

ESAME 1

1) Quiz composto da 30 domande quiz a risposta multipla (1/4), c'è uno studente che pensa di passarlo a caso. Risposta giusta +2, risposta sbagliata -1.
Bisogna rispondere a tutte le domande.

X_k = punteggio associato alla k-esima domanda

$$P(X_k = -1) = \frac{3}{4}$$

$$P(X_k = 2) = \frac{1}{4}$$

Y = punteggio finale complessivo \rightarrow somma delle X_k

- a) $P(Y \geq 30)$? \rightarrow i.i.d. e $n \geq 30 \rightarrow$ TLC
- b) $E[X_k]$?
- c) $\text{Var}(X_k)$?

2)

- Cosa sai dirmi delle v.c. esponenziali?
- Funzione generatrice dei momenti?

3) Teorema di Bayes

ESAME 2

1) $X \sim U(0,1)$, $Y = e^X$, per Y tutto quello sai raccontare
 $E[Y]$? $E[Y^2]$? $\text{Var}[Y]$? $f_Y(y)$? $F_Y(a)$?

2)

- Cosa sai dirmi delle v.c. binomiali?
- Come posso calcolare rapidamente $E[X]$?
visto come somma di Bernoulliane np, npq
- Due modi per approssimare la v.c. binomiale?
TLC + Poisson
- v.c. binomiali sono riproducibili? + DIM?

3)

- Disuguaglianza di Markov? + DIM?
- Disuguaglianza di Chebyshev?
- Legge dei grandi numeri? + DIM?
- $\text{Var}(\text{media campionaria})$?

ESAME 3

1) Faccio due estrazioni con reimmissione di una pallina, palline numerate da 1 a 3

X = numero di palline pari estratte

Y = 1 se la prima pallina estratta è dispari

Y = 0 se la prima pallina estratta è pari

Funzione di massa congiunta e marginali? Indipendenza?

Riconosci qualche modello di v.c. in X e Y? $X \sim B(2, 1/3)$ $Y \sim Be(2/3)$

Covarianza?

2)

- Spilli di Buffon?
- Cosa sono i metodi Monte Carlo?
- Calcolo delle aree? Superfici?

3) V.C. Gaussiana / normale, dimmi tutto

cosa sono μ e σ^2 ? Sapresti dimostrarlo? Funzione generatrice dei momenti +DIM
Cosa significa che la v.c. gaussiana e' riproducibile?

ESAME 4

1) Due v.c. uniformi tra 0 e 1 indipendenti tra di loro.

$Z = \max(X, Y)$

$F_Z(z)$? $f_Z(z)$?

2) v.c. geometriche?

Sono riproducibili? no

→ v.c. binomiale negativa?

3) Assiomi di Kolmogorov

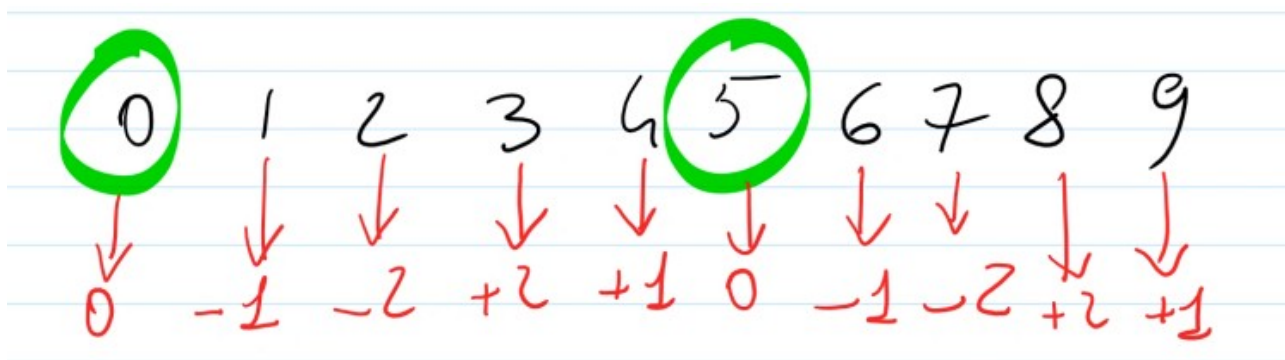
Proprieta' degli assiomi

A sottoinsieme di B → $P(A) \leq P(B)$ +DIM

Recupero della definizione classica di probabilita' dagli assiomi di Kolmogorov

ESAME 5

1) Cifra da pagare termina con una cifra da 0 a 9



La cifra con cui termina il prezzo da pagare e' un casuale

100 pagamenti alla cassa di un negozio

$P(\text{complessivamente il negozio da questo arrotondamento guadagni piu' di 10 centesimi})?$

X = totale da pagare

X_k = numero di centesimi guadagnati/persi dalla cassa nel k-esimo pagamento

$E[X_k]=0$, $\text{Var}(X_k)=2 \rightarrow \text{TLC} \rightarrow Y_{100}$

$P(Y_{100} > 10)?$

2) TLC +DIM

3) Formula delle probabilita' totali +DIM

cos'e' una partizione?

ESAME 6

1) Due v.c. $U(0,1)$

$Z = X - Y$, per Z tutto quello sai raccontare

$E[Y]$? $E[Y^2]$? $\text{Var}[Y]$? $f_Y(y)$? $F_Y(a)$?

2) Cos'è la covarianza?

Quando è che X e Y si dicono indipendenti?

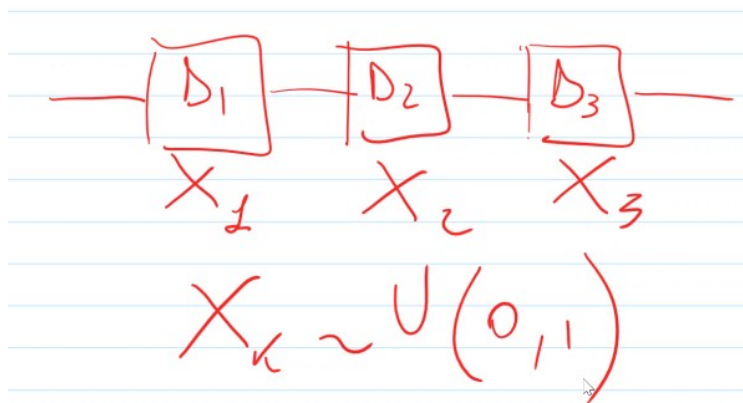
3) Cos'è la varianza campionaria?

$E[S^2] = \sigma^2 + \text{DIM}$

ESAME 7

1) 3 dispositivi in serie

La durata del dispositivo k -esimo $X_k \sim U(0,1)$



$Y = \min(X_1, X_2, X_3)$

$F_Y(a)$?

2) Spilli di Buffon + Metodi Monte Carlo

3) $E[X]$ di una v.c.

proprietà del valor medio

* $E[\alpha X + \beta] = \alpha E[X] + \beta$ DIM

covarianza?

Rispetto a *, come si calcola la covarianza nel caso discreto?