

## 第二节

# 社会风险评估方法

### 3. 模糊综合评价法

- (1) 方法原理
- (2) 建模步骤与案例应用
- (3) 方法评价

# (1) 方法原理

---

## “模糊”——与确定性相对

- 性别、年龄、身高、体重
- 高个子、年轻人、餐厅好不好吃、餐厅服务好不好、城市交通拥堵评价、城市安全水平

## “综合评价”——多维整合

- 大型城市基建项目（地铁）的社会风险
  - 建设过程中对居民生活的影响程度？
  - 项目是否安全可靠？
  - 项目完成后能否有效缓解交通压力？
  - 公众对项目的支持度如何？
  - 项目对周边生态环境的影响？
- 大学新生专业选择风险
  - 对专业的兴趣有多大？
  - 这个专业未来的就业前景？
  - 这个专业对个人能力的要求？
  - 学校在这个专业的教学质量如何？
  - 自己能否适应这个专业的学习强度？

# (1) 方法原理

---

## ➤ “模糊”

是指现实世界中因边界不清晰（如高矮）、主观感知差异（如好坏）、属性渐变过渡（安全与危险）等特性，导致无法用传统二元逻辑（是/非）或精确数值直接界定的一类现象。

## ➤ “综合评价”

就是将多个评价对象（或一个评价对象的多个方面）、多个评价标准、以及这些评价过程中的模糊信息，通过某种数学模型进行整合，从而得出一个全局的、量化的评价等级或排序。

## ➤ 模糊综合评价（Fuzzy Comprehensive Evaluation, FCE）

是以模糊数学（特别是模糊集合论）为基础，应用模糊关系合成的原理，将模糊的、不精确的评价信息转化为可量化的评价结果，从而对评价对象进行整体性评价的系统性方法。

# (1) 方法原理

## ➤ 模糊集合

与经典集合不同，模糊集合允许元素对集合具有不同程度的隶属关系，这种隶属关系用隶属度函数 $\mu_A(x)$ 来描述，其值域为 $[0,1]$ 。

设 $U$ 为论域， $A$ 为 $U$ 上的模糊集合，则 $A$ 可表示为： $A = \{(x, \mu_A(x)) | x \in U\}$

其中 $\mu_A(x)$ 称为 $x$ 对模糊集合 $A$ 的隶属度，当 $\mu_A(x) = 1$ 时表示 $x$ 完全属于 $A$ ，当 $\mu_A(x) = 0$ 时表示 $x$ 完全不属于 $A$ ，当 $0 < \mu_A(x) < 1$ 时表示 $x$ 部分属于 $A$ 。

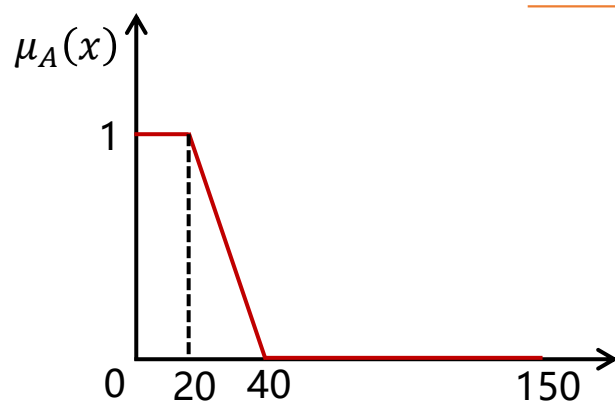
## ➤ 衡量“年轻”的概念——经典集合

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x < 20 \\ 0, & 20 \leq x \leq 150 \end{cases}$$

## ➤ 衡量“年轻”的概念——模糊集合

- 论域：年龄 $[0,150]$
- 在年龄的论域上，定义一个模糊集合：  
 $A = \text{“年轻”}$
- 隶属度/隶属函数

### 定义隶属函数



$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x \leq 20 \\ \frac{40-x}{20}, & 20 < x < 40 \\ 0, & 40 \leq x < 150 \end{cases}$$

$$A = \{(15, 1), (30, 0.5), (35, 0.25), (50, 0), (80, 0), \dots\}$$

# (1) 方法原理

## ➤ 模糊关系与合成运算

- 模糊关系是连接评价因素和评价等级的桥梁。设  $U = \{U_1, U_2, \dots, U_m\}$  为因素集,  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  为评语集, 则从  $U$  到  $V$  的模糊关系  $R$  可表示为矩阵 (模糊评价矩阵) 形式:

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ r_{m1} & r_{m2} & \cdots & r_{mn} \end{bmatrix}$$

其中,  $r_{mn}$  表示第  $m$  个因素对第  $n$  个评价等级的隶属度。

- 模糊合成运算是模糊综合评价的核心运算。设权重向量为  $A = (a_1, a_2, \dots, a_m)$ , 则模糊综合评价集  $B$  表示为:

$$B = A \circ R = (b_1, b_2, \dots, b_n)$$

其中,  $a_i$  为第  $i$  个因素的权重,  $\sum_{i=1}^m a_i = 1$ ;  $\circ$  为广义的合成算子。

# (1) 方法原理

## ➤ 常用的合成算子包括：

$M(\wedge, V)$ 算子：最大-最小合成算子/Zadeh算子

$$b_i = \bigvee_{j=1}^m (a_j \wedge r_{ij})$$

指的是：

对于每一个评价等级 $v_n$ ，计算所有因素在该等级下的“最小隶属度”，代表该因素对这一评价等级的贡献（在这一等级下，该因素的重要性）。

然后，取所有因素计算出的“最小隶属度”中的最大值，找到获得最强“支持”的评价等级。  
 $M(\wedge, V)$ 算子强调最弱的环节，最终结果受限于最不利的因素（取最小值），但整体评价由最强支持的因素决定（取最大值）。这种算子更符合“瓶颈效应”的逻辑，即整体水平受到最薄弱环节的制约。

**优点：**计算非常简单。

**缺点：**信息利用不充分，显得比较“武断”，丢失了很多细节信息。适用于重点突出、主要因素影响极大的评价。

# (1) 方法原理

$$B = A \circ R = (0.6, 0.4) \circ \begin{bmatrix} 0.1 & 0.5 & 0.9 \\ 0.2 & 0.7 & 0.8 \end{bmatrix} \\ = (b_1, b_2, \dots, b_n)$$

$$m = 2, n = 1$$

$$i = 1: a_1 \wedge r_{11} = \min(0.6, 0.1) = 0.1$$

$$i = 2: a_2 \wedge r_{21} = \min(0.4, 0.2) = 0.2$$

$$b_1 = \vee_{i=1}^2 (a_i \wedge r_{i1}) = \max(0.1, 0.2) = 0.2$$

$$m = 2, n = 2$$

$$i = 1: a_1 \wedge r_{12}$$

$$i = 2: a_2 \wedge r_{22}$$

$$b_2 = \vee_{i=1}^2 (a_i \wedge r_{i2})$$

$$m = 2, n = 3$$

$$i = 1: a_1 \wedge r_{13}$$

$$i = 2: a_2 \wedge r_{23}$$

$$b_3 = \vee_{i=1}^2 (a_i \wedge r_{i3})$$

	较差	一般	良好
食材新鲜度	$r_{11}$	$r_{12}$	$r_{13}$
口感	$r_{21}$	$r_{22}$	$r_{23}$

$$b_i = \vee_{i=1}^m (a_i \wedge r_{in})$$

$$B = (0.2, 0.5, 0.6)$$

# (1) 方法原理

$M(\cdot, v)$ 算子：乘积-最大合成算子

$$b_i = \bigvee_{j=1}^m (a_i \cdot r_{ij})$$

指的是：

对于每一个评价等级 $v_n$ ，计算每个因素的“加权隶属度”，代表该因素对这一评价等级的贡献（在这一等级下，该因素的重要性）。

然后，取所有因素计算出的“加权隶属度”中的最大值，找到获得最强“支持”的评价等级。

$M(\cdot, v)$ 算子考虑了因素的权重，然后取最有利的因素的贡献。这可以看作是，至少有一个因素能达到某个评价等级，我们就会给予这个等级一定的支持。

优点：比 $M(\wedge, v)$ 更能体现权重的影响，区分度更高。

缺点：仍然会丢失部分信息（只取最大值）。



# (1) 方法原理

$$B = A \circ R = (0.6, 0.4) \circ \begin{bmatrix} 0.1 & 0.5 & 0.9 \\ 0.2 & 0.7 & 0.8 \end{bmatrix} \\ = (b_1, b_2, \dots, b_n)$$

	较差	一般	良好
食材新鲜度	$r_{11}$	$r_{12}$	$r_{13}$
口感	$r_{21}$	$r_{22}$	$r_{23}$

$$m = 2, n = 1$$

$$i = 1: a_1 \cdot r_{11} = 0.6 \cdot 0.1 = 0.06$$

$$i = 2: a_2 \cdot r_{21} = 0.4 \cdot 0.2 = 0.08$$

$$b_1 = \bigvee_{i=1}^2 (a_i \cdot r_{i1}) = \max(0.06, 0.08) = 0.08$$

$$b_i = \bigvee_{i=1}^m (a_i \cdot r_{in})$$

$$B = (0.08, 0.3, 0.54)$$

$$m = 2, n = 2$$

$$i = 1: a_1 \cdot r_{12}$$

$$i = 2: a_2 \cdot r_{22}$$

$$b_2 = \bigvee_{i=1}^2 (a_i \cdot r_{i2})$$

$$B = (0.2, 0.5, 0.6)$$

$$m = 2, n = 3$$

$$i = 1: a_1 \cdot r_{13}$$

$$i = 2: a_2 \cdot r_{23}$$

$$b_3 = \bigvee_{i=1}^2 (a_i \cdot r_{i3})$$

# (1) 方法原理

$M(\cdot, +)$ 算子：加权和合成算子

$$b_i = \sum_{i=1}^m (a_i \cdot r_{in})$$

指的是：

对于每一个评价等级 $v_n$ ，计算每个因素的“加权隶属度”，代表该因素对这一评价等级的贡献（在这一等级下，该因素的重要性）。

然后，将所有因素的“加权隶属度”直接相加，找到获得最强“支持”的评价等级。

$M(\cdot, +)$ 算子是一种线性的组合，将所有因素的贡献（已加权）直接累加。它能够更全面地反映各因素的累加效应。

优点：充分利用信息，结果细腻，体现整体性，更符合常规的综合评价思维。

缺点：当评价因素很多时，可能会导致结果“均化”，不易突出主要矛盾。

# (1) 方法原理

$$B = A \circ R = (0.6, 0.4) \circ \begin{bmatrix} 0.1 & 0.5 & 0.9 \\ 0.2 & 0.7 & 0.8 \end{bmatrix} \\ = (b_1, b_2, \dots, b_n)$$

$$m = 2, n = 1$$

$$i = 1: a_1 \cdot r_{11} = 0.6 \cdot 0.1 = 0.06$$

$$i = 2: a_2 \cdot r_{21} = 0.4 \cdot 0.2 = 0.08$$

$$b_1 = \sum_{i=1}^2 (a_i \cdot r_{i1}) = 0.06 + 0.08 = 0.14$$

$$m = 2, n = 2$$

$$i = 1: a_1 \cdot r_{12}$$

$$i = 2: a_2 \cdot r_{22}$$

$$b_2 = \sum_{i=1}^2 (a_i \cdot r_{i2})$$

$$m = 2, n = 3$$

$$i = 1: a_1 \cdot r_{13}$$

$$i = 2: a_2 \cdot r_{23}$$

$$b_3 = \sum_{i=1}^2 (a_i \cdot r_{i3})$$

	较差	一般	良好
食材新鲜度	$r_{11}$	$r_{12}$	$r_{13}$
口感	$r_{21}$	$r_{22}$	$r_{23}$

$$b_i = \sum_{i=1}^m (a_i \cdot r_{in})$$

$$B = (0.14, 0.58, 0.86)$$

$$B = (0.08, 0.3, 0.54)$$

$$B = (0.2, 0.5, 0.6)$$

上述算子计算出的 $b_i$ 值不一定在[0, 1]范围内，需要后续进行归一化处理（通常是除以所有 $b_i$ 之和）。

## (2) 建模步骤与案例应用

单独对某一层次的某一个目标进行评判，以确定评判对象对判定评价集元素的隶属程度，称为**单因素评判**。  
通过单因素评判可以确定每个因素对于各评价等级的隶属度。

**多级模糊综合评价**：先按**最低层次**的各个因素进行综合评价，然后再按**上一层次**的各目标进行综合评价。这样**逐层依次往上**评价，直到最高层得出总的评价结果。

步骤1：确定因素集  $U = \{U_1, U_2, \dots, U_m\}$  和评价集  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$

步骤2：建立权重集  $A = (a_1, a_2, \dots, a_m)$

步骤3：进行单因素评判，建立模糊评价矩阵

步骤4：选择合成算子，进行模糊综合评价

## (2) 建模步骤与案例应用

供应商能力综合评价指标体系

一级指标	二级指标	一级指标	二级指标
产品质量能力 $U_1$	产品合格率 $u_{11}$	企业竞争能力 $U_3$	人员素质 $u_{31}$
	产品返修率 $u_{12}$		财务能力 $u_{32}$
	产品退货率 $u_{13}$		企业文化 $u_{33}$
生产管理能力 $U_2$	价格水平 $u_{21}$		服务水平 $u_{34}$
	准时交货率 $u_{22}$		企业成熟度 $u_{35}$
	市场占有率 $u_{23}$	市场柔性能力 $U_4$	产品多样性 $u_{41}$
	流程优化度 $u_{24}$		产品开发能力 $u_{42}$
			科研能力 $u_{43}$
		信息化能力 $U_5$	信息开放度 $u_{51}$
			信息集成度 $u_{52}$

- 评价集：{高，较高，一般，低}
- 100位专家对四个等级进行投票（只能选1个）
- 已知二级指标权重和模糊评价矩阵，请用三类合成算子分别进行综合评价：一级综合评价→二级综合评价

## (2) 建模步骤与案例应用

供应商能力综合评价指标体系【最大-最小】

	高	较高	一般	低
B	0.4	0.35	0.35	0.1
产品质量能力b1	0.5	0.35	0.35	0.1
生产管理能力b2	0.3	0.3	0.2	0.1
企业竞争能力b3	0.2	0.25	0.3	0.15
市场柔性能力b4	0.4	0.3	0.3	0.2
信息化能力b5	0.45	0.35	0.2	0.1

## (2) 建模步骤与案例应用

供应商能力综合评价指标体系【乘积-最大】

	高	较高	一般	低
B	0.11	<u>0.07</u>	<u>0.056</u>	<u>0.016</u>
产品质量能力b1	0.275	0.175	0.14	0.04
生产管理能力b2	0.12	0.12	0.06	0.03
企业竞争能力b3	0.11	0.075	0.135	0.03
市场柔性能力b4	0.22	0.12	0.12	0.08
信息化能力b5	0.27	0.15	0.12	0.06

## (2) 建模步骤与案例应用

供应商能力综合评价指标体系【加权和】

	高	较高	一般	低
B	<u>0.41425</u>	<u>0.31075</u>	<u>0.19725</u>	<u>0.07775</u>
产品质量能力b1	0.415	0.305	0.22	0.06
生产管理能力b2	0.425	0.37	0.14	0.065
企业竞争能力b3	0.3425	0.3075	0.2625	0.0875
市场柔性能力b4	0.31	0.26	0.23	0.2
信息化能力b5	0.49	0.29	0.16	0.06



### (3) 方法评价

- **能处理模糊性与不确定性：**把定性、半定量信息用模糊集合和隶属度来表示，适合含有主观判断的评价场景。
- **将定性指标量化：**通过语言变量到隶属度的映射，实现对定性指标的量化处理，便于综合比较。
- **结果直观、易于沟通：**通常给出一个综合等级或分值，便于决策者理解和传达。
- **适用于多指标综合评价：**在指标数量较多、且各指标重要性需合成时尤其有效。
- **灵活性高：**可以与权重确定方法（如熵权法、AHP 等）结合，形成层次化、数据驱动或专家驱动的评价体系。



- **主观性较强：**隶属度函数的设定、语言变量的划分以及等级阈值等都易引入主观偏差。
- **需要专业经验以设定合理范围：**在实践中往往需要领域专家参与，否则结果易失去可信度。
- **模型设定敏感性大：**不同的隶属度、聚合方式可能导致显著不同的综合结果，缺乏唯一性。
- **运算量可能较大：**当评价指标较多、评价集较大时，模糊综合评价法的运算量会显著增加，尤其是在多次迭代或动态评价时，可能需要较长的计算时间。
- **结果的可比性限制** 尽管可以得出模糊等级，但不同评价主体或不同时间进行的模糊综合评价，如果其隶属度函数、权重、评价集等设置不一致，其结果可能不具有直接的可比性。



# 课堂总结

---



重点总结

Key summary

- **FCE建模原理**
- **FCE建模步骤**
- **FCE案例分析与Excel实操**

# 课后练习

---



## 拓展练习

1. 基于最大最小合成算子的供应商能力评价
2. 基于乘积最大合成算子的供应商能力评价
3. 基于加权和合成算子的供应商能力评价

## 参考答案

1. 关联规则
2. AHP
3. GRA