

L^AT_EX Author Guidelines for ICCV Proceedings

Anonymous ICCV submission

Paper ID ****

1. Introduction

假设noisy image的生成模型是:

$$y(\mu) = x(\mu) + n(\mu) \quad (1)$$

其中 μ 是图像中的像素位置, 并且假定 $n(\mu) \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2(\mu))$, 假设 $\sigma(\mu) \in C^1(\Omega)$, 即噪声的标准差是一个光滑函数。模拟实验中, 我们可以假设 $\sigma(\mu) \in [\frac{1}{1+\epsilon}\sigma, (1+\epsilon)\sigma]$ 。

我们的去噪模型是:

$$\min_{\mathbf{D}, \mathbf{C}} \frac{1}{2} \|(\mathbf{Y} - \mathbf{DC})\mathbf{W}\|_F^2 + \lambda \sigma_Y^2 \|\mathbf{C}\|_1 \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{D}^\top \mathbf{D} = \mathbf{I}. \quad (2)$$

去噪过程如下:

1. 第一次迭代中, 我们从原始噪声图得到相似块矩阵 \mathbf{Y} , 我们采用[1]的方法估计彩色带噪声图的噪声水平 σ_0 , \mathbf{W} 也是全1矩阵。用上述模型去噪之后, 得到第一次去噪后的相似块矩阵 $\mathbf{X} = \mathbf{DC}$ 。
2. 从第二次迭代开始, 给定上一次迭代得到的非局部相似块矩阵 \mathbf{Y} , 我们从中估计 \mathbf{W} (以下只是某种形式之一, 需根据实验结果调整):

$$\mathbf{W}_{ii} = \exp(-\tau_1 \|\mathbf{y}_{ii} - \mathbf{Dc}_{ii}\|_2^2) * \exp(-\tau_2 \|\mathbf{y}_1 - \mathbf{y}_{ii}\|_2^2). \quad (3)$$

\mathbf{W}_{ii} 的设计原理是: \mathbf{W}_{ii} 与上次迭代里, 算法对第 i 个相似块 \mathbf{y}_{ii} 去掉的噪声的多少有关($\exp(-\tau_1 \|\mathbf{y}_{ii} - \mathbf{Dc}_{ii}\|_2^2)$), 并且与第 i 个相似块和第一个种子块的欧式距离有关($\exp(-\tau_2 \|\mathbf{y}_1 - \mathbf{y}_{ii}\|_2^2)$)。我们希望设计出一个框架, 使得 \mathbf{W}_{ii} 可以自动探测第 i 个块里的噪声还有多少, 从而可以有效去噪真实的噪声图。

当然, 不同的相似块有不同的噪声水平。从而对于 \mathbf{Y} 的正则项参数之一 σ_Y 需要根据 \mathbf{Y} 估计得到, 比如

有:

$$\sigma_Y = f(\mathbf{Y}, \mathbf{D}, \mathbf{C}) \quad (4)$$

一个简单的例子是:

$$\sigma_Y = \sqrt{\sigma_0^2 - \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N \|\mathbf{y}_i - \mathbf{Dc}_i\|_2^2 \right)} \quad (5)$$

即初始估计的噪声方差-相似块矩阵的 N 个块里去掉的噪声方差, 再开根号。

3. 对于每一次迭代, 模型都需要反复迭代求解 \mathbf{D}, \mathbf{C} 直到收敛。For $k = 0, 1, 2, \dots$:

a. update \mathbf{C}

$$\min_{\mathbf{C}} \frac{1}{2} \|(\mathbf{Y} - \mathbf{D}^{(k)}\mathbf{C})\mathbf{W}\|_F^2 + \lambda \|\mathbf{C}\|_1. \quad (6)$$

有闭合解, 每一列单独求解:

$$(\hat{\mathbf{c}}_i)^{(k+1)} = \arg \min_{\mathbf{c}_i} \frac{1}{2} \|(\mathbf{y}_i - \mathbf{D}^{(k)}\mathbf{c}_i)\mathbf{W}_{ii}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{c}_i\|_1. \quad (7)$$

闭合解为:

$$(\hat{\mathbf{c}}_i)^{(k+1)} = \text{sgn}(\mathbf{D}^\top \mathbf{y}) \odot \max(|\mathbf{D}^\top \mathbf{y}| - \frac{\lambda}{(\mathbf{W}_{ii})^2}, 0), \quad (8)$$

b. update \mathbf{D}

$$\min_{\mathbf{D}} \frac{1}{2} \|(\mathbf{Y} - \mathbf{DC}^{(k+1)})\mathbf{W}\|_F^2 \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{D}^\top \mathbf{D} = \mathbf{I}. \quad (9)$$

等价于

$$\min_{\mathbf{D}} \|(\mathbf{YW}) - \mathbf{D}(\mathbf{C}^{(k+1)}\mathbf{W})\|_F^2 \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{D}^\top \mathbf{D} = \mathbf{I}, \quad (10)$$

闭合解为: $\hat{\mathbf{D}}^{(k+1)} = \mathbf{V}\mathbf{U}^\top, \mathbf{CW}(\mathbf{YW})^\top = \mathbf{U}\Sigma\mathbf{V}^\top$.

References

- [1] Guangyong Chen, Fengyuan Zhu, and Pheng Ann Heng. An efficient statistical method for image noise level estimation. In *The IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV)*, December 2015.