Übung 1

Ausgabe	19.2.2018
Abgabe	26.2.2018

1 Allgemeine Betrachtungen zu Transportprozessen

1. Inwiefern sind die folgenden Beobachtungen mit dem ersten Fick'schen Gesetz verknüpft?
   a) Barfuss gehen auf einem 20 °C kalten Steinboden fühlt sich kälter an als auf einem gleichkalten Parkettboden.
   b) Die Entropie eines abgeschlossenen Systems nimmt nie ab.
   c) In einer kalten Winternacht kühlt eine heisse Tasse Glühwein rascher draussen ab als im Haus.
2. Im Aufgabenteil 1.1a haben der Steinboden und der Parkettboden andere Materialeigenschaften, welche dazu führen, dass wir diese wärmer oder kälter wahrnehmen mit den Füssen.
   a) Welches ist die analoge Grösse bei Molekültransport in einem Dichtegradient?
   b) Welches ist die analoge Grösse bei einem Ionentransport in einem elektrischen Feld?

2 Integrationsregeln, Integrationsverfahren

- Potenzregel: $\int (f(x))^n f'(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{n+1}(f(x))^{n+1} + C,\ n \neq -1,\ C \in \mathbb{R}$
- Substitutionsregel: $\int f(g(x))\,g'(x)\,\mathrm{d}x = \int f(t)\,\mathrm{d}t$, wobei $t = g(x)$
- Partielle Integration: $\int u(x) \cdot v'(x)\,\mathrm{d}x = u(x) \cdot v(x) - \int v(x) \cdot u'(x)\,\mathrm{d}x$
- Logarithmische Integration: $\int \frac{f'(x)}{f(x)}\,\mathrm{d}x = \ln|f(x)| + C,\ C \in \mathbb{R}$

Berechnen Sie die folgenden bestimmten und unbestimmten Integrale

1. $\int c(2+z^2)z^{n-1}\,\mathrm{d}z,\ c \in \mathbb{R}$

2. $\int ka^z\,\mathrm{d}z,\ a,\ k \in \mathbb{R}$

3. $\int \frac{1}{ay+b}\,\mathrm{d}y$

4. $\int_0^{\pi} \sin^2(ax)\ \mathrm{d}x,\ a \in \mathbb{Z}$, mittels partieller Integration

3 Partielle Ableitungen, Produktregel, Kettenregel

1. Man berechne die partiellen Ableitungen $\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_y$, $\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right)_y$, $\left(\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\right)_x$ der Funktion

$$f(x,y) = y \cdot e^{ax} + \frac{x}{y} + y\cos x - y\sin y.$$

2. Das molare Volumen V_m ist nach dem idealen Gasgesetz gegeben durch

$$V_m = \frac{RT}{p}$$

Man leite V_m partiell nach p und T ab.

4 Taylor Reihe

Die Taylor Reihe an der Entwicklungsstelle x_0 ist die zu $y = f(x)$ gehörende Potenzreihe, wobei f beliebig oft stetig differenzierbar sein muss:

$$f(x) = \underbrace{f(x_0)}_{\text{0. Ordnung}} + \underbrace{\frac{f'(x_0)}{1!}(x-x_0)}_{\text{1. Ordnung}} + \underbrace{\frac{f''(x_0)}{2!}(x-x_0)^2}_{\text{2. Ordnung}} + \cdots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!}(x-x_0)^k$$

1. Man entwickle die Funktion $f(x) = \ln x$ bis k=2 und k=3 (d.h. bis zur zweiten bzw. dritten Ordnung) um $x_0 = 1$ in eine Taylor Reihe. Berechnen Sie daraus $f(2)$ und vergleich Sie das Resultat mit dem numerischen Wert für $\ln 2$.

2. Entwickeln Sie folgende Funktionen mittels Taylor Reihe bis zur 2. Ordnung um $x_0 = 0$:

$$\begin{aligned} g(x) &= n(x) \cdot \cos x \\ h(x) &= \ln(1+x) \end{aligned}$$