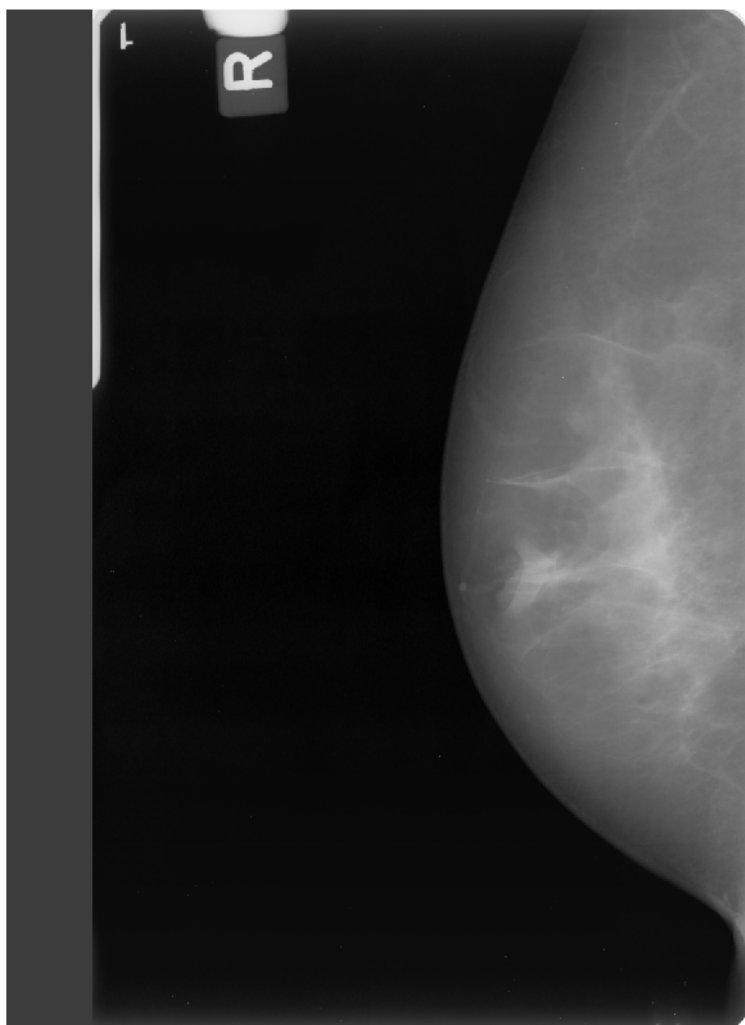
Vi har tre mammografer, hvor pektoralmuskelen ikke fremtræder (Figur 22), hvilket gør, at kantdetektionen i både M_K og M_C fejler i at finde

pektorallinjen. Dette gør, at vi ikke kan identificere punkterne B , C og A , da både B og C findes som punkter på pektorallinjen, og punktet A jvf. afsnit 1.2 findes som punktet længst væk fra pektorallinjen.

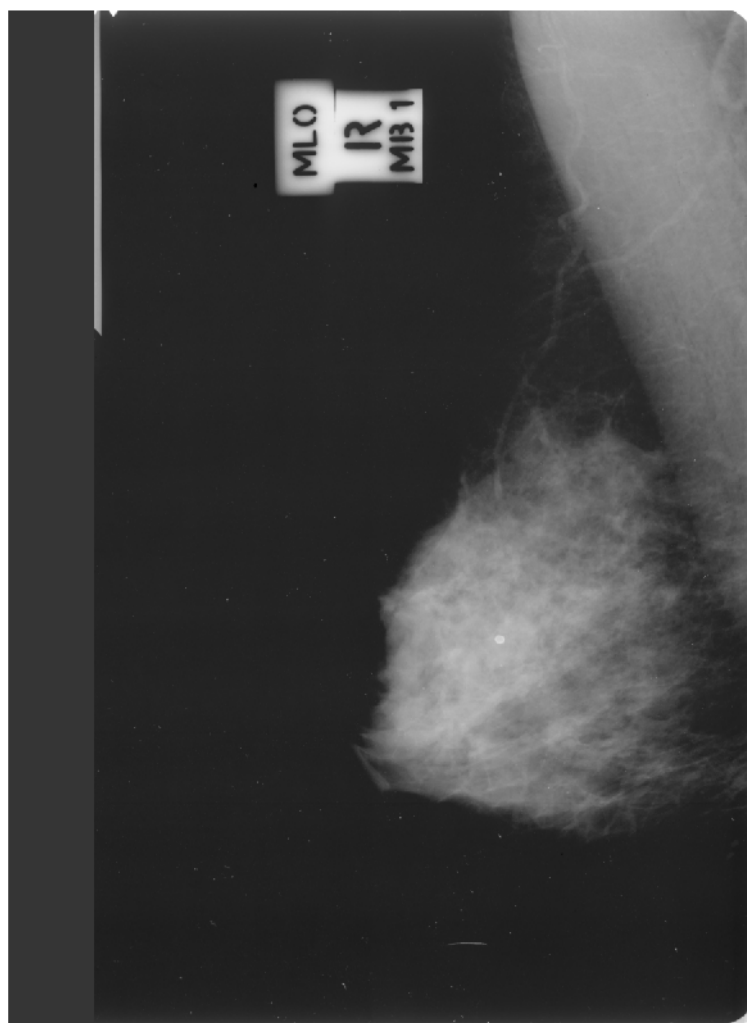
Vi har et enkelt mammografi, hvorpå skin-air grænsen ikke er komplet (Figur 23) defineret. Dette gør, at både M_K og M_C fejler, da skin-air grænsen og ikke finder den korrekte skin-air grænse, som skal bruges til line growing.



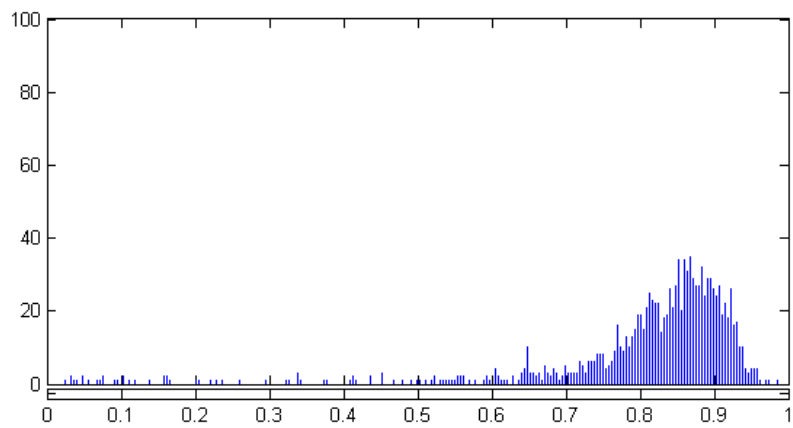
Figur 21: Eksempel på et mammografi hvor brystet er for stort



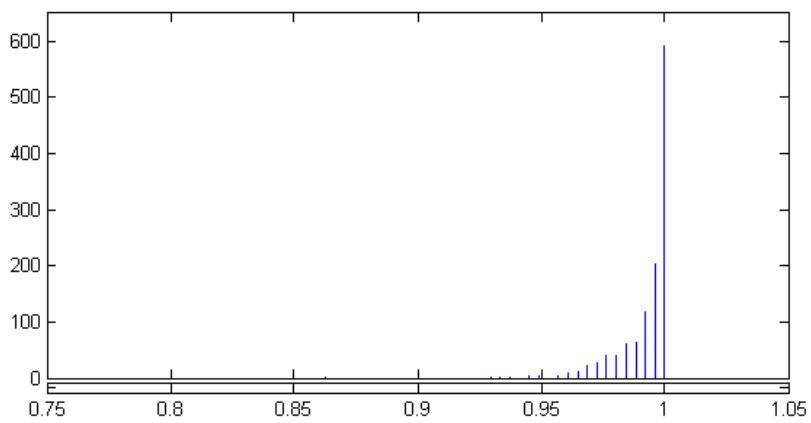
Figur 22: Eksempel på et mammografi hvor pektoralmusklen ikke ses



Figur 23: Eksempel på et mammografi uden komplet skin-air grænse

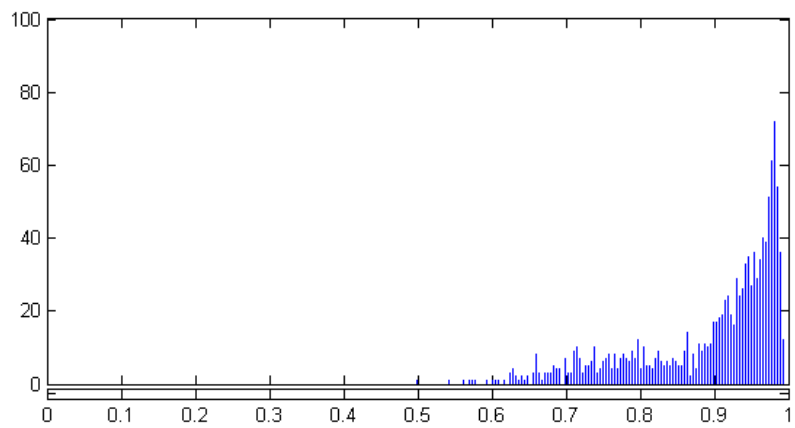


(a) Fordelingen af PSE for M_K

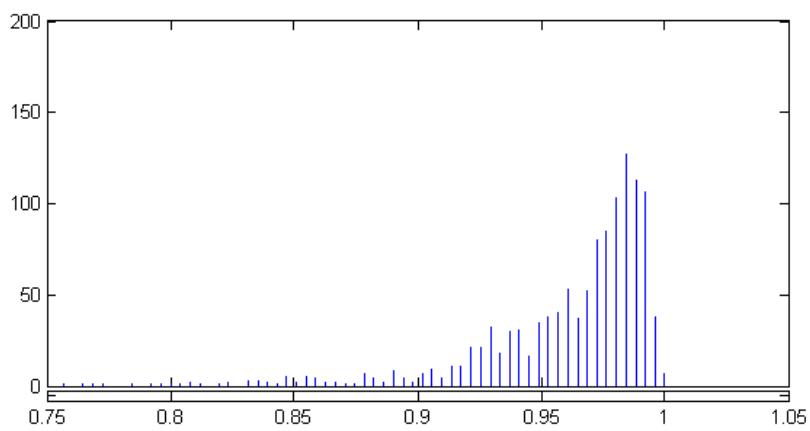


(b) Fordelingen af PSP for M_K

Figur 24: Histogrammer over M_K pektoralresultat

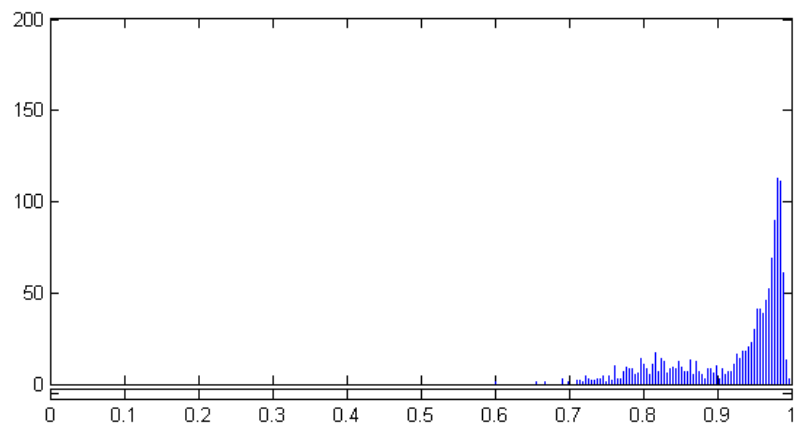


(a) Fordelingen af BSE for M_K

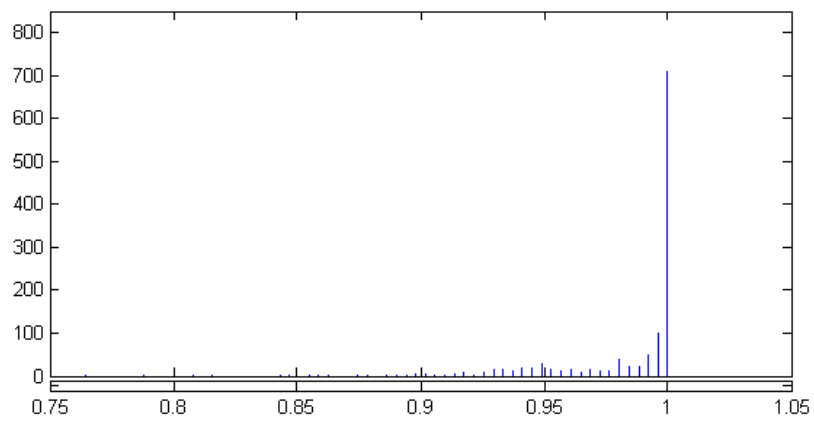


(b) Fordelingen af BSP for M_K

Figur 25: Histogrammer over M_K brystresultat

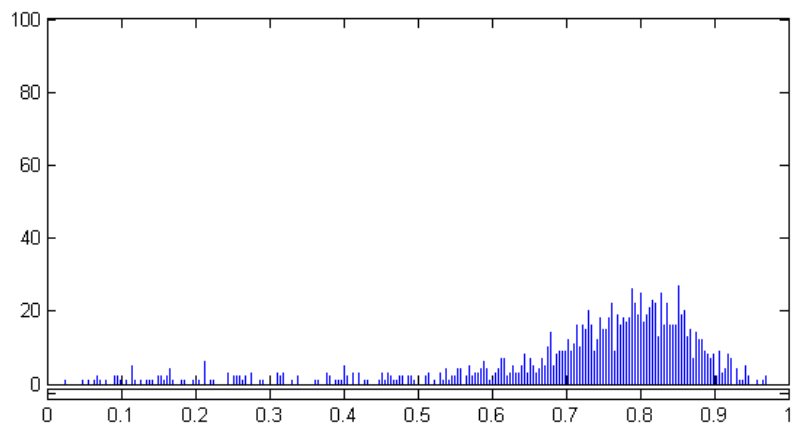


(a) Fordelingen af TSE for M_K

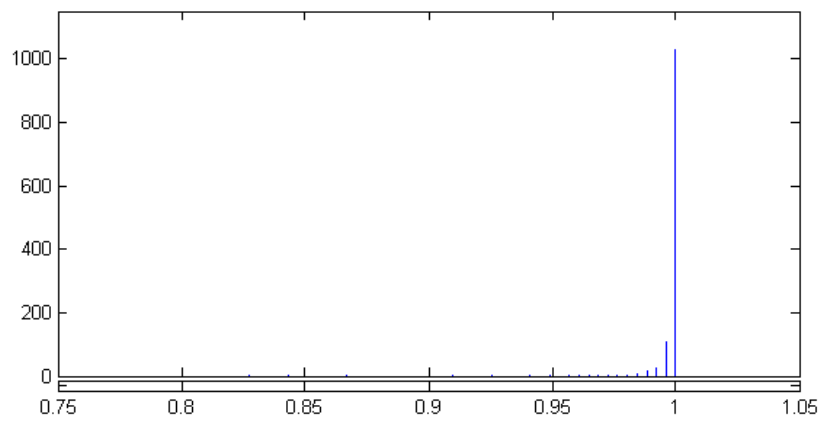


(b) Fordelingen af TSP for M_K

Figur 26: Histogrammer over M_K totalresultat

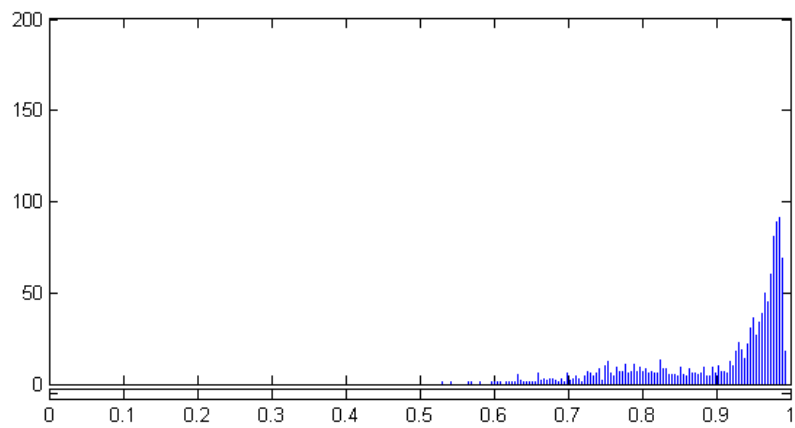


(a) Fordelingen af PSE for M_C

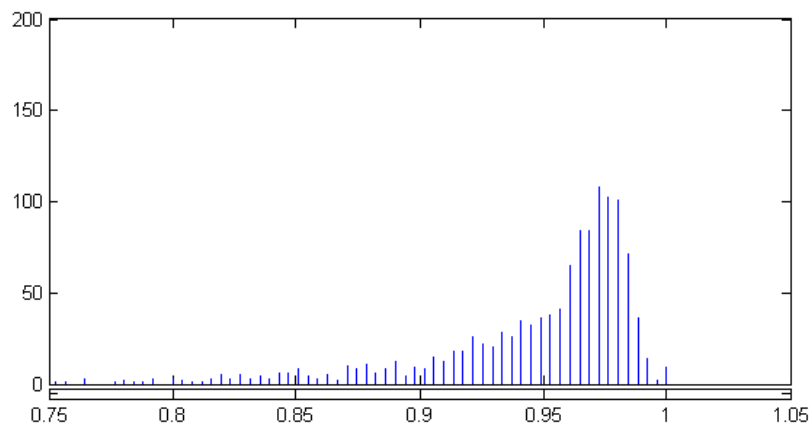


(b) Fordelingen af PSP for M_C

Figur 27: Histogrammer over M_C pektoralresultat

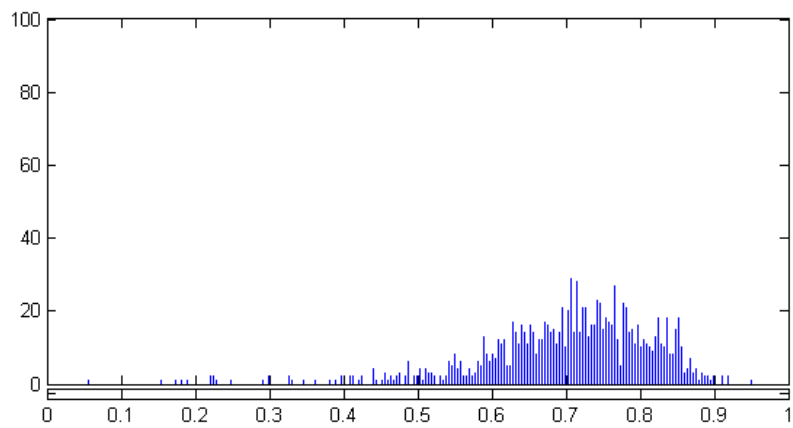


(a) Fordelingen af BSE for M_C

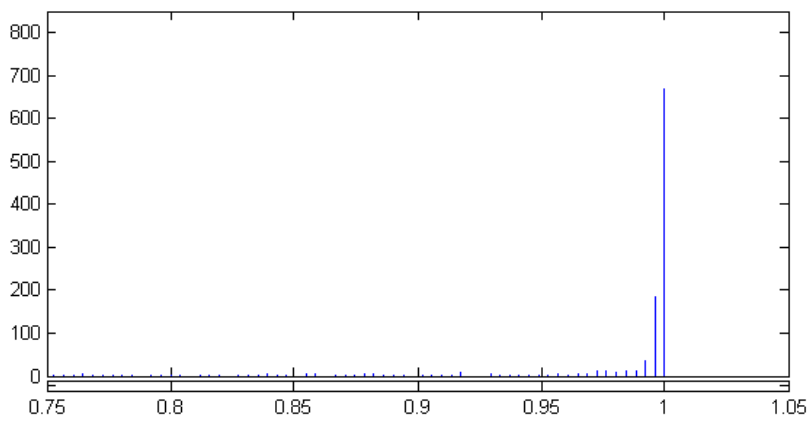


(b) Fordelingen af BSP for M_C

Figur 28: Histogrammer over M_c brystresultat

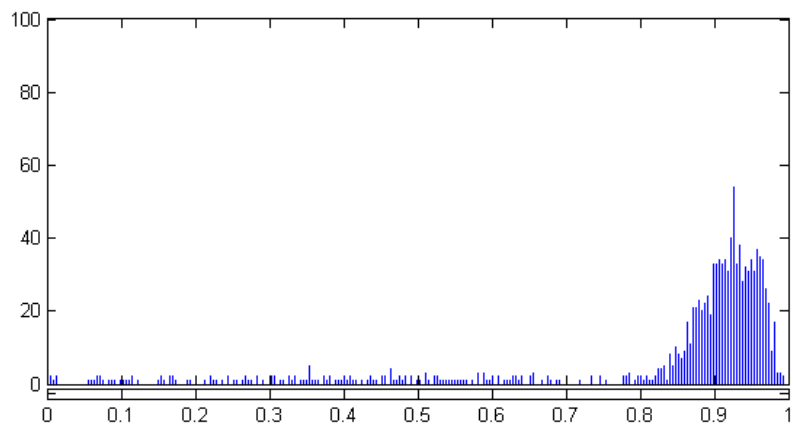


(a) Fordelingen af PSE for M_B

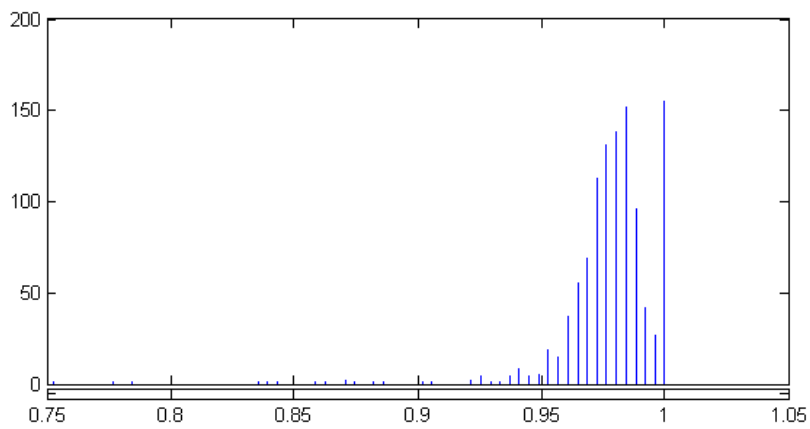


(b) Fordelingen af PSP for M_B

Figur 29: Histogrammer over M_b pektoralresultat

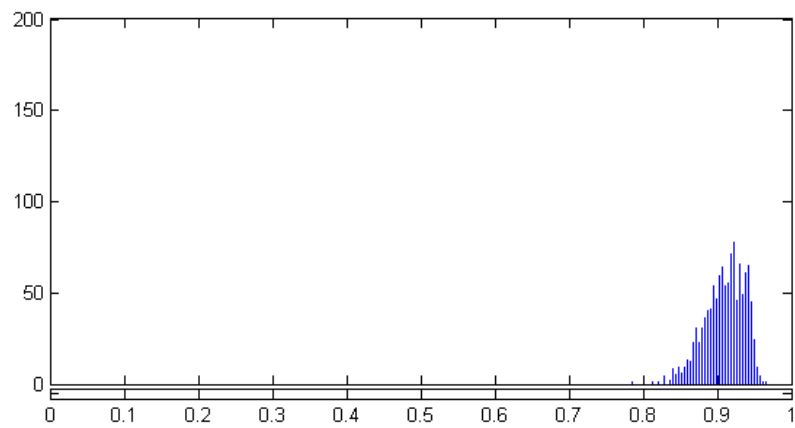


(a) Fordelingen af BSE for M_B

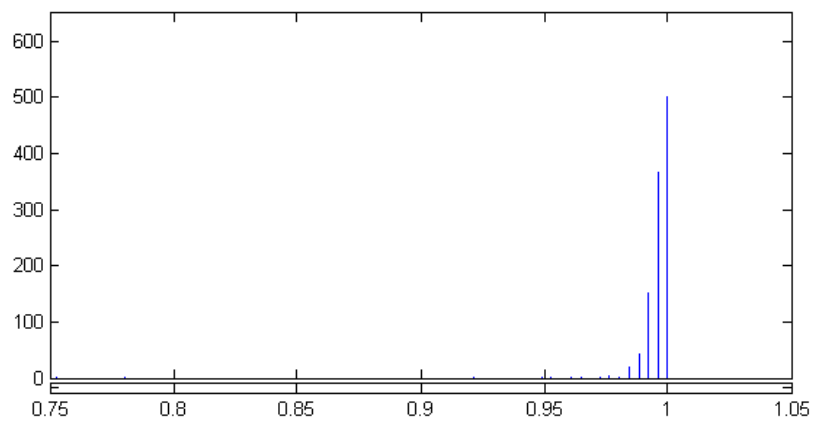


(b) Fordelingen af BSP for M_B

Figur 30: Histogrammer over M_B brystresultat



(a) Fordelingen af TSE for M_B



(b) Fordelingen af TSP for M_B

Figur 31: Histogrammer over M_B totalresultat

5 Diskussion

5.1 Succeskriterier for segmenteringen

I dette afsnit diskuterer vi succeskriterier for en god mammografisegmentering. En *perfekt segmentering* er den segmentering, hvor pektoral- og brystmaskerne ligger perfekt svarende til hhv. pektoralmusklen og brystvævet. For et vilkårligt sæt mammografier er det meget usandsynligt at opnå en implementering, som med garanti giver en perfekt segmentering grundet den store variation i mammografierne. Nedenfor ses en liste over de variationer og specialtilfælde vi har identificeret.

- Variation af mængden af støj
- Variation af støjintensitet
- Variation af bryststørrelse
- Variation af pektoralmuskkel
- Variation af vilkårlige fremmedlegemer som f.eks. mammografimærker
- Specialtilfældet hvor brystet er for stort, således skin-air grænsen brydes og A ikke kan identificeres (Figur 21)
- Specialtilfældet hvor en synlig pektoralmuskkel mangler, således at ingen pektorallinje kan identificeres (Figur 22)
- Specialtilfældet hvor en komplet skin-air grænse mangler (Figur 23)

Grundet den store usandsynlighed af garantien af en perfekt segmentering, arbejder vi i stedet med metrikkerne følsomhed og specificitet (defineret i afsnit 2.9), som angiver i hvor stor grad, en segmentering er korrekt (vores metode er beskrevet i afsnit 2.9). I stedet for metrikker hvor man arbejder med perfekte og ikke perfekte segmenteringer, kan man med vores metode anvende tærskler for følsomheden og specificitet, som angiver ved hvilken grad en segmentering opfattes som acceptabel eller uacceptabel.

Vi har i dette projekt ikke angivet sådanne tærskler, da det vil kræve, at vi kan måle følsomhedens og specificitetens påvirkning på afvigelsen i placering af punkterne A , B og C . Vi anser udviklingen af en sådan testmetode som en oplagt opgave i forlængelse af projektet.

5.2 Implementeringernes begrænsninger

I dette afsnit diskuterer vi metoderne M_K og M_C 's begrænsninger,. Forskellen på de to metoder består af måden, hvorpå pektorallinjen findes. Vi har til trods for metodernes forskel ikke fundet nogen specialtilfælde eller andre fejlkilder (jvf. vores test beskrevet i afsnit 4), som påviser begrænsninger udelukkende for en enkelt implementering. Begge metoderne fejler ved kørsel på dataene nævnt i afsnit 5.2.1 til 5.2.3, da de for specialtilfældene ikke kan finde punkterne A , B og C .

5.2.1 For store brystdimensioner

De mammografier, hvor brystet er for stort til mammografiets dimensioner (Figur 21), gør, at man får et mammografi, hvor den data, som implementeringerne M_K og M_C benytter, er inkomplet. Dette er en begrænsning, som forårsager en fejl for begge implementeringer. Dette specialtilfælde fremstod i alle 21 tilfælde (se afsnit 4.2), som et for stort bryst hvor området omkring nipplepunktet A ikke fremgår af mammografiet. Vi ser to mulige løsninger på denne begrænsning:

1. Vi lader vores antagelse for A (beskrevet i afsnit 1.2) stå, og ignorerer den del af brystet, som mangler på mammografiet. Dette giver en segmentering, hvor spidsen af brystet vil være afskåret, og hvor A vil være at finde det sted på den afstumpede linje, hvor pektorallinjen aftanden mellem A og pektorallinjen er størst. I forhold til vores succeskriterier ses det tydeligt, at denne løsning langt fra er optimal og derfor ikke en løsning, vi anser som værende aktuel.
2. Vi estimerer to parabler for de dele af brystets skin-air grænse, som fremgår af mammografiet, og lader deres skæringspunkter være punktet A . Vi anser denne løsning for værende interessant, da den i de tilfælde, hvor en tilstrækkelig del af skin-air grænsen fremgår, måske vil opnå en acceptabel korrekthed.

Vi ser mulig løsning nr. 2 som den bedste af de to løsninger, og en sådan alternativ implementering vil være en oplagt opgave i forlængelse af projektet.

5.2.2 Mangel på pektoralmuskel

De mammografier, hvor der ikke forekommer nogen pektoralmuskel (Figur 22) og derved ingen pektorallinje, gør, at hverken implementering M_K eller implementering M_C finder linjen og dermed fejler (jvf. afsnit 4.2). Vi ser ikke nogen oplagt løsning på denne begrænsning. Begrænsningen er meget lig begrænsningen beskrevet i afsnit 5.2.1, hvor to mulige løsninger nævnes. Desværre er ingen af disse løsninger anvendelige her, da størrelsen af pektoralmusklen og vinklen ikke kan estimeres ud fra formen eller den mængde af bryst, der fremgår af mammografiet, og da det ikke vides, hvor stor en del af brystet der i realiteten fremgår af mammografiet.

5.2.3 Inkomplet skin-air grænse

De mammografier, hvor der forekommer en inkomplet skin-air grænse (Figur 23), giver en begrænsning, som gør, at både implementering M_K og implementering M_C fejler (jvf. afsnit 4.2). En mulig løsning afhænger både af, i hvor stor grad skin-air grænsen er inkomplet og i hvor stor grad skin-air grænsen, som forekommer på mammografiet er kontinuær, og hvor denne kontinuerlighed er placeret på brystets grænse. På Figur 23 ses et tilfælde, hvor skin-air grænsen i en stor del af brystet findes, og i hele sin forekomst er kontinuær. Vi ser en mulig løsning for denne begrænsning. Ved at analysere den inkomplette skin-air grænse, som forårsager begrænsningen, opsætter man en tærskel for, hvornår en estimering af den manglede skin-air kan foretages. Ser vi på Figur 23, ses det, at man ved mammografiets inkomplette skin-air grænse ville kunne estimere de to brystparabler, og bruge disse estimater samt pektorallinjen til at afgrænse en komplet skin-air grænse. Vi mener, at metoden netop for tilfældet vist på Figur 23 ville lykkes. Dette ville dog give et meget dårligt bud på en korrekt segmentering, da tilnærmelsen af brystparablerne vil være meget skæve i forhold til brystets reelle udformning. Vi anser denne mulige løsning som et spændende bud på en alternativ implementering i forlængelse af projektet.

En kilde til løsningen af dette problem kunne ligeledes være at kigge på metoden, som vi benytter til at gentage Otsu's metode et optimalt antal gange jvf. afsnit 3.3. Dette har vi dog ikke arbejdet videre med.

5.3 Problemer og udfordringer i nye systemer

I dette afsnit diskuterer vi mulige problemer ved implementering af Karssemeijer's metode M_K og den alternative metode M_C i andre CAD-systemer (computer-aided detection). Vi gør dette for at forsøge at give et overblik over de forhindringer og udfordringer man møder, når man vil implementere metoderne i fremmede systemer med forskellige mammografispecifikationer.

CAD-systemers inputmammografier kan variere på en række punkter. De mest normale variationer er: mammografiets projektionsretning, mammografiets dimensioner og mammografiets intensitetsværdier.

Mammografier kan som nævnt i afsnit 1 tages i fire forskellige projektionsretninger: Mediolateral (ML), mediolateral oblique (MLO), cranio-caudal (CC) og latero-medial (LM) jvf. [Imaginis, 2008].

Brystkoordinatsystemet beskrevet i afsnit 1.2 er udviklet med henblik på at sammenligne punkter på to ML eller MLO mammografier jvf. [Brandt et al., 2010, s. 2]. Grundet denne definition og det faktum, at vi kun har arbejdet med MLO mammografier og derfor ikke har den nødvendige information om udformningen af CC mammografier, vil vi undlade at beskrive potentielle problemer med CC mammografier.

Vi kigger nu på de tre projektioner ML, MLO og LM. Forskellene på et ML og et MLO mammografi ligger i den vinkel, brystet bliver afbildet. Brystet bliver afbildet grænsende op mod enten den venstre eller højre side på begge projektionerne, hvorfor begge metoderne M_K og M_C bør fungere på ML og MLO mammografier. Som nævnt har vi kun arbejdet på et datasæt af MLO mammografier, hvorfor vi ikke med sikkerhed kan sige, om metoderne kræver tilpasning af visse konstanter. Man kan forestille sig, at pektorallinjens vinkel med x -aksen på ML mammografier er anderledes end vinklerne på MLO mammografierne grundet forskellen i projektionsvinklen på brystet. Dette giver i værste fald anledning til en ændring af filtreringskonstanterne i filtreringen af Houghplanet vist i Ligning (29). LM mammografier er blot mammografier taget fra modsatte side af brystet i forhold til LM mammografierne. Metoderne M_K og M_C sørger imidlertid for at spejle mammografierne i x -aksen, hvis brystet grænser op mod højre side, hvorfor forskellen på ML og LM mammografier udlignes og disse to kategorier af projektioner kan anses som ens i forhold til segmenteringsmetoden. Konklusionen er, at metoderne M_K og M_C begge kan køre på ML, MLO og LM mammografier, men at der i værste fald skal ændres på filtre-

ringskonstanterne i filtreringen af Houghplanet.

En anden mulig forhindring i implementationen af metoderne M_K og M_C i et nyt CAD-system er dimensionerne af mammografierne. Vores testdata har bestået af indscannede mammografiet med dimensionerne 1190 pixel i højden og mellem 855 og 872 pixel i bredden. Der er imidlertid ikke defineret en fast definition af dimensionerne, hvorfor disse varierer fra datasæt til datasæt. Vores metoder benytter en tilpasning af mammografierne før den videre analyse påbegyndes jvf. afsnit 3.1.1. Denne tilpasning består i afskæring af ubetydelige kanter i mammografiet samt en efterfølgende skalering til 128 pixel i højden. Ved implementeringen af metoderne i et nyt system vil denne afskæring af ubetydelige kanter skulle rettes til, således at der ikke blev fjernet værdifuld information. Skaleringen ville dog kunne udføres uden ændringer, da skaleringen bibeholder forholdet mellem højden og bredden af mammografiet. Konklusionen på problemet med dimensionsændringer af mammografierne er, at en let ændring af afskæringen af kanter er nødvendig.

Vi afslutter nu afsnittet om forhindringer ved implementation af metoderne M_K og M_C med at beskrive problemet med varierende intensitetsværdier. Benytter vi mammografier med varierende maksimalværdier, vil størrelsen af gradienterne med al sandsynlighed ligeledes variere. Dette vil ikke være noget problem for metoden M_C , da Canny kantdetektionen tager højde for forskel i maksimalværdien ved at sætte tærsklerne i forhold til denne. Ligeledes vil Karssemeijer's metode M_K kunne håndtere forskellen i maksimalværdier, grundet vægtningsfunktionen $W(G_f(x, y))$ benyttet i Houghtransformationen i afsnit 3.1.5, der benytter et histogram af gradientstørrelserne i stedet for blot gradientens størrelse i punktet, der transformeres. Vi kan dermed konkludere, at begge metoder er robuste over for forskel i maksimalintensitet på mammografierne.

Vi har nu gennemgået 3 typiske problemer ved implementation af metoderne M_K og M_C i nye CAD-systemer og kan konkludere, at der i visse tilfælde skal udføres mindre justeringer af konstanter i metoderne før disse kan benyttes optimalt i nye CAD-systemer.

5.4 Kort diskussion af neurale netværk

Et neuralt netværk er en alternativ metode til estimeringen af pektorallinjen. Denne metode er beskrevet i [Suckling et al., 1995]. Metode deler mammo-

grafiet ind i fire regioner: Baggrund, pektoralmuskel, fedtvæv og kirtler. Det neurale netværk trænes til at genkende features fra hver af de fire regioner ved at udtrække data fra hver af regionerne fra et datasæt. Denne metode er derfor meget afhængig af, at datasættet, der benyttes til træning af det neurale netværk, er tilstrækkelig omfangsrigt til at dække alle variationerne i de mammografier, der efterfølgende skal segmenteres. Er dette ikke tilfældet, vil det neurale netværk ikke være i stand til at identificere regionerne i mammografierne korrekt, hvorved fejlraten stiger. Benytter vi i stedet et stort og omfangsrigt datasæt til træning af det neurale netværk, vil det neurale netværk muligvis give bedre resultater end metoderne M_K og M_C , uden at vi dog kan sige dette med sikkerhed. Til sammenligning benytter metoderne M_K og M_C konstanter til tilpasning af mammografierne, filtrering af Houghplanet, og M_K benytter ligeledes konstanter til identificering af den højest rangerede peak. Omkostningerne til fastsættelse af konstanterne i M_K og M_C vil dog være langt mindre end omkostningerne til opbygningen af et varieret datasæt.

6 Konklusion

Vi vil i dette afsnit konkludere på vores diskussion (afsnit 5) og test resultater (afsnit 4) i forhold til vores problemformulering (afsnit 1.4).

Vores problemformulering er opdelt i to dele. Den første del lyder: *“Er det muligt at implementere en automatisk segmentering af mammografier med større sikkerhed end allerede implementerede automatiske segmenteringer?”*

Vi måler sikkerheden som korrektheden angivet ved følsomhed og specificitet. Ser vi på middelværdierne af disse korrektheds mål, har vi opnået en marginalt bedre segmentering, hvor den maksimale forskel på 10,5% i resultaterne ses mellem M_KPSE (0.8073) og M_BPSE (0.7023).

Ved implementering af metoderne i nye CAD-systemer skal der udføres en mindre tilpasning af konstanter.

Anden del lyder: *“I dette tilfælde er sikkerheden på placeringen af punkterne A , B og C da tilstrækkelig stor til, at vi kan kalde den en succes, og hvad er metrikken for, at vi kan kalde segmenteringen en succes?”*

Placeringen af punkterne A , B og C afhænger af segmenteringen, hvorfor der må være en sammenhæng mellem segmenteringens korrekthed og sikkerheden på placeringen af punkterne. Hvorvidt vi kan kalde placeringen af punkterne A , B og C en succes afhænger altså af segmenteringens korrekthed. Denne sammenhæng er ikke direkte testet, men udviklingen af en sådan test anser vi som en mulig opgave i forlængelse af projektet.

Metrikken for, om vi kan kalde en segmentering en succes eller ej, er ikke skarpt defineret men i stedet defineret blødt som graden af korrekthed angivet ved den førnævnte følsomhed og specificitet.

Litteratur

- Song Ho Ahn. Convolution, 2005. URL <http://www.songho.ca/dsp/convolution/convolution.html>. [Online; accessed 26-June-2012].
- Sami S. Brandt, Gopal Karemore, and Mads Nielsen. Anatomically oriented breast coordinate system for mammogram analysis. draft, Januar 2010.
- K. Camilus, V. Govindan, and P. Sathidevi. Computer-aided identification of the pectoral muscle in digitized mammograms. *Journal of Digital Imaging*, 23:562–580, 2010. ISSN 0897-1889. URL <http://dx.doi.org/10.1007/s10278-009-9240-6>. 10.1007/s10278-009-9240-6.
- K. Santle Camilus, V.K. Govindan, and P.S. Sathidevi. Pectoral muscle identification in mammograms. *Journal of Applied Clinical Medical Physics*, 12(3), 2011. ISSN 15269914. URL <http://jacmp.org/index.php/jacmp/article/view/3285>.
- John Canny. A computational approach to edge detection. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 8(6):679–696, 1986.
- The Cochrane Collaboration. Screening for brystkræft med mammografi, January 2012. URL <http://www.cochrane.dk/screening/index.htm>. [Online; accessed 01-June-2012].
- Richard O. Duda and Peter E. Hart. Use of the hough transformation to detect lines and curves in pictures. *Comm. ACM*, 15(1):11–15, 1972.
- R J Ferrari, R M Rangayyan, J E L Desautels, R A Borges, and A F Frère. Automatic identification of the pectoral muscle in mammograms. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 23(2):232–245, 2004. URL <http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/14964567>.
- Imaginis. How mammography is performed: Imaging and positioning — The women’s health resoure, November 2008.
- Nico Karssemeijer. Method and apparatus for automatic muscle segmentation in digital mammograms. Patent, 03 2000. US 6035056.
- Jawad Nagi, Sameem Abdul Kareem, Farrukh Nagi, and Syed Khaleel Ahmed. Automated breast profile segmentation for roi detection using digital

- mammograms. *2012 IEE EMBS Conference on Biomedical Engineering & Sciences*, pages 87–92, December 2010.
- Nobuyuki Otsu. A treshhold selection method from gray-level histograms. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, smc-9(1):62–66, January 1979.
- Johannes D. M. Otten, Nico Karssemeijer, Jan H. C. L. Hendriks, Johanna H. Groenewoud, Jacques Fracheboud, André L.M. Verbeek, Harry J. de Konning, and Roland Holland. Effect of recall rate on earlier screen detection of breast cancers based on the dutch performance indicators. *Journal of the National Cancer Institute*, 97(10):748–754, May 2005.
- Rangaraj M. Rangayyan, Fábio J. Ayres, and J.E. Leo Desautels. A review of computer-aided diagnosis of breast cancer: Toward the detection of subtle signs. *Journal of the Franklin Institute*, 344(3–4):312 – 348, 2007. URL <http://dx.doi.org/10.1016/j.jfranklin.2006.09.003>. Special Issue: Medical Applications of Signal Processing, Part I.
- J. Suckling, D.R. Dance, E. Moskovic, D.J. Lewis, and S.G. Blacker. Segmentation of mammograms using multiple linked self-organizing neural networks. *Med Phys*, 22(2):145–52, 1995.
- Eric W. Weisstein. Least squares fitting — Mathworld, a wolfram web resource, 2012. URL <http://mathworld.wolfram.com/LeastSquaresFitting.html>. [Online; accessed 28-May-2012].
- Wikipedia. Dilation (morphology) — Wikipedia, the free encyclopedia, 2012a. URL [http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Dilation_\(morphology\)&oldid=492085945](http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Dilation_(morphology)&oldid=492085945). [Online; accessed 28-May-2012].
- Wikipedia. Erosion (morphology) — Wikipedia, the free encyclopedia, 2012b. URL [http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Erosion_\(morphology\)&oldid=492085902](http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Erosion_(morphology)&oldid=492085902). [Online; accessed 28-May-2012].
- Wikipedia. Center of mass — Wikipedia, the free encyclopedia, 2012c. URL http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Center_of_mass&oldid=491944438. [Online; accessed 26-June-2012].

Wikipedia. Gaussian blur — Wikipedia, the free encyclopedia, 2012d. URL http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Gaussian_blur&oldid=493268621. [Online; accessed 26-June-2012].

Wikipedia. Sobel operator — Wikipedia, the free encyclopedia, 2012e. URL http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Sobel_operator&oldid=490785813. [Online; accessed 26-June-2012].

Kevin Woods, Maha Y. Sallam, and Kevin W. Bowyer. Evaluating detection algorithms. In Robin N. Strickland, editor, *Image Processing Techniques for Tumor Detection*. Taylor & Francis, 2005.