

# Übung 4

Ausgabe 13.03.2017

Abgabe 20.03.2017

## 1 Ostwald-Viskosimeter

Das Ostwald-Viskosimeter (Abb. 1), entwickelt von Wolfgang Ostwald, wird zur Bestimmung der Viskosität (Zähigkeit) einer Flüssigkeit benutzt. Dabei wird der Fluss der zu messenden Flüssigkeit durch ein dünnes Rohr gemessen. Ein festgelegtes Flüssigkeitsvolumen  $V$  läuft unter Druck  $p$  durch eine Kapillare mit der Länge  $L$  und dem Radius  $R$ . Gemessen wird die Zeit  $t$ , die das Flüssigkeitsniveau braucht, um von A nach B zu fallen. Die (dynamische) Viskosität ergibt sich dann aus dem Gesetz von Hagen-Poiseuille:

$$I = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{\pi R^4}{8\eta} \frac{\Delta p}{L} = \frac{\pi R^4}{8\eta} \frac{\partial p}{\partial z}.$$

Die Variablen sind wie folgt definiert:

$I$  Volumenstrom durch die Kapillare [ $\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$ ]

$R$  Innenradius [m]

$L$  Länge der Kapillare [m]

$\eta$  dynamische Viskosität der strömenden Flüssigkeit [ $\text{Pa} \cdot \text{s}$ ]

$\Delta p$  Druckdifferenz zwischen Anfang und Ende der Kapillare [Pa]

$z$  Flussrichtung.

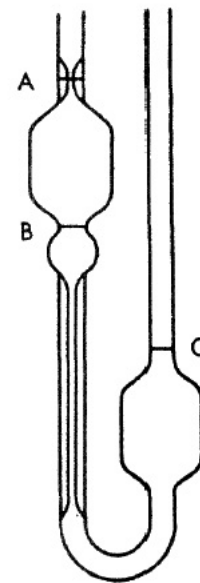


Abbildung 1:

Die Gleichung von Hagen-Poiseuille sagt aus, dass jedes Viskosimeter auf Grund seiner spezifischen Form eine eigene Viskosimeterkonstante besitzt.

1. Geben Sie die Viskosimeterkonstante als Funktion der drei Variablen  $\rho$ ,  $\eta$  und  $t$  an.  
*Hinweis:*  $\Delta p$  ist eine Funktion der Dichte der Flüssigkeit, der Flüssigkeitshöhe über der Kapillare und der Gravitationskonstante.

Die Durchlaufzeit für Wasser in einem Ostwald-Viskosimeter wird bei  $t_w = 427 \text{ s}$  bestimmt. Mit einem anderen Lösungsmittel ergibt sich eine Durchlaufzeit  $t_L = 340 \text{ s}$ . Folgende Werte sind gegeben (achten Sie auf die Einheiten!):

$$\eta_w = 1.0 \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

$$\rho_w = 0.998 \text{ g cm}^{-3}$$

$$\rho_L = 1.026 \text{ g cm}^{-3}$$

2. Wie gross ist die Viskosimeterkonstante?
3. Berechnen Sie die Viskosität  $\eta_L$  des Lösungsmittels.

## 2 Partikelradius von Lysozym

Lysozym ist ein Protein, welches aus 129 Aminosäurenresten besteht. Die 3-D Struktur von Lysozym ist annähernd kugelförmig (bzw. ein kugelförmiges Partikel). Für eine ideal verdünnte wässrige Lösung bei 20 °C sind die folgenden Daten für Lysozym bekannt:

Diffusionskoeffizient	$D = 1.10 \times 10^{-10} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$
partiell spezifisches Volumen	$\tilde{V} = 0.69 \text{ cm}^3 \text{ g}^{-1}$
Molmasse	$M = 14300 \text{ g mol}^{-1}$

1. Berechnen Sie aus dem Diffusionskoeffizienten den Reibungskoeffizienten und aus diesem den Partikelradius. Für die Viskosität der Lösung, verwenden Sie den Wert für reines Wasser bei 20 °C  $\eta = 1.002 \times 10^{-3} \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$ .
2. Berechnen Sie aus dem partiellen spezifischen Volumen (Definition im Skript **II.7.1**) das Partikelvolumen und daraus wiederum den Partikelradius.
3. Erklären Sie den Unterschied zwischen den beiden Resultaten für den Partikelradius.

## 3 Elektrophorese und Ionengeschwindigkeit

Kugelförmige Zellen mit dem Radius 3.5  $\mu\text{m}$  bewegen sich unter dem Einfluss eines konstanten elektrischen Feldes  $\vec{E}$  der Feldstärke 7500  $\text{V m}^{-1}$  bei einer Temperatur von 298 K. Die Zellen befinden sich in einer wässrigen Lösung der Viskosität  $\eta = 1.3 \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$ . Die Ladungsdichte  $\sigma$  der Zelloberflächen beträgt eine Elementarladung pro 8.0  $\text{nm}^2$ .

1. Berechnen Sie den Betrag der Wandergeschwindigkeit der Zellen. Setzen Sie dazu die Kraft, die das elektrische Feld auf die Zellen ausübt, der Reibungskraft gleich. Die Ionenwolke, die sich um die Zelle herum bildet, wird dabei vernachlässigt.
2. Die elektrophoretische Mobilität kann dazu benutzt werden um die Grösse eines geladenen Partikels abzuschätzen:
  - a) Bestimmen Sie anhand der Beziehung aus 3.1 was die Beziehung zwischen der Grösse (Radius) einer Zelle und ihrer Mobilität ist.
  - b) Erwarten Sie die selbe Beziehung für doppelsträngige DNA mit einer Länge von 1000 Basenpaaren?
  - c) Welche Rolle spielt das Detergenz SDS in der Protein Elektrophorese?
  - d) In der Analyse von DNA und Proteinen ist die Gelelektrophorese eine weit verbreitete Methode. Erklären Sie die Rolle welche das Gel dabei spielt. Leiten Sie aus den Kräftegleichgewichten, welche Sie in 3.1 bestimmt haben, ab welche Faktoren das Gel am Stärksten beeinflussen.

Bei der Elektrolyse von reinem Wasser wird Wasser zu Sauerstoff und Wasserstoff gespalten. Die dafür benötigte Zersetzungsspannung ist pH-Wert abhängig. Für die anodische Sauerstoff- und kathodische Wasserstoffbildung im sauren Milieu muss eine Spannung von  $U = 1.23 \text{ V}$  angelegt werden. Die Elektroden haben einen Abstand von 11 cm.

3. Analog zu 3.1, zeigen Sie, dass die Geschwindigkeit der Ionen mit folgender Formel berechnet werden kann:

$$\vec{v}_x = -D \frac{z_i F}{RT} \frac{d\varphi}{dx}, \quad (1)$$

wobei die Variablen wie folgt gegeben sind:

- a)  $D$  Diffusionskonstante des Ions
  - b)  $F$  Faradaykonstante
  - c)  $\varphi$  elektrisches Potential
  - d)  $z_i$  Ladungszahl.
  - e) Die  $x$ -Achse liegt entlang der Verbindungsline der beiden Elektroden, d.h. wir betrachten eine eindimensionale Bewegung.
4. Berechnen Sie die Driftgeschwindigkeit von Protonen bei  $T = 298 \text{ K}$ . Der Diffusionskoeffizient von Protonen in reinem Wasser beträgt  $D_{\text{H}^+} = 9.3 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ .
5. Warum diffundieren  $\text{H}^+$  Ionen 5 mal schneller in Wasser als alle andere Ionen (schneller als man erwarten würde, wenn man den Radius bedenkt)? Warum diffundieren  $\text{Cs}^+$  Ionen 2 mal schneller in Wasser als  $\text{Li}^+$  Ionen, obwohl sie einen doppelt so grossen Radius haben?
6. Der Gesamtfluss der Ionen wird durch die Nernst-Planck Gleichung beschrieben:

$$\Phi = \frac{J}{A} = -D \left( \frac{dc}{dx} + c_i \frac{z_i F}{RT} \frac{d\varphi}{dx} \right). \quad (2)$$

Leiten Sie die Nernst-Planck Gleichung aus Gleichung 1 und dem Ersten Fick'schen Gesetz her.

7. Welcher Term der Nernst-Planck Gleichung dominiert den Vorgang
- f) zu Anfang und
  - g) während der Elektrolyse unter den gegebenen Bedingungen?