Práctica 3

 ${\sf Supercomputador}$

María Jesús López Salmerón Nazaret Román Guerrero Laura Hernández Muñoz José Baena Cobos Carlos Sánchez Páez

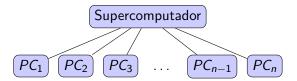
6 de abril de 2018

- Presentación del problema
- 2 Algoritmo tradicional
- 3 Algoritmo voraz
 - Elementos del algoritmo voraz
 - Metodología
 - Ejemplo de uso
- Demostración de optimalidad

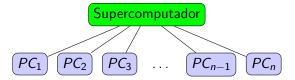
Presentación del problema

- Presentación del problema
- - Elementos del algoritmo voraz
 - Metodología
 - Ejemplo de uso

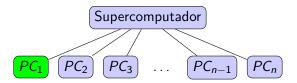
Tiempo de
$$proceso_i = \begin{cases} p(i) & \text{segundos en el supercomputador} \\ + \\ f(i) & \text{segundos en un PC} \end{cases}$$

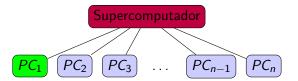


Tiempo de
$$proceso_i = \begin{cases} p(i) & \text{segundos en el supercomputador} \\ + \\ f(i) & \text{segundos en un PC} \end{cases}$$

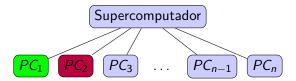


Tiempo de
$$proceso_i = \begin{cases} p(i) & \text{segundos en el supercomputador} \\ + \\ f(i) & \text{segundos en un PC} \end{cases}$$

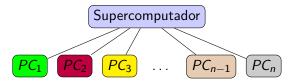




$$\mathsf{Tiempo} \; \mathsf{de} \; \mathit{proceso}_i = \begin{cases} p(i) & \mathsf{segundos} \; \mathsf{en} \; \mathsf{el} \; \mathsf{supercomputador} \\ & + \\ f(i) & \mathsf{segundos} \; \mathsf{en} \; \mathsf{un} \; \mathsf{PC} \end{cases}$$

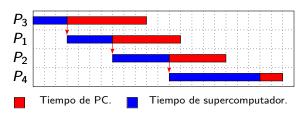


$$\mathsf{Tiempo} \; \mathsf{de} \; \mathit{proceso}_i = \begin{cases} p(i) & \mathsf{segundos} \; \mathsf{en} \; \mathsf{el} \; \mathsf{supercomputador} \\ & + \\ f(i) & \mathsf{segundos} \; \mathsf{en} \; \mathsf{un} \; \mathsf{PC} \end{cases}$$



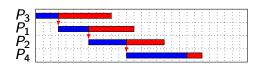
Proceso	p(i)	f(i)
P_1	4	6
P_2	5	5
P_3	3	7
P_4	8	2

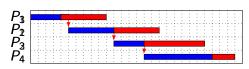
Proceso	p(i)	f(i)
P ₁	4	6
$\overline{P_2}$	5	5
P_3	3	7
P_4	8	2



Presentación del problema
Algoritmo tradicional
Algoritmo voraz
Elementos del algoritmo
voraz
Metodología
Ejemplo de uso
Demostración de optimalidac
Fin de la presentación

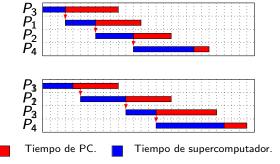
Proceso	p(i)	f(i)
P_1	4	6
P_2	5	5
P ₃	3	7
P_4	8	2





Tiempo de PC. Tiempo de supercomputador.

Proceso	p(i)	f(i)
P_1	4	6
P_2	5	5
P ₃	3	7
P_4	8	2



Para 4 procesos hay 4! = 24 posibles soluciones.

resentación del prob

Igoritmo voraz Elementos del algoritmo voraz Metodología Ejemplo de uso Pemostración de optimal

- 1 Presentación del problema
- 2 Algoritmo tradicional
- Algoritmo voraz
 - Elementos del algoritmo voraz
 - Metodología
 - Ejemplo de uso
- 4 Demostración de optimalidad

Algoritmo tradicional

esentación del problema goritmo tradicional goritmo voraz lementos del algoritmo oraz fectodología jemplo de uso mostración de optimalida t de la presentación

Probar las distintas combinaciones (n!)

Algoritmo tradicional

Presentación del problema

Algoritmo tradicional

Algoritmo voraz

Elementos del algoritmo
voraz

Metodología

Metodología

Demostración de optimalida

- Probar las distintas combinaciones (n!)
- 2 Elegir la que menor tiempo total consuma.

Algoritmo tradicional

Presentación del problema

Algoritmo tradicional

Algoritmo voraz

Elementos del algoritmo

voraz

Metodología

Ejemplo de uso

Demostración de optimalid

- Probar las distintas combinaciones (n!)
- 2 Elegir la que menor tiempo total consuma.

O(n!)

Presentación del problem Algoritmo tradicional

Igoritmo voraz Elementos del algoritm voraz Metodología Ejemplo de uso emostración de optima

- Presentación del problema
- 2 Algoritmo tradiciona
- 3 Algoritmo voraz
 - Elementos del algoritmo voraz
 - Metodología
 - Ejemplo de uso
- 4 Demostración de optimalidad

Presentación del problen

Algoritmo voraz

Elementos del algoritmo
voraz

Metodología
Ejemplo de uso

Demostración de optimalid

- Presentación del problema
- 2 Algoritmo tradiciona
- 3 Algoritmo voraz
 - Elementos del algoritmo voraz
 - Metodología
 - Ejemplo de uso
- 4 Demostración de optimalidad

Elementos del algoritmo voraz

```
resentación del problema
Igoritmo tradicional
Igoritmo voraz
Elementos del algoritmo
voraz
Metodología
Ejemplo de uso
emostración de optimalidad
```

• Conjunto de candidatos. Todos los procesos a ejecutar. $P = \{p_1, p_2, ..., p_n\}.$

- Conjunto de candidatos. Todos los procesos a ejecutar. $P = \{p_1, p_2, ..., p_n\}.$
- Conjunto de seleccionados. Aquellos procesos que iremos incorporando a la lista final.

- Conjunto de candidatos. Todos los procesos a ejecutar. $P = \{p_1, p_2, ..., p_n\}.$
- Conjunto de seleccionados. Aquellos procesos que iremos incorporando a la lista final.
- Función solución. p_i completado $\forall i \in [1, \#P]$.

- Conjunto de candidatos. Todos los procesos a ejecutar. $P = \{p_1, p_2, ..., p_n\}.$
- Conjunto de seleccionados. Aquellos procesos que iremos incorporando a la lista final.
- Función solución. p_i completado $\forall i \in [1, \#P]$.
- Función de factibilidad. El tiempo de ejecución de un proceso debe ser finito.

- Conjunto de candidatos. Todos los procesos a ejecutar. $P = \{p_1, p_2, ..., p_n\}.$
- Conjunto de seleccionados. Aquellos procesos que iremos incorporando a la lista final.
- Función solución. p_i completado $\forall i \in [1, \#P]$.
- Función de factibilidad. El tiempo de ejecución de un proceso debe ser finito.
- Función de selección. Seleccionaremos aquel proceso que tenga un f(i) mayor.

- Conjunto de candidatos. Todos los procesos a ejecutar. $P = \{p_1, p_2, ..., p_n\}.$
- Conjunto de seleccionados. Aquellos procesos que iremos incorporando a la lista final.
- Función solución. p_i completado $\forall i \in [1, \#P]$.
- Función de factibilidad. El tiempo de ejecución de un proceso debe ser finito.
- Función de selección. Seleccionaremos aquel proceso que tenga un f(i) mayor.
- Función objetivo. Obtener la solución cuyo tiempo global sea menor, siendo

$$t_{fin_{global}} = \sum_{i=1}^{n} p(i) + \max\{t_{restante}(p_1), ..., t_{restante}(p_n)\}.$$

Presentación del problema Algoritmo veraz Elementos del algoritmo voraz Metodología Ejemplo de uso Demostración de optimalida

- Presentación del problema
- 2 Algoritmo tradiciona
- 3 Algoritmo voraz
 - Elementos del algoritmo voraz
 - Metodología
 - Ejemplo de uso
- 4 Demostración de optimalidad

Metodología del algoritmo voraz

resentación del problema Ilgoritmo tradicional Ilgoritmo voraz Elementos del algoritmo voraz Metodología Ejemplo de uso temostración de optimalidad

• Ordenar el vector de procesos de forma decreciente según su $f(i) \rightarrow Quicksort$.

Metodología del algoritmo voraz

Presentación del problema Algoritmo tradicional Algoritmo voraz Elementos del algoritmo voraz Metodología Ejemplo de uso Demostración de optimalid

• Ordenar el vector de procesos de forma decreciente según su $f(i) \rightarrow Quicksort$.

$$O(n \cdot log(n))$$

- Presentación del problema
- 2 Algoritmo tradiciona
- 3 Algoritmo voraz
 - Elementos del algoritmo voraz
 - Metodología
 - Ejemplo de uso
 - 4 Demostración de optimalidad

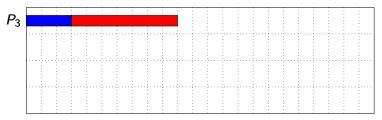
goritmo tradicional goritmo voraz Elementos del algoritmo ioraz Vietodología Ejemplo de uso emostración de optimalid

Proceso	p(i)	f(i)
P_1	4	6
P_2	5	5
P_3	3	7
P_4	8	2

esentación del problema goritmo tradicional goritmo voraz Elementos del algoritmo voraz Afetodología Ejemplo de uso emostración de optimali

Proceso	p(i)	f(i)
P_1	4	6
P_2	5	5
P_3	3	7
P_4	8	2

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23



Tiempo de PC.

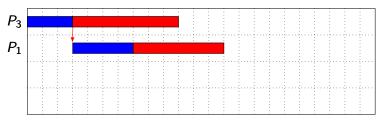


Tiempo de supercomputador.

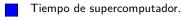
esentación del problem goritmo tradicional goritmo voraz Elementos del algoritmo voraz Metodología Ejemplo de uso emostración de optimal

Proceso	p(i)	f(i)
P_1	4	6
P_2	5	5
P_3	3	7
P_4	8	2

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23



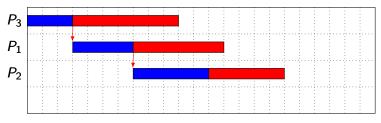
Tiempo de PC.



esentación del problem goritmo tradicional goritmo voraz Elementos del algoritmo roraz Metodología Ejemplo de uso emostración de optimal

Proceso	p(i)	f(i)
P_1	4	6
P_2	5	5
P_3	3	7
P_4	8	2

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23

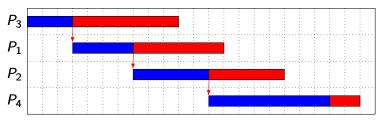


Tiempo de PC. Tiempo de supercomputador.

esentación del problem goritmo tradicional goritmo voraz Elementos del algoritmo oraz Vetodología Ejemplo de uso emostración de optimal

Proceso	p(i)	f(i)
P_1	4	6
P_2	5	5
P ₃	3	7
P_4	8	2

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23



Tiempo de PC.



Tiempo de supercomputador.

Presentación del proble Algoritmo tradicional

Elementos del algoritmo oraz Metodología Ejemplo de uso

1 Presentación del problema

- 2 Algoritmo tradiciona
- Algoritmo voraz
 - Elementos del algoritmo voraz
 - Metodología
 - Ejemplo de uso
- 4 Demostración de optimalidad

goritmo tradicional goritmo voraz Elementos del algoritmo oraz Metodología Ejemplo de uso mostración de optimalida:

- $P = \{p_1, p_2, ..., p_n\} \rightarrow \text{conjunto de procesos candidatos.}$
- $t_{fin_{global}} = \sum_{i=1}^{n} p(i) + máx\{t_{restante}(p_1), ..., t_{restante}(p_n)\}$
- $p_x \in P$ un proceso tal que $f(p_x) \ge f(p_i) \forall i \in [1, \#P]$.

esentación del problema goritmo tradicional goritmo voraz Elementos del algoritmo oraz Vettodología Ejemplo de uso ormostración de optimalidad n de la presentación

Si p_x se ejecuta el primero:

•
$$t_{inicio}(f(p_x)) = t_0 + p(p_x)$$

•
$$t_{fin}(f(p_x)) = t_{inicio}(f(p_x)) + f(p_x)$$

Sea $t_{fin}(p) = t_0 + \sum_{i=1}^{n} p(i)$ el momento en el que han finalizado todos los cómputos del superordenador. Entonces:

$$t_{restante}(p_x) = t_{fin}(p_x) - t_{fin}(p)$$

Reducción al absurdo

Presentación del problema Algoritmo varaz Elementos del algoritmo voraz Metodología Ejemplo de uso Demostración de optimalidac

Supongamos que no eligiendo p_x como el primer proceso obtenemos una solución óptima. Entonces:

•
$$t'_{inicio}(f(p_x)) = t_0 + \underbrace{\sum_{i=1}^{pos_x-1} p(p_i) + p(p_x)}_{\text{espera}}$$

Algoritmo tradicional Algoritmo voraz Elementos del algoritmo voraz Metodología Ejemplo de uso

Supongamos que no eligiendo p_x como el primer proceso obtenemos una solución óptima. Entonces:

•
$$t'_{inicio}(f(p_x)) = t_0 + \underbrace{\sum_{i=1}^{pos_x-1} p(p_i) + p(p_x)}_{\text{espera}}$$

•
$$t'_{inicio}(p_{\scriptscriptstyle X}) > t_{inicio}(p_{\scriptscriptstyle X})
ightarrow t'_{fin}(p_{\scriptscriptstyle X}) > t_{fin}(p_{\scriptscriptstyle X})
ightarrow t_{restante}p(x)' > t_{restante}(p_{\scriptscriptstyle X})$$

•
$$t'_{inicio}(f(p_x)) = t_0 + \underbrace{\sum_{i=1}^{pos_x-1} p(p_i) + p(p_x)}_{\text{espera}} o$$

•
$$t'_{inicio}(p_{x}) > t_{inicio}(p_{x}) \rightarrow t'_{fin}(p_{x}) > t_{fin}(p_{x}) \rightarrow t_{restante}p(x)' > t_{restante}(p_{x})$$

Por tanto, como $t_{restante}p(x)'$ es mayor:

•
$$t'_{inicio}(f(p_x)) = t_0 + \underbrace{\sum_{i=1}^{pos_x-1} p(p_i) + p(p_x)}_{\text{espera}} o$$

• $t'_{inicio}(p_{x}) > t_{inicio}(p_{x})
ightarrow t'_{fin}(p_{x}) > t_{fin}(p_{x})
ightarrow t_{restante}p(x)' > t_{restante}(p_{x})$

Por tanto, como $t_{restante}p(x)'$ es mayor:

$$\begin{aligned} & \text{máx}'\{t_{\textit{restante}}(p_1),...,t_{\textit{restante}}(p_x),...,t_{\textit{restante}}(p_n)\} > \\ & \text{máx}\{t_{\textit{restante}}(p_1),...,t_{\textit{restante}}(p_x),...,t_{\textit{restante}}(p_n)\} \end{aligned}$$

Por tanto,
$$t'_{fin_{global}} > t_{fin_{global}}$$

•
$$t'_{inicio}(f(p_x)) = t_0 + \underbrace{\sum_{i=1}^{pos_x-1} p(p_i) + p(p_x)}_{\text{espera}} o$$

• $t'_{inicio}(p_{\mathsf{X}}) > t_{inicio}(p_{\mathsf{X}})
ightarrow t'_{fin}(p_{\mathsf{X}}) > t_{fin}(p_{\mathsf{X}})
ightarrow t_{restante}p(x)' > t_{restante}(p_{\mathsf{X}})$

Por tanto, como $t_{restante}p(x)'$ es mayor:

$$ext{máx}'\{t_{restante}(p_1),...,t_{restante}(p_x),...,t_{restante}(p_n)\} > \\ ext{máx}\{t_{restante}(p_1),...,t_{restante}(p_x),...,t_{restante}(p_n)\}$$

Por tanto, $t'_{\mathit{fin_{global}}} > t_{\mathit{fin_{global}}} o \mathsf{Soluci\'{o}}$ no óptima

•
$$t'_{inicio}(f(p_x)) = t_0 + \underbrace{\sum_{i=1}^{pos_x-1} p(p_i) + p(p_x)}_{\text{espera}} \rightarrow$$

• $t'_{inicio}(p_{\scriptscriptstyle X}) > t_{inicio}(p_{\scriptscriptstyle X})
ightarrow t'_{fin}(p_{\scriptscriptstyle X}) > t_{fin}(p_{\scriptscriptstyle X})
ightarrow t_{restante}p(x)' > t_{restante}(p_{\scriptscriptstyle X})$

Por tanto, como $t_{restante}p(x)'$ es mayor:

$$\begin{aligned} & \max \{ t_{restante}(p_1), ..., t_{restante}(p_x), ..., t_{restante}(p_n) \} > \\ & \max \{ t_{restante}(p_1), ..., t_{restante}(p_x), ..., t_{restante}(p_n) \} \end{aligned}$$

Por tanto, $t'_{\mathit{fin_{global}}} > t_{\mathit{fin_{global}}} \to \mathsf{Soluci\'{o}n}$ no $\acute{\mathsf{optima}} \to \mathsf{contradicci\'{o}n} \to \mathsf{nuestra}$ hipótesis es correcta.

esentación del problema goritmo tradicional goritmo voraz Elementos del algoritmo coraz Vetodología Ejemplo de uso emostración de optimalio

Fin de la presentación