Thermodynamik: Freiheitsgrade

Was nützen mir Freiheitsgrade?

Als Freiheitsgrade bezeichnet man die voneinander unabhängigen Parameter, mit denen die Bewegung eines physikalischen Körpers beschrieben werden kann. In der Thermodynamik ist dieser Körper ein Molekül, das aus einem oder mehreren Atomen zusammengesetzt ist. Die Anzahl und Ausrichtung der Atome bestimmt dabei die Anzahl der Freiheitsgrade. Es wird zwischen Translations- und Rotationsfreiheitsgraden unterschieden (bei hohen Temperaturen zusätzlich noch Vibrationsfreiheitsgrade).

Kennt man die Anzahl f der Freiheitsgrade, so kann man die spezifischen Wärmen C_V und C_P wie folgt berechnen:

$$C_V = n\frac{f}{2}R,$$

$$C_P = n\frac{f+2}{2}R,$$

wobei R wie immer die universelle Gaskonstante ist und wir meistens die Anzahl Mole n=1 setzen können. Daraus ergibt sich auch eine neue Formel für den Adiabatenindex:

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{f+2}{2}.$$

Die innere Energie U des idealen Gases hängt wie besprochen nur von der Temperatur T ab. Man kann zeigen, dass sie durch den folgenden Ausdruck gegeben ist:

$$U = \frac{f}{2}nRT = \frac{f}{2}Nk_BT.$$

Mit der idealen Gasgleichung ist dies äquivalent zu

$$U = \frac{f}{2}pV.$$

Die Top-5 der häufigsten Moleküle & deren Freiheitsgrade

- Die Anzahl Translationsfreiheitsgrade ist jeweils 3, da eine Translation in x, y und z möglich ist.
- Für die Rotationsfreiheitsgrade überlegt ihr euch, auf wie viele Arten ihr das Molekül um seine Symmetrieachse drehen könnt. (Bei linearen 2- und 3-atomigen Molekülen: Nehmt die Symmetrieachse senkrecht zur Verbindungsachse der Atome.)
- Freiheitsgrade spielen nicht nur in der Thermodynamik eine Rolle; zum Vergleich ist hier noch der starre Körper aufgeführt.

| | Freiheitsgrade | | | C_V | C_P | γ |
|---------------------------|----------------|----------|-------|------------------|------------------|----------|
| | Translation | Rotation | Total | | | |
| 1-atomiges Gas | 3 | 0 | 3 | 3/2 R | 5/2 R | 5/3 |
| 2-atomiges Gas | 3 | 2 | 5 | $5/2 \mathrm{R}$ | $7/2~\mathrm{R}$ | 7/5 |
| 3-atomiges Gas, gewinkelt | 3 | 3 | 6 | 3 R | 4 R | 4/3 |
| 3-atomiges Gas, linear | 3 | 2 | 5 | $5/2~\mathrm{R}$ | 7/2 R | 7/2 |
| starrer Körper | 3 | 3 | 6 | - | - | - |