

## Übung 6

Ausgabe: 06.11.2017

Abgabe: 14.11.2017

### Aufgabe 1: Umkehrung des Carnot-Prozesses

Die Umkehrung des Carnot-Prozesses (siehe Abbildung 10, Skript ab Seite 88) wird auch Carnot-Kältepumpe genannt. Dabei wird der Kreislauf unter Zuführung von Energie in umgekehrter Richtung durchlaufen. Der Schritt (D  $\rightarrow$  C) ist dann eine isotherme Expansion, wobei Wärme aus dem kälteren Reservoir aufgenommen wird. Entsprechend wird dann bei der isothermen Kompression (B  $\rightarrow$  A) Wärme abgegeben. Die Kältepumpe führt also Wärme vom kälteren Reservoir ins wärmere. Als Leistungszahl wird, in Analogie zum Wirkungsgrad des Carnot-Prozesses, das Verhältnis der abgeführten Wärme  $q_k$  zur aufgewendeten Arbeit  $w_{\text{ext}}$  angegeben als

$$\varepsilon = \frac{q_k}{w_{\text{ext}}}. \quad (1.1)$$

*Zur Erinnerung:* Im Carnot-Prozess sind alle Schritte reversibel.

Eine Carnot-Kältepumpe, gefüllt mit 0.2 mol eines idealen, einatomigen Gases, hat ein maximales Volumen von 3L. Die Pumpe operiert zwischen einer warmen Umgebung bei  $T_w = 25^\circ\text{C}$  und einer kalten Umgebung bei  $T_k = -18^\circ\text{C}$  und gibt die Wärmemenge  $q_w = -772.5\text{ J}$  an die warme Umgebung ab.

- Berechnen Sie aus den gegebenen Werten die ausgetauschte Wärme aller Zwischenschritte, sowie die benötigte externe Arbeit und die Leistungszahl.
- Berechnen Sie die Volumina an den Punkten A, B, C und D.

### Aufgabe 2: Das Konzept der Reversibilität

Diese Aufgabe soll das Konzept der Reversibilität anhand des zweiten Hauptsatzes verdeutlichen. Betrachten wir einen Festkörper mit der Masse  $m = 0.1\text{ kg}$  und der Temperatur  $T_1 = -3.15^\circ\text{C}$ , welcher in ein Reservoir mit einer konstanten Temperatur von  $T_2 = 26.85^\circ\text{C}$  gebracht werden soll. Bei dieser Aufgabe muss man die Temperaturen in Kelvin umrechnen. Dabei ergeben sich sehr schöne Zahlenwerte. Vernachlässigen wir den thermischen Ausdehnungskoeffizient des Festkörpers. Nach der Dulong-Petit-Regel ist die molare Wärmekapazität eines Festkörpers im Raumtemperaturbereich näherungsweise  $3R$  ( $R$  ist die ideale Gaskonstante) mit  $C_p = C_V = 25.3\text{ J K}^{-1}\text{mol}^{-1}$ .

- Der Festkörper wird mit dem Reservoir in Kontakt gebracht. Dabei erhöht sich dessen Entropie um  $1.35\text{ J K}^{-1}$ . Betrachten wir unseren Festkörper als ein reines Kristallgitter aus einem einzigen Element. Aus was für einem Element besteht unser Kristall? Zum Nachprüfen: Das Element wird seit Jahrtausenden für rituelle Gegenstände und Schmuck verwendet. Heute wird es auch als Lebensmittelzusatzstoff mit der E-Nummer E175 verwendet.
- Würden Sie erwarten, dass sich die Entropie des Reservoirs um den gleichen Betrag wie die des Festkörpers ändert? Begründen Sie Ihre Antwort. Berechnen Sie anschließend die Entropieänderung des Reservoirs.

- c) Welche Größe gibt an, ob ein Prozess reversibel oder irreversibel abläuft? Berechnen Sie diese Größe für den gegebenen Prozess für das abgeschlossene System aus dem Festkörper und dem Reservoir.
- d) *Zusatzaufgabe:* Der Festkörper der Temperatur  $T_1$  werde zuerst mit einem Reservoir der Temperatur  $T_z = 285$  K ins Gleichgewicht gebracht und erst dann mit dem Reservoir der Temperatur  $T_2 = 300$  K, d.h. die Erwärmung erfolgt jetzt in zwei Schritten. Bestimmen Sie wiederum die Entropieänderungen im Festkörper und der jeweiligen Umgebung. Vergleichen Sie die für c) und d) erhaltenen Resultate. Wie könnte man den Festkörper reversibel auf  $T_2$  erwärmen?

### Aufgabe 3: Mischungsentropie

- a) Wir mischen 1 mol Sauerstoff ( $O_2$ ) mit 3 mol Kohlendioxid ( $CO_2$ ), bei konstanter Temperatur  $T$  und konstantem Druck  $p$ . Berechnen Sie die Änderung der Entropie,  $\Delta s_1$  (nehmen Sie hier bei ideales Gasverhalten an).
- b) Jetzt mischen wir 2 mol Kohlendioxid mit einer Mischung aus 1 mol Sauerstoff und einem mol Kohlendioxid, bei konstanter Temperatur  $T$  und konstantem Druck  $p$ . Berechnen Sie die Änderung der Entropie,  $\Delta s_2$ .
- c) Ist  $\Delta s_1$  kleiner oder grösser als  $\Delta s_2$ ? Geben Sie eine qualitative Erklärung.

*Hinweis:*  $s_{\text{Mischung}} = \sum_i n_i S_i = \sum_i (n_i C_{p,i} \ln T - n_i R \ln p_i + n_i \text{Const}_i)$ ,  $\text{Const}_i$  ist eine Konstante.