# Universidade Federal do Rio Grande do Sul Faculdade de Ciências Econômicas Departamento de Economia Disciplina: Teoria Microeconômica II

Autores: Luciano Marchese Silva e Camila Steffens

# Capítulo 3

**Equilíbrio Geral e Bem-estar** 

# **Tópicos**

1.	Intr	oduçao	3
2.	Aplicação de modelos de Equilíbrio Geral		4
3.	Efici	iência nas Trocas (Trocas Puras)	5
4.	Efici	iência na Produção	12
<b>5.</b>	Efici	iência nas Trocas e na Produção	13
6.	Bem	1-Estar	14
<b>7</b> .	Refe	erências	16
8.	ANE	xos	17
8	3.1.	ANEXO I: Links	17
8	<b>3.2.</b>	ANEXO II: Exercícios	22
8	3.3.	ANEXO III: Resoluções	31

### 1. Introdução

Até o momento, estudamos modelos de **equilíbrio parcial**, os quais consistem na determinação de preços e quantidades em um mercado individualmente, independente da inter-relação deste com os demais mercados e dos efeitos mútuos causados.

**Equilíbrio Geral:** consiste na determinação simultânea de preços e quantidades em todos os mercados (na economia como um todo). A análise simplificada se restringe a mercado correlacionados, como petróleo e eletricidade. Mas os modelos generalizados visam a relacionar todos os setores da economia.

### ✓ Exemplo didático etanol, açúcar e gasolina:

Pelo equilíbrio parcial, sabemos que o aumento do preço do etanol reduz a demanda por esse produto. E sabemos também que o aumento da oferta reduz o seu preço.

Pelo equilíbrio geral, o preço do etanol está relacionado com a relação de oferta entre açúcar e etanol, já que, na produção brasileira, etanol e açúcar são produzidos com base na mesma matéria-prima: cana-de-açúcar. Se há aumento do preço do etanol no mercado, por exemplo, geralmente há um deslocamento do insumo cana-de-açúcar para a produção de maior quantidade de etanol, reduzindo a oferta de açúcar. Por isso, a oferta de etanol no mercado brasileiro está relacionada, também, com o preço do açúcar no mercado internacional. Na fase de expansão do preço dos commodities (incluindo o açúcar), houve uma retração da oferta de etanol no mercado interno. Além disso, sabe-se que a utilização de maior quantidade de etanol em detrimento da gasolina está relacionada com o preço do etanol no mercado: se o preço estiver muito alto, os consumidores vão demandar maior quantidade de gasolina; por outro lado, se o preço da gasolina subir e o preço do etanol estiver inferior ao preço da gasolina em uma porcentagem que faça com que seu consumo seja eficiente, há aumento da demanda por etanol.

✓ Hipóteses: agentes racionais, maximização de utilidade e lucro, minimização de custos, eficiência econômica como objetivo, preços flexíveis, competitividade.

# 2. Aplicação de modelos de Equilíbrio Geral

Os modelos de Equilíbrio Geral são muito utilizados nos estudos aplicados de economia, com o objetivo de, por exemplo:

- Mensurar efeitos de políticas tributárias na economia regional;
- Realizar simulações de efeitos de políticas de comércio internacional em setores da economia;
- Simular o que aconteceria com o mercado de fatores caso determinado choque exógeno ocorresse (como a redução do preço das commodities).
- ✓ A elaboração de um modelo de Equilíbrio Geral envolve, de forma simplificada, a construção e/ou obtenção da base de dados, a definição dos choques e das equações e a escolha do programa e/ou método.
- ✓ Geralmente, os modelos estão baseados em <u>matrizes de insumo-produto</u> e são realizados por meio de programas computacionais (Modelos de Equilíbrio Geral Computável).
- ✓ Os modelos podem ser estáticos (quando se compara uma situação em um ponto do tempo antes de um determinado choque exógeno com a situação após o choque, sem analisar os efeitos dinâmicos do choque) ou dinâmicos (analisase a trajetória até o novo equilíbrio a partir da ocorrência de um choque exógeno).
- ✓ Para mais informações sobre a aplicação e a elaboração de modelos de Equilíbrio Geral (acesso nesse link):

GUSSO, D. A. Apresentação do Capítulo 12: nota sobre modelos macroeconômicos de simulação e avaliação – SAM e CGE. In: Bruno de Oliveira Cruz; Bernardo Alves Furtado; Leonardo Monasterio; Waldery Rodrigues Junior. (Org.). Economia Regional e Urbana. Teorias e Métodos com ênfase no Brasil. 1 ed. Brasília: IPEA, 2011, v. 1, p. 365-374.

FERREIRA FILHO, J. B. S. Introdução aos Modelos Aplicados de Equilíbrio Geral: Conceitos, Teoria e Aplicações. In: Bruno de Oliveira Cruz; Bernardo Alves Furtado; Leonardo Monasterio; Waldery Rodrigues Junior. (Org.). Economia Regional e Urbana. Teorias e Métodos com ênfase no Brasil. 1 ed. Brasília: IPEA, 2011, v. 1, p. 375-400.



# 3. Eficiência nas Trocas (Trocas Puras)

- ✓ Mercado de trocas puras: dois ou mais consumidores podem trocar mercadorias entre si livremente e não é considerada a produção.
- ✓ **Equilíbrio Geral:** as escolhas determinam os preços e os preços determinam as escolhas.

Sejam dois consumidores (A e B) e dois bens (1 e 2), as cestas demandadas serão:

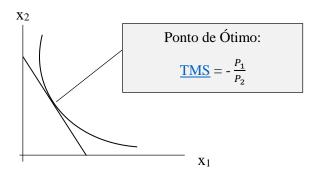
$$x_A = (x_A^1, x_A^2)$$

$$x_B = (x_B^1, x_B^2)$$

O problema de maximização do consumidor será:

Max Ui 
$$(x^1, x^2)$$

Sujeito a 
$$P_1x_1 + P_2x_2 = m$$

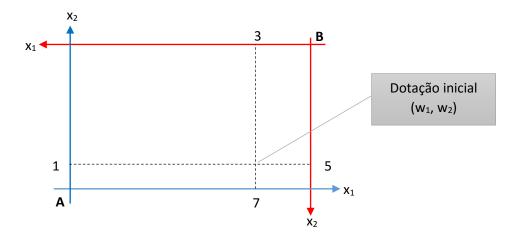


- A alocação inicial do indivíduo i será representada pela cesta  $(w_1, w_2)$ , de forma que  $m = P_1.w_1 + P_2.w_2$  (renda = valor da dotação inicial).

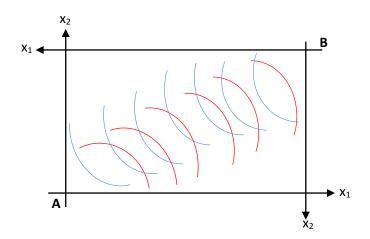
### 3.1. Caixa de Edgeworth

✓ Abrange todas as possíveis alocações das mercadorias 1 e 2 (quaisquer) entre os indivíduos A e B.

Supondo que A possui a dotação inicial  $(w_1^A, w_2^A) = (7, 1)$  e B possui a dotação  $(w_1^B, w_2^B) = (3, 5)$ , temos a seguinte representação da Caixa de Edgeworth:



- ✓ Eixos na cor azul: espaço-consumo do consumidor A;
- ✓ Eixos na cor vermelha: espaço-consumo do consumidor B;
- ✓ Observe que o espaço-consumo do consumidor B é representado na Caixa de Edgeworth de forma invertida à qual estamos acostumados, de forma que A e B possam ser representados na mesma Caixa;
- ✓ Eixos horizontais: unidades do bem 1;
- ✓ Eixos verticais: unidades do bem 2;
- ✓ Curvas de indiferença de B: representadas de forma inversa, sendo que a utilidade do indivíduo B crescerá na direção para baixo e para a esquerda (vermelho);
- ✓ Curvas de indiferença de A: crescem para cima e para a direita, como de praxe (azul);



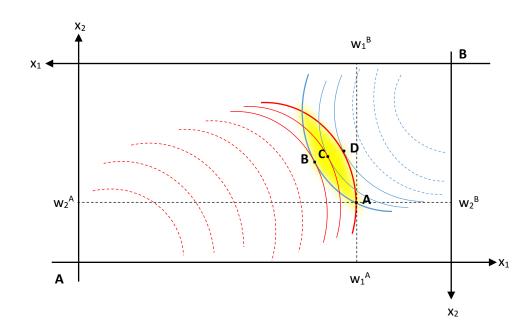
### 3.1.1 Realização das trocas e alocação eficiente

### I) Trocas Mutuamente Benéficas:

- ✓ Ponto A: cada consumidor possui sua alocação inicial (w<sub>1</sub>, w<sub>2</sub>). No entanto, as curvas de indiferença dos consumidores A e B se interceptam -> há possibilidade de melhorias de Pareto através das trocas;
- ✓ Região amarela: <u>trocas mutuamente benéficas</u> (TMS<sup>A</sup> ≠ TMS<sup>B</sup>);
- ✓ Ponto C: TMS<sup>A</sup> = TMS<sup>B</sup> dentro da área destacada (ambos consumidores atingiram uma curva de indiferença (CI) mais elevada em relação ao ponto A);
- ✓ Ponto D (melhora de bem-estar para A, sem mudar a CI de B), ponto B (melhora para o consumidor B, sem mudar a situação de A) ou ponto C: a localização da alocação eficiente depende da curva de preços, da dotação inicial dos agentes e do poder de barganha destes;
- ✓ <u>Eficiência de Pareto:</u> TMS<sup>A</sup> = TMS<sup>B</sup> (curvas de indiferença de tangenciam):

$$\mathsf{TMS}^{\mathsf{A}} = \frac{\mathsf{P}_1}{\mathsf{P}_2} = \mathsf{TMS}^{\mathsf{B}}$$

✓ Curvas de Indiferença pontilhadas: não representam trocas mutuamente benéficas.

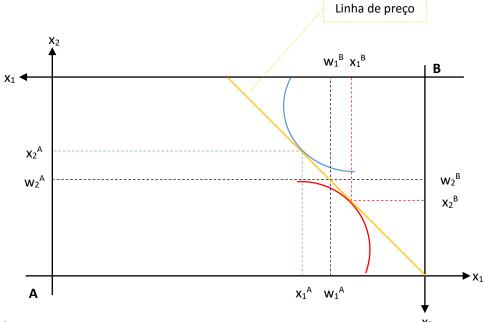


# ✓ Alocação factível:

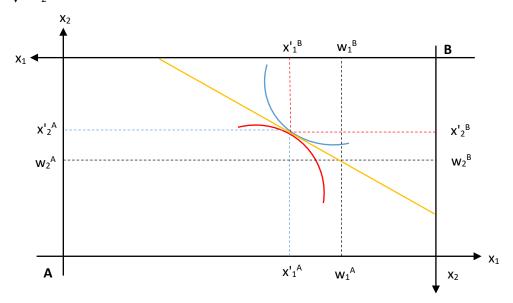
$$X_1^A + X_1^B = W_1^A + W_1^B$$
  
 $X_2^A + X_2^B = W_2^A + W_2^B$ 

# II) Trocas de Mercado: inclusão da linha de preço

- ✓ Ao preço relativo vigente (linha de preço), o consumidor A demanda a cesta  $(x_1^A, x_2^A)$  e B demanda  $(x_1^B, x_2^B)$ .
- $\checkmark$  Há excesso de oferta do bem 1 (w<sub>1</sub> > x<sub>1</sub>) e excesso de demanda do bem 2 (x<sub>2</sub> > w<sub>2</sub>) por ambos consumidores;
- ✓ Inclinação da linha de preço =  $\frac{P_1}{P_2}$   $\downarrow$   $\frac{P_1}{P_2}$ : Linha de Preço menos inclinada



AJUSTE:  $\sqrt{\frac{P_1}{P_2}}$ : Linha de Preço menos inclinada



$$(w_1^A > x'_1^A) = (x'_1^B > w_1^B);$$
  
 $(w_2^B > x'_2^B) = (x'_2^A > w_2^A);$ 

Excesso oferta (demanda) consumidor A

=
Excesso demanda (oferta) consumidor B

- ✓ Economia de trocas: o mercado, via ajuste de preços, leva ao equilíbrio eficiente;
- ✓ Preços: sinalizador de excesso de oferta e demanda (sinaliza a alocação eficiente).

### 3.1.2. Equilíbrio Walrasiano

✓ Condições de equilíbrio walrasiano: equilíbrio competitivo (de mercado):

CONDIÇÕES PARA O EQUILÍBRIO

$$\mathbf{x_1}^{A} + \mathbf{x_1}^{B} = \mathbf{w_1}^{A} + \mathbf{w_1}^{B}$$
 -> Demanda bem 1 = dotação bem 1

$$x_2^A + x_2^B = w_2^A + w_2^B$$
 -> Demanda bem 2 = dotação bem 2

 $P_1.x_1^A + P_2.x_2^A = P_1.w_1^A + P_2.w_2^A$  -> Demanda consumidor A = dotação do consumidor A

 $P_1.x_1^B + P_2.x_2^B = P_1.w_1^B + P_2.w_2^B \rightarrow Demanda consumidor B = dotação do consumidor B$ 

✓ 
$$TMS^A = \frac{P_1}{P_2} = TMS^B => CI$$
 tangentes entre si e à linha de preço

### 3.1.2.1. Lei de Walras

Em equilíbrio:

✓ 
$$P_1.x_1^A + P_2.x_2^A - (P_1.w_1^A + P_2.w_2^A) = 0$$
  
✓  $P_1.x_1^B + P_2.x_2^B - (P_1.w_1^B + P_2.w_2^B) = 0$ 

Isolando os preços:

$$\checkmark$$
 P<sub>1</sub>.(x<sub>1</sub><sup>A</sup> - w<sub>1</sub><sup>A</sup>) + P<sub>2</sub>.(x<sub>2</sub><sup>A</sup> - w<sub>2</sub><sup>A</sup>) = 0  
 $\checkmark$  P<sub>1</sub>.(x<sub>1</sub><sup>B</sup> - w<sub>1</sub><sup>B</sup>) + P<sub>2</sub>.(x<sub>2</sub><sup>B</sup> - w<sub>2</sub><sup>B</sup>) = 0

Sendo, por exemplo,  $x_1^A - w_1^A = e_1^A$  (excesso de demanda do bem 1 por A):

$$\checkmark$$
 P<sub>1.</sub>e<sub>1</sub><sup>A</sup> + P<sub>2.</sub>e<sub>2</sub><sup>A</sup> = 0  
 $\checkmark$  P<sub>1.</sub>e<sub>1</sub><sup>B</sup> + P<sub>2.</sub>e<sub>2</sub><sup>B</sup>= 0

Resolvendo o sistema:

$$\checkmark$$
 P<sub>1</sub>.( e<sub>1</sub><sup>A</sup> + e<sub>1</sub><sup>B</sup>) + P<sub>2</sub>.( e<sub>2</sub><sup>A</sup> + e<sub>2</sub><sup>B</sup>) = 0

Definindo a função de excesso de demanda agregada:  $Z(\underset{p}{\rightarrow}) = \sum_{i=1}^{n} [x_i \cdot p_i - w_i \cdot p_i]$ 

- ✓  $Z_1(p_1, p_2) = e_1^A.(p_1, p_2) + e_1^B.(p_1, p_2)$  -> Excesso de demanda pelo bem 1
- $\checkmark$  Z<sub>2</sub> (p<sub>1</sub>, p<sub>2</sub>) = e<sub>2</sub><sup>A</sup>. (p<sub>1</sub>, p<sub>2</sub>) + e<sub>2</sub><sup>B</sup>. (p<sub>1</sub>, p<sub>2</sub>) -> Excesso de demanda pelo bem 2

Conclui-se:

O valor do excesso de demanda agregada é igual a zero (para todos os níveis de preços).

$$P_1.Z_1+P_2.Z_2=0$$
 ->  $Z(\rightarrow).p=0$ 

**Lei de Walras:** se n-1 mercados estão em equilíbrio, então o n-ésimo mercado também estará em equilíbrio.

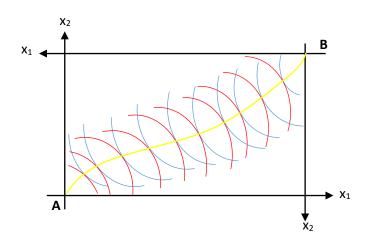




### 3.1.3. CURVA DE CONTRATO (Conjunto de Pareto): alocações eficientes

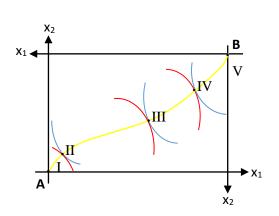
- ✓ Dentro da Caixa de Edgeworth existem diversas alocações eficientes: distintos pontos de tangência entre as Curvas de Indiferença → pontos sob a Curva de Contrato;
- ✓ Ao longo da Curva de Contrato, as trocas não são mais mutuamente vantajosas;
- ✓ Representa os pontos eficientes de Pareto;
- ✓ Diferentes pontos na curva de contrato -> diferentes níveis de bem-estar entre os agentes;

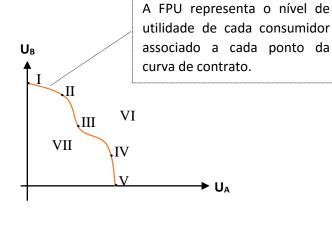
✓ Ponto de equilíbrio: tangente com a restrição orçamentária (depende das dotações iniciais).



# 3.2. Fronteira de Possibilidade de Utilidade (FPU)

- ✓ Representa todas as alocações eficientes: cada ponto da curva de contrato significa um ponto na FPU;
  Entender melhor
- ✓ Ponto I (toda alocação com B e nada com A) e ponto V (toda alocação com A e nada com B) também são eficientes;
- ✓ Ponto II:  $U_B > U_A$
- ✓ Ponto IV: U<sub>A</sub> > U<sub>B</sub>
- ✓ Ponto VII: alocação ineficiente (trocas são mutuamente benéficas);
   ✓ Ponto VI: não é factível.





EXERCITAR

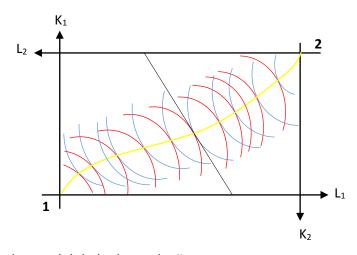
ÍNDICE

# 4. Eficiência na Produção

- ✓ Alocação tecnicamente eficiente de insumos: a produção de uma mercadoria não pode aumentar sem causar a redução da produção de outra mercadoria.
- ✓ Sejam os bens 1 e 2 e os insumos capital (K) e trabalho (L), a alocação eficiente dos insumos ocorre em:

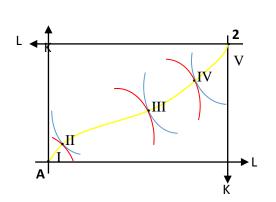
$$\frac{PMg L}{PMg K} = \frac{w}{r} \quad -> \text{TMST}^{1}_{K, L} = \text{TMST}^{2}_{K, L} = \frac{w}{r}$$

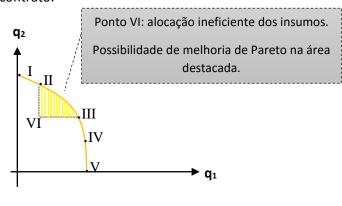
- ✓ Curvas azuis: isoquanta do bem 1;
- ✓ Curvas vermelhas: isoquanta do bem 2.



### 5.1 Fronteira de Possibilidade de Produção

- ✓ Produção (em termos de quantidade) eficiente de dois bens que pode ser realizada com uma quantidade fixa de insumos e com tecnologia constante;
- ✓ Representa todos os pontos sobre a curva de contrato.





- ✓ Ponto I: todos os insumos utilizados na produção do bem 2 ( $q_1 = 0$ );
- ✓ Ponto V: todos os insumos utilizados na produção do bem 1 ( $q_2 = 0$ );
- ✓ Ponto II:  $q_2 > q_1$ ; ponto IV:  $q_1 > q_2$ ;

✓ <u>Inclinação da Fronteira de Possibilidade de Produção</u>: Taxa Marginal de Transformação (TMT) -> relação dos custos marginais de produção dos bens 1 e 2.

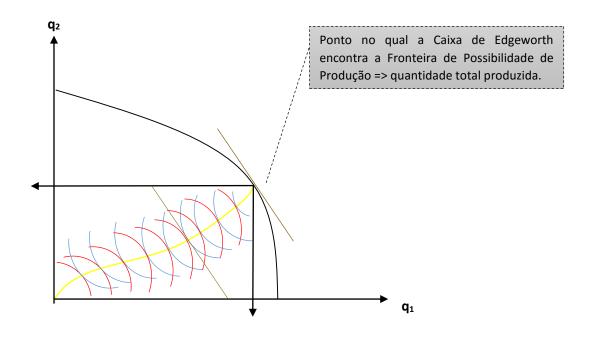
$$TMT = \frac{CMg_1}{CMg_2}$$

# 5. Eficiência nas Trocas e na Produção

✓ EQUILÍBRIO GERAL: a produção eficiente é aquela que utiliza os insumos de forma eficiente e define as quantidades de produção dos bens também de forma eficiente, além de ofertar mercadorias que as pessoas desejam (e estejam dispostas a pagar):

$$TMS = TMT$$

• A taxa à qual os indivíduos estão dispostos a trocar o bem 2 pelo bem 1 deve ser igual à relação dos custos marginais dos dois bens.







### 6. Bem-Estar

- ✓ 1º Teorema da economia do bem-estar: um sistema competitivo de trocas leva a uma alocação eficiente dos recursos.
  - Exceção: quando há externalidade no consumo.
- ✓ 2º Teorema da economia do bem-estar: sob certas condições, partindo de uma alocação eficiente de Pareto, podemos encontrar o equilíbrio de mercado:
  - Se as <u>preferências dos agentes são convexas</u>, uma alocação eficiente de Pareto será um equilíbrio de mercado para algum conjunto de preços.
  - Função de demanda agregada contínua.
  - Eficiência não implica em equidade: mecanismo de mercado competitivo é neutro em distribuição, mas pode ser utilizado para alcançar uma <u>distribuição justa</u> (partindo de uma alocação igualitária).

### 6.1. Função de bem-estar:

✓ Agregação das utilidades individuais (preferências individuais) -> função de utilidade social;

### Hipóteses da Preferência Social:

- ✓ Transitividade;
- ✓ Reflexividade;
- ✓ Completude (ordenação completa);

Preferências Individuais (racionalidade).

**RECORDAR!** 

- ✓ **Unanimidade:** se todos preferirem *x* a *y*, *x* deverá ser preferível a *y* na preferência social;
- ✓ **Independência de alternativas irrelevantes:** as preferências entre *x* e *y* dependem apenas da classificação de *x* e *y* pelos indivíduos;
- ✓ **Democracia:** as preferências sociais não podem ser impostas por um indivíduo ou um grupo.

Teorema da Impossibilidade de Arrow: não é possível agregar as preferências individuais em preferências sociais cumprindo todas as hipóteses apresentadas. De acordo com Varian, a agregação das características de preferência individual com a unanimidade e com a independência de alternativas irrelevantes só seria possível em uma ditadura (preferência social refletiria a preferência de um indivíduo ou um grupo).



Necessidade de abdicar de uma hipótese:

Abdicando da independência de alternativas irrelevantes, é possível agregar as preferências individuais.

### 6.2. Tipos de função de bem-estar social e critérios de maximização:

➤ Utilitarista (clássica ou de Bentham): utilidade social = soma das utilidades individuais.

$$W = \sum_{i=1}^{n} U_i$$
, i = indivíduos.

- Maximização de bem-estar social: quando houver o máximo de produção.
- Soma ponderada de utilidades: cada indivíduo possui um peso distinto na função de bem-estar de acordo com a importância atribuída.

$$W = \sum_{i=1}^{n} \alpha_{i}$$
.  $U_{i}$ ,  $i = indivíduos$ ,  $\alpha = pesos$ .

Rawlsiana (minimax): o bem-estar social depende da utilidade do agente em pior situação (com utilidade mínima).

$$W = min [U_1, U_2, ..., U_n]$$

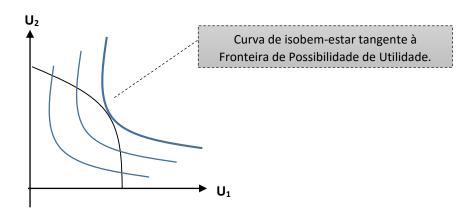
- Maximização de bem-estar social: quando a utilidade do agente em pior situação for maximizada.
- ➤ Individualista (Bergson-Samuelson): função direta das utilidades individuais, mas indireta das cestas de consumo dos indivíduos (suposição: agentes se preocupam apenas com suas próprias cestas de consumo).

$$W = f[U_1(x_1), U_2(x_2), ..., U_n(x_n)]$$





# 6.3. Maximização de bem-estar:



- ✓ Alocação de bem-estar máximo -> eficiente de Pareto (está na Fronteira de Possibilidade de Utilidade);
- ✓ Alocação eficiente de Pareto representa bem-estar máximo para alguma função de bem-estar social.

EXERCÍCIOS ADICIONAIS

# 7. Referências

- ✓ Varian, Hal R. (2010). Microeconomia: Princípios Básicos, 8ª Edição, Editora Campus;
- ✓ PINDYCK, Robert S.; RUBINFELD, Daniel. L. (2002). Microeconomia. 5ª ed. São Paulo: Prentice Hall;
- ✓ Notas de aula do professor Sérgio Marley Modesto Monteiro;
- ✓ Notas dos próprios autores.



### 8. ANEXOS

#### 8.1. ANEXO I: Links

1) Matriz de insumo-produto: matriz que relaciona a demanda por produtos e insumos entre os diversos setores da economia de forma interdependente. A produção de um setor pode ser em parte utilizada como insumo por outros setores e em parte consumida como um bem final. Os setores são interdependentes da seguinte forma: cada setor poder ser ofertante de algum produto ou insumo para os demais setores e, ao mesmo tempo, pode ser demandante de produtos ou insumos produzidos pelos demais setores da economia.

A teoria matriz de insumo-produto foi criada por Wassily Leontief e está embasada em funções de produção de Leontief (proporções fixas), na forma f(K,L) = A.Mín (aK, bL). Na função de produção de proporções fixas, a produção de cada unidade do produto necessita de aK unidades do fator capital e bL unidades do fator trabalho, sendo que qualquer unidade extra de apenas um fator de produção não gera produto extra.

No Brasil, a matriz de insumo-produto é elaborada pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) (<u>acesso nesse link</u>) e, no Rio Grande do Sul, pela Fundação de Economia e Estatística (FEE) (<u>acesso nesse link</u>).

#### **VOLTAR**

2) Problema de maximização do consumidor: o objetivo do consumidor é maximizar uma função de utilidade (à qual depende diretamente dos bens consumidos), sujeito à restrição orçamentária (o somatório dos valores dos bens consumidos não pode ser superior à renda (m) do consumidor). A restrição orçamentária é representada pela reta que intercepta o eixo vertical em m/x2 (toda a renda utilizada para o consumo do bem 2) e o eixo horizontal em m/x1 (toda a renda é alocada no consumo do bem 1).

Na maximização da utilidade, o consumidor vai escolher a cesta de bens  $(x_1, x_2)$  que esteja na curva de indiferença mais alta possível de acordo com o que sua renda pode pagar (cesta à qual a curva de indiferença tangencia a restrição orçamentária). No ponto de ótimo (tangência), a inclinação da curva de indiferença (taxa marginal de substituição) será igual à inclinação da restrição orçamentária  $(-\frac{P_1}{P_2})$ .

O método de resolução do problema de maximização do consumidor é o Lagrangeano:

$$L = Ui(x_1, x_2) - \lambda \cdot (P_1 \cdot x_1 + P_2 \cdot x_2 - m)$$

I) 
$$\frac{dL}{dx_1} = \frac{dU_i}{dx_1} - \lambda P_1 = 0 \longrightarrow \lambda = -\frac{\frac{dU_i}{dx_1}}{P_1}$$

II) 
$$\frac{dL}{dx_2} = \frac{dU_i}{dx_2} - \lambda.P_2 = 0 \qquad \longrightarrow \qquad \lambda = -\frac{\frac{dU_i}{dx_2}}{P_2}$$

III) 
$$\frac{dL}{d\lambda} = P_1.x_1 + P_2.x_2 - m = 0$$
  $\longrightarrow$   $P_1.x_1 + P_2.x_2 = m$ 

Igualando (I) e (II): - 
$$\frac{\frac{dU_i}{dx_1}}{P_1} = -\frac{\frac{dU_i}{dx_2}}{P_2}$$

Logo: 
$$\frac{\frac{dU_i}{dx_1}}{\frac{dU_i}{dx_2}} = \frac{P_1}{P_2}$$
, o que significa o mesmo que  $\frac{Umg x_1}{Umg x_2} = \frac{P_1}{P_2}$ .

Portanto, no ponto de ótimo, a taxa marginal de substituição  $(\frac{\text{Umg } x_1}{\text{Umg } x_2})$  se iguala à inclinação da reta de restrição orçamentária:

$$x_2 = \frac{m}{P_2} - \frac{P_1}{P_2} \cdot x_1$$

#### **VOLTAR**

3) Taxa Marginal de Substituição: é a taxa à qual o consumidor está disposto a trocar um pouco mais do consumo do bem 1 pela redução de parte do consumo do bem 2. Consiste na propensão a pagar do consumidor pelo consumo de uma unidade adicional (marginal) do bem 1 (o quanto ele está disposto a abdicar, na margem, de consumo do bem 2). A Taxa Marginal de Substituição é a inclinação da Curva de Indiferença, e é derivada da seguinte forma:

$$\Delta U = \Delta x_1.Umg \ x_1 + \Delta x_2.Umg \ x_2$$

- Como a utilidade do consumidor é a mesma ao longo de uma dada curva de indiferença ( $\Delta U = 0$ ), para haver aumento da quantidade consumida de  $x_1$ , deve haver redução da quantidade consumida de  $x_2$ :

$$\Delta x_1.\text{Umg } x_1 + \Delta x_2.\text{Umg } x_2 = 0$$

$$\Delta x_1.\text{Umg } x_1 = -\Delta x_2.\text{Umg } x_2$$

$$\frac{\text{Umg } x_1}{\text{Umg } x_2} = -\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}$$

### **VOLTAR**

4) Melhorias de Pareto: quando há a possibilidade de melhorar a situação de pelo menos um agente sem piorar a situação de qualquer outro. Se existe a possibilidade de aumentar o bem-estar de um dos consumidores (sem reduzir o

bem-estar do outro) ou de ambos através das trocas, então a distribuição inicial é ineficiente.

#### **VOLTAR**

5) Trocas mutuamente benéficas: sempre que as Taxas Marginais de Substituição dos consumidores forem diferentes, há possibilidade de trocas mutuamente benéficas (que possibilitam melhorias de Pareto). Essas trocas ocorrem dentro da região destacada da Caixa de Edgeworth e a posição final dependerá do poder e barganha de cada consumidor. Quando duas curvas de indiferença se interceptam, então teremos uma alocação eficiente (de Pareto), na qual não há possibilidade de melhorar o bem-estar de um agente sem reduzir o bem-estar de outro. Para além da região destacada, as trocas não serão mutuamente benéficas.

#### **VOLTAR**

**6) Eficiência de Pareto:** quando não é possível melhorar o bem-estar de um agente sem reduzir o bem-estar de qualquer outro agente.

#### **VOLTAR**

7) Alocação factível: consiste em uma alocação cuja ocorrência é possível. As cestas finais demandadas são representadas por  $(x_1^A, x_2^A)$  e  $(x_1^B, x_2^B)$ . Para que a alocação seja factível, o somatório da dotação inicial de qualquer bem não pode ser inferior ao somatório da demanda dos indivíduos por esse bem  $(\sum x_i \leq \sum w_i, i = \text{bem } 1, 2)$ . Quando se trata de bens não saciáveis (mais é melhor), então o somatório da demanda final será igual à dotação inicial  $(\sum x_i = \sum w_i, i = \text{bem } 1, 2)$ , pois há a suposição de que os agentes são racionais e não desperdiçam.

#### **VOLTAR**

8) Vetor de Preços (p1, p2, ..., pn): o excesso de demanda de cada bem por cada consumidor depende do vetor de preços da economia (todos os preços) e não apenas do preço do bem em análise. Isso porque, na determinação de suas escolhas ótimas, os consumidores levam em conta os preços relativos, e não o preço de cada bem isolado. O equilíbrio é atingido quando a taxa marginal de substituição de cada consumidor de iguala à inclinação da restrição orçamentária (relação de preços relativos). Portanto, a Lei de Walras é válida para todos os níveis de preços, já que o que o equilíbrio walrasiano determina são os preços relativos.

#### **VOLTAR**

9) Eficiência no canto da Caixa de Edgeworth: as alocações de canto (zero unidade dos bens para algum consumidor) representam pontos de eficiência sobre a curva de contato: não há como melhorar o bem-estar do agente que possui zero unidades sem piorar o bem-estar do outro consumidor. Posteriormente, na

discussão de Teorias do Bem-estar, veremos que eficiência não acarreta distribuição equitativa dos bens.

#### **VOLTAR**

10) Derivação do equilíbrio no mercado de fatores: considerando o mercado de fatores competitivo, temos que o preço do capital é r e o preço do trabalho é w e que a função de produção de cada bem é representada por f<sub>i</sub>(K, L).

### Maximização de lucro no bem 1:

$$\pi_1 = P_1.f_1(K, L) - w.L - r.K$$

$$\frac{\mathit{d}\pi_1}{\mathit{d}L} = P_1. \ \frac{\mathit{d}f_1(K,L)}{\mathit{d}L} - w = 0 \quad \ \ -> \quad \ P_1.PMgL - w = 0 \quad \ \ -> \quad \ P_1.PMgL = w$$

$$I) P_1 = \frac{w}{PMgL}$$

$$\frac{d\pi_1}{dK} = P_1. \frac{df_1(K,L)}{dK} - r = 0 \quad -> \quad P_1.PMgK - r = 0 \quad -> \quad P_1.PMgK = r$$

$$II) \qquad P_1 = \frac{r}{PMgK}$$

Igualando I e II: 
$$\frac{PMgL}{PMgK} = \frac{w}{r} -> TMST_1 = \frac{w}{r}$$

### Maximização de lucro no bem 2:

$$\Pi_2 = P_2.f_2(K, L) - w.L - r.K$$

$$\frac{\textit{d}\pi_2}{\textit{d}L} = P_2. \ \frac{\textit{d}f_2(\textbf{K},\textbf{L})}{\textit{d}L} - w = 0 \quad \ \ -> \quad \ P_2. PMgL - w = 0 \quad \ \ -> \quad \ P_2. PMgL = w$$

III) 
$$P_2 = \frac{w}{PMgL}$$

$$\frac{d\pi_2}{dK} = P_2. \frac{df_2(K,L)}{dK} - r = 0 \quad -> \quad P_2.PMgK - r = 0 \quad -> \quad P_2.PMgK = r$$

IV) 
$$P_2 = \frac{r}{PMgK}$$

Igualando III e IV: 
$$\frac{PMgL}{PMgK} = \frac{w}{r} >>> -> TMST_2 = \frac{w}{r}$$

✓ No equilíbrio eficiente, a Taxa Marginal de Substituição Técnica da produção do bem 1 deve se igualar à Taxa Marginal de Substituição Técnica da produção do bem 2 e ambas devem se igualar à relação de preços dos fatores.

**10.1) Taxa Marginal de Substituição Técnica:** o quanto de capital (K) deve ser reduzido ao aumentar uma unidade do fator trabalho (L), produzindo a mesma quantidade de produto. Corresponde à inclinação da isoquanta (produção constante ao longo da curva enquanto há variação da quantidade utilizada de cada insumo – troca de insumos).

#### **VOLTAR**

11) Inclinação da Fronteira de Possibilidade de Produção: a FPP é côncava e tem inclinação decrescente (para produzir mais do bem 1 de forma eficiente, é necessário reduzir a produção do bem 2). A inclinação é representada pela Taxa Marginal de Transformação (TMT) -> o quanto do bem 2 temos que abdicar para aumentar a produção do bem 1 em uma unidade (de forma eficiente). Com o aumento da produção do bem 1, há aumento, também, do Custo Marginal para a produção do bem 1. Com isso, a TMT aumenta.

#### **VOLTAR**

**12**) **Externalidade no Consumo:** ocorre quando um agente se preocupa com o consumo de outro agente (o que faz com que o equilíbrio competitivo possa não ser eficiente de Pareto).

#### **VOLTAR**

13) Preferências Convexas: quando passamos um segmento de reta, o segmento está dentro do conjunto ou pelo menos sobre ele. A convexidade implica que uma combinação linear de duas cestas é pelo menos tão boa quanto cada uma das cestas individualmente.

#### **VOLTAR**

**14) Demanda Agregada Contínua:** pequenas variações nos preços devem causar pequenas variações na demanda agregada. O pressuposto é válido se as funções de demanda individual forem todas contínuas ou, caso não sejam, se os indivíduos forem pequenos em relação ao tamanho de mercado.

### **VOLTAR**

**15**) **Distribuição Justa:** consiste em uma alocação equitativa (na qual nenhum indivíduo inveja a cesta de qualquer outro aos preços de equilíbrio) e eficiente de Pareto.

#### **VOLTAR**

**16) Preferências Individuais:** os pressupostos da preferência individual para que um indivíduo seja racional consistem em: I) transitividade (se *x* é preferível a *y* e se *y* é preferível a *z*, então *x* deve ser preferível a *z*); II) reflexividade (qualquer cesta é tão boa quanto ela mesma); e III) ordenação completa (o indivíduo conhece suas escolhas: dadas duas cestas *x* e *y*, ele sabe se prefere *x* a *y*, *y* a *x* ou se é indiferente).

### 8.2. ANEXO II: Exercícios

### EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

### 1. QUESTÃO ANPEC 07 (2004)

Considere uma economia de troca pura com dois bens  $(x_1 e x_2)$  e dois indivíduos (A e B). Sejam:  $u_A(x_1, x_2) = x_1^{1/3} x_2^{2/3}$ ,  $u_B(x_1, x_2) = Min\{x_1, x_2\}$  e as dotações  $w_A = (10,20)$  e  $w_B = (20,5)$ . Avalie as afirmativas:

- $\bigcirc$   $x^A = (10,5)$ ,  $x^B = (20,20)$  é uma alocação que está na curva de contrato.
- ① No equilíbrio Walrasiano, os preços dos dois bens são determinados e únicos.
- ② O conjunto das alocações eficientes satisfaz a  $x_2^A = x_1^A 5$ .
- ③ Se os preços de mercado são  $p_1 = 1$  e  $p_2 = 1$ , então, o excesso de demanda será (-7.5, 7.5).
- ④ Em uma economia de trocas, se a alocação inicial é ótima de Pareto, o equilíbrio competitivo é justo.

**SOLUÇÃO** 

**VOLTAR** 

# 2. QUESTÃO ANPEC 12 (2016)

A fronteira de possibilidade de utilidade (FPU) entre dois indivíduos (A e B) de uma sociedade é descrita por  $U_B = 10 - U_A$ . Como B detém um monopólio legal de um bem, a posição dos indivíduos na fronteira é descrita pelo ponto  $(U_A, U_B) = (1, 9)$ . Avalie as proposições:

- © Esse ponto é Ótimo de Pareto.
- ③ Se a abolição do monopólio deslocar a FPU para  $U_B = 12 U_A$ , sendo a nova posição descrita pelo ponto  $(U_A, U_B) = (9, 3)$ , pode-se afirmar que se trata de uma melhora paretiana.
- 4 Se aplicarmos o segundo teorema do bem-estar (admitindo convexidade de preferências e produção), é possível conceber um deslocamento na nova FPU, de modo que o equilíbrio competitivo final resulte em uma melhora para os dois agentes, tomando como ponto de partida a alocação inicial ( $U_A$ ,  $U_B$ ) = (1,9).

**SOLUÇÃO** 

# 3. QUESTÃO ANPEC 09 (2014)

Suponha uma fronteira de possibilidade de produção para os bens X e Y que é representada pela equação  $X^2 + 4Y^2 = 100$ . Considere ainda que é possível definir uma função utilidade da coletividade dada por  $U(X,Y) = \sqrt{XY}$ . Nessas condições é adequado afirmar:

- $\odot$  Em mercados competitivos o ponto de lucro máximo ocorre quando as firmas igualam os custos marginais relativos aos preços relativos  $(P_{X}/P_{Y})$ ;
- ① Nessa economia a quantidade de X no equilíbrio será  $X^2 = 4Y^2$ ;
- ② A razão de preços de equilíbrio será de  $\frac{P_x}{P_y} = \frac{1}{3}$ ;
- ③ Os níveis de produção de equilíbrio dos dois bens é dado por  $X^* = 7,07$  e  $Y^* = 3,54$ ;
- ④ Se uma mudança repentina muda o formato da função utilidade da comunidade para  $U(X,Y) = X^{\frac{3}{4}}Y^{\frac{1}{4}}$ , induziria um aumento no preço do bem Y.

**SOLUÇÃO** 

**VOLTAR** 

# 4. QUESTÃO ANPEC 09 (2013)

Um pai deseja realizar uma divisão justa de uma pizza com 8 pedaços idênticos entre seus dois filhos. O filho mais novo (1) tem uma função utilidade por pizza definida por  $U_1 = 2.\sqrt{x_1}$ , e o outro filho (2) tem uma função preferência por pizza levemente diferente, dada por  $U_2 = \sqrt{x_2}$ , em que  $x_i$  (i = 1,2) representa quantidade de pedaços de pizza para o filho 1 e 2, respectivamente. Podemos sustentar que:

- $\bigcirc$  Um pai utilitarista escolheria dividir a pizza da seguinte forma:  $x_1 = 1,6$  e  $x_2 = 6,4$ .
- ① Um pai que segue os critérios de justiça de John Rawls usaria uma espécie de "véu da ignorância", no qual os filhos optariam por uma escolha de pedaços de pizza que maximizasse o valor esperado de suas utilidades.
- ② Um pai igualitário e benevolente distribuiria os pedaços de pizza de tal forma que cada filho obtivesse  $x_1 = x_2$ .
- ③ Uma alocação eficiente dos pedaços de pizza seria aquela que iguala a taxa marginal de substituição dos dois filhos.

**SOLUÇÃO** 

# **EXERCÍCIOS ADICIONAIS**

# QUESTÃO ANPEC 08 (2005)

A respeito do equilíbrio geral Walrasiano em trocas puras, avalie as afirmativas:

- $\odot$  Pela Lei de Walras, em mercados de n bens, se n-1 mercados estiverem em equilíbrio, é possível que no n-ésimo haja excesso de demanda.
- ① Numa caixa de Edgeworth, em um modelo de trocas com dois consumidores e dois bens, é impossível que a alocação eficiente dos bens corresponda ao consumo nulo dos dois bens para um dos consumidores.
- ② O Primeiro Teorema do Bem-Estar diz que a alocação de equilíbrio alcançada por um conjunto de mercados competitivos é eficiente de Pareto. Isto significa dizer que tal alocação garante a equidade distributiva.
- ③ Se as condições do Segundo Teorema do Bem-Estar forem satisfeitas, quaisquer que sejam os critérios que elejamos a respeito da distribuição justa das alocações finais dos bens, podem-se usar mercados competitivos para alcançá-la.
- Na caixa de Edgeworth, se a dotação inicial dos bens aos consumidores estiver sobre a curva de contrato, as possibilidades de troca estarão exauridas.

# QUESTÃO ANPEC 07 (2006)

Considere uma economia de trocas pura, com dois bens, x e y, e dois indivíduos, A e B, com preferências bem comportadas. Avalie as afirmativas:

- Para os dois indivíduos, qualquer ponto na curva de contrato é preferível a uma dotação original não-eficiente.
- ① A Lei de Walras afirma que o valor da demanda agregada excedente é idêntico a zero para qualquer vetor de preços possível e não apenas para o vetor de preços relativos que configura o equilíbrio geral.
- ② Sendo  $U_A(x, y) = xy$  e  $U_B(x, y) = \sqrt{xy}$  as funções utilidade, respectivamente, de A e B, <u>a curva de contrato será uma linha reta.</u>
- ③ Em uma alocação eficiente de Pareto, é possível que A e B estejam pior do que em outra alocação não-eficiente.
- 4 A Fronteira de Possibilidades de Utilidade apresenta, no espaço "consumo de A consumo de B", todas as informações contidas na Curva de Contrato.

# **QUESTÃO ANPEC 15 (2006)**

Considere um modelo de equilíbrio geral de trocas puras com dois indivíduos:  $A \in B$ , e dois bens:  $x \in y$ . São dotações iniciais de A: x = 10 e y = 2,5; e dotações iniciais de B: x = 10 e y = 20. As funções utilidade de A e B são:  $U_A(x,y) = 2x^{0,2}y^{0,3}$  e  $U_B(x,y) = 3x^{0,5}y^{4,5}$ , respectivamente. Se fixarmos o preço do bem x em 1 unidade monetária, qual será o preço do bem y no equilíbrio competitivo?

# QUESTÃO ANPEC 07 (2007)

Os pais de João e Maria viajaram, deixando várias fatias de pizza e latas de refrigerante, juntamente com instruções acerca de como João e Maria terão de alocar as fatias de pizza e latas de refrigerante entre si, a partir de uma caixa de Edgeworth. Dada essa situação, julgue as proposições:

- © Se os pais decidirem alocar todas as fatias e latas para Maria e nada para João, sendo que tanto João como Maria preferem sempre mais a menos quando se trata de pizza e refrigerante, a alocação terá sido Pareto-ineficiente.
- ① Se os pais alocarem as fatias e as latas de tal forma que as taxas marginais de substituição sejam diferentes, sobrarão latas e fatias e, assim, haverá desperdício.
- ② Os pais alocaram todas as fatias de pizza e latas de refrigerante de tal forma que tanto João como Maria ganharam fatias de pizza e latas de refrigerante, mas Maria tem mais latas de refrigerante do que gostaria, dadas as fatias de pizza que recebeu, e João tem mais fatias de pizza do que gostaria, dada a quantidade de refrigerante que seus pais lhe deixaram. Ainda assim, pode ocorrer que a alocação inicial tenha sido Pareto-eficiente.
- ③ Ao negociarem, a partir de uma alocação inicial que não foi eficiente, mesmo os dois sendo racionais e preferindo mais a menos, pode ocorrer que João ou Maria acabem com um nível de satisfação inferior ao da alocação inicial.
- ④ João e Maria reuniram-se com grande número de colegas, que podem trocar seus estoques de fatias de pizza e latas de refrigerante em um mercado competitivo, no qual o preço é anunciado por um leiloeiro que não participa das trocas. O equilíbrio Walrasiano que será assim alcançado dependerá das dotações iniciais de cada criança.

### QUESTÃO ANPEC 08 (2007)

Considere uma economia com dois agentes, A e B, e dois bens, 1 e 2. Os agentes têm a mesma função utilidade,  $u_A$  ( $x_1$ ,  $x_2$ ) =  $u_B$  ( $x_1$ ,  $x_2$ ) =  $ln(x_1)$  +  $x_2$ , mas diferem em suas dotações iniciais: o agente A tem dotação inicial  $e_A$  = (2,1) e o agente B  $e_B$  = (3,4). Os preços dos bens 1 e 2 são dados por  $p_1$  e  $p_2$ , respectivamente. Com base nesses dados, julgue as afirmativas:

- $\bigcirc$  O conjunto factível é [2,4] ×[2,4].
- ① As dotações iniciais constituem uma alocação Pareto-eficiente.

- ② A alocação  $\{(x_1^A, x_2^A), (x_1^B, x_2^B)\} = \{(\frac{5}{2}, 0), (\frac{5}{2}, 5)\}$  é Pareto-eficiente.
- ③ A alocação  $\{(x_1^A, x_2^A), (x_1^B, x_2^B)\} = \{(\frac{5}{2}, \frac{4}{5}), (\frac{5}{2}, \frac{21}{5})\}$  e o vetor de preços  $(p_1, p_2) = (\frac{2}{5}, 1)$  constituem um equilíbrio Walrasiano.
- ④ O ganho social proveniente das trocas entre os agentes nessa economia é igual a ln(25/24). Dica!

# QUESTÃO ANPEC 07 (2008)

Considere uma economia de troca pura em que todas as preferências são contínuas e monotônicas. Julgue as afirmações:

- © Uma alocação factível é Pareto-eficiente se não existir outra realocação possível que melhore o bem-estar de um agente sem piorar o dos demais.
- ① O segundo teorema do bem-estar diz que todo equilíbrio de Walras é Pareto-eficiente.
- ② Se a alocação A é Pareto-eficiente e a alocação B não é, então não existe agente que esteja melhor na alocação B que na alocação A.
- ③ Considere dois bens e dois agentes, A e B, com utilidades  $U_A$  ( $x_A$ ,  $y_A$ ) =  $3x_A + y_A$  e  $U_B$  ( $x_B$ ,  $y_B$ ) =  $x_B + 3y_B$ , respectivamente, e dotações iniciais  $e_A = e_B = (3,3)$ . Os subíndices A e B indicam a que agentes a cesta se refere. Se  $\{(x_A, y_A), (x_B, y_B)\}$  é uma alocação Pareto-eficiente, então as taxas marginais de substituição são iguais.
- ④ O segundo teorema do bem-estar implica que os problemas de distribuição e de eficiência podem ser separados.

# QUESTÃO ANPEC 06 (2009)

Considere uma economia de troca pura com dois bens e dois agentes, A e B. O agentes A e B possuem a mesma utilidade  $u(x,y) = \sqrt{xy}$ . Julgue as afirmativas abaixo:

- $\odot$  Se a dotação inicial de A é  $e_A = (4,1)$  e a de B é  $e_B = (16,4)$ , então a alocação formada pelas cestas  $f_A = (4,1)$  (para o agente A) e  $f_B = (16,3)$  (para o agente B) é Pareto-eficiente.
- ① Se a dotação inicial de A é  $e_A = (4,1)$  e a de B é  $e_B = (16,4)$ , então a curva de contrato no plano x y é dada pela função  $y = \sqrt{x} 1$ .
- ② Se a dotação inicial de A é  $e_A = (4,2)$  e a de B é  $e_B = (2,4)$ , então, no equilíbrio walrasiano, os preços relativos são iguais à unidade.
- ③ Se a dotação inicial de  $A \notin e_A = (4,2)$  e a de  $B \notin e_B = (2,4)$ , então a alocação de equilíbrio walrasiano é dada pelas cestas  $g_A = (3,3)$  (para o agente A) e  $g_B = (3,3)$  (para o agente B).
- ④ Se a dotação inicial de  $A \notin e_A = (2,2)$  e a de  $B \notin e_B = (6,6)$ , então a alocação de equilíbrio walrasiano é dada pelas cestas  $h_A = (4,4)$  (para o agente A) e  $h_B = (4,4)$  (para o agente B).

# **QUESTÃO ANPEC 7 (2009)**

Considere dois sujeitos, X e Y, cuja satisfação com o consumo de um bem depende não apenas do quanto o próprio indivíduo consome, mas o quanto o outro indivíduo consome também. A utilidade do indivíduo X é dada por  $U_x = Q_x - Q_y^2$ . Da mesma forma, a utilidade do indivíduo Y é dada por  $U_y = Q_y - Q_x^2$ , em que  $Q_x$  e  $Q_y$  são as quantidades consumidas do bem pelos consumidores X e Y, respectivamente. Suponha que existam quatro unidades do produto, para serem distribuídas entre o indivíduo X e o indivíduo Y.

Julgue as seguintes afirmações:

- © Se os dois indivíduos consumirem metade da quantidade disponível, teremos um ótimo de Pareto.
- ① Se, por acidente, três unidades do produto se perdem e o restante é dividido igualmente, então há um melhoramento de Pareto.
- ② Para que a soma das utilidades fosse maximizada com uma distribuição igual dos bens, o montante do produto que deveria ser descartado é zero.
- ③ Se fosse possível descartar um pouco do produto, e dividir o restante, eles deveriam descartar uma unidade para maximizar as suas utilidades.
- 4 Esta é uma situação em que existem externalidades positivas no consumo.

#### DICAS!

### QUESTÃO ANPEC 08 (2010)

Julgue as afirmações abaixo de acordo com o modelo de equilíbrio geral com trocas simples:

- A lei de Walras afirma que o valor da demanda excedente agregada é zero para todos os preços;
- ① Em um sistema de equilíbrio geral de trocas simples, são determinados os preços relativos e absolutos;
- ②Considere uma economia de troca pura com dois agentes e dois bens, em que o agente A tem utilidade  $u_A(x, y) = x^{2/3}y^{1/3}$  e dotação inicial  $\omega_A = (4, 8)$ , o agente B tem utilidade  $u_B(x, y) = x^{1/3}y^{2/3}$  e dotação inicial  $\omega_B = (8,4)$  e em que x e y denotam quantidades dos bens. Então é justa a alocação que dá ao agente A a cesta  $f_A = (6,6)$  e ao agente B a cesta  $f_B = (6,6)$ .
- ③ O pressuposto de demanda excedente agregada contínua não depende da condição de que os consumidores sejam pequenos em relação ao tamanho do mercado;
- ② Considere a mesma economia do item ②. Então a alocação que dá ao agente A a cesta  $\phi_A = (12,12)$  e ao agente B a cesta  $\phi_B = (0,0)$  é Pareto-eficiente.

\_\_\_\_\_

# QUESTÃO ANPEC 04 (2011)

Sobre a teoria do bem-estar em condições de Equilíbrio Geral, é correto afirmar que:

A localização dos agentes na fronteira das possibilidades de utilidade encontra-se condicionada pelos pesos atribuídos aos mesmos na função de bem-estar social.

- ① O Teorema da Impossibilidade de Arrow postula que as preferências sociais não são transitivas.
- ② Se os ingressos para uma competição são disponibilizados de graça para alunos da rede pública, mas estes alunos estão impedidos de revendê-los, então a alocação de recursos gerada é Pareto-eficiente.
- ② Qualquer distribuição desejada de bem-estar entre indivíduos numa economia pode ser alcançada de forma eficiente através do mecanismo de preço, se as dotações iniciais estiverem sobre a curva de contrato e forem ajustadas adequadamente.

# QUESTÃO ANPEC 08 (2014)

Com relação à análise do equilíbrio geral e eficiência econômica, indique verdadeiro ou falso para as afirmações a seguir:

- O Poder de mercado não é uma razão para falhas em mercados competitivos;
- ① A eficiência na produção exige que todas as alocações estejam situadas na curva de contrato;
- ② Se as preferências dos indivíduos são convexas, então cada alocação eficiente é um equilíbrio competitivo para alguma alocação inicial de recursos;
- ③ Em uma Caixa de Edgeworth com dois insumos e duas mercadorias, o uso eficiente dos insumos ocorre quando as isoquantas para as duas mercadorias são tangentes;
- ④ A fronteira de possibilidades de produção é côncava porque a produtividade dos insumos diminui no bem cuja quantidade produzida aumentou e aumenta no bem cuja quantidade produzida diminuiu.

\_\_\_\_

# QUESTÃO ANPEC 02 (2015)

Indique quais das afirmativas abaixo são verdadeiras, de acordo com a Teoria Econômica do Bem-Estar:

A função de bem-estar rawlsiana faz com que o bem-estar social de uma dada alocação dependa apenas do bem-estar do agente com utilidade mínima.

- ① Qualquer alocação eficiente no sentido de Pareto corresponde a um bem-estar máximo para alguma função de bem-estar.
- ② Nem todos os máximos de bem-estar são equilíbrios competitivos.
- 3 Uma divisão igualitária necessariamente será eficiente no sentido de Pareto.
- ④ Um equilíbrio competitivo a partir de uma divisão igualitária corresponde a uma alocação justa.

# QUESTÃO ANPEC 11 (2015)

Com relação à Teoria do Equilíbrio Geral, indique as afirmativas corretas:

- ⊚ A Lei de Walras afirma que o valor da demanda agregada é zero para todas as escolhas de preços possíveis, e não apenas para os preços de equilíbrio.
- ① O pressuposto de que a função de demanda excedente agregada seja uma função contínua não é indispensável à demonstração da existência do equilíbrio nos modelos de equilíbrio geral.
- ② Mesmo que as demandas individuais sejam descontínuas, desde que os consumidores sejam pequenos, a função de demanda agregada será contínua.
- ③ Pelo primeiro teorema do bem-estar, todos os equilíbrios em mercados competitivos serão Pareto-eficientes.
- ④ Se as preferências não forem convexas, algumas alocações Pareto-eficientes não serão alcançadas por mercados competitivos.

# QUESTÃO ANPEC 12 (2015)

Robson Crusoé (A) e Sexta-Feira (B) têm preferências idênticas sobre cocos (X) e peixes (Y), representadas pela função utilidade U(X,Y) = lnX + Y. A dotação de bens de Crusoé é  $\begin{pmatrix} w_x^A; w_y^A \end{pmatrix} = (5;10)$  e a de Sexta-Feira é  $\begin{pmatrix} w_x^B; w_y^B \end{pmatrix} = (15;5)$ . Fixando o preço do coco em uma unidade ( $p_x = \$1$ ), avalie as afirmações:

- © Como a utilidade é quase linear, a quantidade de cocos demandada é fixa, não dependendo dos preços relativos.
- ① O preço de equilíbrio do peixe é  $p_y = $10$ .
- ② No equilíbrio, a quantidade demandada líquida de Robson por cocos é igual a cinco unidades.

- 4 Com o preço de desequilíbrio  $p_y = \$5$  a Lei de Walras é verificada, pois Robson não oferta nem demanda e Sexta-feira pretende vender e comprar \$10, de modo que a soma do valor dos excessos de demanda por cada bem se anula.



# 8.3. ANEXO III: Resoluções

# 1. RESOLUÇÃO QUESTÃO ANPEC 07 (2004)

Para resolver problemas de equilíbrio geral com trocas puras, primeiramente temos que resolver o problema do Lagrangeano para cada agente. A forma geral de resolução é conforme faremos para o consumidor A nesse problema. O consumidor B possui uma função de utilidade de bens complementares perfeitos e, por isso, a forma de resolução é um pouco distinta. Cada consumidor possui uma Taxa Marginal de Substituição  $(\frac{UMgx_1}{UMgx_2})$  que devem se igualar entre si e ao preço relativo no equilíbrio.

## > PROBLEMA DO CONSUMIDOR A:

Máx. 
$$U_A(x_1, x_2) = x_1^{1/3}$$
.  $x_2^{2/3}$   
s.a  $m_A = x_1.P_1 + x_2.P_2$ 

Cobb-Douglas, na forma: U  $(x_1, x_2) = A.x_1^{\alpha}.x_2^{\beta}$ , sendo a preferência do consumidor por cada bem determinada pelos pesos dados aos bens  $(\alpha e \beta)$ . OBS: mas as escolhas dependem também dos preços relativos!

O consumidor A possui uma função de utilidade

$$L = x_1^{1/3}$$
.  $x_2^{2/3} - \lambda (x_1.P_1 + x_2.P_2 - m)$ 

$$\frac{dL}{dx_1} = \frac{1}{3} \cdot x_1^{-2/3}. \quad x_2^{2/3} - \lambda.P_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad \lambda = -\frac{\frac{1}{3}x_1^{-2/3}. \quad x_2^{2/3}}{P_1}$$
 (I)

$$\frac{dL}{dx_2} = \frac{2}{3} \cdot x_1^{1/3}. \quad x_2^{-1/3} - \lambda.P_2 = 0 \quad -> \lambda = -\frac{\frac{2}{3} \cdot x_1^{1/3}. \quad x_2^{-1/3}}{P_2}$$
(II)

$$\frac{dL}{d\lambda} = x_1.P_1 + x_2.P_2 - m_A = 0$$

Igualando I e II:

$$\frac{\frac{1}{3} \cdot x_1^{-2/3} \cdot x_2^{2/3}}{\frac{P_1}{P_2}} = \frac{\frac{2}{3} \cdot x_1^{1/3} \cdot x_2^{-1/3}}{\frac{P_2}{P_2}}$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{x_1^{-2/3} \cdot x_2^{2/3}}{x_1^{1/3} \cdot x_2^{-1/3}} \qquad \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{1 \cdot x_2}{2 \cdot x_1}$$

Isolando o 
$$x_2 -> x_2 = \frac{2.x_{1.P1}}{P_2}$$
 (III)

Substituindo (III) na restrição orçamentária do indivíduo A:

$$m_A = x_1.P_1 + (\frac{2.x1.P1}{P_2}).P_2$$
 ->  $m_A = 3.x_1.P_1$  (IV)

A renda do consumidor A é igual ao valor de sua dotação inicial  $w_A = (10, 20)$ :

$$m_A = 10.P_1 + 20.P_2$$

Substituindo a renda de A na equação IV:

$$3.x_1.P_1 = 10.P_1 + 20.P_2$$

Logo, 
$$x_1^A = \frac{10.P1 + 20.P2}{3.P1}$$

Substituindo  $x_1^A$  na equação (III), encontramos o  $x_2^A$ 

$$\mathbf{x_2}^{\mathbf{A}} = \frac{2.P_1.\left(\frac{10.P1 + 20.P2}{3.P1}\right)}{P_2} \rightarrow \mathbf{x_2}^{\mathbf{A}} = \frac{20.P1 + 40.P2}{3P_2}$$

✓ Agora já encontramos a demanda do consumidor A pelos bens 1 e 2 com relação aos preços relativos. Para determinar o equilíbrio walrasiano, precisamos encontrar a demanda do indivíduo B.

#### > PROBLEMA DO CONSUMIDOR B:

Como o consumidor B possui uma função de produção do tipo complementares perfeitos (os bens são consumidos em uma proporção fixa), temos que, no equilíbrio, B consumirá  $\mathbf{x_1}^{\mathbf{B}} = \mathbf{x_2}^{\mathbf{B}}$ .

Substituindo na restrição orçamentária do consumidor B ( $m_B = x_1.P_1 + x_2.P_2$ ):

$$m_B = x_1.P_{1+}x_1.P_2$$
 ->  $m_B = x_1.(P_{1+}P_2)$  ->  $x_1 = \frac{m_B}{(P_{1+}P_2)}$ 

Sabendo que a renda do indivíduo B é igual a  $m_B = 20.P_1 + 5.P_2$ , temos que

$$x_1^B = \frac{20.P1 + 5.P2}{P1 + P2} = x_2^B$$

### > Aplicando o equilíbrio Walrasiano:

$$i) \hspace{1cm} x_1{}^A + x_1{}^B = w_1{}^A + w_1{}^B \hspace{1cm} -\!\!\!> \hspace{1cm} x_1{}^A + x_1{}^B = 10 + 20$$

ii) 
$$x_2^A + x_2^B = w_2^A + w_2^B$$
  $-> x_2^A + x_2^B = 20 + 5$ 

Para encontrar os preços relativos:

Substituindo 
$$x_1^A = \frac{10.P1 + 20.P2}{3.P1}$$
 e  $x_1^B = \frac{20.P1 + 5.P2}{P1 + P2}$  em (i):

iii) 
$$\frac{10.P1 + 20.P2}{3.P1} + \frac{20.P1 + 5.P2}{P1 + P2} = 30$$

E substituindo  $x_2^A = \frac{20.P1 + 40.P2}{3P_2}$  e  $x_2^B = \frac{20.P1 + 5.P2}{P1 + P2}$  em (ii):

iv) 
$$\frac{20.P1 + 40.P2}{3P_2} + \frac{20.P1 + 5.P2}{P1 + P2} = 25$$

Resolvendo os itens da questão:

VERDADEIRO. Como não é muito simples encontrar os preços relativos nessa questão (nas demais questões você pode encontrar de forma mais fácil), a melhor forma de encontrar a solução desse item é verificando as taxas marginais de substituição e se as alocações definidas seriam ótimas para cada consumidor.

Com relação ao indivíduo B, por se tratar de bens complementares perfeitos,  $x_1^B = x_2^B$ , condição cumprida pelo item. Com relação ao consumidor A, encontramos que  $x_2 = \frac{2.x1.P1}{P_2}$ . Com a alocação dada no item, teríamos que  $\frac{P_1}{P_2} = \frac{1}{4}$ . Para o consumidor B, teríamos, nessa situação,  $x_1^B = x_2^B = \frac{20.P1 + 20.P2}{P1 + P2}$ , o que é atendido ao preço relativo de  $\frac{P_1}{P_2} = \frac{1}{4}$ . As quantidades totais demandadas dos bens 1 e 2 estão coerentes com as dotações iniciais totais de cada bem dadas na questão. No entanto, embora essa seja uma alocação que está na curva de contrato, não consiste em uma situação factível às dotações iniciais dadas, já que o consumidor A ficaria com uma utilidade inferior (logo, a troca não seria eficiente de Pareto).

① No equilíbrio Walrasiano, os preços dos dois bens são determinados e únicos.

FALSO. O equilíbrio Walrasiano é válido para qualquer vetor de preços, já que os preços são relativos.

② O conjunto das alocações eficientes satisfaz a  $x_2^A = x_1^A - 5$ .

#### VERDADEIRO.

Temos as seguintes condições de equilíbrio:

$$x_1^A + x_1^B = 10 + 20$$
  $\Rightarrow x_1^B = 30 - x_1^A$ 

$$x_2^A + x_2^B = 20 + 5$$
  $-> x_2^B = 25 - x_2^A$ 

Como  $x_1^B = x_2^B$  (por se tratar de função de utilidade complementares perfeitos):

$$30 - x_1^A = 25 - x_2^A$$
  $-> x_2^A = x_1^A - 5$ 

③ Se os preços de mercado são  $p_1 = 1$  e  $p_2 = 1$ , então, o excesso de demanda será (-7.5, 7.5).

### VERDADEIRO.

Temos que substituir os preços dados nas equações de determinação de  $x_1^A$ ,  $x_2^A$ ,  $x_1^B$  e  $x_2^B$ .

$$x_1^A = \frac{10.P1 + 20.P2}{3.P1} = 10$$

$$x_2^A = \frac{20.P1 + 40.P2}{3P_2} = 20$$

$$x_1^B = x_2^B = \frac{20.P1 + 5.P2}{P1 + P2} = \frac{25}{2} = 12,50$$

Somando a demanda dos consumidores A e B pelos bens 1 e 2 ao preço relativo  $\frac{P_1}{P_2}$  = 1:

Demanda pelo bem  $1 => x_1^A + x_1^B = 22,50$ 

Demanda pelo bem  $2 => x_2^A + x_2^B = 32,50$ 

Como a dotação de cada bem é:  $w_1^A + w_1^B = 30$  e  $w_2^A + w_2^B = 25$ :

 $\blacktriangleright$  Há excesso de demanda pelo bem 1 de (22,50-30) = -7,50 e há excesso de demanda pelo bem 2 de (32,50-25) = 7,50.

# 2. SOLUÇÃO QUESTÃO ANPEC 12 (2016)

Se Esse ponto é Ótimo de Pareto.

VERDADEIRO. Os pontos na Fronteira de Possibilidade de Utilidade são aqueles que estão sobre a Curva de Contrato e, portanto, são eficientes de Pareto.

③ Se a abolição do monopólio deslocar a FPU para  $U_B = 12 - U_A$ , sendo a nova posição descrita pelo ponto  $(U_A, U_B) = (9, 3)$ , pode-se afirmar que se trata de uma melhora paretiana.

FALSO. O bem-estar do indivíduo A melhoraria. No entanto, haveria uma piora na utilidade do indivíduo B. Sabemos que uma melhora paretiana ocorre quando há aumento do bem-estar de um indivíduo sem piorar o bem-estar de qualquer outro.

4 Se aplicarmos o segundo teorema do bem-estar (admitindo convexidade de preferências e produção), é possível conceber um deslocamento na nova FPU, de modo que o equilíbrio competitivo final resulte em uma melhora para os dois agentes, tomando como ponto de partida a alocação inicial ( $U_A$ ,  $U_B$ ) = (1,9).

VERDADEIRO. Considerando a nova FPU dada no item 03 ( $U_B = 12 - U_A$ ), se colocarmos, para o indivíduo A, uma utilidade de 2 (superior à situação anterior), teremos  $U_B = 10$  e, portanto, ( $U_A$ ,  $U_B$ ) = (2,10), o que consiste em uma melhora de Pareto.

#### **VOLTAR**

# 3. SOLUÇÃO QUESTÃO ANPEC 09 (2014):

Para resolver essa questão, temos que considerar a condição de equilíbrio no mercado de trocas e na produção (solução: **tangência da curva de indiferença com a fronteira de possibilidade de produção** -> TMT = TMS).

© Em mercados competitivos o ponto de lucro máximo ocorre quando as firmas igualam os custos marginais relativos aos preços relativos  $(P_X/P_Y)$ .

VERDADEIRO. Sabemos que TMS =  $\frac{P_x}{P_y}$  e que TMT =  $\frac{CMg_x}{CMg_y}$ . Em mercados competitivos, CMg<sub>x</sub> = P<sub>x</sub> e CMg<sub>y</sub> = P<sub>y</sub>. Portanto, TMT =  $\frac{CMg_x}{CMg_y}$  =  $\frac{P_x}{P_y}$  = TMS. ① Nessa economia a quantidade de X no equilíbrio será  $X^2 = 4Y^2$ .

#### **VERDADEIRO**

Resolvendo o seguinte Lagrangeano:

$$L = \sqrt{XY} - \lambda (X^2 + 4Y^2 - 100)$$

$$\frac{dL}{dX} = \frac{1}{2}X^{-1/2}Y^{1/2} - 2.\lambda X = 0 \qquad -> \lambda = -\frac{\frac{1}{2}X^{-1/2}Y^{1/2}}{2X}$$
(I)

$$\frac{dL}{dY} = \frac{1}{2}X^{1/2}Y^{-1/2} - 8.\lambda.Y = 0 \qquad -> \lambda = -\frac{\frac{1}{2}X^{1/2}Y^{-1/2}}{8Y}$$
(II)

$$\frac{dL}{d\lambda} = \frac{1}{2}X^{1/2}Y^{-1/2} - 8.\lambda.Y = 0$$

Igualando I e II: 
$$\frac{\frac{1}{2}X^{-1/2}Y^{1/2}}{2X} = \frac{\frac{1}{2}X^{1/2}Y^{-1/2}}{8Y} -> \frac{2X}{8Y} = \frac{X^{-1/2}Y^{1/2}}{X^{1/2}Y^{-1/2}} -> \frac{X}{4Y} = \frac{Y}{X}$$

Logo:  $X^2 = 4Y^2$ 

② A razão de preços de equilíbrio será de  $\frac{P_X}{P_V} = \frac{1}{3}$ ;

#### FALSO.

Resolvendo a solução encontrada no item 01, temos que X = 2Y.

A Taxa Marginal de Substituição é  $\frac{UMg_X}{UMg_Y} = \frac{Y}{X}$  (encontrada com a derivação da função de utilidade).

Como TMS = 
$$\frac{P_X}{P_V}$$
 ->  $\frac{Y}{X} = \frac{P_X}{P_V}$ .

Substituindo X = 2Y -> 
$$\frac{Y}{2Y} = \frac{P_x}{P_y}$$
 ->  $\frac{1}{2} = \frac{P_x}{P_y}$ 

③ Os níveis de produção de equilíbrio dos dois bens é dado por  $X^* = 7,07$  e  $Y^* = 3,54$ ;

#### **VERDADEIRO**

Substituindo a solução do item 01 ( $X^2=4Y^2$ ) na Função de Possibilidade de Produção ( $X^2+4Y^2=100$ ):

$$X^2 + X^2 = 100$$
 ->  $2X^2 = 100$  ->  $X^2 = 50$  ->  $X = 7,07$   
 $Y = 3,54$ .

Se uma mudança repentina muda o formato da função utilidade da comunidade para  $U(X,Y) = X^{\frac{3}{4}}Y^{\frac{1}{4}}$ , induziria um aumento no preço do bem Y.

FALSO.

Resolvendo o Lagrangeano L =  $X^{3/4}$ .  $Y^{1/4} - \lambda$ .  $(X^2 + 4Y^2 - 100)$ , encontramos a relação  $X^2 = 12Y^2$ .

Logo, 
$$X = \sqrt{12}Y$$

 $\frac{P_X}{P_Y}$  = Taxa marginal de substituição =  $3\frac{Y}{X}$ .

Substituindo X:  $\frac{P_X}{P_Y} = 3 \frac{Y}{\sqrt{12}Y}$   $-> \frac{P_X}{P_Y} = \frac{3}{\sqrt{12}} > \frac{1}{2}$ . Logo, há aumento da relação  $P_x/P_y$  e não aumento de  $P_y$ .

#### **VOLTAR**

# 4. SOLUÇÃO QUESTÃO ANPEC 09 (2013)

 $\bigcirc$  Um pai utilitarista escolheria dividir a pizza da seguinte forma:  $x_1 = 1,6$  e  $x_2 = 6,4$ .

#### FALSO.

Um pai utilitarista maximizaria a função de bem-estar social que consistiria no somatório das utilidades dos dois filhos:

Max W =  $U_{1+}U_{2}$ , sujeito a  $x_1 + x_2 = 8$  (restrição da questão)

$$L = 2\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} - \lambda.(x_1 + x_2 - 8)$$

$$\frac{dL}{dx_1} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot x_1^{-1/2} - \lambda = 0 \quad -> \lambda = x_1^{-1/2} \quad (I)$$

$$\frac{dL}{dx^2} = \frac{1}{2} \cdot x_2^{-1/2} - \lambda = 0 \quad -> \lambda = \frac{1}{2} \cdot x_2^{-1/2} \quad (II)$$

$$\frac{dL}{d\lambda} = x_1 + x_2 - 8 = 0$$

Igualando I e II: 
$$\frac{1}{\sqrt{x_1}} = : \frac{1}{2\sqrt{x_2}} - > 2 \cdot \sqrt{x_2} = \sqrt{x_1} - > 4x_2 = x_1$$

Substituindo  $x_1$  na restrição:  $4x_2 + x_2 = 8$ 

$$5x_2 = 8$$
 ->  $x_2 = 1.6$  e  $x_1 = 6.4$ 

① Um pai que segue os critérios de justiça de John Rawls usaria uma espécie de "véu da ignorância", no qual os filhos optariam por uma escolha de pedaços de pizza que maximizasse o valor esperado de suas utilidades.

A ANPEC deu o gabarito desse item como VERDADEIRO. No entanto, o critério de Rawls consiste na maximização da utilidade do agente em pior situação e não na utilização de um "véu da ignorância".

② Um pai igualitário e benevolente distribuiria os pedaços de pizza de tal forma que cada filho obtivesse  $x_1 = x_2$ .

De acordo com a ANPEC, esse item é FALSO. Possivelmente porque um pai igualitário e benevolente deveria distribuir os pedaços de pizza de forma a igualar as utilidades dos filhos ( $U_1 = U_2$ ). No entanto, segundo Varian, uma distribuição igualitária possui cestas simétricas, o que tornaria o item verdadeiro.

③ Uma alocação eficiente dos pedaços de pizza seria aquela que iguala a taxa marginal de substituição dos dois filhos.

VERDADEIRO, pois seria uma alocação sobre a curva de contrato e na qual as trocas estariam, portanto, exauridas.

#### **VOLTAR**

#### DICAS EXERCÍCIOS ADICIONAIS

# QUESTÃO ANPEC 07 (2006)

② Sendo  $U_A(x, y) = xy$  e  $U_B(x, y) = \sqrt{xy}$  as funções utilidade, respectivamente, de A e B, a curva de contrato será uma linha reta.

Observe que a função de utilidade do indivíduo A é uma transformação monotônica da função de utilidade do indivíduo B e, como se trata de uma função homotética (Cobb-Douglas é função homotética: a taxa marginal de substituição depende apenas da relação das quantidades dos bens, e não da quantidade absoluta), as Taxas Marginais de Substituição serão iguais (faça a derivação para verificar). Além disso, os indivíduos atribuem o mesmo peso a ambos os bens (de acordo com os coeficientes). Igualando a TMS aos preços relativos e isolando qualquer bem, teremos uma curva de contrato linear.

# **QUESTÃO ANPEC 08 (2007)**

(4) O ganho social proveniente das trocas entre os agentes nessa economia é igual a ln(25/24).

Calcule a utilidade de ambos os indivíduos antes da realização das trocas e depois das trocas. Para verificar o ganho social proveniente das trocas, faça o somatório das utilidades após as trocas menos o somatório das utilidades antes das trocas. Você terá que recordar as propriedades logarítmicas.

**VOLTAR** 

# QUESTÃO ANPEC 7 (2009)

Considere dois sujeitos, X e Y, cuja satisfação com o consumo de um bem depende não apenas do quanto o próprio indivíduo consome, mas o quanto o outro indivíduo consome também. A utilidade do indivíduo X é dada por  $U_x = Q_x - Q_y^2$ . Da mesma forma, a utilidade do indivíduo Y é dada por  $U_y = Q_y - Q_x^2$ , em que  $Q_x$  e  $Q_y$  são as quantidades consumidas do bem pelos consumidores X e Y, respectivamente. Suponha que existam quatro unidades do produto, para serem distribuídas entre o indivíduo X e o indivíduo Y.

Julgue as seguintes afirmações:

© Se os dois indivíduos consumirem metade da quantidade disponível, teremos um ótimo de Pareto.

Calcule a utilidade dos indivíduos alocando a metade do produto para cada um. Você pode verificar que, sem perda de produto, não há como melhorar o bem-estar de um agente sem piorar o de outro. Ou você pode maximizar o bem-estar social (em termos utilitaristas) com a restrição de que  $Q_x + Q_y = 4$  para encontrar a alocação ótima.

① Se, por acidente, três unidades do produto se perdem e o restante é dividido igualmente, então há um melhoramento de Pareto.

Basta calcular as utilidades na nova situação e comparar com o item 0.

② Para que a soma das utilidades fosse maximizada com uma distribuição igual dos bens, o montante do produto que deveria ser descartado é zero.

Basta comparar os itens 1 e 2.

③ Se fosse possível descartar um pouco do produto, e dividir o restante, eles deveriam descartar uma unidade para maximizar as suas utilidades.

Basta comparar essa situação com o item 1.

<u>VOLTAR</u>