

7. Для задачи

$$X(k+1) = 18X(k) + u(k) + W(k), \quad m_0 = 3, \quad D_0^x = 6,$$

$$Y(k) = 18X(k) + V(k), \quad k = 0, 1, 2; \quad R_1 = R_2 = 1,$$

$$J = M \left\{ \sum_{k=0}^2 [18u^2(k) + X^2(k)] + 17X^2(3) \right\} \rightarrow \min$$

найти оптимальный регулятор с накоплением информации.
Указание. См. пример 14.1

Сравнивая с общим случаем, имеем:

$$A(k) = 18, \quad B(k) = 1, \quad C(k) = 18, \quad D(k) = 18, \quad S(k) = 1, \quad L = 17, \quad N = 3$$

Находим опт. лнк. регулятор для соотв. детермин. задачи

$$x(k+1) = 18x(k) + u(k), \quad k = 0, 1, 2, \quad x(0) = x_0$$

$$I = \sum_{k=0}^2 [18u^2(k) + x^2(k)] + 17x^2(3) \rightarrow \min$$

$$\text{Составим: } L(k) = [18 + P(k+1)]^{-1} \cdot 18P(k+1)$$

$$P(k) = 1 + 18L^2(k) + [18 - L(k)]^2 P(k+1), \quad k = 0, 1, 2, \quad P(3) = 17$$

$$\text{Находим решение ур-я: } P(3) = 17, \quad P(2) = \frac{99179}{35}, \quad L(2) = \frac{306}{35}; \quad P(1) = \frac{578511737}{99809}$$

$$L(1) = \frac{1785222}{9980}, \quad P(0) = \frac{3374460758483}{580308299}, \quad L(0) = \frac{10413211266}{580308299}$$

Оптимальный линейный дет. регулятор оуп-вл:

$$u^*(0, x) = -L(0)x = -\frac{10413211266}{580308299}x; \quad u^*(1, x) = -L(1)x = -\frac{1785222}{9980}x; \quad u^*(2, x) = -L(2)x = -\frac{306}{35}x$$

Интегрируем оптимальный линейный фильтр.

$$K(k) = 18\bar{\Gamma}(k)[324\bar{\Gamma}(k) + 1]^{-1}, \quad k = 1, 2$$

$$\bar{\Gamma}(k+1) = 324\Gamma(k) + 1, \quad k = 0, 1, \quad \bar{\Gamma}(0) = D_0^x = 6$$

$$\Gamma(k) = \bar{\Gamma}(k) - 18\bar{\Gamma}(k)[324\bar{\Gamma}(k) + 1]^{-1} \cdot 18\bar{\Gamma}(k), \quad k = 1, 2, \quad \Gamma(0) = D_0^x = 6$$

$$\text{Решение: } \bar{\Gamma}(1) = 1945; \quad \Gamma(1) = \frac{1225667035}{630181}, \quad \bar{\Gamma}(2) = 630181;$$

$$\Gamma(2) = \frac{128669491341487}{204178645}; \quad K(1) = \frac{35010}{630181}, \quad K(2) = \frac{11343258}{204178645}$$

Согласно теор. разделения оптимальное управление с накоплением инф.:

$$u^*(0) = -L(0)\hat{x}(0) = -\frac{10413211266}{580308299}\hat{x}(0); \quad \hat{x}(0) = m_0 = 3$$

$$u^*(1) = -L(1)\hat{x}(1) = -\frac{1785222}{9980}\hat{x}(1), \quad u^*(2) = -\frac{306}{35}\hat{x}(2)$$

Минимальное значение функционала.

$$\min J = P(0)D_0^x + P(1)R_1(0) + P(2)R_1(1) + P(3)R_1(2) + \Gamma(0)L(0)[P(1)+1]L(0) +$$

$$+ \Gamma(1)L(1)[P(2)+1]L(1) + \Gamma(2)L(2)[P(3)+1]L(2) \approx 3,13 \cdot 10^5$$