

Übung 7

Ausgabe 16.04.2018

Abgabe 23.04.2018

1 Spezifische Kapazität von Membranen

Plasmamembranen können anhand eines einfachen Modells als Plattenkondensator verstanden werden, wobei das Membraninnere das Dielektrikum darstellt.

1. Schätzen Sie mit Hilfe des Plattenkondensatormodells die spezifische Kapazität C_m einer reinen Phospholipidmembran mit einer Dicke von $d = 5 \text{ nm}$ und einer Dielektrizitätskonstante von $\epsilon = 2$ ab. Eine Dielektrizitätskonstante von $\epsilon = 2$ entspricht in etwa der eines Kohlenwasserstoffs (Zum Vergleich: Wasser $\epsilon = 78.54$, Methanol $\epsilon = 32.66$).
2. Experimentelle Untersuchungen zeigen für verschiedene Membrantypen die gleiche spezifische Kapazität von $C_m \approx 1 \mu\text{Fcm}^{-2}$. Vergleichen Sie das in Aufgabenteil 1 erhaltene Ergebnis mit dem experimentellen Wert. Welche Ursachen können für eine eventuelle Abweichung vom idealisierten Plattenkondensatormodell verantwortlich sein? Beurteilen Sie hierbei besonders, inwiefern die in Aufgabenteil 1 gemachten Annahmen für reale Membranen zutreffen, indem Sie die Dicke der Membran bzw. die Dielektrizitätskonstante in einem sinnvollen Bereich variieren.

2 Membranproteindiffusion

Auf einem sehr kleinen Areal ($\sim 500 \text{ nm}$) einer Lipidmembran werden Proteine mit einem fluoreszierenden Molekül markiert. Nach einer Zeit $t = 350 \text{ s}$ hat sich der anfängliche Fleck auf einen Kreis ausgebreitet (siehe Abb.1A).

1. Wie gross ist der Diffusionskoeffizient des Proteins innerhalb der Membran? Tipp: In einer Normalverteilung ist die Halbwertsbreite (FWHM, Full width half maximum) gegeben durch $2\sqrt{2 \ln 2} \sigma$, wobei σ die Standardabweichung der Verteilung ist von der Form

$$f(x, \sigma) = C e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \quad (1)$$

2. Das Experiment wird mit einer Lipidmembran wiederholt, die ein weiteres Protein beinhaltet, welches mit dem ersten Protein einen Proteinkomplex bildet. Nach wiederum $t = 350 \text{ s}$ hat sich der anfängliche Fleck auf einen Kreis mit einem kleineren Durchmesser ausgebreitet (siehe Abb.1B). Welche Aussage können Sie über die Grösse des entstandenen Proteinkomplexes machen? Nehmen Sie an, dass die Form des Komplexes und des einzelnen Proteins in der Membran kugelförmig ist. Wie verhalten sich die Massen des Proteins und des Proteinkomplexes zueinander?

3. Berechnen Sie einen Ausdruck für das mittlere Entfernungskadrat $\langle R^2 \rangle$ ausgehend von der Lösung der Diffusionsgleichung in zwei Dimensionen, hier gegeben als die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion:

$$p(\vec{R}, t) = \frac{1}{4\pi Dt} e^{-\frac{R^2}{4Dt}}, \quad (2)$$

wobei $\vec{R} = (x, y)$ ein zweidimensionaler Vektor ist und $R^2 = \vec{R} \cdot \vec{R} = x^2 + y^2$.
Wie gross ist $\langle R^2 \rangle$ für beide fälle in Abb.1?

A

B

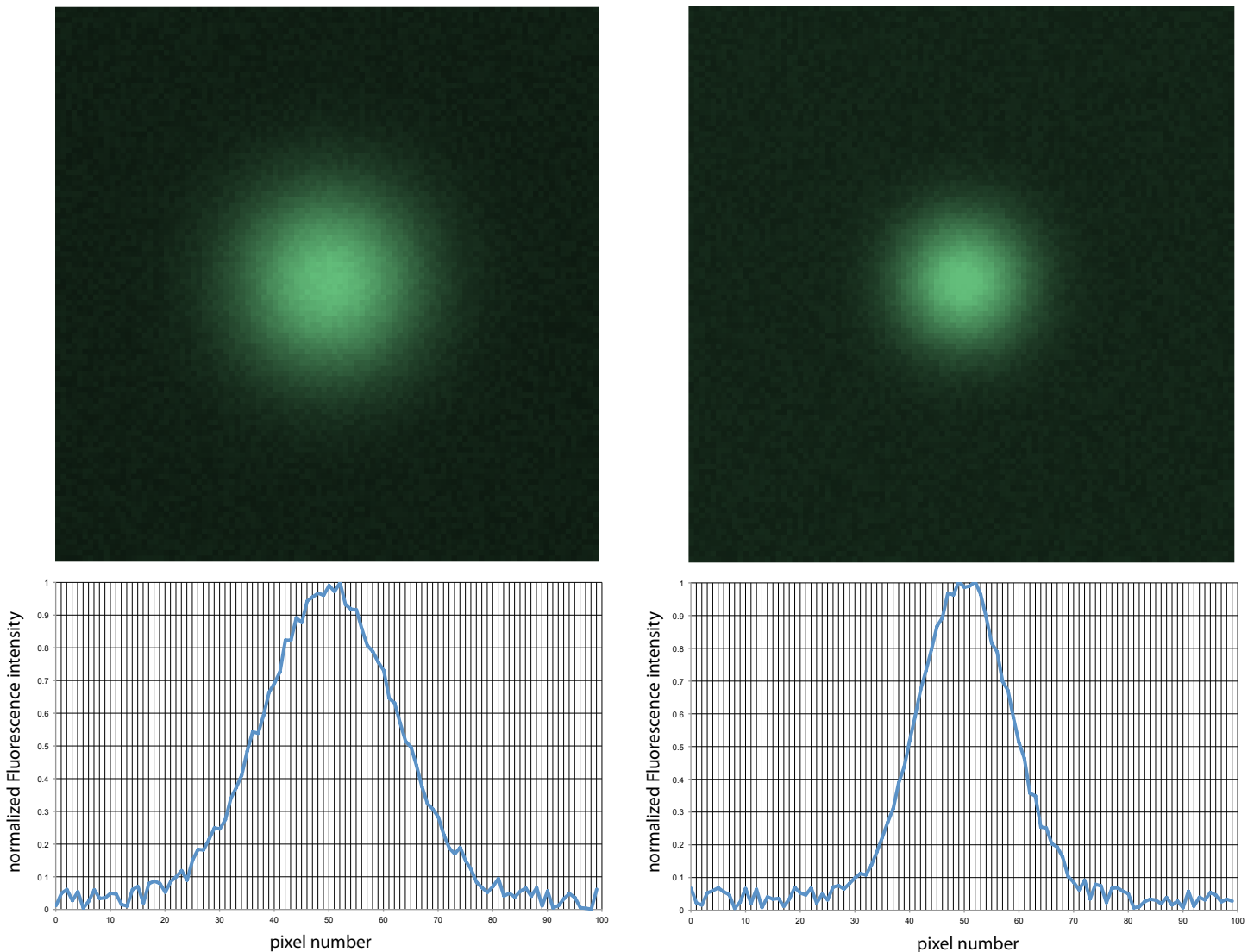


Abbildung 1: Die Fluoreszenz von zwei Membranproteinproben nach 350 Sekunden Diffusion in einer Lipidmembran. Die Abbildungen oben zeigen die Intensität der Fluoreszenz aufgenommen mit einem 100x100 Pixel Detektor (Pixelgrösse 400 nm) und die Abbildungen unten zeigen Plots der normalisierten Intensität der Fluoreszenz der Querschnittsfläche des Zentrums. A) Fluoreszenzmarkiertes Membranprotein. B) Gleiches Protein wie in A in Komplex mit einem zweiten Membranprotein.

3 Radioaktiver Zerfall

Die Radiokarbonmethode beruht auf dem konstanten Anteil des radioaktiven Kohlenstoffisotops ^{14}C im Kohlendioxid der Atmosphäre. Während der Lebenszeit einer Pflanze ist über die Photosynthese auch der ^{14}C -Anteil im Pflanzenmaterial konstant, verringert sich jedoch nach dem Absterben der Pflanze durch radioaktiven Zerfall des ^{14}C mit einer Halbwertszeit $t_{1/2} = 5730 \text{ a}$.

1. Geben Sie eine Beziehung für den zeitlichen Verlauf der Stoffmenge bzw. Konzentration an ^{14}C nach Absterben der Pflanze an. Von welcher Ordnung ist die Kinetik dieser Zerfallsreaktion und wie gross ist die Geschwindigkeitskonstante?
2. Das Papier eines alten Bibelfragments weist einen um $5 \pm 0.2\%$ geringeren Gehalt an ^{14}C auf. Kann es sich hierbei um das Original einer Gutenberg-Bibel handeln? (Die Gutenberg-Bibeln wurden zwischen 1452 und 1454 gedruckt.)
3. Archäologen datierten den Vulkanausbruch auf der griechischen Insel Santorin bislang anhand einer Zuordnung der auf der Insel gefundenen Kulturgüter zu bestimmten Stilepochen und aufgrund ägyptischer Inschriften auf etwa 1500 v. Chr. Mittels eines bei der Eruption abgestorbenen Olivenzweiges konnte der Ausbruch neu auf die Jahre 1627 bis 1600 v. Chr. datiert werden (Science 2006, 132, 508 und 548). Auf welchen prozentualen Wert ist hier die Restaktivität gesunken? Welche Fehlereinflüsse könnte es geben (neben der Messungenauigkeit der Restaktivität), und wie lassen sich diese abschätzen?