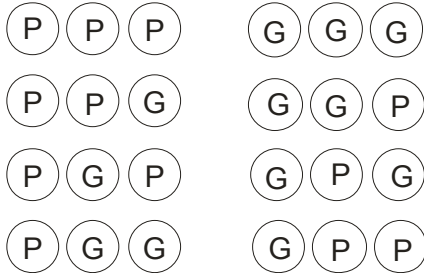


SLUČAJNA PROMENLJIVA I NJENA RASPODELA

Slučajna promenljiva je vrlo važan pojam u teoriji verovatnoće. Njena definicija je malo zeznuta pa se mi njome nećemo baviti već ćemo pokušati da vam pojasnimo rešavanje zadataka...

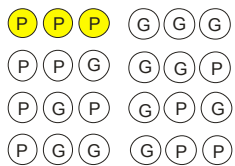
Već smo u ranijim fajlovima iz verovatnoće rešavali nekoliko zadataka sa bacanjem novčića. Podsetimo se situacije kad smo bacali novčić tri puta. Mogu da nastanu sledeće situacije:



Recimo da nas interesuje **broj palih grbova**. Jasno je da može da ne padne nijedan grb (0 puta) , da može da padne jedan grb , dva grba i tri grba. Obeležimo broj palih grbova sa **X** i napravimo “ šemicu ” :

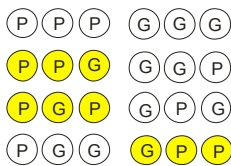
$$X: \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

U zagradi u gornjem redu smo zapisali koliko puta može sve da padne grb u tri bacanja novčića. Ispod ćemo zapisati verovatnoće za svaki broj. Najpre da se podsetimo tih verovatnoća:



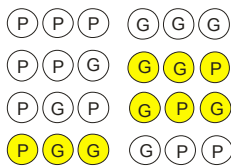
grb pada nijednom

verovatnoća je 1/8



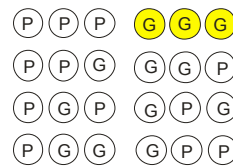
grb pada jednom

verovatnoća je 3/8



grb pada dva puta

verovatnoća je 3/8



grb pada tri puta

verovatnoća je 1/8

Sad ove verovatnoće ubacimo u šemicu: $X: \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ \frac{1}{8} & \frac{3}{8} & \frac{3}{8} & \frac{1}{8} \end{pmatrix}$

Treba uočiti da kada saberemo sve verovatnoće uvek dobijamo jedinicu. $\frac{1}{8} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{8}{8} = 1$

Ovde smo dakle imali **slučajnu promenljivu X** koja predstavlja broj palih grbova i našli smo raspodelu njene verovatnoće.

Dakle, ako slučajna promenljiva X uzima vrednosti x_1, x_2, \dots, x_n kojima odgovaraju verovatnoće p_1, p_2, \dots, p_n

to možemo šematski prikazati sa $X: \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ p_1 & p_2 & \dots & p_n \end{pmatrix}$ gde je $p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1$ i ovo predstavlja raspodelu verovatnoće.

Primer 1.

Kocka se baca dva puta. Ako se sa X označi zbir tačaka dobijenih iz oba bacanja, odrediti raspodelu verovatnoća slučajne promenljive X .

Rešenje:

Uvek najpre ispitamo sve mogućnosti...

1	1	2	1	3	1	4	1	5	1	6	1
1	2	2	2	3	2	4	2	5	2	6	2
1	3	2	3	3	3	4	3	5	3	6	3
1	4	2	4	3	4	4	4	5	4	6	4
1	5	2	5	3	5	4	5	5	5	6	5
1	6	2	6	3	6	4	6	5	6	6	6

Zaključujemo da zbir može biti najmanji 2 a najveći 12 a to nam govori da će gornji red u raspodeli biti:

$$X: \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \end{pmatrix}$$

Sad računamo verovatnoće da će zbir biti 2, pa 3, pa 4 itd.

1	1	2	1	3	1	4	1	5	1	6	1
1	2	2	2	3	2	4	2	5	2	6	2
1	3	2	3	3	3	4	3	5	3	6	3
1	4	2	4	3	4	4	4	5	4	6	4
1	5	2	5	3	5	4	5	5	5	6	5
1	6	2	6	3	6	4	6	5	6	6	6

pao je zbir 2

verovatnoća je 1/36

1	1	2	1	3	1	4	1	5	1	6	1
1	2	2	2	3	2	4	2	5	2	6	2
1	3	2	3	3	3	4	3	5	3	6	3
1	4	2	4	3	4	4	4	5	4	6	4
1	5	2	5	3	5	4	5	5	5	6	5
1	6	2	6	3	6	4	6	5	6	6	6

pao je zbir 3

verovatnoća je 2/36

1	1	2	1	3	1	4	1	5	1	6	1
1	2	2	2	3	2	4	2	5	2	6	2
1	3	2	3	3	3	4	3	5	3	6	3
1	4	2	4	3	4	4	4	5	4	6	4
1	5	2	5	3	5	4	5	5	5	6	5
1	6	2	6	3	6	4	6	5	6	6	6

pao je zbir 4

verovatnoća je 3/36

I tako dalje...

Ubacimo ove vrednosti u šemu i dobijamo:

$$X: \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ \frac{1}{36} & \frac{2}{36} & \frac{3}{36} & \frac{4}{36} & \frac{5}{36} & \frac{6}{36} & \frac{5}{36} & \frac{4}{36} & \frac{3}{36} & \frac{2}{36} & \frac{1}{36} \end{pmatrix}$$

Primer 2.

Strelac koji ima 4 metka gađa u metu dok ne pogodi ili ne utroši sve metke. Broj utrošenih metaka je slučajna promenljiva X . Odrediti raspodelu verovatnoća pod uslovom da je verovatnoća pogodka pri svakom gađanju jednaka 0,8.

Rešenje:

Razmišljamo ovako:

Ako je verovatnoća pogodka 0,8 onda je verovatnoća da će promašiti 0,2 ($1 - 0,8 = 0,2$)

- Ako je pogodio u prvom gađanju imamo verovatnoću 0,8
- Ako je pogodio u drugom gađanju, znači da je u prvom promašio, pa je $0,2 \cdot 0,8 = 0,16$
- Ako je prva dva gađanja promašio a treće pogodio imamo verovatnoću $0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,8 = 0,0032$
- Ako je prva tri puta promašio a pogodio četvrto gađanje, onda je verovatnoća $0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,8 = 0,0064$
- Ako je sva četiri puta promašio imamo $0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,2 = 0,0016$

Pošto je imao 4 metka, raspodela verovatnoće će izgledati:

$$X: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\text{Jasno je da je za } 1, 2 \text{ i } 3 \text{ raspodela } X: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0,8 & 0,16 & 0,032 & ? \end{pmatrix}$$

Kod četvrtog metka su moguće dve situacije, da je tri puta promašio a četvrti put pogodio ili da je sva četiri puta promašio, pa je tu verovatnoća $0,0064 + 0,0016 = 0,008$

$$\text{Konačno imamo } X: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0,8 & 0,16 & 0,032 & 0,008 \end{pmatrix}$$