



北京大学 力学与工程科学系

Department of Mechanics and Engineering Science (MES)
Peking University

计算方法 (00330050)

第 4 讲 特征值和特征向量的计算, 书面与上机作业

课程: 计算方法 (ID: 00330050)
讲义: 第 4 讲 解线性方程组的迭代法, 书面与上机作业
作者: 袁子峰 助理教授¹
Email: yuanzifeng@pku.edu.cn
日期: 提交时间不晚于 2025.04.11 下课前²

¹单位: 北京大学工学院力学与工程科学系

²版本: 1.0 [2025.03.28]



题 4.1 (课本第四章习题 3) 求矩阵

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix} \quad (\text{P4.1-1})$$

的**接近 9.6** 的特征值及相应的特征向量.

备注：给出计算步骤，并给出一次迭代操作之后的结果（结果包含特征值和特征向量的估计值）即可。



题 4.2 (课本第四章习题 8-(1)) 用 JACOBI 方法求下列矩阵的全部特征值:

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 2 & 5 & 1 \\ 2 & 1 & 6 \end{bmatrix} \quad (\text{P4.2-1})$$

备注: 请给出两次矩阵操作后的结果即可。



题 4.3 (课本第四章习题 9-(1), **有修改**) 用 HOUSEHOLDER 变换将下列矩阵进行**正交三角化**分解:

$$\begin{bmatrix} -4 & -3 & -7 \\ 2 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 7 \end{bmatrix} \quad (\text{P4.3-1})$$



题 4.4 上机作业

题目说明

考虑 n 次多项式 $p(x)$:

$$p(x) = x^n + c_1x^{n-1} + \cdots + c_{n-1}x + c_n \quad (\text{P4.4-1})$$

构造如下矩阵

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -c_1 & -c_2 & \cdots & -c_{n-1} & -c_n \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{P4.4-2})$$

可以通过计算 \mathbf{A} 的特征值的方法, 求解多项式的零点.

为简化问题, 这里假设 $p(x)$ 的根 $x_i, i = 1, 2, \cdots, n$ 均非负, 且无重根; 不失一般性, 可以假设

$$x_1 > x_2 > \cdots > x_n \geq 0 \quad (\text{P4.4-3})$$

程序要求

采用幂法计算 $p(x)$ 按模最大的根.

输入说明

输入 1 第 1 行, 问题规模 $n, 1 \leq n \leq 20$

输入 2 第 2 行, n 个数, 分别为 c_1, c_2, \cdots, c_n .

具体数据可以参考 `Practical04_sample_input1.dat` 等输入样例文件.

输出说明



屏幕输出.

输出 1 第 1 行, 模最大的零点的值.

以上实数部分要求采用科学记数法输出, 保留 8 位小数:

具体数据可以参考 `Practical04_sample_output1.dat` 等输出样例文件.

报告要求

要求 1 证明 式. P4.4-2 的特征多项式即为 式. P4.4-1.

要求 2 利用这次作业的程序, 如何计算 $p(x)$ 的所有的根, 给出简要的算法说明 (不需要写伪代码, 说明思路即可).

评分准则

本次上机作业共 10 分, 具体评分标准如下:

共 8 个算例, 每个算例 0.5 分.

报告第一问占 3 分, 第二问占 3 分.

源代码命名

XXXXXXXXXX_Practical04.cpp

XXXXXXXXXX 为学号, 这里后缀 04 表示第四章的意思.