

Presentación del problema

Algoritmo tradicional

Algoritmo voraz

Elementos del algoritmo

Metodología

Ejemplo de uso

Demostración de optimalidad

Fin de la presentación

Práctica 3

Supercomputador

María Jesús López Salmerón
Nazaret Román Guerrero
Laura Hernández Muñoz
José Baena Cobos
Carlos Sánchez Páez

6 de abril de 2018

Índice

Presentación del problema

Algoritmo tradicional

Algoritmo voraz

Elementos del algoritmo voraz

Metodología

Ejemplo de uso

Demostración de optimalidad

Fin de la presentación

1 Presentación del problema

2 Algoritmo tradicional

3 Algoritmo voraz

- Elementos del algoritmo voraz
- Metodología
- Ejemplo de uso

4 Demostración de optimalidad

Índice

Presentación del problema

Algoritmo tradicional

Algoritmo voraz

Elementos del algoritmo voraz

Metodología

Ejemplo de uso

Demostración de optimalidad

Fin de la presentación

1 Presentación del problema

2 Algoritmo tradicional

3 Algoritmo voraz

- Elementos del algoritmo voraz
- Metodología
- Ejemplo de uso

4 Demostración de optimalidad

Supercomputador

Presentación del problema

Algoritmo tradicional

Algoritmo voraz

Elementos del algoritmo voraz

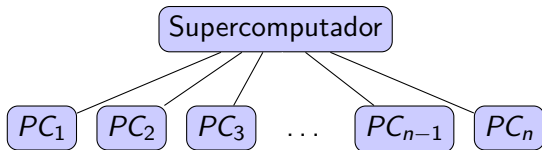
Metodología

Ejemplo de uso

Demostración de optimalidad

Fin de la presentación

$$\text{Tiempo de } \textit{proceso}_i = \begin{cases} p(i) & \text{segundos en el supercomputador} \\ + \\ f(i) & \text{segundos en un PC} \end{cases}$$



Supercomputador

Presentación del problema

Algoritmo tradicional

Algoritmo voraz

Elementos del algoritmo voraz

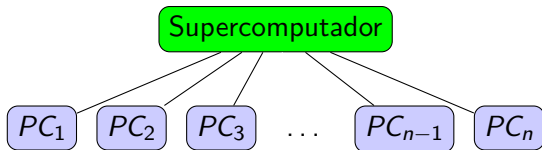
Metodología

Ejemplo de uso

Demostración de optimalidad

Fin de la presentación

$$\text{Tiempo de } \textit{proceso}_i = \begin{cases} p(i) & \text{segundos en el supercomputador} \\ + \\ f(i) & \text{segundos en un PC} \end{cases}$$



Supercomputador

Presentación del problema

Algoritmo tradicional

Algoritmo voraz

Elementos del algoritmo voraz

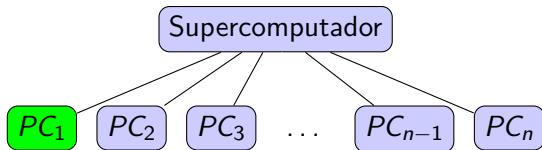
Metodología

Ejemplo de uso

Demostración de optimalidad

Fin de la presentación

$$\text{Tiempo de } \textit{proceso}_i = \begin{cases} p(i) & \text{segundos en el supercomputador} \\ + \\ f(i) & \text{segundos en un PC} \end{cases}$$



Supercomputador

Presentación del problema

Algoritmo tradicional

Algoritmo voraz

Elementos del algoritmo voraz

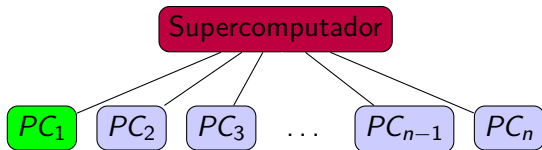
Metodología

Ejemplo de uso

Demostración de optimalidad

Fin de la presentación

$$\text{Tiempo de } \textit{proceso}_i = \begin{cases} p(i) & \text{segundos en el supercomputador} \\ + \\ f(i) & \text{segundos en un PC} \end{cases}$$



Supercomputador

Presentación del problema

Algoritmo tradicional

Algoritmo voraz

Elementos del algoritmo voraz

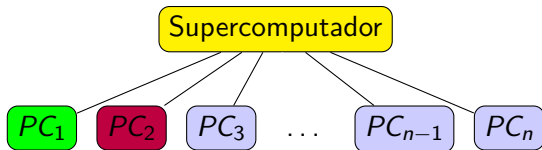
Metodología

Ejemplo de uso

Demostración de optimalidad

Fin de la presentación

$$\text{Tiempo de } \textit{proceso}_i = \begin{cases} p(i) & \text{segundos en el supercomputador} \\ + \\ f(i) & \text{segundos en un PC} \end{cases}$$



Ejemplo

Presentación del problema

Algoritmo tradicional

Algoritmo voraz

Elementos del algoritmo voraz

Metodología

Ejemplo de uso

Demostración de optimalidad

Fin de la presentación

Proceso	T_S	T_{PC}
P_1	4	6
P_2	5	5
P_3	3	7
P_4	8	2

Ejemplo

Presentación del problema

Algoritmo tradicional

Algoritmo voraz

Elementos del algoritmo voraz

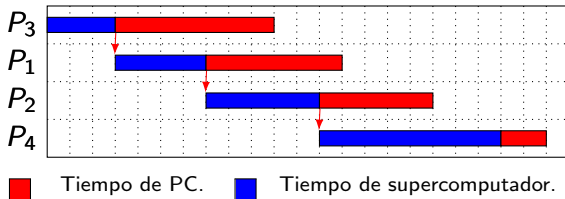
Metodología

Ejemplo de uso

Demostración de optimalidad

Fin de la presentación

Proceso	$p(i)$	$f(i)$
P_1	4	6
P_2	5	5
P_3	3	7
P_4	8	2



Ejemplo

Presentación del problema

Algoritmo tradicional

Algoritmo voraz

Elementos del algoritmo voraz

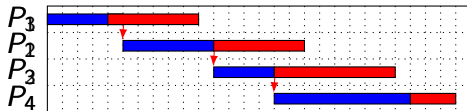
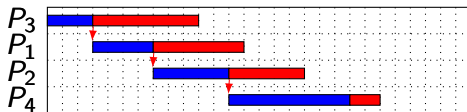
Metodología

Ejemplo de uso

Demostración de optimalidad

Fin de la presentación

Proceso	$p(i)$	$f(i)$
P_1	4	6
P_2	5	5
P_3	3	7
P_4	8	2



Tiempo de PC.



Tiempo de supercomputador.

Ejemplo

Presentación del problema

Algoritmo tradicional

Algoritmo voraz

Elementos del algoritmo voraz

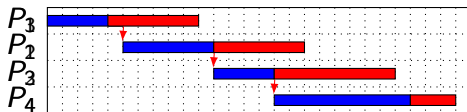
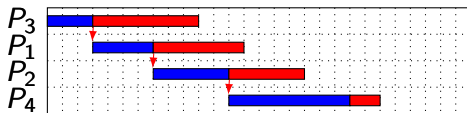
Metodología

Ejemplo de uso

Demostración de optimalidad

Fin de la presentación

Proceso	$p(i)$	$f(i)$
P_1	4	6
P_2	5	5
P_3	3	7
P_4	8	2



Tiempo de PC.



Tiempo de supercomputador.

Para 4 procesos hay $4! = 24$ posibles soluciones.

Índice

Presentación del problema

Algoritmo tradicional

Algoritmo voraz

Elementos del algoritmo voraz

Metodología

Ejemplo de uso

Demostración de optimalidad

Fin de la presentación

1 Presentación del problema

2 Algoritmo tradicional

3 Algoritmo voraz

- Elementos del algoritmo voraz
- Metodología
- Ejemplo de uso

4 Demostración de optimalidad

Algoritmo tradicional

Presentación del problema

Algoritmo tradicional

Algoritmo voraz

Elementos del algoritmo voraz

Metodología

Ejemplo de uso

Demostración de optimalidad

Fin de la presentación

❶ Probar las distintas combinaciones ($n!$)

Algoritmo tradicional

Presentación del problema

Algoritmo tradicional

Algoritmo voraz

Elementos del algoritmo voraz

Metodología

Ejemplo de uso

Demostración de optimalidad

Fin de la presentación

- 1 Probar las distintas combinaciones ($n!$)
- 2 Elegir la que menor tiempo total consuma.

Algoritmo tradicional

Presentación del problema

Algoritmo tradicional

Algoritmo voraz

Elementos del algoritmo voraz

Metodología

Ejemplo de uso

Demostración de optimalidad

Fin de la presentación

- 1 Probar las distintas combinaciones ($n!$)
- 2 Elegir la que menor tiempo total consuma.

$$O(n!)$$

Índice

Presentación del problema

Algoritmo tradicional

Algoritmo voraz

Elementos del algoritmo voraz

Metodología

Ejemplo de uso

Demostración de optimalidad

Fin de la presentación

1 Presentación del problema

2 Algoritmo tradicional

3 Algoritmo voraz

- Elementos del algoritmo voraz
- Metodología
- Ejemplo de uso

4 Demostración de optimalidad

Índice

Presentación del problema

Algoritmo tradicional

Algoritmo voraz

Elementos del algoritmo voraz

Metodología

Ejemplo de uso

Demostración de optimalidad

Fin de la presentación

1 Presentación del problema

2 Algoritmo tradicional

3 Algoritmo voraz

- **Elementos del algoritmo voraz**
 - Metodología
 - Ejemplo de uso

4 Demostración de optimalidad

Elementos del algoritmo voraz

Presentación del problema
Algoritmo tradicional
Algoritmo voraz
Elementos del algoritmo voraz
Metodología
Ejemplo de uso
Demostración de optimalidad
Fin de la presentación

- **Conjunto de candidatos.** Todos los procesos a ejecutar.
 $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}.$

Elementos del algoritmo voraz

Presentación del problema

Algoritmo tradicional

Algoritmo voraz

Elementos del algoritmo voraz

Metodología

Ejemplo de uso

Demostración de optimalidad

Fin de la presentación

- **Conjunto de candidatos.** Todos los procesos a ejecutar.
 $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$.
- **Conjunto de seleccionados.** Aquellos procesos que iremos incorporando a la lista final.

Elementos del algoritmo voraz

Presentación del problema

Algoritmo tradicional

Algoritmo voraz

Elementos del algoritmo voraz

Metodología

Ejemplo de uso

Demostración de optimalidad

Fin de la presentación

- **Conjunto de candidatos.** Todos los procesos a ejecutar.
 $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$.
- **Conjunto de seleccionados.** Aquellos procesos que iremos incorporando a la lista final.
- **Función solución.** p_i completado $\forall i \in [1, \#P]$.

Elementos del algoritmo voraz

Presentación del problema

Algoritmo tradicional

Algoritmo voraz

Elementos del algoritmo voraz

Metodología

Ejemplo de uso

Demostración de optimalidad

Fin de la presentación

- **Conjunto de candidatos.** Todos los procesos a ejecutar.
 $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$.
- **Conjunto de seleccionados.** Aquellos procesos que iremos incorporando a la lista final.
- **Función solución.** p_i completado $\forall i \in [1, \#P]$.
- **Función de factibilidad.** El tiempo de ejecución de un proceso debe ser finito.

Elementos del algoritmo voraz

Presentación del problema

Algoritmo tradicional

Algoritmo voraz

Elementos del algoritmo voraz

Metodología

Ejemplo de uso

Demostración de optimalidad

Fin de la presentación

- **Conjunto de candidatos.** Todos los procesos a ejecutar.
 $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$.
- **Conjunto de seleccionados.** Aquellos procesos que iremos incorporando a la lista final.
- **Función solución.** p_i completado $\forall i \in [1, \#P]$.
- **Función de factibilidad.** El tiempo de ejecución de un proceso debe ser finito.
- **Función de selección.** Seleccionaremos aquel proceso que tenga un $f(i)$ mayor.

Elementos del algoritmo voraz

Presentación del problema

Algoritmo tradicional

Algoritmo voraz

Elementos del algoritmo voraz

Metodología

Ejemplo de uso

Demostración de optimalidad

Fin de la presentación

- **Conjunto de candidatos.** Todos los procesos a ejecutar.
 $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$.
- **Conjunto de seleccionados.** Aquellos procesos que iremos incorporando a la lista final.
- **Función solución.** p_i completado $\forall i \in [1, \#P]$.
- **Función de factibilidad.** El tiempo de ejecución de un proceso debe ser finito.
- **Función de selección.** Seleccionaremos aquel proceso que tenga un $f(i)$ mayor.
- **Función objetivo.** Obtener la solución cuyo tiempo global sea menor, siendo
$$T_{fin\ global} = \sum_{i=1}^n p(i) + \max\{T_{restante}(p_1), \dots, T_{restante}(p_n)\}.$$

Índice

Presentación del problema

Algoritmo tradicional

Algoritmo voraz

Elementos del algoritmo voraz

Metodología

Ejemplo de uso

Demostración de optimalidad

Fin de la presentación

1 Presentación del problema

2 Algoritmo tradicional

3 Algoritmo voraz

- Elementos del algoritmo voraz
- **Metodología**
- Ejemplo de uso

4 Demostración de optimalidad

Metodología del algoritmo voraz

Presentación del problema
Algoritmo tradicional
Algoritmo voraz
Elementos del algoritmo voraz
Metodología
Ejemplo de uso
Demostración de optimalidad
Fin de la presentación

- 1 Ordenar el vector de procesos de forma decreciente según su $f(i) \rightarrow \text{Quicksort}$.

Metodología del algoritmo voraz

Presentación del problema

Algoritmo tradicional

Algoritmo voraz

Elementos del algoritmo voraz

Metodología

Ejemplo de uso

Demostración de optimalidad

Fin de la presentación

- 1 Ordenar el vector de procesos de forma decreciente según su $f(i)$.

$$O(n \cdot \log(n))$$

Índice

Presentación del problema

Algoritmo tradicional

Algoritmo voraz

Elementos del algoritmo voraz

Metodología

Ejemplo de uso

Demostración de optimalidad

Fin de la presentación

1 Presentación del problema

2 Algoritmo tradicional

3 Algoritmo voraz

- Elementos del algoritmo voraz
- Metodología
- **Ejemplo de uso**

4 Demostración de optimalidad

Ejemplo

Presentación del problema

Algoritmo tradicional

Algoritmo voraz

Elementos del algoritmo voraz

Metodología

Ejemplo de uso

Demostración de optimalidad

Fin de la presentación

Proceso	T_S	T_{PC}
P_1	4	6
P_2	5	5
P_3	3	7
P_4	8	2

Ejemplo

Presentación del problema

Algoritmo tradicional

Algoritmo voraz

Elementos del algoritmo voraz

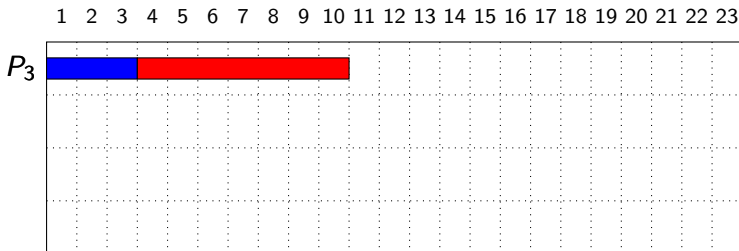
Metodología

Ejemplo de uso

Demostración de optimalidad

Fin de la presentación

Proceso	$p(i)$	$f(i)$
P_1	4	6
P_2	5	5
P_3	3	7
P_4	8	2



Tiempo de PC.



Tiempo de supercomputador.

Ejemplo

Presentación del problema

Algoritmo tradicional

Algoritmo voraz

Elementos del algoritmo voraz

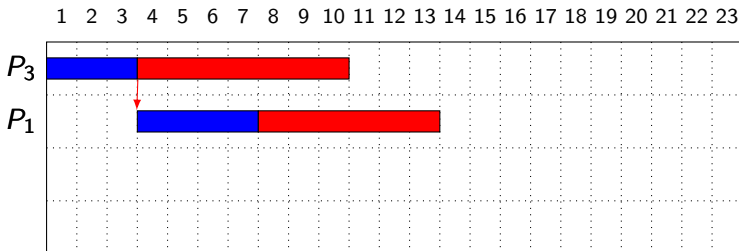
Metodología

Ejemplo de uso

Demostración de optimalidad

Fin de la presentación

Proceso	$p(i)$	$f(i)$
P_1	4	6
P_2	5	5
P_3	3	7
P_4	8	2



Tiempo de PC.



Tiempo de supercomputador.

Ejemplo

Presentación del problema

Algoritmo tradicional

Algoritmo voraz

Elementos del algoritmo voraz

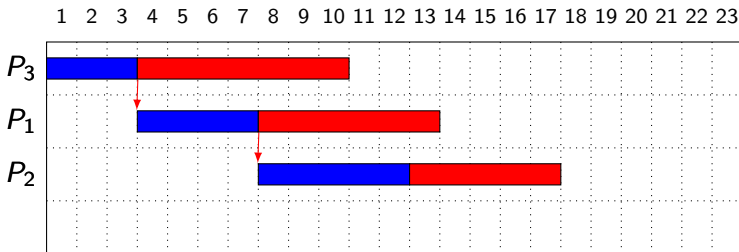
Metodología

Ejemplo de uso

Demostración de optimalidad

Fin de la presentación

Proceso	$p(i)$	$f(i)$
P_1	4	6
P_2	5	5
P_3	3	7
P_4	8	2



Tiempo de PC.



Tiempo de supercomputador.

Ejemplo

Presentación del problema

Algoritmo tradicional

Algoritmo voraz

Elementos del algoritmo voraz

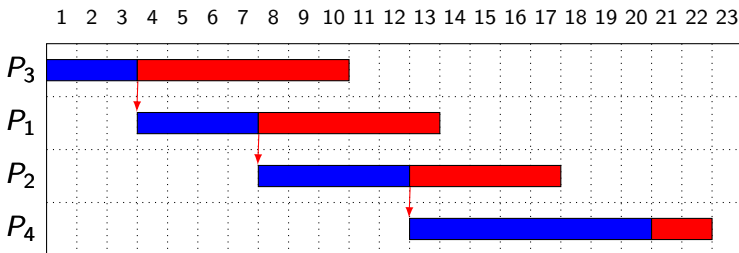
Metodología

Ejemplo de uso

Demostración de optimalidad

Fin de la presentación

Proceso	$p(i)$	$f(i)$
P_1	4	6
P_2	5	5
P_3	3	7
P_4	8	2



Tiempo de PC.



Tiempo de supercomputador.

Índice

Presentación del problema

Algoritmo tradicional

Algoritmo voraz

Elementos del algoritmo voraz

Metodología

Ejemplo de uso

Demostración de optimalidad

Fin de la presentación

1 Presentación del problema

2 Algoritmo tradicional

3 Algoritmo voraz

- Elementos del algoritmo voraz
- Metodología
- Ejemplo de uso

4 Demostración de optimalidad

Demostración de optimalidad

Presentación del problema

Algoritmo tradicional

Algoritmo voraz

Elementos del algoritmo voraz

Metodología

Ejemplo de uso

Demostración de optimalidad

Fin de la presentación

- $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\} \rightarrow$ conjunto de procesos candidatos.
- $T_{fin_{global}} = \sum_{i=1}^n p(i) + \max\{T_{restante}(p_1), \dots, T_{restante}(p_n)\}$
- $p_x \in P$ un proceso tal que $f(p_x) \geq f(p_i) \forall i \in [1, \#P]$.

Demostración de optimalidad

Presentación del problema

Algoritmo tradicional

Algoritmo voraz

Elementos del algoritmo voraz

Metodología

Ejemplo de uso

Demostración de optimalidad

Fin de la presentación

Si p_x se ejecuta el primero:

- $t_{inicio}(f(p_x)) = t_0 + p(p_x)$
- $t_{fin}(f(p_x)) = t_{inicio}(f(p_x)) + f(p_x)$

Sea $t_{fin}(p_x) = t_0 + \sum_{i=1}^n p(i)$ el momento en el que han finalizado todos los cálculos del superordenador. Entonces:

$$t_{restante}(p_x) = t_{fin}(p_x) - t_{fin}(p)$$

Reducción al absurdo

Demostración de optimalidad

Presentación del problema

Algoritmo tradicional

Algoritmo voraz

Elementos del algoritmo voraz

Metodología

Ejemplo de uso

Demostración de optimalidad

Fin de la presentación

Supongamos que no eligiendo p_x como el primer proceso obtenemos una solución óptima. Entonces:

$$\bullet \quad t'_{inicio}(f(p_x)) = t_0 + \underbrace{\sum_{i=1}^{pos_x-1} p(p_i)}_{\text{espera}} + p(p_x)$$

Demostración de optimalidad

Presentación del problema

Algoritmo tradicional

Algoritmo voraz

Elementos del algoritmo voraz

Metodología

Ejemplo de uso

Demostración de optimalidad

Fin de la presentación

Supongamos que no eligiendo p_x como el primer proceso obtenemos una solución óptima. Entonces:

- $$t'_{inicio}(f(p_x)) = t_0 + \underbrace{\sum_{i=1}^{pos_x-1} p(p_i) + p(p_x)}_{\text{espera}}$$
- $$t'_{inicio}(p_x) > t_{inicio}(p_x) \rightarrow t'_{fin}(p_x) > t_{fin}(p_x) \rightarrow t'_{restante}(p_x) > t_{restante}(p_x)$$

Demostración de optimalidad

Presentación del problema

Algoritmo tradicional

Algoritmo voraz

Elementos del algoritmo voraz

Metodología

Ejemplo de uso

Demostración de optimalidad

Fin de la presentación

Supongamos que no eligiendo p_x como el primer proceso obtenemos una solución óptima. Entonces:

- $t'_{inicio}(f(p_x)) = t_0 + \underbrace{\sum_{i=1}^{pos_x-1} p(p_i) + p(p_x)}_{\text{espera}} \rightarrow$
- $t'_{inicio}(p_x) > t_{inicio}(p_x) \rightarrow t'_{fin}(p_x) > t_{fin}(p_x) \rightarrow t_{restante}p(x)' > t_{restante}(p_x)$

Por tanto, como $t_{restante}p(x)'$ es mayor:

Demostración de optimalidad

Presentación del problema

Algoritmo tradicional

Algoritmo voraz

Elementos del algoritmo

voraz

Metodología

Ejemplo de uso

Demostración de optimalidad

Fin de la presentación

Supongamos que no eligiendo p_x como el primer proceso obtenemos una solución óptima. Entonces:

- $$t'_{inicio}(f(p_x)) = t_0 + \underbrace{\sum_{i=1}^{pos_x-1} p(p_i) + p(p_x)}_{\text{espera}} \rightarrow$$
- $$t'_{inicio}(p_x) > t_{inicio}(p_x) \rightarrow t'_{fin}(p_x) > t_{fin}(p_x) \rightarrow$$
$$t_{restante}p(x)' > t_{restante}(p_x)$$

Por tanto, como $t_{restante}p(x)'$ es mayor:

$$\begin{aligned} \text{máx}'\{t_{restante}(p_1), \dots, t_{restante}(p_x), \dots, t_{restante}(p_n)\} &> \\ \text{máx}\{t_{restante}(p_1), \dots, t_{restante}(p_x), \dots, t_{restante}(p_n)\} \end{aligned}$$

$$\text{Por tanto, } T'_{fin_{global}} > T_{fin_{global}}$$

Demostración de optimalidad

Presentación del problema

Algoritmo tradicional

Algoritmo voraz

Elementos del algoritmo

voraz

Metodología

Ejemplo de uso

Demostración de optimalidad

Fin de la presentación

Supongamos que no eligiendo p_x como el primer proceso obtenemos una solución óptima. Entonces:

- $$t'_{inicio}(f(p_x)) = t_0 + \underbrace{\sum_{i=1}^{pos_x-1} p(p_i) + p(p_x)}_{\text{espera}} \rightarrow$$
- $$t'_{inicio}(p_x) > t_{inicio}(p_x) \rightarrow t'_{fin}(p_x) > t_{fin}(p_x) \rightarrow$$
$$t_{restante}p(x)' > t_{restante}(p_x)$$

Por tanto, como $t_{restante}p(x)'$ es mayor:

$$\begin{aligned} \text{máx}'\{t_{restante}(p_1), \dots, t_{restante}(p_x), \dots, t_{restante}(p_n)\} &> \\ \text{máx}\{t_{restante}(p_1), \dots, t_{restante}(p_x), \dots, t_{restante}(p_n)\} \end{aligned}$$

Por tanto, $T'_{fin_{global}} > T_{fin_{global}} \rightarrow$ Solución no óptima

Demostración de optimalidad

Presentación del problema

Algoritmo tradicional

Algoritmo voraz

Elementos del algoritmo voraz

Metodología

Ejemplo de uso

Demostración de optimalidad

Fin de la presentación

Supongamos que no eligiendo p_x como el primer proceso obtenemos una solución óptima. Entonces:

- $t'_{inicio}(f(p_x)) = t_0 + \underbrace{\sum_{i=1}^{pos_x-1} p(p_i)}_{\text{espera}} + p(p_x) \rightarrow$
- $t'_{inicio}(p_x) > t_{inicio}(p_x) \rightarrow t'_{fin}(p_x) > t_{fin}(p_x) \rightarrow$
 $t_{restante}p(x)' > t_{restante}(p_x)$

Por tanto, como $t_{restante}p(x)'$ es mayor:

$$\text{máx}'\{t_{restante}(p_1), \dots, t_{restante}(p_x), \dots, t_{restante}(p_n)\} > \text{máx}\{t_{restante}(p_1), \dots, t_{restante}(p_x), \dots, t_{restante}(p_n)\}$$

Por tanto, $T'_{fin_{global}} > T_{fin_{global}} \rightarrow$ Solución no óptima \rightarrow
contradicción \rightarrow nuestra hipótesis es correcta.

Fin

Presentación del problema
Algoritmo tradicional
Algoritmo voraz
Elementos del algoritmo voraz
Metodología
Ejemplo de uso
Demostración de optimalidad
Fin de la presentación

Fin de la presentación