Durchführungsdatum: 19.05.2017 **Probeprüfung** *Bearbeitungszeit: 150 min*

Diese Prüfung besteht aus 26 Seiten (einschliesslich des vorliegenden Deckblatts) und insgesamt 6 Aufgaben. Die maximal erreichbare Punktzahl sind 116 Punkte.

Bitte tragen Sie, bevor Sie beginnen, Ihren Namen, Vornamen und Ihre Legi-Nummer sauber und lesbar in BLOCKSCHRIFT in die nachfolgende Tabelle ein.

Name	
Vorname	
Legi-Nr	

Erlaubte Hilfsmittel:

- Zwei DIN A4 Blätter (4 Seiten) mit einer selbst verfassten Zusammenfassung.
- Taschenrechner ohne Kommunikationsschnittstellen.
- Wörterbuch für Fremdsprachige.

Hinweis:

- Bitte nummerieren Sie alle ihre Lösungsblätter und schreiben Sie auf jedes Blatt ihren Vor- und Nachnamen.
- Teile der Lösungen müssen Sie direkt auf dem Aufgabenblatt eintragen. Geben Sie daher am Ende ihre Lösungsblätter zusammen mit allen Aufgabenblättern ab.

Bewertungstabelle (Einträge nur von Lehrpersonen)

Frage:	Punkte:	Ergebnis:
Concept Questions	22	
Spinnennetz	20	
Frosch-Wettspringen	25	
Lemming-Ausbruch	16	
Brownsche Bewegung	23	
Raubmöwen	10	
Gesamtpunkte:	116	

Aufgabe 1: *Concept Questions* (22 Punkte)

(a) Rolf steht auf einem Skateboard und hält das eine Ende eines Seiles. Evelyn steht auf einem zweiten Skateboard und hält das andere Ende. Während Rolf an seinem Seilende zieht, hält Evelyn (weniger Masse als Rolf) ihres lediglich fest. Welche Aussage ist richtig wenn man Reibungskräfte vernachlässigt?

☐ Rolf bleibt stehen, er zieht Evelyn einfach zu sich her.

☐ Beide bewegen sich aufeinander zu. Dabei werden sie gleich stark beschleunigt.

√ **Beide bewegen sich aufeinander zu. Da Evelyn jedoch eine kleinere Masse hat als Rolf, wird sie stärker beschleunigt.**

☐ Beide bewegen sich aufeinander zu. Rolf wird dabei jedoch stärker beschleunigt, da er am Seil zieht während Evelyn es lediglich festhält.

(2 Punkte)

(b) Untenstehender Graph zeigt die Position s zweier Objekte A und B als Funktion der Zeit t. Welche Aussage ist richtig?

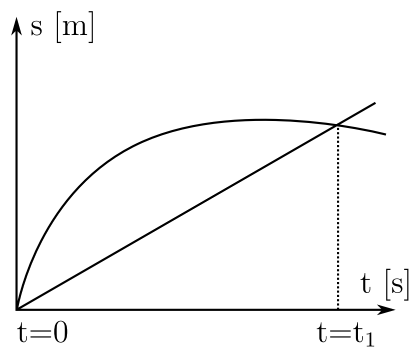
☐ Zur Zeit t_1 haben beide Objekte die gleiche Geschwindigkeit.

☐ Beide Objekte beschleunigen während des gesamten dargestellten Vorgangs.

√ **Zu mindestens einer Zeit $t < t_1$ haben beide Objekte die gleiche Geschwindigkeit.**

☐ Für einen Zeitpunkt im dargestellten Zeitintervall haben beide Objekte die gleiche Beschleunigung.

(2 Punkte)



(c) Welche der Aussagen ist richtig?

☐ Wenn ein Körper auf eine Höhe h angehoben wird, ist die verrichtete Arbeit geringer, wenn er auf einer schiefen Ebene heraufgeführt wird, als wenn er senkrecht angehoben wird. Grund dafür ist die Tatsache, dass die aufzuwendende Kraft auf der schiefen Ebene stets kleiner ist als beim direkten Heben des Körpers. Dabei hängt die geleistete Arbeit direkt von der Neigung der schiefen Ebene ab.

☐ Sie stehen mit einer sehr schweren Tasche an der Bushaltestelle. Damit die Tasche nicht auf den Boden fällt müssen sie physikalische Arbeit verrichten.

☐ Sie lassen Ihr Velo einen steilen Weg herunter rollen, wobei Sie so bremsen, dass die Geschwindigkeit konstant bleibt. Dabei wird keine mechanische Arbeit verrichtet, da es unmöglich ist auf einen Körper eine Kraft auszuüben, die Arbeit verrichtet, ohne die kinetische Energie des Körpers zu verändern.

$\surd$ **Ein Körper kann sich nicht geradlinig bewegen, wenn die auf ihn wirkende resultierende Kraft ungleich Null ist und keine Arbeit verrichtet.**

(2 Punkte)

(d) Die untenstehende Abbildung zeigt den Verlauf der Auslenkung y als Funktion der Zeit t bei einer harmonischen Schwingung. Welche Aussage ist richtig?

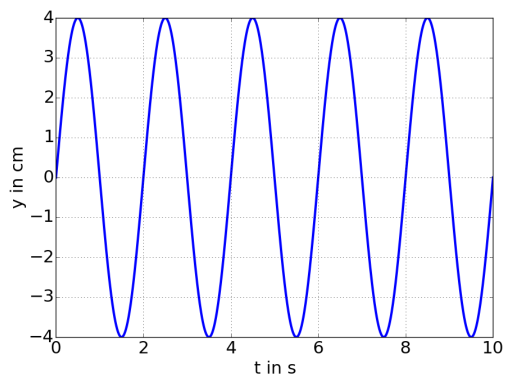
☐ Die Schwingungsdauer beträgt 1 s und die Amplitude ist 8 cm.

☐ Die Schwingungsdauer beträgt 1 s und die Amplitude ist 4 cm.

☐ Die Schwingungsdauer beträgt 2 s und die Amplitude ist 8 cm.

$\surd$ **Die Schwingungsdauer beträgt 2 s und die Amplitude ist 4 cm.**

(2 Punkte)



(e) Ein Golfball wird auf eine ursprünglich ruhende Bowlingkugel geschossen und stösst elastisch. Nach dem Stoss hat der Golfball im Vergleich zu der Situation vor dem Stoss...

☐ ...mehr Impuls aber weniger kinetische Energie.

☐ ...mehr Impuls und mehr kinetische Energie.

√ **...weniger Impuls und weniger kinetische Energie.**

☐ ...weniger Impuls aber mehr kinetische Energie.

(2 Punkte)

(f) Wir betrachten ein in der Mitte horizontal aufgehängtes Rohr, dessen beiden Enden mit Quecksilber gefüllt sind zwischen denen sich Luft befindet. Was passiert, wenn man die linke Seite des Rohres erhitzt?

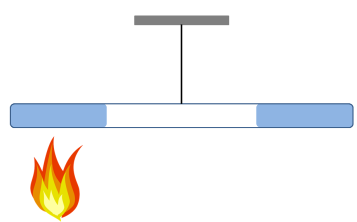
☐ Das linke Ende des Rohres sinkt nach unten.

√ **Das Rohr kippt nach rechts wodurch die linke Seite angehoben wird.**

☐ Die linke Seite wird leichter.

☐ Der Schwerpunkt des Systems verschiebt sich nach links.

(2 Punkte)



(g) Die Flamme einer brennenden Kerze ist bei absoluter Windstille immer nach oben gerichtet. Warum ist das so?

☐ Das bei der Verbrennung entstehende Produkt ist Kohlendioxid (CO_2). Dessen Moleküle sind deutlich leichter als die Sauerstoff (O_2)- und Stickstoffmoleküle (N_2) der Luft und steigen deshalb nach oben.

☐ Weil die Kerze und ihr Docht nach oben zeigen.

√ **Die Hitze der Flamme erwärmt das Gas in unmittelbarer Umgebung der Flamme. Dadurch sinkt dort die Dichte im Vergleich zur restlichen Umgebungsluft ab, sodass das warme Gas nach oben steigt.**

☐ Die Aussage ist per se so nicht korrekt.

(2 Punkte)

(h) Ein Körper bewegt sich mit der zeitabhängigen Geschwindigkeit $v(t) = ct^2\mathrm{e}^{-\gamma t}$. Dabei sind c und γ Konstanten. Welcher Ausdruck entspricht der zeitabhängigen Beschleunigung dieser Bewegung?

☐ $2ct\mathrm{e}^{-\gamma t}$

☐ $(2ct + \gamma)\mathrm{e}^{-\gamma t}$

√ $c(2t - \gamma t^2)\mathbf{e}^{-\gamma t}$

☐ $c(2t\mathrm{e}^{-\gamma t} + \gamma t^2\mathrm{e}^{-\gamma t})$

(2 Punkte)

(i) Bei der Betrachtung eines Baumes aus doppelter Distanz halbiert sich seine Grösse. Was geschieht mit einem Spiegelbild wenn man die Distanz zum Spiegel verdoppelt?

☐ Das Spiegelbild erscheint unverändert gross.

√ **Das Spiegelbild erscheint halb so gross.**

☐ Das Spiegelbild erscheint ein Viertel so gross.

☐ Das Spiegelbild erscheint drei Viertel so gross.

(2 Punkte)

(j) Zwei Materialblöcke A und B bestehen aus jeweils N ortsfesten identischen schwingenden Molekülen der Schwingungsfrequenz f, die untereinander Energiequanten austauschen können. Materialblock A enthält mehr Schwingungsenergie als Materialblock B. Welche der folgenden Aussagen ist richtig:

- ☐ Materialblock A hat eine höhere Entropie als Materialblock B und auch eine höhere Temperatur. Wenn man die beiden Materialblöcke zusammenbringt, geht Schwingungsenergie von A nach B über. Dabei nimmt die Gesamtentropie ab.

- √ **Materialblock B ist kälter als Materialblock A. Bringt man die beiden Blöcke zusammen, tauschen sie Wärme aus. Dabei sinkt die Entropie von Block A und die von Block B steigt. Am Ende haben beide Blöcke dieselbe Energie und auch dieselbe Entropie.**

- ☐ Bringt man die beiden Materialblöcke in thermischen Kontakt, so fliesst zunächst Wärme vom Block A zum Block B. Da das Gesamtsystem thermisch isoliert ist, ist System B dadurch irgendwann wärmer als System A, woraufhin sich der Prozess umdreht und Wärme von Block B zum Block A zurückfliesst. Über längere Zeit pendelt die Wärmeenergie also zwischen den beiden Systemen hin und her.

- ☐ Bringt man die beiden Blöcke in thermischen Kontakt, so versucht das Gesamtsystem seine Entropie zu maximieren. Das wird erreicht, indem einzelne Moleküle in Block A, die sich nahe an der Grenzfläche befinden, aufhören zu schwingen, weil sie ihre Energie an Moleküle in Block B abgeben, die sich nahe der Grenzfläche befinden. Dadurch haben am Ende beide Materialblöcke dieselbe Energie, aber die Energie bleibt in jedem Block ungleichmässig auf die Moleküle verteilt.

(2 Punkte)

(k) Ein Körper bewegt sich mit der zeitabhängigen Geschwindigkeit $v(t) = v_0 + \sin(2\pi t/T)$. Zur Zeit $t = 0$ befindet sich der Körper am Ort $s(0) = 0$. An welchem Ort $s(T)$ befindet er sich zur Zeit $t = T$?

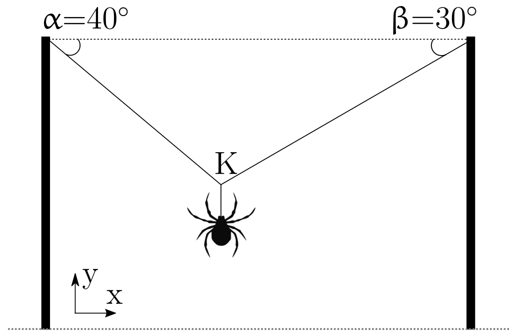
- ☐ $s = 0$

- √ $s = v_0 T$

- ☐ $s = v_0 T + v_1 \cos(2\pi T)$

- ☐ $s = (v_0 + v_1)T$

(2 Punkte)



Aufgabe 2: *Spinnennetz* (20 Punkte)

Eine Spinne der Masse 0.5 g spinnt bei Windstille ihr asymmetrisches Netz (α=40°,β=30°) zwischen zwei Zaunpfählen, wie in obiger Skizze dargestellt.
Rechnen Sie in allen Teilaufgaben bis zum Ende mit Variablen und setzen Sie, wenn es gefragt ist, erst am Ende Zahlenwerte ein. Verwenden Sie für die Erdbeschleunigung den Wert $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$.

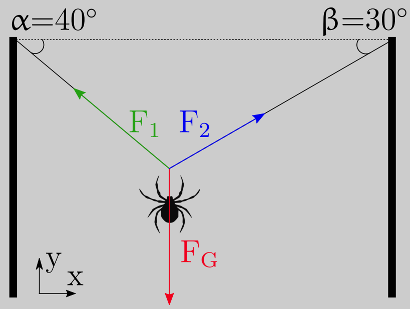
(a) Wie gross ist der Betrag der Gewichtskraft, die auf die Spinne wirkt? In welche Richtung zeigt die Gewichtskraft? **(3 Punkte)**

Lösung: Für die Gewichtskraft gilt $F = mg$ [**1 Punkt**]. Sie wirkt senkrecht zum Erdboden nach unten [**1 Punkt**]. Mit der Masse $m = 0.5\,\mathrm{g}$ der Spinne und der Erdbeschleunigung $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$ folgt daraus

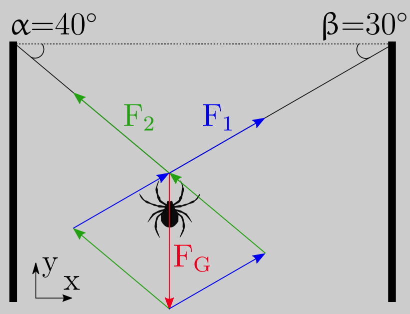
$$F = mg = 0.5 \times 10^{-3}\,\mathrm{kg} \times 10\,\mathrm{m/s^2} = 5 \times 10^{-3}\,\mathrm{N} = 5\,\mathrm{mN}\ [\textbf{1 Punkt}]$$

(b) Zeichnen Sie alle Kräfte, die im Kräftegleichgewicht auf den Knoten K wirken, in die obige Skizze ein. Wählen Sie dabei einen geeigneten Massstab, achten Sie auf die Richtung der Kräfte und auf die genaue Bedeutung des Kräftegleichgewichts für die Skizze. Bezeichnen Sie alle Kräfte in der Skizze eindeutig. Machen Sie in der Skizze graphisch anschaulich, wie die Gleichgewichtsbedingung erfüllt ist. **(6 Punkte)**

Lösung: Im Kräftegleichgewicht wirken auf den Knoten K die Kräfte $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ und $\vec{F}_\mathrm{G}$ wie in untenstehender Zeichnung eingezeichnet. $\vec{F}_1$ und $\vec{F}_2$ wirken jeweils entlang des Spinnenfadens der die Spinne auf der linken respektive rechten Seite befestigt.



Im Kräftegleichgewicht addieren sich alle Kräfte die auf den Knoten K wirken zu Null. Dies entspricht geometrisch einem geschlossenen Dreieck, sodass man wenn man den drei Vektoren $\vec{F}_\mathrm{G}$,$\vec{F}_1$ und $\vec{F}_2$ folgt, am Ende wieder am Ausgangspunkt ist. Dafür werden die Vektoren $\vec{F}_1$ und $\vec{F}_2$ so parallel verschoben, dass ein sogenanntes Kräfteparallelogramm entsteht. Dieses ist in untenstehender Graphik abgebildet.



1 Punkt : 3 Kräfte+richtige Richtung 2 Punkte: relative Länge korrekt 1 Punkt : ordentliche Beschriftung 2 Punkte: Veranschaulichung des Gleichgewichts

(c) Benutzen Sie die Bezeichnungen aus der Skizze in (b), um die Bedingung des Kräftegleichgewichts mathematisch anzugeben. **(2 Punkte)**

Lösung:
Im Kräftegleichgewicht gilt, dass die Summe aller Kräfte Null ist, also

$$\vec{F}_\mathrm{Ges} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0 \tag{1}$$

Somit gilt für das betrachtete System, dass

$$\vec{F}_{\text{Ges}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_{\text{G}} = 0. \tag{2}$$

(d) Stellen Sie mithilfe trigonometrischer Funktionen die beteiligten Kräfte in Komponentenschreibweise dar. Benutzen Sie dabei die Beträge der Kräfte, sowie die beiden Winkel α und β als Variablen. **(3 Punkte)**

Lösung: Um die Vektoren aller beteiligten Kräfte anzugeben, werden diese in ihre x- und y-Komponenten zerlegt.

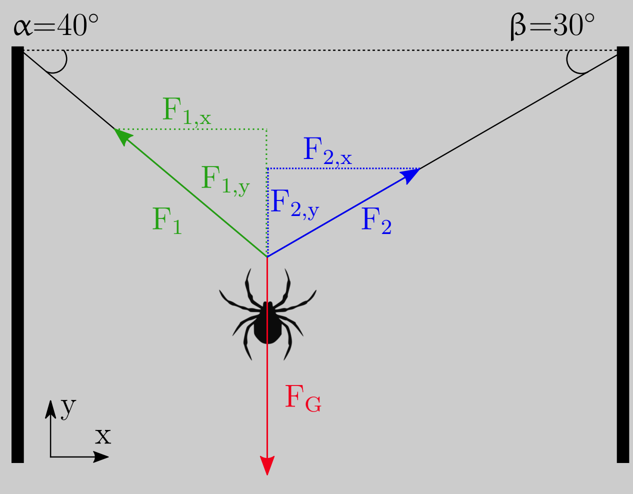
Die Gewichtskraft hat lediglich eine Komponente in y-Richtung. Da ihr Betrag $F = mg$ ist und sie in negative y-Richtung zeigt, ist ihr Vektor gegeben durch

$$\vec{F}_{\text{G}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -mg \end{pmatrix} \textbf{[1 Punkt]}$$

Die Zerlegung der Kräfte $\vec{F}_1$ und $\vec{F}_2$ ist in untenstehender Skizze schematisch dargestellt. Für sie gilt:

$$\vec{F}_1 = \begin{pmatrix} F_{1,x} \\ F_{1,y} \end{pmatrix}$$

$$\vec{F}_2 = \begin{pmatrix} F_{2,\text{x}} \\ F_{2,\text{y}} \end{pmatrix}$$



Mithilfe trigonometrischer Überlegungen findet man $\cos(\alpha) = -F_{1,\text{x}}/|\vec{F}_1|$, $\sin(\alpha) = F_{1,\text{y}}/|\vec{F}_1|$ und ebenso $\cos(\beta) = F_{2,\text{x}}/|\vec{F}_2|$ sowie $\sin(\beta) = F_{2,\text{y}}/|\vec{F}_2|$. Damit folgt für die Vektoren $\vec{F}_1$ und $\vec{F}_2$:

$$\vec{F}_1 = \begin{pmatrix} F_{1,\mathrm{x}} \\ F_{1,\mathrm{y}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -|F_1|\cos(\alpha) \\ |F_1|\sin(\alpha) \end{pmatrix} \textbf{[1 Punkt]} \tag{3}$$

$$\vec{F}_2 = \begin{pmatrix} F_{2,\mathrm{x}} \\ F_{2,\mathrm{y}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} |F_2|\cos(\beta) \\ |F_2|\sin(\beta) \end{pmatrix} \textbf{[1 Punkt]} \tag{4}$$

(e) Berechnen Sie die Beträge aller beteiligten Kraftvektoren im Kräftegleichgewicht. **(6 Punkte)**

Lösung: Im Kräftegleichgewicht ist die Summe aller Kräfte Null. Daher gilt für die drei Kräfte im betrachteten System, dass:

$$\vec{F}_{\mathrm{Ges}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_{\mathrm{G}} = \vec{0}$$

Daraus folgt mit Gln. (3) und (4), dass

$$\vec{0} = \vec{F}_{\mathrm{Ges}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_{\mathrm{G}} = \begin{pmatrix} |F_1|\cos(\alpha) \\ |F_1|\sin(\alpha) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} |F_2|\cos(\beta) \\ |F_2|\sin(\beta) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -mg \end{pmatrix}$$

Somit folgt aus den x-Komponenten im Kräftegleichgewicht, dass

$$|F_1|\cos(\alpha) + |F_2|\cos(\beta) = 0 \textbf{ [1 Punkt]}$$

$$\Rightarrow |F_1| = \frac{|F_2|\cos(\beta)}{\cos(\alpha)} \textbf{ [1 Punkt]}$$

Aus den y-Komponenten folgt

$$|F_1|\sin(\alpha) + |F_2|\sin(\beta) = mg \textbf{ [1 Punkt]}$$

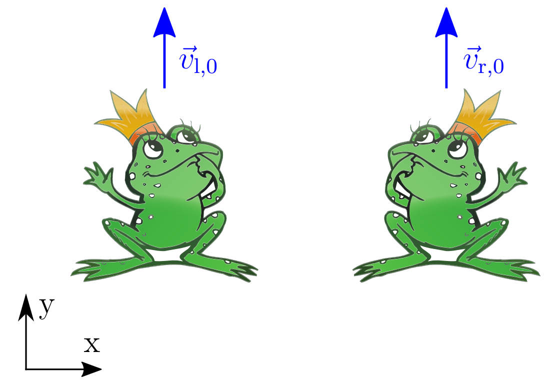
$$\Rightarrow |F_2| = \frac{mg}{\frac{\cos(\beta)}{\cos(\alpha)}\sin(\alpha) + \sin(\beta)}. \textbf{ [1 Punkt]}$$

Mit Einsetzen der Zahlenwerte hat der Vektor $\vec{F}_2$ somit die Länge

$$|F_2| = \frac{mg}{\frac{\cos(\beta)}{\cos(\alpha)}\sin(\alpha) + \sin(\beta)} = \frac{0.5 \times 10^{-3}\,\mathrm{kg} \times 10\,\mathrm{m/s^2}}{\frac{\cos(30^\circ)}{\cos(40^\circ)}\sin(40^\circ) + \sin(30^\circ)}$$
$$\approx 4.1 \times 10^{-3}\,\mathrm{N} = 4.1\,\mathrm{mN}. \textbf{ [1 Punkt]}$$

und der Vektor $\vec{F}_1$ die Länge

$$|F_1| = \frac{|F_2|\cos(\beta)}{\cos(\alpha)} \approx \frac{4.1 \times 10^{-3}\,\mathrm{N} \times \cos(30^\circ)}{\cos(40^\circ)}$$
$$\approx 4.6 \times 10^{-3}\,\mathrm{N} = 4.6\,\mathrm{mN} \textbf{ [1 Punkt]}$$



Aufgabe 3: ***Frosch-Wettspringen*** (25 Punkte)

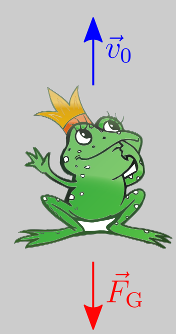
Zwei Frosch-Zwillinge gleicher Masse m wetten, wer höher springen kann und gleichzeitig als Erster den Umkehrpuntkt erreicht, an dem sich seine Bewegungsrichtung wieder zur Erde hin umkehrt. Dafür springen beide zur Zeit $t = 0$ nach oben los, allerdings mit unterschiedlichen Anfangsgeschwindigkeiten $\vec{v}_{\mathrm{l},0}$ (linker Frosch) und $\vec{v}_{\mathrm{r},0}$ (rechter Frosch). Dabei ist $|\vec{v}_{\mathrm{r},0}| > |\vec{v}_{\mathrm{l},0}|$. Welcher der beiden Frösche gewinnt die Wette?

(a) **Rechnerischer Weg.** **(12 Punkte)**

Betrachten Sie hierfür zunächst **nur den linken** Frosch.

i. Zeichnen Sie in obiger Skizze alle Kräfte, die auf den Frosch wirken, ein (vernachlässigen Sie dabei Reibungskräfte). Kann man das Problem auf die Beschreibung der Bewegung in einer, respektive in zwei Raumrichtungen vereinfachen? Begründen Sie ihre Aussage.

Lösung: Die einzige Kraft die auf den Frosch wirkt ist die Gewichtskraft $\vec{F}_{\mathrm{G}}$ (rot in untenstehender Skizze [**1 Punkt**]).



Das Problem kann auf eine Raumrichtung vereinfacht werden, da sowohl die Anfangsgeschwindigkeit als auch die Kraft $\vec{F}_{\mathrm{G}}$ entlang derselben Linie wirken [**1 Punkt**].

ii. Geben Sie die Bewegungsgleichung an, welche die Schwerpunktsbewegung des

Frosches beschreibt. Wie hängt die Gesamtkraft auf den Frosch von der Zeit, dem Ort und der Geschwindigkeit ab? Welche Gesamtbeschleunigung erfährt der Frosch während des Sprungs?

Lösung: Da auf den Frosch nur die Gewichtskraft $\vec{F}_{\mathrm{G}}$ in negative Sprungrichtung wirkt, gilt für die Gesamtkraft

$$m\vec{a} = \vec{F}_{\mathrm{ges}} = \vec{F}_{\mathrm{G}} = -m\vec{g} \text{ [}\textbf{1 Punkt, auch ohne Vektoren}\text{]}$$

Da wie in vorheriger Teilaufgabe besprochen das Problem auf eine Dimension vereinfacht werden kann, kann auch diese Formel vereinfacht werden als

$$ma = F_{\mathrm{ges}} = F_{\mathrm{G}} = -mg. \text{ [}\textbf{1 Punkt}\text{]}$$

Damit folgt, dass die einzige Beschleunigung (und somit die gesamte Beschleunigung) die der Frosch während des Sprunges erfährt gleich der Erdbeschleunigung g ist:

$$a = -g.$$

Die Gesamtkraft auf den Frosch ist somit unabhängig von Zeit, Ort und Geschwindigkeit des Frosches. [**1 Punkt**]

iii. Welchen zeitlichen Verlauf nimmt die Geschwindigkeit $v(t)$ des Frosches während des Sprunges?

Lösung: Die einzige Beschleunigung (und somit die gesamte Beschleunigung) die der Frosch während des Sprunges erfährt ist gleich der (negativen) Erdbeschleunigung g ($a_{\mathrm{ges}} = -g$). Da ausserdem für die Beschleunigung $a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$ gilt, folgt somit

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = a = -g$$

Um die Geschwindigkeit $v(t)$ zur Zeit t zu erhalten muss man nun die zeitliche Änderung $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$ von $t = 0$ bis t integrieren (aus Gründen der übersichtlicheren Notation sei im Folgenden $v_0 = v(t_0)$) :

$$v(t) - v_0 = \int_0^t \frac{\mathrm{d}v(t')}{\mathrm{d}t'}\mathrm{d}t' = \int_0^t a\mathrm{d}t' = -\int_0^t g\mathrm{d}t' = -gt.$$

Damit ist die Geschwindigkeit $v(t)$ gegeben als

$$v(t) = -gt + v_0 \text{ [}\textbf{1 Punkt}\text{]}$$

Die Rechnung gibt keinen Extrapunkt. Die Formel $v(t) = v_0 - gt$ werden die meisten wissen (bzw. notiert haben).

iv. Welchen Wert hat die Geschwindigkeit $v(t)$ am Umkehrpunkt, an dem der Frosch seine Bewegungsrichtung ändert? Wie hängt daher die Zeit t_{u} zu der der Frosch diesen Umkehrpunkt erreicht von der Anfangsgeschwindigkeit ab?

Lösung: Da der Frosch am Umkehrpunkt seine Bewegungsrichtung ändert, hat er an diesem Punkt weder eine Geschwindigkeitskomponente nach oben noch eine Geschwindigkeitskomponente nach unten. Daher ist am Umkehrpunkt die Geschwindigkeit des Frosches Null:

$$v(t_\mathrm{u}) = 0. \text{ [\textbf{1 Punkt}]}$$

Da wie zuvor berechnet die Geschwindigkeit $v(t)$ gegeben ist als

$$v(t) = -gt + v_0,$$

folgt daraus

$$0 = v(t_\mathrm{u}) = -gt_\mathrm{u} + v_0.$$

Somit erreicht der Frosch zur Zeit

$$t_\mathrm{u} = \frac{v_0}{g} \text{ [\textbf{1 Punkt}]}$$

den Umkehrpunkt.

v. Wie hoch springt der Frosch? Leiten Sie die entsprechende Formel in Abhängigkeit von der Absprunggeschwindigkeit her.

Lösung: Mithilfe der Geschwindigkeit lässt sich die Höhe $z(t)$ des Frosches berechnen, da aus

$$v(t) = \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}$$

folgt, dass

$$z(t) - z_0 = \int_0^t \frac{\mathrm{d}z(t')}{\mathrm{d}t'}\mathrm{d}t' = \int_0^t v(t)\mathrm{d}t' = -\int_0^t (-gt' + v_0)\mathrm{d}t' = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t.$$

Wählt man die Absprungshöhe des Frosches $z_0 = z(t_0) = 0$ folgt damit

$$z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t. \text{ [\textbf{1 Punkt}]}$$

Die maximale Höhe des Frosches entspricht gerade seiner Höhe am Umkehrpunkt, also zum Zeitpunkt $t = t_\mathrm{u}$. Daher folgt dass der Frosch seine maximale Höhe am Punkt

$$z_\mathrm{max} = z(t_\mathrm{u}) = -\frac{1}{2}gt_\mathrm{u}^2 + v_0 t_\mathrm{u} \text{ [\textbf{1 Punkt}]}.$$

erreicht. Mit der vorher berechneten Zeit am Umkehrpunkt ($t_\mathrm{u} = -\frac{v_0}{g}$) folgt daraus, dass die maximale Höhe des Frosches gegeben ist durch

$$z_\mathrm{max} = -\frac{1}{2}\frac{v_0^2}{g} \text{ [\textbf{1 Punkt}]}.$$

Die alternative Rechnung mit Energiesatz gibt auch 3 Punkte.

vi. Welcher der beiden Frösche gewinnt die Wette, indem er höher springt und auch den Umkehrpunkt als Erster erreicht?

Lösung: Die Höhe die ein Frosch maximal erreicht ist gegeben durch

$$z_{\mathrm{max}} = -\frac{1}{2}\frac{v_0^2}{g}.$$

Ausserdem gilt für die Zeit an der der Frosch seinen Umkehrpunkt erreicht, dass

$$t_{\mathrm{u}} = -\frac{v_0}{g}$$

Somit sind beide Grössen direkt proportional zur Anfangsgeschwindigkeit beziehungsweise der Anfangsgeschwindigkeit im Quadrat. Daher ist es unmöglich für einen der beiden Frösche gleichzeitig höher zu springen *und* als Erster den Umkehrpunkt zu erreichen. Der rechte Frosch springt höher und erreicht somit den Umkehrpunkt zu einer grösseren Zeit t_{u}, während der linke Frosch zwar nicht so hoch springt, dafür aber den Umkehrpunkt als Erster erreicht. Daher verlieren beide Frösche die Wette. [**1 Punkt**]

(b) **Dimensionsanalyse** **(13 Punkte)**

Die obigen Überlegungen erscheinen verhältnismässig kompliziert. Gibt es eventuell einen einfacheren Weg die Eingangsfrage zu beantworten? Betrachten Sie zu diesem Zweck das gestellte Problem im Lichte der Dimensionsanalyse.

i. Welche Grössen sind in gestelltem Problem gegeben respektive gesucht? Schreiben Sie diese Grössen, sowie ihre Dimension in die Tabelle ein.

	Gesucht		Gegeben		
Grösse					
Dimension					

Lösung:

	Gesucht		Gegeben		
Grösse	z	t	m	v_0	g
Dimension	L	T	M	L/T	L/T^2

5 Punkte, je 1 für jede richtige Spalte, wenn eine Dimension falsch ist, -0.5 Punkte

ii. Kann eine charakteristische Skala für die beiden gesuchten Grössen eingeführt werden? Falls ja, was ist die jeweilige Dimension dieser Skala?

Lösung: Da die Dimension der Zeit t gegeben ist als $\dim[t] = T$ kann die charakteristische Skala

$$\tilde{t} = \frac{v_0}{g} \text{ [\textbf{1 Punkt}]}$$

eingeführt werden. Ihre Dimension ist ebenso wie die von t gegeben als

$$\dim[\tilde{t}] = \frac{\dim[v_0]}{\dim[g]} = \frac{\mathrm{L/T}}{\mathrm{L/T^2}} = \frac{\mathrm{L}}{\mathrm{T}}\frac{\mathrm{T}^2}{L} = \mathrm{T}. \text{ [\textbf{1 Punkt}]}$$

Ebenso kann für die Höhe z, $\dim[z] = \mathrm{L}$ die charakteristische Skala

$$\tilde{z} = \frac{v_0^2}{g} \text{ [\textbf{1 Punkt}]}$$

mit Dimension

$$\dim[\tilde{z}] = \frac{\dim[v_0]^2}{\dim[g]} = \frac{(\mathrm{L/T})^2}{\mathrm{L/T^2}} = \frac{\mathrm{L}^2}{\mathrm{T}^2}\frac{\mathrm{T}^2}{L} = \mathrm{L} \text{ [\textbf{1 Punkt}]}$$

eingeführt werden.

iii. Konstruieren Sie nun mit den gewonnenen Informationen die dimensionslosen gesuchten Grössen des Problems.

Lösung: Die dimensionslose Grösse z^* von z ist gegeben als

$$z^* = \frac{z}{\tilde{z}} = \frac{g}{v_0^2} z \text{ [\textbf{1 Punkt}]}$$

Analog gilt für die dimensionslose Grösse t^*, dass

$$t^* = \frac{t}{\tilde{t}} = \frac{g}{v_0} t \text{ [\textbf{1 Punkt}]}.$$

iv. Was folgt daraus für die gesuchten Grössen?

Lösung: Mit den in (iii) hergeleiteten dimensionslosen Grössen gilt

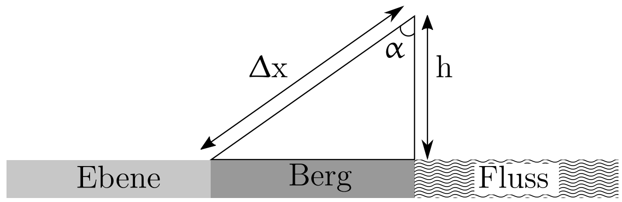
$$z = \frac{v_0^2}{g} z^* \text{ [\textbf{1 Punkt}]}$$

und

$$t = \frac{v_0}{g} t^* \text{ [\textbf{1 Punkt}]}.$$

Dabei sind z^* und t^* dimensionslose skalare Grössen ohne qualitative physikalische Bedeutung.

(13 Punkte)

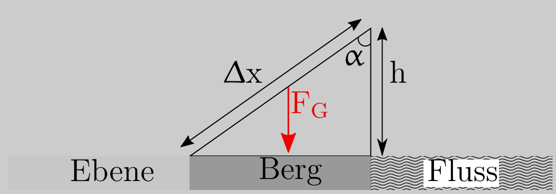


Aufgabe 4: *Lemming-Ausbruch* (16 Punkte)

Ein populärer Mythos besagt, dass Lemminge Massenselbstmord begehen, indem sie sich als Herde von Klippen stürzen. Zwar ist dies nicht korrekt, allerdings begeben sich Lemminge alle 32-36 Jahre auf Reise wenn ihre Population zu gross wird. Dabei gehen sie, unabhängig von Hindernissen auf ihrem Weg, immer stur geradeaus. Ein typisches Potentialprofil der Reise eines Lemmings der Masse $m = 0.1\,\mathrm{kg}$ könnte wie oben dargestellt aussehen. Dabei überquert der Lemming zunächst eine flache Ebene und erklimmt dann einen Berg mit Gipfel-Öffnungswinkel $\alpha = 70°$, bevor er sich von dort in einen Fluss stürzt. Der Berg hat einen Aufstieg der Länge $\Delta x \approx 2339\,\mathrm{m}$.

(a) Der Lemming fängt am Fusse des Berges an diesen zu erklimmen. Dafür muss er gegen eine Kraft Arbeit verrichten. Zeichnen Sie diese Kraft mit Betrag und Richtung an einem beliebigen Punkt des Weges auf den Gipfel in die obige Skizze ein und berechnen Sie, wie viel Arbeit der Lemming insgesamt gegen diese Kraft verrichtet hat, wenn er den Gipfel des Berges erreicht. **(3 Punkte)**

Lösung: Die Kraft gegen die der Lemming während des Erklimmen des Berges Arbeit verrichten muss ist die Gewichtskraft F_{G}. In untenstehendem Bild ist sie inklusiver ihrer Wirkungsrichtung als roter Pfeil eingezeichnet.



1 Punkt entweder für $\vec{F}_{\mathrm{G}}$ oder für die Hangabtriebskraft $\vec{F}_{\mathrm{H}}$.

Da die Arbeit definiert ist als (Kraft entlang des Weges) × (Länge des Weges), gilt für die Arbeit, die der Lemming gegen der Gewichtskraft verrichten muss:

$$W = \vec{F}_{\mathrm{G}} \circ \Delta\vec{x}.$$

[Mit der Hangabtriebskraft hat man hier schon den cos(α) im Ausdruck für die Arbeit.]
Für das Skalarprodukt $\vec{a} \circ \vec{b}$ zweier Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ gilt $\vec{a} \circ \vec{b} = |\vec{a}|\,|\vec{b}|\cos(\phi)$, wobei ϕ der Winkel zwischen $\vec{a}$ und $\vec{b}$ ist. Ausserdem gilt für die Gewichtskraft, dass $|F_{\mathrm{G}}| = mg$. Damit lässt sich die Arbeit schreiben als

$$W = \vec{F}_{\mathrm{G}} \circ \Delta\vec{x} = |\vec{F}_{\mathrm{G}}|\,|\Delta\vec{x}|\,\cos(\alpha) = mg|\Delta\vec{x}|\,\cos(\alpha).\ [\textbf{1 Punkt}]$$

Mit der Masse $m = 0.1\,\mathrm{kg}$ des Lemmings, dem Winkel $\alpha = 70°$, der Aufstiegslänge $\Delta x = 2339\,\mathrm{m}$ und der Erdbeschleunigung $g = 9.81\,\mathrm{m/s^2}$ folgt damit

$$W = mg\,|\Delta\vec{x}|\,\cos(\alpha) = 0.1\,\mathrm{kg}\times 9.81\,\mathrm{m/s^2}\times 2339\,\mathrm{m}\times\cos(70°) = 784.8\,\mathrm{J}.\ [\textbf{1 Punkt}]$$

(b) Der Lemming erklimmt den Berg mit einer konstanten Geschwindigkeit $v = 5\,\mathrm{km/h}$. Wie lange braucht er vom Fusse des Berges bis zu dessen Gipfel? Welche Leistung erbringt er dabei? **(4 Punkte)**

Lösung: Aus der Kinematik ist bekannt, dass die Geschwindigkeit die Ableitung der Strecke nach der Zeit ist. Für die konstante Geschwindigkeit des Lemmings gilt daher

$$v = \frac{\Delta \mathrm{x}}{\Delta t}\ [\textbf{0.5 Punkte}]$$

Aufgelöst nach der Zeit Δt und mit der Geschwindigkeit $v = 5\,\mathrm{km/h} \approx 1.4\,\mathrm{m/s}$ folgt, dass er für die Strecke $\Delta x \approx 2339\,\mathrm{m}$ bis zum Gipfel des Berges die Zeit

$$\begin{aligned}\Delta t &= \frac{\Delta \mathrm{x}}{v}\ [\textbf{0.5 Punkt}]\\ &= \frac{2339\,\mathrm{m}}{1.4\ \mathrm{m/s}} = 1671\,\mathrm{s} \approx 28\,\mathrm{min}\ [\textbf{1 Punkt}]\end{aligned}$$

benötigt.
Die Leistung ist definiert als

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t}.$$

Somit folgt mit der Arbeit $W = 784.8\,\mathrm{J}$, die der Lemming bis zum Berggipfel leisten muss, und der Zeit $\Delta t = 1671\,\mathrm{s} \approx 28\,\mathrm{min}$, die er dafür benötigt, eine Leistung von

$$\begin{aligned}P &= \frac{\Delta W}{\Delta t}\ [\textbf{1 Punkt}]\\ &= \frac{784.8\,\mathrm{J}}{1671\,\mathrm{s}} \approx 0.5\,\mathrm{W}.\ [\textbf{1 Punkt}]\end{aligned}$$

(c) Der Lemming bleibt nun oben am Gipfel des Berges stehen. Welche potentielle Energie hat er dort im Verhältnis zur Ebene? Welcher Höhe h des Berges entspricht dies? **(4 Punkte)**

Lösung: Die Änderung der potentiellen Energie ist das negative Linienintegral einer konservativen Kraft $\vec{F}_\mathrm{k}$ entlang des Weges $\mathcal{C}$. Mathematisch bedeutet dies $E_\mathrm{pot} = -\int_C \vec{F}_\mathrm{k} \mathrm{d}\vec{r} = -W$, wobei $\mathrm{d}\vec{r}$ das Wegelement entlang dessen die Kraft wirkt ist. Daher hat der Lemming auf dem Gipfel die potentielle Energie

$$E_\mathrm{pot} = -W = -784.8\,\mathrm{J}. \; [\textbf{1 Punkt}]$$

Die potentielle Energie die der Lemming auf dem Gipfel des Berges hat entspricht seiner potentiellen Energie im Schwerefeld der Erde. Daher gilt

$$|-W| = |E_\mathrm{pot}| = mgh. \; [\textbf{1 Punkt}]$$

Daraus folgt

$$\begin{aligned} h &= \frac{|-W|}{mg} \; [\textbf{1 Punkt}] \\ &= \frac{784.8\,\mathrm{J}}{0.1\,\mathrm{kg} \times 9.81\,\mathrm{m/s^2}} = 800\,\mathrm{m}. \; [\textbf{1 Punkt}] \end{aligned}$$

[**alternativ kann man die Höhe h trigonometrisch berechnen:** $h = \Delta x \cos\alpha$]

(d) Der Lemming lässt sich nun aus dem Stand vom Gipfel des Berges in den Fluss fallen. Welche Geschwindigkeit hat er wenn er in die Wasseroberfläche eintaucht? Vernachlässigen Sie auch hier jegliche Reibungskräfte. **(5 Punkte)**

Lösung: Die gesamte Energie vor und nach dem Sprung muss erhalten bleiben, sodass

$$E_\text{Ges, Gipfel} = E_\text{Ges, Eintauchen}$$

Da der Lemming vor dem Sprung nur potentielle Energie hat, gilt

$$E_\text{Ges, Gipfel} = E_\mathrm{pot}.$$

Ausserdem ist seine potentielle Energie gleich Null wenn er in die Wasseroberfläche eintaucht. Deshalb hat er zu diesem Zeitpunkt nur noch kinetische Energie,

$$E_\text{Ges, Eintauchen} = E_\mathrm{kin}.$$

Mit $|E_\mathrm{pot}| = mgh$ [**1 Punkt**] und $E_\mathrm{kin} = m\frac{v^2}{2}$ [**1 Punkt**] und der Tatsache das die Energie erhalten bleiben muss [**1 Punkt**] folgt damit

$$|E_\mathrm{pot}| = E_\text{Ges, Gipfel} = E_\text{Ges, Eintauchen} = m\frac{v^2}{2}.$$

Umgestellt nach der Geschwindigkeit folgt damit für die Geschwindigkeit des Lemmings beim Eintauchen in die Wasseroberfläche

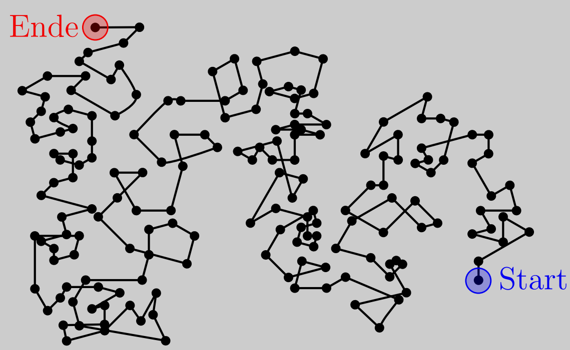
$$v = \sqrt{\frac{2|E_{\text{pot}}|}{m}} \textbf{ [1 Punkt]}$$
$$= \sqrt{\frac{2 \times 784.8\,\text{J}}{0.1\,\text{kg}}} = 125.3\,\text{m/s.} \textbf{ [1 Punkt]}$$

Aufgabe 5: *Brownsche Bewegung* (23 Punkte)

Die Brownsche Bewegung wurde 1827 von Botaniker Robert Brown entdeckt, als er unter dem Mikroskop winzige Pflanzenpollen in Wasser beobachtete.

(a) Welche Beobachtung machte R. Brown dabei? Fertigen Sie eine Skizze an, in der Sie die Brownsche Bewegung eines Teilchens schematisch einzeichnen, und erklären Sie in wenigen Sätzen die mikroskopische Ursache. **(3 Punkte)**

Lösung: R. Brown beobachtete eine zufällige, unregelmässige und ruckartige "Zitterbewegung" der Pflanzenpollen im Wasser (siehe Skizze [**1 Punkt**] unten)



Diese "Zitterbewegung" wird verursacht von Stössen zwischen Pflanzenpollen und Wassermolekülen [**1 Punkt**]. Die unregelmässig über die Pollenoberfläche verteilten und von verschiedenen Raumrichtungen aus auftretenden Stösse führen dazu dass die Bewegung der Pflanzenpollen zufällige Richtungsänderungen aufweist [**1 Punkt, Zufallscharakter d. Stösse**].

(b) Betrachten Sie nun ein Pollenteilchen der Masse $m = 50\,\mathrm{ng}$. Welche typische Geschwindigkeit hat es bei Raumtemperatur ($T = 20°\mathrm{C} = 293.15\,\mathrm{K}$)? **(4 Punkte)**

Lösung: Für das Pollenteilchen gilt gemäss dem Gleichverteilungssatz

$$\frac{3}{2}k_\mathrm{B}T \overset{\textbf{[1 Punkt]}}{=} \langle E_\mathrm{kin}\rangle \overset{\textbf{[1 Punkt]}}{=} \frac{m_\mathrm{p}\langle v^2\rangle}{2}.$$

Damit folgt für das mittlere Geschwindigkeitsquadrat des Pollenteilchens

$$\langle v_\mathrm{p}^2\rangle = \frac{3k_\mathrm{B}T}{m_\mathrm{p}} \ \textbf{[1 Punkt]},$$

womit für die typische Geschwindigkeit v_p des Polltenteilchens gilt, dass

$$v_\mathrm{p} = \sqrt{\langle v_\mathrm{p}^2\rangle} = \sqrt{\frac{3k_\mathrm{B}T}{m_\mathrm{p}}}.$$

Mit der Masse $m = 50\,\mathrm{ng}$ und der Temperatur $T = 293.15\,\mathrm{K}$ folgt daraus

$$v_\mathrm{p} = \sqrt{\frac{3 \times 1.38 \times 10^{-23}\,\mathrm{J/K} \times 293.15\,\mathrm{K}}{50 \times 10^{-12}\,\mathrm{kg}}} = 15.6 \times 10^{-6}\,\mathrm{m/s} = 15.6\,\mathrm{\mu m/s}.$$ [**1 Punkt**].

(c) Wie gross ist die Masse eines Wassermoleküls ($m_{\mathrm{H_2O}} = 2m_\mathrm{H} + m_\mathrm{O} = 18\,\mathrm{Da}$) in Gramm? Was ist die Geschwindigkeit eines Wasserteilchens bei derselben Temperatur wie in Teilaufgabe (b)? **(3 Punkte)**

Lösung: Mithilfe der Avogadro-Konstante $N_\mathrm{A} = 6 \times 10^{23}\mathrm{mol}^{-1}$ kann man aus der gegebenen molekularen Masse m_M die Masse m_w eines einzelnen Wassermoleküls berechnen:

$$m_\mathrm{w} = \frac{m_\mathrm{M}}{N_\mathrm{A}} = \frac{18\,\mathrm{g/mol}}{6 \times 10^{23}\,\mathrm{mol}^{-1}} = 3 \times 10^{-23}\,\mathrm{g}.$$ [**1 Punkt**]

Auch hier gilt für die mittlere Geschwindigkeit v_w des Wassermoleküls

$$v_\mathrm{w} = \sqrt{\frac{3k_\mathrm{B}T}{m_\mathrm{w}}}.$$ [**1 Punkt**].

Mit der Temperatur $T = 293.15\,\mathrm{K}$ folgt damit

$$v_\mathrm{w} = \sqrt{\frac{3 \times 1.38 \times 10^{-23}\,\mathrm{J/K} \times 293.15\,\mathrm{K}}{3 \times 10^{-26}\,\mathrm{kg}}} \approx 636\,\mathrm{m/s}.$$ [**1 Punkt**].

(d) Betrachten Sie nun einen einzelnen, zentralen, elastischen Zusammenstoss eines Pollenteilchens mit einem Wassermolekül. Beide Teilchen bewegen sich vor dem Stoss mit ihrer typischen thermischen Geschwindigkeit. Welche Erhaltungssätze gelten für den Stoss? Stellen sie die dazugehörigen Gleichungen für das gegebene System auf. **(4 Punkte)**

Lösung: Für den betrachteten zentralen Zusammenstoss des Pollenteilchens mit einem Wassermolekül gilt sowohl die Energie-, als auch die Impulserhaltung. Das Pollenteilchen der Masse m_p habe eine Anfangsgeschwindigkeit $v_\mathrm{p,A}$ vor dem Stoss und eine Endgeschwindigkeit $v_\mathrm{p,E}$ nach dem Stoss. Analog dazu habe das Wassermolekül der Masse m_w eine Anfangsgeschwindigkeit $v_\mathrm{w,A}$ und eine Endgeschwindigkeit $v_\mathrm{w,E}$. Damit folgt aus der **Impulserhaltung**

$$m_\mathrm{p}v_\mathrm{p,A} + m_\mathrm{w}v_\mathrm{w,A} = m_\mathrm{p}v_\mathrm{p,E} + m_\mathrm{w}v_\mathrm{w,E}$$

und aus der **Energieerhaltung**

$$\frac{m_\mathrm{p}v_\mathrm{p,A}^2}{2} + \frac{m_\mathrm{w}v_\mathrm{w,A}^2}{2} = \frac{m_\mathrm{p}v_\mathrm{p,E}^2}{2} + \frac{m_\mathrm{w}v_\mathrm{w,E}^2}{2}$$

[je 1 Punkt für Energie- und Impulserhaltung, auch für alternative Formulierung mit Impulsen]

(e) Welchen Bewegungstyp kann man an einem Pollen neben der Translationsbewegung des Massenschwerpunkts noch von aussen beobachten? Welche mittlere thermische Energie steckt in diesem Bewegungstyp? Wie vergleicht sie sich mit der mittleren thermischen Bewegung des Schwerpunkts? Beschreiben Sie in wenigen Sätzen. **(4 Punkte)**

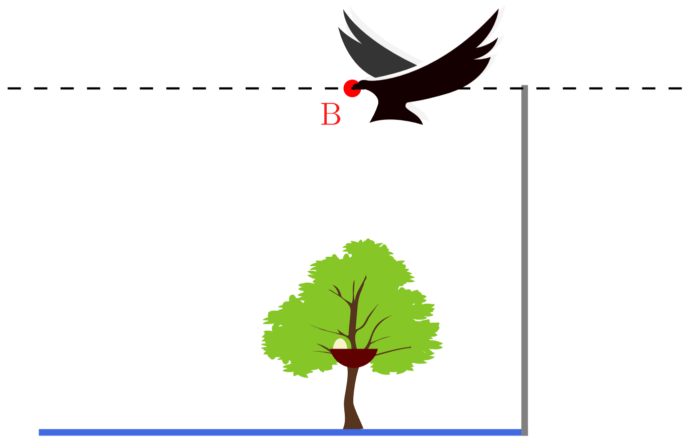
Lösung: Rotationsbewegungen um den Massenschwerpunkt. Bei einem Pollen, der keine spezielle Symmetrie aufweist gibt es drei Freiheitsgrade der Rotation. Die mittlere thermische Energie ist $3k_\mathrm{B}T/2$ und damit genau so gross, wie die der Translationsbewegung.

(f) Kann das Pollenteilchen noch Energieformen enthalten, die von aussen nicht beobachtbar sind? Machen Sie in wenigen Sätzen konkrete Beispiele. **(5 Punkte)**

Lösung: Es gibt noch Energie, die im Inneren des Pollens gespeichert ist. Das kann kinetische Energie der atomaren Bestandteile sein, aber auch Rotationsenergie von Molekülen, Schwingungsenergie von Molekülen, Bindungsenergien von Molekülen (sog. chem. Energie). All diese Energieformen fassen wir unter dem Oberbegriff der 'Inneren Energie' zusammen.

Aufgabe 6: *Raubmöwen* (10 Punkte)

Auf der schmalen Landzunge eines Sees befindet sich ein Baum mit einem frei über der spiegelnden Wasseroberfläche hängenden Vogelnest. Über dem Baum kreist eine Möwe auf Beuteuzug, wie in der Abbildung dargestellt.



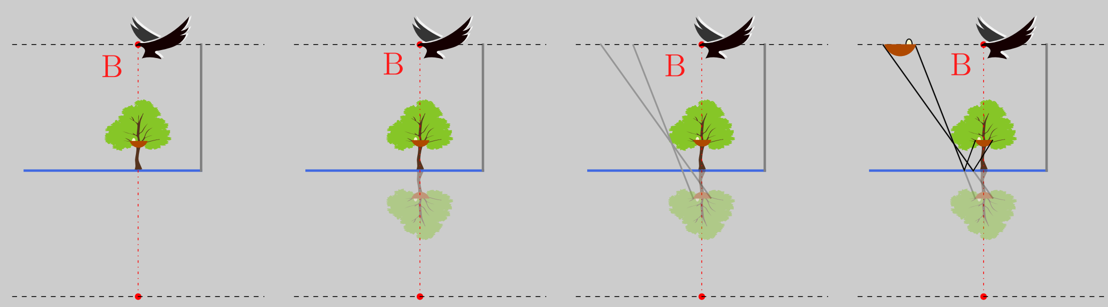
(a) Warum sieht die Möwe das Nest nicht, wenn sie sich senkrecht über dem Baum und damit dem Nest befindet? **(2 Punkte)**

Lösung: Es gibt keinen direkten (geradlinigen) Weg, den das Licht vom Nest zum Auge des Vogels nehmen könnte, weil die Blätter des Baumes für die Lichtstrahlen undurchlässig sind. Ausserdem gibt es keinen indirekten Weg, den das Licht über eine Reflektion an der spiegelnden Wasseroberfläche zum Auge des Vogels nehmen könnte.

[**1 Punkt: direkter Weg geprüft**
1 Punkt: indirekter Weg geprüft]

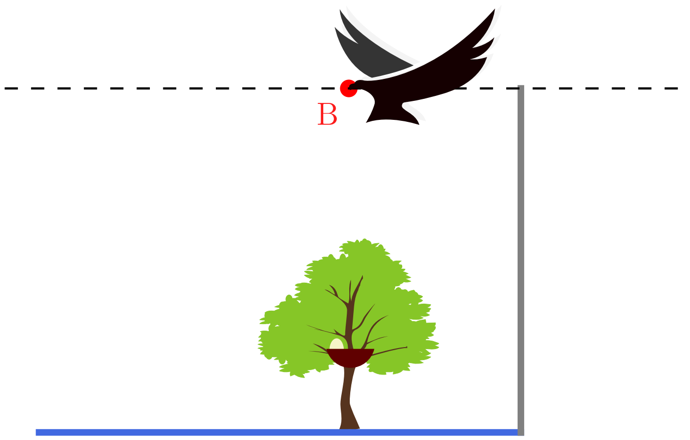
(b) Konstruieren Sie in der obigen Abbildung, ab welchen Positionen entlang der gestrichelten horizontalen Line der Vogel das Spiegelbild des Nests sehen kann. **(3 Punkte)**

Lösung: Eine schrittweise Darstellung der einzelnen Schritte der geometrischen Konstruktion sind in folgender Skizze gegeben:

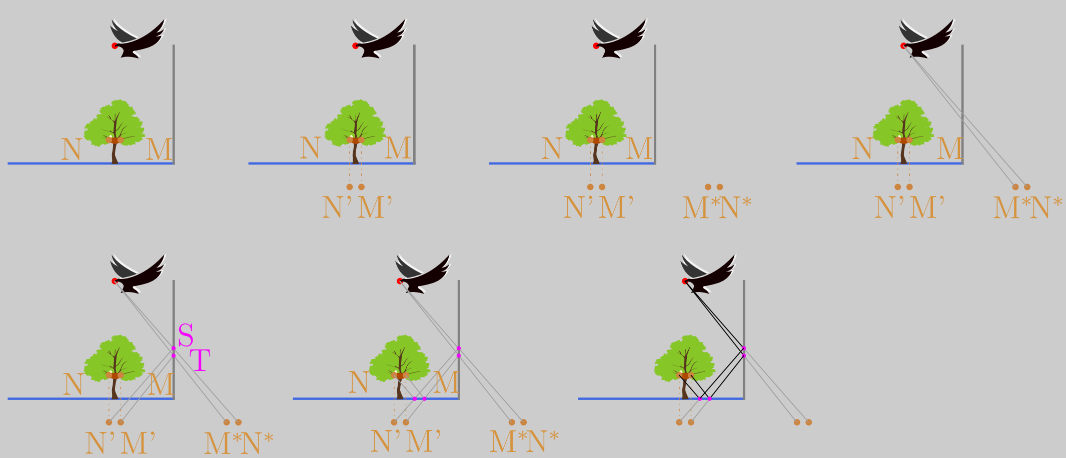


1. Zunächst spiegeln wir den Baum an der horizontalen blauen Linie, welche die spiegelnde Wasseroberfläche darstellt.
2. Als nächstes werden die Tangenten der zu den beiden Enden des Nestes gehörigen Lichtstrahlen an den äussersten Punkt des Baumes konstruiert.
3. Zuletzt muss noch der reelle Gang der Lichtstrahlen (durchgezogene schwarze Linien) mithilfe der Schnittpunkte der Hilfslinien mit der Beobachtungshöhe der Möwe konstruiert werden.

(c) Auf der rechten Seite des Baumes, direkt am Ufer des Sees befinde sich ein Haus (die vertikale graue Linie ist die Hauswand). Auf welcher Höhe müsste dieses Haus ein spiegelndes Fenster haben, damit die Möwe vom Punkt B aus das Spiegelbild des Nests mit dem Ei sieht? Führen Sie eine Konstruktion für beide Seiten des Nestes in der Abbildung auf der nächsten Seite durch. Sieht die Möwe das Nest im Fenster exakt gleich wie es im Baum hängt? **(5 Punkte)**



Lösung: Eine schrittweise Konstruktion der Lösung sieht wie folgt aus:



1. Zunächst werden das linke und rechte Ende des Nestes mit zwei Punkten N, M markiert,

2. Dann werden die Spiegelpunkte N', M' dieser zwei Punkte an der Wasseroberfläche eingezeichnet.

3. Diese zwei Spiegelpunkte werden nun auch noch an der Hauswand (also der potentiellen Stelle des spiegelnden Fensters als zweiter Spiegelfläche) zu M^* und N^* gespiegelt.

4. Nun werden Hilfslinien zwischen M^* und N^* und dem Auge der Möwe eingezeichnet.

5. Die Schnittpunkte dieser Hilfslinien mit der Hauswand werden benannt mit S, T und ein weiteres Set Hilfslinien wird zwischen S und N', sowie T und M' eingezeichnet.

6. Auch diese Hilfslinien schneiden wieder mit einer Spiegelfläche, welche dieses Mal jedoch der Wasseroberfläche entspricht. Auch hier wird nochmals ein neues Set an Hilfslinien zwischen diesen Schnittpunkten und N und M eingeführt.

7. Nun müssen nur noch die beiden Punkte N und M mit Hilfe aller zuvor konstruierten Schnittpunkten und unter Einbeziehung der dazugehörigen Hilfslinien verbunden werden.

Folgt man dem soeben konstuierten Lichtweg für die beiden Punkte N und M sieht man, dass die Möwe das Nest nicht gleich sieht wie es im Baum hängt, sondern spiegelverkehrt.