Estadística

→ Descriptiva (Clase I)

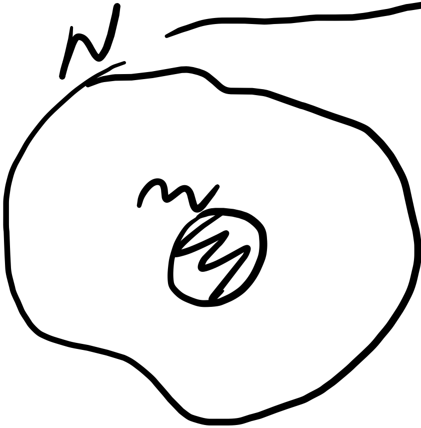
→ Inferencial

Población

N

→ Método inductivo

Muestra



$N \rightarrow$ **PARÁMETROS** $\rightarrow$ **DESCONOCIDOS**

μ : MEDIA POBLACIONAL

(MU)

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N}$$

σ^2 : VARIANZA POBLACIONAL

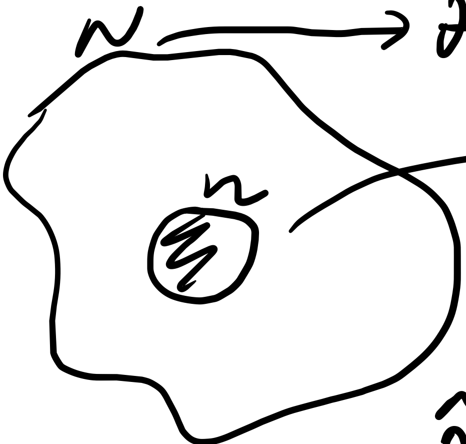
(SIGMA)

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N} (x_i - \mu)^2}{N}$$

P (π) : PROPORCIÓN POBLACIONAL

$$P = \frac{\overbrace{\sum_{i=1}^{} x_i}^{\text{BINOMIAL}}}{N}$$

$$\underbrace{x_i \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}}_{\text{BERNOULLI}}$$



$N \rightarrow \theta$ (PARÁMETRO)

$x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_n$

MUESTREO ALEATORIO SIMPLE

$$\hat{\theta} = f(x_1; x_2; \dots; x_n)$$

THETA

ESTIMADOR

↳ VARIABLE ALEATORIA

$E(\hat{\theta})$

$Var(\hat{\theta})$

$P[\hat{\theta} = \theta_0]$

INSESGADO

~~EFICIENCIA~~

CONSISTENCIA

SUFICIENCIA

⋮

PARÁMETRO

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N} (x_i - \mu)^2}{N}$$

$$p = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N} \rightarrow x_i \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$$

ESTIMADOR

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \longrightarrow \text{VARIABLE ALEATORIA}$$

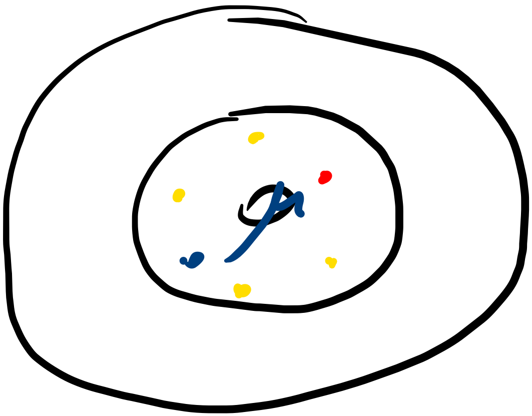
$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \rightarrow \text{GRADOS DE LIBERTAD}$$

AL DIVIDIR POR $n-1$ EL ESTIMADOR INSESGADO

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

INSESGADO

$$\underbrace{E(\hat{\theta}) = \theta}$$



$$\bar{X} = \sum_{i=1}^{n} \frac{X_i}{n} \rightarrow \mu$$

ESTIMADOR

$$n_1 = 20 \rightarrow \bar{X}_1 = 22{,}5$$

ESTIMACIÓN PUNTUAL

$$n_2 = 30 \rightarrow \bar{X}_2 = 28$$

$$\lim_{n \to \infty} E(\hat{\theta}) = \theta$$

ASINTÓTICAMENTE INSESGADO

Métodos de estimación de parámetros

- Máxima verosimilitud (MV)
- Mínimos cuadrados
- Método de momentos

⋮

Newton Raphson

$\hat{\lambda} = ?$

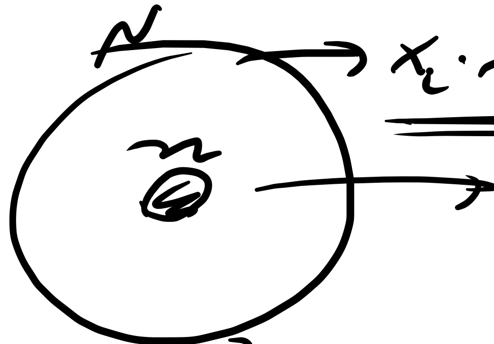
ESTIMADOR $\bar{x}$ PARA PARÁMETRO μ

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^{n} \frac{X_i}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$$

$$\bar{X} \sim N\left(\underset{\mu}{\underset{\downarrow}{\mu_{\bar{x}}}} ; \underset{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}{\underset{\downarrow}{\sigma_{\bar{x}}}}\right)$$

1) POBLACIÓN ES NORMAL



$X_i \sim N(\mu ; \sigma)$

2) σ^2 CONOCIDA

3) POBLACIÓN ES INFINITA

$$X_i \sim N(\mu; \sigma)$$

$$E(\bar{X}) = E\left(\sum_{i=1}^{n} \frac{X_i}{n}\right)$$

$$= E\left(\frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n}\right)$$

$$= \frac{1}{n} \cdot E(X_1 + X_2 + \cdots + X_n)$$

$$= \frac{1}{n} \cdot \underbrace{\sum_{i=1}^{n} E(X_i)}_{} = \frac{1}{\cancel{n}} \cancel{n} \cdot \mu \qquad E(X_i) = \mu$$

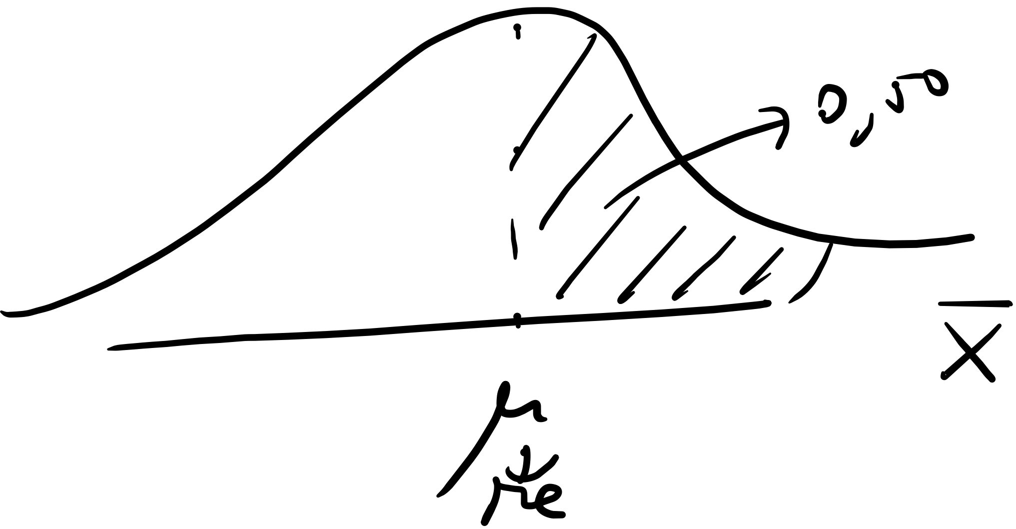
$$\boxed{E(\bar{X}) = \mu}$$

INSESGADO

$$Var(\bar{x}) = Var\left(\sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{n}\right)$$

$$= \frac{1}{n^2} \cdot \sum_{i=1}^{n} \underbrace{Var(x_i)}_{\sigma^2} = \frac{1}{\cancel{n^2}} \cdot \cancel{n} \cdot \sigma^2$$

$$\boxed{Var(\bar{x}) = \frac{\sigma^2}{n}} \rightarrow \boxed{\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$



$$\bar{X} \sim N\left(\mu ; \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

$$z = \underbrace{\frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}}^{N(0;1)}$$

$$P(\bar{X} > \mu) = 0{,}50$$

Ejercicio n° 1

En la Facultad de Ciencias Económicas, la altura de los estudiantes se distribuye normalmente con una media de 174 cm y desvío 20 cm. Se toma un curso de 50 alumnos al azar:

a. ¿Cuál es la probabilidad de que la altura promedio de la muestra sea inferior a 172 cm?

$\bar{X}$

RESPUESTA: 0,23885

b. ¿De qué tamaño deberá ser la muestra si se quiere que esta probabilidad sea de 0,20?

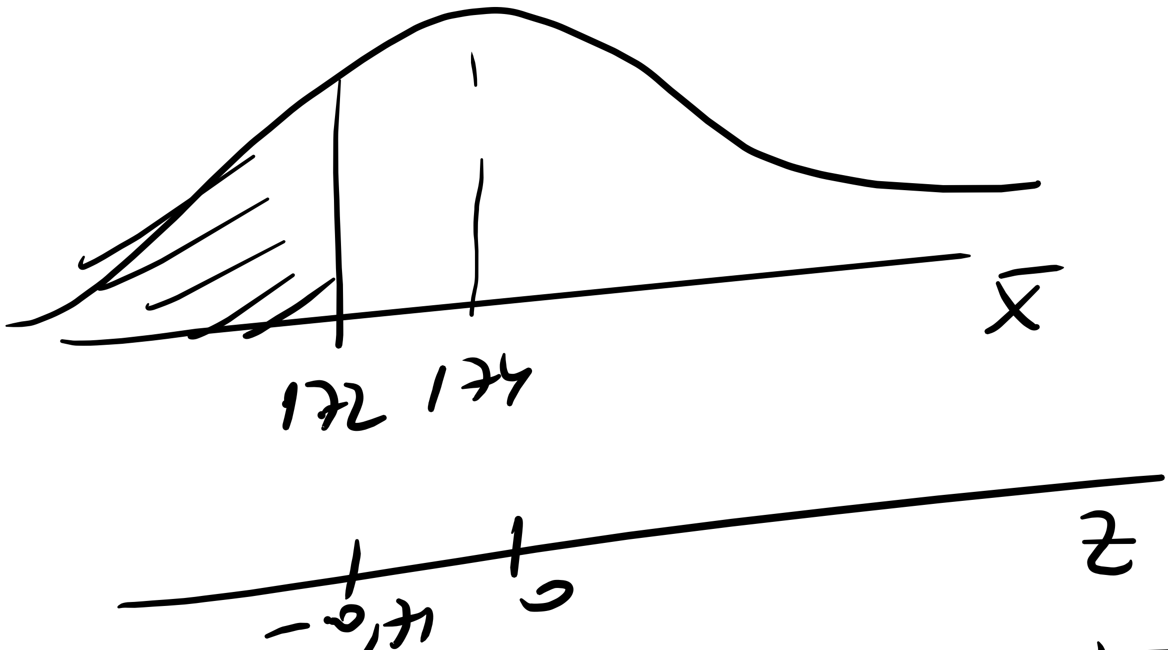
RESPUESTA: n = 71

X = ALTURA DE LOS ESTUDIANTES (cm)

$X \sim N(174 ; 20) \longrightarrow \bar{X} \sim N\left(174 ; \frac{20}{\sqrt{50}}\right)$

$n = 50$

$P(\bar{X} < 172) = P\left(Z < \underbrace{\frac{172 - 174}{\frac{20}{\sqrt{50}}}}_{-0,71}\right)$



$$P(\bar{x} < 172) = P(z < -0{,}71) = 0{,}23975$$

JI (chi) CUADRADO $\rightarrow$ VARIABLE CONTINUA

$$\frac{(n-1)\cdot S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{n-1}$$

EJ

$n = 20 \quad \sigma^2 = 100$

$$\underbrace{P(S^2 > 400)}_{} = P\left(\underbrace{\frac{(n-1)\cdot S^2}{\sigma^2}}_{} > \underbrace{\frac{(20-1)\cdot 400}{100}}_{n^\circ}\right)$$

$$= P\left(\chi^2_{n-1} > n^\circ\right)$$

T-STUDENT

1) $X \sim$ NORMAL
2) σ^2 DESCONOCIDA
3) MUESTRAS PEQUEÑAS (EN GRAL $n < 30$)
4) ÚNICO PARÁMETRO → GRADOS DE LIBERTAD

Ejercicio n° 3

Los precios de los artículos que vende un supermercado, se distribuyen normalmente con media US$ 4 y desvío US$ 0,75. Se toma al azar una muestra de 50 artículos.

¿Cuál es la probabilidad de que el precio promedio de los artículos de la muestra esté entre US$ 3,9 y US$ 4,2?

RESPUESTA: 0,7963

$\bar{x}$

X = PRECIOS DE LOS ARTÍCULOS (U$)

$X \sim N(4; 0{,}75) \longrightarrow \bar{X} \sim N\left(4; \frac{0{,}75}{\sqrt{50}}\right)$

$n = 50$

$P(3{,}9 < \bar{X} < 4{,}2) = P(z_1 < z < z_2)$

$= F[z = z_2] - F[z = z_1]$

Parámetro: Proporción Poblacional p y Estimador: Proporción Muestral

- *Población Normal y Infinita*

$$Z = \frac{\bar{p} - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} \longrightarrow N(0,1)$$

- *Población Normal y Finita*

$$Z = \frac{\bar{p} - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}\left(\frac{N-n}{N-1}\right)}} \longrightarrow N(0,1)$$

Ejercicio n° 2

La proporción de fumadores en la Ciudad de Buenos Aires es de 0,35. Se toma una muestra de 50 personas al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que la proporción de fumadores de la muestra sea menor a 0,30?

RESPUESTA: 0,22965

$\hat{p}$

X = CANTIDAD DE FUMADORES EN CABA

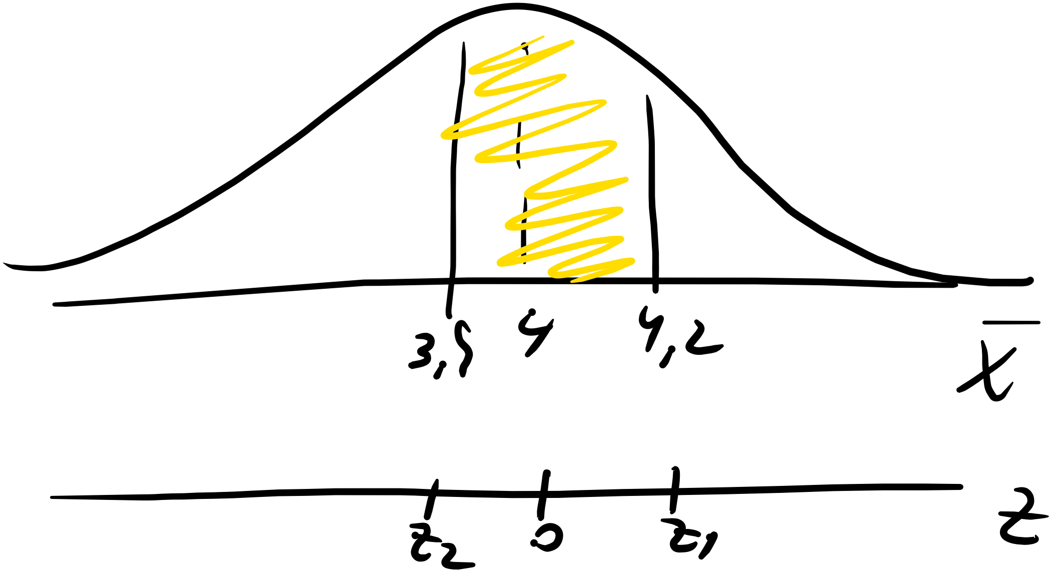
$X \sim B$

$p = 0,35$

$n = 50$

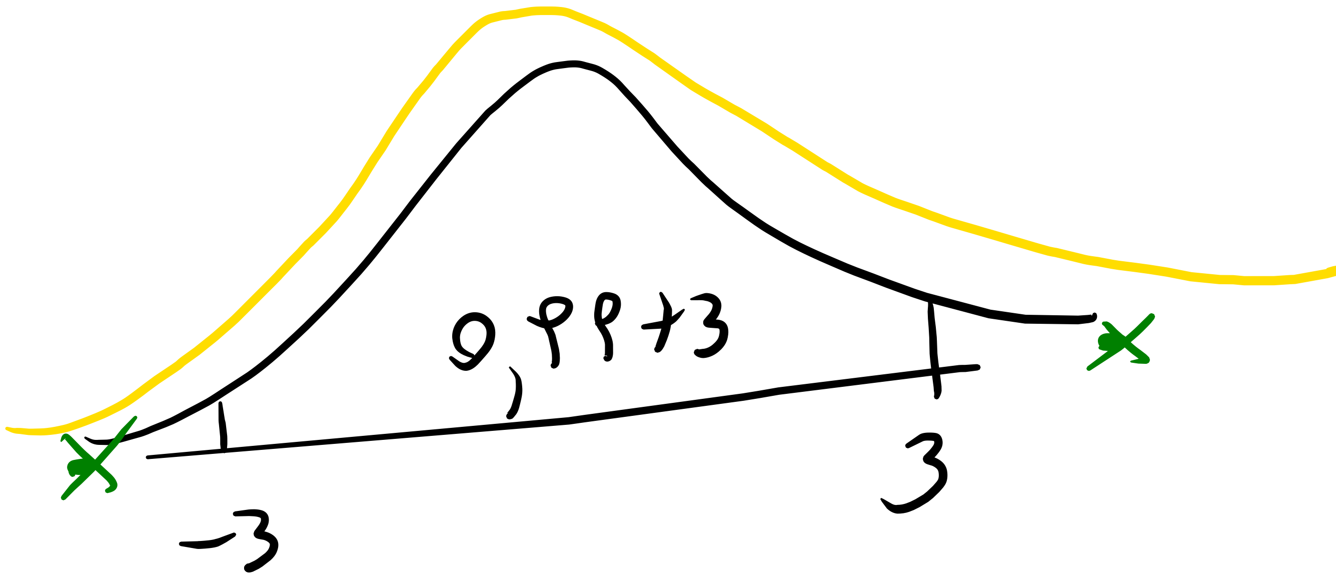
$$P(\hat{p} < 0,30) = P\left(Z < \underbrace{\frac{0,30 - 0,35}{\sqrt{\frac{0,35 \cdot 0,65}{50}}}}_{-0,74}\right)$$

$$= \underline{\underline{0,22965}}$$



$$z_1 = \frac{4,2 - 4}{\frac{0,75}{\sqrt{50}}} = \_\_\_\_$$

$$z_2 = \frac{3,8 - 4}{\frac{0,75}{\sqrt{50}}} = \_\_\_\_$$



0,9973
-3
3