

Serie 12

Aufgabe 1

Lösen Sie die folgenden Differentialgleichungen/Anfangswertprobleme mit der Methode der Variation der Konstanten.

- a) $y'(x) = y(x) + x$
- b) $y'(x) - y(x) = xe^{-x}$
- c) $y'(x) + 2y(x) = e^{3x}$
- d) $y'(x) = x^2 + 4 - \frac{y(x)}{x}$ mit $y(2) = 10$

Aufgabe 2

Sei $y(t)$ der Bestand einer Bakterienkultur zur Zeit t (in Stunden). Die Bakterienkultur wächst so, dass die momentane Veränderungsgeschwindigkeit ihres Bestands zur Zeit t proportional zum halben Kehrwert von $y(t) + 1$ ist. Die Konstante $\alpha > 0$ beschreibe diese Proportionalität.

- a) Stellen Sie die dazugehörige Differentialgleichung auf.
- b) Zeigen Sie, dass jede Funktion y , die für alle $t \geq 0$ die Gleichung

$$y(t)^2 + 2y(t) = \alpha t + C$$

für eine feste Konstante $C \in \mathbb{R}$ erfüllt, auch die Differentialgleichung aus Teilaufgabe a) erfüllt.

- c) Zu Beginn des Experimentes sei der Bestand der Bakterienkultur 1, nach drei Stunden dann 3. Bestimmen Sie damit die Proportionalitätskonstante α und die Konstante C .
 - (i) Wann beträgt der Bestand 9?
 - (ii) Wie gross ist die Kultur nach 2 Tagen?

Aufgabe 3

Lösen Sie die folgenden Differentialgleichungen 1. Ordnung. Verwenden Sie dabei jeweils diejenige Methode, die Ihnen am besten erscheint.

a) $y'(x) = x y^2(x) + x$

b) $xy'(x) = y(x) + 2x$

c) $y'(x) = (x - y(x) + 1)^2$

Aufgabe 4

Lösen sie folgende homogene lineare Differentialgleichungen/Anfangswertprobleme 2. Ordnung mit Konstanten Koeffizienten.

a) $y''(x) + 2y'(x) + y(x) = 0$ mit $y(0) = y'(0) = 1$

b) $y''(x) - y'(x) - 2y(x) = 0$

Abgabe der schriftlichen Aufgaben

Dienstag, den 23.05.2017 / Mittwoch, den 24.05.2017 in den Übungsstunden und ausserhalb der Zeiten in den Fächern im HG E 66.1.

Präsenz der Assistenzgruppe

Zweimal in der Woche beantworten Doktoranden in einer Präsenz Fragen: Montag und Donnerstag von 12 bis 13 Uhr im HG G 32.6.