

## Serie 7

### Aufgabe 1

- a) Gegeben sei eine Fläche im Raum  $\mathbb{R}^3$  durch

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z - 4 = 0\}.$$

Bestimmen Sie die Gleichung der Tangentialebene an die Fläche im Punkt  $(1, 2, -1)$ .

**Hinweis:** Die Fläche kann als Graph der Funktion  $g(x, y) = 4 - x^2 - y^2$  gesehen werden.

- b) Gegeben sei die Funktion  $f$  durch

$$f(x, y) = \frac{x}{x^2 + y^2}$$

auf dem Definitionsbereich  $D = \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$ . Bestimmen Sie die Gleichung der Tangentialebene an den Graphen der Funktion  $f$  im Punkt  $(1, 1, \frac{1}{2})$ .

### Aufgabe 2

- a) Für die Funktion  $f$  mit  $f(x, y) = \frac{x}{x^2 + y^2}$  aus Aufgabe 1b) setzen wir

$$x = x(r, \phi) = r \cos(\phi) \text{ und } y = y(r, \phi) = r \sin(\phi).$$

Bestimmen Sie für die Funktion  $F$  mit  $F(r, \phi) = f(x(r, \phi), y(r, \phi))$  die partiellen Ableitungen 1. Ordnung  $F_r(r, \phi)$  und  $F_\phi(r, \phi)$  mithilfe der Kettenregel (für Funktionen mit zwei Parametern).

Verifizieren Sie Ihr Resultat, indem Sie zuerst die Parametergleichungen in die Funktionsgleichung einsetzen und dann nach den Parametern  $r$  und  $\phi$  ableiten.

- b) Sei  $F$  mit  $F(s, t) = f(x(s, t), y(s, t))$  eine Funktion mit

$$f(x, y) = x^2 y + x y^2, \quad x(s, t) = s + t \quad \text{und} \quad y(s, t) = s - t.$$

Bestimmen Sie mithilfe der Kettenregel die partiellen Ableitungen 2. Ordnung  $F_{ss}(s, t)$ ,  $F_{st}(s, t)$  und  $F_{tt}(s, t)$ .

### Aufgabe 3

Sei  $F(x, y) = x^2 - y^2 - 3xy + 1$ . Eine Kurve in der  $(x, y)$ -Ebene sei gegeben durch die Bedingung  $F(x, y) = 0$ .

- a) Finden Sie alle Schnittpunkte der Kurve mit der Geraden gegeben durch  $y = -x - 1$ .
- b) Finden Sie die Tangente an die Kurve im Punkt  $(0, -1)$ .

### Aufgabe 4

Berechnen Sie die kritischen Punkte der gegebenen Funktionen  $f, g$  und  $h$ . Entscheiden Sie jeweils, ob relative Minima/Maxima oder Sattelpunkte vorliegen.

a)  $f(x, y) = 3xy - x^3 - y^3$

b)  $g(x, y) = x^3 + 2x^2y + 3y^2$

**Hinweis:** Für den einen kritischen Punkt gilt  $\Delta = 0$ . Trotzdem kann entschieden werden, ob dieser kritische Punkt ein relatives Minimum/Maximum oder ein Sattelpunkt ist.

c)  $h(x, y) = e^{x^2+y^2} - 8x^2 - 4y^2$

### Abgabe der schriftlichen Aufgaben

Dienstag, den **25.04.2017 (!!)** / Mittwoch, den **26.04.2017 (!!)** in den Übungsstunden und ausserhalb der Zeiten in den Fächern im HG E 66.1.

### Präsenz der Assistenzgruppe

Zweimal in der Woche beantworten Doktoranden in einer Präsenz Fragen: Montag und Donnerstag von 12 bis 13 Uhr im HG G 32.6.