

## 基于有色噪声的改进卡尔曼滤波方法

熊 雪<sup>1</sup>, 郭敏华<sup>1</sup>, 李伟杰<sup>1</sup>, 赵 瑾<sup>1</sup>, 崔金华<sup>2</sup>

(1. 四川航天电子设备研究所, 成都 610100; 2. 西安交通大学 电子与信息工程学院, 西安 710049)

**摘要:** 为了解决实际工程中微机械惯性测量单元加速度计数据存在有色噪声导致计算的姿态角波动异常的问题, 提出一种基于有色噪声的改进卡尔曼滤波方法。通过对有色噪声的特点进行分析, 建立了针对有色噪声的状态预测协方差公式、卡尔曼滤波增益公式、系统状态与动态有色噪声的协方差公式、测量值与观测有色噪声的协方差公式, 推导出处理有色噪声的卡尔曼滤波公式。仿真试验表明, 改进的卡尔曼滤波方法能有效解决有色噪声导致的姿态角波动异常问题, 证明了基于白噪声的卡尔曼滤波是基于有色噪声卡尔曼滤波的特例。

**关键词:** 微机械惯性测量单元; 白噪声; 有色噪声; 卡尔曼滤波

**中图分类号:** V249.3

**文献标志码:** A

## Improved Kalman filtering method for MIMU with colored noises

XIONG Xue<sup>1</sup>, GUO Min-hua<sup>1</sup>, LI Wei-Jie<sup>1</sup>, ZHAO Jin<sup>1</sup>, CUI Jin-hua<sup>2</sup>

(1. Electronic Equipment Research Institute of Sichuan Aerospace, Chengdu 610100, China; 2. School of Electronic and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

**Abstract:** In practical engineering system, there usually exist colored noises in the accelerometer data of Micro-Electro-Mechanical Inertial Measurement Unit (MIMU), which may induce the problem of incorrect attitude angle when processed by traditional Kalman filtering. To solve this problem, an improved Kalman filtering is proposed. Based on the characteristics of colored noises and its influences on the navigation alignment results, the Kalman filtering equations for processing the colored noises are derived, including: 1) the covariance equation of state prediction; 2) the gain equation, the covariance equation between the status of system and the colored noises of system; and 3) the covariance equation between the value of measurement and the colored noises of measurement. Simulations results show that the improved method can effectively solve the problem of incorrect attitude angle, and the Kalman filtering based on white noises is only the special case of the Kalman filtering based on colored noises.

**Key words:** MIMU; white noises; colored noises; Kalman filtering

传统卡尔曼滤波是在状态噪声和观测噪声均为零均值白噪声的情形下提出的一种递推线性最小方差估计方法。它根据系统的测量值来估计系统状态量, 它对状态量估计的均方误差小于或等于其他估计的均方误差, 因而是一种最优估计, 广泛应用于导航、控制、传感器数据融合、目标跟踪等领域<sup>[1]</sup>。然而在实际工程系统中, 状态噪声和观测噪声往往存在有色噪声的情况, 这时若仍采用传统卡尔曼滤波方法进行数据滤波处理, 必然会导致滤波发散或结果失真<sup>[2]</sup>。针对有色噪声问题, 许多文献提出了解决方法, 包括模型补

偿滤波和随机模型补偿滤波<sup>[2-7]</sup>。文献[2-6]采用的是模型补偿滤波, 即考虑有色噪声的影响, 采用新的状态预测协方差值、卡尔曼滤波增益值修正传统卡尔曼滤波。文献[7]采用的是随机模型补偿滤波, 通过利用神经模糊网络作为误差估计器, 估计出卡尔曼滤波器的估计误差, 从而对卡尔曼滤波的预测结果进行修正, 得到预测值。本文根据有色噪声的特点, 分析了有色噪声对导航对准结果的影响, 推导出 7 条卡尔曼滤波新公式。仿真试验表明, 该方法能有效消除有色噪声的影响, 解决导航对准中姿态角异常波动的问题。

**收稿日期:** 2016-10-08; **修回日期:** 2016-01-17

**基金项目:** 国家自然科学基金 (91630206)

**作者简介:** 熊雪 (1988—), 女, 工程师, 从事惯性导航研究。E-mail: Nisaxx@126.com

**联系人:** 郭敏华 (1983—), 男, 高级工程师。E-mail: guomh@163.com

## 1 白噪声和有色噪声

白噪声是一种较理想的噪声, 相邻历元间互不相关, 协方差为零。若加速度计数据中只含白噪声, 在初始俯仰角为  $22^\circ$  时, 采用传统卡尔曼方法滤波之后, 计算的对准俯仰角都在  $22^\circ$  左右小幅波动, 且幅值小于  $1^\circ$  (即在  $21^\circ \sim 23^\circ$  范围内波动), 对准俯仰角满足导航对准要求。X 轴白噪声加速度数据和基于白噪声加速度数据计算的对准俯仰角如图 1 所示。

有色噪声<sup>[8-12]</sup>是一种实际工程系统中常遇到的噪声, 其噪声序列中每一时刻的噪声与另一时刻的噪声相关, 协方差不为零。如图 2 所示, 图中红色加速度部分异于其他时段, 称为有色噪声。若加速度计数据中含有有色噪声, 但仍采用传统卡尔曼滤波方法进行数据滤波处理, 则会导致对准俯仰角姿态异常。如图 2 所示, 初始俯仰角为  $22^\circ$  时, 计算的对准俯仰角应基本都在  $22^\circ$  左右小幅波动, 且幅值应小于  $1^\circ$ , 这样才能满足导航对准需求, 但由于有色噪声的影响, 计算的对准俯仰角出现了最大值  $23.3^\circ$  和最小值  $20.78^\circ$  的异常波动, 不满足导航对准需求。

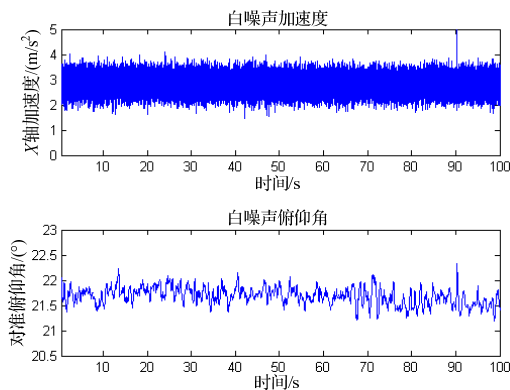


图 1 白噪声数据和对准俯仰角

Fig. 1 White noises and the pitch angle

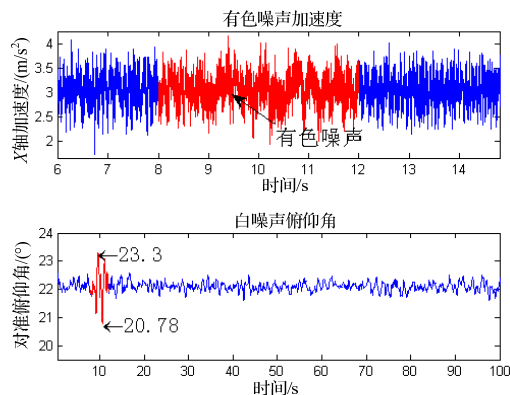


图 2 有色噪声数据和对准俯仰角

Fig. 2 Colored noises and the pitch angle

## 2 基于有色噪声的卡尔曼滤波

传统卡尔曼滤波方法处理的系统为离散控制过程的系统, 该系统一般用一个线性随机微分方程来描述

状态方程和测量方程<sup>[1]</sup>:

$$\begin{cases} \mathbf{X}_k = \mathbf{A}_{k-1}\mathbf{X}_{k-1} + \mathbf{\Gamma}_{k-1}\mathbf{W}_{k-1} \\ \mathbf{Z}_k = \mathbf{H}_k\mathbf{X}_k + \mathbf{V}_k \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $\mathbf{X}_k$ 、 $\mathbf{X}_{k-1}$  分别为  $k$ 、 $k-1$  时刻的系统状态,  $\mathbf{W}_{k-1}$  为  $k-1$  时刻的系统噪声,  $\mathbf{\Gamma}_{k-1}$  为系统噪声矩阵,  $\mathbf{A}_{k-1}$  为系统参数,  $\mathbf{Z}_k$  为  $k$  时刻的测量值,  $\mathbf{H}_k$  为测量系统参数,  $\mathbf{V}_k$  为  $k$  时刻的测量噪声。

传统卡尔曼滤波方法要求  $\mathbf{W}_k$ 、 $\mathbf{V}_k$  为互不相关零均值的白噪声序列, 则表示如下:

$$\begin{cases} E\{\mathbf{W}_k\mathbf{W}_j^T\} = \mathbf{Q}_k\delta_{kj} \\ E\{\mathbf{V}_k\mathbf{V}_j^T\} = \mathbf{R}_k\delta_{kj} \end{cases} \quad (2)$$

其中,  $\mathbf{Q}_k$  和  $\mathbf{R}_k$  分别为系统噪声和测量噪声的方差矩阵。

在传统卡尔曼滤波算法中都要求已知数值为非负定阵和正定阵, 因此  $\delta_{kj}$  满足如下公式:

$$\delta_{kj} = \begin{cases} 0 & (k \neq j) \\ 1 & (k = j) \end{cases} \quad (3)$$

若系统噪声和测量噪声均为白噪声, 传统卡尔曼滤波方法的 5 条基本公式如下:

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1} = \mathbf{A}_{k,k-1}\hat{\mathbf{X}}_{k-1} \\ \mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{A}_{k,k-1}\mathbf{P}_{k-1}\mathbf{A}_{k,k-1}^T + \mathbf{\Gamma}_{k-1}\mathbf{Q}_{k-1}\mathbf{\Gamma}_{k-1}^T \\ \mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1}\mathbf{H}_k^T(\mathbf{H}_k\mathbf{P}_{k|k-1}\mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \\ \hat{\mathbf{X}}_k = \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k(\mathbf{Z}_k - \mathbf{H}_k\hat{\mathbf{X}}_{k|k-1}) \\ \mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k\mathbf{H}_k)\mathbf{P}_{k|k-1} \end{cases} \quad (4)$$

其中,  $\mathbf{P}_{k-1}$  为  $\hat{\mathbf{X}}_{k-1}$  的均方误差阵,  $\mathbf{K}_k$  为卡尔曼滤波增益矩阵。若已知  $\hat{\mathbf{X}}_0$ 、 $\mathbf{P}_0$  的初值, 则可通过测量值  $\mathbf{Z}_k$  估计出系统状态  $\hat{\mathbf{X}}_k$ 。

若系统噪声为有色噪声<sup>[2]</sup>, 则  $\mathbf{W}_k$  相互之间相关,  $\mathbf{W}_k$  与  $\mathbf{W}_j$  之间的协方差  $\text{cov}(\mathbf{W}_k, \mathbf{W}_j) \neq 0 (k \neq j)$ , 此时公式(1)中,  $\mathbf{W}_k$  可表示<sup>[4,6,8]</sup>为

$$\mathbf{W}_k = \mathbf{\Omega}_{k,k-1}\mathbf{W}_{k-1} + \mathbf{\varepsilon}_{k-1} \quad (5)$$

其中,  $\mathbf{\varepsilon}_{k-1}$  为互不相关零均值的白噪声。

由于  $\hat{\mathbf{X}}_{k-1}$  的一步预测值为  $\hat{\mathbf{X}}_{k|k-1}$ , 由公式(4)中第一条公式两边同时减去  $\mathbf{X}_k$  得:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1} - \mathbf{X}_k &= \mathbf{A}_{k,k-1}\hat{\mathbf{X}}_{k-1} - \mathbf{X}_k = \\ &= \mathbf{A}_{k,k-1}(\hat{\mathbf{X}}_{k-1} - \mathbf{X}_{k-1}) - \mathbf{\Gamma}_{k-1}\mathbf{W}_{k-1} \end{aligned} \quad (6)$$

若假设

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1} - \mathbf{X}_k \\ \hat{\mathbf{x}}_{k-1} = \hat{\mathbf{X}}_{k-1} - \mathbf{X}_{k-1} \end{cases} \quad (7)$$

则  $\hat{\mathbf{x}}_{k-1}$  表示  $\hat{\mathbf{X}}_{k-1}$  与理论值  $\mathbf{X}_{k-1}$  的差值, 将公式(7)代入公式(6)得:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \mathbf{A}_{k,k-1}\hat{\mathbf{x}}_{k-1} - \mathbf{\Gamma}_{k-1}\mathbf{W}_{k-1} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{k,k-1} & -\mathbf{\Gamma}_{k-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{x}}_{k-1} \\ \mathbf{W}_{k-1} \end{pmatrix} \quad (8)$$

因此由协方差传播规律<sup>[11]</sup>得:

$$\begin{aligned} P_{\hat{X}_{k|k-1}} &= (A_{k,k-1} \quad -\Gamma_{k,k-1}) \cdot \begin{pmatrix} P_{\hat{X}_{k-1}} & P_{\hat{X}_{k-1}W_{k-1}} \\ P_{W_{k-1}\hat{X}_{k-1}} & P_{W_{k-1}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A_{k,k-1}^T \\ -\Gamma_{k,k-1}^T \end{pmatrix} = \\ &A_{k,k-1}P_{\hat{X}_{k-1}}A_{k,k-1}^T + \Gamma_{k,k-1}P_{W_{k-1}}\Gamma_{k,k-1}^T - \\ &\Gamma_{k,k-1}P_{W_{k-1}\hat{X}_{k-1}}A_{k,k-1}^T - A_{k,k-1}P_{\hat{X}_{k-1}W_{k-1}}\Gamma_{k,k-1}^T \end{aligned} \quad (9)$$

由于

$$\begin{aligned} \hat{X}_{k-1} &= \hat{X}_{k-1|k-2} + K_{k-1}(Z_{k-1} - H_{k-1}\hat{X}_{k-1|k-2}) = \\ &(I - K_{k-1}H_{k-1})\hat{X}_{k-1|k-2} + K_{k-1}Z_{k-1} = \\ &(I - K_{k-1}H_{k-1}) \cdot \frac{\hat{X}_{k-1} - \Gamma_{k-2}W_{k-2}}{A_{k-1|k-2}} + K_{k-1}Z_{k-1} \end{aligned} \quad (10)$$

由协方差传播律得:

$$\begin{aligned} P_{\hat{X}_{k-1}W_{k-1}} &= (I + K_{k-1}H_{k-1}\Gamma_{k-1} \quad 0) \begin{pmatrix} P_{W_{k-2}} & P_{W_{k-2,k-1}} \\ P_{W_{k-1,k-2}} & P_{W_{k-1}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ I \end{pmatrix} = \\ &(I + K_{k-1}H_{k-1}\Gamma_{k-1})P_{W_{k-1,k-2}} = P_{W_{k-2}\hat{X}_{k-1}}^T \end{aligned} \quad (11)$$

将公式(11)代入公式(9)即可求得  $P_{\hat{X}_{k|k-1}}$ 。

由上述公式可知, 系统噪声为白噪声时,  $P_{\hat{X}_{k-1}W_{k-1}}$  为零, 则计算  $P_{\hat{X}_{k|k-1}}$  的公式中后两项值为零, 因此该公式退化为传统卡尔曼滤波计算  $P_{k|k-1}$  的公式。

若测量噪声为有色噪声, 则  $V_k$  相互之间相关,  $V_k$  与  $V_j$  之间的协方差  $\text{cov}(V_k, V_j) \neq 0 (k \neq j)$ , 此时公式(1)中,  $V_k$  可表示<sup>[4,6,8]</sup>为

$$V_k = A_{k,k-1}V_{k-1} + \partial_{k-1} \quad (12)$$

其中,  $\partial_{k-1}$  为互不相关零均值的白噪声。

在  $V_k$  为有色噪声时,  $\hat{X}_{k|k-1}$  与  $V_k$  之间具有相关性, 两者的协方差<sup>[11]</sup>为:

$$P_{\hat{X}_{k-1}V_k} = E(\hat{X}_{k-1|k-1}V_k^T) = A_{k,k-1}E(\hat{X}_{k-1}V_k^T) \quad (13)$$

因为

$$\begin{aligned} \hat{X}_{k-1} &= \hat{X}_{k-1|k-2} + K_{k-1}(Z_{k-1} - H_{k-1}\hat{X}_{k-1|k-2}) = \\ &(I - K_{k-1}H_{k-1})\hat{X}_{k-1|k-2} + K_{k-1}Z_{k-1} = \\ &(I - K_{k-1}H_{k-1})\hat{X}_{k-1|k-2} + K_{k-1}(H_{k-1}X_{k-1} + V_{k-1}) \end{aligned} \quad (14)$$

由协方差传播规律<sup>[11]</sup>可得

$$\begin{aligned} P_{\hat{X}_{k-1}V_k} &= E(\hat{X}_{k-1}V_k^T) = \\ &(K_{k-1} \quad 0) \cdot \begin{pmatrix} P_{V_{k-1}} & P_{V_{k-1,k}} \\ P_{V_{k,k-1}} & P_{V_k} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ I \end{pmatrix} = K_{k-1}P_{V_{k-1,k}} \end{aligned} \quad (15)$$

因此

$$P_{\hat{X}_{k,k-1}V_k} = A_{k,k-1}E(\hat{X}_{k-1}V_k^T) = A_{k,k-1}K_{k-1}P_{V_{k-1,k}} = P_{V_k\hat{X}_{k,k-1}}^T \quad (16)$$

考虑有色噪声对加速度计数据的影响, 结合文献[11]中对测量方程的极大验后滤波计算公式, 建立改进状态估值方程如下:

$$\begin{aligned} \hat{X}_k &= \hat{X}_{k|k-1} + (P_{\hat{X}_{k,k-1}}H_k^T - P_{\hat{X}_{k,k-1}V_k}) \cdot (H_kP_{\hat{X}_{k,k-1}}H_k^T + \\ &P_{V_k} - H_kP_{\hat{X}_{k,k-1}V_k} - P_{V_k\hat{X}_{k,k-1}}H_k^T)^{-1} \cdot (Z_k - H_k\hat{X}_{k|k-1}) \end{aligned} \quad (17)$$

假设

$$\begin{aligned} K_k &= (P_{\hat{X}_{k,k-1}}H_k^T - P_{\hat{X}_{k,k-1}V_k}) \cdot \\ &(H_kP_{\hat{X}_{k,k-1}}H_k^T + P_{V_k} - H_kP_{\hat{X}_{k,k-1}V_k} - P_{V_k\hat{X}_{k,k-1}}H_k^T)^{-1} \end{aligned} \quad (18)$$

则公式(16)可以简化为:

$$\hat{X}_k = \hat{X}_{k|k-1} + K_k(Z_k - H_k\hat{X}_{k|k-1}) \quad (19)$$

结合传统卡尔曼滤波的协方差矩阵更新公式, 考虑扣除有色噪声对有效加速度计数据的影响, 根据公式(7)建立改进协方差矩阵更新公式如下所示:

$$P_k = (I - K_kH_k)(P_{k|k-1} - P_{\hat{X}_{k,k-1}V_k}^T) \quad (20)$$

因此, 本文提出的基于有色噪声的改进卡尔曼滤波方法的 7 条公式如下:

$$\begin{cases} \hat{X}_{k|k-1} = A_{k,k-1}\hat{X}_{k-1} \\ P_{k|k-1} = A_{k,k-1}P_{X_{k-1}}A_{k,k-1}^T + \Gamma_{k,k-1}Q_{k-1}\Gamma_{k,k-1}^T - \\ \Gamma_{k,k-1}P_{W_{k-1}\hat{X}_{k-1}}A_{k,k-1}^T - A_{k,k-1}P_{\hat{X}_{k-1}W_{k-1}}\Gamma_{k,k-1}^T \\ K_k = (P_{\hat{X}_{k,k-1}}H_k^T - P_{\hat{X}_{k,k-1}V_k}) \cdot \\ (H_kP_{\hat{X}_{k,k-1}}H_k^T + R_k - H_kP_{\hat{X}_{k,k-1}V_k} - P_{V_k\hat{X}_{k,k-1}}H_k^T)^{-1} \\ \hat{X}_k = \hat{X}_{k|k-1} + K_k(Z_k - H_k\hat{X}_{k|k-1}) \\ P_k = (I - K_kH_k)(P_{k|k-1} - P_{\hat{X}_{k,k-1}V_k}^T) \\ P_{\hat{X}_{k-1}W_{k-1}} = (I + K_{k-1}H_{k-1}\Gamma_{k-1})P_{W_{k-1,k-2}} \\ P_{\hat{X}_{k,k-1}V_k} = A_{k,k-1}K_{k-1}P_{V_{k-1,k}} \end{cases} \quad (21)$$

### 3 仿真

采用传统卡尔曼滤波方法、文献[3]中有色噪声条件下的卡尔曼滤波方法和本文中的改进卡尔曼滤波方法分别对图 1 和图 2 中的 X 轴加速度计数据进行滤波, 然后求解对准俯仰角, 仿真试验结果如图 3~6 所示。图 3、图 4 表示利用三种卡尔曼滤波方法对 X 轴白噪声加速度计数据进行滤波以及利用滤波数据求解的对准俯仰角。图 5、图 6 表示利用三种卡尔曼滤波方法对 X 轴有色噪声加速度计数据进行滤波以及利用滤波数据求解的对准俯仰角。

仿真结果表明, 三种卡尔曼滤波方法对白噪声数据的滤波结果相同, 求解的对准俯仰角相同且无异常。但从三种卡尔曼滤波方法对有色噪声的数据滤波和求解的对准俯仰角的结果中可知, 本文的卡尔曼滤波方法最优, 求解的对准俯仰角最大值 22.79°和最小值 21.4°, 满足幅值小于 1°的波动, 文献[3]中的卡尔曼滤波方法稍优于传统卡尔曼滤波, 求解的对准俯仰角最大值 23.29°和最小值 20.8°较传统卡尔曼滤波方法的最大值 23.3°和最小值 20.78°有一定的改进, 但仍然不满足导航对准需求。

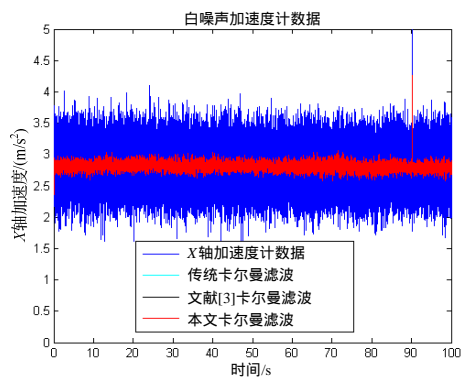


图 3 白噪声卡尔曼滤波比较

Fig.3 Comparison on accelerometer data by different Kalman filterings with white noises

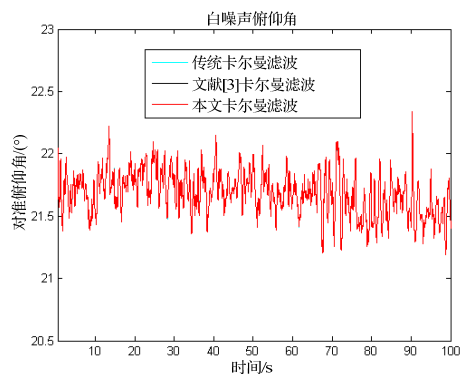


图 4 白噪声对准俯仰角比较

Fig.4 Comparison on pitch angles by different Kalman filterings with white noises

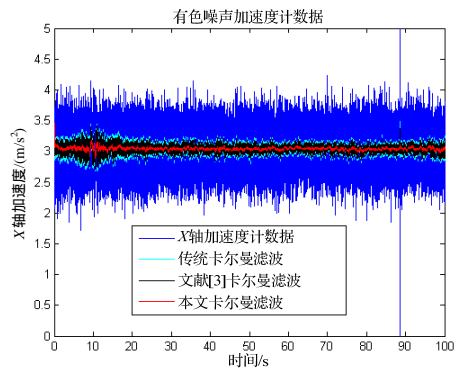


图 5 有色噪声卡尔曼滤波比较

Fig.5 Comparison on accelerometer data by different Kalman filterings with colored noise

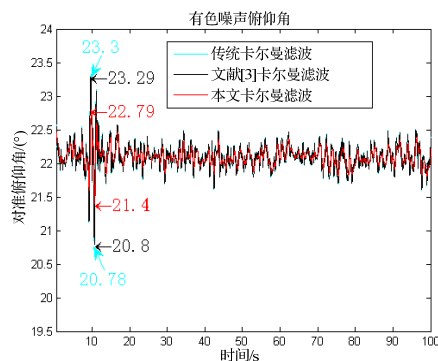


图 6 有色噪声对准俯仰角比较

Fig.6 Comparison on pitch angles by different Kalman filterings with colored noise

## 4 结论

当微机械惯性测量单元加速度计数据中含有色噪声时,采用传统卡尔曼滤波方法进行数据滤波处理并求解对准俯仰角会导致俯仰角异常波动。本文提出的改进卡尔曼滤波方法能有效消除有色噪声的影响,解决俯仰角异常波动的问题,使对准结果满足导航对准技术需求。同时本文提出的改进卡尔曼滤波方法在处理白噪声数据时,其处理结果与传统卡尔曼滤波方法相同,说明了基于有色噪声的卡尔曼滤波方法在处理白噪声数据时,则退化为传统卡尔曼滤波方法,从而证明了基于白噪声的卡尔曼滤波是基于有色噪声卡尔曼滤波的特例。

## 参考文献 (References):

- [1] 徐祥, 徐晓苏, 张涛, 等. 一种改良 Kalman 滤波参数辨识粗对准方法[J]. 中国惯性技术学报, 2016, 24(3): 320-324.  
Xu Xiang, Xu Xiao-su, Zhang Tao, et al. Improved Kalman filter for SINS coarse alignment based on parameter identification[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2016, 24(3): 320-324.
- [2] 赵长胜, 陶本藻. 有色噪声作用下的卡尔曼滤波[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2008, 33(2): 180-182.  
Zhao Chang-sheng, Tao Ben-zao. Kalman filtering of linear system with colored noises[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2008, 33(2): 180-182.
- [3] 陈方, 吴小役, 刘文逸, 等. 有色噪声条件下的卡尔曼滤波[J]. 西安邮电大学学报, 2014, 19(2): 56-59.  
Chen Fang, Wu Xiao-yi, Liu Wen-yi, et al. Kalman filtering under colored noise[J]. Journal of Xi'an University of Posts and Telecommunications, 2014, 19(2): 56-59.
- [4] Hyun Duck Choi, Choon Ki Ahn, Myo Taeg Lim. Time-domain filtering for estimation of linear systems with colored noises using recent finite measurements[J]. Measurement, 2013, 46(1): 2792-2797.
- [5] Liu Jinfang, Deng Zili. Self-tuning weighted measure- ment fusion Kalman Filter for ARMA signals with colored noise[J]. Applied Mathematics & Information Sciences, 2012, 6(1): 1-7.
- [6] Sui Lifan, Mou Zhongkai, Gan Yu, et al. Unscented Kalman filter algorithm with colored noise and its application in spacecraft attitude estimation[C]//Switzerland: Springer International Publishing, 2015: 95-100.
- [7] 孙强, 惠晓滨, 黄鹤. 一种色噪声下的自适应Kalman跟踪滤波器[J]. 火力与指挥控制, 2011, 36(3): 49-51.  
Sun Qiang, Hui Xiao-bin, Huang He. An adaptive Kalman tracking filter with colored noises[J]. Fire Control & Comm and Control, 2011, 36(3): 49-51.
- [8] 吴永亮, 王田苗, 梁建宏. 基于小波变换的MIMU随机误差建模[J]. 中国惯性技术学报, 2010, 18(6): 660-663.  
Wu Yong-liang, Wang Tian-miao, Liang Jian-hong. Modeling of MIMU sensors random error using wavelet transform[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2010, 18(6): 660-663.
- [9] Li Junhong, Ding Feng. Maximum likelihood stochastic gradient estimation for Hammerstein systems with colored noise based on the key term separation technique[J]. Computers and Mathematics with Applications, 2011, 62(1): 4170-4177.
- [10] Khanzadi M R, Krishnan R, Eriksson T. Estimation of phase noise in oscillators with colored noise sources[J]. IEEE Communications Letters, 2013, 17(10): 2160-2163.
- [11] Chang G. On Kalman filter for linear system with colored measurement noise[J]. Journal of Geodesy, 2014, 88(12): 1163-1170.
- [12] Xia Y, Wei Q. An effective Kalman filtering method for enhancing speech in the presence of colored noise[C]//2016 International Conference on Audio, Language and Image Processing. IEEE, 2016: 469-474.