



ugr

Universidad
de Granada

ALGORÍTMICA
GRADO EN INGENIERÍA INFORMÁTICA

Práctica 2

El elemento en su posición

Autores

María Jesús López Salmerón
Nazaret Román Guerrero
Laura Hernández Muñoz
José Baena Cobos
Carlos Sánchez Páez



DECSAI

Departamento de Ciencias de la Computación e I.A.
Universidad de Granada

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍAS INFORMÁTICA Y DE
TELECOMUNICACIÓN

CURSO 2017-2018

Índice

1. Descripción de la práctica	1
2. Algoritmos diseñados	1
3. Estudio de eficiencia	3
3.1. Eficiencia teórica	3
3.2. Eficiencia empírica	3
3.3. Eficiencia híbrida	6
4. Conclusiones	8
5. Elementos repetidos	8
6. Anexo: scripts auxiliares	10

Índice de figuras

1. Algoritmo clásico	1
2. Algoritmo Divide y Vencerás	1
3. Medición de tiempos	2
4. Algoritmo clásico	4
5. Algoritmo Divide y Vencerás	5
6. Comparación entre la eficiencia de ambos algoritmos	6
7. Tiempo medio (s)	6
8. Eficiencia híbrida del algoritmo clásico	7
9. Eficiencia híbrida del algoritmo Divide y Vencerás	7
10. Script individual	10
11. Script de gnuplot	10
12. Script conjunto	11

1. Descripción de la práctica

El objetivo de esta práctica es diseñar un algoritmo para resolver el problema del *elemento en su posición*. Este algoritmo consiste en lo siguiente:

Sea v un vector **ordenado** y sin elementos repetidos, determinar si $\exists i : v[i] = i$

Se implementarán dos versiones de este algoritmo: una siguiendo el algoritmo obvio y otra empleando la estrategia *Divide y Vencerás*.

Para calcular el tiempo de ejecución, cada algoritmo se ejecutará mil veces y nos quedaremos con el tiempo promedio para rebajar el impacto sobre el tiempo de factores externos como la carga del sistema. Para estudiar la eficiencia, ejecutaremos cada código 25 veces con tamaños variables dependiendo de su orden de eficiencia.

Para generar los vectores, utilizaremos el generador disponible en *decsai.ugr.es*.

2. Algoritmos diseñados

```
1  int elementoEnSuPosicion(const vector<int> v) {
2      for (int i = 0; i < v.size() ; i++)
3          if (v[i] == i)
4              return i;
5      return -1;
6  }
```

Figura 1: Algoritmo clásico

```
1  int elementoEnSuPosicion(const vector<int> &v, const int ini, const int fin) {
2      if (ini == fin) {          //Caso base, vector de un solo elemento
3          if (v[ini] == ini)
4              return ini;
5          else
6              return -1;
7      }
8      else {                    //Buscamos el elemento en la mitad adecuada.
9          int mitad = (ini + fin) / 2;
10         if (v[mitad] == mitad)
11             return mitad;
12         else if (v[mitad] > mitad)
13             return elementoEnSuPosicion(v, ini, mitad-1);
14         else
15             return elementoEnSuPosicion(v, mitad + 1, fin);
16     }
17 }
```

Figura 2: Algoritmo Divide y Vencerás

```

1      int pos;
2      for (int i = 0; i < 1000; i++) {
3          tantes = high_resolution_clock::now();
4          pos = elementoEnSuPosicion(myvector);
5          tdespues = high_resolution_clock::now();
6          tiempo = duration_cast<duration<double>>
7                  (tdespues - tantes);
8          acumulado += tiempo.count();
9      }
10     acumulado /= 1000;

```

Figura 3: Medición de tiempos

3. Estudio de eficiencia

En esta sección procederemos a estudiar la eficiencia de los algoritmos en cuestión.

3.1. Eficiencia teórica

Como podemos ver en [el algoritmo clásico](#), iteramos por el bucle hasta encontrar un elemento en el que se cumpla la condición ($v[i] = i$). Por tanto, en el peor de los casos recorreremos el bucle completo, siendo la eficiencia de $O(n)$.

En cuanto al [algoritmo Divide y Vencerás](#), nuestro algoritmo es recursivo y la metodología que sigue es la siguiente:

- **Caso base.** El vector consta de un solo elemento. Si se cumple que $v[i] = i$, devolvemos [la posición](#). En caso contrario, devolvemos [-1](#).
- Calculamos la posición del elemento mitad del vector.
- Si se cumple que $v[mitad] = mitad$, devolvemos [la posición mitad](#).
- En caso contrario, llamamos a la función recursivamente pasándole la mitad adecuada del vector (izquierda o derecha) aprovechando que está ordenado.

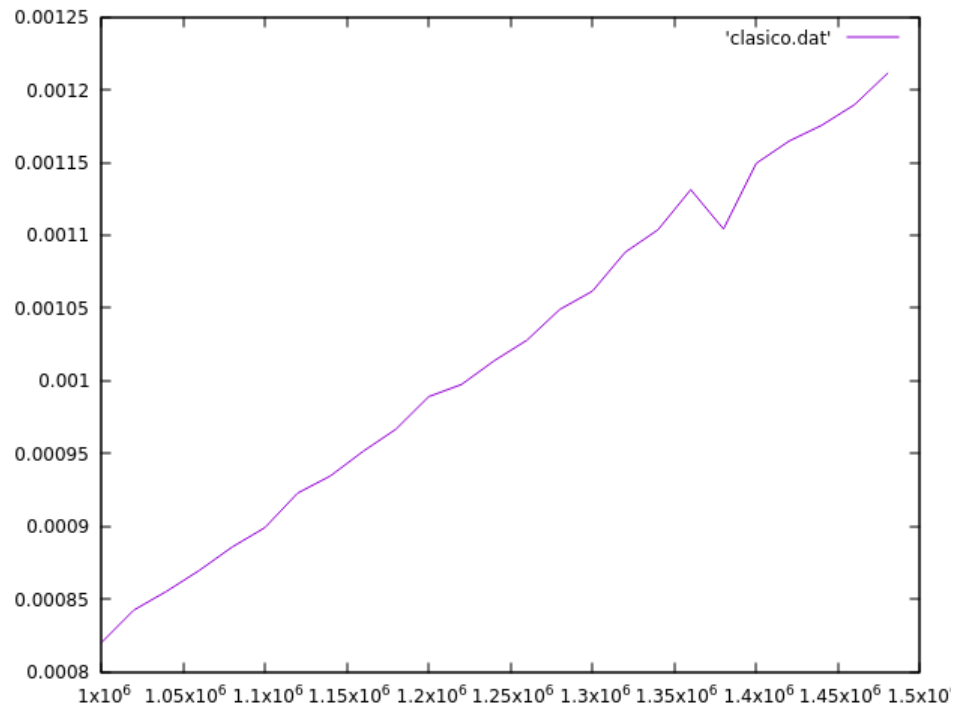
Como podemos ver, con esta estrategia vamos dividiendo el problema en subproblemas de tamaño mitad. Por tanto, su eficiencia teórica es de $O(\log(n))$.

3.2. Eficiencia empírica

Haciendo uso de [los scripts diseñados](#), ejecutamos los algoritmos con los siguientes tamaños:

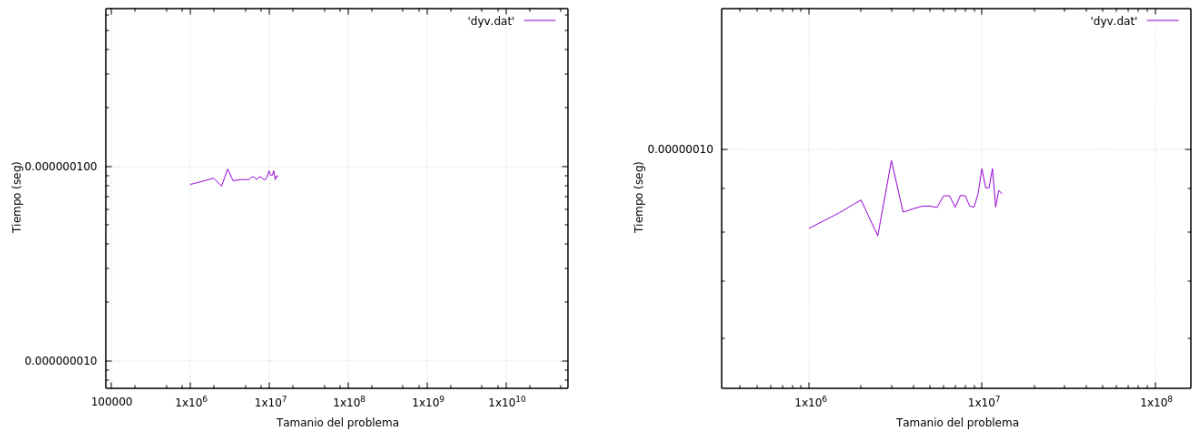
Algoritmo	Tamaño inicial	Tamaño final	Incremento
Clásico	1.000.000	1.480.000	20.000
Divide y Vencerás	1.000.000	13.000.000	500.000

Cuadro 1: Parámetros de ejecución de cada programa



Tamaño	Tiempo (s)
1.000.000	0,000819706
1.020.000	0,000842275
1.040.000	0,00085518
1.060.000	0,000869587
1.080.000	0,000885716
1.100.000	0,000899005
1.120.000	0,000922726
1.140.000	0,000934545
1.160.000	0,000951469
1.180.000	0,00096667
1.200.000	0,000988998
1.220.000	0,000997361
1.240.000	0,00101367
1.260.000	0,0010278
1.280.000	0,00104895
1.300.000	0,00106148
1.320.000	0,00108836
1.340.000	0,00110376
1.360.000	0,00113126
1.380.000	0,00110421
1.400.000	0,00114935
1.420.000	0,00116467
1.440.000	0,0011756
1.460.000	0,00118976
1.480.000	0,00121112

Figura 4: Algoritmo clásico



Tamaño	Tiempo (s)
1.000.000	$8.074 \cdot 10^{-8}$
1.500.000	$8.4224 \cdot 10^{-8}$
2.000.000	$8.7203 \cdot 10^{-8}$
2.500.000	$7.9142 \cdot 10^{-8}$
3.000.000	$9.6975 \cdot 10^{-8}$
3.500.000	$8.4376 \cdot 10^{-8}$
4.000.000	$8.5111 \cdot 10^{-8}$
4.500.000	$8.5718 \cdot 10^{-8}$
5.000.000	$8.5741 \cdot 10^{-8}$
5.500.000	$8.5444 \cdot 10^{-8}$
6.000.000	$8.8171 \cdot 10^{-8}$
6.500.000	$8.8177 \cdot 10^{-8}$
7.000.000	$8.5485 \cdot 10^{-8}$
7.500.000	$8.8273 \cdot 10^{-8}$
8.000.000	$8.8164 \cdot 10^{-8}$
8.500.000	$8.5742 \cdot 10^{-8}$
9.000.000	$8.5496 \cdot 10^{-8}$
9.500.000	$8.8705 \cdot 10^{-8}$
10.000.000	$9.491 \cdot 10^{-8}$
10.500.000	$9.0104 \cdot 10^{-8}$
11.000.000	$9.0092 \cdot 10^{-8}$
11.500.000	$9.4894 \cdot 10^{-8}$
12.000.000	$8.5546 \cdot 10^{-8}$
12.500.000	$8.9524 \cdot 10^{-8}$
13.000.000	$8.8723 \cdot 10^{-8}$

Figura 5: Algoritmo Divide y Vencerás

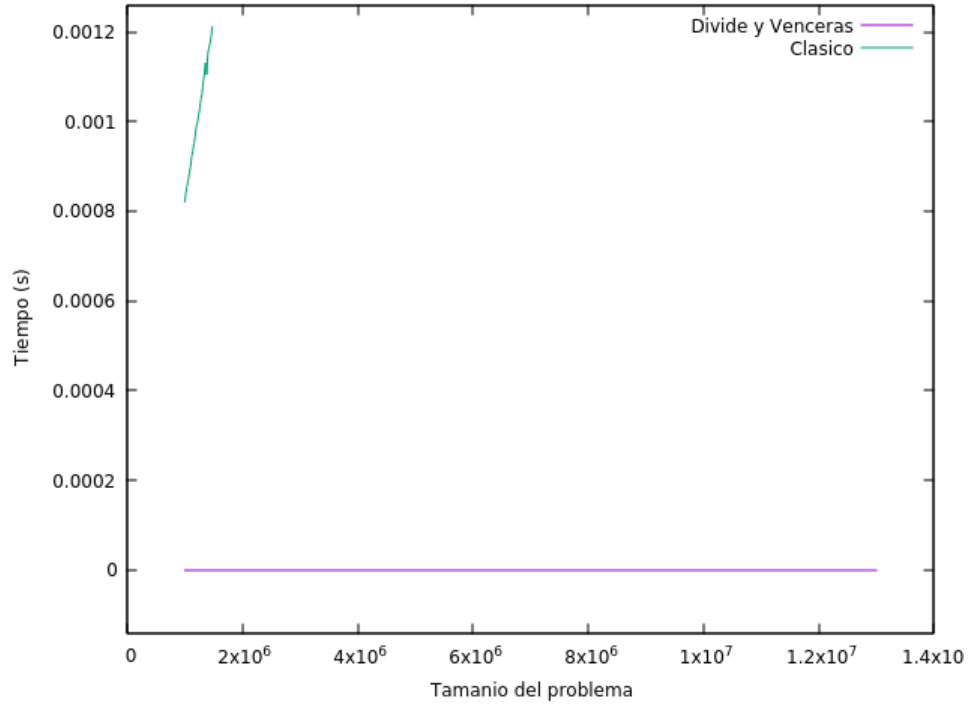


Figura 6: Comparación entre la eficiencia de ambos algoritmos

En el algoritmo [Divide y Vencerás](#) podemos observar muchos picos en la gráfica. Ésto se debe a que los tiempos son tan pequeños que cualquier mínima acción de otro proceso sobre la carga del sistema tiene un impacto muy brusco sobre la gráfica obtenida. Sin embargo, podemos apreciar como sigue un crecimiento logarítmico.

Algoritmo clásico	Algoritmo Divide y Vencerás
0,001009366976743	$1,51847675828797 \cdot 10^{-7}$

Figura 7: Tiempo medio (s)

3.3. Eficiencia híbrida

En esta sección ajustaremos los datos obtenidos a las expresiones teóricas obtenidas mediante una regresión con el objetivo de obtener su constante oculta.

Algoritmo	Eficiencia teórica	Valor de la constante oculta	Error
Clásico	$O(n)$	$8.19304 \cdot 10^{-10}$	0.1441 %
Divide y Vencerás	$O(n^2)$	$5.61125 \cdot 10^{-9}$	0.9174 %

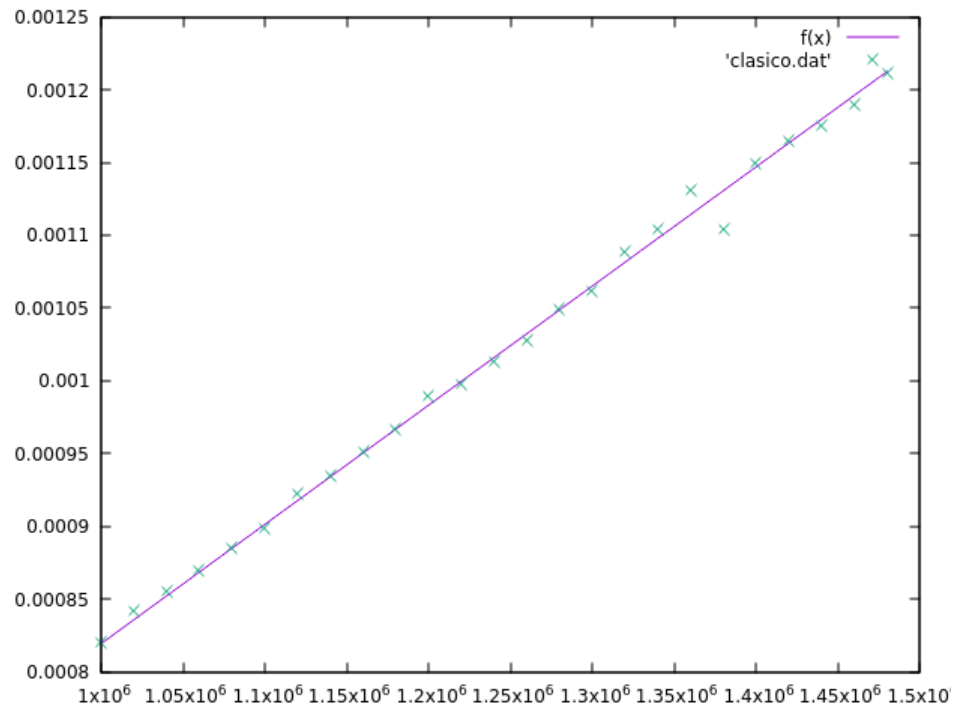


Figura 8: Eficiencia híbrida del algoritmo clásico

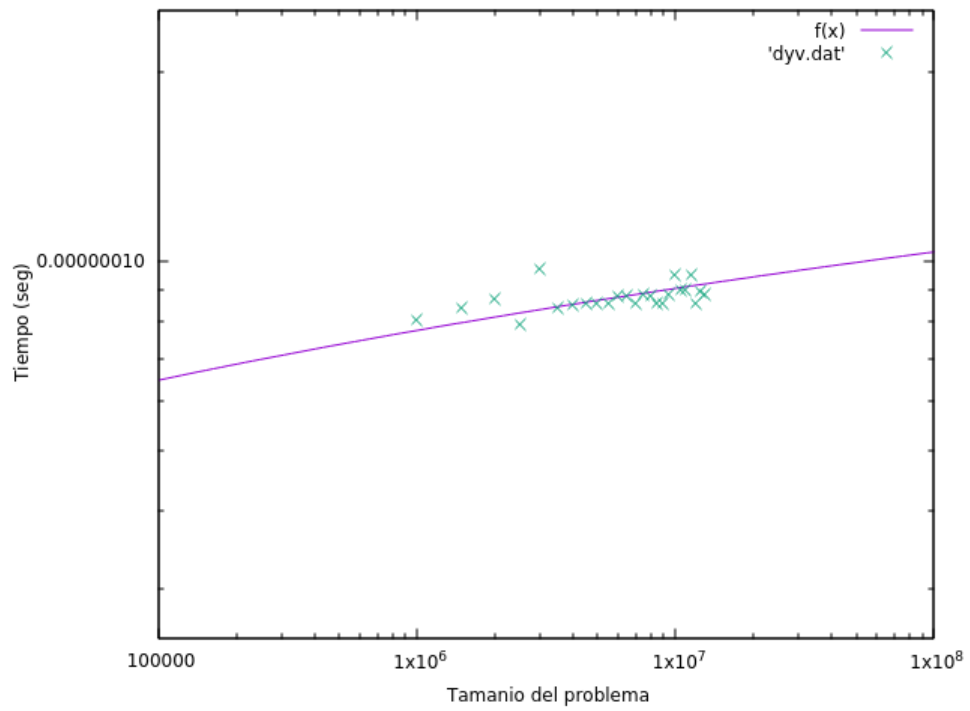


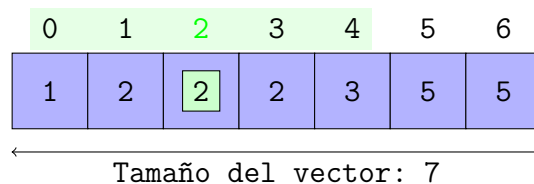
Figura 9: Eficiencia híbrida del algoritmo Divide y Vencerás

4. Conclusiones

Como podemos ver, hay ocasiones en las que la estrategia *Divide y Vencerás* nos es realmente útil. En este caso, hemos conseguido obtener una eficiencia muchísimo mejor (logarítmica) a partir de un algoritmo clásico con una eficiencia lineal. Sin embargo, esta mejora viene condicionada a que el vector esté ordenado ascendentemente y no haya elementos repetidos.

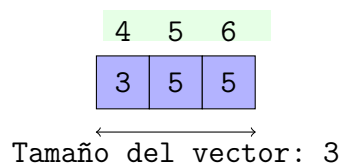
5. Elementos repetidos

Si estudiamos el caso de que el vector de entrada **pueda contener elementos repetidos**, nuestro **algoritmo clásico** no nos dará problemas. Sin embargo, no podremos resolver el problema con *Divide y Vencerás*, ya que los axiomas principales del algoritmo son que el vector debe estar ordenado ascendentemente y que no deben existir elementos repetidos. Veamos un ejemplo:



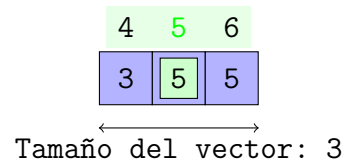
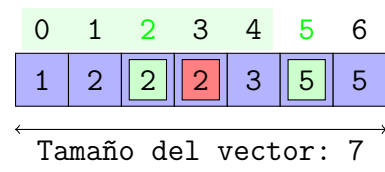
Vemos claramente que $v[2] = 2$. Sin embargo, apliquemos el algoritmo Divide y Vencerás:

- Calculamos el centro del vector. $mitad = \frac{7}{2} = 3$ (división entera)
- Comprobamos si $v[3] = 3 \rightarrow$ **NO**
- Evaluamos si $v[3] < 3 \rightarrow$ **SÍ** \rightarrow estudiamos la mitad derecha.



Como podemos apreciar, hemos descartado la parte del vector en la que se encontraba la solución (mitad izquierda) \rightarrow el algoritmo **no** es válido si hay elementos repetidos.

Sin embargo, hay un caso en el que puede funcionar: si en alguna iteración $v[mitad] = mitad$.



6. Anexo: scripts auxiliares

```
1  #!/bin/bash
2  if [ $# -eq 3 ]
3  then
4  i="0"
5  tam=$2
6  #Primer argumento: programa a ejecutar
7  #Segundo argumento: tamaño inicial
8  #Tercer argumento : incremento
9  while [ $i -lt 25 ]
10 do
11     ./$1 $tam >> ./$1.dat
12     i=$((i+1))
13     tam=$((tam+$3))
14 done
15 else
16 echo "Error de argumentos"
17 fi
```

Figura 10: Script individual

```
1  #!/usr/bin/gnuplot
2
3  set xlabel "Tamano del problema"
4  set ylabel "Tiempo (seg)"
5  set terminal png size 640,480
6  set output 'clasico.png'
7  plot 'clasico.dat' with lines
8  set output 'dyv.png'
9  plot 'dyv.dat' with lines
```

Figura 11: Script de gnuplot

```
1  #!/bin/bash
2      echo "Compilando..."
3      g++ -o clasico clasico.cpp -O3 &&
4      g++ -o dyv dyv.cpp -O3 &&
5      rm -f ./clasico.dat ;
6      rm -f ./dyv.dat ;
7      echo "Ejecutando algoritmo clásico..." ;
8      ./individual.sh clasico 1000000 20000;
9      echo "Ejecutando algoritmo DyV..." ;
10     ./individual.sh dyv 1000 100;
11     echo "Generando gráficas..." ;
12     ./gnuplot.sh ;
```

Figura 12: Script conjunto