



ugr

Universidad  
de Granada

ALGORÍTMICA  
GRADO EN INGENIERÍA INFORMÁTICA

# Práctica 1

---

Análisis de eficiencia de algoritmos

## Autores

Maria Jesús López Salmerón  
Nazaret Román Guerrero  
Laura Hernández Muñoz  
José Baena Cobos  
Carlos Sánchez Páez



**DECSAI**  
Departamento de Ciencias de la Computación e I.A.  
Universidad de Granada

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍAS INFORMÁTICA Y DE  
TELECOMUNICACIÓN

CURSO 2017-2018

# Índice

<b>1. Descripción de la práctica</b>	<b>1</b>
<b>2. Código fuente a utilizar</b>	<b>1</b>
2.1. Hanoi . . . . .	1
2.2. Floyd . . . . .	2
2.3. Algoritmos de ordenación . . . . .	4
2.3.1. Burbuja . . . . .	4
2.3.2. Selección . . . . .	5
2.3.3. Inserción . . . . .	6
2.3.4. <i>Heapsort</i> . . . . .	7
2.3.5. <i>Mergesort</i> . . . . .	8
2.3.6. <i>Quicksort</i> . . . . .	11
<b>3. Cálculo de la eficiencia empírica</b>	<b>13</b>
3.1. Gráficas comparativas . . . . .	15
3.1.1. Algoritmos con eficiencia $O(n^2)$ . . . . .	15
3.1.2. Algoritmo con eficiencia $O(n^3)$ . . . . .	17
3.1.3. Algoritmos con eficiencia $O(n \cdot \log(n))$ . . . . .	17
3.1.4. Algoritmo con eficiencia $O(2^n)$ . . . . .	19
3.1.5. Comparación entre algoritmos de ordenación . . . . .	19
3.2. Variación de la eficiencia empírica . . . . .	21
<b>4. Cálculo de la eficiencia híbrida</b>	<b>21</b>
4.0.1. Algoritmos con eficiencia $O(n^2)$ . . . . .	21
4.0.2. Algoritmos con eficiencia $O(n^3)$ . . . . .	21
4.0.3. Algoritmos con eficiencia $O(n \cdot \log(n))$ . . . . .	21
4.0.4. Algoritmo con eficiencia $O(2^n)$ . . . . .	21
4.0.5. Algoritmos con eficiencia $O(n \cdot \log(n))$ . . . . .	21

# Índice de cuadros

1. Parámetros de ejecución de cada programa . . . . .	15
---	----

# 1. Descripción de la práctica

El objetivo de la práctica es analizar la eficiencia de distintos algoritmos mediante tres métodos:

1. **Teórico:** obteniendo una expresión  $T(n)$  que será convertida a notación  $O(n)$
2. **Empírico:** ejecutando dicho algoritmo con distintos tamaños de problema y analizando el tiempo de realización del mismo frente a la cantidad de datos de entrada.
3. **Híbrido:** Hayando las constantes ocultas en la expresión  $T(n)$  mediante los datos empíricos obtenidos anteriormente.

## 2. Código fuente a utilizar

Los algoritmos que utilizaremos para realizar la práctica han sido descargados de la plataforma [decsai.ugr.es](http://decsai.ugr.es).

### 2.1. Hanoi

```
1  #include <iostream>
2  using namespace std;
3  #include <ctime>
4  #include <cstdlib>
5
6  /**
7   @brief Resuelve el problema de las
   ↳ Torres de Hanoi
8   @param M: número de discos. M > 1.
9   @param i: número de columna en que
   ↳ están los discos.
10          i es un valor de {1, 2,
   ↳ 3}. i != j.
11   @param j: número de columna a que
   ↳ se llevan los discos.
12          j es un valor de {1, 2,
   ↳ 3}. j != i.
13
14   Esta función imprime en la salida
   ↳ estándar la secuencia de
15   movimientos necesarios para
   ↳ desplazar los M discos de la
16   columna i a la j, observando la
   ↳ restricción de que ningún
17   disco se puede situar sobre otro de
   ↳ tamaño menor. Utiliza
18   una única columna auxiliar.
19  */
20 void hanoi (int M, int i, int j);
21
22 void hanoi (int M, int i, int j)
23 {
24     if (M > 0)
```

```
25     {
26         hanoi(M-1, i, 6-i-j);
27         cout << i << " -> " << j <<
   ↳ endl;
28         hanoi (M-1, 6-i-j, j);
29     }
30 }
31
32 int main(int argc, char * argv[])
33 {
34
35     if (argc != 2)
36     {
37         cerr << "Formato " << argv[0] <<
   ↳ " <num_discos>" << endl;
38         return -1;
39     }
40
41     int M = atoi(argv[1]);
42
43     hanoi(M, 1, 2);
44
45     return 0;
46 }
```

## 2.2. Floyd

```
1  #include <iostream>
2  using namespace std;
3  #include <ctime>
4  #include <cstdlib>
5  #include <climits>
6  #include <cassert>
7  #include <cmath>
8
9  static int const MAX_LONG = 10;
10
11 /**
12  @brief Reserva espacio en memoria
13  ↪ dinámica para una matriz
14  ↪ cuadrada.
15
16  @param dim: dimensión de la matriz.
17  ↪ dim > 0.
18
19  @returns puntero a la zona de
20  ↪ memoria reservada.
21 */
22 int ** ReservaMatriz(int dim);
23
24 /**
25  @brief Libera el espacio asignado a
26  ↪ una matriz cuadrada.
27
28  @param M: puntero a la zona de
29  ↪ memoria reservada. Es MODIFICADO.
30  @param dim: dimensión de la matriz.
31  ↪ dim > 0.
32
33  Liberar la zona memoria asignada a
34  ↪ M y lo pone a NULL.
35 */
36 void LiberaMatriz(int ** & M, int
37  ↪ dim);
38
39 /**
40  @brief Rellena una matriz cuadrada
41  ↪ con valores aleatorios.
42
43  @param M: puntero a la zona de
44  ↪ memoria reservada. Es MODIFICADO.
45  @param dim: dimensión de la matriz.
46  ↪ dim > 0.
47
48  Asigna un valor aleatorio entero de
49  ↪ [0, MAX_LONG - 1] a cada
50  ↪ elemento de la matriz M, salvo los
51  ↪ de la diagonal principal
52  ↪ que quedan a 0..
53 */
54 void RellenaMatriz(int **M, int dim);
55
56 /**
57  @brief Cálculo de caminos mínimos.
58
59  @param M: Matriz de longitudes de
60  ↪ los caminos. Es MODIFICADO.
61  @param dim: dimensión de la matriz.
62  ↪ dim > 0.
63
64  Calcula la longitud del camino
65  ↪ mínimo entre cada par de nodos
66  ↪ (i,j),
67  ↪ que se almacena en M[i][j].
68 */
69 void Floyd(int **M, int dim);
70
71 /**
72  Implementación de las funciones
73 */
74
75 int ** ReservaMatriz(int dim)
76 {
77     int **M;
78     if (dim <= 0)
79     {
80         cerr<< "\n ERROR: Dimension de
81         ↪ la matriz debe ser mayor que
82         ↪ 0" << endl;
83         exit(1);
84     }
85     M = new int * [dim];
86     if (M == NULL)
87     {
88         cerr << "\n ERROR: No puedo
89         ↪ reservar memoria para un
90         ↪ matriz de "
91         << dim << " x " << dim <<
92         ↪ "elementos" << endl;
93         exit(1);
94     }
95     for (int i = 0; i < dim; i++)
96     {
97         M[i] = new int [dim];
98         if (M[i] == NULL)
99         {
100             cerr << "ERROR: No puedo
101             ↪ reservar memoria para un
102             ↪ matriz de "
103             << dim << " x " << dim
104             ↪ << endl;
105             for (int j = 0; j < i; j++)
106                 delete [] M[i];
107             delete [] M;
108             exit(1);
109         }
110     }
111 }
```

```

85     }
86     return M;
87 }
88
89 void LiberaMatriz(int ** &M, int dim)
90 {
91     for (int i = 0; i < dim; i++)
92         delete [] M[i];
93     delete [] M;
94     M = NULL;
95 }
96
97
98 void RellenaMatriz(int **M, int dim)
99 {
100     for (int i = 0; i < dim; i++)
101         for (int j = 0; j < dim; j++)
102             if (i != j)
103                 M[i][j] = (rand() % MAX_LONG);
104 }
105
106 void Floyd(int **M, int dim)
107 {
108     for (int k = 0; k < dim; k++)
109         for (int i = 0; i < dim; i++)
110             for (int j = 0; j <
111                 ↪ dim; j++)
112                 {
113                     int sum = M[i][k] +
114                     ↪ M[k][j];
115                     M[i][j] = (M[i][j]
116                     ↪ > sum) ? sum :
117                     ↪ M[i][j];
118                 }
119 }
120
121 int main (int argc, char **argv)
122 {
123     // clock_t tantes; // Valor del
124     ↪ reloj antes de la ejecución
125     // clock_t tdespues; // Valor del
126     ↪ reloj después de la ejecución
127     int dim; // Dimensión de
128     ↪ la matriz
129
130     //Lectura de los parametros de
131     ↪ entrada
132     if (argc != 2)
133     {
134         cout << "Parámetros de entrada:
135         ↪ " << endl
136         << "1.- Número de nodos" <<
137         ↪ endl << endl;
138         return 1;
139     }
140
141     dim = atoi(argv[1]);
142     int ** M = ReservaMatriz(dim);
143
144     RellenaMatriz(M,dim);
145
146     // Empieza el algoritmo de floyd
147     // tantes = clock();
148     Floyd(M,dim);
149     // tdespues = clock();
150     <<<<<<< HEAD:Prácticas/Práctica
151     ↪ 1/doc/memoria.tex
152     // cout << "Tiempo: " <<
153     ((double)(tdespues-tantes))/CLOCKS_PER_SEC
154     << " s" << endl;
155     =====
156     // cout << "Tiempo: " << ((double)
157     //((tdespues-tantes))/CLOCKS_PER_SEC
158     // << " s" << endl;
159     >>>>>>>
160     ↪ 90e22ad6eebc655f85de509ad749c265edeac2f9:Prácti
161     ↪ 1/memoria.tex
162     LiberaMatriz(M,dim);
163
164     return 0;
165 }

```

## 2.3. Algoritmos de ordenación

### 2.3.1. Burbuja

```
1  #include <iostream>
2  using namespace std;
3  #include <ctime>
4  #include <cstdlib>
5  #include <climits>
6  #include <cassert>
7
8  /**
9   @brief Ordena un vector por el
   ↪ método de la burbuja.
10
11   @param T: vector de elementos. Debe
   ↪ tener num_elem elementos.
12           Es MODIFICADO.
13   @param num_elem: número de
   ↪ elementos. num_elem > 0.
14
15   Cambia el orden de los elementos de
   ↪ T de forma que los dispone
16   en sentido creciente de menor a
   ↪ mayor.
17   Aplica el algoritmo de la burbuja.
18 */
19 inline static
20 void burbuja(int T[], int num_elem);
21
22 /**
23   @brief Ordena parte de un vector
   ↪ por el método de la burbuja.
24
25   @param T: vector de elementos.
   ↪ Tiene un número de elementos
26           mayor o igual a
   ↪ final. Es MODIFICADO.
27
28   @param inicial: Posición que marca
   ↪ el inicio de la parte del
29           vector a ordenar.
30   @param final: Posición detrás de la
   ↪ última de la parte del
31           vector a ordenar.
32           inicial < final.
33
34   Cambia el orden de los elementos de
   ↪ T entre las posiciones
35   inicial y final - 1 de forma que los
   ↪ dispone en sentido creciente
36   de menor a mayor.
37   Aplica el algoritmo de la burbuja.
38 */
39 static void burbuja_lims(int T[], int
   ↪ inicial, int final);
40
41 /**
42   Implementación de las funciones
43   */
44
45 inline void burbuja(int T[], int
   ↪ num_elem)
46 {
47   burbuja_lims(T, 0, num_elem);
48 }
49
50 static void burbuja_lims(int T[], int
   ↪ inicial, int final)
51 {
52   int i, j;
53   int aux;
54   for (i = inicial; i < final - 1;
   ↪ i++)
55     for (j = final - 1; j > i; j--)
56       if (T[j] < T[j-1])
57         {
58           aux = T[j];
59           T[j] = T[j-1];
60           T[j-1] = aux;
61         }
62 }
63
64 int main(int argc, char * argv[])
65 {
66   if (argc != 2)
67   {
68     cerr << "Formato " << argv[0] <<
   ↪ " <num_elem>" << endl;
69     return -1;
70   }
71
72   int n = atoi(argv[1]);
73
74   int * T = new int[n];
75   assert(T);
76
77   srand(time(0));
78
79   for (int i = 0; i < n; i++)
80   {
81     T[i] = random();
82   }
83
84   burbuja(T, n);
85
86   delete [] T;
87
88   return 0;
89 }
```

### 2.3.2. Selección

```
1  #include <iostream>
2  using namespace std;
3  #include <ctime>
4  #include <cstdlib>
5  #include <climits>
6  #include <cassert>
7
8  /**
9   @brief Ordena un vector por el
   ↳ método de selección.
10
11   @param T: vector de elementos. Debe
   ↳ tener num_elem elementos.
               Es MODIFICADO.
12   @param num_elem: número de
   ↳ elementos. num_elem > 0.
13
14   Cambia el orden de los elementos de
   ↳ T de forma que los dispone
   en sentido creciente de menor a
15   ↳ mayor.
16   Aplica el algoritmo de selección.
17 */
18 inline static
19 void seleccion(int T[], int num_elem);
20
21 /**
22   @brief Ordena parte de un vector
   ↳ por el método de selección.
23
24   @param T: vector de elementos.
   ↳ Tiene un número de elementos
               mayor o igual a
25   ↳ final. Es MODIFICADO.
26   @param inicial: Posición que marca
   ↳ el inicio de la parte del
               vector a ordenar.
27   @param final: Posición detrás de la
   ↳ última de la parte del
               vector a ordenar.
28   inicial < final.
29
30   Cambia el orden de los elementos de
   ↳ T entre las posiciones
   inicial y final - 1 de forma que los
31   ↳ dispone en sentido creciente
   de menor a mayor.
32   Aplica el algoritmo de selección.
33 */
34 static void seleccion_lims(int T[],
   ↳ int inicial, int final);
35
36 /**
37   Implementación de las funciones
38 */
39
40 void seleccion(int T[], int num_elem)
41 {
42   seleccion_lims(T, 0, num_elem);
43 }
44
45 static void seleccion_lims(int T[],
   ↳ int inicial, int final)
46 {
47   int i, j, indice_menor;
48   int menor, aux;
49   for (i = inicial; i < final - 1;
   ↳ i++) {
50     indice_menor = i;
51     menor = T[i];
52     for (j = i; j < final; j++)
53       if (T[j] < menor) {
54         indice_menor = j;
55         menor = T[j];
56       }
57     aux = T[i];
58     T[i] = T[indice_menor];
59     T[indice_menor] = aux;
60   }
61 }
62
63 int main(int argc, char * argv[])
64 {
65   if (argc != 2){
66     cerr << "Formato " << argv[0] <<
   ↳ " <num_elem>" << endl;
67     return -1;
68   }
69
70   int n = atoi(argv[1]);
71
72   int * T = new int[n];
73   assert(T);
74
75   srand(time(0));
76
77   for (int i = 0; i < n; i++)
78   {
79     T[i] = random();
80   }
81
82   seleccion(T, n);
83
84   delete [] T;
85
86   return 0;
87 }
88
89
90
91
```

### 2.3.3. Inserción

```
1  #include <iostream>
2  using namespace std;
3  #include <ctime>
4  #include <cstdlib>
5  #include <climits>
6  #include <cassert>
7
8  /**
9   @brief Ordena un vector por el
   ↪ método de inserción.
10
11   @param T: vector de elementos. Debe
   ↪ tener num_elem elementos.
12           Es MODIFICADO.
13   @param num_elem: número de
   ↪ elementos. num_elem > 0.
14
15   Cambia el orden de los elementos de
   ↪ T de forma que los dispone
16   en sentido creciente de menor a
   ↪ mayor.
17   Aplica el algoritmo de inserción.
18 */
19 inline static
20 void insercion(int T[], int num_elem);
21
22 /**
23   @brief Ordena parte de un vector
   ↪ por el método de inserción.
24
25   @param T: vector de elementos.
   ↪ Tiene un número de elementos
26           mayor o igual a
   ↪ final. Es MODIFICADO.
27   @param inicial: Posición que marca
   ↪ el inicio de la parte del
28           vector a ordenar.
29   @param final: Posición detrás de la
   ↪ última de la parte del
30           vector a ordenar.
31           inicial < final.
32
33   Cambia el orden de los elementos de
   ↪ T entre las posiciones
34   inicial y final - 1 de forma que los
   ↪ dispone en sentido creciente
35   de menor a mayor.
36   Aplica el algoritmo de inserción.
37 */
38 static void insercion_lims(int T[],
   ↪ int inicial, int final);
39
40 /**
41   Implementación de las funciones
42   **/
43
44 inline static void insercion(int T[],
   ↪ int num_elem)
45 {
46   insercion_lims(T, 0, num_elem);
47 }
48
49 static void insercion_lims(int T[],
   ↪ int inicial, int final)
50 {
51   int i, j;
52   int aux;
53   for (i = inicial + 1; i < final;
   ↪ i++) {
54     j = i;
55     while ((T[j] < T[j-1]) && (j > 0))
   ↪ {
56       aux = T[j];
57       T[j] = T[j-1];
58       T[j-1] = aux;
59       j--;
60     };
61   };
62 }
63
64 int main(int argc, char * argv[])
65 {
66
67   if (argc != 2)
68   {
69     cerr << "Formato " << argv[0] <<
   ↪ " <num_elem>" << endl;
70     return -1;
71   }
72
73   int n = atoi(argv[1]);
74
75   int * T = new int[n];
76   assert(T);
77
78   srand(time(0));
79
80   for (int i = 0; i < n; i++)
81   {
82     T[i] = random();
83   };
84
85   insercion(T, n);
86
87   delete [] T;
88
89   return 0;
90 };
```



### 2.3.4. Heapsort

```
1  #include <iostream>
2  using namespace std;
3  #include <ctime>
4  #include <cstdlib>
5  #include <climits>
6  #include <cassert>
7
8  /**
9   * @brief Ordena un vector por el
10   ↪ método de montones.
11
12   * @param T: vector de elementos. Debe
13   ↪ tener num_elem elementos. Es
14   ↪ MODIFICADO.
15   * @param num_elem: número de
16   ↪ elementos. num_elem > 0.
17
18   * Cambia el orden de los elementos de
19   ↪ T de forma que los dispone
20   ↪ en sentido creciente de menor a
21   ↪ mayor. Aplica el algoritmo de
22   ↪ ordenación por montones.
23   */
24 inline static
25 void heapsort(int T[], int num_elem);
26
27 /**
28   * @brief Reajusta parte de un vector
29   ↪ para que sea un montón.
30
31   * @param T: vector de elementos. Debe
32   ↪ tener num_elem elementos.
33   ↪ Es MODIFICADO.
34   * @param num_elem: número de
35   ↪ elementos. num_elem > 0.
36   * @param k: índice del elemento que
37   ↪ se toma como raíz
38
39   * Reajusta los elementos entre las
40   ↪ posiciones k y num_elem - 1
41   ↪ de T para que cumpla la propiedad
42   ↪ de un montón (APO),
43   ↪ considerando al elemento en la
44   ↪ posición k como la raíz.
45   */
46 static void reajustar(int T[], int
47 ↪ num_elem, int k);
48
49 /**Implementación de las funciones**/
50
51 static void heapsort(int T[], int
52 ↪ num_elem)
53 {
54     int i;
55     for (i = num_elem/2; i >= 0; i--)
```

```

56         reajustar(T, num_elem, i);
57     for (i = num_elem - 1; i >= 1; i--){
58         int aux = T[0];
59         T[0] = T[i];
60         T[i] = aux;
61         reajustar(T, i, 0);
62     }
63 }
64
65 static void reajustar(int T[], int
66 ↪ num_elem, int k)
67 {
68     int j;
69     int v;
70     v = T[k];
71     bool esAPO = false;
72     while ((k < num_elem/2) && !esAPO)
73     {
74         j = k + k + 1;
75         if ((j < (num_elem - 1)) &&
76             ↪ (T[j] < T[j+1]))
77             j++;
78         if (v >= T[j])
79             esAPO = true;
80         T[k] = T[j];
81         k = j;
82     }
83     T[k] = v;
84 }
85
86 int main(int argc, char * argv[]){
87
88     if (argc != 2){
89         cerr << "Formato " << argv[0] <<
90         ↪ " <num_elem>" << endl;
91         return -1;
92     }
93
94     int n = atoi(argv[1]);
95
96     int * T = new int[n];
97     assert(T);
98
99     srand(time(0));
100
101     for (int i = 0; i < n; i++)
102         T[i] = random();
103
104     heapsort(T, n);
105
106     delete [] T;
107
108     return 0;
109 };
```

### 2.3.5. Mergesort

```
1  #include <iostream>
2  using namespace std;
3  #include <ctime>
4  #include <cstdlib>
5  #include <climits>
6  #include <cassert>
7
8  /**
9   @brief Ordena un vector por el
   ↪ método de mezcla.
10
11   @param T: vector de elementos. Debe
   ↪ tener num_elem elementos.
12       Es MODIFICADO.
13   @param num_elem: número de
   ↪ elementos. num_elem > 0.
14
15   Cambia el orden de los elementos de
   ↪ T de forma que los dispone
16   en sentido creciente de menor a
   ↪ mayor.
17   Aplica el algoritmo de mezcla.
18 */
19 inline static
20 void mergesort(int T[], int num_elem);
21
22 /**
23   @brief Ordena parte de un vector
   ↪ por el método de mezcla.
24
25   @param T: vector de elementos.
   ↪ Tiene un número de elementos
26       mayor o igual a
   ↪ final. Es MODIFICADO.
27   @param inicial: Posición que marca
   ↪ el incio de la parte del
28       vector a ordenar.
29   @param final: Posición detrás de la
   ↪ última de la parte del
30       vector a ordenar.
31       inicial < final.
32
33   Cambia el orden de los elementos de
   ↪ T entre las posiciones
34   inicial y final - 1 de forma que
   ↪ los dispone en sentido creciente
35   de menor a mayor.
36   Aplica el algoritmo de la mezcla.
37 */
38 static void mergesort_lims(int T[],
   ↪ int inicial, int final);
39
40 /**
41   @brief Ordena un vector por el
   ↪ método de inserción.
```

```
42
43   @param T: vector de elementos. Debe
   ↪ tener num_elem elementos.
44       Es MODIFICADO.
45   @param num_elem: número de
   ↪ elementos. num_elem > 0.
46
47   Cambia el orden de los elementos de
   ↪ T de forma que los dispone
48   en sentido creciente de menor a
   ↪ mayor.
49   Aplica el algoritmo de inserción.
50 */
51 inline static
52 void insercion(int T[], int num_elem);
53
54 /**
55   @brief Ordena parte de un vector
   ↪ por el método de inserción.
56
57   @param T: vector de elementos.
   ↪ Tiene un número de elementos
58       mayor o igual a
   ↪ final. Es MODIFICADO.
59   @param inicial: Posición que marca
   ↪ el incio de la parte del
60       vector a ordenar.
61   @param final: Posición detrás de la
   ↪ última de la parte del
62       vector a ordenar.
63       inicial < final.
64
65   Cambia el orden de los elementos de
   ↪ T entre las posiciones
66   inicial y final - 1 de forma que
   ↪ los dispone en sentido creciente
67   de menor a mayor.
68   Aplica el algoritmo de la
   ↪ inserción.
69 */
70 static void insercion_lims(int T[],
   ↪ int inicial, int final);
71
72 /**
73   @brief Mezcla dos vectores
   ↪ ordenados sobre otro.
74
75   @param T: vector de elementos.
   ↪ Tiene un número de elementos
76       mayor o igual a
   ↪ final. Es MODIFICADO.
77   @param inicial: Posición que marca
   ↪ el incio de la parte del
78       vector a escribir.
```

```

79      @param final: Posición detrás de la
      ↪ última de la parte del
80          vector a escribir
81          inicial < final.
82      @param U: Vector con los elementos
      ↪ ordenados.
83      @param V: Vector con los elementos
      ↪ ordenados.
84          El número de elementos de
      ↪ U y V sumados debe coincidir
85          con final - inicial.
86
87      En los elementos de T entre las
      ↪ posiciones inicial y final - 1
88      pone ordenados en sentido
      ↪ creciente, de menor a mayor, los
89      elementos de los vectores U y V.
90  */
91  static void fusion(int T[], int
      ↪ inicial, int final, int U[], int
      ↪ V[]);
92
93  /**
94      Implementación de las funciones
95  **/
96
97  inline static void insercion(int T[],
      ↪ int num_elem)
98  {
99      insercion_lims(T, 0, num_elem);
100 }
101
102 static void insercion_lims(int T[],
      ↪ int inicial, int final)
103 {
104     int i, j;
105     int aux;
106     for (i = inicial + 1; i < final;
      ↪ i++) {
107         j = i;
108         while ((T[j] < T[j-1]) && (j > 0))
      ↪ {
109             aux = T[j];
110             T[j] = T[j-1];
111             T[j-1] = aux;
112             j--;
113         };
114     };
115 }
116
117 const int UMBRAL_MS = 100;
118
119 void mergesort(int T[], int num_elem)
120 {
121     mergesort_lims(T, 0, num_elem);
122 }
123
124 static void mergesort_lims(int T[],
      ↪ int inicial, int final)
125 {
126     if (final - inicial < UMBRAL_MS)
127     {
128         insercion_lims(T, inicial,
      ↪ final);
129     } else {
130         int k = (final - inicial)/2;
131
132         int * U = new int [k - inicial +
      ↪ 1];
133         assert(U);
134         int l, l2;
135         for (l = 0, l2 = inicial; l < k;
      ↪ l++, l2++)
136             U[l] = T[l2];
137         U[l] = INT_MAX;
138
139         int * V = new int [final - k +
      ↪ 1];
140         assert(V);
141         for (l = 0, l2 = k; l < final -
      ↪ k; l++, l2++)
142             V[l] = T[l2];
143         V[l] = INT_MAX;
144
145         mergesort_lims(U, 0, k);
146         mergesort_lims(V, 0, final - k);
147         fusion(T, inicial, final, U, V);
148         delete [] U;
149         delete [] V;
150     };
151 }
152
153 static void fusion(int T[], int
      ↪ inicial, int final, int U[], int
      ↪ V[])
154 {
155     int j = 0;
156     int k = 0;
157     for (int i = inicial; i < final;
      ↪ i++)
158     {
159         if (U[j] < V[k]) {
160             T[i] = U[j];
161             j++;
162         } else{
163             T[i] = V[k];
164             k++;
165         };
166     };
167 }

```

```

168
169 int main(int argc, char * argv[])
170 {
171
172     if (argc != 2)
173     {
174         cerr << "Formato " << argv[0] <<
            ↳ " <num_elem>" << endl;
175         return -1;
176     }
177
178     int n = atoi(argv[1]);
179
180     int * T = new int[n];
181     assert(T);
182
183     srand(time(0));
184
185     for (int i = 0; i < n; i++)
186     {
187         T[i] = random();
188     }
189
190     mergesort(T, n);
191
192     delete [] T;
193
194     return 0;
195 };

```

### 2.3.6. Quicksort

```
1  #include <iostream>
2  using namespace std;
3  #include <ctime>
4  #include <cstdlib>
5  #include <climits>
6  #include <cassert>
7
8  /**
9   @brief Ordena un vector por el
   ↳ método quicksort.
10
11   @param T: vector de elementos. Debe
   ↳ tener num_elem elementos.
12       Es MODIFICADO.
13   @param num_elem: número de
   ↳ elementos. num_elem > 0.
14
15   Cambia el orden de los elementos de
   ↳ T de forma que los dispone
16   en sentido creciente de menor a
   ↳ mayor.
17   Aplica el algoritmo quicksort.
18 */
19 inline static
20 void quicksort(int T[], int num_elem);
21
22 /**
23   @brief Ordena parte de un vector
   ↳ por el método quicksort.
24
25   @param T: vector de elementos.
   ↳ Tiene un número de elementos
26       mayor o igual a
   ↳ final. Es MODIFICADO.
27   @param inicial: Posición que marca
   ↳ el inicio de la parte del
28       vector a ordenar.
29   @param final: Posición detrás de la
   ↳ última de la parte del
30       vector a ordenar.
31       inicial < final.
32
33   Cambia el orden de los elementos de
   ↳ T entre las posiciones
34   inicial y final - 1 de forma que
   ↳ los dispone en sentido creciente
35   de menor a mayor.
36   Aplica el algoritmo quicksort.
37 */
38 static void quicksort_lims(int T[],
   ↳ int inicial, int final);
39
40 /**
41
42   @brief Ordena un vector por el
   ↳ método de inserción.
43
44   @param T: vector de elementos. Debe
   ↳ tener num_elem elementos.
45       Es MODIFICADO.
46   @param num_elem: número de
   ↳ elementos. num_elem > 0.
47
48   Cambia el orden de los elementos de
   ↳ T de forma que los dispone
49   en sentido creciente de menor a
   ↳ mayor.
50   Aplica el algoritmo de inserción.
51 */
52 inline static
53 void insercion(int T[], int num_elem);
54
55 /**
56   @brief Ordena parte de un vector
   ↳ por el método de inserción.
57
58   @param T: vector de elementos.
   ↳ Tiene un número de elementos
59       mayor o igual a
   ↳ final. Es MODIFICADO.
60   @param inicial: Posición que marca
   ↳ el inicio de la parte del
61       vector a ordenar.
62   @param final: Posición detrás de la
   ↳ última de la parte del
63       vector a ordenar.
64       inicial < final.
65
66   Cambia el orden de los elementos de
   ↳ T entre las posiciones
67   inicial y final - 1 de forma que
   ↳ los dispone en sentido creciente
68   de menor a mayor.
69   Aplica el algoritmo de inserción.
70 */
71 static void insercion_lims(int T[],
   ↳ int inicial, int final);
72
73 /**
74
75   @brief Redistribuye los elementos
   ↳ de un vector según un pivote.
76
77   @param T: vector de elementos.
   ↳ Tiene un número de elementos
78       mayor o igual a
   ↳ final. Es MODIFICADO.
79   @param inicial: Posición que marca
   ↳ el inicio de la parte del
```

```

80         vector a ordenar.
81         @param final: Posición detrás de la
↪ última de la parte del
82         vector a ordenar.
83         inicial < final.
84         @param pp: Posición del pivote. Es
↪ MODIFICADO.
85
86         Selecciona un pivote los elementos
↪ de T situados en las posiciones
87         entre inicial y final - 1.
↪ Redistribuye los elementos,
↪ situando los
88         menores que el pivote a su
↪ izquierda, después los iguales y a
↪ la
89         derecha los mayores. La posición
↪ del pivote se devuelve en pp.
90     */
91     static void dividir_qs(int T[], int
↪ inicial, int final, int & pp);
92
93     /**
94         Implementación de las funciones
95     */
96
97     inline static void insercion(int T[],
↪ int num_elem)
98     {
99         insercion_lims(T, 0, num_elem);
100     }
101
102     static void insercion_lims(int T[],
↪ int inicial, int final)
103     {
104         int i, j;
105         int aux;
106         for (i = inicial + 1; i < final;
↪ i++) {
107             j = i;
108             while ((T[j] < T[j-1]) && (j > 0))
↪ {
109                 aux = T[j];
110                 T[j] = T[j-1];
111                 T[j-1] = aux;
112                 j--;
113             };
114         };
115     }
116
117     const int UMBRAL_QS = 50;
118
119     inline void quicksort(int T[], int
↪ num_elem)
120     {
121         quicksort_lims(T, 0, num_elem);
122     }
123
124     static void quicksort_lims(int T[],
↪ int inicial, int final)
125     {
126         int k;
127         if (final - inicial < UMBRAL_QS) {
128             insercion_lims(T, inicial, final);
129         } else {
130             dividir_qs(T, inicial, final, k);
131             quicksort_lims(T, inicial, k);
132             quicksort_lims(T, k + 1, final);
133         };
134     }
135
136     static void dividir_qs(int T[], int
↪ inicial, int final, int & pp)
137     {
138         int pivote, aux;
139         int k, l;
140
141         pivote = T[inicial];
142         k = inicial;
143         l = final;
144         do {
145             k++;
146         } while ((T[k] <= pivote) && (k <
↪ final-1));
147         do {
148             l--;
149         } while (T[l] > pivote);
150         while (k < l) {
151             aux = T[k];
152             T[k] = T[l];
153             T[l] = aux;
154             do k++; while (T[k] <= pivote);
155             do l--; while (T[l] > pivote);
156         };
157         aux = T[inicial];
158         T[inicial] = T[l];
159         T[l] = aux;
160         pp = l;
161     };
162
163     int main(int argc, char * argv[])
164     {
165         if (argc != 2)
166         {
167             cerr << "Formato " << argv[0] <<
↪ " <num_elem>" << endl;
168             return -1;
169         }
170
171         int n = atoi(argv[1]);

```

```

172
173     int * T = new int[n];
174     assert(T);
175
176     srand(time(0));
177
178     for (int i = 0; i < n; i++)
179     {
180         T[i] = random();
181     };
182
183     quicksort(T, n);
184
185     delete [] T;
186
187     return 0;
188 };

```

### 3. Cálculo de la eficiencia empírica

Hemos ejecutado cada código 25 veces mediante la creación de dos scripts en Shell Bash, uno que ejecuta cada programa individualmente y otro que se sirve del primero para ejecutarlos todos con tamaños acordes a su eficiencia.

```

1  #!/bin/bash
2  if [ $# -eq 3 ]
3  then
4  i="0"
5  output="out"
6  tam=$2
7  #Primer argumento: programa a ejecutar
8  #Segundo argumento: tamaño inicial
9  #Tercer argumento : incremento
10 while [ $i -lt 25 ]
11 do
12     ./$1 $tam >> $1.out
13     i=$((i+1))
14     tam=$((tam+$3))
15 done
16 else
17 echo "Error de argumentos"
18 fi

```

Listing 1: Script individual

```

1      #!/bin/bash
2  echo "Ejecutando burbuja..."
3  ./individual.sh burbuja 1000 1000
4  echo "Ejecutando insercion..."
5  ./individual.sh insercion 1000 1000
6  echo "Ejecutando seleccion..."
7  ./individual.sh seleccion 1000 1000
8  echo "Ejecutando mergesort..."
9  ./individual.sh mergesort 1000000 500000
10 echo "Ejecutando quicksort..."
11 ./individual.sh quicksort 1000000 500000
12 echo "Ejecutando heapsort..."
13 ./individual.sh heapsort 1000000 500000
14 echo "Ejecutando hanoi..."
15 ./individual.sh hanoi 10 1
16 echo "Ejecutando floyd..."
17 ./individual.sh floyd 100 100

```

Listing 2: Script conjunto

También hemos escrito un archivo *Makefile* para que la compilación sea más sencilla.

```

DOC=doc
SRC=src
OUT=out
BIN=src

all : todos
todos : burbuja floyd hanoi heapsort insercion mergesort quicksort seleccion
      cd $(SRC) ; ./todos.sh
burbuja :
      g++ -o ./$(BIN)/burbuja ./$(SRC)/burbuja.cpp
floyd :
      g++ -o ./$(BIN)/floyd ./$(SRC)/floyd.cpp
hanoi :
      g++ -o ./$(BIN)/hanoi ./$(SRC)/hanoi.cpp
heapsort :
      g++ -o ./$(BIN)/heapsort ./$(SRC)/heapsort.cpp
insercion :
      g++ -o ./$(BIN)/insercion ./$(SRC)/insercion.cpp
mergesort :
      g++ -o ./$(BIN)/mergesort ./$(SRC)/mergesort.cpp
quicksort :
      g++ -o ./$(BIN)/quicksort ./$(SRC)/quicksort.cpp
seleccion :
      g++ -o ./$(BIN)/seleccion ./$(SRC)/seleccion.cpp

```

Listing 3: Makefile

Cada programa ha sido modificado añadiendo las siguientes líneas para que su salida sea el tiempo de ejecución:

```

1      clock_t tantes;
2      clock_t tdespues;
3      tantes = clock();
4      algoritmo_en_cuestion(T, n);
5      tdespues = clock();
6      cout << ((double)(tdespues - tantes))
7      / CLOCKS_PER_SEC << endl;

```



Los parámetros con los que se ejecutan los programas son los siguientes:

Algoritmo	Eficiencia	Tamaño inicial	Incremento
Burbuja	$O(n^2)$	1000	1000
Inserción	$O(n^2)$	1000	1000
Selección	$O(n^2)$	1000	1000
Mergesort	$O(n \cdot \log(n))$	1.000.000	500.000
Quicksort	$O(n \cdot \log(n))$	1.000.000	500.000
Heapsort	$O(n \cdot \log(n))$	1.000.000	500.000
Floyd	$O(n^3)$	100	100
Hanoi	$O(2^n)$	10	1

Cuadro 1: Parámetros de ejecución de cada programa

### 3.1. Gráficas comparativas

#### 3.1.1. Algoritmos con eficiencia $O(n^2)$

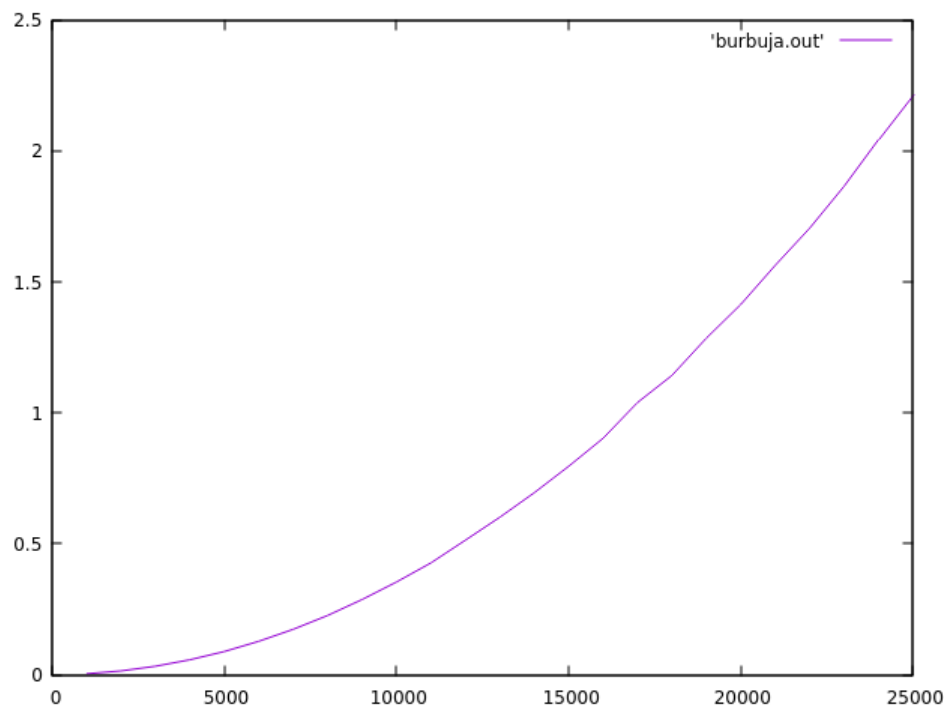


Figura 1: Algoritmo burbuja

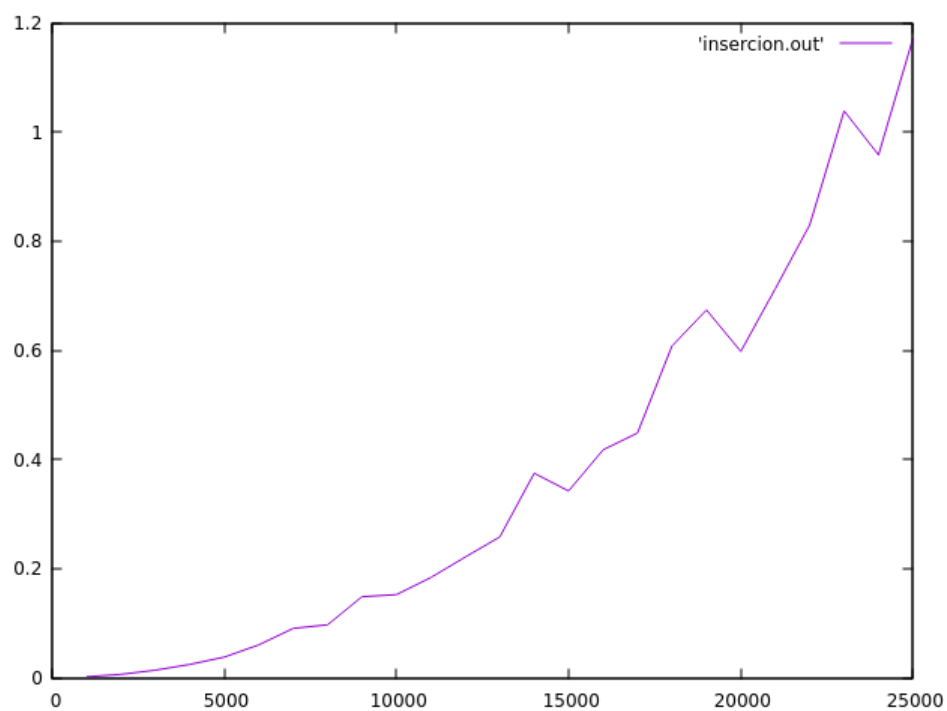


Figura 2: Algoritmo de inserción

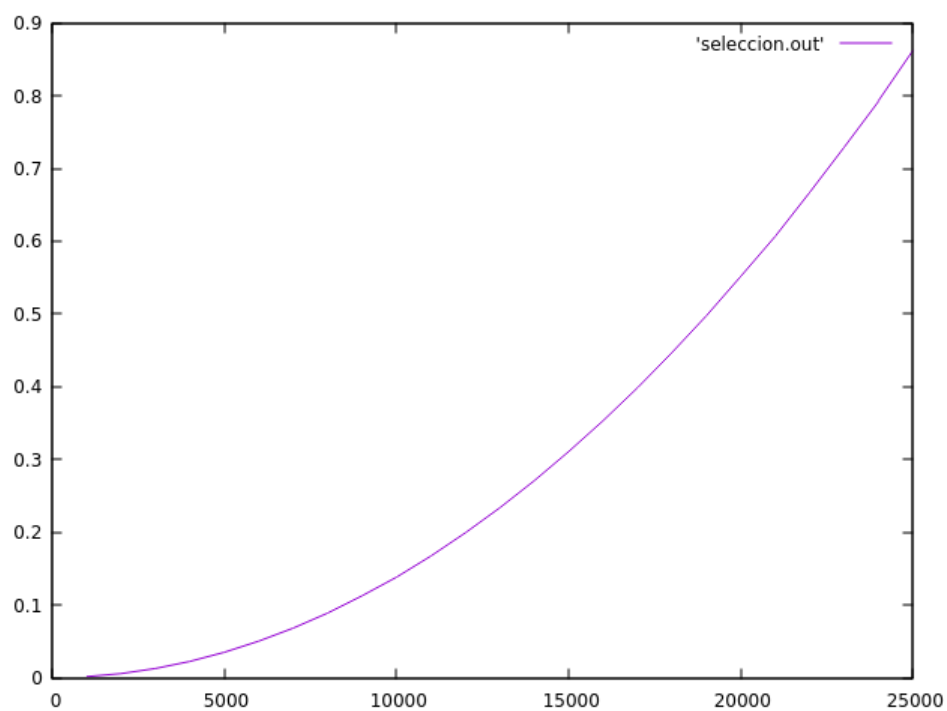


Figura 3: Algoritmo de selección

### 3.1.2. Algoritmo con eficiencia $O(n^3)$

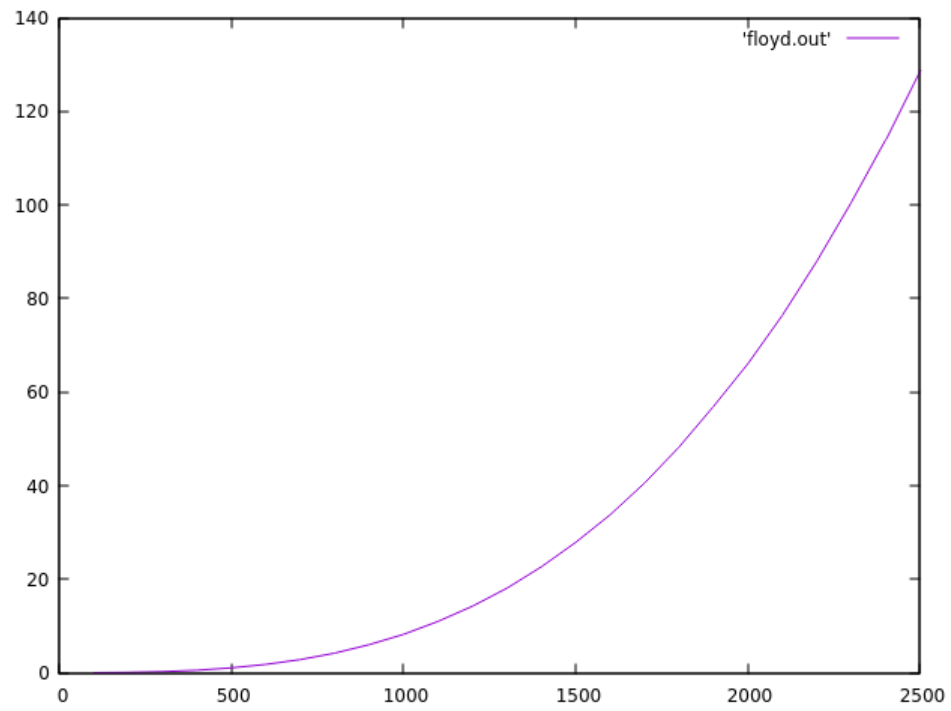


Figura 4: Algoritmo de Floyd

### 3.1.3. Algoritmos con eficiencia $O(n \cdot \log(n))$

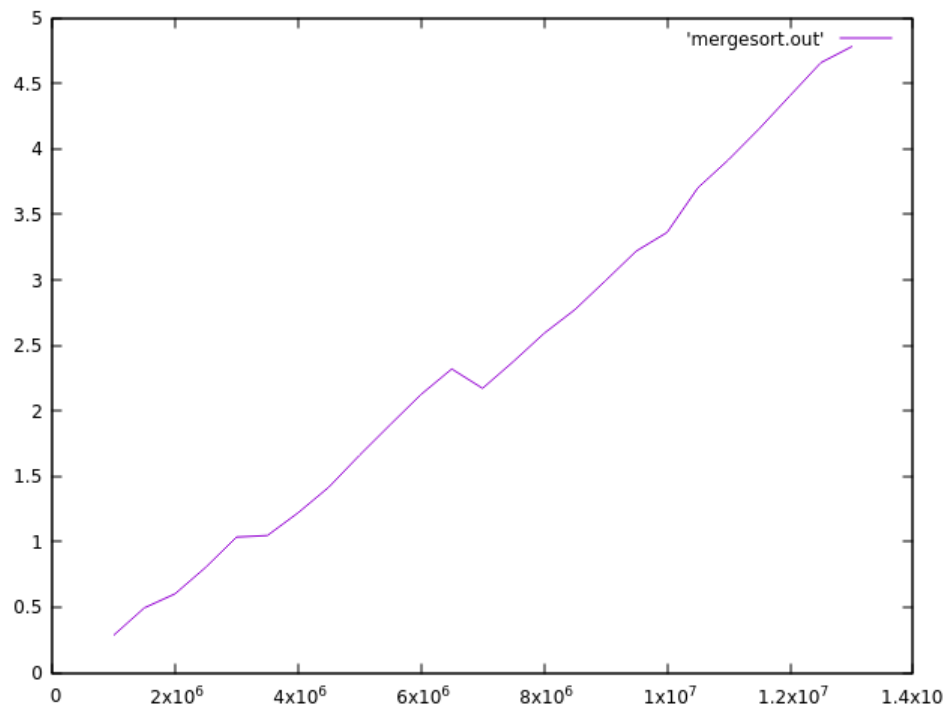


Figura 5: Algoritmo mergesort

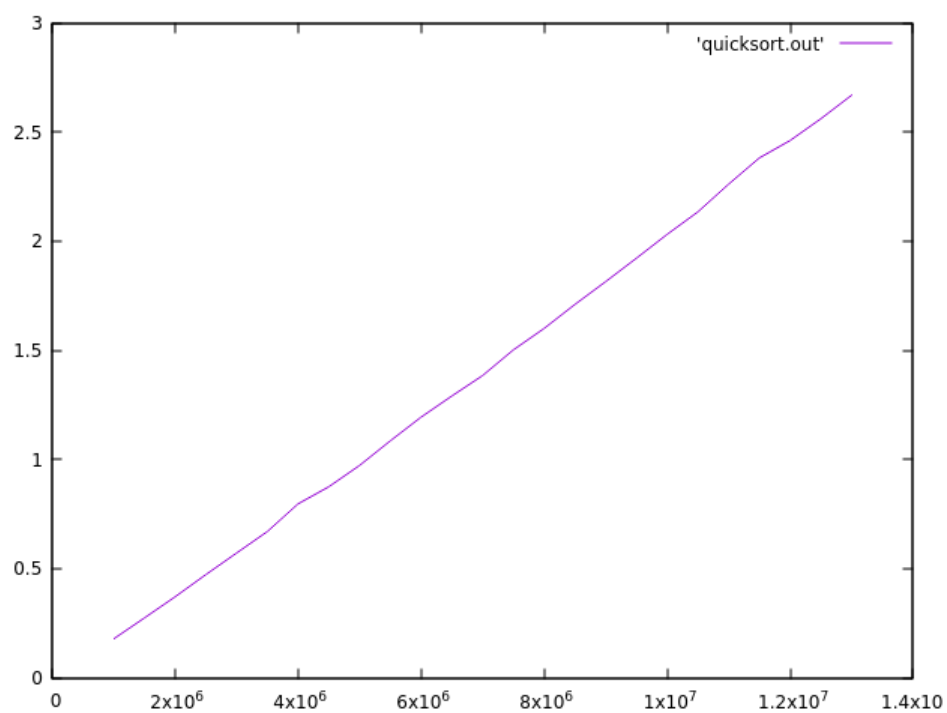


Figura 6: Algoritmo quicksort

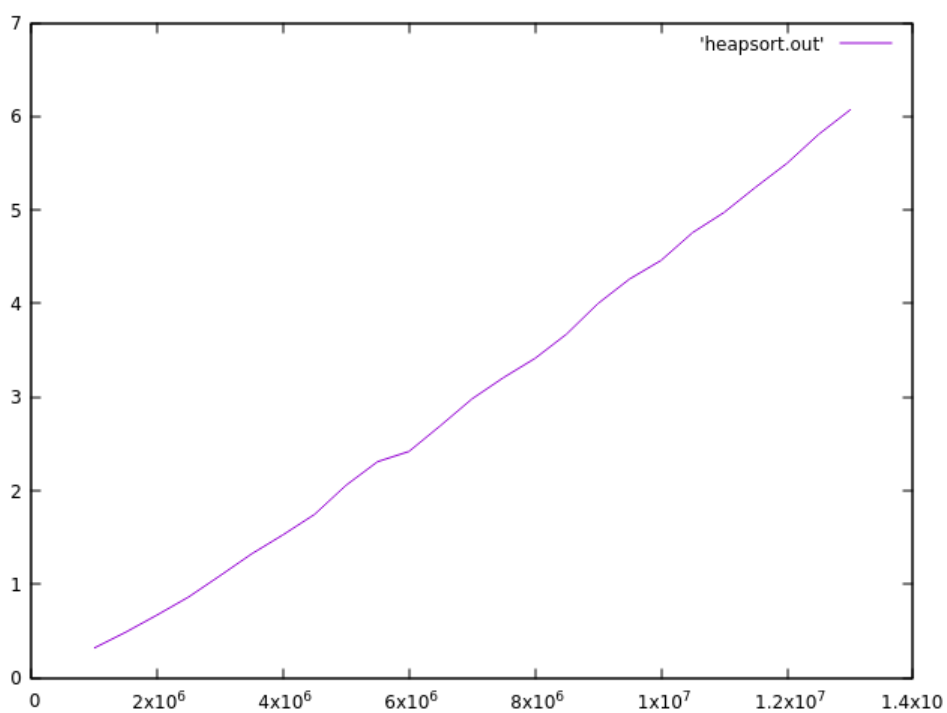


Figura 7: Algoritmo heapsort

### 3.1.4. Algoritmo con eficiencia $O(2^n)$

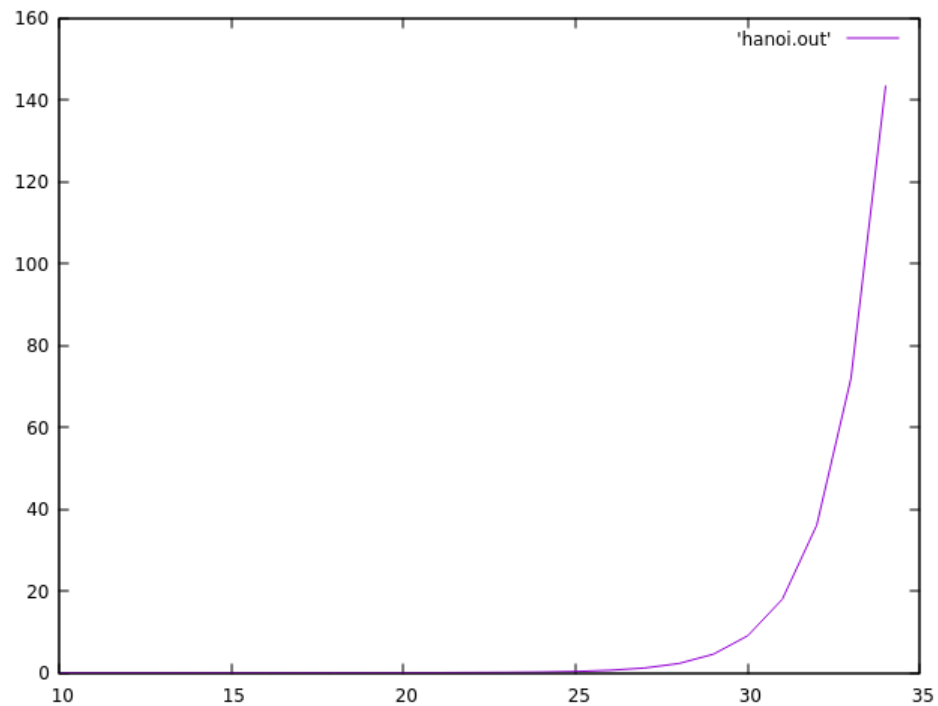


Figura 8: Algoritmo Hanoi

### 3.1.5. Comparación entre algoritmos de ordenación

A simple vista solo podremos ver el trabajo de los algoritmos rápidos (heapsort, mergesort y quicksort), ya que trabajan con tamaños de problema muy superiores al resto de algoritmos.

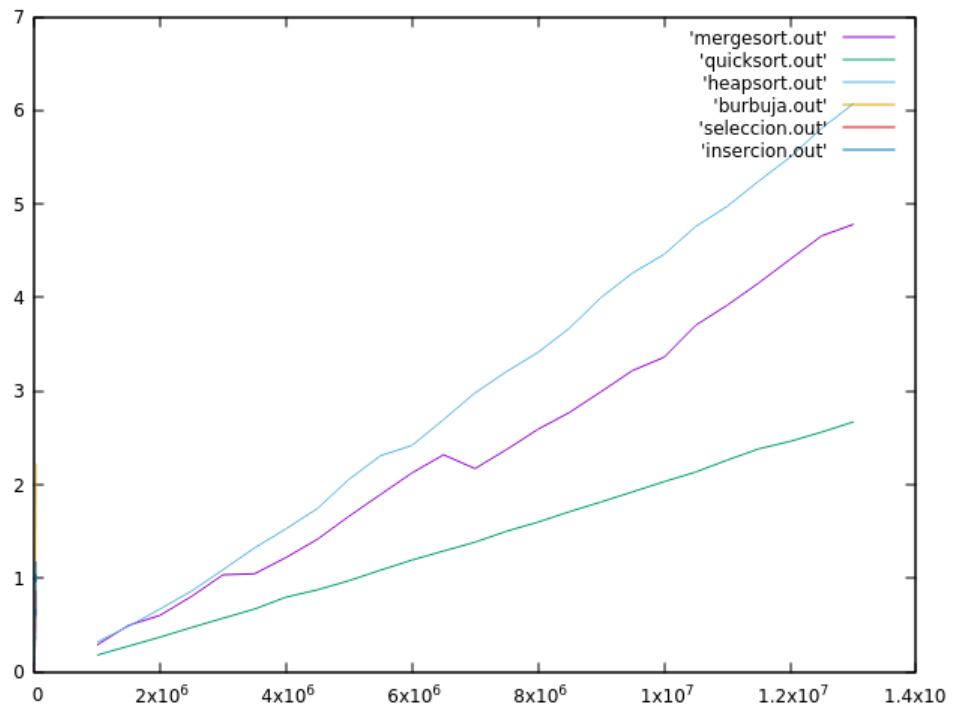


Figura 9: Comparación de algoritmos de ordenación

Si hacemos zoom, podremos ver mejor la diferencia:

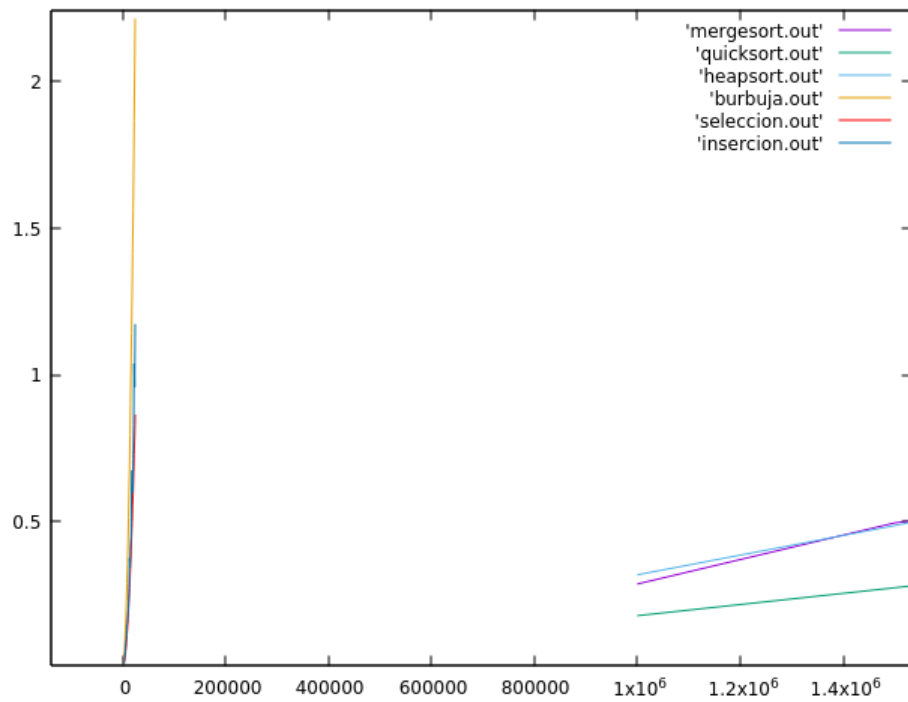


Figura 10: Comparación de algoritmos de ordenación (zoom)

### 3.2. Variación de la eficiencia empírica

## 4. Cálculo de la eficiencia híbrida

4.0.1. Algoritmos con eficiencia  $O(n^2)$

4.0.2. Algoritmos con eficiencia  $O(n^3)$

4.0.3. Algoritmos con eficiencia  $O(n \cdot \log(n))$

4.0.4. Algoritmo con eficiencia  $O(2^n)$

4.0.5. Algoritmos con eficiencia  $O(n \cdot \log(n))$