Mathematik II (BIOL, HEST, PHAR) FS 2017
Prof. W. Farkas

Probetest zur Vorlesung Mathematik II

Bitte ausfüllen!

Name:	
Vorname:	

Bitte nicht ausfüllen!

Aufgabe	Punkte	Max. Punkte
1		12
2		13
Total		25

Für die Bearbeitung des Tests haben Sie 90 **Minuten** Zeit.

Aufgaben

---

1. (*12 Punkte*)

a) Die Antworten in dieser Aufgabe müssen Sie **nicht** begründen. Geben Sie die Antworten direkt auf dem Aufgabenblatt an.

- Jedes lineare Gleichungssystem mit weniger Gleichungen als Unbekannten hat mindestens eine Lösung.

  ◯ richtig ◯ falsch

- Sei $c \in \mathbb{R}$. Gegeben sind die drei Vektoren

$$\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

  Wie muss c gewählt werden, damit die drei Vektoren linear **abhängig** sind?

  $c =$ ______________

- Für beliebige (3,3)-Matrizen A,B gilt $\det(A+B) = \det(A) + \det(B)$.

  ◯ richtig ◯ falsch

- Die Zahl 0 kann nicht Eigenwert einer invertierbaren Matrix sein.

  ◯ richtig ◯ falsch

b) Sei

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & \mu \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & \mu+1 \end{pmatrix}.$$

Finden Sie alle $\mu \in \mathbb{R}$, sodass das homogene lineare Gleichungssystem $Bx = 0$ nur die triviale Lösung besitzt.

c) Seien

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad b = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Lösen Sie das lineare inhomogene Gleichungssystem $Ax = b$ mit dem Gaussverfahren.

d) Die Matrix C sei

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Finden Sie die Eigenwerte von C und geben Sie **einen** Eigenvektor zum grössten der Eigenwerte von C an.

2. (*13 Punkte*)

a) Bestimmen Sie $z_0 \in \mathbb{R}$ so, dass der Punkt $P = (1, 2, z_0)$ auf der Fläche in $\mathbb{R}^3$ gegeben durch die Gleichung

$$z = \ln(x^2 + y^2 + 1) - \ln(6)$$

liegt. Bestimmen Sie anschliessend die Gleichung der Tangentialebene an diese Fläche im Punkt P.

b) Bestimmen Sie die kritischen Punkte der Funktion f gegeben durch

$$f(x, y) = 3x^2 + 6xy + \frac{1}{6}y^3 + \frac{27}{2}y$$

und geben Sie jeweils an, ob es sich bei diesen Stellen um ein relatives Maximum, Minimum oder um einen Sattelpunkt handelt.

c) Sei die Funktion g gegeben durch

$$g(x, y) = 2x^3 - y^2 - 8x - 4y.$$

Wir betrachten die Höhenlinie der Funktion g zur Höhe 0, also die Kurve in $\mathbb{R}^2$, die gegeben ist durch die Gleichung $g(x, y) = 0$.

Finden Sie den Punkt (x_0, y_0) auf der Kurve (also auf der Höhenlinie zur Höhe 0) mit Koordinaten $x_0 = -2$ und $y_0 < 0$.

Berechnen Sie anschliessend die Steigung der Kurve in diesem Punkt aus.

d) Sei eine Kurve in $\mathbb{R}^2$ gegeben durch die Gleichung

$$x^3 - 3x^2 = 4 - 4y^2.$$

In welchen Punkten (x, y) besitzt diese Kurve horizontale Tangenten?