

Version 2017-04-20 – Abgabe am Freitag 29. April 2017 in der Vorlesung oder im Study Center

**Aufgabe 9.1.** *Diffusion von Acetylcholin in der motorischen Endplatte* [++]

Die **motorische Endplatte** überträgt die Erregung von einer Nervenfasern auf die Muskelfaser. Wir wollen herausfinden, nach welcher Zeit ein aus der Präsynapse freigesetzter **Acetylcholin**-Neurotransmitter die Rezeptoren der postsynaptischen erreicht. Die Transmitter diffundieren über den synaptischen Spalt der Breite  $L = 50 \text{ nm}$ .



- (a) Zuerst müssen wir die Diffusionskonstante von Acetylcholin im synaptischen Spalt finden. Eine Suche in der Datenbank [BioNumbers](#) ergibt  $D = 400 \mu\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ . Wir überprüfen, dass diese Grössenordnung sinnvoll ist, um Fehler oder Missverständnisse bei der Datenbanksuche auszuschliessen.

Der Diffusionskoeffizient  $D$  von kugelförmigen Teilchen kann anhand der *Stokes-Einstein-Gleichung* berechnet werden

$$D = \frac{k_B T}{6\pi\eta r} \quad (1)$$

wobei  $k_B$  die Boltzmannkonstante,  $T$  die Temperatur,  $\eta$  die Viskosität der Flüssigkeit und  $r$  der Radius des Teilchens sind. Berechnen Sie die Diffusionskonstante von Acetylcholin im synaptischen Spalt unter den folgenden Annahmen:

- Ein Acetylcholin-Molekül ist etwa  $1 \text{ nm}$  lang und in grober Näherung kugelförmig.
- Die Temperatur ist  $T = 300 \text{ K}$  (Raumtemperatur).
- Die Boltzmannkonstante beträgt  $k_B = 1.4 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$ .
- Die Viskosität der Flüssigkeit im synaptischen Spalt ist etwa die von Wasser  $\eta = 1 \times 10^{-3} \text{ kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$ .

Wenn unsere Abschätzung in der gleichen Grössenordnung liegt rechnen wir mit dem Literaturwert  $D = 400 \mu\text{m}^2 \text{s}^{-1}$  weiter.

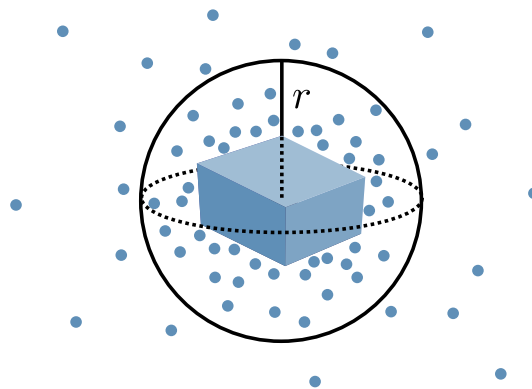
- (b) Auf welcher Zeitskala  $t_D$  ("Diffusionszeit") diffundiert ein Acetylcholin-Molekül bis zu der postsynaptischen Membran? Die Faustregel lautet: ein Teilchen ist über den Abstand  $L$  diffundiert wenn die Varianz des Ortsvektors des Teilchens  $\langle R^2 \rangle$  gleich dem Quadrat dieses Abstands ist.
- (c) Zur Zeit  $t = 0$  wird eine Menge Neurotransmitter aus einem Vesikel freigesetzt. Haben zu der Zeit  $t = t_D$  (mit  $t_D$  aus Teilaufgabe (b)) alle Neurotransmitter die postsynaptischen Membran erreicht?

- (d\*) Die tatsächlich beobachtete synaptische Verzögerungszeit ist von der Grössenordnung 1 ms. Interpretieren Sie diese Beobachtung im Lichte der obigen Ergebnisse.

### Aufgabe 9.2. Zuckergradient

[++]

Ein Zuckerwürfel wird in Wasser eingetaucht. Nach den ersten 50 Sekunden ist etwa ein Drittel, also eine Masse 1 g des Würfels aufgelöst. Die mittlere Auflösungsgeschwindigkeit beträgt also  $\Delta m / \Delta t = 20 \text{ mg s}^{-1}$ . Wir wollen den entsprechenden Gradienten der Konzentration  $C$  der Saccharosemoleküle in der Nähe des Würfels ausrechnen. Wir arbeiten dabei mit Stoffmengen (Einheit mol) und verwenden den Abstand  $r$  von dem Mittelpunkt des Würfels als Koordinate.



**Abbildung 9.1:** Zuckerwürfel und diffundierende Saccharosemoleküle. Wir nehmen an, dass die Diffusion kugelsymmetrisch erfolgt (was nicht ganz exakt stimmt, da der Würfel nicht symmetrisch ist). Die Diffusionsstromdichte ist also auf jeder Kugeloberfläche um den Würfel konstant.

- Wie hoch ist der gesamte Diffusionsstrom  $I_r$  der Saccharosemoleküle, die den Würfel verlassen? Anders formuliert: wie viele Saccharosemoleküle verlassen den Würfel pro Sekunde? Geben sie  $I_r$  in Einheiten von  $\text{mol s}^{-1}$  an. Die molare Masse von Saccharose ist  $M = 342 \text{ g mol}^{-1}$ .
- Wie hoch ist die Diffusionsstromdichte  $J_r(R)$  im Abstand  $R = 3 \text{ cm}$  von dem Würfel? Verwenden sie die Einheit  $[J_r] = \text{mol s}^{-1} \text{ m}^{-2}$ .
- Berechnen sie den Gradienten der Konzentration von Saccharose  $dC(r)/dr$  im Abstand  $R = 3 \text{ cm}$  von dem Würfel. Die Diffusionskonstante ist  $D = 7 \times 10^{-10} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ . Geben sie den Konzentrationsgradienten in sinnvollen Einheiten an.

*Hinweis. Mit unserer Notation lautet das erste Ficksche Gesetz*

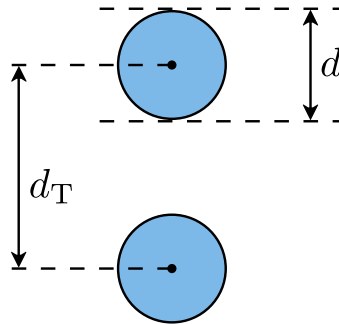
$$J_r(r) = -D \frac{dC(r)}{dr}. \quad (2)$$

- (d\*) In dieser Aufgabe haben wir mittlere Werte innerhalb der ersten 50 Sekunden betrachtet. Die instantane Auflösungsgeschwindigkeit des Würfels ist aber nicht konstant. Erklären sie qualitativ, wie sich die Auflösungsgeschwindigkeit mit der Zeit ändert. Nimmt sie in der ersten Paar sekunden zu oder ab?

### Aufgabe 9.3. Freie Weglänge

[+]

- (a) Bei welchen Verhältnis des Abstandes zwischen Teilchen  $d_T$  zu dem Durchmesser der Teilchen  $d$  ist die mittlere freie Weglänge  $\lambda$  gleich dem Abstand zwischen Teilchen  $d_T$ ? Anders gesagt, finden sie die Bedingung für  $d_T/d$  so dass  $\lambda = d_T$ . Die Größen  $d$  und  $d_T$  sind in Abbildung 9.2 zu sehen.



**Abbildung 9.2:** Abstand zwischen Teilchen und Durchmesser eines Teilchens.

- (b) Bei welcher Teilchendichte  $\rho_N$  ist für Moleküle des Durchmessers  $d = 4 \text{ \AA}$  die Bedingung  $\lambda = d_T$  erfüllt?