

Kabinet výuky obecné fyziky, UK MFF

Fyzikální praktikum



Úloha č. A21

Název úlohy: Studium rentgenových spekter

Jméno: Michal Grňo

Obor: FOF

Datum měření: 11. 11. 2019

Datum odevzdání: 17. 11. 2019

Připomínky opravujícího:

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Práce při měření	0-3	
Teoretická část	0-2	
Výsledky a zpracování měření	0-9	
Diskuse výsledků	0-4	
Závěr	0-1	
Použitá literatura	0-1	
Celkem	max. 20	

Posuzoval:

dne:

1 Pracovní úkoly

1. S využitím krystalu LiF jako analyzátoru proveďte měření následujících rentgenových spekter:

(a) Rentgenka s Cu anodou.

- proměřte krátkovlnné oblasti spekter brzdného záření při napětích 15 kV/1 mA, 25 kV/0,8 mA, 30 kV/0,8 mA, 33 kV/0,8 mA. K měření používejte tyto parametry: clonu o průměru 2 mm, interval Braggova úhlu pro 15 kV v rozmezí ($10^\circ - 15^\circ$) s krokem 0.2° a dobou expozice 8 s a pro ostatní napětí interval Braggova úhlu ($3^\circ - 10^\circ$) s krokem 0.2° a dobou expozice 5 s;
- proměřte charakteristická spektra rentgenky při napětích 15 kV/1 mA a 33 kV/0,8 mA. K měření používejte tyto parametry: clonu o průměru 2 mm, interval Braggova úhlu ($15^\circ - 30^\circ$), krok 0.1° a dobu expozice 2 s;
- proměřte tvar spektra s Zr absorbérem. K měření používejte tyto parametry: clonu s Zr absorbérem tloušťky 0.05 mm, interval Braggova úhlu ($3^\circ - 30^\circ$), krok 0.1° a dobu expozice 2 s;
- proměřte tvar spektra s Ni absorbérem. K měření používejte tyto parametry: clonu s Ni absorbérem tloušťky 0.01 mm, interval Braggova úhlu ($3^\circ - 30^\circ$), krok 0.1° a dobu expozice 2 s.

(b) Rentgenka s Fe anodou

- proměřte charakteristické spektrum rentgenky při napětí 33 kV/0.8 mA. K měření používejte tyto parametry: clonu o průměru 2 mm, interval Braggova úhlu ($3^\circ - 30^\circ$), krok 0.1° a dobu expozice 2 s;
- proměřte tvar spektra s Zr absorbérem. K měření používejte tyto parametry: clonu s Zr absorbérem tloušťky 0.05 mm, interval Braggova úhlu ($3^\circ - 30^\circ$), krok 0.1° a dobu expozice 3 s.

(c) Rentgenka s Mo anodou.

- proměřte charakteristické spektrum rentgenky při napětí 33 kV/0.8 mA. K měření používejte tyto parametry: clonu o průměru 2 mm, interval Braggova úhlu ($3^\circ - 35^\circ$), krok 0.1° a dobu expozice 3 s.

(d) Rentgenka s Cu anodou:

- proměřte charakteristické spektrum rentgenky při napětí 33 kV/0.8 mA v intervalu Braggova úhlu ($42^\circ - 51^\circ$). K měření používejte tyto parametry: clonu o průměru 2 mm, krok 0.1° a dobu expozice 2 s.

2. Interpretujte naměřené výsledky (pro mezirovinnou vzdálenost krystalu LiF používejte hodnotu $d = 201,4$ pm):

(a) Krátkovlnná mez brzdného záření

- Ze změřených mezních vlnových délek (respektive frekvencí) určete hodnotu Planckovy konstanty a oceňte přesnost měření

(b) Moseleyův zákon

- Přesvědčte se, že naměřené úhlové frekvence spektrálních čar K_α a K_β pro různé prvky splňují Moseleyův zákon. Ze směrnice příslušné závislosti určete hodnotu Rydbergovy úhlové frekvence a využitím této hodnoty určete též průměrnou hodnotu stínící konstanty.
- Přesvědčte se, že i naměřené polohy absorpčních hran Zr a Ni splňují Moseleyův zákon.
- Všimněte si, že absorpční hrana Ni koinciduje se spektrální čarou K_β mědi; této skutečnosti se využívá v rentgenové difraktografii pro monochromatizaci charakteristického spektra mědi. Z provedeného měření určete filtrační efekt niklu pro čaru K_β .

(c) Úhlová disperze

- Ze změřených spekter molybdenu určete velikost úhlové disperze pro různé řády difrakce.

2 Teoretická část

Rentgenka je zařízení, které vyzařuje rentgenové záření, pokud mu dodáváme dostatečné napětí. Je tvořena vakuovou baňkou, uvnitř které se nachází žhavená katoda, z níž vylétávají elektrony, a anoda, na kterou dopadají a při dopadu vyzařují elektromagnetické záření v rentgenové oblasti. Vznikající záření má dvě složky odpovídající dvěma různým způsobům, kterými vzniká. Jednak spojitě brzdné záření, které vzniká když elektron prudce brzdí

v elektromagnetickém poli anody. Toto záření není závislé na materiálu anody a nejvíce energetický foton, který dokáže při daném napětí vyprodukovat, má vlnovou délku λ_m , pro kterou platí

$$eU = \frac{hc}{\lambda_m}. \quad (1)$$

My budeme provádět spektroskopii pomocí difrakce na mřížce LiF, vztah mezi měřeným úhlem a odpovídající vlnovou délkou udává tzv. Braggova rovnice:

$$2d \sin \varphi = n\lambda, \quad (2)$$

kde $d = 201.4 \text{ pm}$ je mřížková konstanta LiF a n je celé číslo udávající řád difrakčního maxima. Víme, že naměřený úhel v našem zařízení je zatížený aditivní chybou, z měření tedy budeme mít úhly ϑ , pro které platí $\varphi = \vartheta + \vartheta_0$.

Budeme chtít pro ověření z naměřených dat vypočítat Planckovu konstantu, vyjádříme si ji z rovnic (1) a (2), pro mezní úhel φ_m potom bude platit:

$$h = \frac{2eUd \sin \varphi_m}{c n}, \quad \Delta h = \frac{2eUd \cos \varphi_m}{c n} \Delta \varphi \quad (3)$$

Druhý typ záření, který rentgenka produkuje, je tzv. charakteristické záření, které vzniká při excitaci a následné deexcitaci atomu anody. Toto záření je závislé na materiálu anody, úhlová frekvence fotonu odpovídající přechodu z m -tého excitovaného stavu do n -tého stavu je podle Rydbergova vztahu

$$\omega = R_\omega (Z - s)^2 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right), \quad (4)$$

kde Z je atomové číslo prvku anody, s je stínící konstanta a pro R_ω platí

$$R_\omega = \frac{m_e e^4}{32\pi^2 \varepsilon_0^2 \hbar^3} \approx 2.0606 \cdot 10^{16} \text{ s}^{-1} \quad (5)$$

Nás budou zajímat především spektrální čáry K_α a K_β , které odpovídají pádu z $m = 2$, resp. $m = 3$ do základního stavu $n = 1$. Dosazením m, n dostaneme tzv. Moseleyův zákon, který určuje vztah ω a Z :

$$\sqrt{\omega(K_\alpha)} = \frac{\sqrt{3R_\omega}}{2} (Z - s), \quad (6)$$

$$\sqrt{\omega(K_\beta)} = \frac{\sqrt{8R_\omega}}{3} (Z - s). \quad (7)$$

Převědeme-li vlnovou délku v rovnici (2) na úhlovou frekvenci a dosadíme-li do předchozích rovnic, dostaneme lineární vztah:

$$\sqrt{\frac{n}{\sin \varphi(K_\alpha)}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3R_\omega d}{\pi c}} (Z - s), \quad (8)$$

$$\sqrt{\frac{n}{\sin \varphi(K_\beta)}} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{8R_\omega d}{\pi c}} (Z - s). \quad (9)$$

To jsou lineární vztahy tvaru $y = A(x - B)$, ze kterých můžeme lineární regresí zjistit stínící konstantu $s = B$ a Rydbergovu konstantu $R_\omega = \frac{4\pi c}{3d} A^2$, resp. $\frac{9\pi c}{8d} A^2$.

3 Výsledky měření

Nejprve jsme měřili brzdné záření na rentgence s měděnou anodou. Extrapolací z grafů jsme určili mezní úhly:

$U [\text{kV}]$	$\vartheta [^\circ]$
15	11.25 \pm 0.125
25	6.5 \pm 0.25
30	5.25 \pm 0.25
33	5.0 \pm 0.25

Tabulka 1: Mezní úhly ϑ

Připomínáme, že ϑ značíme úhel ještě před korekcí na systematickou chybu. Úhel po korekci značíme $\varphi = \vartheta + \vartheta_0$.

Hodnoty Planckovy konstanty vypočtené podle (3), jejich průměr¹ a porovnání se skutečnou hodnotou je v grafu č. 1. Vidíme, že se skutečná hodnota signifikantně liší od té naměřené – to protože jsme zatím předpokládali, že systematická chyba $\vartheta_0 = 0$. Numericky nyní vyřešíme, pro jakou hodnotu ϑ_0 se budou skutečná hodnota h a vážený průměr rovnat. Získáme tím

$$\vartheta_0 = 0.574^\circ. \quad (10)$$

Následně jsme měřili charakteristická spektra pro různé materiály anod. Pozorovali jsme maxima n -tého řádu na těchto úhlech:

prvek	n	$U[\text{kV}]$	$\theta(K_\alpha)[^\circ]$	$\theta(K_\beta)[^\circ]$
²⁹ Cu	1	15	19.8	22.1
²⁹ Cu	1	33	19.8	22.1
²⁹ Cu	2	33	43.3	49.5
²⁶ Fe	1	33	25.6	28.5
⁴² Mo	1	33	8.6	9.7
⁴² Mo	2	33	17.8	20.2

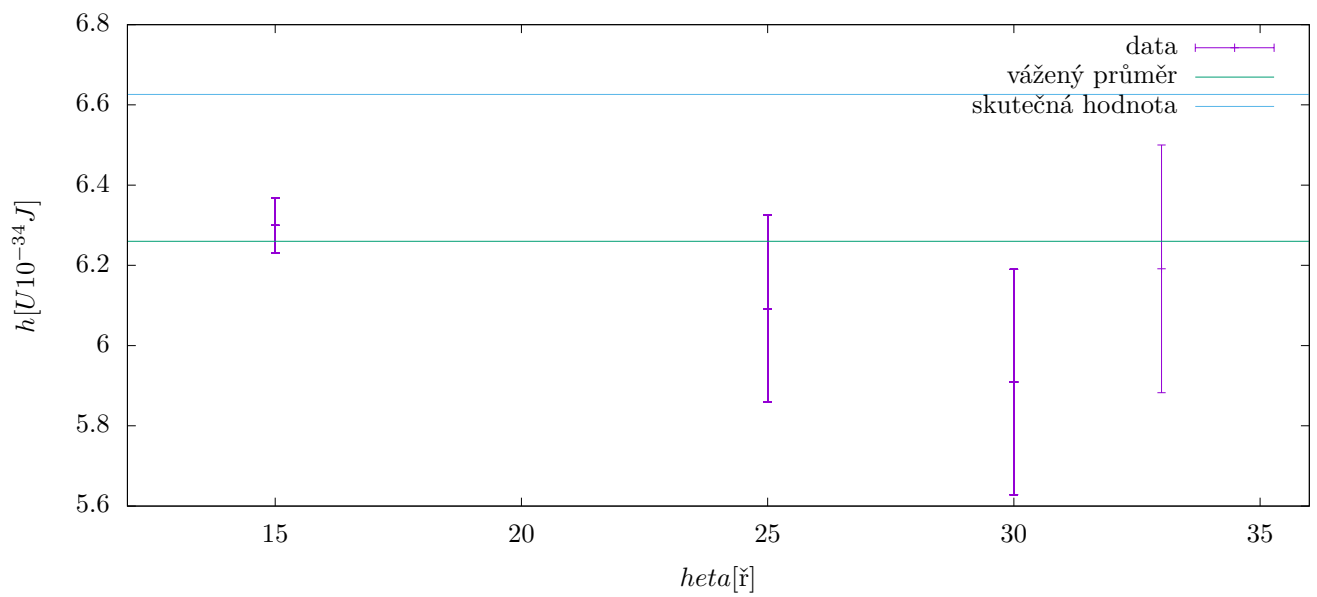
Tabulka 2: Úhly ϑ maxim charakteristického záření

Proložením z grafu jsme získali parametry fitu $A(K_\alpha) = 0.0658$, $B(K_\alpha) = 2.9322$ $A(K_\beta) = 0.0610$ $B(K_\beta) = 2.2979$. Z toho jsme vypočetli hodnoty Rydbergových konstant:

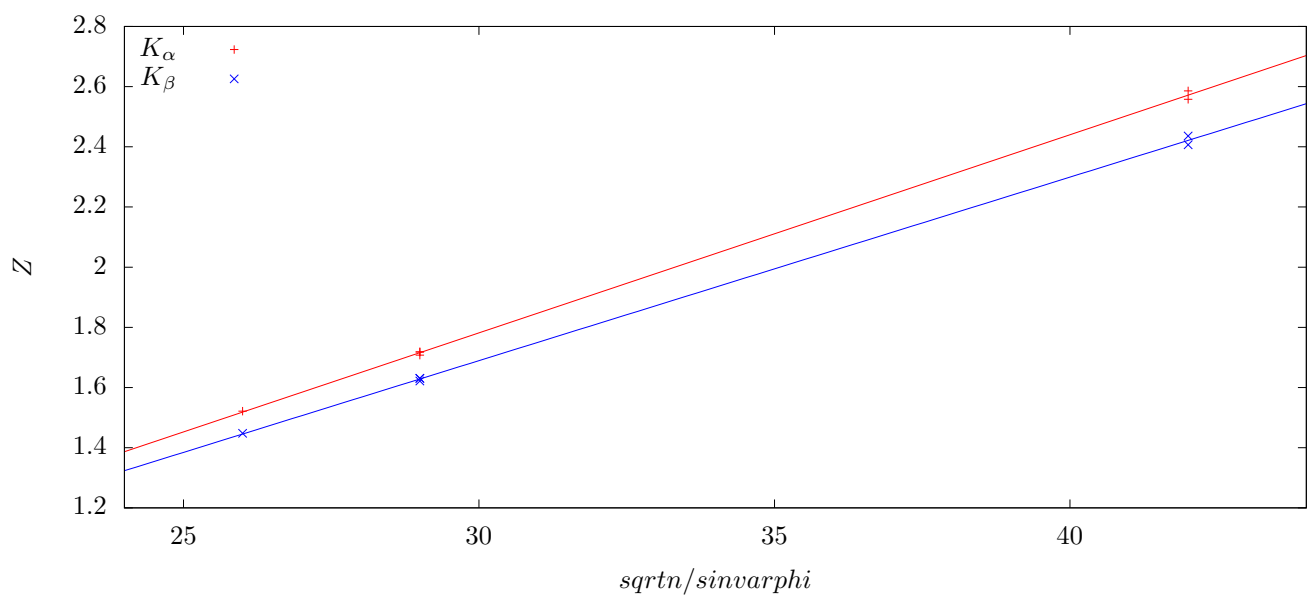
$$K_\alpha : R_\omega = 2.7015 \cdot 10^{16} \text{ s}^{-1}$$

$$K_\beta : R_\omega = 1.9566 \cdot 10^{16} \text{ s}^{-1}$$

¹Průměr je vážený převráceným čtvercem chyby.



Obrázek 1: Naměřené hodnoty Planckovy konstanty



Obrázek 2: Lineární závislost z (8) a (9)

4 Diskuse

Při měření se vyskytovala systematická chyba naměřeného úhlu. Ta byla korigována tak, aby h vycházelo podle tabelovaných hodnot. Vypočtená Rydbergova konstanta je zatížena velkou statistickou chybou danou malým počtem naměřených bodů pro lineární regresi.

5 Závěr

Podařilo se vypočítat hodnotu Planckovy konstanty, jejím porovnáním se skutečnou hodnotou se podařilo určit systematickou chybu úhlu $\vartheta_0 = 0.574^\circ$.

Podařilo se ověřit platnost Moseleyova zákona. Rydbergovy konstanty, které vyšly byly:

$$K_\alpha : R_\omega = 2.7015 \cdot 10^{16} \text{ s}^{-1}$$

$$K_\beta : R_\omega = 1.9566 \cdot 10^{16} \text{ s}^{-1}$$

Skutečná hodnota Rydbergovy konstanty je:

$$R_\omega = 2.0606 \cdot 10^{16} \text{ s}^{-1}$$

6 Literatura

[1] Studijní texty k laboratorní úloze: Studium rentgenových spekter; Kolektiv autorů ZFP KVOF MFF UK, online zdroj, [cit. 20.11.2019], dostupné na stránkách fyzikálního praktika IV