

基于多目标优化的 FAST 主动反射面形状调节模型

参赛队编号: A202119060028
答辩日期: 2021年10月6日



目录



问题重述与分析

问题一模型建立与求解

问题二模型建立与求解

问题三模型建立与求解

模型的分析与检验

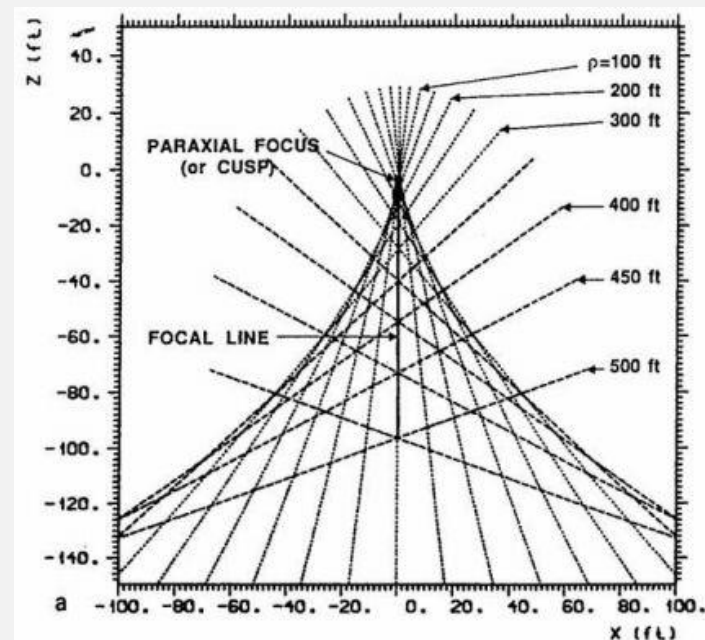
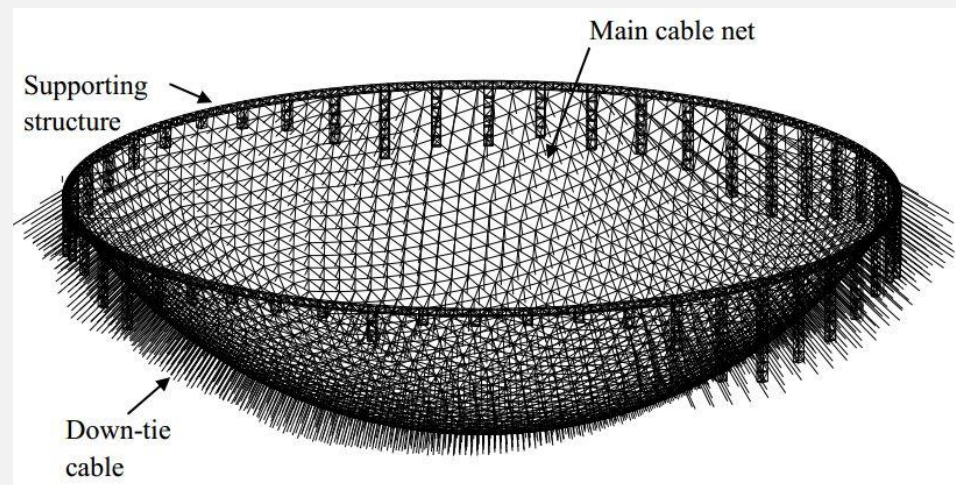
01

问题重述与分析

- 问题一重述与分析
- 问题二重述与分析
- 问题三重述与分析

问题重述与分析

- FAST射电望远镜结构呈球面形，由球面的光学性质，反射信号会被汇聚在一条线上。
- 利用抛物面能将反射信号汇聚在焦点，且球面与抛物面在底部近似，FAST的反射面板被设计为可调节为近似抛物面，以提高信号的接收比。
- 该主动信号反射面系统由馈源舱及信号接收系统和配套的促动器控制结构组成，本题建立模型分析其最优调节方法。



曲面反射示意图

问题重述与分析

● 问题一重述与分析

- 待观测天体位置位于基准球面的正上方，根据焦点与基准球面的坐标位置，以空间解析几何的方法可求理想抛物面系，再以顶点位置z坐标为变量作非线性优化。
- 求得的抛物面解需满足以下几个**约束**条件：

约束指标	原因
工作抛物面内所有促动器伸缩范围为 ± 0.6 米	保证在促动器可调节范围内可形成工作抛物面
工作抛物面口径为300米	

- 为寻找最优化抛物面解，用以下几个指标进行**优化**：

优化指标	原因	优化方法
主索节点径向位移	增加机械系统的响应速度和使用寿命，整体趋势平缓光滑	均值、方差最小
工作抛物面与基准球面过渡处曲率	使边缘处连接平滑，减少对周围面板的影响	最小
范围内工作抛物面面积	接受面积更大，有效信号越多，接受效果越好	板数量最大

问题重述与分析

问题二重述与分析

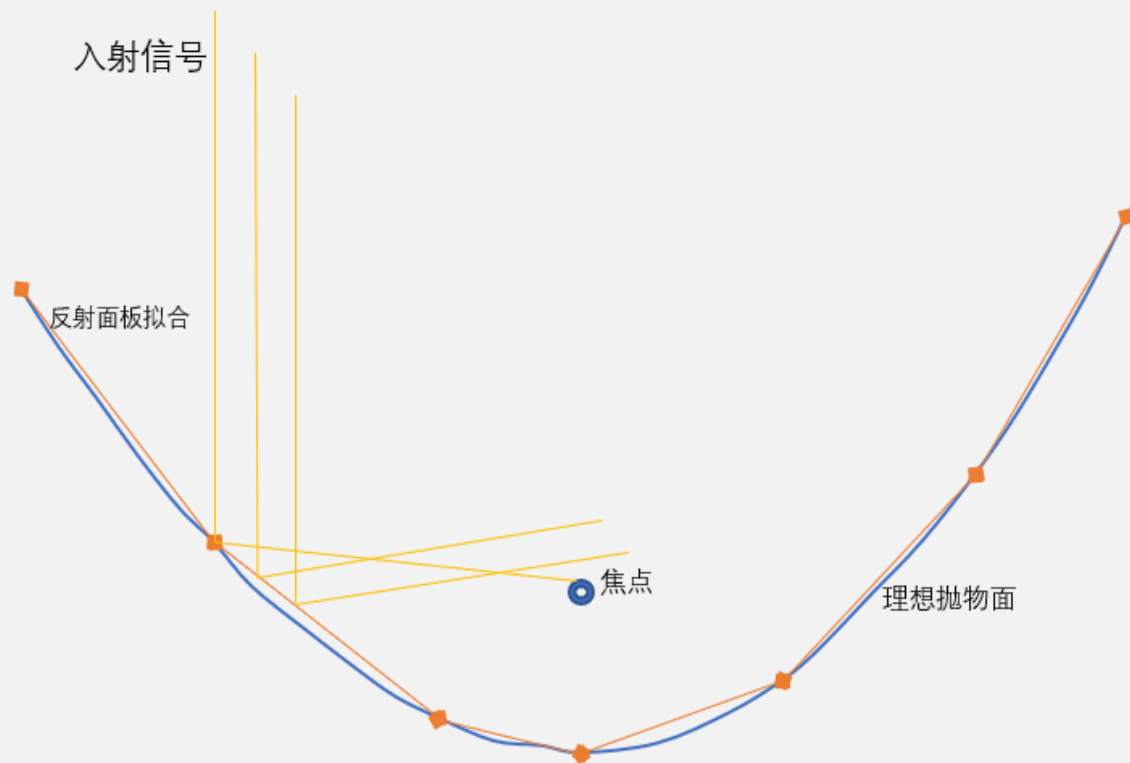
- 考虑待观测天体位置角，用空间曲面一般方程进行求解。利用焦点与球心连线（即抛物面主光轴）上的方向向量和焦点坐标确定曲面方程中的参数，再利用第一问指标做优化。
- 确定所有主索节点所在过球心的直线的参数方程，用抛物面上点到焦点与焦平面距离相等的性质求解各节点伸缩量和新主索节点坐标。



问题重述与分析

● 问题三重述与分析

- 对组成工作抛物面的所有三角面板分析，将平行入射信号在各三角形面板顶点处的反射情况建模，得到其在焦点切平面上的投影三角形
- 计算馈源舱是否落入三角面板投影内，以有效覆盖馈源舱的反射面板数量比例近似替代面积得到反射比



02

问题一模型建立与求解

问题一模型建立

- 目标抛物面焦点的坐标为 $[0,0,-160.2]$
- 焦面与基准面的距离 $F=0.466R$ ，故抛物面的焦距 f 可随顶点在 $[139.2,140.4]$ 的区间上变动，可得抛物面的通式：

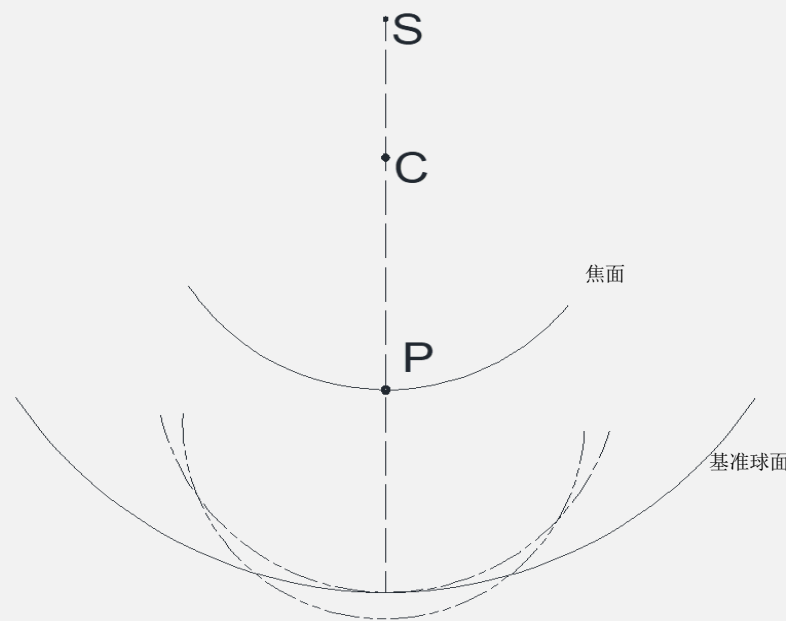
$$z = \frac{x^2 + y^2}{4h + 1.864R} - R - h$$

- 建立单变量 h (理想抛物面顶点到基准球面的距离)的非线性优化模型：

$$\text{find } h \text{ in } z = \frac{x^2 + y^2}{4h + 1.864R} - R - h$$

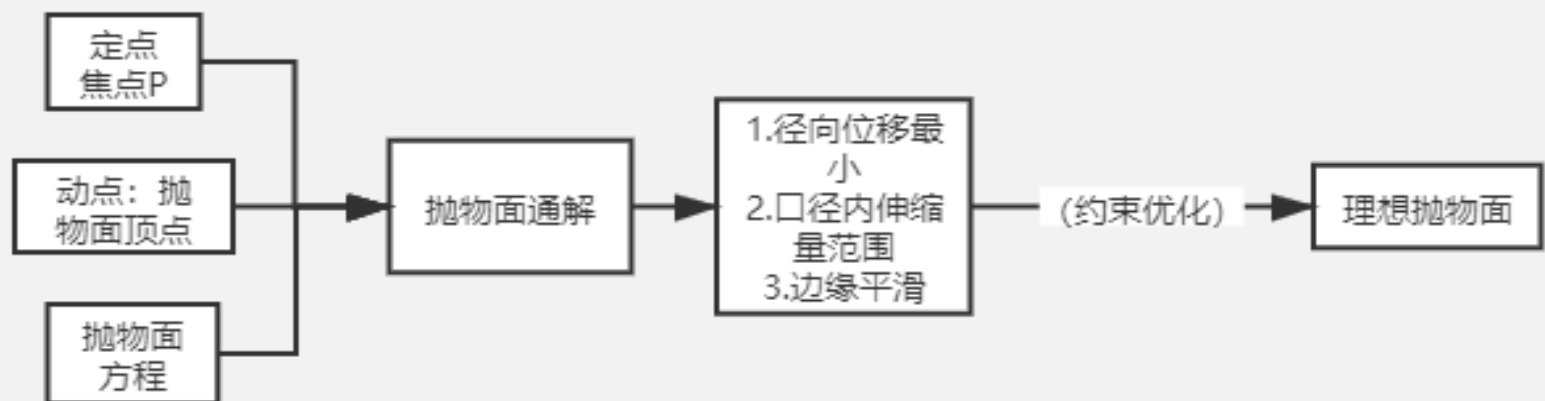
$$\min \sum_{i=1}^n \Delta u_i, \rho; \quad \max n_d$$

$$\text{s.t. } \Delta u_i \leq \Delta L_{\max} (D \leq 300)$$



抛物面系示意图

问题一模型求解



问题一模型求解流程

• 顶点距离基准球面下方[0,0.4]米的抛物面优化指标情况：

h	ρ	$\overline{\sum u_i}$
0	0.000103491	0.508
-0.08	0.000103441	0.4766
-0.24	0.000103343	0.4147
-0.32	0.000103294	0.3821
-0.4	0.000103245	0.3524

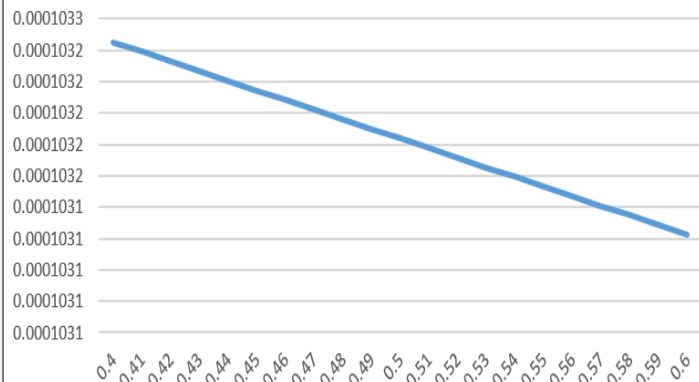
• 顶点距离基准球面下方[0.4,0.6]米的抛物面优化指标情况：

h	ρ	$\overline{\sum u_i}$	方差	n_d
-0.45	0.000103214	0.362	0.035	610
-0.46	0.000103208	0.3763	0.036	675
-0.47	0.000103202	0.3765	0.036	705
-0.48	0.000103196	0.3671	0.035	705
...	705
-0.58	0.000103135	0.2823	0.024	705
-0.59	0.000103129	0.2754	0.023	705
-0.6	0.000103123	0.2687	0.021	705

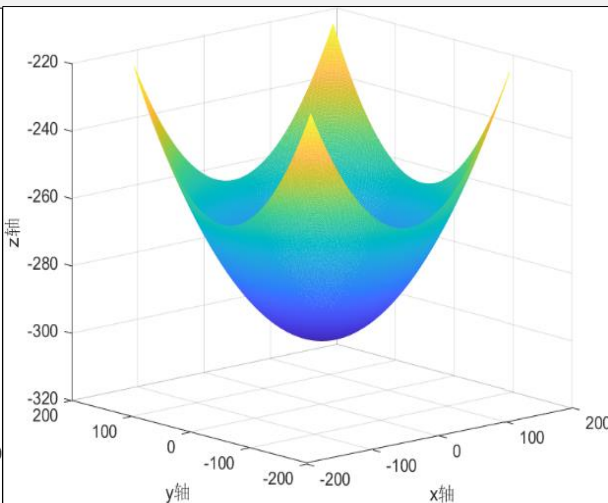
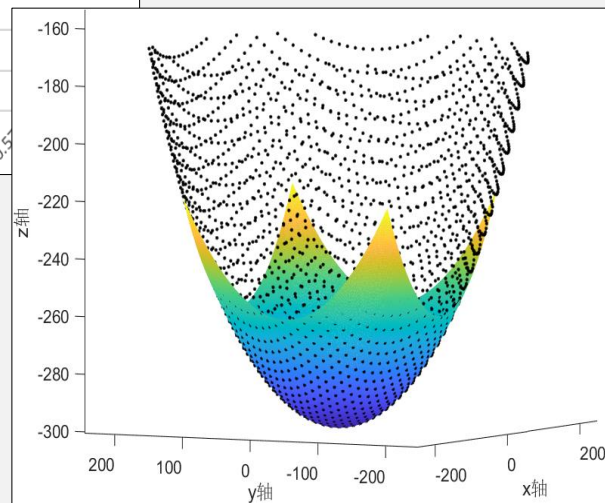
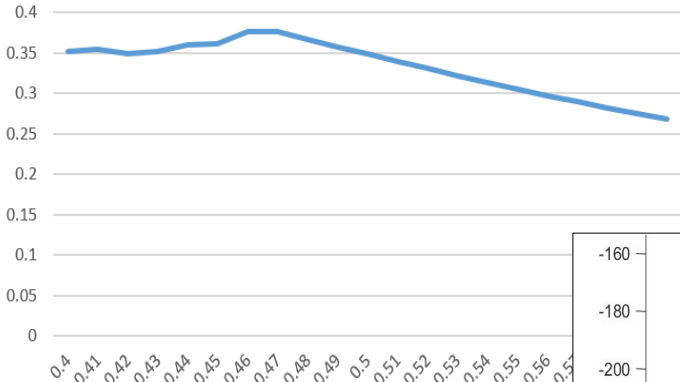
问题一模型求解

- 可见在抛物面顶点下降至可调范围最大值0.6的过程中，抛物面方程的**边缘曲率**、**主索节点平均伸缩量**、**方差**均呈下降趋势，**反射面板数**先上升后保持不变。故在 $h=-0.6$ 的位置作为顶点产生的抛物面方程可认为是该天体位置下对应的最理想抛物面。
- 得到理想抛物面的解析式为： $x^2 + y^2 = 561.6(z + 300.6)$

边缘曲率与顶点位置关系



径向伸缩量与顶点位置关系



03

问题二模型建立与求解

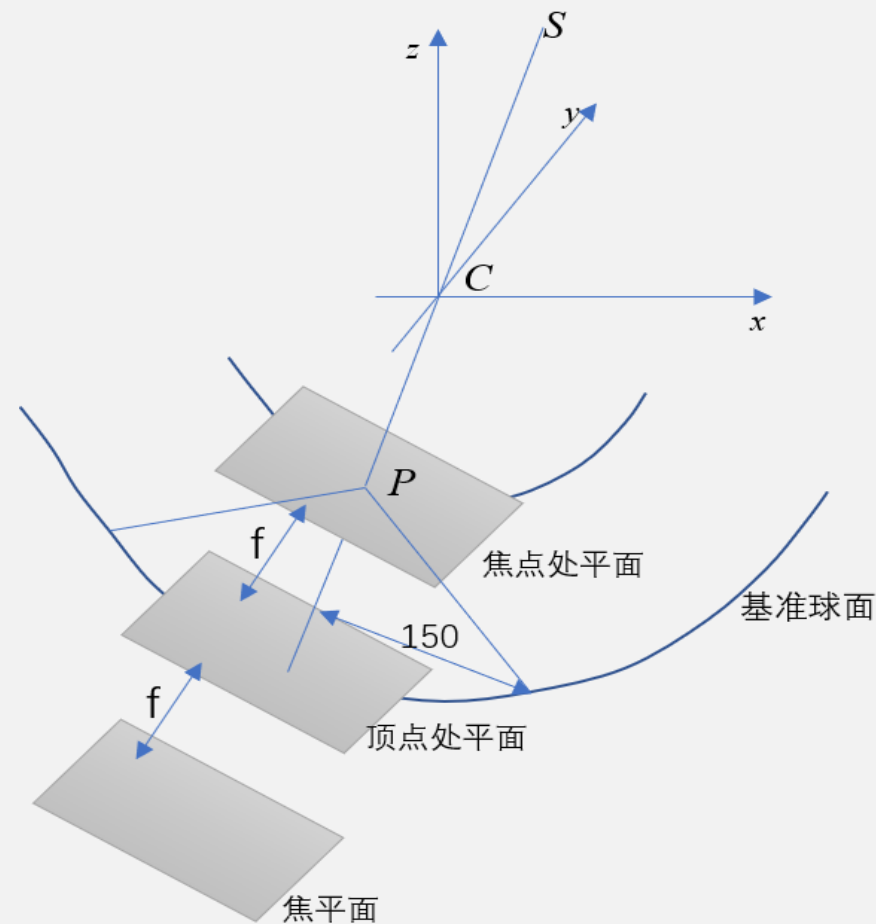
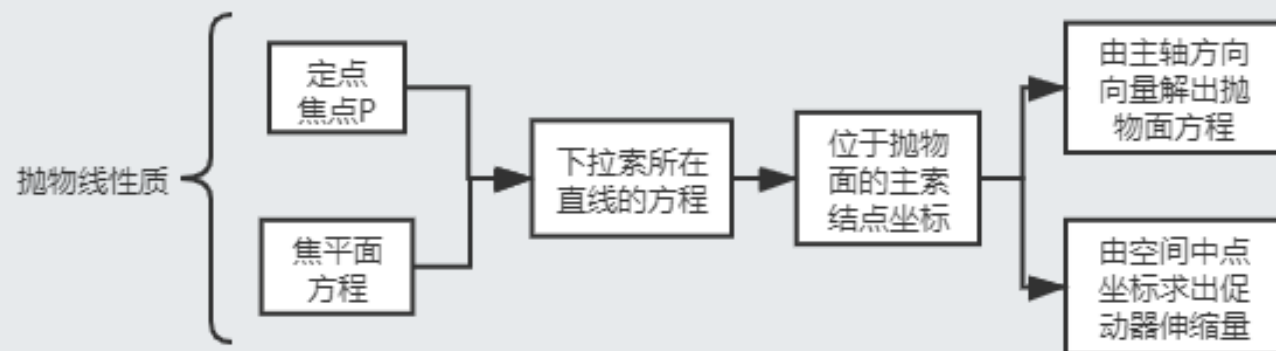
问题二模型建立

- 根据天体位置 ($\alpha=36.795^\circ$, $\beta=78.169^\circ$) 与空间中曲面表达式, 可建立目标抛物面的一般方程:

$$(x - x_p)^2 + (y - y_p)^2 + (z - z_p)^2 = \frac{(Ax + By + Cz + D)^2}{A^2 + B^2 + C^2}$$

- 根据主光轴方向向量和焦点坐标得抛物面的通式, 再做非线性优化
- 设出馈源舱 (焦点) 处垂直于抛物面主光轴的平面方程:

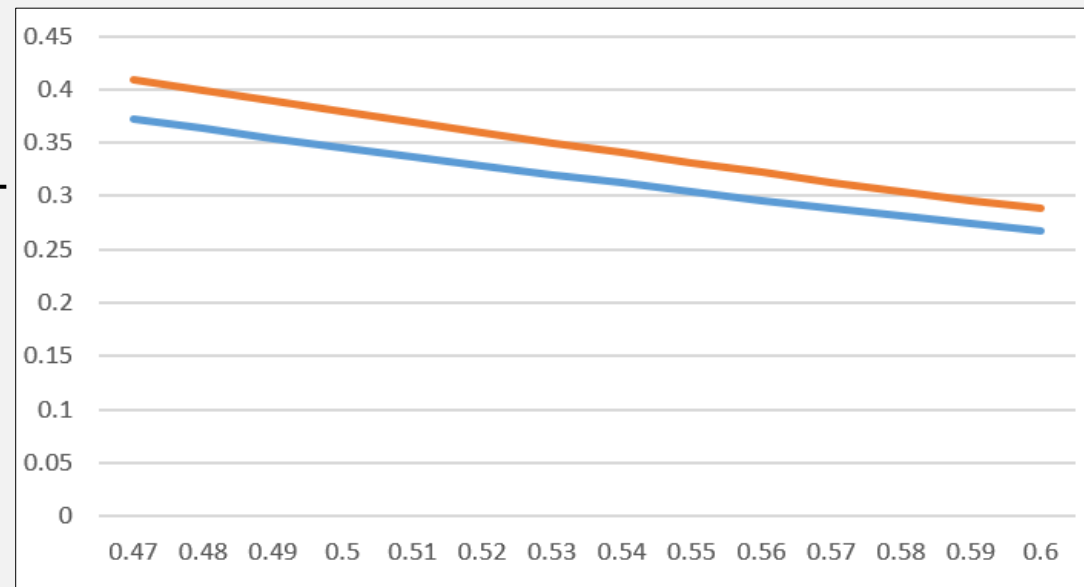
$$Ax + By + Cz + D_p = 0$$



问题二模型求解

- 选择理想抛物面的优化方式与问题一一致，得到理想抛物面为： $(x+26.302)^2 + (y+19.673)^2 + (z+156.797)^2 = (0.164x + 0.123y + 0.979z + 441.78)^2$
- [0.47, 0.6]**内部分抛物面解情况

h	$\overline{\sum u_i}$	方差	n_d
-0.47	0.371814	0.036556	692
-0.48	0.363131	0.035498	692
-0.49	0.354264	0.034342	692
-0.50	0.34555	0.033155	692
...	
-0.58	0.281201	0.023527	692
-0.59	0.274015	0.022313	692
-0.6	0.26699	0.021139	692



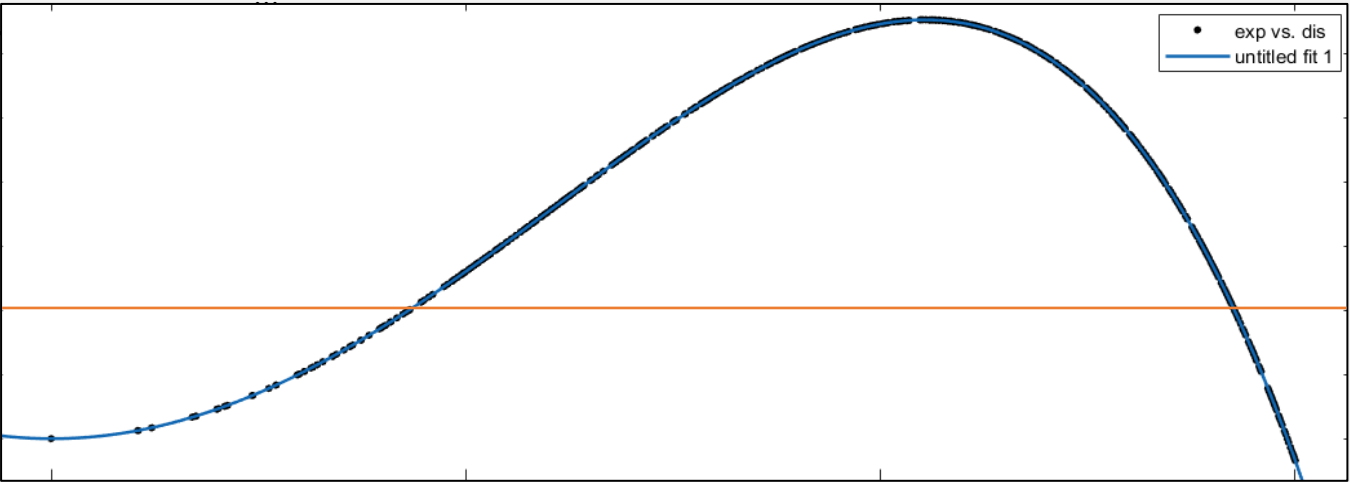
伸缩量均值和方差的变化趋势图

问题二模型求解

- 调节相关促动器的伸缩量以尽量贴合抛物面。考虑将所有主索节点都移动至抛物面上
- 利用抛物面上的点距离焦平面和焦点的长度相等的性质，可解出所有在下拉索延长线过工作抛物面上的点的空间坐标，通过空间中两点距离公式得到所有相关促动器的伸缩量

节点坐标和伸缩量的部分解结果

节点编号	X坐标（米）	Y坐标（米）	Z坐标（米）	伸缩量（米）
A0	0	0	-300.23109	0.16891413
B1	6.10250713	8.39972395	-299.96031	0.260044753
C1	9.8751741	-3.2085492	-299.99144	0.228896446
D1	0	-10.386964	-300.10362	0.116650182
E1	-9.880107	-3.2101556	-300.14138	0.078864396
A1	-6.104174	8.40201539	-300.04216	0.178149049
...

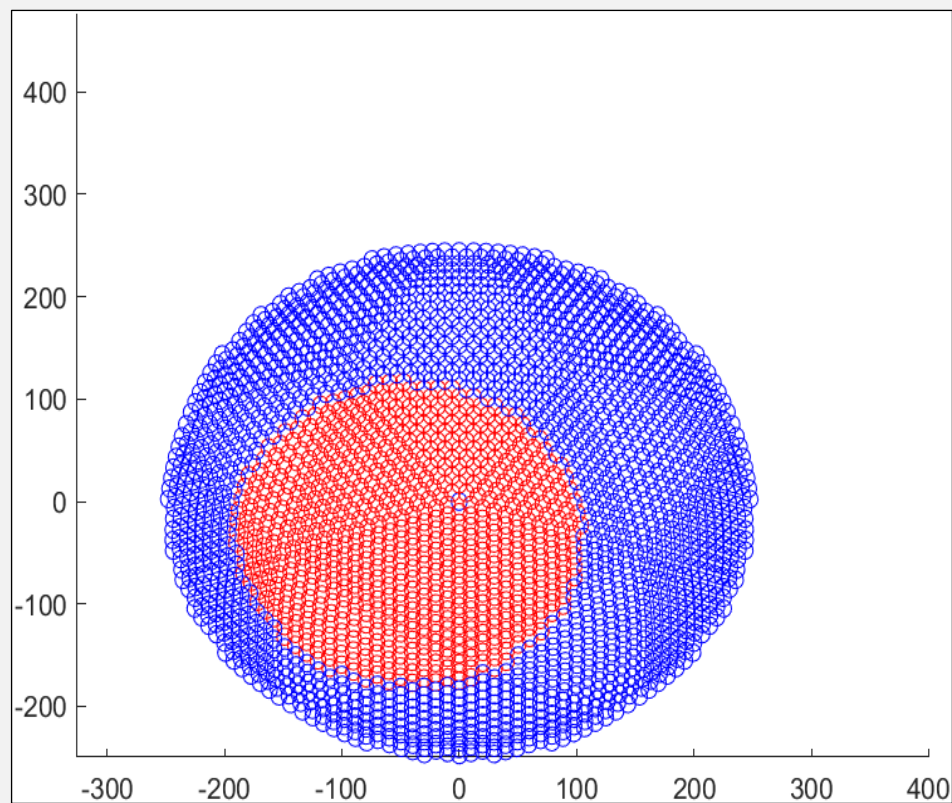


主索节点伸缩量与到顶点距离关系图

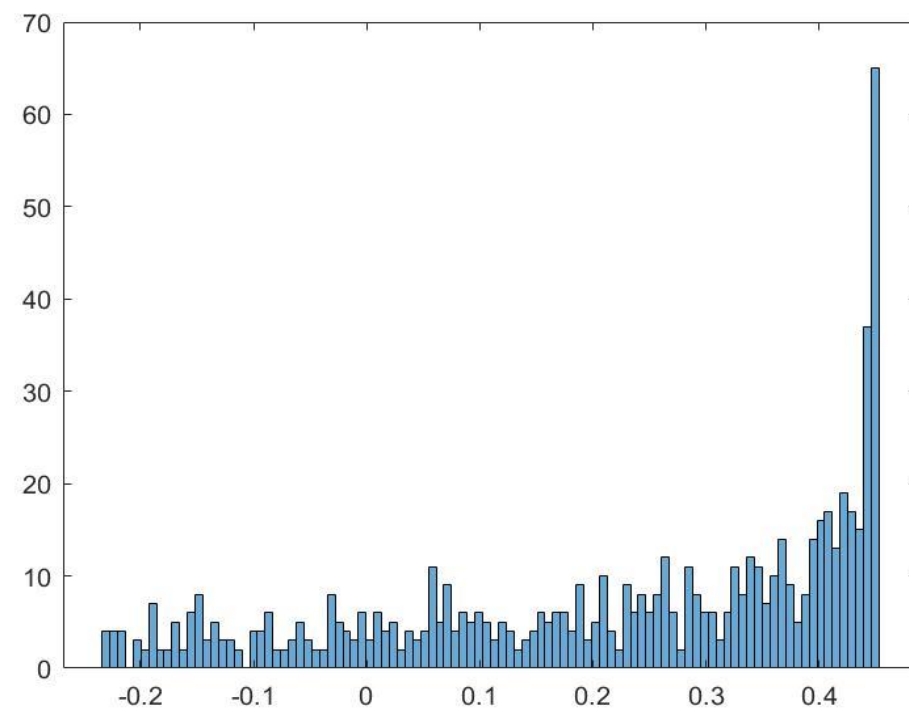
问题二模型求解

问题二理想抛物面的顶点坐标

X坐标 (米)	Y坐标 (米)	Z坐标 (米)
-49.352862	-36.913941	-294.21423



需调节的节点位置示意图



各主索节点伸缩量直方图

04

问题三模型建立与求解

问题三模型的建立

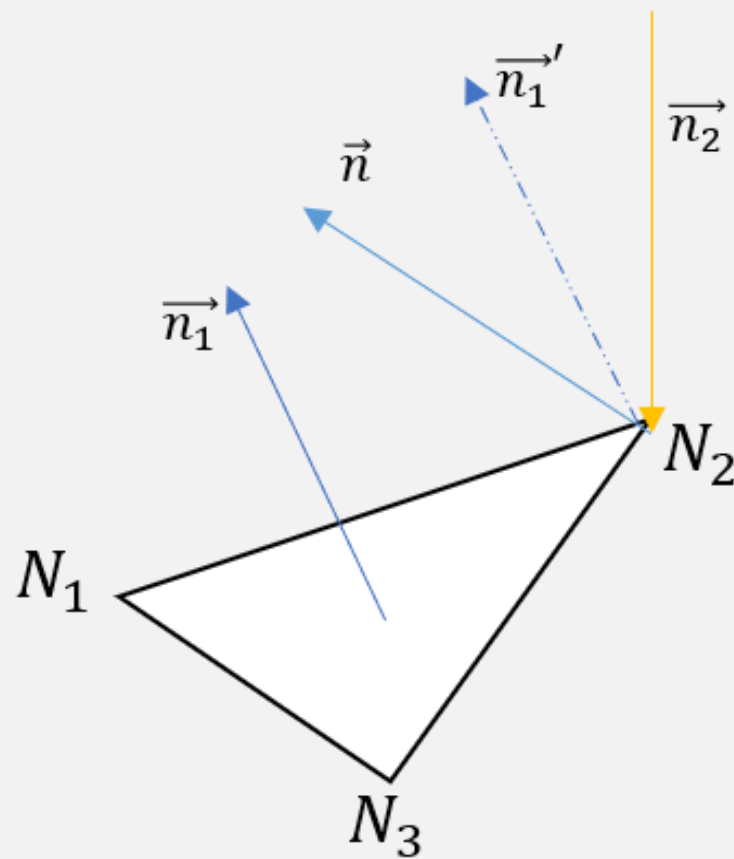
- 对反射信号建模，以工作抛物面范围内反射面板的三个顶点作为反射点，以三角形板的面法向量作为反射信号的法向量。
- 设三角形板的法向量为 $\vec{n}_1 = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ ，入射信号的方向向量 $\vec{n}_2 = (\beta_1, \beta_2, \beta_3)$ ，由此确定反射信号的方向向量，设为 $\vec{n}_3 = (\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$ 。以上三个向量共面：

$$\begin{vmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 \\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \\ \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_3 \end{vmatrix} = 0$$

- 由入射信号、反射信号与反射面板法向量的夹角相同有：

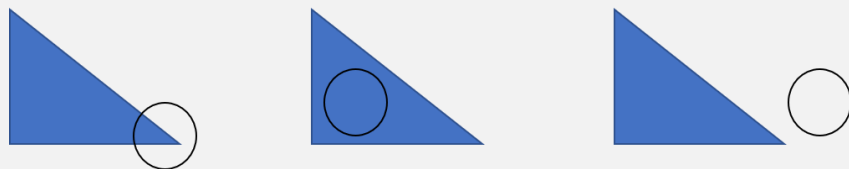
$$\frac{\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} + \frac{\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_3}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_3|} = 0$$

- 由上式可解出反射信号的方向向量，得到各点反射信号的空间表达式。
- 将三个顶点处得到的反射信号空间表达式与焦点处切平面的一般方程联立，解出在馈源舱位置切平面上反射面板的投影。

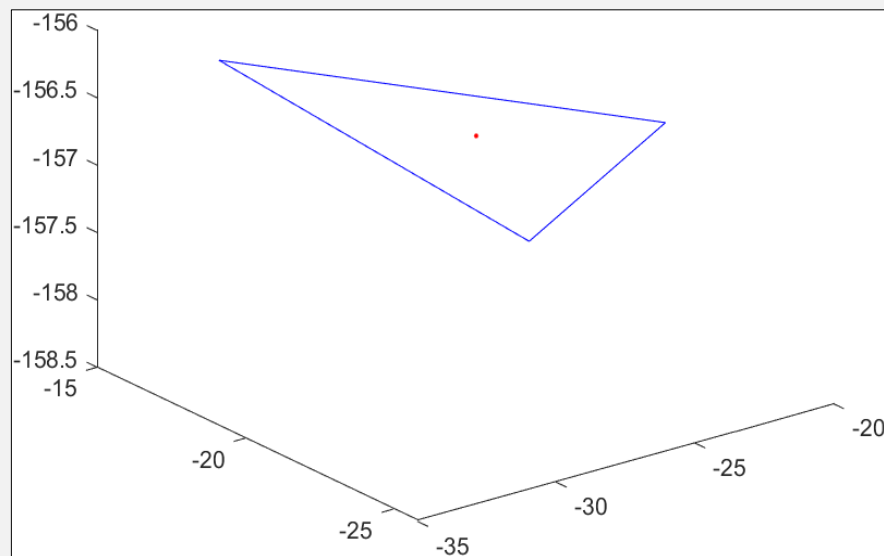


问题三模型的求解

- 馈源舱有效区域为焦面上半径为0.5米，圆心为焦点的切面圆
- 解出各反射面板在切平面上的投影三角形，判定投影三角形与馈源舱区域圆的位置关系



- 近似认为只要圆形区域与三角形投影区域有相交即为接受该面板信号成功，以成功接收信号的面板比例为接收比。
- 最终计算得到馈源舱接收比约为78%，基准球面接收比约为3.44%。



05

模型的分析与检验

- 模型的分析与检验
- 模型的评价与改进

模型的分析与检验

- 注意到题中提到：主索节点调节后，相邻节点之间的距离可能会发生微小变化，且变化幅度不超过0.07%。
- 用蒙特卡洛模拟的思想，将此条件作为主索节点调节时可能发生的扰动，用正态分布的扰动量对主索节点位置做调整，再用前问中约束优化模型验证。
- 最终得到结论与原结果一致，仅指标值略有变化，证明模型完备性与稳定性

h	主索节点平均径向伸缩量	n_d
-0.45	0.36204	610
-0.46	0.37632	675
-0.47	0.37646	705
-0.48	0.36708	705
...
-0.58	0.28234	705
-0.59	0.27538	705
-0.6	0.26865	705

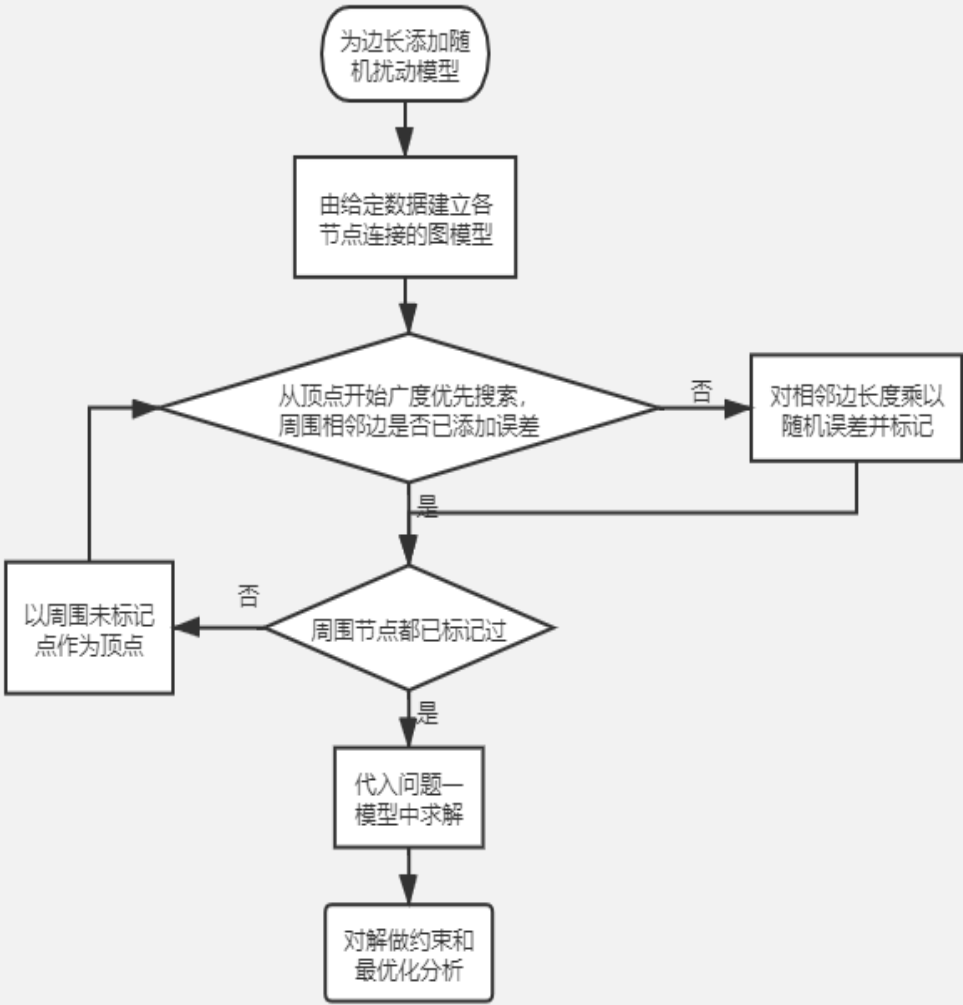


图 19 模型完备性检验流程图

模型的评价与改进

优点

- 本模型考虑的优化指标较为完备，包括了整体的稳定性，边缘的过渡性以及有效区域最优等内容，对抛物面的解结果进行了较好的分析处理，得出理想抛物面解
- 建立与求解模型主要应用空间解析几何和数值分析求解的方法，增强模型的普适性和准确性。

不足与改进

- 问题二中只考虑对每个主索节点进行径向调整使其位于理想抛物面上，但由于反射面板是用平面三角形去拟合空间中的曲面，所以有出现在顶点处贴合而在面板其他部位偏差较大的情况，影响问题二的拟合精度。这一问题应考虑应用动态面元拟合精度进行修正。
- 使用的算法程序难以兼顾处理数据的运行速度问题，在处理大量数据时需要耗费较长的时间，效率较低。这一问题需要进行编程思路的优化，降低处理复杂性。

参考文献



- [1] Rendong Nan and Di Li. The five-hundred-meter aperture spherical radio telescope (FAST) project[J]. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 2013, 44(1)
- [2] 李明辉, 朱丽春. FAST瞬时抛物面变形策略优化分析[J]. 贵州大学学报(自然科学版), 2012, 29(06): 24-28+43.
- [3] 杜敬利, 段宝岩, 保宏, 訾斌. 基于最小二乘方法的索网反射面形状精度调整[J]. 工程力学, 2008(01): 203-208.
- [4] 朱丽春. 500米口径球面射电望远镜(FAST)主动反射面整网变形控制[J]. 科研信息化技术与应用, 2012, 3(04): 67-75.
- [5] 薛建兴, 王启明, 古学东, 赵清, 甘恒谦. 500m口径球面射电望远镜瞬时抛物面拟合精度的预估与改善[J]. 光学精密工程, 2015, 23(07): 2051-2059.

谢谢老师