LaTeX Author Guidelines for ICCV Proceedings

Anonymous ICCV submission

Paper ID ****

1. Introduction

假设noisy image的生成模型是：

$$y(\mu) = x(\mu) + n(\mu) \tag{1}$$

其中μ是图像中的像素位置，并且假定$n(\mu) \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2(\mu))$，假设$\sigma(\mu) \in C^1(\Omega)$,即噪声的标准差是一个光滑函数。模拟实验中，我们可以假设$\sigma(\mu) \in [\frac{1}{1+\epsilon}\sigma, (1+\epsilon)\sigma]$。

我们的去噪模型是：

$$\min_{\mathbf{D},\mathbf{C}} \frac{1}{2}\|(\mathbf{Y} - \mathbf{DC})\mathbf{W}\|_F^2 + \lambda\sigma_Y^2\|\mathbf{C}\|_1 \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{D}^\top\mathbf{D} = \mathbf{I}. \tag{2}$$

去噪过程如下：

1. 第一次迭代中，我们从原始噪声图得到相似块矩阵$\mathbf{Y}$，我们采用[1]的方法估计彩色带噪图的噪声水平σ_0，$\mathbf{W}$也是全1矩阵。用上述模型去噪之后，得到第一次去噪后的相似块矩阵$\mathbf{X} = \mathbf{DC}$。

2. 从第二次迭代开始，给定上一次迭代得到的非局部相似块矩阵$\mathbf{Y}$，我们从中估计$\mathbf{W}$(以下只是某种形式之一，需根据实验结果调整)：

$$\mathbf{W}_{ii} = \exp(-\tau_1\|\mathbf{y}_{ii} - \mathbf{Dc}_{ii}\|_2^2) * \exp(-\tau_2\|\mathbf{y}_1 - \mathbf{y}_{ii}\|_2^2). \tag{3}$$

$\mathbf{W}_{ii}$的设计原理是：$\mathbf{W}_{ii}$与上次迭代里，算法对第i个相似块$\mathbf{y}_{ii}$去掉的噪声的多少有关($\exp(-\tau_1\|\mathbf{y}_{ii} - \mathbf{Dc}_{ii}\|_2^2)$)，并且与第$i$个相似块和第一个种子块的欧式距离有关($\exp(-\tau_2\|\mathbf{y}_1 - \mathbf{y}_{ii}\|_2^2)$)。我们希望设计出一个框架，使得$\mathbf{W}_{ii}$可以自动探测第$i$个块里的噪声还有多少，从而可以有效去噪真实的噪声图。

当然，不同的相似块有不同的噪声水平。从而对于$\mathbf{Y}$的正则项参数之一σ_Y需要根据$\mathbf{Y}$估计得到，比如有：

$$\sigma_Y = f(\mathbf{Y}, \mathbf{D}, \mathbf{C}) \tag{4}$$

一个简单的例子是：

$$\sigma_Y = \sqrt{\sigma_0^2 - \frac{1}{N}(\sum_{i=1}^{N}\|\mathbf{y}_i - \mathbf{Dc}_i\|_2^2)} \tag{5}$$

即初始估计的噪声方差–相似块矩阵的N个块里去掉的噪声方差，再开根号。

3. 对于每一次迭代，模型都需要反复迭代求解$\mathbf{D}$,$\mathbf{C}$直到收敛。For $k = 0, 1, 2, ...$:

a. update $\mathbf{C}$

$$\min_{\mathbf{C}} \frac{1}{2}\|(\mathbf{Y} - \mathbf{D}^{(k)}\mathbf{C})\mathbf{W}\|_F^2 + \lambda\sigma_Y^2\|\mathbf{C}\|_1. \tag{6}$$

有闭合解，每一列单独求解：

$$(\hat{\mathbf{c}}_i)^{(k+1)} = \arg\min_{\mathbf{c}_i} \frac{1}{2}\|(\mathbf{y}_i - \mathbf{D}^{(k)}\mathbf{c}_i)\mathbf{W}_{ii}\|_2^2 + \lambda\sigma_Y^2\|\mathbf{c}_i\|_1. \tag{7}$$

闭合解为：

$$(\hat{\mathbf{c}}_i)^{(k+1)} = \text{sgn}(\mathbf{D}^\top\mathbf{y}) \odot \max(|\mathbf{D}^\top\mathbf{y}| - \frac{\lambda\sigma_Y^2}{(\mathbf{W}_{ii})^2}, 0), \tag{8}$$

b. update $\mathbf{D}$

$$\min_{\mathbf{D}} \frac{1}{2}\|(\mathbf{Y} - \mathbf{DC}^{(k+1)})\mathbf{W}\|_F^2 \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{D}^\top\mathbf{D} = \mathbf{I}. \tag{9}$$

等价于

$$\min_{\mathbf{D}} \|(\mathbf{YW}) - \mathbf{D}(\mathbf{C}^{(k+1)}\mathbf{W})\|_F^2 \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{D}^\top\mathbf{D} = \mathbf{I}, \tag{10}$$

闭合解为：$\hat{\mathbf{D}}^{(k+1)} = \mathbf{VU}^\top$, $\mathbf{CW}(\mathbf{YW})^\top = \mathbf{U\Sigma V}^\top$.

References

[1] Guangyong Chen, Fengyuan Zhu, and Pheng Ann Heng. An efficient statistical method for image noise level estimation. In *The IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV)*, December 2015. 1