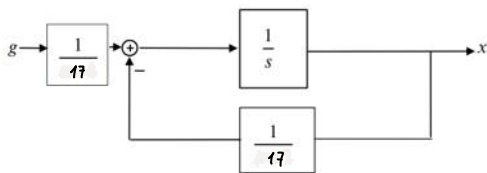


7. Решить задачу анализа выходных процессов в спектральной форме описания.

Дано:

а) система, заданная структурной схемой



б) входной сигнал $g(\theta) = 1(\theta)$;

в) нулевые начальные условия;

г) текущее время $\theta \in [0, t]$, где $t = \frac{16}{10} + 2 = 3$

Требуется найти выходной сигнал $x(\theta)$, $\theta \in [0, t]$ и сравнить его с точным решением. Масштаб усечения $N = 2$. Использовать многочлены Лежандра.

Точное решение

$$W(s) = \frac{1}{17} \cdot \frac{\frac{1}{s}}{1 + \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{17}} = \frac{1}{17s + 1}$$

$$17\dot{x} + x = 1, x(0) = 0 \Rightarrow x(\theta) = 1 - e^{-\frac{1}{17}\theta}$$

Решение в спектральной форме:

Найдем спектр. x -ку входного сигнала:

$$\hat{p} \downarrow (0, t) = \int_0^{t=3} 1 \cdot \hat{p}(0, t, \theta) d\theta = \int_0^3 1 \cdot \frac{1}{\sqrt{t}} d\theta = \sqrt{3}$$

$$\hat{p} \downarrow (1, t) = \int_0^{t=3} 1 \cdot \hat{p}(1, t, \theta) d\theta = \int_0^3 1 \cdot \sqrt{\frac{3}{t}} \left(\frac{2\theta}{t} - 1 \right) d\theta = 0$$

$$\hat{p} \downarrow (2, t) = \int_0^3 1 \cdot \sqrt{\frac{5}{t}} \left(\frac{6\theta^2}{t^2} - \frac{6\theta}{t} + 1 \right) d\theta = 0 \Rightarrow \hat{p} = \begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Найдем ДИПФ, используя ф-лы для обр. связи

$$W(t, t) = [E + W_2(t, t) W_3(t, t)]^{-1} W_2(t, t) W_1(t, t),$$

$$W_1(t, t) = W_3(t, t) = \frac{1}{17} E$$

$$W_2(t, t) = P^{-1}(t, t)$$

$$\begin{aligned} \hat{p} \hat{p} W(t, t) &= \left[E + 3 \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2\sqrt{3}} & 0 \\ \frac{1}{2\sqrt{3}} & 0 & -\frac{1}{2\sqrt{15}} \\ 0 & \frac{1}{2\sqrt{15}} & 0 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{17} E \right]^{-1} 3 \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2\sqrt{3}} & 0 \\ \frac{1}{2\sqrt{3}} & 0 & -\frac{1}{2\sqrt{15}} \\ 0 & \frac{1}{2\sqrt{15}} & 0 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{17} E = \\ &= \begin{pmatrix} \frac{37}{34} & -\frac{3}{34\sqrt{3}} & 0 \\ \frac{3}{34\sqrt{3}} & 1 & -\frac{3}{34\sqrt{15}} \\ 0 & \frac{3}{34\sqrt{15}} & 2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \frac{3}{34} & -\frac{3}{34\sqrt{3}} & 0 \\ \frac{3}{34\sqrt{3}} & 0 & -\frac{3}{34\sqrt{15}} \end{pmatrix} = \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{34\sqrt{3}} & 1 & -\frac{3}{34\sqrt{15}} \\ 0 & \frac{3}{34\sqrt{15}} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{3}{34\sqrt{3}} & 0 & -\frac{3}{34\sqrt{15}} \\ 0 & \frac{3}{34\sqrt{15}} & 0 \end{pmatrix} = \\
 = \frac{1}{214481} \begin{pmatrix} 17859 & -5780\sqrt{3} & -102\sqrt{5} \\ 5780\sqrt{3} & 621 & -1258\sqrt{15} \\ -102\sqrt{5} & 1258\sqrt{15} & 111 \end{pmatrix}$$

Найдем спектр x -ку век. сигнала

$$x(t, z) = \frac{W}{\hat{P}\hat{P}}(t, z) \hat{P}(t) = \frac{1}{214481} \begin{pmatrix} 17859\sqrt{3} \\ 17340 \\ -102\sqrt{15} \end{pmatrix}$$

Определим век. сигнал по формуле обращения

$$x(\theta) = \sum_i^3 \frac{x(i, z)}{\hat{P}} \hat{P}(i, z, \theta) = \frac{17859\sqrt{3}}{214481} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{17340}{214481} \cdot \left(\frac{2\theta}{3} - 1\right) - \\
 - \frac{102\sqrt{15}}{214481} \left(\frac{6\theta^2}{9} - \frac{6}{3}\theta + 1\right) \sqrt{\frac{5}{3}} = \frac{9}{214481} + \frac{12580}{214481}\theta - \\
 - \frac{340}{214481}\theta^2$$

