

9. Найти свободное движение, вынужденное движение и выходной сигнал дискретной системы с помощью  $z$ -преобразования

$$x_1(k+1) = x_2(k),$$

$$x_2(k+1) = -68x_1(k) + 21x_2(k) + g(k);$$

$$y(k) = x_1(k) - x_2(k),$$

$$x_1(0) = 3, \quad x_2(0) = 3; \quad g(k) = 2.$$

Изображение входного сигнала.

$$G(z) = Z[g(k)] = \frac{2z}{z-1}$$

Передающее функции.

$$ZE - A = \begin{pmatrix} z & 0 \\ 0 & z \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -68 & 21 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z & -1 \\ 68 & z-21 \end{pmatrix}$$

$$(ZE - A)^{-1} = \frac{1}{(z-4)(z-17)} \begin{pmatrix} z-21 & 1 \\ -68 & z \end{pmatrix}$$

$$C(ZE - A)^{-1} = \frac{1}{(z-4)(z-17)} (1 \quad -1) \begin{pmatrix} z-21 & 1 \\ -68 & z \end{pmatrix} = \frac{1}{(z-4)(z-17)} (z+47 \quad 1-z)$$

$$W^x(z) = (ZE - A)^{-1} B = \frac{1}{(z-4)(z-17)} \begin{pmatrix} z-21 & 1 \\ -68 & z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{(z-4)(z-17)} \begin{pmatrix} 1 \\ z \end{pmatrix}$$

$$W^y(z) = C(ZE - A)^{-1} B = \frac{1}{(z-4)(z-17)} (1 \quad -1) \begin{pmatrix} 1 \\ z \end{pmatrix} = \frac{1-z}{(z-4)(z-17)}$$

Изображение  $z$ -ов изначальных  $b$ -ов состояния и выхода:

$$X(z) = (ZE - A)^{-1} Zx_0 + W^x(z) \cdot G(z) = \frac{1}{(z-4)(z-17)} \begin{pmatrix} z-21 & 1 \\ -68 & z \end{pmatrix} z \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix} + \frac{2z}{(z-1)(z-4)(z-17)} \begin{pmatrix} 1 \\ z \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{3z^2-60z}{(z-4)(z-17)} \\ \frac{3z^2-204z}{(z-4)(z-17)} \end{pmatrix}}_{X_c(z)} + \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{2z}{(z-1)(z-4)(z-17)} \\ \frac{2z^2}{(z-1)(z-4)(z-17)} \end{pmatrix}}_{X_{\text{вн}}(z)}.$$

$$Y(z) = C(ZE - A)^{-1} Zx_0 + W^y(z) \cdot G(z) = \frac{1}{(z-4)(z-17)} (z+47 \quad 1-z) z \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix} + \frac{1-z}{(z-4)(z-17)} \cdot \frac{2z}{z-1} = \underbrace{\frac{144z}{(z-4)(z-17)}}_{Y_c(z)} + \underbrace{\frac{2z}{(z-4)(z-17)}}_{Y_{\text{вн}}(z)} = \frac{146z}{(z-4)(z-17)}$$

3-ий изгибания векторов сест и выхода.

$$\frac{3z^2 - 60z}{(z-4)(z-17)} = \frac{48}{13} \frac{z}{z-4} - \frac{9}{13} \frac{z}{z-17}$$

$$\frac{3z^2}{(z-4)(z-17)} = A \frac{z}{z-4} + B \frac{z}{z-17} \Rightarrow \begin{cases} A = -\frac{12}{13} \\ B = \frac{51}{13} \end{cases}$$

$$\frac{-60z}{(z-4)(z-17)} = A \frac{z}{z-4} + B \frac{z}{z-17} \Rightarrow \begin{cases} A = \frac{60}{13} \\ B = -\frac{60}{13} \end{cases}$$

$$\frac{3z^2 - 204z}{(z-4)(z-17)} = \frac{192}{13} \frac{z}{z-4} - \frac{153}{13} \frac{z}{z-17}$$

$$\frac{3z^2}{(z-4)(z-17)} = A \frac{z}{z-4} + B \frac{z}{z-17} \Rightarrow \begin{cases} A = -\frac{12}{13} \\ B = \frac{51}{13} \end{cases}$$

$$\frac{-204z}{(z-4)(z-17)} = A \frac{z}{z-4} + B \frac{z}{z-17} \Rightarrow \begin{cases} A = \frac{204}{13} \\ B = -\frac{204}{13} \end{cases}$$

$$\frac{2z}{(z-1)(z-4)(z-17)} = \frac{1}{24} \frac{z}{z-1} - \frac{2}{39} \frac{z}{z-4} + \frac{1}{104} \frac{z}{z-17}$$

$$\frac{2z}{(z-1)(z-4)(z-17)} = A \frac{z}{z-1} + B \frac{z}{z-4} + C \frac{z}{z-17} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} A = \frac{1}{24} \\ B = -\frac{2}{39} \\ C = \frac{1}{104} \end{cases}$$

$$\frac{2z^2}{(z-1)(z-4)(z-17)} = \frac{1}{24} \frac{z}{z-1} - \frac{8}{39} \frac{z}{z-4} + \frac{17}{104} \frac{z}{z-17}$$

$$\frac{2z^2}{(z-1)(z-4)(z-17)} = A \frac{z}{z-1} + B \frac{z}{z-4} + C \frac{z}{z-17} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} A = \frac{1}{24} \\ B = -\frac{8}{39} \\ C = \frac{17}{104} \end{cases}$$

$$\frac{146z}{(z-4)(z-17)} = -\frac{146}{13} \frac{z}{z-4} + \frac{146}{13} \frac{z}{z-17}$$

$$\frac{146z}{(z-4)(z-17)} = A \frac{z}{z-4} + B \frac{z}{z-17} \Rightarrow \begin{cases} A = -\frac{146}{13} \\ B = \frac{146}{13} \end{cases}$$

$$X(k) = Z^{-1}[X(z)] = \begin{pmatrix} \frac{48}{13} 4^k - \frac{9}{13} 17^k \\ \frac{192}{13} 4^k - \frac{153}{13} 17^k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{24} - \frac{2}{39} 4^k + \frac{1}{104} 17^k \\ \frac{1}{24} - \frac{8}{39} 4^k + \frac{17}{104} 17^k \end{pmatrix}$$

$$Y(k) = Z^{-1}[Y(z)] = -\frac{146}{13} 4^k + \frac{146}{13} 17^k$$