

Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
Faculdade de Ciências Econômicas  
Departamento de Economia  
Disciplina: Teoria Microeconômica II  
Autores: Luciano Marchese Silva e Camila Steffens

## **Capítulo 4**

### **Externalidade**

# **Tópicos**

<b>1. Introdução .....</b>	<b>3</b>
<b>2. Conceito de Externalidade .....</b>	<b>3</b>
<b>3. Externalidades Negativas e Ineficiência .....</b>	<b>4</b>
<b>4. Externalidades Positivas e Ineficiência .....</b>	<b>5</b>
<b>5. Soluções para o problema das Externalidades .....</b>	<b>6</b>
<b>6. Preferências Quase-lineares e o Teorema de Coase .....</b>	<b>10</b>
<b>7. A Tragédia do Uso Comum .....</b>	<b>11</b>
<b>8. Referências .....</b>	<b>12</b>
<b>9. ANEXOS .....</b>	<b>13</b>
<b>9.1. ANEXO I: Links .....</b>	<b>13</b>
<b>9.2. ANEXO II: Exercícios .....</b>	<b>20</b>
<b>9.3. ANEXO III: Resoluções .....</b>	<b>26</b>

## 1. Introdução

No Capítulo 3 – Equilíbrio Geral e Bem-Estar, vimos como as trocas e a produção podem ser realizadas de forma a gerar [alocações eficientes](#) dos bens e dos recursos. No entanto, há falhas de mercado que podem distorcer essa alocação e acarretar a não aplicação dos [teoremas do bem-estar](#). O estudo das falhas de mercado, de suas implicações e dos mecanismos que podem ser utilizados para minimizar seus efeitos na geração de ineficiência são o tema deste e dos próximos capítulos (exceto a Competição Imperfeita, que já foi estudada no Capítulo 1 – Estruturas de Mercado), conforme ilustrado na Figura 1.

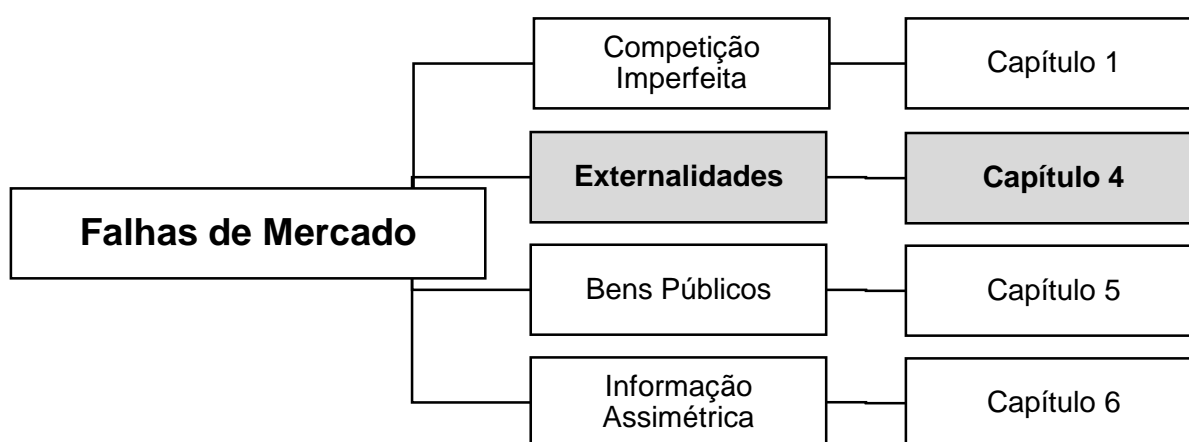


Figura 1 – Falhas de Mercado

Fonte: elaborada pelos autores

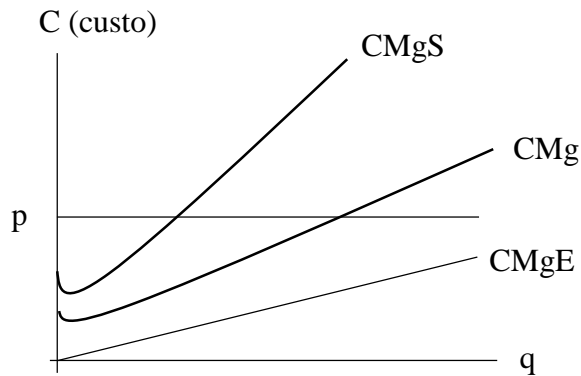
## 2. Conceito de Externalidade

O problema das externalidades ocorre quando há interações entre as firmas e os consumidores que não estão bem refletidas nos preços de mercado. Dessa forma, os agentes econômicos têm efeitos sobre terceiros que não foram considerados na transação econômica. Com isso, os custos marginais ou os benefícios marginais privados não representam corretamente os custos marginais ou os benefícios marginais sociais. Com externalidades, o mercado não alcança necessariamente uma [alocação eficiente de Pareto](#).



### 3. Externalidades Negativas e Ineficiência

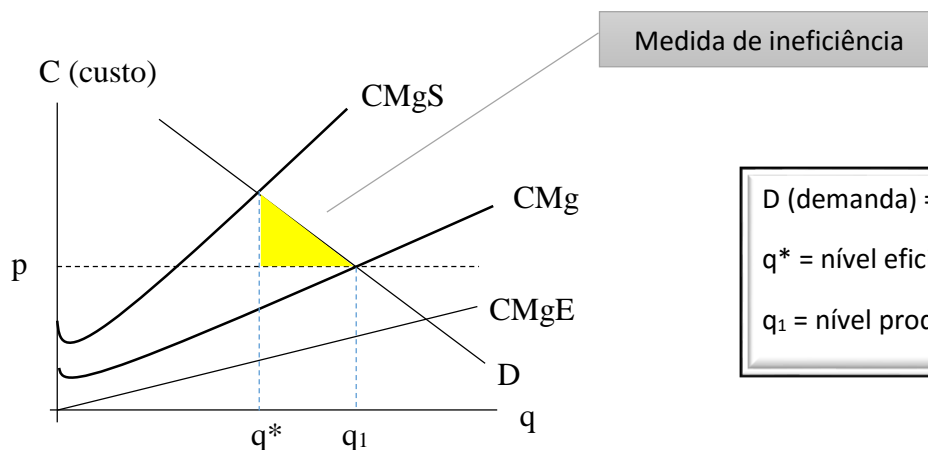
- ✓ As ações de um indivíduo ou empresa impõem custos a outro indivíduo ou empresa.
- ✓ Esses custos não estão refletidos nos preços de mercado;



- CMg: custo marginal privado considerado pela empresa;
- CMgE: custo marginal externo;
- CMgS: custo marginal social =  $CMg + CMgE$

- ✓ RESULTADO:  $CMgS > CMg$  -> os custos marginais com os quais a empresa ou o indivíduo se depara são inferiores aos custos marginais sociais, pois não é considerado o efeito negativo gerado na sociedade (CMgE).

- As externalidades negativas incentivam a permanência na indústria de um número excessivo (ineficiente) de empresas, criando excesso de produção no longo prazo ( $q_1 > q^*$ ).



- D (demanda) = BMg (benefício marginal);
- $q^*$  = nível eficiente;
- $q_1$  = nível produzido.

### Exemplos didáticos:

- ✓ Externalidade negativa na produção: quando uma empresa de aço polui o rio utilizado por pescadores que habitam a região.

- A fábrica de aço despeja efluentes no rio:  $C_s(s, x)$
- Os pescadores precisam do rio para a pesca:  $C_f(f, x)$

s: aço  
x: poluição

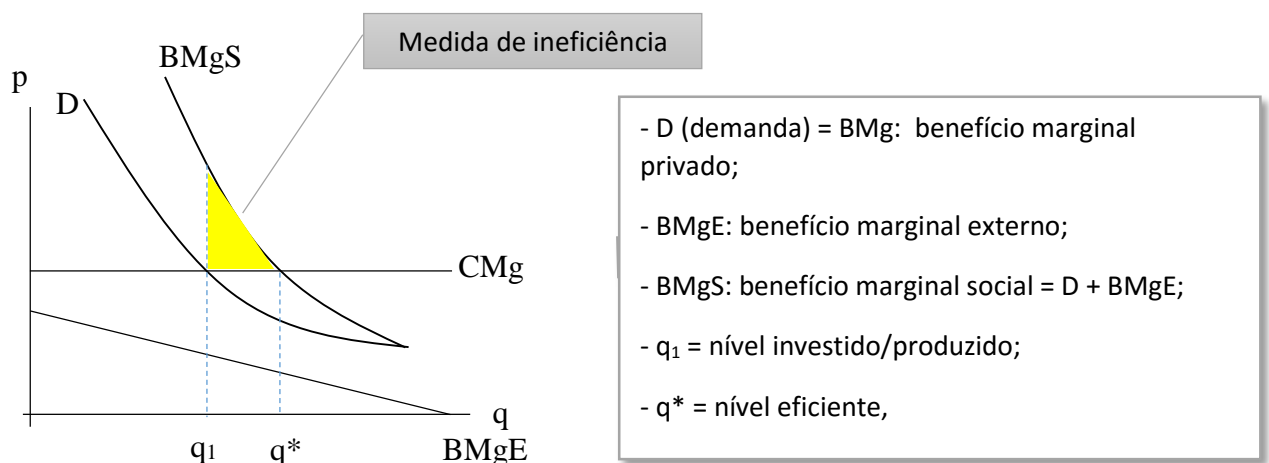
f: peixe  
x: poluição

- A empresa de aço não considera os custos impostos aos pescadores ( $CMgE$ ) = produzem um nível mais elevado de poluição;
  - A quantidade de efluentes da empresa de aço ( $k$ ) pode ser reduzida com a redução do nível de produção de aço ( $s$ ).
- ✓ Externalidade negativa no consumo: quando um indivíduo que fuma compartilha um ambiente com outro indivíduo que não gosta da fumaça de cigarro.

ÍNDICE

## 4. Externalidades Positivas e Ineficiência

- ✓ As ações de um indivíduo ou empresa geram benefícios a outros indivíduos ou empresas, não refletidos nos preços de mercado.



- ✓ **RESULTADO:  $BMgS > D$**  -> o benefício marginal social é superior ao benefício marginal privado, pois leva em conta os benefícios marginais externos gerados e que não são considerados pela demanda de mercado.

➤ As externalidades positivas geram uma produção ou um investimento inferior ao nível socialmente ótimo ( $q_1 < q^*$ ).

#### **Exemplos didáticos:**

- ✓ Externalidade positiva na produção: um apiário localizado ao lado de um pomar de maçãs. Investimentos em pesquisa e desenvolvimento (P&D) que geram difusão do progresso técnico para outras empresas.
- ✓ Externalidade positiva no consumo: o caso do jardim. Nas grandes cidades, os jardins privados não são muito comuns, visto que há predomínio de edifícios ou de casas muradas. No entanto, nas cidades de interior, o jardim serve como um mecanismo de status e de representação da própria personalidade dos moradores da casa: ter um jardim bonito e bem cuidado demonstra que aqueles habitantes são pessoas caprichosas e confere a eles um respeito adicional. É comum as pessoas admirarem jardins alheios, os quais embelezam as ruas das cidades pequenas. Portanto, o jardim consiste em uma externalidade positiva para as pessoas que o observam.



## **5. Soluções para o problema das Externalidades**

- ✓ Origem das ineficiências: preços incorretos;

### **5.1. Internalizando as Externalidades**

- ✓ Siderúrgica (empresa S) = produz aço (s) e poluição (x);
- ✓ Pescador (empresa F) = produz peixe (f);
- ✓ Apenas a siderúrgica produz poluição, despejada no rio ao lado do qual se localiza. A empresa F está localizada abaixo no mesmo rio e é afetada pela poluição.

✓ Custo da empresa S =  $C_s(s, x)$   $\frac{dC_s}{dx} \leq 0$

[Entender melhor](#)

✓ Custo da empresa F =  $C_f(f, x)$   $\frac{dC_f}{dx} > 0$

#### PROBLEMA DE MAXIMIZAÇÃO DE LUCRO DA EMPRESA S:

Max.  $\pi_s = P_s \cdot s - C_s(s, x)$

$\frac{d\pi_s}{ds} = P_s - \frac{dC_s}{ds} = 0 \rightarrow P_s = \frac{dC_s}{ds}$

$\frac{d\pi_s}{dx} = - \frac{dC_s}{dx} = 0$

Quando as produções são separadas, a siderúrgica considera apenas o custo de produzir aço e não leva em conta o custo imposto para a empresa F.

#### PROBLEMA DE MAXIMIZAÇÃO DE LUCRO DA EMPRESA F:

Max.  $\pi_f = P_f \cdot f - C_f(f, x)$

$\frac{d\pi_f}{df} = P_f - \frac{dC_f}{df} = 0 \rightarrow P_f = \frac{dC_f}{df}$

[Entender melhor](#)

#### 5.1.1. Definindo um plano eficiente:

✓ Internalização da externalidade: as duas empresas se unem e produzem conjuntamente.

✓ Problema de Maximização:

$\pi_{s,f} = P_s \cdot s + P_f \cdot f - C_s(s, x) - C_f(f, x)$

$\frac{d\pi}{ds} = P_s - \frac{dC_s}{ds} = 0$

$\rightarrow$

$P_s = \frac{dC_s}{ds}$

$\frac{d\pi}{df} = P_f - \frac{dC_f}{df} = 0$

$\rightarrow$

$P_f = \frac{dC_f}{df}$

$\frac{d\pi}{dx} = - \frac{dC_s}{dx} - \frac{dC_f}{dx} = 0$

$\rightarrow$

$\frac{dC_s}{dx} = - \frac{dC_f}{dx}$

[Interpretação](#)

[EXERCITAR](#)

## 5.2. Imposto de Pigou

- ✓ Origem das ineficiências: para a siderúrgica do exemplo anterior, a poluição não possui custo. Ou seja, ela se depara com o preço errado para a externalidade.
- ✓ Solução: correção via imposto (t) por unidade de produção de poluição (Imposto de Pigou).

PROBLEMA DE MAXIMIZAÇÃO DE LUCRO DA EMPRESA S:

$$\text{Max. } \pi_s = P_s \cdot s - C_s(s, x) - t \cdot x$$

$$\frac{d\pi_s}{ds} = P_s - \frac{dC_s}{ds} = 0 \quad \longrightarrow \quad P_s = \frac{dC_s}{ds}$$

[Interpretação](#)

$$\frac{d\pi_s}{dx} = - \frac{dC_s}{dx} - t = 0 \quad \longrightarrow \quad - \frac{dC_s}{dx} = t$$

- ✓ Problema do Imposto de Pigou: é necessário conhecer o nível ótimo de externalidade (no exemplo: poluição) para estabelecer o imposto. Então por que não obrigar a firma a produzir exatamente esse nível?

## 5.3. Quotas

- ✓ Definição da quantidade de externalidade que cada agente pode produzir;
- ✓ No exemplo da poluição: poderia ser imposta uma quota de emissão de poluentes para cada empresa poluidora;
- ✓ Problema: necessidade de conhecer as informações sobre os custos de emissões de cada empresa e o nível ótimo da externalidade.
- ✓ Possível solução: mercado de permissões de emissão -> cada empresa teria uma quota de emissão de poluentes e, caso não utilizasse, venderia o excesso de direito de poluição a outras empresas;
- ✓ Exemplo: mercado de créditos de carbono.



## 5.4. Estabelecimento de Direitos de Propriedade

- ✓ Origem das ineficiências: falta um mercado para a externalidade;
- ✓ Para a siderúrgica, a emissão de poluição tem preço zero -> mas deveria ter um preço negativo (a sociedade está disposta a pagar pela redução da poluição);
- ✓ Solução: definição de direitos de propriedade para a externalidade (poluição).

### 5.4.1. Definindo um plano eficiente:

- ✓ Suposição: a empresa de pesca (F) tem direito ao rio limpo. A siderúrgica (S) deve pagar o preço  $p$  para ter o direito a emitir  $x$  unidades de poluentes.

PROBLEMA DE MAXIMIZAÇÃO DE LUCRO DA EMPRESA S:

$$\text{Max. } \pi_s = P_s \cdot s - p \cdot x - C_s(s, x)$$

$$\frac{d\pi_s}{ds} = P_s - \frac{dC_s}{ds} = 0 \quad \longrightarrow \quad P_s = \frac{dC_s}{ds}$$

[Interpretação](#)

$$\frac{d\pi_s}{dx} = -\frac{dC_s}{dx} - p = 0 \quad \longrightarrow \quad -\frac{dC_s}{dx} = p$$

PROBLEMA DE MAXIMIZAÇÃO DE LUCRO DA EMPRESA F:

$$\text{Max. } \pi_f = P_f \cdot f + p \cdot x - C_f(f, x)$$

$$\frac{d\pi_f}{df} = P_f - \frac{dC_f}{df} = 0 \quad \longrightarrow \quad P_f = \frac{dC_f}{df}$$

$$\frac{d\pi_f}{dx} = \frac{dC_f}{dx} + p = 0 \quad \longrightarrow \quad \frac{dC_f}{dx} = -p$$

- ✓ CONCLUSÃO:  $\frac{dC_f}{dx} = p = -\frac{dC_s}{dx}$

[E se a siderúrgica tivesse o direito de poluir?](#)

### 5.5. Conclusão: interpretando as condições de eficiência

I. Internalizando as externalidades:  $\frac{dC_s}{dx} = - \frac{dC_f}{dx}$

II. Imposto de Pigou:  $-\frac{dC_s}{dx} = t$

III. Direitos de Propriedade:  $\frac{dC_f}{dx} = p = - \frac{dC_s}{dx}$

✓ Conclusão:  $\frac{dC_f}{dx} = t = p$

[Entender melhor!](#)

EXERCITAR

ÍNDICE

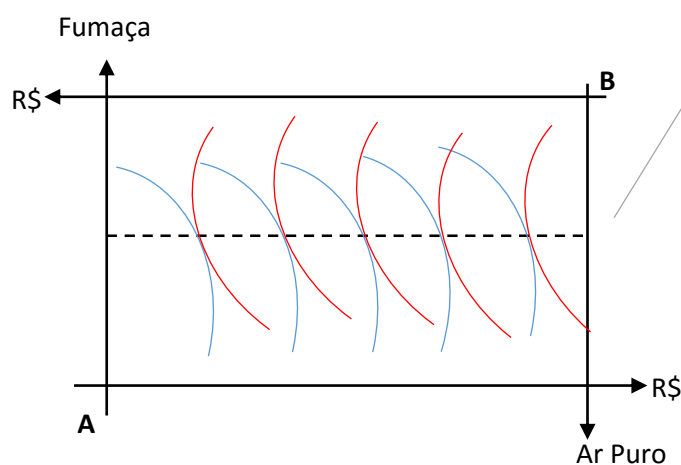
## 6. Preferências Quase-lineares e o Teorema de Coase

- ✓ A quantidade de externalidade produzida na solução eficiente depende, geralmente, da distribuição dos direitos de propriedade.



Exceto se as preferências forem quase-lineares.

- ✓ Com preferências quase-lineares, a quantidade gerada de externalidade será única:



O indivíduo A fuma; o B, não gosta de fumaça.

A quantidade eficiente de fumaça produzida é a mesma, independente de quem tem o direito de propriedade.

- ✓ **Teorema de Coase:** a quantidade de externalidade gerada na solução eficiente não depende da distribuição dos direitos de propriedade (da distribuição de renda):
  - Quando as preferências são quase-lineares; e
  - Quando não há custos de transação.

## 7. A Tragédia do Uso Comum

- ✓ A tragédia de uso comum ocorre quando um recurso é utilizado de forma predatória por consistir em uma propriedade comum, sem regras claras que limitem o seu uso. O resultado é um uso ineficiente do recurso.
- ✓ Solução: propriedade privada ou estabelecimento de regras.
- ✓ Problema de maximização com propriedade privada: **PMg (ou RMg) = CMg (C)**;
- ✓ Problema de maximização com propriedade comum: **PMe (ou RMe) = Custo**;
- ✓ Com o uso comum, considerando agentes homogêneos, cada um terá um produto equivalente ao total produzido, dividido pelo número de agentes -> Produto Médio (PMe). O indivíduo compara esse produto médio com o custo de inserção na atividade.

[Exemplo e derivação](#)

**Lembre-se:** cada unidade adicional produzida reduz o retorno das demais unidades. Por isso, a maximização (solução privada) considera o Produto (ou a Receita) Marginal e não o Produto Médio.



[ÍNDICE](#)

[EXERCITAR](#)

[EXERCÍCIOS ADICIONAIS](#)

## 8. Referências

- ✓ VARIAN, Hal R. (2010). Microeconomia: Princípios Básicos, 8ª Edição, Editora Campus;
- ✓ PINDYCK, Robert S.; RUBINFELD, Daniel. L. (2002). Microeconomia. 5ª ed. São Paulo: Prentice Hall;
- ✓ NICHOLSON, W; SNYDER, C. (2008). Microeconomic Theory: Basic Principles and Extensions. 10ª ed. Thomson.
- ✓ Notas de aula do professor Sérgio Marley Modesto Monteiro;
- ✓ Notas dos próprios autores.



## 9. ANEXOS

### 9.1. ANEXO I: Links

- 1) **Alocações Eficientes:** uma alocação é eficiente quando utiliza os insumos e define as quantidades a serem produzidas de forma eficiente, ofertando mercadorias que as pessoas desejam adquirir. No capítulo 3, vimos que a alocação eficiente é aquela na qual as Taxas Marginais de Substituição (TMS) de todos os indivíduos se igualam e devem ser iguais, também, à relação dos custos marginais dos bens produzidos. Devemos lembrar que uma alocação eficiente de Pareto ocorre quando não é possível melhorar a situação de um agente sem piorar a de pelo menos outro agente.

[VOLTAR](#)

- 2) **Teoremas do Bem-Estar:** no capítulo 2 vimos que, de acordo com o Primeiro Teorema do Bem-Estar, um sistema competitivo de trocas leva a uma alocação eficiente dos recursos. O Segundo Teorema do Bem-Estar afirma que, sob certas condições, partindo de uma alocação eficiente de Pareto, podemos encontrar o equilíbrio de mercado.

[VOLTAR](#)

- 3) **Custos Marginais com relação à poluição (x):** O custo marginal de produção de poluição para a siderúrgica é menor ou igual a zero porque a redução da produção de poluição pode acarretar em custos marginais adicionais na produção de aço. A empresa de pesca não pode definir o nível de poluição emitido pela empresa S. Ela apenas é afetada pelos efluentes despejados, o que lhe acarreta um custo marginal positivo.

[VOLTAR](#)

- 4) **Definição da emissão de poluentes:** Observe que devemos derivar o lucro com relação à poluição apenas para a siderúrgica quando a produção não foi internalizada, já que esta empresa é a que define o nível de poluentes emitidos. A empresa de pesca não escolhe o nível de poluição. Por isso, na maximização do lucro da empresa de pesca, derivamos apenas com relação à produção de peixes (f).

[VOLTAR](#)

- 5) **Interpretando as condições de eficiência da internalização:** quando as duas empresas se fundem (F e S passam a ser controladas de forma conjunta), ocorre a internalização da produção. Observamos que a condição para a maximização

de lucro com relação à produção de aço (s) e de peixe (f) é a mesma: produz-se até que o custo marginal se iguale ao preço de cada bem. No entanto, houve mudança na condição de maximização com relação à poluição: agora a empresa S levará em conta, ao emitir poluentes, o Custo Marginal Externo gerado na empresa F ( $\frac{dC_f}{dx}$ ). Antes ela olhava apenas para o seu custo marginal de forma individualizada, gerando um nível de poluição maior que o socialmente ótimo. Com a internalização, a siderúrgica produzirá um nível menor de poluição, pois considerará o custo marginal social (custo marginal privado + custo marginal externo). A produção eficiente de Pareto ocorre quando esse custo marginal social se iguala a zero.

[VOLTAR](#)

- 6) Interpretando as condições de eficiência do Imposto de Pigou:** com o estabelecimento de um imposto sobre a quantidade de poluição emitida pela empresa S, o custo marginal de produzir a poluição será igual à taxa do imposto. Na internalização, vimos que, no nível eficiente, o custo marginal com o qual a empresa S se depara com relação à poluição deve ser igual ao custo marginal externo (gerado sobre a empresa F). Na incidência do imposto, a taxa aplicada deve refletir, então, o Custo Marginal Externo da externalidade.

[VOLTAR](#)

- 7) Interpretando as condições de eficiência dos direitos de propriedade:** com a definição de direitos de propriedade sobre a poluição, a empresa S deve, no exemplo, pagar o preço p para ter o direito de emitir x unidades de poluentes. Cada empresa se deparará com seus custos marginais na decisão sobre a quantidade de poluentes comprar ou vender. No equilíbrio eficiente, novamente o custo marginal da empresa S com relação à poluição deverá refletir o custo marginal externo gerado por essa externalidade, o qual é igual ao preço da quantidade emitida de externalidade.

[VOLTAR](#)

**8) Direito de propriedade com a siderúrgica:**

Suposição: a empresa S tem o direito de poluir o rio. A empresa F deve pagar para induzir a redução de poluição.

PROBLEMA DE MAXIMIZAÇÃO DE LUCRO DA EMPRESA S:

$$\text{Max. } \pi_s = P_s \cdot s + p \cdot x - C_s(s, x)$$

$$\frac{d\pi_s}{ds} = P_s - \frac{dC_s}{ds} = 0 \quad \longrightarrow \quad P_s = \frac{dC_s}{ds}$$

$$\frac{d\pi_s}{dx} = -\frac{dC_s}{dx} + p = 0$$

→

$$\frac{dC_s}{dx} = p$$

PROBLEMA DE MAXIMIZAÇÃO DE LUCRO DA EMPRESA F:

$$\text{Max. } \pi_f = P_f \cdot f - \mathbf{p} \cdot \mathbf{x} - C_f(f, x)$$

$$\frac{d\pi_f}{df} = P_f - \frac{dC_f}{df} = 0$$

→

$$P_f = \frac{dC_f}{df}$$

$$\frac{d\pi_f}{dx} = -\frac{dC_f}{dx} + p = 0$$

→

$$-\frac{dC_f}{dx} = p$$

CONCLUSÃO:

$$-\frac{dC_f}{dx} = p = \frac{dC_s}{dx}$$

A condição ótima de produção de externalidade é a mesma!

[VOLTAR](#)

- 9) Compreendendo a condição eficiente na produção de externalidade:** em todos os casos, a solução para a produção da externalidade gera o mesmo resultado: o custo marginal para produzir a externalidade deve refletir o custo marginal externo por ela gerado. Ou seja, deve-se levar em conta o custo marginal social da externalidade.

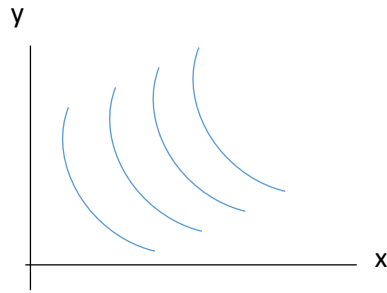
[VOLTAR](#)

## 10) Exemplos de curvas de indiferenças que representam funções de utilidade:

**a) Cobb–Douglas:**  $U(x, y) = A \cdot x^\alpha \cdot y^\beta$

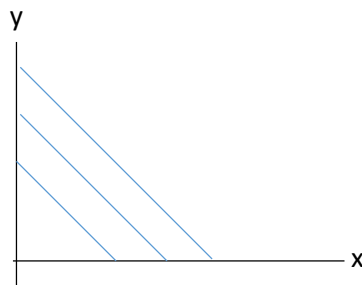
- Consiste em uma das funções de utilidade (ou de produção) mais utilizadas, tendo como exemplos:  $U(x, y) = \sqrt{x \cdot y}$ ;  $U(x, y) = x^{0,3} \cdot y^{0,7}$ ;
- Não apresenta solução de canto (observe que, caso o consumo de um dos bens for nulo, a utilidade do indivíduo também será nula).

- Os coeficientes  $\alpha$  e  $\beta$  representam o peso de cada bem na função de utilidade.



**b) Substitutos Perfeitos:**  $U(x, y) = \alpha x + \beta y$

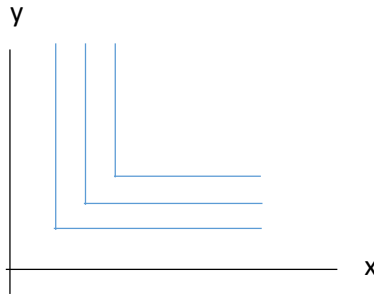
- É uma função de utilidade definida nos cantos: ou seja, os indivíduos podem consumir zero unidades de um dos bens e alocar toda a sua renda no outro bem, de acordo com os preços vigentes;
- Para os indivíduos,  $\alpha$  unidades do bem x gera a mesma utilidade de  $\beta$  unidades do bem y;
- Taxa Marginal de Substituição (TMS) constante ao longo da curva.



**c) Complementares perfeitos:**  $U(x, y) = A \cdot \text{Mín} \{ax, by\}$

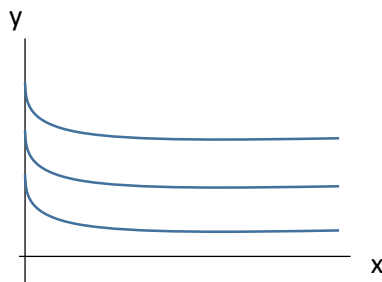
- Na solução ótima, o indivíduo consome x e y na proporção fixa, de forma que  $ax = by$ .
- Unidades adicionais de apenas um bem não geram satisfação adicional (apenas o aumento proporcional dos dois bens amplia o nível de utilidade do consumidor).





**d) Quase-lineares:**  $U(x, y) = v(x) + y$

- Consiste em uma função de utilidade híbrida entre a Cobb-Douglas (a parte não linear da função:  $v(x)$ ) e Substitutos Perfeitos (a parte linear da função, representada por  $y$  no exemplo);
- Exemplos:  $U(x, y) = \sqrt{x} + y$ ;  $U(x, y) = \ln x + y$



Resolvendo problema de maximização com a função de utilidade  $U(x, y) = \ln x + y$ , sujeito a  $m = p_1 \cdot x + p_2 \cdot y$ :

$$L = \ln x + y - \lambda(p_1 \cdot x + p_2 \cdot y - m)$$

$$\frac{dL}{dx} = \frac{1}{x} - \lambda \cdot p_1 = 0 \quad \rightarrow \lambda = \frac{1}{x \cdot p_1}$$

$$\frac{dL}{dy} = 1 - \lambda \cdot p_2 = 0 \quad \rightarrow \lambda = \frac{1}{p_2}$$

$$\frac{1}{x \cdot p_1} = \frac{1}{p_2} \quad \rightarrow x = \frac{p_2}{p_1}$$

Depende apenas da  
relação de preços:  
não há efeito –renda.

Substituindo  $x$  na restrição:  $p_1 \cdot \frac{p_2}{p_1} + p_2 \cdot y = m \quad \rightarrow y = \frac{m - p_2}{p_2}$

[VOLTAR](#)

**11) Derivação da tragédia de uso comum:** Suponha um açude com peixes. O custo **C** que cada indivíduo tem para poder pescar no açude corresponde à vara de pesca, ao anzol e ao kit de pescador (cesta para colocar os peixes e isca). Seja **f(n)** a função de produção de peixes, **n** o número de pescadores e seja R\$ 1,00 o preço de cada peixe. Sabemos que os peixes precisam se reproduzir para manter um estoque aproximadamente estável de peixes no açude. Dessa forma, o fluxo de pesca deve considerar a reprodução dos peixes para não terminar com o cardume do açude.

a) Se o açude for propriedade privada, o problema de maximização do dono do açude para decidir quantos pescadores alocar será:

$$\text{Máx. } \pi = p \cdot f(n) - C \cdot n$$

$$\pi = 1 \cdot f(n) - C \cdot n$$

$$\frac{d\pi}{dn} = \frac{df(n)}{dn} - C = 0$$

$$\frac{df(n)}{dn} = C$$

$$\text{Logo: } \mathbf{PMg = C}$$

b) Se o açude for propriedade de uso comum, os pescadores poderão fazer uso do açude de forma livre, sendo que o retorno de cada pescador será dado da seguinte forma:

✓ Os pescadores só deixarão de ir ao açude quando o lucro for zero:

$$p \cdot f(n) - C \cdot n = 0$$

$$p \cdot f(n) = C \cdot n$$

$$1 \cdot f(n) = C \cdot n$$

$$\text{Logo: } \frac{f(n)}{n} = C \rightarrow \mathbf{PMe = C}$$

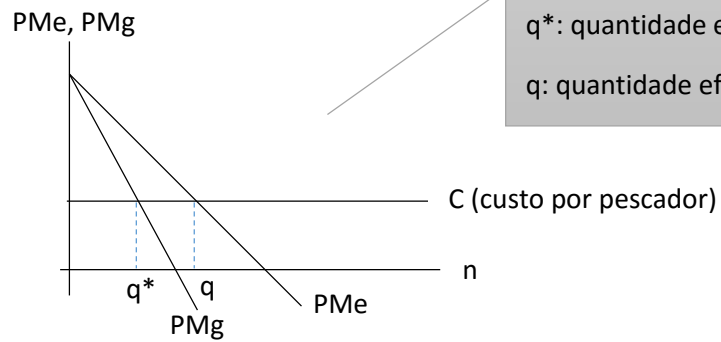
**Produto Médio (PMe) decrescente:** cada pescador adicional reduz o produto dos demais pescadores.



Logo: Produto Marginal (PMg) abaixo do PMe.

$q^*$ : quantidade eficiente de pescadores;

$q$ : quantidade efetiva de pescadores.



[VOLTAR](#)

## 9.2. ANEXO II: Exercícios

### EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

#### 1. QUESTÃO ANPEC 13 (2012)

Suponha uma economia com duas firmas competitivas, representadas por 1 e 2, que produzem o mesmo bem e tem as seguintes funções custo:

$$c_1(x_1) = \frac{1}{2}x_1^2, c_2(x_2) = \frac{1}{2}x_2^2$$

. A firma 1 exerce uma externalidade negativa sobre a firma 2 de modo que a função lucro da firma 2 é dada por:

$$\pi_2 = p_2x_2 - c_2(x_2) - e(x_1)$$

Sabendo que  $e(x_1) = \frac{1}{2}x_1^2$  que o preço do produto produzido é igual a 1, calcule a diferença entre a solução privada e a solução socialmente ótima na produção de bens da firma 1.

[SOLUÇÃO](#)

[VOLTAR](#)

---

#### 2. QUESTÃO ANPEC 14 (2012) - adaptada

Considere que um aeroporto está localizado ao lado de um grande terreno que é propriedade de um incorporador imobiliário. O incorporador gostaria de construir moradias naquele terreno, mas o barulho do aeroporto reduz o valor das propriedades. Quanto maior for a intensidade do tráfego aéreo, menor o valor do montante de lucros que o incorporador pode obter com o terreno. Seja X o número de voos diários e Y o número de moradias que o incorporador pretende construir. O Lucro Total do aeroporto (LA) é dado pela função  $48X - X^2$  e o Lucro Total do incorporador (LI) é dado por  $60Y - Y^2 - XY$ . Identifique a diferença entre o Lucro Total dos dois agentes (LA + LI) em duas situações relativas às regras institucionais que regulam o comportamento dos agentes: (i) no caso da imposição de uma lei que responsabiliza o aeroporto por qualquer redução ocorrida no valor das propriedades; (ii) no caso em que os dois agentes optam pela formação de um conglomerado empresarial com o objetivo de maximizar o lucro conjunto.

[SOLUÇÃO](#)

[VOLTAR](#)

---

### 3. QUESTÃO ANPEC 15 (2014)

Suponha que em uma região de florestas com madeiras nobres foi concedido livre acesso à extração da madeira. Suponha que o preço do metro cúbico de madeira é \$ 1, e que a produção de madeira em metros cúbicos pode ser expressa como  $f(n) = 40n - 2n^2$ , em que  $n$  é o número de madeireiros que se dedicam à extração. Suponha que o custo da serra e demais ferramentas de cada madeireiro seja de \$ 4. Calcule a diferença entre o número efetivo de madeireiros e o número ótimo.

[SOLUÇÃO](#)

[VOLTAR](#)

---

## EXERCÍCIOS ADICIONAIS

### QUESTÃO ANPEC 15 (2004)

Uma economia é constituída por dois indivíduos cujas utilidades são  $u_A(f, m_A) = (4/3)\sqrt{f} + m_A$  e  $u_B(f, m_B) = \ln(1 - f) + m_B$ , em que  $f$  representa a poluição gerada pelo consumo de cigarro por parte do indivíduo  $A$  (medido numa escala entre 0 e 1) e  $m_i$  representa o gasto do indivíduo  $i$  com a aquisição de outros bens ( $i = A$  ou  $B$ ). Suponha que o indivíduo  $B$  tenha direito a todo ar puro, mas que possa vender, ao preço unitário  $p$ , o direito de poluir parte do ar ao indivíduo  $A$ . Se no equilíbrio o indivíduo  $A$  paga  $G$  unidades monetárias ao indivíduo  $B$  para poluir parte do ar, achar  $36G$ .

---

### QUESTÃO ANPEC 10 (2005)

Com relação aos conceitos de externalidade e bens públicos, avalie as afirmativas:

- ⊙ Na presença de externalidades positivas na produção, o mercado competitivo oferece uma quantidade menor do que a socialmente ótima do bem em questão. Isto ocorre porque a quantidade oferecida é tal que o valor do benefício social marginal é menor do que o benefício privado marginal.
  - ① Para resolver problemas de poluição a taxa é, por vezes, preferível à imposição de quotas de emissões de poluentes. Num cenário em que não há problemas de informação e são distintas as curvas de custo marginal de redução de poluentes das empresas, a imposição de taxas é mais vantajosa do que as quotas de emissão.
  - ② Em mercados com externalidades, se os direitos de propriedade são atribuídos sem ambiguidade e se as partes podem negociar sem custos, a distribuição dos direitos de propriedade não tem quaisquer consequências distributivas.
  - ③ A atribuição de direitos de propriedade visa a solucionar problemas que decorrem do uso predatório dos recursos de propriedade comum.
- 

### QUESTÃO ANPEC 08 (2006)

Em relação ao tratamento das falhas de mercado, avalie as afirmativas:

- ⊙ O imposto Pigouviano sobre a poluição tem por objetivo induzir o poluidor a internalizar os custos que este impõe aos demais agentes, e assim reproduzir as condições que caracterizam o nível de poluição eficiente de Pareto.
- ① A atribuição de direitos de propriedade não é a única instituição social capaz de incentivar o uso eficiente de recursos comuns. Outros exemplos são a criação de

regras sobre a intensidade de utilização da terra comunitária e a definição de taxas de contribuição para seu uso.

- ② O teorema de Coase afirma que, quando as partes puderem negociar livremente visando ao benefício mútuo, o resultado será eficiente, independentemente da presença de custos de transação e de como estejam alocados os direitos de propriedade.

---

### QUESTÃO ANPEC 11 (2008)

A respeito de externalidades, julgue as afirmações:

- Ⓒ Se as preferências dos agentes forem quase-lineares, o teorema de Coase afirma que toda solução eficiente deve ter a mesma quantidade de externalidade, independente da distribuição dos direitos de propriedade.
- ① O resultado do teorema de Coase não é influenciado pela existência de custos de transação.
- ② Os recursos de propriedade comum são utilizados até o ponto em que o custo privado é igual ao retorno adicional gerado, o que implica sobre-utilização do recurso .
- ③ Se ao produzir, uma firma gera externalidade negativa na forma de poluição, para cobrar dessa firma um imposto de Pigou (que a faça considerar o custo social de produção, e não apenas o custo privado), deve-se conhecer a externalidade marginal no nível de produto socialmente eficiente.
- ④ Se houver um mercado para poluição, se os direitos de propriedade forem bem definidos e se as pessoas estiverem dispostas a pagar pela redução da poluição, o preço da poluição será positivo.

---

### QUESTÃO ANPEC 09 (2009)

Considere uma lagoa em que é possível pescar. Suponha que o preço do peixe é  $1$  e que  $f(n)$  é a quantidade total de peixes pescados, em que  $n$  é o número de barcos de pesca na lagoa. Suponha que a função  $f(n)$  está sujeita a rendimentos decrescentes. Suponha também que, para pescar, é necessário apenas adquirir um barco e equipamento que possuem custo constante igual a  $c > 0$ . Com base nessas informações, julgue as afirmativas abaixo:

- Ⓒ Se a lagoa for um recurso comum, ou seja, se qualquer um puder entrar e pescar, então haverá  $n^*$  barcos, de tal sorte que  $f(n^*)/n^* = c$ , ou seja, cada pescador obterá uma receita de pesca igual ao custo.
- ① Se a lagoa for propriedade privada, seu proprietário utilizará  $n^{**}$  barcos de pesca, de tal modo que  $f'(n^{**}) = c$ , em que  $f'$  é a derivada de  $f$ .
- ② Trata-se de uma situação em que cada barco gera externalidades negativas para os demais.

- ③ Se a lagoa for um recurso comum, a criação de um direito de propriedade privada sobre ela levará a uma produção eficiente de peixes.
- ④ O caráter de recurso comum gera uma pesca excessiva de peixes do ponto de vista social.
- 

### QUESTÃO ANPEC 12 (2010)

Suponha que foi descoberto ouro em uma região do interior do Brasil e que o preço do grama de ouro é \$1. A quantidade produzida de ouro em gramas ( $Q$ ) pode ser expressa como função do número de garimpeiros ( $n$ ), de acordo com a função  $Q = 40n - 2n^2$ , e o custo do material individual para garimpagem é \$12. Na região em que se descobriu ouro foi concedido livre acesso. Para efeito de cálculo, suponha que a variável  $n$  é contínua. Determine a diferença entre o número efetivo de garimpeiros e o número ótimo.

---

Desafio!

### QUESTÃO ANPEC 13 (2011)

Considere dois agentes,  $i = 1, 2$ , que estão decidindo a que velocidade chegam a um destino. Cada um deles possui uma função utilidade  $U_i(v_i) = 2 \times v_i$ , em que  $v_i$  é a velocidade que eles estão trafegando. Só que, quanto mais rápido eles andam pela estrada, maior a probabilidade de ocorrência de um acidente, que é denotada por  $p(v_1, v_2)$ , e que dá a eles um custo de 0,5 cada. A partir destas afirmações, responda V ou F as alternativas a seguir.

- Ⓒ Há um incentivo para que os motoristas dirijam mais rápido do que o socialmente ótimo.
- ① Se o agente for multado na eventualidade de um acidente, a velocidade em que ele trafega é maior.
- ② A multa que faria com que os agentes andassem pela estrada à velocidade socialmente ótima é de 0,5.
- ③ Na multa socialmente ótima, a despesa que os agentes teriam de incorrer com a multa é superior ao custo do acidente.
- ④ Se o primeiro agente somente deriva utilidade se não houver acidente, a multa ótima para este agente independe da velocidade em que os agentes estão se movendo.
- 

### QUESTÃO ANPEC 11 (2014)

Com relação a externalidades é possível afirmar:

- Ⓒ A quantidade de externalidades gerada na solução eficiente independe da definição e distribuição dos direitos de propriedade na sociedade;



- ① Se a curva de indiferença dos indivíduos assume a forma  $x_2 = k - v(x_1)$ , então toda solução eficiente terá a mesma quantidade de externalidades;
- ② Segundo Coase, a quantidade eficiente de um determinado bem, na presença de externalidades, independe, em alguns casos, da distribuição dos direitos de propriedade entre os indivíduos;
- ③ Mesmo numa situação na qual os custos privados e os custos sociais são distintos a solução de mercado alcança eficiência no sentido de Pareto;
- ④ Do ponto de vista social a produção de externalidades negativas deveria ter preço positivo.
- 

### QUESTÃO ANPEC 14 (2015)

Duas firmas produzem um bem com preço unitário constante  $p = \$12$ . A primeira, situada na margem de um rio, opera com função custo  $c(x) = x^2$ , sendo  $x$  a quantidade do bem produzida por ela. A outra firma, localizada pouco adiante no mesmo rio, produz a quantidade  $y$  do mesmo bem, com custo expresso por  $c(y) = y^2 + \frac{1}{2}x^2$ . O último componente dessa expressão representa a externalidade negativa gerada pela poluição do rio por parte da outra firma. Calcule a redução no número de unidades produzidas pela firma poluidora, caso ambas decidam explorar, com a fusão entre as firmas, os ganhos derivados da internalização da externalidade.



### 9.3. ANEXO III: Resoluções

1. Essa questão consiste em um problema de internalização das externalidades. Primeiramente, temos que encontrar a solução quando as firmas produzem de forma individual (**solução privada**):

#### Maximização Firma 1:

$$\pi_1 = p_1 \cdot x_1 - c_1(x_1)$$

$$\text{Máx. } \pi_1 = 1x_1 - \frac{1}{2} \cdot x_1^2$$

$$\frac{d\pi_1}{dx_1} = 1 - x_1 = 0 \quad \rightarrow \quad x_1 = 1$$

#### Maximização Firma 2:

$$\pi_2 = p_2 \cdot x_2 - c_2(x_2) - e(x_1)$$

$$\text{Máx. } \pi_2 = 1x_2 - \frac{1}{2} \cdot x_2^2 - \frac{1}{2} \cdot x_1^2$$

$$\frac{d\pi_2}{dx_2} = 1 - x_2 = 0 \quad \rightarrow \quad x_2 = 1$$

Solução socialmente ótima (internalização da externalidade):

#### Maximização Firma Conjunta:

$$\pi = p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 - c_1(x_1) - c_2(x_2) - e(x_1)$$

$$\pi = 1 \cdot x_1 + 1 \cdot x_2 - \frac{1}{2} \cdot x_1^2 - \frac{1}{2} \cdot x_2^2 - \frac{1}{2} \cdot x_1^2$$

$$\text{Máx. } \pi = 1 \cdot x_1 + 1 \cdot x_2 - 1 \cdot x_1^2 - \frac{1}{2} \cdot x_2^2$$

$$\frac{d\pi}{dx_1} = 1 - 2 \cdot x_1 = 0 \quad \rightarrow \quad x_1 = \frac{1}{2}$$

$$\frac{d\pi}{dx_2} = 1 - x_2 = 0 \quad \rightarrow \quad x_2 = 1$$

Portanto, a diferença do  $x_1$  é igual a  $\frac{1}{2}$ .

[VOLTAR](#)

---

2. Essa questão envolve a solução do problema de externalidade via definição de direitos de propriedade e via internalização da externalidade.

**I. A situação descrita no item (i) afirma que o incorporador possui o direito de propriedade da externalidade e que, portanto, o aeroporto deve pagar pela redução ocorrida no valor das propriedades devido à externalidade. Teremos o seguinte problema:**

$$\text{Máx LA} = 48X - X^2 - XY$$

$$\frac{dLA}{dX} = 48 - 2X - Y = 0 \quad \rightarrow \quad Y = 48 - 2X$$

$$\text{Máx LI} = 60Y - Y^2 - XY + XY$$

$$\frac{dLI}{dY} = 60 - 2Y = 0 \quad \rightarrow \quad 2Y = 60 \quad \rightarrow \quad Y = 30$$

$$30 = 48 - 2X$$

$$2X = 18$$

$$X = 9$$

$$LA = 48.9 - (9)^2 - 9.30 \quad \rightarrow 81$$

$$LI = 60.30 - (30)^2 \quad \rightarrow 900$$

$$LA + LI = 981$$

**II. Para a solução do item (ii), devemos internalizar a externalidade:**

$$\text{Máx L (LA + LI)} = 48X - X^2 + 60Y - Y^2 - XY$$

$$\frac{dL}{dX} = 48 - 2X - Y = 0 \quad \rightarrow \quad Y = 48 - 2X$$

$$\frac{dL}{dY} = 60 - 2Y - X = 0, \text{ substituindo Y:}$$

$$60 - 2.(48 - 2X) - X = 0$$

$$60 - 96 + 4X - X = 0$$

$$3X - 36 = 0$$

$$X = 12$$

$$Y = 48 - 2.(12)$$

$$Y = 24$$

Observe que o prejuízo gerado pelo aeroporto no incorporador é de (XY) (parcela do LI que tem relação com X).

Logo, com direitos de propriedade estabelecidos para o incorporador, o aeroporto terá que pagar XY, sendo que a construtora ganhará o montante XY.

$$LA + LI = 48.12 - (12)^2 + 60.24 - (24)^2 - 12.24$$

$$LA + LI = 1008$$

**A diferença na soma dos lucros dos dois agentes é de  $1008 - 981 = 27$ .**

[VOLTAR](#)

**3.** Essa questão envolve um problema de Tragédia do Uso Comum.

$$\text{Lucro total da extração de madeiras: } \pi = p.f(n) - c(n).n \quad \rightarrow \pi = 1.(40n - 2n^2) - 4n$$

- Para calcular o número efetivo de madeireiros, temos que encontrar a solução de propriedade comum:

Haverá a entrada de novos madeireiros até que  $\pi = 0$ , acarretando a seguinte solução:

$$\frac{f(n)}{n} = 4 \quad \rightarrow \quad \frac{40n - 2n^2}{n} = 4 \quad \rightarrow \quad 40 - 2n = 4 \quad \rightarrow \quad 2n = 36 \quad \rightarrow \quad \mathbf{n = 18}$$

- Para encontrar o número ótimo de madeireiros, temos que resolver a solução privada:

$$\text{Maximização: } \frac{d\pi}{dn} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{df(n)}{n} - \frac{d(4n)}{n} \quad \rightarrow \quad \frac{df(n)}{n} = 4 \quad \rightarrow \quad 40 - 4n = 4 \quad \rightarrow \quad 4n = 36$$

$$\mathbf{n = 9}$$

**Diferença = 9.**

[VOLTAR](#)