考虑如下的组合优化问题。设有一座城市，共有若干居民楼，总数记为 $n \in \mathbb{Z}_+$，楼栋索引集合为 $\mathcal{I} = \{1, 2, \ldots, n\}$。对于每一栋楼 $i \in \mathcal{I}$，已知其潜在需要使用电动车充电桩的总人数为 $D_i \geq 0$，且每覆盖其中一名用户即可带来收益 $p_i \geq 0$，其中 p_i 可以理解为统一的单位收益，也可以因楼而异。规划部门预先给出了 m 个可选的充电桩区域，区域索引集合为 $\mathcal{J} = \{1, 2, \ldots, m\}$。每个区域 $j \in \mathcal{J}$ 所能服务的楼栋集合是给定的，用覆盖关系矩阵 a_{ij} 表示，其中

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{若区域 } j \text{ 可以覆盖楼栋 } i, \\ 0, & \text{否则。} \end{cases} \tag{2}$$

不同区域之间的覆盖范围可以重叠，即可能存在某些楼栋同时属于多个区域的覆盖范围。若选择建设区域 j，则需要支付一笔固定建设成本 $c_j \geq 0$，该成本可包含土建、配电、设备安装及相关手续费用等。在区域 j 内可以设置若干个充电桩，设其数量为 x_j，但受物理条件、规划或容量约束，每个区域可设置的充电桩数量存在上限 $U_j \in \mathbb{Z}_+$，超过这一上限在实际规划中不可行。为简化模型，假定每个充电桩可以服务一个“单位用户”（或认为每个桩的服务能力已折算为统一的用户单位），从而区域 j 实际可服务的用户总数上界为 x_j。我们的目标是在预算和容量约束条件下，决定哪些区域需要建设以及在每个已建设区域中设置多少个充电桩，并在覆盖关系限制下将各楼栋的用户分配到相应区域，使“覆盖用户带来的总收益减去建设成本”的净收益最大化。

为刻画这一决策过程，引入如下决策变量。首先，对每个区域 $j \in \mathcal{J}$ 定义 0–1 决策变量

$$z_j = \begin{cases} 1, & \text{若在区域 } j \text{ 建设充电桩区域,} \\ 0, & \text{否则。} \end{cases} \tag{3}$$

变量 z_j 表示是否选择在区域 j 进行建设。其次，用变量 x_j 表示在区域 j 内设置的充电桩数量，为了反映桩数的离散性，可以规定 $x_j \in \mathbb{Z}_+$（若允许将服务能力视为连续容量近似，也可以放宽为 $x_j \geq 0$）。再次，用变量 y_{ij} 表示楼栋 i 中被分配到区域 j 进行充电的用户人数，对所有楼栋–区域对 (i, j) 规定 $y_{ij} \geq 0$。由于只有在区域 j 能够覆盖楼栋 i 且该区域被建设的情况下，才允许将楼栋 i 的用户分配到区域 j，因此可以通过如下约束刻画这一逻辑关系：

$$y_{ij} \leq D_i \, a_{ij} \, z_j, \quad \forall i \in \mathcal{I}, \, \forall j \in \mathcal{J}. \tag{4}$$

当 $a_{ij} = 0$ 或 $z_j = 0$ 时，上述约束强制 $y_{ij} = 0$，从而禁止在未覆盖或未建设的区域中为该楼栋分配用户。每栋楼的用户总数不能被超额分配，即对每个 $i \in \mathcal{I}$ 有

$$\sum_{j \in \mathcal{J}} y_{ij} \leq D_i, \tag{5}$$

这表示来自楼栋 i 的所有分配人数总和不得超过其潜在需求 D_i。另一方面，区域 j 的服务能力受到其内部充电桩数量的限制。由于假定每个桩可服务一个单位用户，因此区域 j 能服务的用户总数上界为 x_j，从而对每个 $j \in \mathcal{J}$ 有容量约束

$$\sum_{i \in \mathcal{I}} y_{ij} \leq x_j. \tag{6}$$

充电桩数量又受到区域上限的控制，并且只有在区域被建设时才允许设置充电桩，为此对每个 $j \in \mathcal{J}$ 引入联动约束

$$0 \leq x_j \leq U_j \, z_j. \tag{7}$$

当 $z_j = 0$ 时，该约束强制 $x_j = 0$，表示未建设的区域不能配置充电桩；当 $z_j = 1$ 时则允许 x_j 在区间 $[0, U_j]$ 内取值。上述变量需满足的类型条件可以总结为

$$z_j \in \{0, 1\}, \quad x_j \geq 0, \quad y_{ij} \geq 0, \quad \forall i \in \mathcal{I}, \, \forall j \in \mathcal{J}. \tag{8}$$

在给定参数和决策变量下，所有被成功覆盖的用户带来的总收益可以表示为

$$\sum_{i\in\mathcal{I}}\sum_{j\in\mathcal{J}} p_i\, y_{ij}, \tag{9}$$

而为建设各个区域支付的总固定成本为

$$\sum_{j\in\mathcal{J}} c_j\, z_j. \tag{10}$$

因此，我们希望最大化的净收益（即总收益减去总成本）为

$$\sum_{i\in\mathcal{I}}\sum_{j\in\mathcal{J}} p_i\, y_{ij} \;-\; \sum_{j\in\mathcal{J}} c_j\, z_j. \tag{11}$$

将上述目标函数与约束条件综合起来，可以得到该充电桩选址与配置问题的形式化数学规划模型：

$$\begin{aligned}
\max_{z,x,y}\quad & \sum_{i\in\mathcal{I}}\sum_{j\in\mathcal{J}} p_i\, y_{ij} \;-\; \sum_{j\in\mathcal{J}} c_j\, z_j, & \\
\text{s.t.}\quad & y_{ij} \le D_i\, a_{ij}\, z_j, & \forall i\in\mathcal{I},\ \forall j\in\mathcal{J}, \\
& \sum_{j\in\mathcal{J}} y_{ij} \le D_i, & \forall i\in\mathcal{I}, \\
& \sum_{i\in\mathcal{I}} y_{ij} \le x_j, & \forall j\in\mathcal{J}, \\
& 0 \le x_j \le U_j\, z_j, & \forall j\in\mathcal{J}, \\
& z_j\in\{0,1\},\ x_j\ge 0,\ y_{ij}\ge 0, & \forall i\in\mathcal{I},\ \forall j\in\mathcal{J}.
\end{aligned} \tag{12}$$

该模型刻画了在存在覆盖重叠、建设成本以及容量上限等现实约束条件下，如何选择建设哪些充电区域并配置相应数量的充电桩，以及如何将不同楼栋的用户分配到各个区域，从而最大化总体经济收益的组合优化问题，本质上属于一个混合整数线性规划（Mixed-Integer Linear Programming, MILP）模型。