

模糊分析

一方法简介

在决策过程中，目标函数和约束条件中的系数和参数通常具有不确定性，在某些情况下，可以将其表示为具有可能性分布的模糊参数。然而，大量的因素导致了系统的认知不确定性，如信息无法获取、信息不完整性和决策者的主观判断等，为了处理这些不确定性，模糊可能性规划模型可表示如下：

$$\text{Min } f = \tilde{C}X$$

约束条件：

$$AX \geq \tilde{B}$$

$$X \geq 0$$

在上述模型中， X 代表非模糊决策变量的矢量；系数 B 和 C 是模糊可能性变量，都能够转化为模糊隶属度函数；在约束条件中， A 、 B 分别表示约束左手和右手边的系数，而模糊系数 \tilde{C} 具有连续隶属函数，则可表示如下：

$$\varphi_{\tilde{c}}(x) = \begin{cases} M_{\tilde{c}}(x), & \text{if } c_1 \leq x \leq c_2 \\ 1, & \text{if } c_2 \leq x \leq c_3 \\ N_{\tilde{c}}(x), & \text{if } c_3 \leq x \leq c_4 \\ 0, & \text{if } x < c_1 \text{ or } x > c_4 \end{cases}$$

$M_{\tilde{c}}(x)$ 和 $N_{\tilde{c}}(x)$ 分别是连续递增和连续递减函数。当两者都是线性函数时，模糊数 \tilde{C} 是梯形，当 c_2 等于 c_3 ，模糊数则变为一个三角形。引入期望值算子可以将带有模糊系数的不确定目标函数可以转换为确定目标函数，模糊数 \tilde{C} 上下界期望值定义为：

$$E(\tilde{C})^- = c_2 - \int_{c_1}^{c_2} M_{\tilde{c}}(x)dx = \int_0^1 M_{\tilde{c}}^{-1}(x)dx$$

$$E(\tilde{C})^+ = c_3 + \int_{c_3}^{c_4} N_{\tilde{c}}(x)dx = \int_0^1 M_{\tilde{c}}^{-1}(x)dx$$

上标“-”和“+”分别代表下界和下界。因此，模糊数 \underline{C} 的期望区间、模糊数的期望值可以定义为:

$$EI(\underline{C}) = [E(\underline{C})^-, E(\underline{C})^+] = \left[\frac{1}{2}(c_1 + c_2), \frac{1}{2} \cdot (c_3 + c_4) \right]$$

$$EV(\underline{C}) = \frac{1}{2} [E(\underline{C})^- + E(\underline{C})^+] = \frac{1}{4} \cdot (c_1 + c_2 + c_3 + c_4)$$

$$\text{Min } EV(\underline{C})X$$

因此，当向量是具有确定性目标的线性规划模型的最优解时，它就是该模型的一个可接受的最优解。

同样，可以用四个确定的数字 (b_1, b_2, b_3, b_4) 来表示梯形模糊数 \underline{B} ，其隶属函数定义成:

$$\varphi_{\underline{B}}(x) = \begin{cases} (x - b_1) / (b_2 - b_1), & \text{if } b_1 \leq x \leq b_2 \\ 1, & \text{if } b_2 \leq x \leq b_3 \\ (x - b_4) / (b_3 - b_4), & \text{if } b_3 \leq x \leq b_4 \\ 0, & \text{if } x < b_1 \text{ or } x > b_4 \end{cases}$$

$$\text{nes}\{AX \geq \underline{B}\} \geq \alpha, i = 1, 2, \dots, m$$

上述必然性约束由方程转化而来， $\text{nes}(AX \geq \underline{B})$ 表示的是 AX 不小于 \underline{B} 必然性程度，这一概念常用于解决约束条件下左手的模糊系数。即在实际情况下，决策者更倾向于较高的确定性或需求程度来满足约束条件，这也意味着此时的系统满意度也能达到最优。 α 是一个预先确定的确定性值，代表必然性水平，而决策者能接受的确定性程度不应该低于 0.5。因此，必然性程度不小于 α 水平时，矢量 X 为可行。在此基础上，能够表示 $\underline{B} \leq w$ 的必然性测度如下所示:

$$\text{nes}(\underline{B} \leq w) = 1 - \sup\{\varphi_{\underline{B}}(g) \mid g > w\}, i = 1, 2, \dots, m$$

在上面的式子中， w 为实数； $\varphi_{\underline{B}}$ 是模糊数 \underline{B} 的隶属函数， $\text{nes}(\underline{B} \leq w)$ 表示 \underline{B} 小于等于 w 的必然性程度，显然其大小 $[0, 1]$ 变化，相应地，我们可以明确

地得到 $\tilde{B} \leq w$ 必然性测度定义:

$$nes\{\tilde{B} \leq w\} = \begin{cases} 1, & \text{if } b_4 \leq w \\ (w - b_3) / (b_4 - b_3), & \text{if } b_3 \leq w \leq b_4 \\ 0, & \text{if } b_3 \geq w \end{cases}$$

基于上面的公式, 模糊约束能够转化为以下去模糊约束:

$$AX \geq (1 - \alpha) \cdot b_3 + \alpha \cdot b_4, i = 1, 2, \dots, m$$

案例 1：基于模糊区间整数规划的能源系统规划研究

本案例整合了模糊区间可能性规划与混合整数规划方法，运用到多重不确定因素下深圳市能源系统规划研究。针对目标函数和约束中的能源价格和能源需求等参数，通过引入必然性测度、期望值算子和区间数等处理表现为确定性区间数和模糊边界的区间数的不确定性。有别于传统模糊数学规划方法，避免了中间模型，计算效率更高。模型运行得出一系列优化结果，包括能源供应，电力生产，设备扩容，大气污染减排等，模型设置了政策情景 1 和宽松情景 2 两种排放情景，为优化城市的资源能源的配置方案、制定能源供应和能源消费等相关政策提供了理论支撑，有助于实现城市中期长度的能源系统规划。

该案例建立了一个典型的能源系统规划模型，模型考虑到以下几个方面（1）能源供应：包括原油、汽油、煤油、柴油、燃料油、液化石油气（LPG）、煤、液化天然气（LNG）、核燃料和电力；（2）能源加工：炼油（3）能源转换：考虑了 6 种技术和 23 个发电厂，燃煤发电、天然气发电、核电、垃圾焚烧发电、抽水蓄能发电和光伏发电；（4）电力出口：香港、广东电网；（5）能源终端使用：工业、农业、商业、居民、交通部门；（6）环境管理：三种因化石燃料发电产生的空气污染物，SO₂、NO₂、PM₁₀ 和一种温室气体 CO₂（a）能源购买成本：包括原油购买成本、燃料成本和进口电力成本；（b）能源加工和转换的运行和维护费用，包括固定和可变的运行与维护费用；（c）能源加工和转换的设备扩容费用，包括固定和可变的扩容费用；（d）能源加工与转换产生的大气污染物的减排费用；（e）能源加工和转换的空气污染物排放成本；（f）向相邻电网输出电力费用。目的在于构建一个基于模糊可能性混合整数规划（FIPMP），成本更小的能源系统，共分为 3 个规划时期（2017–2025 年），模型建立如下：

目标函数：

$$\text{Min } f^{\pm} = (a) + (b) + (c) + (d) + (e) - (f)$$

$$(a) = \sum_{s=1}^5 \sum_{k=1}^3 OPM_{sk}^{\pm} \cdot OG_{sk}^{\pm} + \sum_{k=1}^3 COM_k^{\pm} \cdot CG_k^{\pm} + \sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 FGM_{ik}^{\pm} \cdot FG_{ik}^{\pm} + \sum_{m=1}^5 \sum_{k=1}^3 ICE_{mk}^{\pm} \cdot IM_{mk}^{\pm}$$

$$(b) = \sum_{k=1}^3 (FCC_k^{\pm} \cdot ORR_k^{\pm} + VCC_k^{\pm} \cdot SC_k^{\pm}) + \sum_{j=1}^6 \sum_{k=1}^3 \sum_{n=1}^{23} (FCE_{jk}^{\pm} \cdot RCE_{jkn}^{\pm} + VCE_{jk}^{\pm} \cdot AFD_{jkn}^{\pm})$$

$$(c) = \sum_{k=1}^3 (FOK_k^{\pm} \cdot TOE_k^{\pm} + VOK_k^{\pm} \cdot CER_k^{\pm}) + \sum_{j=1}^6 \sum_{k=1}^3 \sum_{n=1}^{23} (FEK_{jk}^{\pm} \cdot TEE_{jkn}^{\pm} + VEK_{jk}^{\pm} \cdot CEE_{jkn}^{\pm})$$

$$(d) = \sum_{k=1}^3 SC_k^{\pm} \cdot (MOS_k^{\pm} + MON_k^{\pm} + MOP_k^{\pm}) + \sum_{j=1}^6 \sum_{k=1}^3 \sum_{n=1}^{23} AFD_{jkn}^{\pm} \cdot (MES_{jk}^{\pm} + MEN_{jk}^{\pm} + MEP_{jk}^{\pm})$$

$$(e) = \sum_{k=1}^3 SC_k^{\pm} \cdot \begin{bmatrix} EOS_k^{\pm} \cdot (1 - GOS_k) COS_k^{\pm} \\ + EON_k^{\pm} \cdot (1 - GON_k) CON_k^{\pm} \\ + EOP_k^{\pm} \cdot (1 - GOP_k) COP_k^{\pm} \end{bmatrix} + \sum_{j=1}^6 \sum_{k=1}^3 \sum_{n=1}^{22} AFD_{jkn}^{\pm} \cdot \begin{bmatrix} PES_{jk}^{\pm} \cdot (1 - GES_{jk}) \cdot CES_{jk}^{\pm} \\ + PEN_{jk}^{\pm} \cdot (1 - GEN_{jk}) \cdot CEN_{jk}^{\pm} \\ + PEP_{jk}^{\pm} \cdot (1 - GEP_{jk}) \cdot CEP_{jk}^{\pm} \end{bmatrix}$$

$$(f) = \sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^3 EXE_{lk}^{\pm} \cdot EM_{lk}^{\pm}$$

约束条件:

(1) 能源资源可获取度

$$OG_{sk}^{\pm} \leq AVO_{sk}^{\pm}, \forall s, k$$

$$CG_k^{\pm} \leq AVC_k^{\pm}, \forall k$$

$$\sum_{n=1}^{23} AFD_{jkn}^{\pm} \cdot ET_{jkn}^{\pm} \leq AVR_{jk}^{\pm}, \forall j, k$$

(2) 能源供需平衡约束

$$CG_k^{\pm} \geq CDQ_k^{\pm}, \forall k$$

$$OG_{sk}^{\pm} + PT_f \cdot SC_k^{\pm} \geq \sum_{m=1}^5 PDU_{skm}^{\pm}, \forall k, s = f = 1, 2, 3, 4$$

$$OG_{sk}^{\pm} \geq \sum_{m=1}^5 PDU_{skm}^{\pm}, \forall k, s = 5$$

$$FG_{ik}^{\pm} \geq DFE_{ik}^{\pm}, \forall k, i$$

(3) 电力供需平衡

$$\sum_{j=1}^6 \sum_{n=1}^{23} AFD_{jkn}^{\pm} - \sum_{l=1}^2 EM_{lk}^{\pm} + \sum_{m=1}^5 IM_{mk}^{\pm} \geq \sum_{m=1}^5 (1 + LDR_k) \cdot DGE_{mk}^{\pm}, \forall k$$

(4) 炼油过程生产容量约束

$$ORR_k^\pm + CER_k^\pm - ORL_k^\pm \geq SC_k^\pm, \forall k$$

(5) 炼油过程容量变化约束

$$ORR_k^\pm + CER_k^\pm - ORL_k^\pm = ORR_{k+1}^\pm, \forall k$$

(6) 发电厂容量变化约束

$$RCE_{jkn}^\pm + CEE_{jkn}^\pm - CLE_{jkn}^\pm = RCE_{j(k+1)n}^\pm, \forall j, k, n$$

(7) 电厂发电约束

$$(RCE_{jkn}^\pm + CEE_{jkn}^\pm - CLE_{jkn}^\pm) \cdot OTE_{jkn}^\pm \cdot (1 - SUE_{jkn}^\pm) \geq AFD_{jkn}^\pm, \forall j, k, n = 1, \dots, 23$$

(8) 大气污染物控制约束

$$SC_k^\pm \cdot HOS_k^\pm \cdot (1 - GOS_k) + \sum_{j=1}^6 \sum_{n=1}^{23} AFD_{jkn}^\pm \cdot HES_{jkn}^\pm \times (1 - GES_{jkn}) \leq EL\tilde{S}_k^\pm, \forall k$$

$$SC_k^\pm \cdot HON_k^\pm \cdot (1 - GON_k) + \sum_{j=1}^6 \sum_{n=1}^{23} AFD_{jkn}^\pm \cdot HEN_{jkn}^\pm \times (1 - GEN_{jkn}) \leq EL\tilde{N}_k^\pm, \forall k$$

$$SC_k^\pm \cdot HOP_k^\pm \cdot (1 - GOP_k) + \sum_{j=1}^6 \sum_{n=1}^{23} AFD_{jkn}^\pm \cdot HEP_{jkn}^\pm \times (1 - GEP_{jkn}) \leq EL\tilde{P}_k^\pm, \forall k$$

(9) 二氧化碳控制约束

$$\begin{aligned} & \sum_{s=f=1}^4 (OG_{sk}^\pm + PT_f \cdot SC_k^\pm) \cdot CCO_{sk}^\pm + OG_{5k}^\pm \cdot CCO_{5k}^\pm \\ & + ORP_k^\pm \cdot HOC_k^\pm + \sum_{j=1}^6 \sum_{n=1}^{23} (AFD_{jkn}^\pm \cdot HEC_{jkn}^\pm) \leq EL\tilde{C}_k^\pm, \forall k \end{aligned}$$

(10) 能源加工和转换扩容约束

$$TOE_k^\pm = \begin{cases} = 1, & \text{if capacity expansion is undertaken} \\ = 0, & \text{if otherwise} \end{cases}, \forall k$$

$$0 \leq CER_k^\pm \leq ULO_k^\pm \cdot TOE_k^\pm, \forall k$$

$$TEE_{jkn}^\pm = \begin{cases} = 1, & \text{if capacity expansion is undertaken} \\ = 0, & \text{if otherwise} \end{cases}, \forall j, k, n$$

$$0 \leq CEE_{jkn}^{\pm} \leq ULE_{jkn}^{\pm} \cdot TEE_{jkn}^{\pm}, \forall j, k, n$$

(11) 技术约束

$$OG_{sk}^{\pm}, CG_k^{\pm}, IM_{km}^{\pm}, EM_{kl}^{\pm}, SC_k^{\pm}, AFD_{jkn}^{\pm} \geq 0, \forall s, j, k, l, m, n$$

f^{\pm} 表示预期的系统成本规划周期（¥106）。

表 1、图 1 和图 2 分别显示了在两种情景模式下，多个 α 水平的原油购买量、进口电力情况和系统成本情况。决策者在满足资源及电力的供需水平约束（供应不小于需求）的必然性水平、电力进出口、设备扩容、系统成本和大气污染物的控制等方面，面临着满足优化解决方案的权衡与取舍。随着能源利用、设备容量和空气污染物排放标准的限制，能源供应将面临更高的挑战和风险。 $\alpha=0.8$ ，表示能源供应大于需求的确定性水平以及电力供应大于需求的水平都不低于 0.8。其中电力供应包含了电力进口和电力出口情况，由此可知， α 水平在一定程度上反应了确定性程度和决策者的对违约风险的态度。

表 1 两种情景下不同 α 水平的原油购买方案

α 水平	情景	时期 1	时期 2	时期 3
0.6	1	[511.32, 519.75]	[513.35, 520.21]	[514.77, 521.75]
	2	[515.25, 523.46]	[517.42, 524.37]	[517.59, 524.78]
0.7	1	[514.29, 522.76]	[516.73, 523.72]	[517.90, 525.04]
	2	[518.57, 527.42]	[520.38, 527.63]	[521.33, 529.81]
0.8	1	[517.38, 525.69]	[520.00, 527.37]	[521.04, 528.40]
	2	[522.00, 530.12]	[524.35, 531.60]	[525.04, 532.38]
0.9	1	[520.36, 528.71]	[523.27, 531.04]	[524.26, 531.66]
	2	[525.63, 533.90]	[528.52, 537.13]	[528.27, 535.92]
1	1	[523.34, 531.73]	[526.65, 534.62]	[527.39, 534.98]
	2	[529.28, 537.26]	[532.19, 540.16]	[533.61, 540.00]

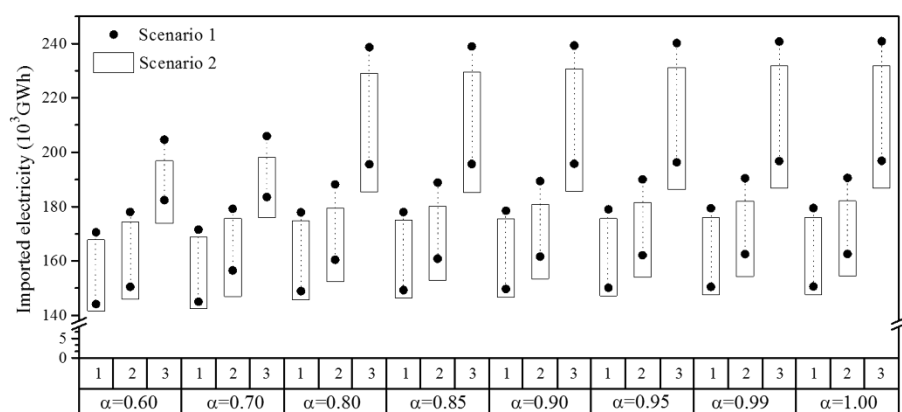
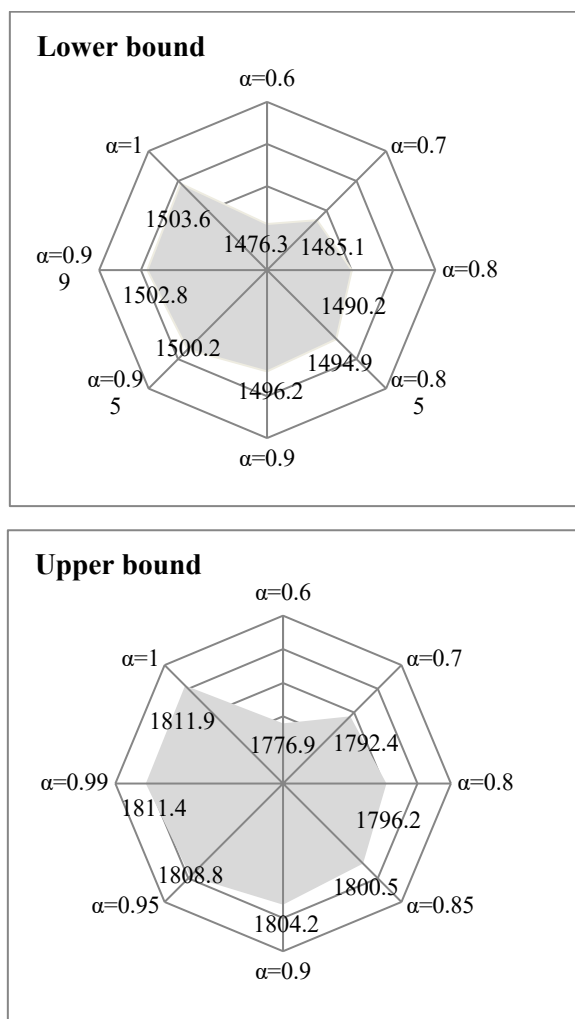


图 1 两种情景下不同 α 水平下的进口电量

情景 1:



情景 2:

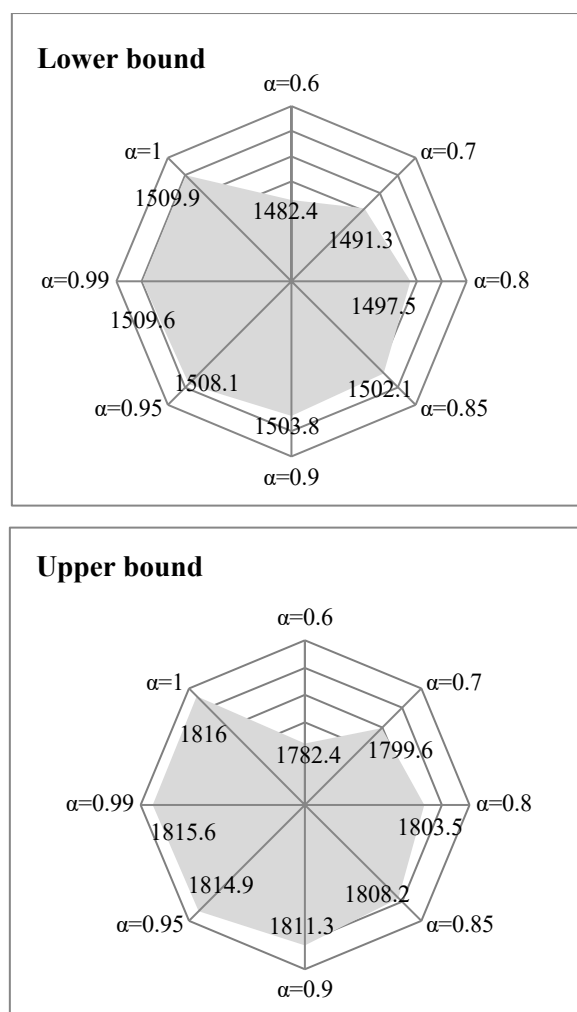


图 2 两种情景下不同 α 水平下的系统成本

案例 1：基于模糊随机优化的水文水资源系统风险分析与管理

在水文水资源风险分析与管理中，当一些不确定性参数的概率分布信息难以获得时，更易获得的模糊隶属函数可以解决该数据缺陷。因此将模糊和随机方法相结合，能更好地表征水文水资源系统中存在的多重不确定性。具体来讲，用模糊随机方法表达径流量的不确定性，以支持不确定环境下的水文水资源系统风险分析与管理。此外，水文水资源风险管理系统具有高维不确定性和多目标性，且其成分之间具有复杂的互动关系。这些复杂性将会对水文水资源

风险管理决策方案的制定产生不容忽视的影响。因此，本研究在水文水资源系统辨识和随机水文模拟及不确定性分析的基础上，结合模糊、随机和因子分析等方法，开发了基于模糊随机优化的风险分析与管理模型，进而为多层次水资源系统风险管理提供决策支持。

在进行水资源优化配置时，需要考虑水库对水资源配置的影响及水库在水文水资源风险管理中的作用。在快速城市化和气候变化的双重压力下，决策者必须在多水库的背景下获得更全面的水资源系统规划，以最大程度地减少随机自然灾害造成的损失，并最大限度地提高人类活动产生的经济效益。因此，本研究通过引入两阶段随机规划、风险管理和模糊规划方法，提出了一种混合模糊随机风险分析（MFSR）方法，并将其耦合于水资源系统的风险管理框架中。该方法不仅可以处理表达为概率分布的不确定性，还可以评估在两阶段环境中基于目标的风险暴露水平和收益水平的风险，这对于控制决策过程中追索行为的可变性是有益的。具体来说，其目标函数如下：

$$\text{Max } f = uw - \sum_{h=1}^r p_h q(v, \delta_h)$$

约束条件:

$$R(\delta_h)w + S(\delta_h)v = g(\delta_h), \delta_h \in \Omega$$

$$uw - q(v, \delta_h) \leq \varepsilon + RB_h(1 - X_h)$$

$$uw - q(v, \delta_h) \geq \varepsilon - RB_h X_h$$

$$\sum_{h=1}^H P_h X_h(w, \varepsilon) \leq \varepsilon$$

$$X_h(w, \varepsilon) = \begin{cases} 1 & \text{if } uw - q(v, \delta_h) \geq \varepsilon \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$aw \leq c_n^2 + (1 - 2\alpha)(c_n^2 - c_n^1)$$

$$w \geq 0$$

$$v \geq 0$$

在上述模型中， w 是第一阶段的变量， v 是第二阶段的变量， u 是系数参数， h 代表不同的情景， P_h 是在情景 h 下未达到目标利益的概率， X_h 是每种情景下的二进制变量， ε 是目标水平， α 是置信水平， δ_h 是经过第一阶段决策之后的随机事件。

采用模糊随机风险分析可以研究不同 ε 水平下，洪水发生的风险和相应损失，如图 3 所示。结果表明，当流量高（表示为“H”）时，洪灾风险显著，进而波及系统收益；当水流量很高（表示为“VH”）时，洪灾风险加剧，便有必要采取防洪减灾行动，进而从更大程度影响系统收益。洪水发生的风险可以由 ε 水平反映，其中水资源管理目标包括累积洪灾风险与系统收益（或洪灾损失）。因此，洪水造成的损失将随着 ε 水平的增加而增加。

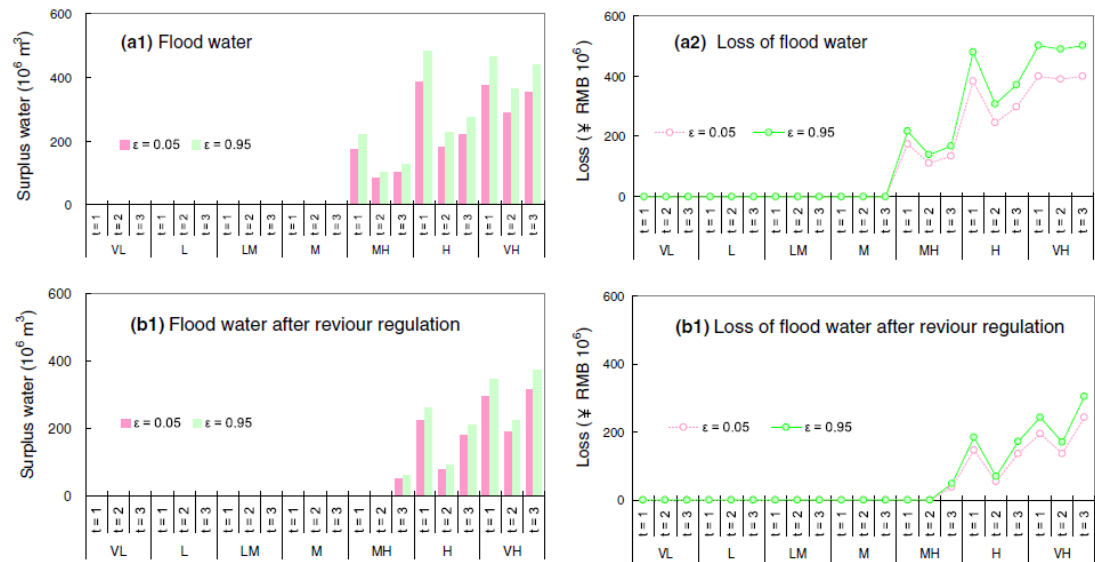


图 3. 不同 ε 水平下的洪灾风险与相应损失。

图 4 为不同风险水平下水资源系统的收益情况。结果表明，高收益（即高 ε 水平）对应的风险大于低收益（即低 ε 水平）下的风险。决策者对于风险的判断将会影响最终的管理方案。

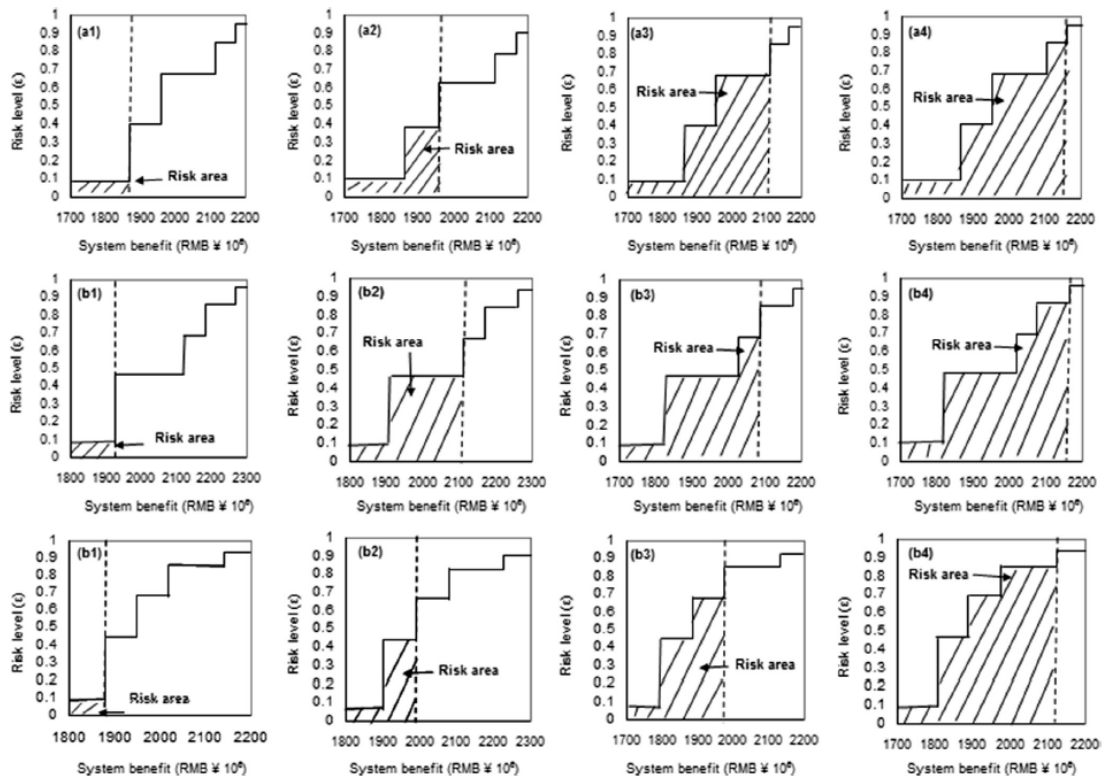


图 4. 不同风险水平下的系统收益。

案例 2：基于模糊机会约束分式规划的水资源系统风险管理

在水资源优化配置的问题中，需要考虑经济和环境等多重目标的权衡问题。在传统的多目标规划问题中，研究者通常通过对各个子目标设置权重来将多目标问题转化成单目标问题，但这并不能做到完全的公正与客观。因此，为避免主观因素对决策的影响，本研究进一步开发了模糊机会约束分式规划（FSFP）方法。该方法将双目标问题改写成比例目标的形式，不仅避免了给各个目标直接或间接地设置权重，还能够为平衡两个目标之间的关系提供更多关键信息。其中，规划目标为：

$$\text{Max } f(x) = \frac{\sum_{j=1}^n \tilde{c}_j x_j + \beta}{\sum_{j=1}^n \tilde{d}_j x_j + \gamma}$$

约束条件：

$$\Pr[\sum_{j=1}^n \tilde{a}_{ij} x_j \leq b_i(t)] \geq 1 - \tilde{p}_i, \quad i = 1, \dots, \eta$$

$$a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i = \eta + 1, \eta + 2, \dots, n$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, m$$

研究引入了“模糊测度的可能性及必然性”理论所提出的四个优势度指标，即可能优先集（Possibility of Dominance, PD）、可能严格优先集（Possibility of Strict Dominance, PSD）、必然优先集（Necessity of Dominance, ND），以及必然严格优先集（Necessity of Strict Dominance, NSD）。当模型中的模糊参数均为三角模糊集时，则 $\tilde{a}_{ij} = (\underline{a}_{ij}, a_{ij0}, \bar{a}_{ij})$ ， $\tilde{p}_i = (\underline{p}_i, p_{i0}, \bar{p}_i)$ 。因此该模型可以改写为：

目标函数：

$$\text{Max } f(x) = \frac{\sum_{j=1}^n ((1-\alpha)\bar{c}_j + \alpha c_{j0})x_j + \beta}{\sum_{j=1}^n ((1-\alpha)\underline{d}_j + \alpha d_{j0})x_j + \gamma}$$

约束条件:

$$\text{PD: } \sum_{j=1}^n ((1-\alpha)\underline{a}_{ij} + \alpha a_{ij0})x_j \leq b_i(t)^{((1-\alpha)\bar{p}_i + \alpha p_{i0})}, i=1, 2, \dots, \eta$$

$$\text{PSD: } \sum_{j=1}^n ((1-\alpha)\bar{a}_{ij} + \alpha a_{ij0})x_j \leq b_i(t)^{((1-\alpha)\bar{p}_i + \alpha p_{i0})}, i=1, 2, \dots, \eta$$

$$\text{ND: } \sum_{j=1}^n ((1-\alpha)\underline{a}_{ij} + \alpha a_{ij0})x_j \leq b_i(t)^{((1-\alpha)\underline{p}_i + \alpha p_{i0})}, i=1, 2, \dots, \eta$$

$$\text{NSD: } \sum_{j=1}^n ((1-\alpha)\bar{a}_{ij} + \alpha a_{ij0})x_j \leq b_i(t)^{((1-\alpha)\underline{p}_i + \alpha p_{i0})}, i=1, 2, \dots, \eta$$

$$a_{ij}x_j \leq b_i, i=\eta+1, \eta+2, \dots, n$$

$$x_j \geq 0, j=1, \dots, m$$

本研究将所开发的 FSFP 模型应用于水资源系统风险管理的实例中。在系统分析经济和环境现状及其相互作用的基础上，本研究所构建的流域水资源管理模型的目标函数可表为：

$$\text{Max } f(x) = \frac{\sum_i \sum_j \left[\sum_u (b_{iju} - a_{iju})X_{iju} + \sum_v (b_{ijv} - a_{ijv})X_{ijv} \right]}{\sum_i \sum_j \left(\sum_u P_{iju}X_{iju} + \sum_v P_{ijv}X_{ijv} \right)}$$

当 $p_R = 0.25$, $\alpha_p = 0.8$ 时，在 PD, PSD, ND 以及 NSD 这四种模糊优势度指标下所得到的比例目标值依次为 3348.45, 3338.79, 3324.00 以及 3314.17。

当 $p_R = 0.25$ 时，不同模糊优势度指标下目标值的比较如图 5 所示。可以看到，在 $p_R = 0.05$ 、0.10 和 0.25 三种情景下，当 α -截集为 0.2 和 0.5 时，有 $f_{\text{PD}} > f_{\text{PSD}} >$

f_{ND} ；当 α -截集为 0.8 时，有 $f_{PD} > f_{PSD} > f_{ND} > f_{NSD}$ 。图 6 更直观地展示了 30 组结果的差异，并得到了同样的结论。因此，PD 指标所对应的是对系统最有利的条件。与之相反，NSD 指标所对应的是对系统最不利的条件。此外，对每个 α -截集下的每种模糊优势度指标，都有 $f_{p_R=0.05} < f_{p_R=0.1} < f_{p_R=0.25}$ 。这是因为，当违约概率 p_R 升高时，系统的违约风险增大，此时系统可以取得更大的综合收益但要承担更高的风险。相反，如果想要降低系统违约的风险，将会得到较低的系统收益。另外，当 $p_R = 0.25$ 时，在 PD 和 PSD 情况下， $f_{\alpha=0.2} > f_{\alpha=0.5} > f_{\alpha=0.8}$ ；在 ND 情况下， $f_{\alpha=0.2} < f_{\alpha=0.5} < f_{\alpha=0.8}$ 。以 PD 情况为例进行分析，该情况下当 α -截集为较高水平时，比例目标值较低。这是因为若 α 的值变大，左手边 $(1-\alpha)\bar{\xi} + \alpha\xi_0$ 的值变小，而右手边 $L_{ij}^{(1-\alpha)\bar{p}_L + \alpha p_{L0}}$ 的值变大，因此左手边大于等于右手边这个关系式就变得更难成立，故目标值变小。对其它模糊优势度指标下所得到的结果，也可以作类似分析。

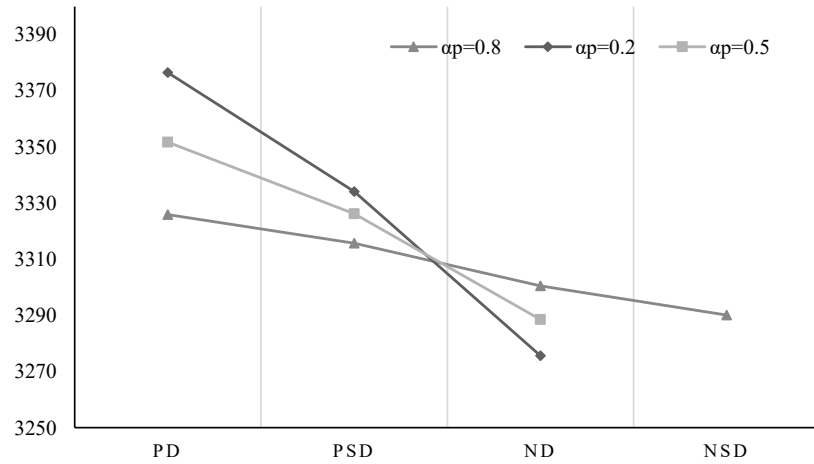


图 5. 不同模糊优势度指标下目标值的比较。

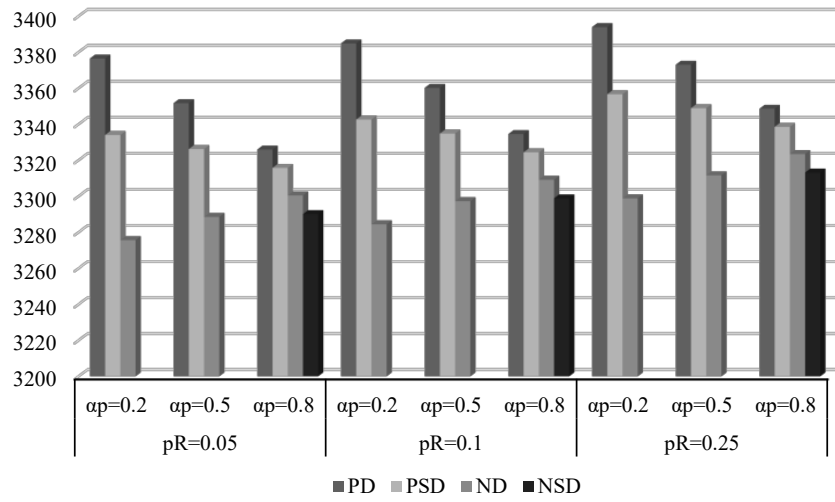


图 6. 不同情境下目标值的比较。

此外，针对水文过程中的随机性、人类活动所造成的不确定性以及二者间的多重互动关系，有必要在系统规划过程中同时考虑不确定性以及互动性。因此，本研究还开发了一种基于 Taguchi 的 2 型模糊随机优化（TFRO）方法，以支持不确定条件下的水资源系统风险管理。

具体来说，为了应对约束中的随机性和双层模糊性，将 Karnik-Mendel 算法和机会约束规划（CCP）技术集成到一个总体框架中。目标函数可表达如下：

$$\text{Max } f^{\pm} = \sum_{j=1}^n \left[C_{(\bar{c}_j)_\alpha}^-, C_{(\bar{c}_j)_\alpha}^+ \right] x_j^{\pm}$$

其约束为：

$$\sum_{j=1}^n \left[C_{(\bar{a}_{ij})_\alpha}^-, C_{(\bar{a}_{ij})_\alpha}^+ \right] x_j^{\pm} \leq \left[C_{(\bar{\omega}_i)_\alpha}^-, C_{(\bar{\omega}_i)_\alpha}^+ \right] + \delta_i \cdot \Phi_{p_i}^{-1}, i = 1, 2, \dots, S$$

$$\sum_{j=1}^n \left[C_{(\bar{a}_{ij})_\alpha}^-, C_{(\bar{a}_{ij})_\alpha}^+ \right] x_j^{\pm} \leq \left[C_{(\bar{b}_i)_\alpha}^-, C_{(\bar{b}_i)_\alpha}^+ \right], i = s + 1, s + 2, \dots, m$$

$$x_j^{\pm} \geq 0, j = 1, \dots, n$$

在上述模型的基础上，通过引入 Taguchi 设计和方差分析，建立了 Taguchi-factorial 2 型模糊随机优化模型（Taguchi-factorial TFRO），研究了不同参数及其相互作用对模型输出的影响。具体来说，研究了多个与经济和水资源系统相关的不确定性参数，并揭示了这些不确定性参数与模型输出之间的互动关系。结果表明，地表水径流量的期望值和系统违约水平对 4 种响应都有显著影响（如图 7 所示）。

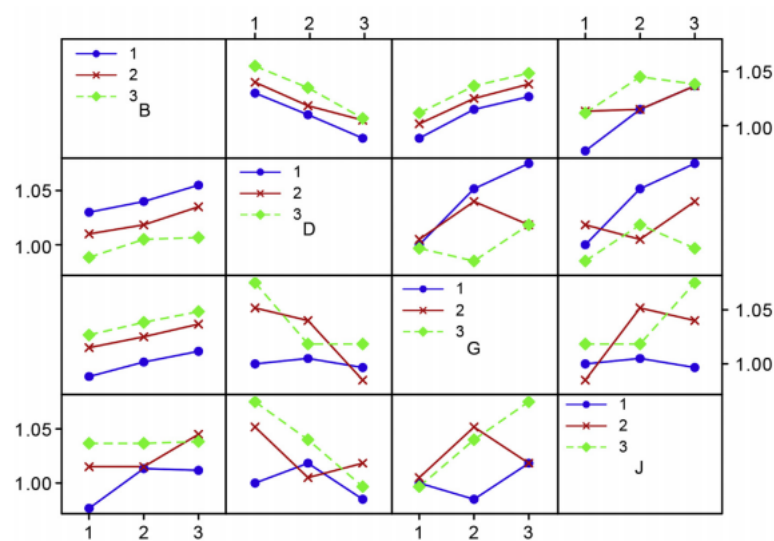


图 7. 模型参数的交互作用对系统目标的影响。

