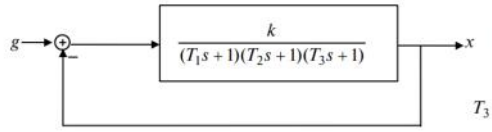
Попова Наталья М8О-405Б-20 В-16

6. Найти все положительные значения коэффициента усиления k, при которых система будет устойчивой. Применить
- критерий Рауса-Гурвица
- критерий Михайлова
- критерий Найквиста-Михайлова



$T_1 = 1{,}6$; $T_2 = 0{,}16$

$T_3 = 0{,}016$

1) Передаточная функция:

$$W(s) = \frac{\dfrac{k}{(T_1s+1)(T_2s+1)(T_3s+1)}}{1+\dfrac{k}{(T_1s+1)(T_2s+1)(T_3s+1)}} = \frac{k}{(T_1s+1)(T_2s+1)(T_3s+1)+k} = \frac{M(s)}{D(s)}$$

Характеристический многочлен

$$D(s) = \underbrace{T_1T_2T_3}_{a_3}s^3 + \underbrace{(T_1T_2+T_1T_3+T_2T_3)}_{a_2}s^2 + \underbrace{(T_1+T_2+T_3)}_{a_1}s + \underbrace{k+1}_{a_0}$$

Критерий Рауса-Гурвица:

$n = 3$

$$\begin{vmatrix} T_1T_2+T_1T_3+T_2T_3 & k+1 & 0 \\ T_1T_2T_3 & T_1+T_2+T_3 & 0 \\ 0 & T_1T_2+T_1T_3+T_2T_3 & k+1 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_1 = T_1T_2+T_1T_3+T_2T_3 > 0$$

$$\Delta_2 = (T_1T_2+T_1T_3+T_2T_3)(T_1+T_2+T_3) - T_1T_2T_3(k+1) > 0$$

$$\Rightarrow \quad k < \frac{(T_1T_2+T_1T_3+T_2T_3)(T_1+T_2+T_3)}{T_1T_2T_3} - 1$$

$$\Delta_3 = \Delta_2\cdot(k+1) > 0 \Rightarrow k+1>0$$

При $-1 < k < 122{,}21$ сис-ма асимптотически устойчива

Критерий Михайлова

2) Передаточная функция:

Критерий Михайлова

2) Передаточная функция:

$$w(s) = \frac{k}{(T_1 s+1)(T_2 s+1)(T_3 s+1) + k}$$

Характеристический многочлен

$$D(s) = T_1T_2T_3\, s^3 + (T_1T_2 + T_1T_3 + T_2T_3)s^2 + (T_1+T_2+T_3)s + k+1 \Rightarrow$$

$$D(i\omega) = T_1T_2T_3(i\omega)^3 + (T_1T_2 + T_1T_3 + T_2T_3)(i\omega)^2 + (T_1+T_2+T_3)(i\omega) + k+1$$

Построим годограф, используя значения

$$D(i\omega) = \underbrace{k+1 - (T_1T_2 + T_1T_3 + T_2T_3)\omega^2}_{P(\omega)} + i\underbrace{\omega(T_1 + T_2 + T_3 - T_1T_2T_3\omega^2)}_{Q(\omega)}$$

при некоторых ω

Найдём корни действ и мнимой частей характ. многочлена:

$$P(\omega) = 0 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k+1}{T_1T_2 + T_2T_3 + T_1T_3}}, \quad \omega \geq 0$$

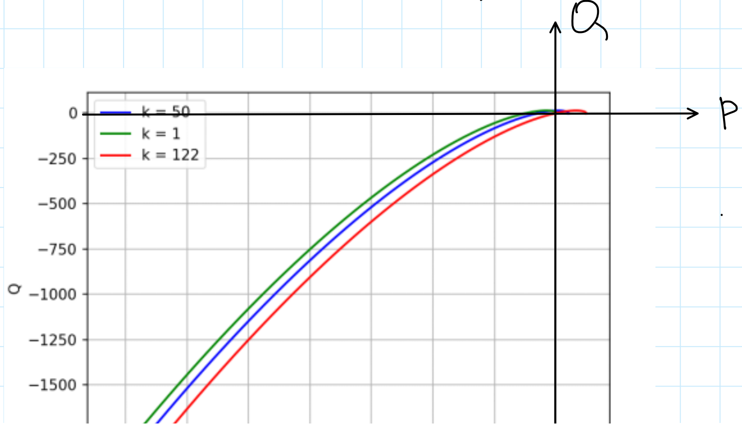
$$Q(\omega) = 0 \Rightarrow \omega_1 = 0, \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{T_1+T_2+T_3}{T_1T_2T_3}}$$

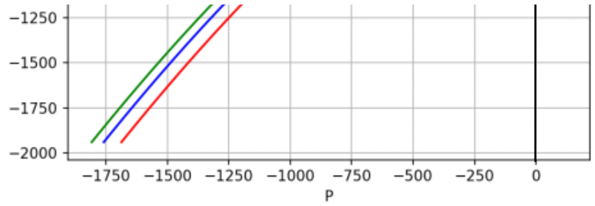
$$0 < \sqrt{\frac{k+1}{T_1T_2 + T_2T_3 + T_1T_3}} < \sqrt{\frac{T_1+T_2+T_3}{T_1T_2T_3}}, \quad k > 0$$

$$0 < \sqrt{\frac{k+1}{0{,}2832}} < \frac{5\sqrt{1110}}{8}, \quad k > 0$$

$$0 < k+1 < \frac{13875}{32} \cdot 0{,}28416, \quad k > 0$$

$$0 < k < 121{,}21$$





При $0<k<122{,}21$ годограф проходит последовательно через I, II, III квадранты, охватывая т. $z=0$ на угол $\varphi=\frac{3\pi}{2}$.
Т. о., при $0<k<122{,}21$ система будет устойчивой

3) Критерий Найквиста - Михайлова

Передаточная ф-я разом. сис-мы

$$W(s)=\frac{k}{(T_1s+1)(T_2s+1)(T_3s+1)}$$

Полюса $D(s)=(T_1S+1)(T_2S+1)(T_3s+1)=0$

$$S_i=-\frac{1}{T_i},\quad i=\overline{1,3}\Rightarrow\Pi=0,\ H=0\Rightarrow\varphi=\frac{\pi}{2}(2\Pi+H)=0$$

Построим годографы:

$$W(i\omega)=W(S)\big|_{S=i\omega}=\frac{k}{(T_1i\omega+1)(T_2i\omega+1)(T_3i\omega+1)}=$$

$$=\frac{k}{T_1T_2T_3(i\omega)^3+(T_1T_2+T_2T_3+T_1T_3)(i\omega)^2+(T_1+T_2+T_3)i\omega+1}=$$

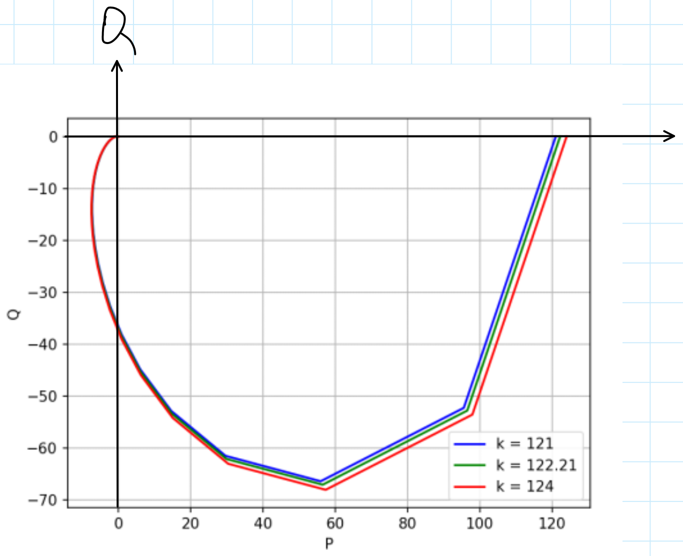
$$=\underbrace{\frac{k(1-(T_1T_2+T_2T_3+T_1T_3)\omega^2)}{(1-(T_1T_2+T_2T_3+T_1T_3)\omega^2)^2+\omega^2(T_1+T_2+T_3-T_1T_2T_3\omega^2)^2}}_{U(\omega)}+$$

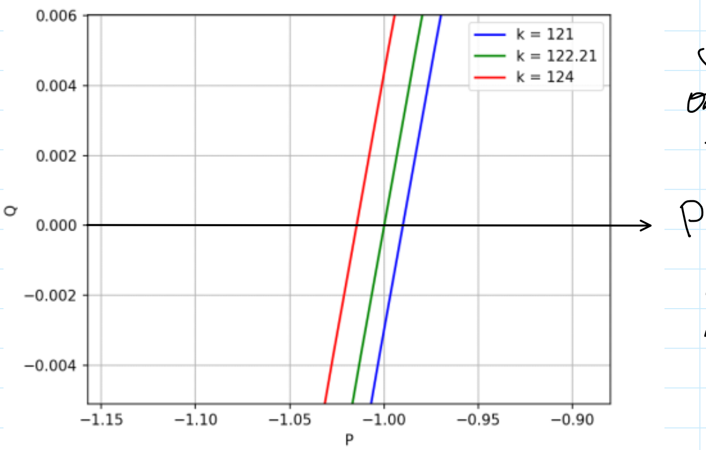
$$+i\underbrace{\frac{k\omega(T_1T_2T_3\omega^2-T_1-T_2-T_3)}{(1-(T_1T_2+T_2T_3+T_1T_3)\omega^2)^2+\omega^2(T_1+T_2+T_3-T_1T_2T_3\omega^2)^2}}_{V(\omega)}$$

$$U(\omega)=\frac{k\left(1-\frac{16^2\cdot111}{10^5}\omega^2\right)}{\left(1-\frac{16^2\cdot111}{10^5}\omega^2\right)^2+\omega^2\left(\frac{16\cdot111}{10^5}-\frac{16^3}{10^6}\omega^2\right)^2}$$

$$V(\omega)=\frac{k\omega\left(\frac{16^3}{10^6}\omega^2-\frac{16\cdot111}{10^3}\right)}{}$$

$$\left(1-\frac{16^2\cdot 111}{10^5}\omega^2\right)^2+\omega^2\left(\frac{16\cdot 111}{10^5}-\frac{16^3}{10^6}\omega^2\right)^2$$





При $k = 121$ годограф не охватывает крит точку $-1+i\cdot 0$ $(\varphi = 0)$ $\Rightarrow$ замкнутая сис-ма асимптот. устойчива

При $k = 122{,}21$ проходит через крит. точку $-1+i\cdot 0$ $\Rightarrow$ замк. сис-ма асимпт. не устойчива

При $k = 124$ охватывает крит. точку $-1+i\cdot 0$ на угол $\varphi = 2\pi \neq 0$ $\Rightarrow$ замк. сис-ма асимпт. не устойчива $\Rightarrow$

Сис-ма устойчива при $0 < k < 122{,}21$