Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

“САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ”

Факультет систем управления и робототехники

Направление(специальность) мехатроника и робототехника

Квалификация(степень) магистр

Специализация 15.04.06 интеллектуальное технологии в робототехнике

Кафедра систем управления и информатики Группа P4135

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

к расчетно-исследовательской работе магистрантов по курсу

Интеллектуальное управление в условиях неопределенности

Автор РИРМ Петраневский И.В. (подпись)

(фамилия, и.о.)

Руководитель Ушаков А.В. (подпись)

(фамилия, и.о.)

"___" ______________ 20 17 г. Санкт-Петербург, 20 17 г.

Расчетно-исследовательская работа выполнена с оценкой ____________________

Дата защиты "___" __________ 20 17 г.

САНКТ – ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

КАФЕДРА СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И ИНФОРМАТИКИ

«УТВЕРЖДАЮ»
Зав.кафедрой А.А.Бобцов

З А Д А Н И Е

на расчетно – исследовательскую работу (РИРМ)магистрантов по дисциплине
ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

СТУДЕНТУ: И.В. Петраневскому

РУКОВОДИТЕЛЬ: д.т.н., профессор А.В.Ушаков

1.ТЕМА РИРМ: **ИССЛЕДОВАНИЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ОБЪЕКТОВ И СИСТЕМ, СИНТЕЗ НЕАДАПТИВНЫХ И АДАПТИВНЫХ АЛГОРИТМОВ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩИХ НЕОБХОДИМУЮ РОБАСТНОСТЬ ИХ ДИНАМИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ**

2.СРОКИ выполнения РИРМ 17 – я неделя семестра (30 мая 2017 года)

3.СОДЕРЖАНИЕ ЗАДАНИЯ:

3.1. Построить МТЧ **непрерывного ОУ(НОУ)**; с использованием матрицы управляемости агреги-рованной системы ранжировать параметры q_j по потенцииальной чувствительности
3.2. Построить МТЧ **дискретного ОУ(ДОУ)** к вариации интервала дискретности.
3.3. Построить МТЧ спроектированной непрерывной системы(СНС) по каждому из параметров и для значения $\left|\Delta q_j\right| = 0.3$; выделить доминирующие параметры по степени их влияния на величину σ перерегулирования и длительность t_n переходного процесса;
3.4. Построить матрицу функций модальной чувствительности (МФМЧ) и выделить неблагоприятное сочетание вариаций параметров.
3.5. Методом модального управления (МУ), базовый алгоритм которого дополняется контролем нормы $\|F_0\|$ медианной составляющей интервальной матрицы $[F]$ спроектированной системы для целей вычисления оценки $\delta_I F$ ее относительной интервальности. Исследовать свойство робастностной устойчивости полученной системы с помощью метода В.Л. Харитонова.
3.6. Оценить алгебраическую реализуемость неадаптивного и адаптивного управления, обеспечивающего параметрическую инвариантность выхода системы, и синтезировать их.

3.7.ВАРИАНТ ЗАДАНИЯ (ВПИСАТЬ СВОЙ) 1.1Б-1.2Б-2.1Б-2.2А-3А-4-5А-6А-7А

4.СОДЕРЖАНИЕ пояснительной записки (перечень подлежащих разработке вопросов):

4.1.Введение.Постановка задачи____
4.2.Построение МТЧ НОУи результаты ее исследования________________________
4.3.Построение МТЧ ДОУи и результаты ее исследования______________________
4.4.Построение МТЧ СНС и результаты ее исследования_______________________
4.5.Построение МФМЧ и результаты ее исследования__________________________
4.6.Построение медианного МУ НОУ и оценка его результатов___________________
4.7.Синтез неадаптивного и адаптивного управления, обеспечивающего параметрическую инвариантность выхода СНС относительно неопределенности НОУ
4.8.Заключение____
4.9.Литература____
4.10.Приложение____

5.ИСХОДНЫЕ материалы и пособия к РИРМ:

5.1.Никифоров В.О., Слита О.В., Ушаков А.В. Интеллектуальное управление в условиях неопределенности: учебное пособие. СПб.: СПбГУИТМО, 2011.
5.2.Никифоров В.О. ,Ушаков А.В. Управление в условиях неопределенности: чувствительность, адаптация и робастность. СПб.: СПбГИТМО(ТУ), 2002.
5.3.Никифоров В.О. Адаптивное и робастное управление с компенсацией возмущений.-СПб.: Наука, 2003.
5.4. Дударенко Н.А., Слита О.В., Ушаков А.В. Математические основы современной теории управления: аппарат метода пространства состояний: учебное пособие. / Под ред. Ушакова А.В. – СПб: СПбГУ ИТМО, 2008. – 323 с.

6.ДАТА выдачи задания на РИРМ____

*РУКОВОДИТЕЛЬ*____

7.ДАТА начала выполнения РИРМ____

*СТУДЕНТ*____

Содержание

ВВЕДЕНИЕ

Расчётно-исследовательская работа магистранта представляет результат-отчёт дисциплины "Интеллектуальное управление в условиях неопределенностей. Основная часть аналитических расчётов, а так же математическое моделирование выполненны в пакете программ Matlab.

В ходе выполнения работы, необходимо:

а) Построить модель траекторной чувствительности (МТЧ) непрерывного объекта управления (НОУ). С использованием матрицы управляемости агрегированной системы, ранжировать параметр q_j по потенциальной чувствительности к ним выхода ОУ;

б) Построить модель траекторной чувствительности (МТЧ) дискретного объекта управления (ДОУ) к вариации интервала дискретности;

в) Построить модель траекторной чувствительности (МТЧ) спроектированной непрерывной системы по каждому из полученных параметров и для значения $|\boldsymbol{\Delta} q_i| = 0.3$. Выделить доминирующие параметры по степени их влияния на величину σ и длительность t_p переходного процесса;

г) Построить матрицу функций модальной чувствительности (МФМЧ) и выделить неблагоприятное сочетание вариаций параметров;

д) Методом модального управления, базовый алгоритм которого дополняется контролем нормы $\|F_0\|$ медианной составляющей интервальной матрицы $[F]$ спроектированной системы для целей вычисления оценки $\delta_1 F$ ее относительной интервальности Исследовать свойство робастной устойчивости полученной системы с помощью метода В.Л. Харитонова;

е) Оценить алгебраическую реализуемость неадаптивного и адаптивного управления, обеспечивающего параметрическую инвариантность выхода системы, и синтезировать их.

Исходные данные для выполнения расчетной работы

Задан непрерывный объект управления (НОУ) с помощью передаточной функции (ПФ) «вход-выход (ВВ)»

$$\Phi(s,q) = \frac{b_0(1+q_1)s + b_1(1+q_2)}{\left[a_0(1+q_3)s + a_1(1+q_4)\right]\left[a_2(1+q_5)s^2 + a_3(1+q_6)s + a_4(1+q_7)\right]} \quad (1)$$

где $q_{10} = q_{20} = q_{30} = q_{40} = q_{50} = q_{60} = q_{70} = 0$ — номинальные значения параметров $q_{j0}, j = \overline{1,7}$.

Необходимо проделать работу в соответствии с заданием на расчетно-исследовательскую работу магистранта (РИРМ). Исходные данные для варианта №17 БББААААА указаны в таблице 1.

Таблица 1 – Исходные данные

1.1. Значения параметров ПФ	$b_0 = 0; b_1 = 0.67; a_0 = 0; a_1 = 1; a_2 = 16; a_3 = 3; a_4 = 10$
1.2. Базис описания НОУ	канонический наблюдаемый
2.1. Интервал дискретности	$\Delta t = 0.03$с
2.2. Метод перехода к ДОУ	заменой производной отношением конечных малых
3. Характеристическая частота	$\omega_0 = 3c^{-1}$
5. Граничные (угловые) значения параметра q_j	$\underline{q_j} = -0.2; \overline{q_j} = 0.2$
6. Относительная интервальность матрицы состояния системы	$\delta_{IR}F = 0.02$
7. Величина параметрической неопределенности	$\underline{q_j} = -0.2; \overline{q_j} = 0.2$

Подп. и дата | Инв. № дубл. | Взам. инв. № | Подп. и дата | Инв. № подл.

Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата

КСУИ.204.Р4135.001 ПЗ

Копировал Формат А4

1 Построение модели траекторной чувствительности непрерывного объекта управления и результаты ее исследования

1.1 Непрерывный объект управления в форме вход-состояние-выход

Передаточная функция заданного объекта управления имеет следующий вид:

$$\Phi(s,q) = \frac{0.67(1+q_2)}{(1+q_4)(16(1+q_5)s^2+3(1+q_6)s+10(1+q_7))}. \tag{1.1}$$

Для составления векторно-матричного описания ОУ запишем ПФ в форме

$$\Phi(s,q) = \frac{\dfrac{0.67(1+q_2)}{16(1+q_5)(1+q_4)}}{s^2+\dfrac{3(1+q_6)}{16(1+q_5)}s+\dfrac{5(1+q_7)}{8(1+q_5)}}.$$

В каноническом управляемом базисе, векторно-матричное представление объекта управления имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \dot{x}(t,q) & = A(q)x(t,q)+Bu(t) \\ y(t,q) & = C(q)x(t,q) \end{cases}, \tag{1.2}$$

где

$$A(q) = \begin{bmatrix} 0 & -\dfrac{5(1+q_7)}{8(1+q_5)} \\ 1 & -\dfrac{3(1+q_6)}{16(1+q_5)} \end{bmatrix}, \tag{1.3}$$

$$B = \begin{bmatrix} \dfrac{0.67(1+q_2)}{16(1+q_5)(1+q_4)} \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{1.4}$$

$$C(q) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{1.5}$$

1.2 Модель траекторной чувствительности непрерывного объекта управления

Передаточная функция номинального объекта управления при $q_{1_0} = ... = q_{7_0} = 0$ имеет следующий вид:

$$\Phi(s,0) = \frac{\frac{0.67}{16}}{s^2 + \frac{3}{16}s + \frac{5}{8}}. \qquad (1.6)$$

Матрицы модели вход-состояние-выход номинального объекта управления имеют следующие реализации:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{5}{8} \\ 1 & -\frac{3}{16} \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} \frac{0.67}{16} \\ 0 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Введем обозначения

$$A_{q_j} = \left.\frac{\partial A(q)}{\partial q_j}\right|_{q=q_0}, B_{q_j} = \left.\frac{\partial B(q)}{\partial q_j}\right|_{q=q_0}, C_{q_j} = \left.\frac{\partial C(q)}{\partial q_j}\right|_{q=q_0},$$
$$A(q)|_{q=q_0} = A, B(q)|_{q=q_0} = B, C(q)|_{q=q_0} = C,$$
$$x(t,q)|_{q=q_0} = x(t), y(t,q)|_{q=q_0} = y(t),$$
$$\left.\frac{\partial x(t,q)}{\partial q_j}\right|_{q=q_0} = \sigma_j(t), \left.\frac{\partial y(t,q)}{\partial q_j}\right|_{q=q_0} = \eta_j(t)$$

Теперь для j-й модели траекторной чувствительности получим представление модели траекторной чувствительности:

$$\begin{cases} \dot{\sigma}_j(t) &= A\sigma_j(t) + A_{q_j}x(t) + B_{q_j}u(t); \sigma_j(0) = 0 \\ \eta_j(t) &= C\sigma_j(t) + C_{q_j}x(t) \end{cases} \qquad (1.7)$$

Модель траекторной чувствительности будет генерировать функции траекторной чувствительности $\sigma_j(t)$ по состоянию и $\eta_j(t)$ по выходу, если ее дополнить моделью номинального объекта управления 1.2.

На состояние заданного объекта управления влияют $p = 5$ (далее, под записью $j = \overline{1,p}$ будет подразумеваться, что $j = 1,2,3,4,6,7$) параметров: q_2, q_4, q_5, q_6, q_7. Вычислим матрицы моделей траекторной чувствительности используя выше введенные обозначения:

$$A_{q_2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; B_{q_2} = \begin{bmatrix} \frac{0.67}{16} \\ 0 \end{bmatrix}; C_{q_2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}; \tag{1.8}$$

$$A_{q_4} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; B_{q_4} = \begin{bmatrix} -\frac{0.67}{16} \\ 0 \end{bmatrix}; C_{q_4} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}; \tag{1.9}$$

$$A_{q_5} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{5}{8} \\ 0 & \frac{3}{16} \end{bmatrix}; B_{q_5} = \begin{bmatrix} -\frac{0.67}{16} \\ 0 \end{bmatrix}; C_{q_5} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}; \tag{1.10}$$

$$A_{q_6} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{3}{16} \end{bmatrix}; B_{q_6} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}; C_{q_6} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}; \tag{1.11}$$

$$A_{q_7} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{5}{8} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; B_{q_7} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}; C_{q_7} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}; \tag{1.12}$$

1.3 Ранжирование параметров

Оценка управляемости системы, состоящей из моделей номинальной и траекторной чувствительности параметромq_j:

$$\tilde{x}_j = \begin{bmatrix} x \\ \sigma_j \end{bmatrix}, dim(\tilde{x}) = 2n, \dot{\tilde{x}}_j(t) = \tilde{A}_j \tilde{x}_j(t) + \tilde{B}_j u(t), \tilde{x}_j(0) = \begin{bmatrix} x(0) \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{1.13}$$

$$x(t) = \tilde{C}_{xj} \tilde{x}_j(t), \sigma_j(t) = \tilde{C}_{\sigma j} \tilde{x}_j(t), \eta_j(t) = \tilde{C}_{\eta j} \tilde{x}(t). \tag{1.14}$$

где

$$\tilde{A}_j = \begin{bmatrix} A & 0 \\ A_{qj} & A \end{bmatrix}, \tilde{B}_j = \begin{bmatrix} B \\ B_{qj} \end{bmatrix}, \tilde{C}_{xj} = \begin{bmatrix} I_{n\times n} & 0_{n\times n} \end{bmatrix},$$

$$\tilde{C}_{\sigma j} = \begin{bmatrix} 0_{n\times n} & I_{n\times n} \end{bmatrix}, \tilde{C}_{\eta j} = \begin{bmatrix} C_{qj} & C \end{bmatrix}$$

$$\tilde{A}_{2,4} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{5}{18} & 0 & 0 \\ 1 & -\frac{3}{16} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{5}{8} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{3}{16} \end{bmatrix}, \tilde{A}_5 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{5}{8} & 0 & 0 \\ 1 & -\frac{3}{16} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{5}{8} & 0 & -\frac{5}{8} \\ 0 & \frac{3}{16} & 1 & -\frac{3}{16} \end{bmatrix}, \tilde{A}_6 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{5}{8} & 0 & 0 \\ 1 & -\frac{3}{16} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{5}{8} \\ 0 & -\frac{3}{16} & 1 & -\frac{3}{16} \end{bmatrix},$$

$$\tilde{A}_7 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{5}{8} & 0 & 0 \\ 1 & -\frac{3}{16} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{5}{8} & 0 & -\frac{5}{8} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{3}{16} \end{bmatrix}, \tilde{B}_2 = \begin{bmatrix} \frac{0.67}{16} \\ 0 \\ \frac{0.67}{16} \\ 0 \end{bmatrix}, \tilde{B}_{4,5} = \begin{bmatrix} \frac{0.67}{16} \\ 0 \\ -\frac{0.67}{16} \\ 0 \end{bmatrix}, \tilde{B}_{6,7} = \begin{bmatrix} \frac{0.67}{16} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{C}_{x2,4,5,6,7} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \tilde{C}_{2,4,5,6} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \tilde{C}_{\sigma_{2,4,5,6,7}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{C}_{\eta_{2,4,5,6,7}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Требования к ресурсам управления заметно снижаются, если изначально ограничиться задачей обеспечения траекторной нечувствительности выхода проектируемой системы. На уровне требований к структурным свойствам агрегированной системы задача сводится к контролю управляемости тройки матриц

$(\tilde{C}_{\eta_j}, \tilde{A}_j, \tilde{B}_j)$ и количественной оценке эффекта управления по переменной η_j при приложении управления $u(t)$ фиксированной нормы с помощью сингулярных чисел матрицы управляемости

Для оценки управляемости по выходу проверим матрицы $\tilde{C}_{\eta j}, \tilde{A}_j, \tilde{B}_j$:

$$\tilde{W}_{y\eta_j} = \begin{bmatrix}\tilde{C}_{\eta_j}\tilde{B}_j & \tilde{C}_{\eta_j}\tilde{A}_j\tilde{B}_j & \tilde{C}_{\eta_j}\tilde{A}_j^2\tilde{B}_j & \cdots & \tilde{C}_{\eta_j}\tilde{A}_j^{2n-1}\tilde{B}_j\end{bmatrix} \tag{1.15}$$

Рассчитаем матрицы управляемости $\tilde{W}_{\eta_j}$

$$\tilde{W}_{y\eta_2} = \begin{bmatrix}0 & 0.041875 & 0.0078516 & 0.0246997\end{bmatrix},$$
$$\tilde{W}_{y\eta_4} = \begin{bmatrix}0 & 0.041875 & 0.0078516 & 0.0246997\end{bmatrix},$$
$$\tilde{W}_{y\eta_5} = \begin{bmatrix}0 & 0.041875 & 0.0157031 & 0.0479272\end{bmatrix},$$
$$\tilde{W}_{y\eta_6} = \begin{bmatrix}0 & 0 & 0.0078516 & 0.0029443\end{bmatrix},$$
$$\tilde{W}_{y\eta_7} = \begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 0.0261719\end{bmatrix}.$$

Вычислим для полученных матриц управляемости сингулярные числа

$$\alpha\{\tilde{W}_{y\eta_2}\} = 0.0492467, \alpha\{\tilde{W}_{y\eta_4}\} = 0.0492467, \tag{1.16}$$
$$\alpha\{\tilde{W}_{y\eta_5}\} = 0.0655525, \alpha\{\tilde{W}_{y\eta_6}\} = 0.0083855, \tag{1.17}$$
$$\alpha\{\tilde{W}_{y\eta_7}\} = 0.0261719. \tag{1.18}$$

Ранжирование параметров q_j осуществляется по значению сингулярных чисел матриц управляемости. Чем эти числа меньше, тем большими по норме управлениями достигается асимптотическая траекторная нечувствительность компонента yj(t) вектора выхода y(t). Отсюда следует, что асимптотическая сходимость к нулю дополнительного движения будет требовать все меньшего количества затрат при следующем расположении qj : q6, q7, q2, q4, q5.

2 Построение модели траекторной чувствительности дискретного объекта управления и результаты ее исследования

а) Перейти к дискретному описанию ОУ с помощью интегральной модели ВСВ НОУ;

б) Построить модель траекторной чувствительности (МТЧ) дискретного ОУ (ДОУ) к вариации интервала дискретности;

2.1 Переход к дискретному описанию объекта управления

ДОУ представляет собой дискретную по времени с интервалом дискретности длительности Δt выборку из непрерывных процессов по вектору состояния $x(t,q)$ и выходу $y(t,q)$ при фиксированном на интервале $t \in [\Delta tk, \Delta t(k+1)]$ значении управления $u(t) = u(\Delta tk) = u(k)$. Имеет следующий вид

$$\begin{cases} x(k+1,q) = \overline{A}(q)x(k,q) + \overline{B}(q)u(k) \\ y(k,q) = \overline{C}(q)x(k,q) \end{cases} \tag{2.1}$$

где матрицы непрерывного 1.2 и дискретного 2.1 ОУ связаны следующими функциональными соотношениями

$$\overline{A}(q) = e^{A(q)\Delta t}; \overline{B}(q) = A^{-1}(q)(e^{A(q)\Delta t} - I)B(q); \overline{C}(q) = C(q) \tag{2.2}$$

Номинальная модель ДОУ получается из 2.1 при векторе параметров $q = q_0$

$$\begin{cases} x(k+1) = \overline{A}x(k) + \overline{B}u(k) \\ y(k) = \overline{C}x(k) \end{cases} \tag{2.3}$$

Общий вид интегральной модели [2] ВСВ НОУ имеет вид

$$x(t) = \Phi(t)x(0) + \int_0^t \Phi(t,\tau)Bu(\tau)d\tau \tag{2.4}$$

$$y(t) = C\Phi(t)x(0) + \int_0^t C\Phi(t,\tau)Bu(\tau)d\tau \tag{2.5}$$

где $\Phi(t) = e^{At}, \Phi(t,\tau) = \Phi(t)\Phi^{-1}(\tau) = e^{A(t-\tau)}$.

Используя интегральную запись модели ВСВ непрерывного динамического объекта, нетрудно получить связь между матрицами модели ВСВ дискретного и непрерывного объектов в форме

$$\overline{A} = \Phi(\Delta t) = e^{A\Delta t}, \overline{B} = \Phi(\Delta t)\int_0^{\Delta t}\Phi^{-1}(\tau)d\tau B, \overline{C} = C \tag{2.6}$$

И окончательные формулы для перехода

$$\overline{A} = e^{A\Delta t}, \overline{B} = A^{-1}(e^{A\Delta t} - I)B, \overline{C} = C \tag{2.7}$$

При $\Delta t = 0.03$с, рассчитаем матрицы модели ВСВ ДОУ

$$\overline{A} = \begin{bmatrix} 0.9997794 & 0.0291300 \\ -0.0145650 & 0.9424904 \end{bmatrix}; \overline{B} = \begin{bmatrix} 0.0004413 \\ 0.0291300 \end{bmatrix}; \overline{C} = \begin{bmatrix} 0.0333333 & 0.25 \end{bmatrix};$$

2.2 Построение модели траекторной чувствительности дискретного объекта управления к вариации интервала дискретности

Модель траекторной чувствительности, необходимая для генерирования функций траекторной чувствительности $\sigma(k)$ и $\eta(k)$ по состоянию и выходу ДОУ, строится путем дифференцирования компонентов представления 2.1 по компонентам q_j вектора параметров q при его номинальном значении (в нашем случае q = Δt),

$$\begin{cases} \sigma(k+1) = \overline{A}\sigma(k) + \overline{A}_q x(k) + \overline{B}_q u(k) \\ \eta(k) = \overline{C}\sigma(k) + \overline{C}_q x(k) \end{cases} \tag{2.8}$$

где

$$\overline{A}_q=\frac{\partial\overline{A}(q)}{\partial\Delta t}\bigg|_{q=q_0};\overline{B}_q=\frac{\partial\overline{B}(q)}{\partial\Delta t}\bigg|_{q=q_0};\overline{C}_q=\frac{\partial\overline{C}(q)}{\partial\Delta t}\bigg|_{q=q_0};$$

$$\sigma(t)=\frac{\partial x(k,q)}{\partial\Delta t}\bigg|_{q=q_0};\eta(t)=\frac{\partial y(k,q)}{\partial\Delta t}\bigg|_{q=q_0};$$

$$\frac{\partial\overline{A}(q)}{\partial\Delta t}=\frac{\partial\left(e^{A(q)\Delta t}\right)}{\partial\Delta t}=A(q)e^{A(q)\Delta t}=e^{A(q)\Delta t}A(q)\ =\overline{A}(q)A(q);$$

$$\frac{\partial\overline{B}(q)}{\partial\Delta t}=\frac{\partial}{\partial\Delta t}\Big[A^{-1}(q)(e^{A(q)\Delta t}-I)B(q)\Big]=A^{-1}(q)A(q)e^{A(q)\Delta t}B=\overline{A}(q)B(q);$$

$$\frac{\partial\overline{C}(q)}{\partial\Delta t}=\frac{\partial C(q)}{\partial\Delta t}=0.$$

Используя полученные выражения вычислим матрицы МТЧ ДОУ

$$\overline{A}_q=\begin{bmatrix}-0.0145650 & 0.9424904\\ -0.4712452 & -1.8681295\end{bmatrix};\overline{B}_q=\begin{bmatrix}0.0291300\\ 0.9424904\end{bmatrix};\overline{C}_q=\begin{bmatrix}0 & 0\end{bmatrix};$$

Сконструируем агрегированную систему с составным вектором $\tilde{x}=col\{x,\sigma\}$ размерности $\dim\tilde{x}=2n$, которая объединением 2.3 и 2.8, получает представление

$$\tilde{x}(k+1)=\tilde{\overline{A}}\tilde{x}(k)+\tilde{\overline{B}}u(k);\tilde{x}(0)=col\{x(0),0\} \tag{2.9}$$

$$x(k)=\tilde{\overline{C}}_{x_j}\tilde{x}(k); \tag{2.10}$$

$$y(k)=\tilde{\overline{C}}\tilde{x}(k); \tag{2.11}$$

$$\sigma(k)=\tilde{\overline{C}}_{\sigma}\tilde{x}(k); \tag{2.12}$$

$$\eta(k)=\tilde{\overline{C}}_{\eta}\tilde{x}(k) \tag{2.13}$$

где

$$\tilde{\overline{A}}=\begin{bmatrix}\overline{A} & 0\\ \overline{A}_q & \overline{A}\end{bmatrix},\tilde{\overline{B}}=\begin{bmatrix}\overline{B}\\ \overline{B}_q\end{bmatrix},$$

$$\tilde{\overline{C}}_x=\begin{bmatrix}I_{n\times n} & O_{n\times n}\end{bmatrix},\tilde{\overline{C}}=\begin{bmatrix}\overline{C} & 0_{m\times n}\end{bmatrix},\tilde{\overline{C}}_{\sigma}=\begin{bmatrix}0_{n\times n} & I_{n\times n}\end{bmatrix},\tilde{\overline{C}}_{\eta}=\begin{bmatrix}\overline{C}_q & \overline{C}\end{bmatrix}.$$

Составим необходимые матрицы

$$\tilde{\overline{A}} = \begin{bmatrix} 0.9997794 & 0.0291300 & 0 & 0 \\ -0.0145650 & 0.9424904 & 0 & 0 \\ -0.0145650 & 0.9424904 & 0.9997794 & 0.0291300 \\ -0.4712452 & -1.8681295 & -0.0145650 & 0.9424904 \end{bmatrix};$$

$$\tilde{\overline{B}} = \begin{bmatrix} 0.0004413 \\ 0.0291300 \\ 0.0291300 \\ 0.9424904 \end{bmatrix}; \tilde{\overline{C}}_\eta = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.0333333 & 0.25 \end{bmatrix}$$

Проверим управляемость агрегированной системы по выходу $\eta(k)$ с помощью матрицы управляемости $\tilde{\overline{W}}_{y\eta}$

$$\tilde{\overline{W}}_{y\eta} = \begin{bmatrix} \tilde{\overline{C}}_\eta \tilde{\overline{B}} & \tilde{\overline{C}}_\eta \tilde{\overline{A}} \tilde{\overline{B}} & \tilde{\overline{C}}_\eta \tilde{\overline{A}}^2 \tilde{\overline{B}} & \dots & \tilde{\overline{C}}_\eta \tilde{\overline{A}}^{2n-1} \tilde{\overline{B}} \end{bmatrix} \tag{2.14}$$

которая с учетом $n = 2$ имеет реализацию

$$\tilde{\overline{W}}_{y\eta} = \begin{bmatrix} 0.2365936 & 0.2111102 & 0.1875234 & 0.1657095 \end{bmatrix}$$

Ранги матриц $\tilde{W}_\eta$ равны $rang(\tilde{W}_\eta) = 1$, что совпадает с размерностью $m = 1$ вектора выхода. Таким образом, выбором закона управления можно обеспечить сходимость $\lim_{t\to\infty} \Delta y(t, q_0, \Delta t) = 0$ с заданным темпом.

Список использованных источников

1 В.О.Никифоров О.В.Слита А.В.Ушаков. ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ. — Санкт-Петербург: СПбГУ ИТМО, 2011. — P. 226.

2 И.В. Мирошник. Теория автоматического управления. Линейные системы. — Санкт-Петербург: СПбГУ ИТМО, 2005. — P. 336.