Controle Estatístico de Qualidade

Breno Cauã Rodrigues da Silva

2025-05-06

Índice

1 Introdução

Material de apoio para a disciplina de **Controle Estatístico de Qualidade** da *Falculdade de Estatística* (FAEST) da *Universidade Federal do Pará* (UFPA).
Para esta etapa inicial foram usadas as referências:

- Montgomery (2013)
- "Mermaid.js" (s.d.)

1.1 Ferramentas Básicas do Controle da Qualidade

As sete ferramentas da qualidae são técnicas estatísticas simples para resolver problemas na indústria.

- Estratificação
- Folhas de Verificação
- Diagrama de Ishikawa
- Histograma
- Diagrama de Pareto
- Gráfico de Dispersão
- Gráfico de Controle

1.1.1 Estratificação

É uma técnica usada para **separar dados em grupos significativos** para facilitar a análise.

- Permite observar padrões escondidos em dados mistos.
- Ajuda identificar **fontes de variação**.

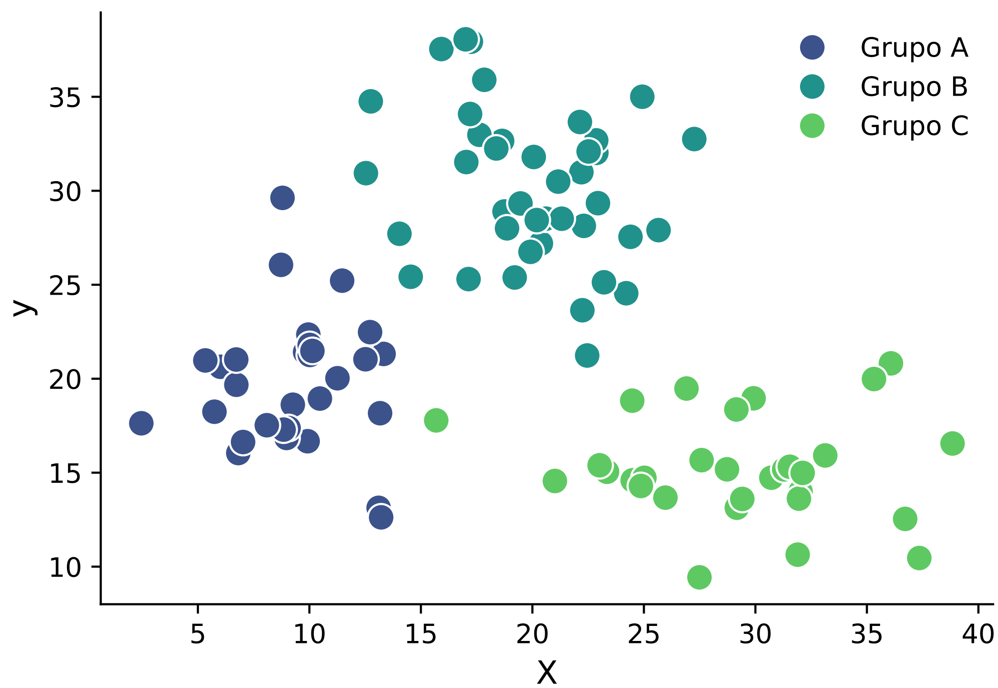


Figura 1.1: Exemplo de Simulação de Dados Estratificados em Python.

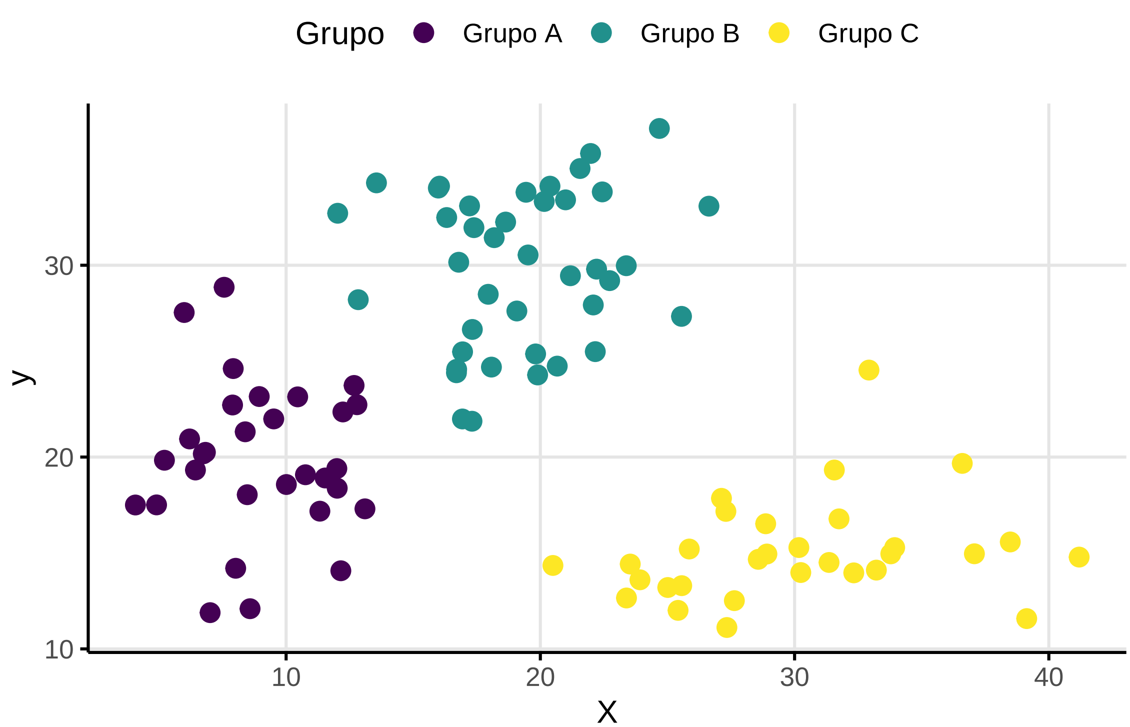


Figura 1.2: Exemplo de Simulação de Dados Estratificados em R.

1.1.1.1 Definição de Estratificação

> "*Processo de **dividir dados em subgrupos (estratos)** com base em características relevantes como turno, máquina, operador, etc.*"

- **Exemplo:** Existe diferênça de desempenho entre os turnos?

1.1.1.2 Tipos de Estratificação

- Por **tempo:** turno, dia da semana, mês;
- Por **local:** máquina, setor, linha de produção;
- Por **pessoas:** operador, equipe;
- Por **método** ou **material**.

Tabela 1.1: Exemplos de Tipos de Estratificação.

Tipo	Exemplo
Tempo	Turno
Local	Máquina
Pessoa	Operador
Método	Matéria-prima

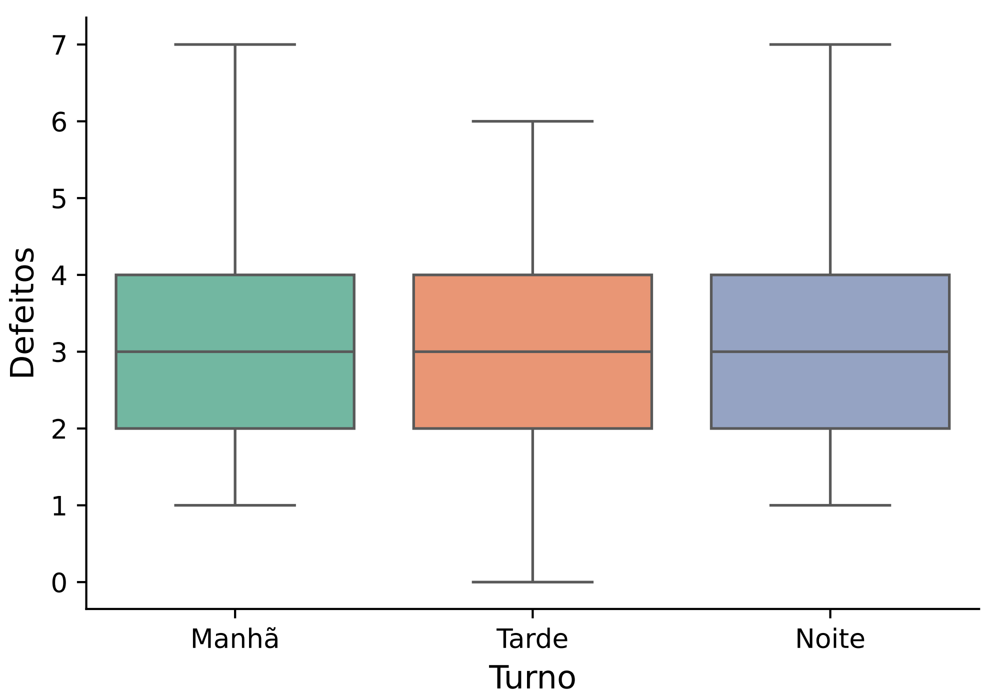


Figura 1.3: Exemplo 2 de Simulação de Dados Estratificados em Python.

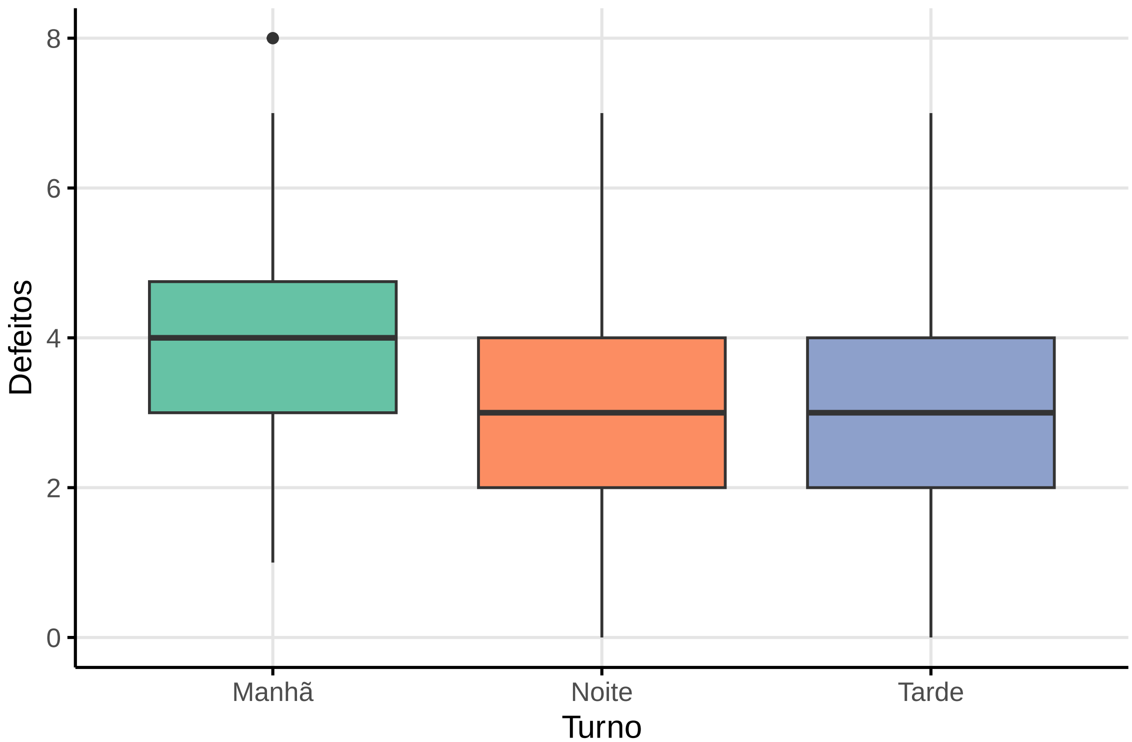


Figura 1.4: Exemplo 2 de Simulação de Dados Estratificados em R.

1.1.2 Folhas de Verificação

São formulários usados para **coletar e organizar dados** de forma sistemática.

- Facilitam a visualização e interpretação de dados.
- Podem ser adaptados para diversos propósitos.

1.1.2.1 Definição de Folha de Verificação

> "“*Documento estruturado para registrar dados observacionais em tempo real.*

Usada para:

- Contagem de defeitos
- Localização de falhas
- Frequência de ocorrências

Verificação: Distribuição do Processo de Produção
Verificação: Item Defeituoso
Verificação: Localização de Defeitos
Verificação: Causas de um defeito ou falha
Verificação: Satisfação do Cliente (ex.: questionários de satisfação)

Folha de verificação								
	Dia							
Defeito	1	2	3	4	5	6	7	**Total**
Arranhão	//				//	///		7
Bolha		///		/	/		/	6
Mancha	/		////		/	//	/	9
Amassado				//		/		3
Total	3	3	4	3	4	6	2	**25**

Figura 1.5: **Exemplo de folha de verificação de defeitos na lataria de um carro.**

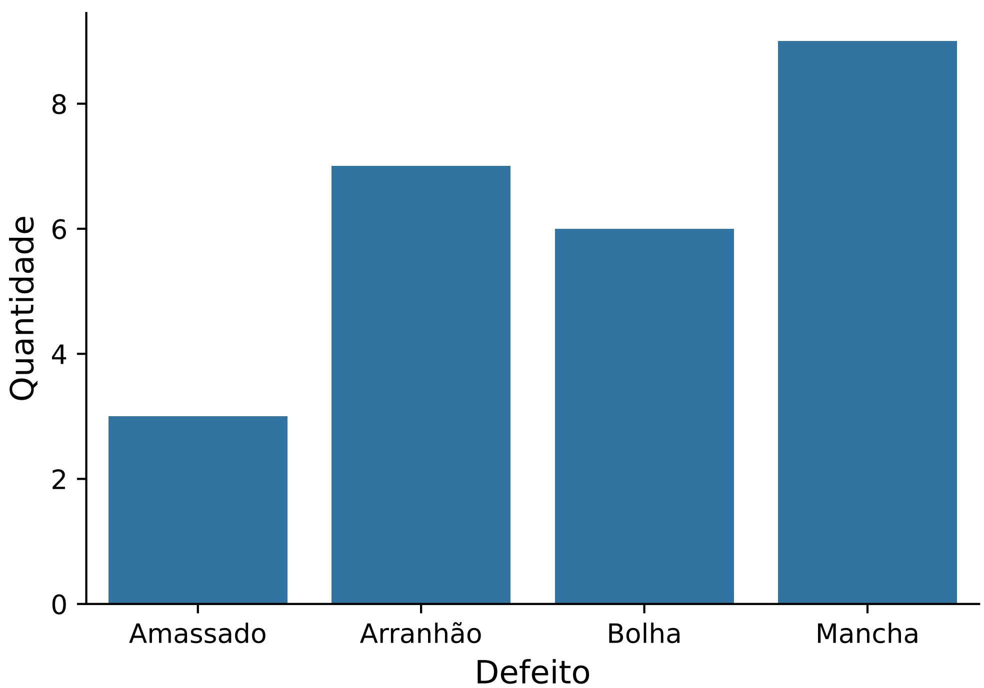


Figura 1.6: Exemplo Gráfico da Folha de Verificação em Python.

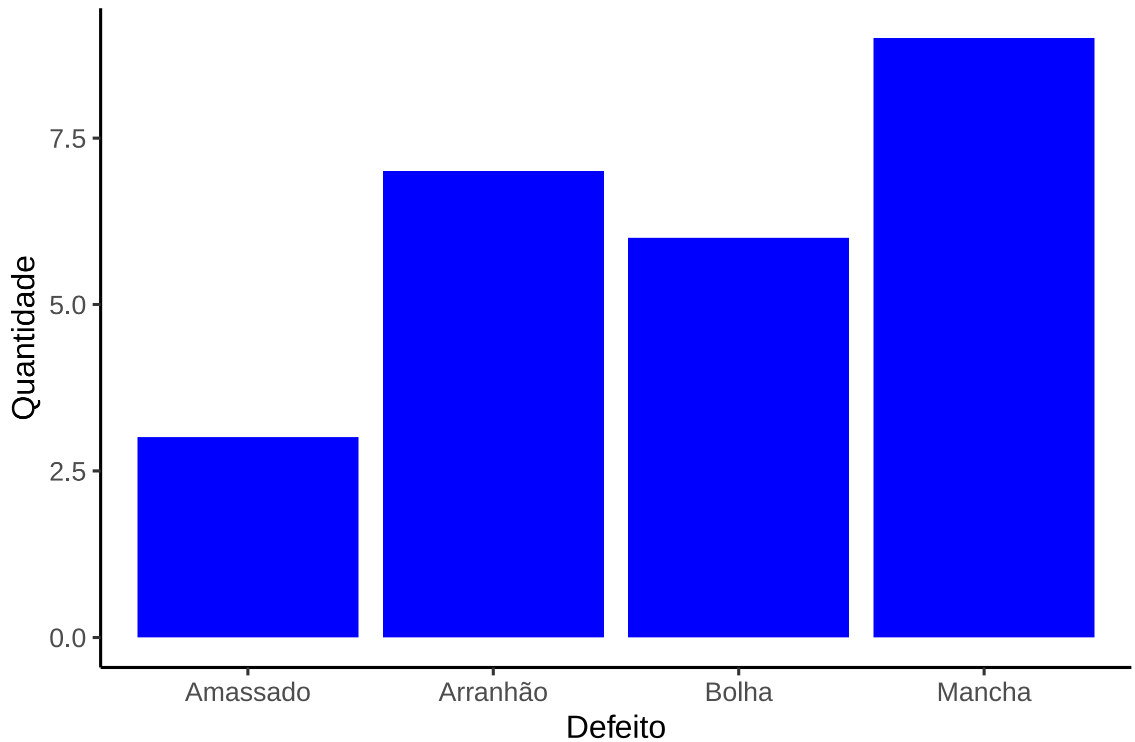


Figura 1.7: Exemplo Gráfico da Folha de Verificação em R.

1.1.2.2 Conclusão sobre Folhas de Verificação

Facilitam a **padronização da coleta de dados**
Auxiliam na **identificação de padrões**
São a **base para análises gráficas e estatísticas posteriores**

1.1.3 Diagrama de Ishikawa

Também conhecido como diagrama de causa e efeito ou espinha de peixe.

- Ferramenta para análise de problemas.
- Organiza causas potenciais de um efeito específico.

1.1.3.1 Como construir um Diagrama de Ishikawa

1. Defina claramente o problema (efeito).
2. Trace uma linha horizontal com o problema no final (efeito).
3. Adicione as categorias principais de causa (método, máquina, mão de obra, material, meio ambiente, medição, etc.)
4. Liste causas específicas em cada categoria.

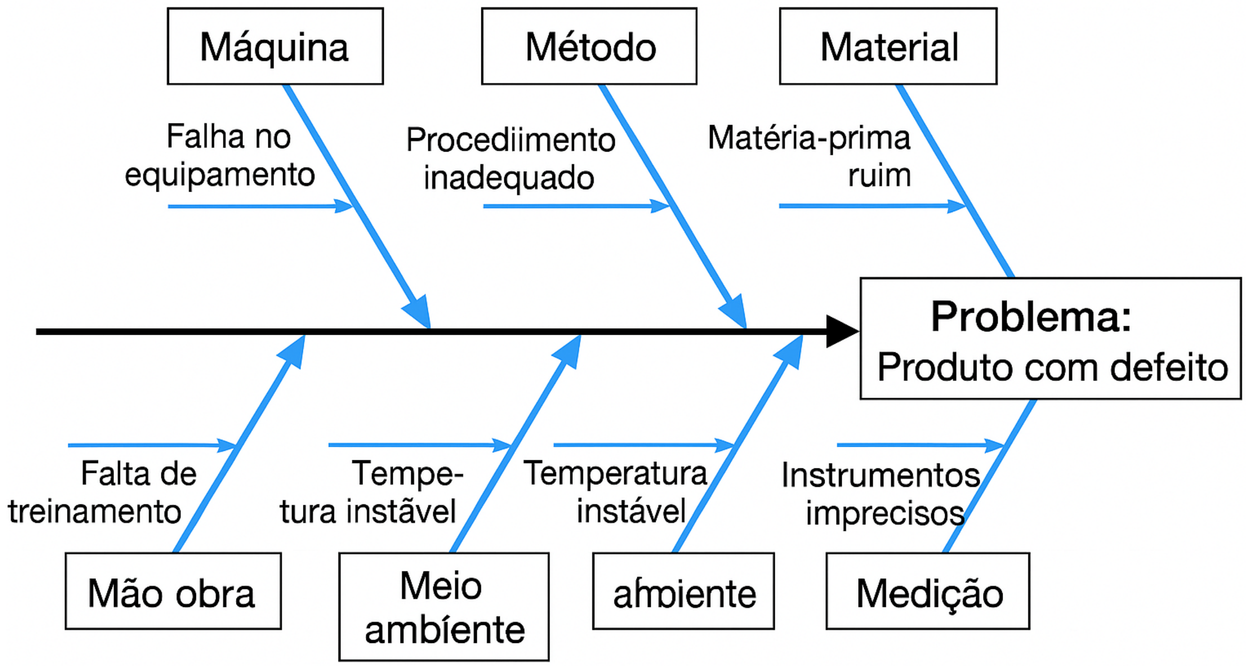


Figura 1.8: **Exemplo de diagrama de causa e efeito (Ishikawa).**

2 Gráficos Usuais

2.1 Histograma

- **O que é um Histograma?**
  - Um histograma é uma representação gráfica da distribuição de frequências de dados contínuos.
  - Mostra como os valores se distribuem por intervalos (classes).
  - Ajuda a visualizar:
    * Tencência central
    * Dispersão
    * Assimetria
    * Possíveis anomalias

2.1.1 Construção do Histograma com Limites de Especificação

- Limites de especificação:
  - **Limite inferior de especificação (LSE):** menor valor permitido para uma característica de qualidade.
  - **Limite superior de especificação (LIE):** maior valor permitido para uma característica de qualidade.
- Etapas principais:
  1. Coletar dados contínuos (ex.: tempo, peso, medida, etc.).
  2. Definir os intervalos de classe.
  3. Contar quantos dados caem em cada intervalo.
  4. Representar as frequências com barras adjacentes.

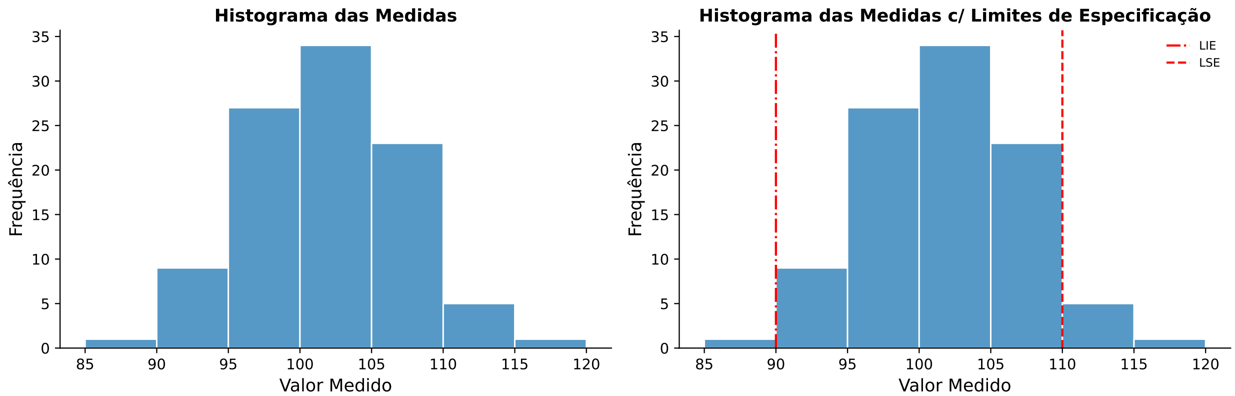


Figura 2.1: Exemplo de Histograma com Limites de Especificação em Python.

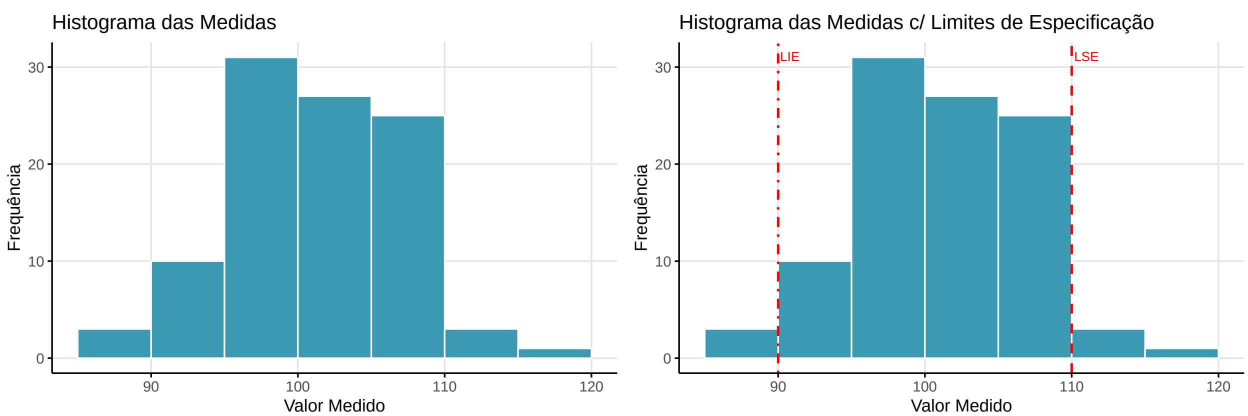


Figura 2.2: Exemplo de Histograma com Limites de Especificação em R.

- Quando a maioria dos dados está entre LIE e LSE **Processo Capaz**.
- Quando muitos dados estão fora dos limites **Processo Não Capaz**.

2.2 Gráfico de Pareto

É um gráfico de barras que **ordena as causas ou categorias em ordem decrescente de frequência**.

- Baseado no Princípio de Pareto (80/20)
- 80% dos resultados provêm de 20% das causas
- Ajuda a identificar os principais problemas
- **Exemplo:** Dados Simulados de Defeitos.

Tabela 2.1: Dados Simulados de Defeitos.

Categoria	Freq
Erro A	40
Erro B	25
Erro C	15
Erro D	12
Erro E	8

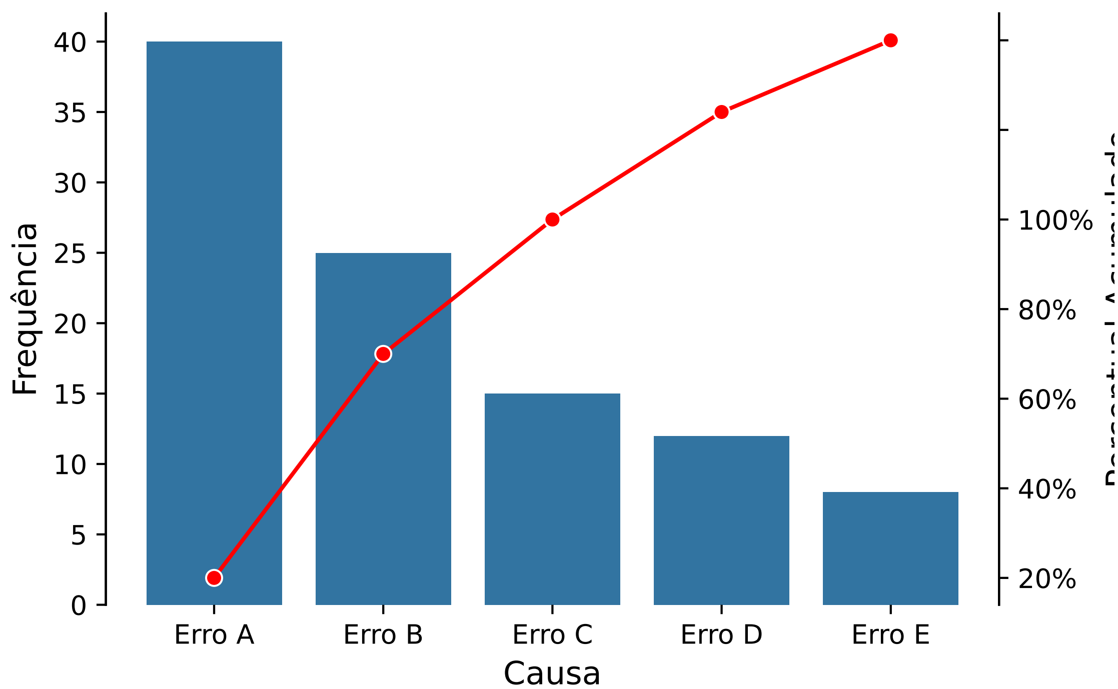


Figura 2.3: Exemplo do Gráfico de Pareto em Python.

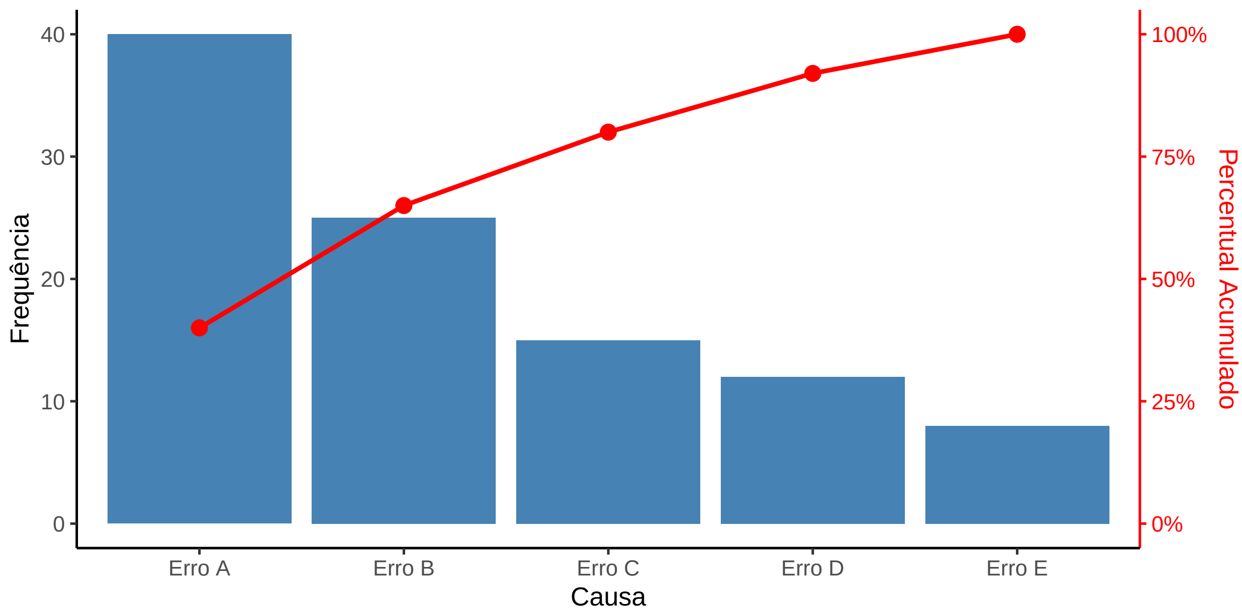


Figura 2.4: Exemplo do Gráfico de Pareto em R.

2.3 Diagrama de Correlação ou Diagrama de Dispersão

2.3.1 Construção do Diagrama de Correlação

- **Passos:**
  1. Coletar pares de observações (X, Y);
  2. Plotar os pontos em um gráfico de dispersão;
  3. Analisar visualmente a existência e o tipo de correlação.
- **Correlação Linear Positiva:**
  - Quando uma variável aumenta, a outra também tende a aumentar.
  - Os pontos seguem uma tendência crescente.
- **Correlação Linear Negativa:**
  - Quando uma variável aumenta, a outra também tende a diminuir.
  - Os pontos seguem uma tendência decrescente.

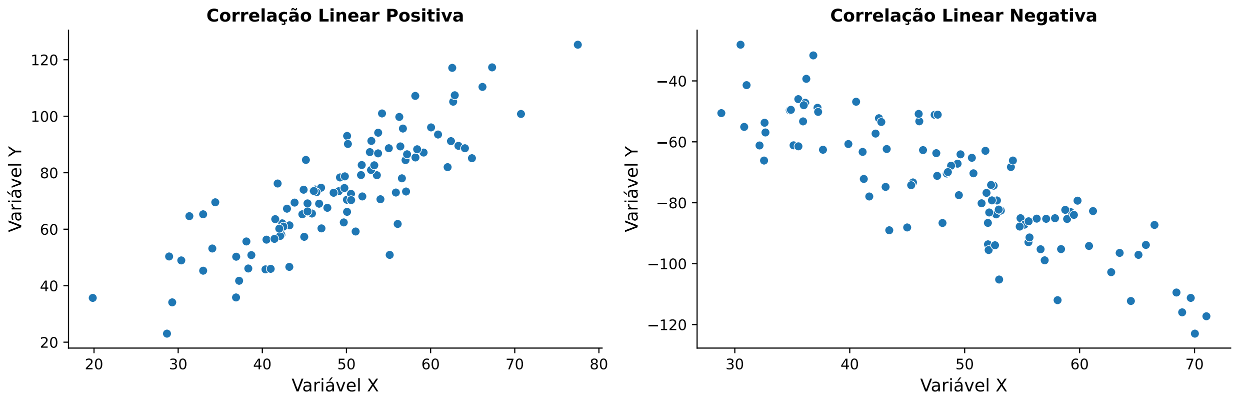


Figura 2.5: Exemplo de Diagrama de Dispersão em Python.

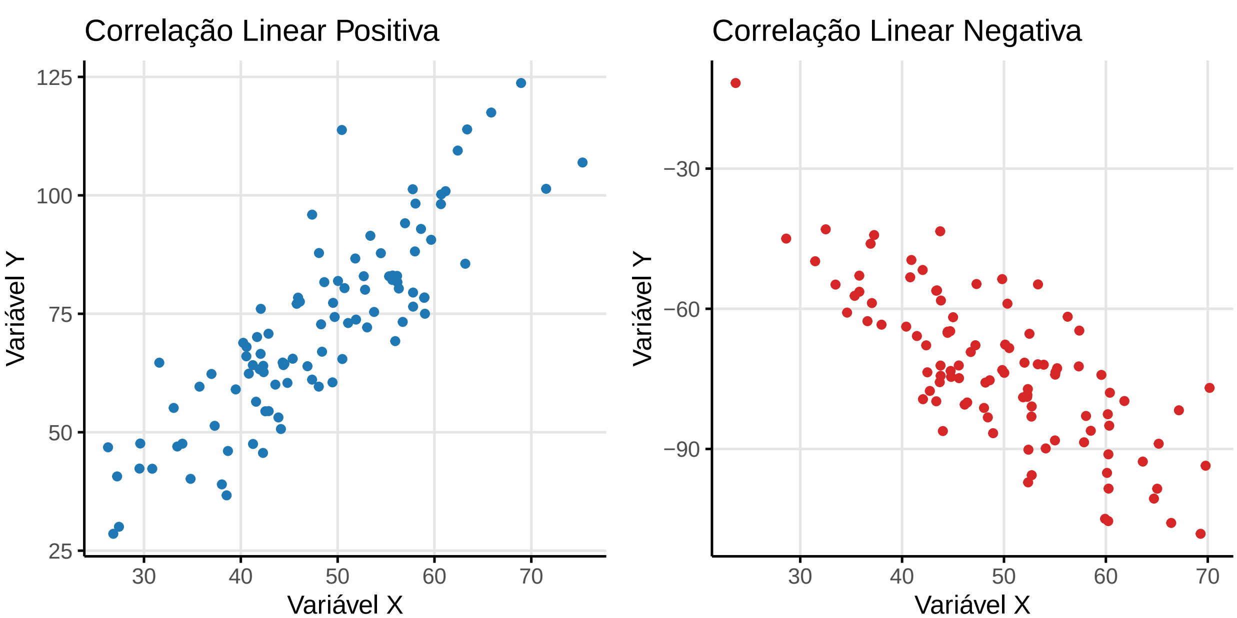


Figura 2.6: Exemplo de Diagrama de Dispersão em R.

- **Ausência de Correlação Linear:**
  - Os pontos não seguem padrão algum.
  - Indica ausência de relação linear.

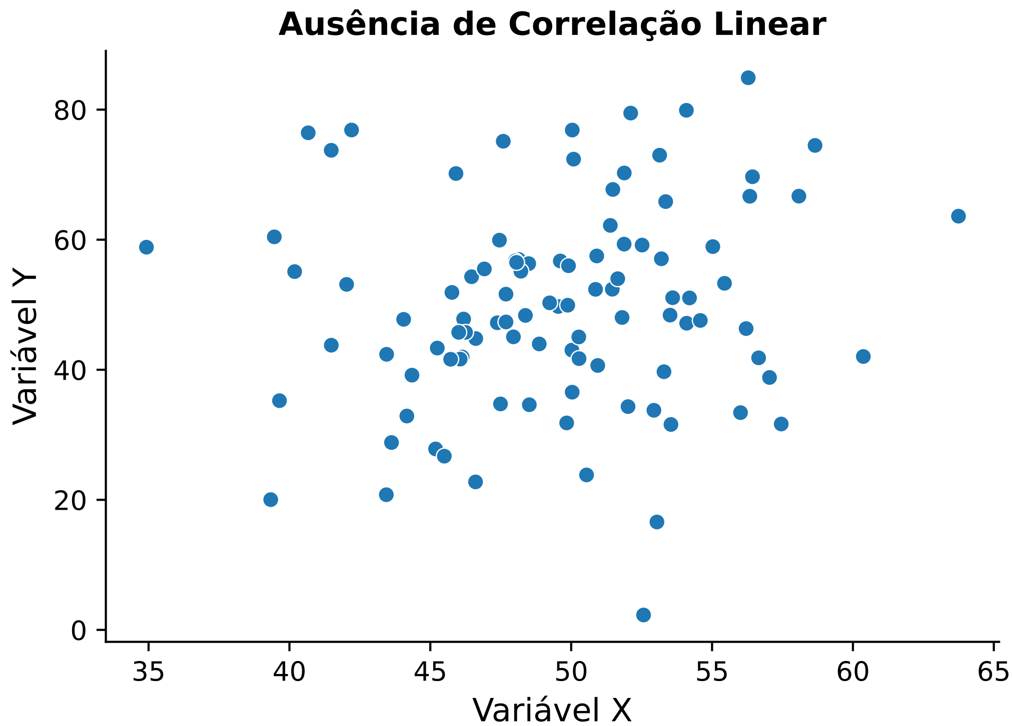


Figura 2.7: Exemplo de Diagrama de Dispersão (Sem Relação Linear) em Python.

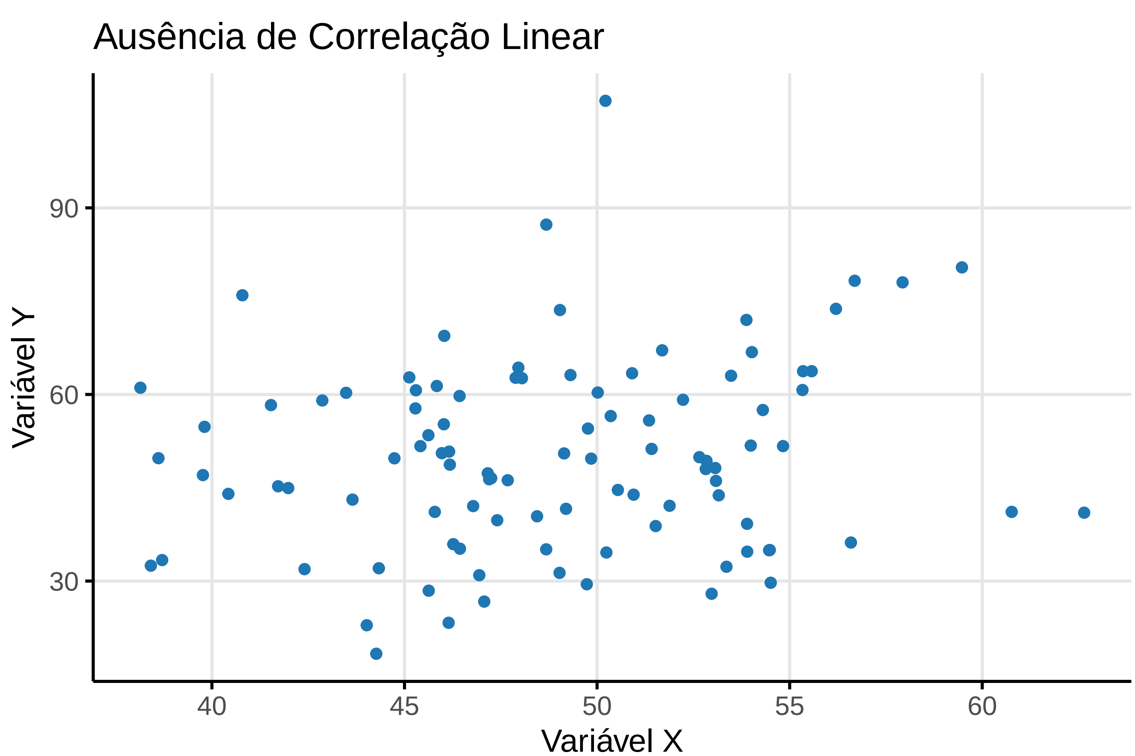


Figura 2.8: Exemplo de Diagrama de Dispersão (Sem Relação Linear) em R.

2.3.2 Cálculo do Coeficiente de Correlação Linear de Pearson

O *Coeficiente de Correlação Linear de Pearson* mede a força e direção da relação linear entre duas variáveis. Tal medida é obtida a partir da expressão:

$$\hat{\rho} = r = \frac{Cov(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}} \tag{2.1}$$

- **Obeservações Importantes:**
  - Varia de -1 a 1:
    - 1: correlação positiva perfeita;
    - 0: sem correlação linear;
    - -1: correlação negativa perfeita.

2.3.3 Teste de Hipótese para o Coeficiente de Correlação Linear de Pearson

Normalmente, se testa a significância de $\hat{\rho}$ com as seguintes hipóteses:

$$\begin{cases} H_0 : \text{Ausência de associação linear } (\rho = 0); \\ H_1 : \text{Presença de associação linear } (\rho \neq 0). \end{cases} \tag{2.2}$$

Usa-se para testar as hipótes da Equação 2.2 a seguinte estatística de teste:

$$t_0 = \frac{\hat{\rho}\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-\hat{\rho}^2}}, \tag{2.3}$$

que sob a hipótese nula (H_0) segue uma distribuição t_{n-2}. Vejamos o exemplo:

- **Geração do Dados & Visualização Gráfica:**

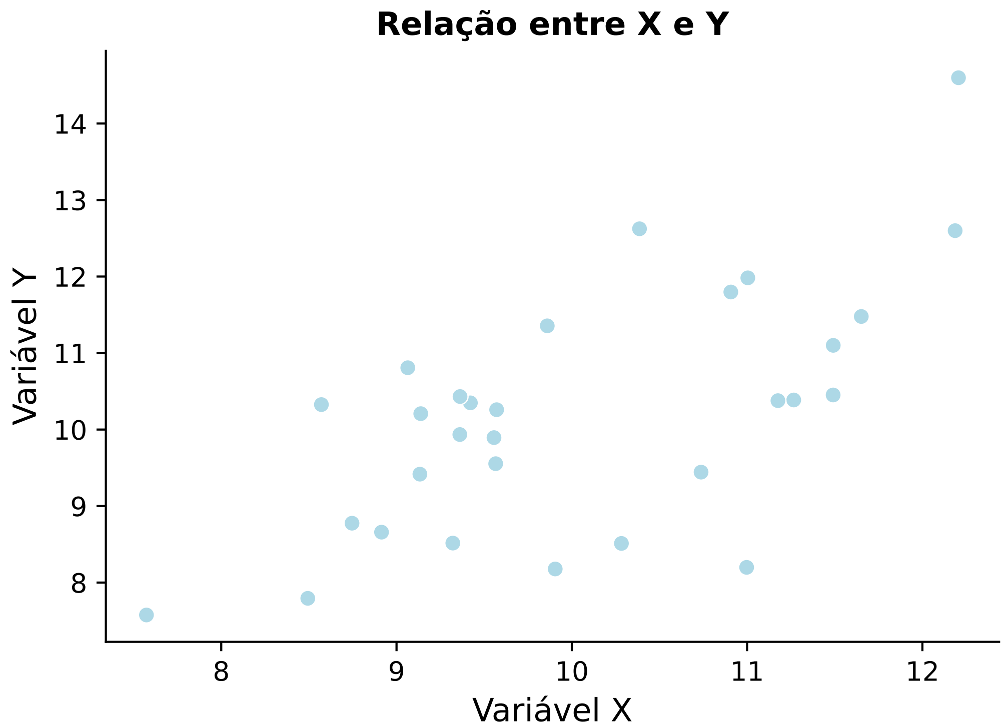


Figura 2.9: Dados Simulados para Exemplo em Python.

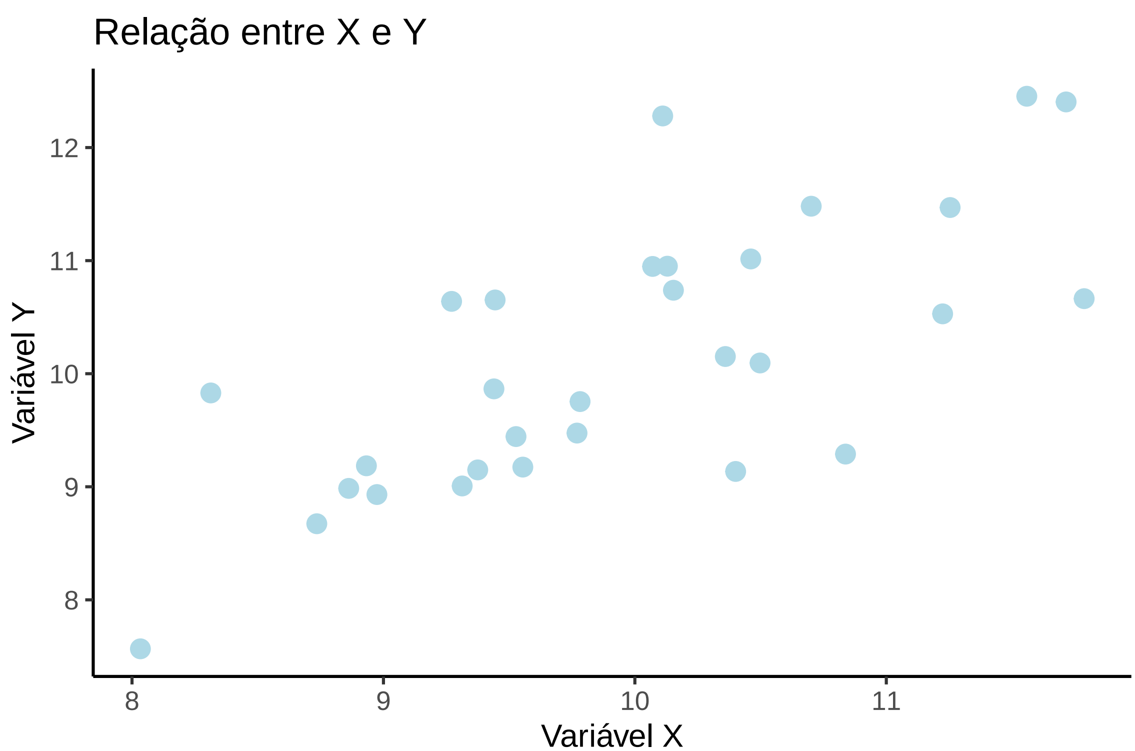


Figura 2.10: Dados Simulados para Exemplo em R.

- **Cálculo do Coeficiente de Correlação:**

```
Coeficiente de Correlação de Pearson: r = 0.6424

Intervalo de Confiança (95%): 0.3671, 0.8142

Coeficiente de Correlação de Pearson: r = 0.7175

Intervalo de Confiança ( 95 %): 0.4818 0.8564
```

- **Teste de Hipótes para o Coeficiente de Correlação:**

```
        Estatística de Teste (W) = 0.9621
        Nível Descritivo (p-value) = 0.3509


        Estatística de Teste (W) = 0.9627
        Nível Descritivo (p-value) = 0.3630

Estatística de Teste (t) = 4.4353

Graus de Liberdade (df) = 28

Nível Descritivo (p-value) = 0.0001

    Shapiro-Wilk normality test

data:  x
W = 0.97894, p-value = 0.7966

    Shapiro-Wilk normality test

data:  y
W = 0.96204, p-value = 0.3488

Estatística de Teste: t = 5.4508

Graus de Liberdade: gl = 28

Valor-p: 0
```

2.3.4 Conclusão

- São úteis para investigar relação entre variáveis
- Ajudam a detectar tendências visuais
- O coeficiente de Pearson quantifica a força da relação
- Há um teste que verifica a significância estatística dessa relação

3 Gráficos de Controle

3.1 Visão Geral da Inferência Estatística

A **inferência estatística** permite tirar conclusões sobre um processo a partir de uma **amostra**.

- Estimamos parâmetros populacionais (como média e variância).
- Avaliamos a **variabilidade natural** dos dados.
- Essencial para construir **gráficos de controle** com base em dados amostrais.

3.1.1 Duas abordagens principais

- **Estimação:** Processo de aplicação do *estimador* (fórmula) para se obter *estimativas*.
  - **Pontual:** Cálculo de valores pontuais para parâmetros do processo.
  - **Intervalar:** Cálculo de intervalos de confiança para parâmetros do processo.
- **Teste de Hipóteses:** Decisões sobre mudanças no processo com base em evidência estatística.

3.1.2 Propriedades dos Estimadores

Um estimador é uma função da amostra usada para estimar um parâmetro.
Boas propriedades desejáveis:

1. *Não-viesado:* Valor esperado (médio) do estimador é converge (igual) ao parâmetro verdadeiro, isto é,
$$E[\hat{\theta}] = \theta.$$
2. *Consistência:* A medida que n (tamanho amostral) tende ao infinito, o estimador converge, em probabilidade, ao verdadeiro valor do parâmetro. Isto é, seja $X_1, X_2, \ldots, X_n$ uma amostra aleatória de uma variável aleatória X com média θ e variância σ^2.

   Um estimador para θ, é dito consistente se:
$$\lim_{n\to\infty} P(|\hat{\theta} - \theta| > \epsilon) = 0, \forall \epsilon > 0.$$

Em geral, a desigualdade de Chebyshev pode ser usada para verificar essa propriedade:

$$P(|\hat{\theta} - \theta| > \epsilon) \leq \frac{\sigma^2}{n\epsilon^2}.$$

Portanto, à medida que n cresce, a probabilidade de o estimador estar distante do verdadeiro parâmetro θ tende a zero, garantindo sua consistência.

3. *Eficiência:* Possui a menor variância possível entre os estimadores não-viesados. Isto é, seja $X_1, X_2, \ldots, X_n$ uma amostra aleatória de uma variável X com parâmetro θ

   Um estimador $\hat{\theta}$ é eficiente se sua variância atinge o limite inferior dado por:

$$Var[\hat{\theta}] \geq \frac{1}{I(\theta)},$$

em que $I(\theta)$ é a ***Informação de Fisher*** expressa por:

$$I(\theta) = -E\left[\frac{\partial^2 L(\theta)}{\partial \theta^2}\right].$$

3.2 Estimações do Processo

3.2.1 Estimando a Dispersão do Processo

A dispersão do processo pode ser estimada usando:

- Desvio padrão amostral (S);
- Amplitude Total (AT);
- Desvio médio absoluto.

3.2.2 Estimando o Nível do Processo

O nível do processo geralmente se refere à média do processo.

- É representado por μ, a média verdadeira da variável de interesse;
- É estimada fazendo uso da distribuição amostral de $\bar{X}$, isto é, $\bar{X} \sim \text{Normal}(\mu, \sigma^2/n)$.

3.3 Resumo Geral

- A inferência estatística fornece as ferramentas para definir limites e linhas centrais ;
- A precisão da estimativa depende do tamanho e representatividade da amostra ;
- Com base nestes conceitos, constrói-se gráficos de controle como $\bar{X}, AT, S.$ entre outros .

3.4 Visão Geral de Gráficos de Controle

Os gráficos de controle são ferramentas gráficas usadas para monitorar processos ao longo do tempo.

- Detectam **variações comuns** (naturais) e **variações especiais** (anomalias).
- Ajudam na **manutenção da qualidade** e na **tomada de decisões**.

3.4.1 Princípios dos Gráficos de Controle

- Baseiam-se em **amostras coletadas periodicamente**;
- Mostram uma **linha central** (LC) representando o comportamento esperado do processo;
- Possuem **limites de controle** (LIC e LSC) que indicam variações aceitáveis;
- Proposto ppr Shewhart (1926);
- Controlar a variabilidade dos processos.

  Proposta geral:

$$\begin{cases} LIC & = \mu_w - 3 \times \sigma_w \\ LC & = \mu_w \\ LSC & = \mu_w + 3 \times \sigma_w \end{cases}$$

Temos que:

$$P(LIC \leq X \leq \mu_w) = \alpha/2$$

e

$$P(\mu_w \leq X \leq LSC) = \alpha/2.$$

Se $X_i \sim \text{Normal}(\mu, \sigma^2)$, então

$$P\left(\frac{\mu_w - 3\sigma}{\sqrt{n}} \leq \bar{X}_i \leq \frac{\mu_w + 3\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 0,9973$$

que é equivalente a

$$P\left(-3 \leq \frac{\sqrt{n}(\bar{X}_i - \mu)}{\sigma} \leq 3\right) = 0,9973$$

.

3.4.2 Gráficos de controle para variáveis

3.4.2.1 Gráficos com valores padrão

- **Variância Conhecida:** Quando se tem conhecimento da variância populacional, usa-se as expressões abaixo:

$$\begin{cases} LIC & = \mu - 3\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}; \\ LC & = \mu; \\ LSC & = \mu + 3\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}. \end{cases}$$

Ou, de forma sintetizada:

$$\begin{cases} LIC & = \mu - A\sigma; \\ LC & = \mu; \\ LSC & = \mu + A\sigma. \end{cases}$$

Sendo $A = \frac{3}{\sqrt{n}}$

3.4.2.2 Gráficos com valores tabelados

- **Principais gráficos:**
  - $\bar{X}$ e AT ;
  - $\bar{X}$ e S ;
  - S^2
  - Medições individuais ($n = 1$)

APPENDIX VI

Factors for Constructing Variables Control Charts

Observations in Sample, n	Chart for Averages					Chart for Standard Deviations						Chart for Ranges				
	Factors for Control Limits			Factors for Center Line		Factors for Control Limits				Factors for Center Line		Factors for Control Limits				
	A	A_2	A_3	c_4	$1/c_4$	B_3	B_4	B_5	B_6	d_2	$1/d_2$	d_3	D_1	D_2	D_3	D_4
2	2.121	1.880	2.659	0.7979	1.2533	0	3.267	0	2.606	1.128	0.8865	0.853	0	3.686	0	3.267
3	1.732	1.023	1.954	0.8862	1.1284	0	2.568	0	2.276	1.693	0.5907	0.888	0	4.358	0	2.574
4	1.500	0.729	1.628	0.9213	1.0854	0	2.266	0	2.088	2.059	0.4857	0.880	0	4.698	0	2.282
5	1.342	0.577	1.427	0.9400	1.0638	0	2.089	0	1.964	2.326	0.4299	0.864	0	4.918	0	2.114
6	1.225	0.483	1.287	0.9515	1.0510	0.030	1.970	0.029	1.874	2.534	0.3946	0.848	0	5.078	0	2.004
7	1.134	0.419	1.182	0.9594	1.0423	0.118	1.882	0.113	1.806	2.704	0.3698	0.833	0.204	5.204	0.076	1.924
8	1.061	0.373	1.099	0.9650	1.0363	0.185	1.815	0.179	1.751	2.847	0.3512	0.820	0.388	5.306	0.136	1.864
9	1.000	0.337	1.032	0.9693	1.0317	0.239	1.761	0.232	1.707	2.970	0.3367	0.808	0.547	5.393	0.184	1.816
10	0.949	0.308	0.975	0.9727	1.0281	0.284	1.716	0.276	1.669	3.078	0.3249	0.797	0.687	5.469	0.223	1.777
11	0.905	0.285	0.927	0.9754	1.0252	0.321	1.679	0.313	1.637	3.173	0.3152	0.787	0.811	5.535	0.256	1.744
12	0.866	0.266	0.886	0.9776	1.0229	0.354	1.646	0.346	1.610	3.258	0.3069	0.778	0.922	5.594	0.283	1.717
13	0.832	0.249	0.850	0.9794	1.0210	0.382	1.618	0.374	1.585	3.336	0.2998	0.770	1.025	5.647	0.307	1.693
14	0.802	0.235	0.817	0.9810	1.0194	0.406	1.594	0.399	1.563	3.407	0.2935	0.763	1.118	5.696	0.328	1.672
15	0.775	0.223	0.789	0.9823	1.0180	0.428	1.572	0.421	1.544	3.472	0.2880	0.756	1.203	5.741	0.347	1.653
16	0.750	0.212	0.763	0.9835	1.0168	0.448	1.552	0.440	1.526	3.532	0.2831	0.750	1.282	5.782	0.363	1.637
17	0.728	0.203	0.739	0.9845	1.0157	0.466	1.534	0.458	1.511	3.588	0.2787	0.744	1.356	5.820	0.378	1.622
18	0.707	0.194	0.718	0.9854	1.0148	0.482	1.518	0.475	1.496	3.640	0.2747	0.739	1.424	5.856	0.391	1.608
19	0.688	0.187	0.698	0.9862	1.0140	0.497	1.503	0.490	1.483	3.689	0.2711	0.734	1.487	5.891	0.403	1.597
20	0.671	0.180	0.680	0.9869	1.0133	0.510	1.490	0.504	1.470	3.735	0.2677	0.729	1.549	5.921	0.415	1.585
21	0.655	0.173	0.663	0.9876	1.0126	0.523	1.477	0.516	1.459	3.778	0.2647	0.724	1.605	5.951	0.425	1.575
22	0.640	0.167	0.647	0.9882	1.0119	0.534	1.466	0.528	1.448	3.819	0.2618	0.720	1.659	5.979	0.434	1.566
23	0.626	0.162	0.633	0.9887	1.0114	0.545	1.455	0.539	1.438	3.858	0.2592	0.716	1.710	6.006	0.443	1.557
24	0.612	0.157	0.619	0.9892	1.0109	0.555	1.445	0.549	1.429	3.895	0.2567	0.712	1.759	6.031	0.451	1.548
25	0.600	0.153	0.606	0.9896	1.0105	0.565	1.435	0.559	1.420	3.931	0.2544	0.708	1.806	6.056	0.459	1.541

For $n > 25$.

$$A = \frac{3}{\sqrt{n}} \qquad A_3 = \frac{3}{c_4\sqrt{n}} \qquad c_4 \cong \frac{4(n-1)}{4n-3}$$

$$B_3 = 1 - \frac{3}{c_4\sqrt{2(n-1)}} \qquad B_4 = 1 + \frac{3}{c_4\sqrt{2(n-1)}}$$

$$B_5 = c_4 - \frac{3}{\sqrt{2(n-1)}} \qquad B_6 = c_4 + \frac{3}{\sqrt{2(n-1)}}$$

Figura 3.1: **Tabela com fatores para contrução dos gráficos de controle para variáveis.**

Nota: Iremos utilizar n como o números de características mensuradas (colunas) no processo.

3.4.2.2.1 Gráfico de Controle: $\bar{X}$ e AT

- **Quando utilizar:**
  - Controle da Média e Amplitude;
  - Indicados para subgrupos pequenos ($n \leq 10$)
- **Expressões para:**
  - **Controle de $\bar{X}$:** $LC_{\bar{X}} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \bar{X}_i$, $LIC = LC_{\bar{X}} - A_2\bar{AT}$ e $LSC = LC_{\bar{X}} + A_2\bar{AT}$;
  - **Controle de AT:** $LC_{AT} = \bar{AT} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} AT_i$, $LIC = D_3\bar{AT}$ e $LSC = D_4\bar{AT}$;

3.4.2.2.2 Gráfico de Controle: $\bar{X}$ e S

- **Quando utilizar:**
  - Usa Desvio Padrão ao invés da Amplitude;
  - Preferido para amostras maiores ($n > 10$).
- **Expressões para:**
  - **Controle de $\bar{X}$:** $LC_{\bar{X}} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \bar{X}_i$, $LIC = LC_{\bar{X}} - A_3\bar{S}$ e $LSC = LC_{\bar{X}} + A_3\bar{S}$;
  - **Controle de S:** $LC_S = \bar{S} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} S_i$, $LIC = B_3\bar{AT}$ e $LSC = B_4\bar{S}$;

3.4.2.2.3 Gráfico de Controle: S^2

- Menos comum;
- Baseado na distribuição Qui-Quadrado (χ^2).
- **Expressões:**
  - **Controle de S^2:** $LC_{S^2} = \bar{S^2} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} S_i^2$, $LIC = \frac{(n-1)\bar{S^2}}{\chi^2_{\alpha/2;n-1}}$ e $LSC = \frac{(n-1)\bar{S^2}}{\chi^2_{1-\alpha/2;n-1}}$;
- Útil quando se deseja monitorar diretamente a variância do processo.

3.4.3 Exemplo de Construção Didática de Gráficos de Controle

- **Exemplo (6.1) página 239 (Montgomery 2013) - *Medições da Largura de Fluxo (mícrons) para o Processo de Cozimento Duro*:** *"O processo de cozimento duro é utilizado em conjunto com a fotolitografia na fabricação de semicondutores. Desejamos estabelecer o controle estatístico da largura de fluxo do resistor neste processo utilizando gráficos de $\bar{X}$ e $\bar{AT}$. Vinte e cinco amostras, cada uma com wafers de tamanho cinco, foram coletadas quando acreditamos que o processo está sob controle. O intervalo de tempo entre as amostras ou subgrupos é de uma hora. Os dados de medição da largura de fluxo (em x mícrons) dessas amostras são mostrados na Tabela 6.1."*

```
array([[1.3235, 1.4128, 1.6744, 1.4573],
       [1.4314, 1.3592, 1.6075, 1.4666],
       [1.4284, 1.4871, 1.4932, 1.4324],
       [1.5028, 1.6352, 1.3841, 1.2831],
       [1.5604, 1.2735, 1.5265, 1.4362],
       [1.5955, 1.5451, 1.3574, 1.3281],
       [1.6274, 1.5064, 1.8366, 1.4177],
       [1.419 , 1.4303, 1.6637, 1.6067],
       [1.3884, 1.7277, 1.5355, 1.5176],
       [1.4039, 1.6697, 1.5089, 1.6477],
       [1.4158, 1.7667, 1.4278, 1.5927],
       [1.5821, 1.3355, 1.5777, 1.3908],
       [1.2856, 1.4106, 1.4447, 1.6388],
       [1.4951, 1.4036, 1.5893, 1.6458],
       [1.3589, 1.2863, 1.5996, 1.2497],
       [1.5747, 1.5301, 1.5171, 1.1839],
       [1.368 , 1.7269, 1.3957, 1.5019],
       [1.4163, 1.3864, 1.3057, 1.621 ],
       [1.5796, 1.4185, 1.6541, 1.5116],
       [1.7106, 1.4412, 1.2361, 1.3824],
       [1.4371, 1.5051, 1.3485, 1.567 ],
       [1.4738, 1.5936, 1.6583, 1.4973],
       [1.5917, 1.4333, 1.5551, 1.5295],
       [1.6399, 1.5243, 1.5705, 1.5563],
       [1.5797, 1.3663, 1.624 , 1.3732]])
```

```
      X1     X2     X3     X4
1  1.3235 1.4128 1.6744 1.4573
2  1.4314 1.3592 1.6075 1.4666
3  1.4284 1.4871 1.4932 1.4324
4  1.5028 1.6352 1.3841 1.2831
5  1.5604 1.2735 1.5265 1.4362
6  1.5955 1.5451 1.3574 1.3281
7  1.6274 1.5064 1.8366 1.4177
```

```
8  1.4190 1.4303 1.6637 1.6067
9  1.3884 1.7277 1.5355 1.5176
10 1.4039 1.6697 1.5089 1.6477
11 1.4158 1.7667 1.4278 1.5927
12 1.5821 1.3355 1.5777 1.3908
13 1.2856 1.4106 1.4447 1.6388
14 1.4951 1.4036 1.5893 1.6458
15 1.3589 1.2863 1.5996 1.2497
16 1.5747 1.5301 1.5171 1.1839
17 1.3680 1.7269 1.3957 1.5019
18 1.4163 1.3864 1.3057 1.6210
19 1.5796 1.4185 1.6541 1.5116
20 1.7106 1.4412 1.2361 1.3824
21 1.4371 1.5051 1.3485 1.5670
22 1.4738 1.5936 1.6583 1.4973
23 1.5917 1.4333 1.5551 1.5295
24 1.6399 1.5243 1.5705 1.5563
25 1.5797 1.3663 1.6240 1.3732
```

1. Calcule os limites de controle para o gráfico $\bar{X}$.

- **Exemplo em Python:**

`LIC = 1.2861`

`LC = 1.4929`

`LSC = 1.6997`

- **Exemplo em R:**

`LIC = 1.2861`

`LC = 1.4929`

`LSC = 1.6997`

2. Calcule os limites de controle para o gráfico $\bar{AT}$.

- **Exemplo em Python:**

`LIC = 0.0000`

`LC = 0.2837`

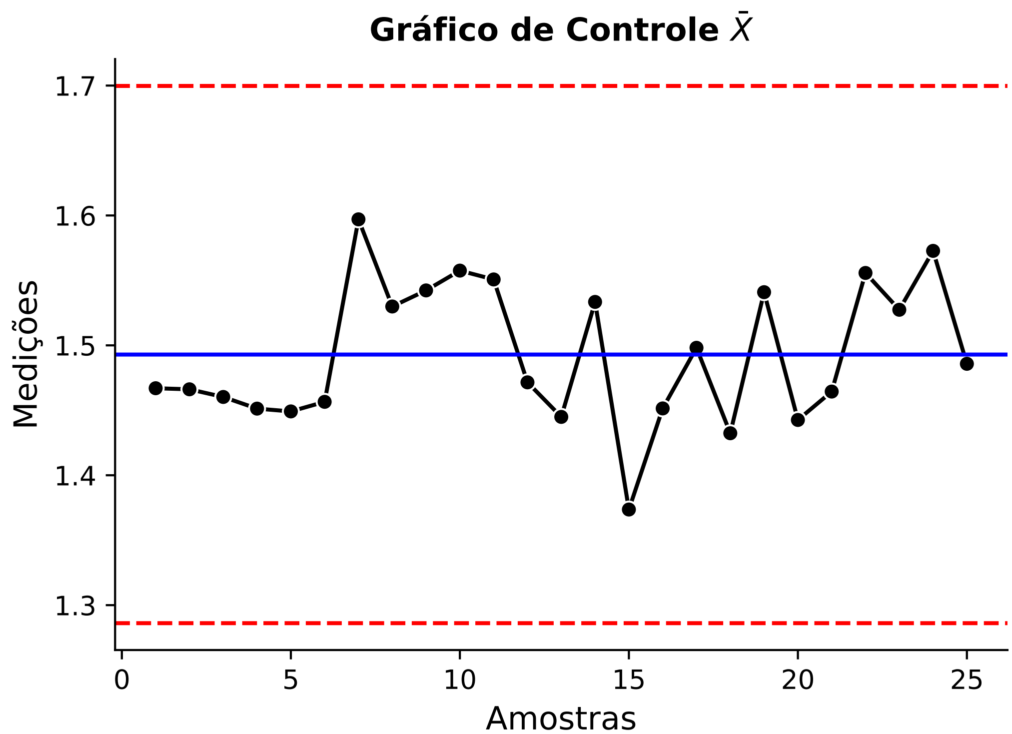
`LSC = 0.6473`

- **Exemplo em R:**

```
LIC = 0

LC = 0.2837

LSC = 0.6473
```

3. Construa os dois gráficos.

- **Exemplo em Python:**



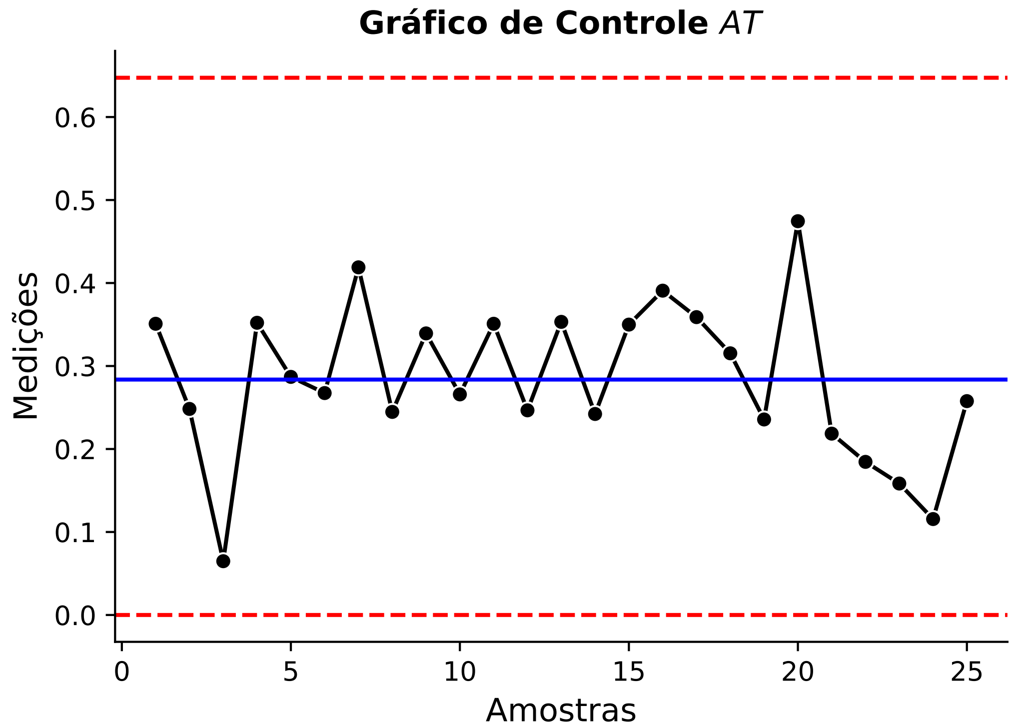


Gráfico de Controle AT
Medições
0.0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0
5
10
15
20
25
Amostras

- **Exemplo em R:**

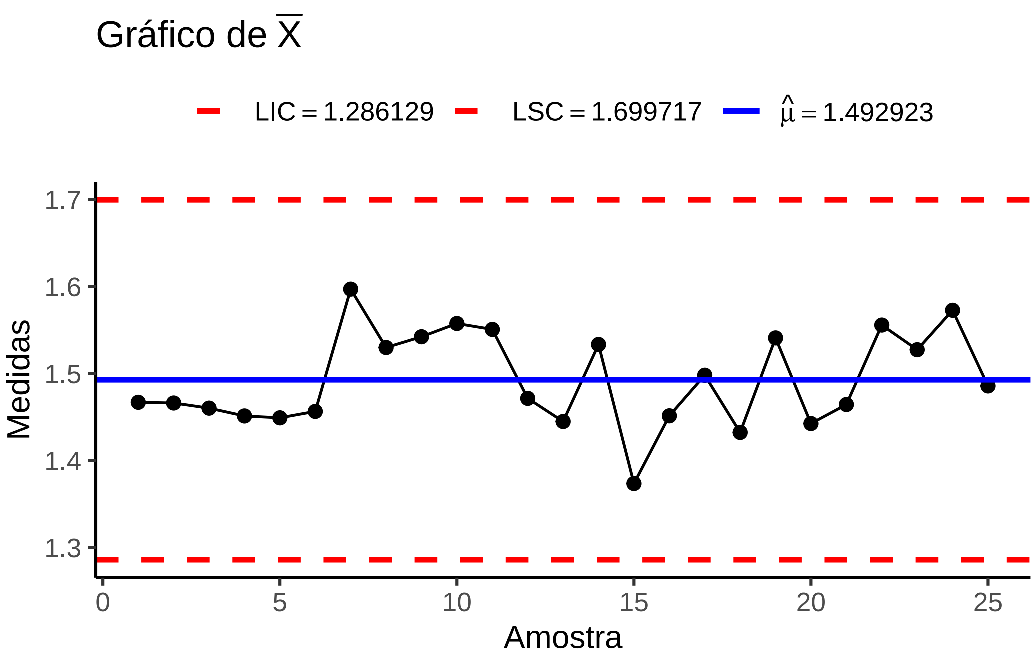
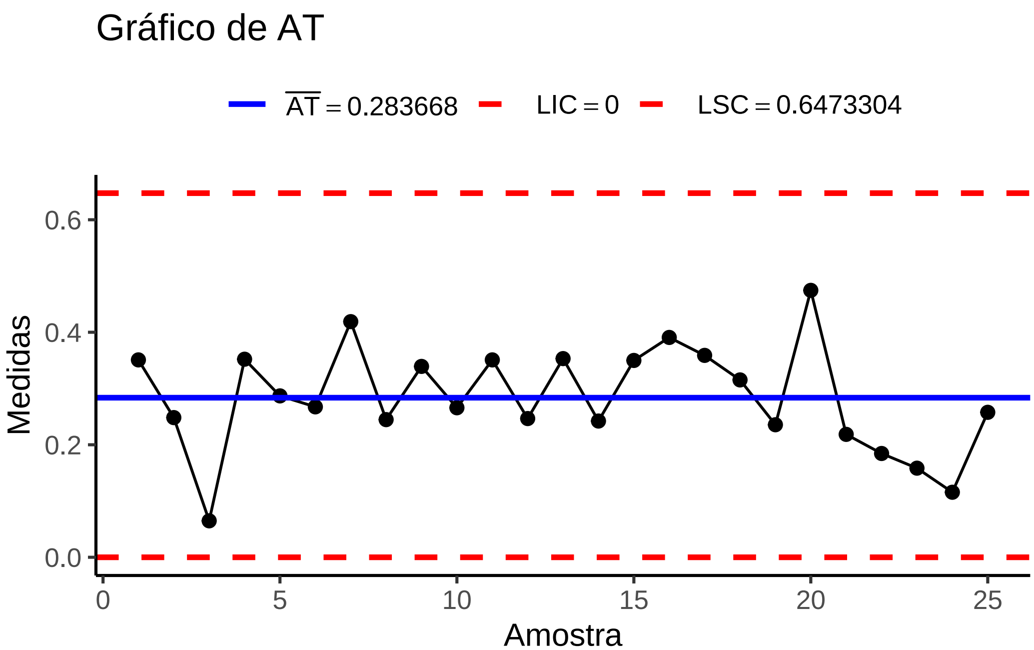


Gráfico de X̄
LIC = 1.286129
LSC = 1.699717
μ̂ = 1.492923
Medidas
1.3
1.4
1.5
1.6
1.7
0
5
10
15
20
25
Amostra



4. Calcule o desvio padrão de cada subgrupo.

- **Exemplo em Python:**

```
array([0.1290724 , 0.09031319, 0.02998611, 0.13160408, 0.11110829,
       0.11562691, 0.15707416, 0.10726095, 0.12115558, 0.10802753,
       0.14293566, 0.11013547, 0.12663948, 0.09229503, 0.13625765,
       0.15594014, 0.14122292, 0.1161874 , 0.0868219 , 0.17182276,
       0.08118089, 0.07429894, 0.05865364, 0.04222615, 0.11712756])
```

- **Exemplo em R:**

```
 [1] 0.14903997 0.10428469 0.03462498 0.15196331 0.12829680 0.13351445
 [7] 0.18137362 0.12385428 0.13989842 0.12473945 0.16504788 0.12717349
[13] 0.14623067 0.10657312 0.15733678 0.18006416 0.16307018 0.13416166
[19] 0.10025330 0.19840384 0.09373962 0.08579303 0.06772739 0.04875855
[25] 0.13524726
```

5. Calcule a média dos desvios $\bar{S}$ e os limites de controle do gráfico S.

- **Exemplo em Python:**

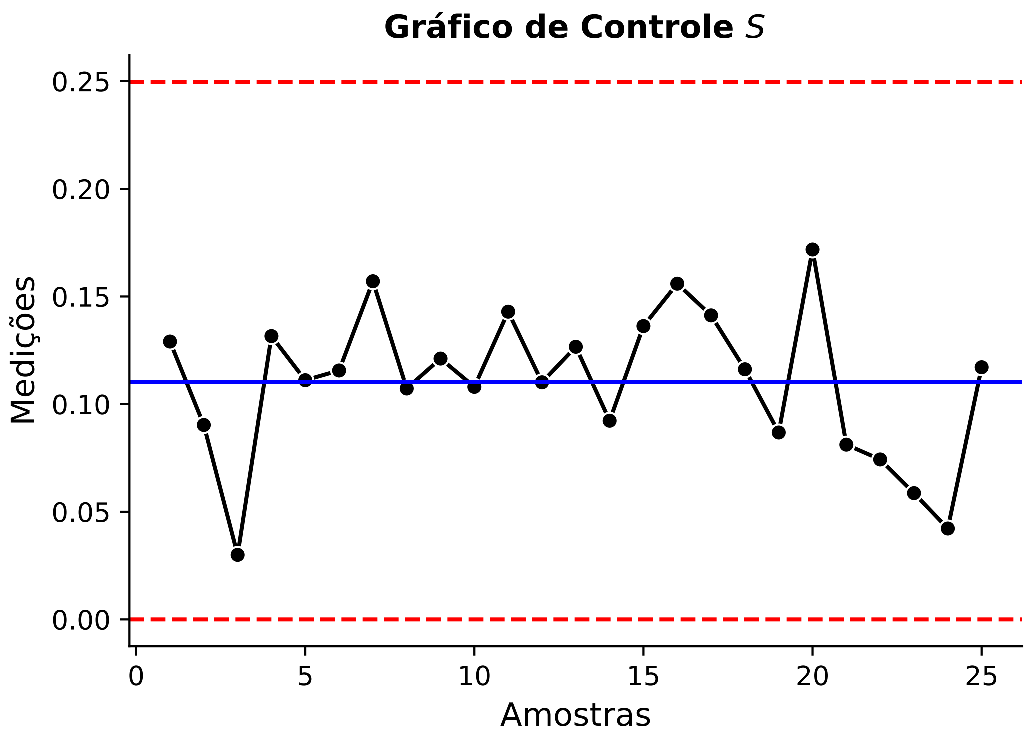
```
LIC = 0.0000

LC = 0.1102

LSC = 0.2497
```

- **Exemplo em R:**

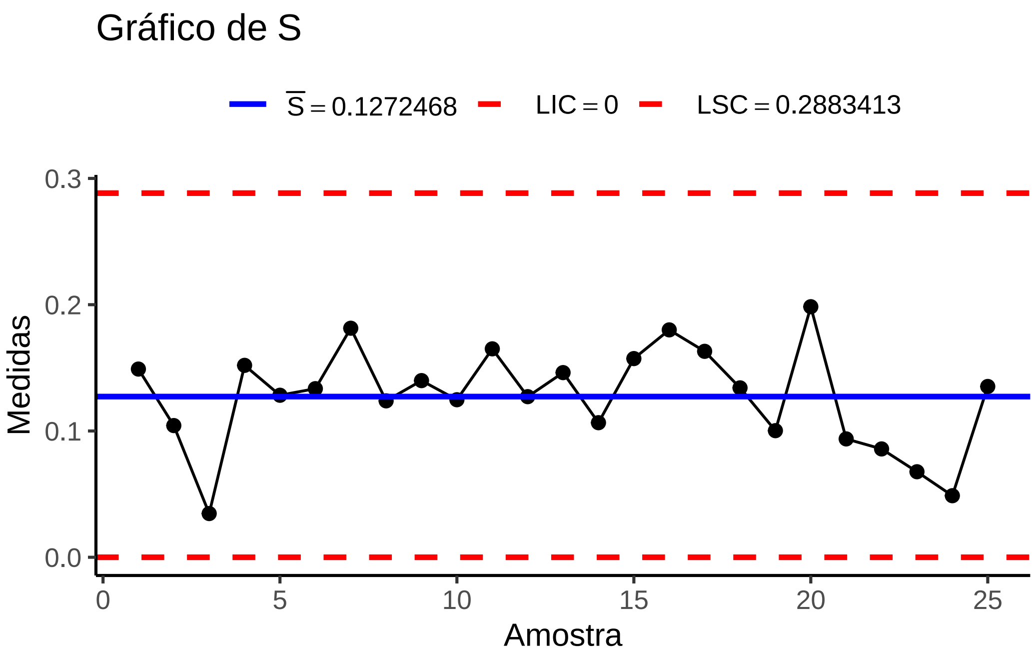
```
LIC = 0

LC = 0.1272

LSC = 0.2883
```

6. Construa o gráfico do Desvio Padrão.

- **Exemplo em Python:**



- **Exemplo em R:**



7. Alguma amostra está fora dos limites de controle?

- **Exemplo em Python:**

```
Não. Nenhuma amostra se encontra fora de controle!
```

- **Exemplo em R:**

```
[1] "Não. Nenhuma amostra se encontra fora de controle!"
```

8. Há alguma tendência ou padrão preocupante mesmo com os pontos dentro dos limites?

- **Exemplo em Python:**

```
Aparentemente não! As amostras estão dispersas de forma aleatória, sem padrões visívei
```

- **Exemplo em R:**

```
[1] "Aparentemente não! As amostras estão dispersas de forma aleatória, sem padrões vi
```

9. O processo pode ser considerado sob controle estatístico?

- **Exemplo em Python:**

```
Sim. As amostras estão dispersas de forma aleatória, sem padrões visíveis e todas dent
```

- **Exemplo em R:**

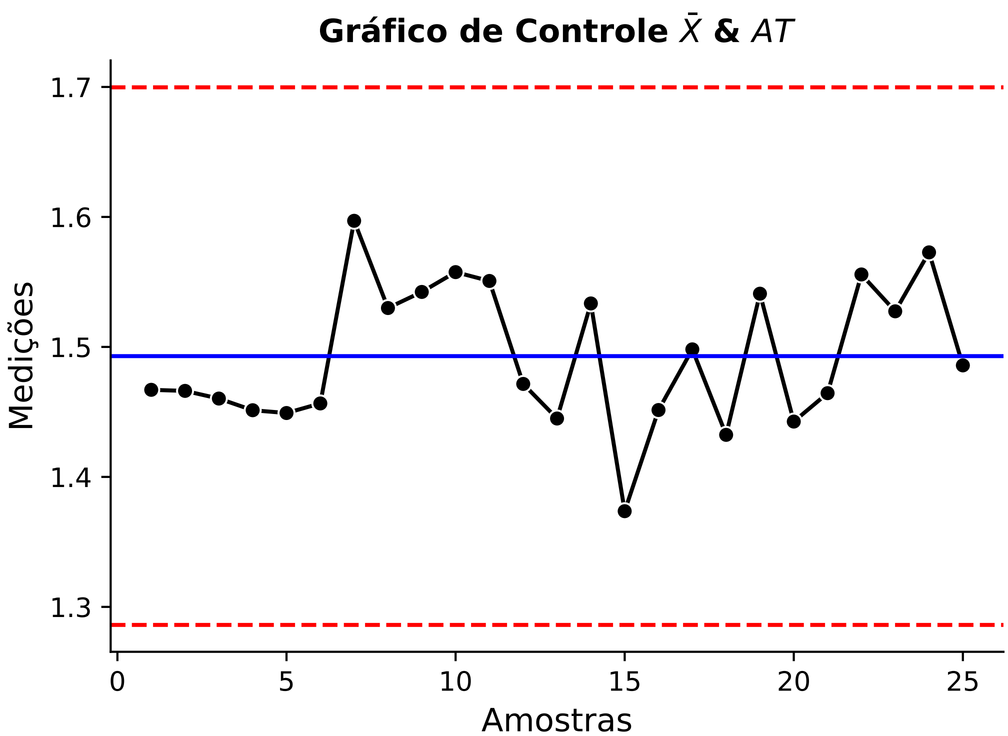
```
[1] "Sim. As amostras estão dispersas de forma aleatória, sem padrões visíveis e todas
```

10. Compare o gráficos $\bar{X}$ e AT com o gráfico $\bar{X}$ e S.

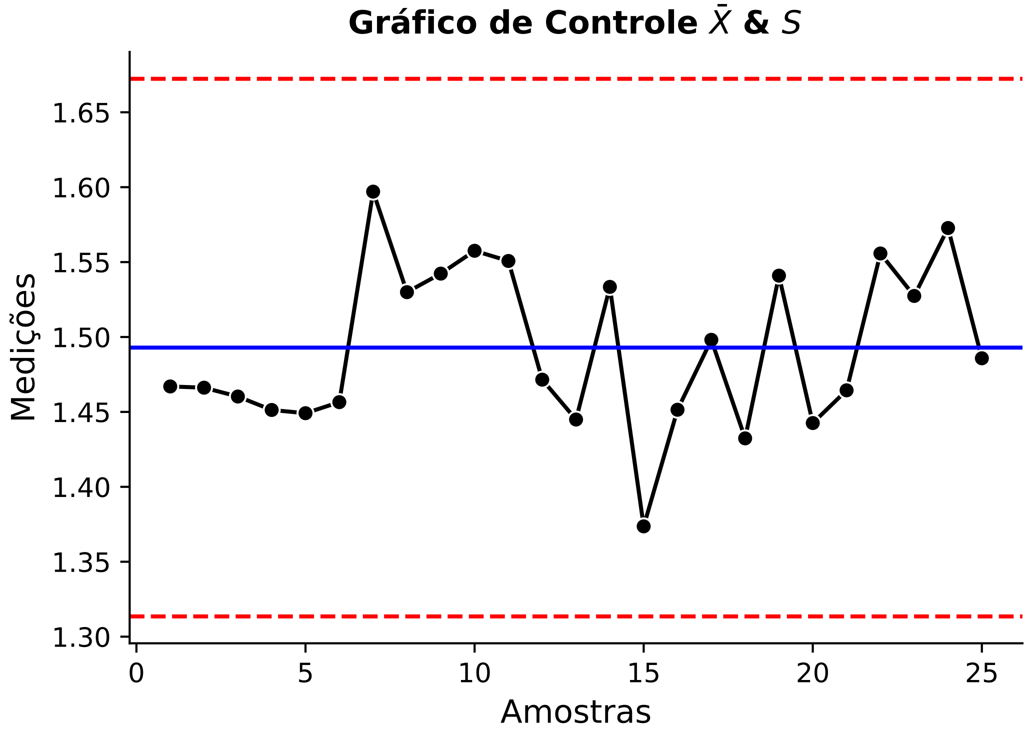
    a. Qual parece mais sensível às variações nos dados?
    b. Qual seria mais indicado para subgrupos maiores que 10?
    c. Em que situações o gráfico de variância seria mais apropriado?

- **Exemplo em Python:**

```
LIC = 1.2861

LC = 1.4929

LSC = 1.6997
```




```
LIC = 1.3135

LC = 1.4929

LSC = 1.6723
```



O gráfico de controle com base no desvio padrão (S) apresentou limites ligeiramente ma

O mais indicado para amostras maiores que 10 é o gráfico de controle com base no desvi

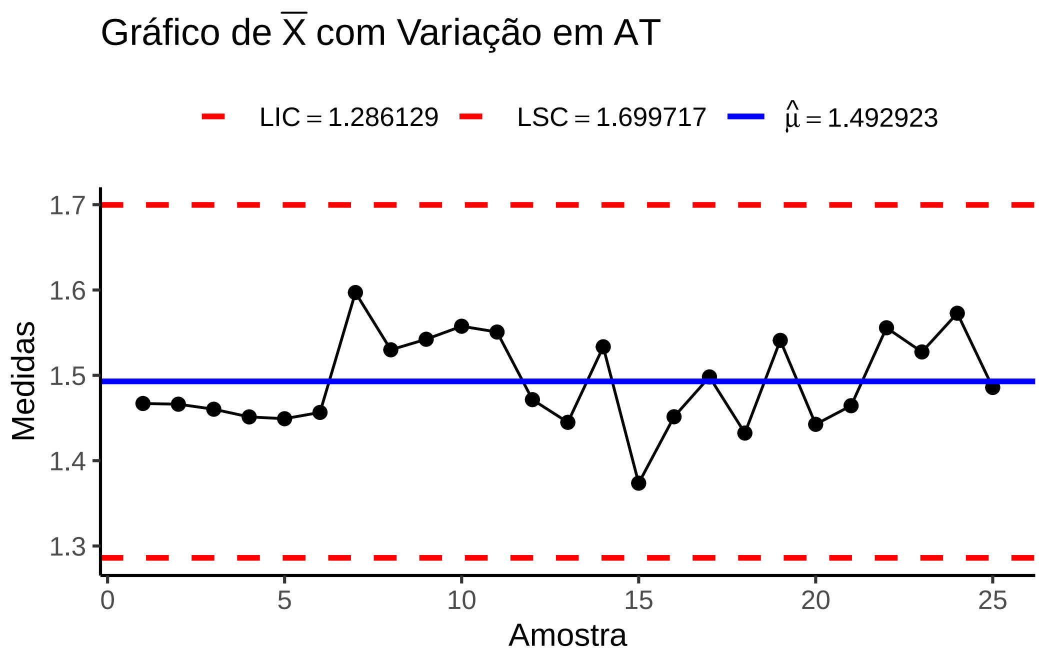
Sob o mesmo raciocínio do item anterior, o gráfico de controle com base no desvio padr

- **Exemplo em R:**

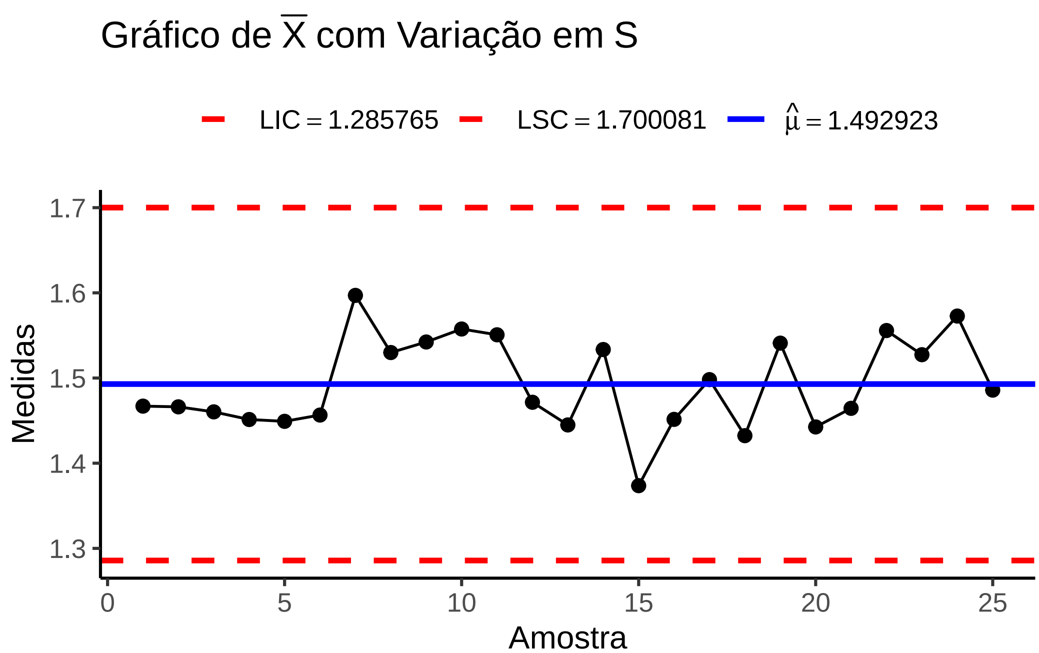
LIC = 1.2861

LC = 1.4929

LSC = 1.6997




```
LIC = 1.2858

LC = 1.4929

LSC = 1.7001
```




```
[1] "O gráfico de controle com base no desvio padrão (S) apresentou limites ligeiramen

[1] "O mais indicado para amostras maiores que 10 é o gráfico de controle com base no

[1] "Sob o mesmo raciocínio do item anterior, o gráfico de controle com base no desvio
```

3.4.4 Considerações Finais

- A escolha entre amplitude ou desvio padrão depende do tamanho da amostra.
- Gráficos de variância são mais sensíveis, mas menos utilizados.
- Gráficos $\bar{X}$ e AT são os mais comuns na prática industrial.

4 Listas e Exercícios

4.1 Lista I

1. Simule (no R **e** Python) um conjunto de dados com três turnos de produção e números de defeitos.

    a. Faça um boxplot para comparar os defeitos entre turnos.
    b. Comente se a estratificação revela alguma diferença relevante.

2. Monte um diagrama de espinha de peixe para o seguinte problema: "Produto entregue com atraso". Use papel ou software. Sugestões de Pacote no R: `Mermaid` e `DiagrammeR`.

3. Com base nos dados a seguir, construa um gráfico de Pareto (no papel, R ou Python) e interprete os resultados.

Problemas	**Frequência**
Risco	80
Mancha	68
Corte	50
Tinta Fraca	45
Erro de Montagem	30

    a. Quais problemas devem ser atacados primeiro?
    b. Qual o percentual acumaludo dos dois problemas mais frquentes?

4. Simule 200 observações com $\mu = 50$ e $\sigma = 10$.

    a. Crie um histograma.
    b. Defina limites de especificaçãp mais estreitos: $LIE = 45$ e $LSE = 55$.

5. Reúna-se com seu grupo faça o seguinte:

    - Colete um conjunto de dados reais (ex.: tempo para executar uma tarefa simples);
    - Classifique os dados usando estratificação (ex.: por turno, grupo, dia, etc.);
    - Construa um histograma, gráfico de Pareto e, se possível um diagrama de Ishikawa para o problema observado;
    - Apresente os resultados com uma breve conclusão.

---

5 Lista II

1. Utilize os vetores abaixo e construa o diagrama de dispersão. $X = \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \\ 11 \\ 13 \\ 15 \end{bmatrix}$ e $Y = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 8 \\ 10 \\ 12 \end{bmatrix}$.

   a. Descreva o tipo de relação entre as variáveis.
   b. Adicione uma reta de tendência.

2. Geração de dados com correlação negativa.

   a. Gere dois vetores de 30 elementos com correlação negativa.
   b. Construa o gráfico de dispersão.
   c. Calcule a correlação de Pearson.

3. Dados reais - `mtcars`. Utilize o conjunto de dados `mtcars`.

   a. Há relação entre `mpg` (milhas por galão) e `wt` (peso)?
   b. Faça o gráfico e interprete-o.
   c. Calcule a correlação de maneira adequada.
   d. A relação é positiva ou negativa?

4. Construção de Função - Crie uma função `correlacao_diagnostico()` que:

   - Plote o gráfico de dispersão
   - Calcule o `r`
   - Execute o teste `cor_test()`
   - Apresente o `valor-p` do teste

References

"Mermaid.js". s.d. https://csilv7.atlassian.net/wiki/spaces/~71202019d1c3fc8d434cb59c0a9a68051b55ca overview?homepageId=65794.

Montgomery, Douglas C. 2013. *Introdução ao Controle Estatístico da Qualidade*. Rio de Janeiro: LTC.

Shewhart, W. A. 1926. "Quality Control Charts". *The Bell System Technical Journal* 5 (4): 593–603. https://doi.org/10.1002/j.1538-7305.1926.tb00125.x.