

A GRIDRIPPER programcsomag és alkalmazásai

– Valamint Csizmadia Péter kollégámról

<http://www.kfki.hu/~cspeter/gridripper>

László András

laszloa@rmki.kfki.hu

2009 december 11.

- Numerikus általános relativitáselméletben a cél a mezők (pl metrikus tenzor) fejlődésének meghatározása.
- Legegyszerűbb nyers erő megoldás: 3+1 dimenziós végesdifferencia módszerek (polinomiális konvergencia). Ezek nagyon drágák, és nehéz velük nagy pontosságot elérni.
- Szofisztikáltabb módszerek: pszeudospektrális módszerek (exponenciális konvergencia). Ezek elég bonyolultak, nem mindegy hogy hol mintavételezzük a mezőket, Gauss-Lobatto kollokációs pontokban kell. Ezek adott helyeken és nem egyenletesen mintavételeznek.
- Miután már az egyszerű tömeges Klein-Gordon esetében is végtelen nagy hullámszámok jelennek meg aszimptotikusan (G. Fodor, I. Rácz), jó lenne adaptívan mintavételezni.
- Péter egy kompromisszumos megoldást választott: végesdifferencia módszereket használt (polinomiális konvergencia), de adaptív rácsfinomítást (AMR) használt, amelynek hibabecslési algoritmus a Richardson-extrapoláción alapul.
Így született az 1+1 dimenziós GRIDRIPPER kód.

Stabilitás: Elsőrendű hiperbolikus parciális differenciálegyenletek végesdifferencia módszerekkel való megoldása esetén a numerikus evolúció stabilná tehető, ha teljesül a Courant–Friedrichs–Lévy-feltétel (időlépés/térlépés elég kicsi), és alkalmazunk egy magasrendű disszipatív tagot (Kreiss, Olinger). A disszipatív tag hozzáadása nem befolyásolja a diszkretizációs séma lokális hibájának konvergenciarendjét.

Finomítás: Az időléptetést megcsináljuk 2-szer finomabban is, és a különbségből becsülhető az időegységre eső lokális hiba, Richardson-extrapolációval:

$$\frac{\|f_{\Delta t, \Delta x}(t, x) - f_{2\Delta t, 2\Delta x}(t, x)\|}{2^q - 1},$$

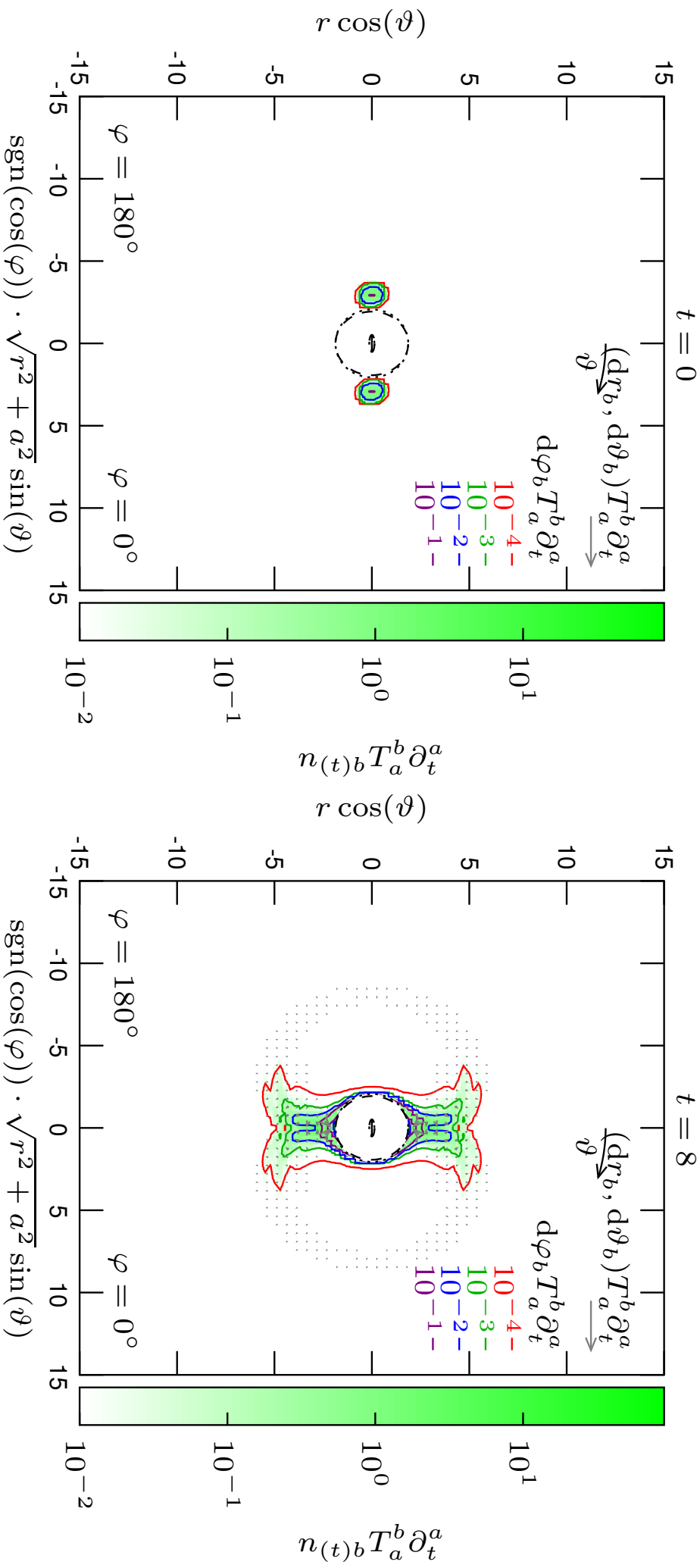
ahol q a módszer konvergenciájának rendje, és $\|\cdot\|$ valamilyen norma. A finomabb rácson vett megoldást vesszük, ha túl nagy. A finomítás nem befolyásolja a Courant-számot, így a stabilitást sem. Ez csak 1+1 dimenzióban ilyen "egyszerű", magasabb térdimenzióban az elemi tércellákat forgatni is kellene \Rightarrow nehezen implementálható és veszít a gazdaságosságból is. Ezért a GRIDRIPPER kód alapvetően 1+1 dimenzióra lett kihegyezve.

Polár irányok: Tisztán spektrális módszerekkel vesszük figyelembe, nem adaptívan. (Ez nemlineáris esetben nem teljesen triviális.) Ekkor egy 1+N dimenziós PDE megoldót kapunk.

- P. Csiszmadia: *Testing a new mesh refinement code in the evolution of a spherically symmetric Klein-Gordon field*; International Journal of Modern Physics **D15** (2006) 107. Ebben a cikkben mutatja be Péter először hivatalosan a GRIDRIPPER programcsomagot, valamint demonstrálja az alapötleteket. Megmutatja, hogy a módszer kitűnően alkalmazható tömeges mezőkre is, ahol pedig végtelen nagy hullámszámok lépnek fel a fényszerű végtelen fele közeledve. A Penrose-diagram jóval nagyobb részlet tudja lefedni mint egy egyszerű homogén rácsos megközelítéssel. 1+1 dimenziós abeli Higgs-mezővel és sine-Gordon modellel is demonstrálja a működést, nemlineáris esetben.
- P. Csiszmadia: *Fourth order AMR and nonlinear dynamical systems in compactified space, Classical and Quantum Gravity*; Classical and Quantum Gravity **24** (2007) S369. SU(2) Yang–Mills–Higgs rendszer vizsgálata és technikai finomságok tárgyalása: peremfeltételek AMR technikája, kompaktifikáció és nem kompaktifikált megközelítés összevetése.

- P. Csiszmadia, I. Rácz: *Gravitational collapse and topology change in spherically symmetric dynamical systems*; to appear in Classical and Quantum Gravity (2009) [arXiv:0911.2373](#).
Ebben a nagy terjedelmű összefoglaló cikkben Péter és István szisztematikus vizsgálatok eredményeit közli gömbszimmetrikus anyag-téridő dinamikai rendszerekről. Különböző tértopológiák vizsgálata (\mathbb{R}^3 , S^3 , $S^1 \times S^2$). A topológiaváltás jelenségének tisztázása. Szisztematikus tanulmányok a dinamikai változók helyes megválasztására, melynek eredményeképpen a numerikus evolúció le tudja fedni az eseményhorizont alatti területeket is.
- P. Csiszmadia, A. László, I. Rácz: *On the use of multipole expansion in time evolution of non-linear dynamical systems*; in preparation.
Az 1+1 dimenziós GRIDRIPPER kód kiterjesztése 1+N dimenziós rendszerekre, polár irányú spektrális technika bevetésével. Ezzel egy precíziós 1+N dimenziós megoldót nyerünk olyan rendszerekre, ahol a polár irányú torzultság perturbáció jellegű. Ilyenből sok van. A módszer demonstrálása Klein-Gordon rendszerrel, Kerr-Newman térídon. A kisugárzási anizotrópia (asztrofizikai jetek) vizsgálata.

Klein-Gordon elmélet Kerr háttéren, akkréciós diszk kezdeti feltétel.



Sugárzási anizotrópia kialakulása.

Hogyan tovább?
