

**Institut de Physique du Globe de Paris**  
**Ecole doctorale des Sciences de la Terre**

## **Thèse de Doctorat**

pour l'obtention du titre de

### **Docteur en Science**

de l'Institut de Physique du Globe de Paris

**Spécialité : GEOPHYSIQUE**

Soutenue par

Clément THOREY

## **Magmatisme intrusif sur les planètes telluriques**

Équipe PLANÉTOLOGIE ET SCIENCES SPATIALES,

Défendue le 5 Décembre, 2013.

**Jury :**

*Directeur:* Chloé MICHAUT - IPGP (Paris)

*Co-directeur:* Mark WIECZOREK - IPGP (Paris)

*Rapporteur :* -

*Rapporteur :* -

*Examinateur :* -

*Examinateur :* -



## **Remerciements**

Je remercie marion rouault mae sans qui tout ceci n'aurait jamais vu le jour  
;)



# Contents

<b>0 Rsum de la probltique et rltats principaux</b>	<b>1</b>
<b>I Dynamique des magmas magma à faible profondeur</b>	<b>3</b>
<b>1 Magmatisme intrusif</b>	<b>5</b>
1.1 Formation, transport et stockage des magmas . . . . .	5
1.1.1 Formation . . . . .	5
1.1.2 Transport . . . . .	6
1.1.3 Stockage . . . . .	7
1.2 Importance et multiples visages du magmatisme intrusif . . . . .	8
1.2.1 Magmatisme intrusif sur Terre . . . . .	8
1.2.2 Magmatisme intrusif sur la Lune . . . . .	13
1.3 Caractérisation de la mise en place d'une intrusions magmatique à faible profondeur . . . . .	16
1.3.1 Modèle statique de déformation d'une couche élastique .	16
1.3.2 Inférence sur la dynamique à partir de leur géométrie .	17
1.3.3 Discussion . . . . .	19
Bibliography . . . . .	20
<b>2 Isoviscous elastic-plated gravity current model for shallow magmatic intrusion</b>	<b>25</b>
2.1 Theoretical model . . . . .	26
2.1.1 Governing equation . . . . .	26
2.1.2 Dimensionless equations . . . . .	29
2.1.3 Need for regularization . . . . .	30
2.2 Results . . . . .	30
2.2.1 Bending regime . . . . .	31
2.2.2 Gravity current regime . . . . .	32
2.2.3 Lateral propagation . . . . .	33
2.3 Application to the spreading of shallow magmatic intrusions .	33
2.3.1 Observations versus predictions on the Earth . . . . .	33
2.3.2 Origin of lunar low-slope domes . . . . .	38
2.3.3 Discussion . . . . .	39
2.4 Toward a more realistic model for shallow magmatic intrusions	41
Bibliography . . . . .	43

<b>II Evolution thermique des intrusions magmatiques à faible profondeur</b>	<b>47</b>
<b>III Cratères à sol fracturée: Témoins d'un magmatisme intrusif lunaire</b>	<b>49</b>

# Rsum de la probltique et rsltats principaux



## Part I

# Dynamique des magmas magma à faible profondeur



# CHAPTER 1

## Magmatisme intrusif

---

### Contents

<b>1.1</b>	<b>Formation, transport et stockage des magmas</b>	<b>5</b>
1.1.1	Formation	5
1.1.2	Transport	6
1.1.3	Stockage	7
<b>1.2</b>	<b>Importance et multiples visages du magmatisme intrusif</b>	<b>8</b>
1.2.1	Magmatisme intrusif sur Terre	8
1.2.2	Magmatisme intrusif sur la Lune	13
<b>1.3</b>	<b>Caractérisation de la mise en place d'une intrusions magmatique à faible profondeur</b>	<b>16</b>
1.3.1	Modèle statique de déformation d'une couche élastique	16
1.3.2	Inférence sur la dynamique à partir de leur géométrie	17
1.3.3	Discussion	19
	<b>Bibliography</b>	<b>20</b>

---

### 1.1 Formation, transport et stockage des magmas

#### 1.1.1 Formation

La majorité des magmas sont formés par fusion partielle des roches du manteau supérieur. Dans les conditions normales de pression, la température du manteau supérieur n'est pourtant pas suffisante pour provoquer leur fusion (Figure 1.1) et d'autres mécanismes sont nécessaires pour amener les roches du manteau à croiser leur liquidus. Au niveau des dorsales en contexte océanique ou des rifts en contexte continental ou encore au sein des panaches mantelliques, la fusion partielle est ainsi causée par décompression (Figure

1.1 b). Au niveau des zones de subduction, les mécanismes mis en jeux sont plus complexes et font intervenir la déshydratation par chauffage des roches, la migration des fluides abaissant le liquidus et ainsi provoquant la fusion des roches alentour (Figure 1.1 c).

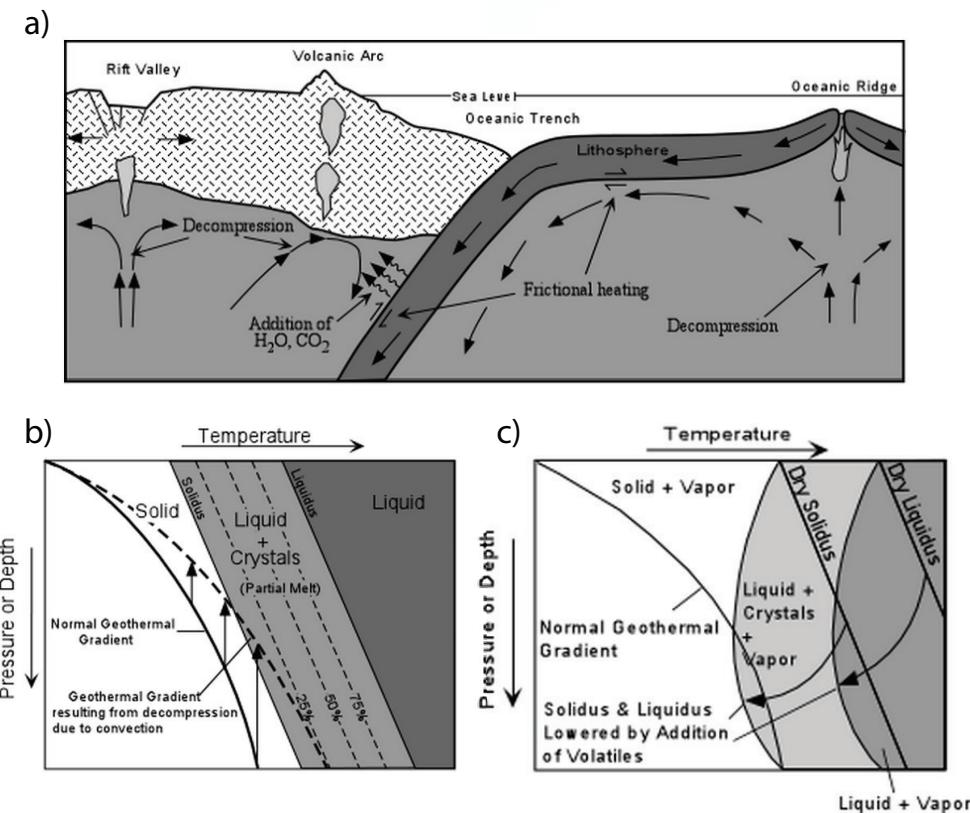


Figure 1.1: a) Lien entre le magmatisme et la tectonique des plaques: production de magma par fusion partielle par décompression au niveau des dorsales océaniques ou des rifts en contexte continental ou par addition de volatiles au niveau des zones de subduction. Schéma du diagramme de phase des roches du manteau supérieur dans deux contextes différents: a) dorsale océanique ou panache mantellique, b) zone de subduction.

### 1.1.2 Transport

Les liquides de fusions ainsi formés sont moins denses que les roches solides alentour et s'élèvent donc, par compaction et percolation au travers de la matrice mantellique ([McKenzie, 1984, 1985](#)). Le magma, liquide de fusion +

cristaux, s'accumule ensuite au sein de chenaux, i.e. de dykes ou le long de faille préexistantes pour remonter rapidement vers les couches superficielles de la croûte (*Lister and Kerr, 1991; Clemens and Mawer, 1992; Petford et al., 1993; Rubin, 1995*). En effet, bien que l'idée du magma remontant lentement au sein de gros volume diapirique soit encore parfois invoquée au sein de la base ductile de la croûte (*Weinberg and Podladchikov, 1994; Weinberg, 1996*), le transport rapide du magma au sein des dykes permet de résoudre de nombreux problèmes, thermiques et mécaniques, associés à la remonté diapirique de gros volume de magma au sein des parties supérieures fragiles de la croûte invoquée historiquement (*Miller and Paterson, 1999*).

### 1.1.3 Stockage

Les travaux de *Walker (1989)* ont montré que les magmas remontent jusqu'à rencontrer leur zone de flottabilité neutre, une région où la densité de la roche encaissante est proche de celle du magma lui-même. En effet, au-dessus de cette couche, le magma est plus dense que la roche encaissante et sa flottabilité l'entraîne vers le bas. De nombreux travaux, tant théoriques (*Lister and Kerr, 1991; Petford et al., 1993; Rubin, 1995*) que expérimentaux (*Taisne and Tait, 2009; Taisne et al., 2011*) ont en effet depuis montré que l'ascension d'un dyke était contrôlée par la différence de densité entre la tête de celui-ci et la roche encaissante. Lorsque le dyke entre dans une région de densité inférieure, la surpression induite peut, sous certaines conditions, conduire à l'étalement du magma au niveau de la base de la région de plus forte densité permettant ainsi ainsi la formation de réservoir magmatique sous forme d'intrusion magmatique au sein de la croûte (*Taisne et al., 2011*).

Plus récemment, d'autres études ont montré que les contrastes de rigidité entre les différentes couches crustales pourraient aussi jouer un rôle non négligeable sur l'arrêt de l'ascension des dykes (*Menand, 2011*). En effet, des expériences réalisées par *Kavanagh et al. (2006)* ont montré que la propagation d'un dyke peut être arrêtée quand celui-ci rencontre une interface qui sépare un milieu plus rigide surplombant un milieu moins rigide (Figure 1.2). Le dyke arrête ainsi son ascension verticale et s'étale horizontalement juste en dessous de la couche de rigidité plus élevée. Ce mécanisme serait d'autant plus efficace que le contraste de rigidité est important (*Kavanagh et al., 2006*).

Finalement, les contraintes, locales ou globales, peuvent aussi dévier la trajectoire d'un dyke et influencer les trajets des magmas au sein de la croûte. En effet, des études ont montré que les chenaux par lesquels se propage le magma tendent à s'orienter perpendiculairement aux contraintes de compressions (*Anderson, 1951*). Les dykes ont donc tendance à exister dans des situations où les contraintes de compressions sont horizontales et donc à s'étaler quand le

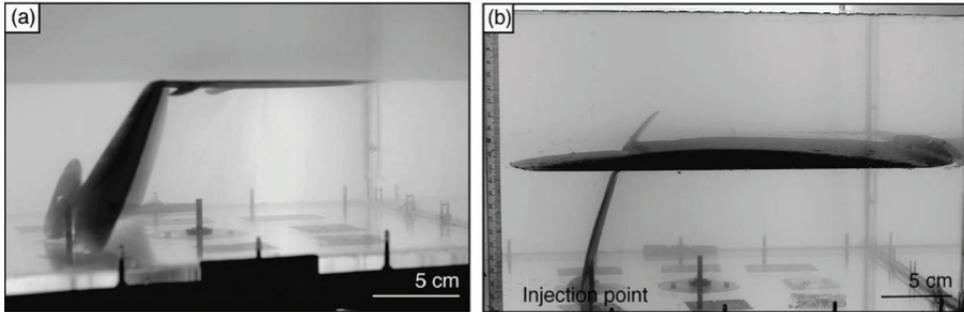


Figure 1.2: a) Photographie de deux des expériences réalisées par *Kavanagh et al.* (2006) sur le comportement d'un dyke à l'interface entre deux milieux de rigidités différentes. a) Le contraste de rigidité est très important et le dyke s'étale sous la couche de rigidité importante. b) Le contraste de rigidité est plus faible et, tout en s'étalant en dessous de la couche de rigidité supérieure, le dyke continue sa progression dans le milieu plus rigide.

champ de contrainte évolue d'une contrainte de compression horizontale à vertical comme c'est le cas par exemple au niveau des édifices volcaniques (*Pinel and Jaupart*, 2000, 2004; *Roman and Jaupart*, 2014).

Cependant, si ces différents facteurs jouent sûrement tous un rôle sur le contrôle des trajets des magmas au sein de la croûte, la densité relative du magma et de la roche encaissant et donc l'existence d'une zone de flottabilité neutre est certainement le facteur déterminant dans la mise en place d'intrusions magmatiques. Le magmatisme intrusif, et donc la question du stockage des magmas, est donc de manière générale étroitement lié à la structure en densité de la croûte elle-même.

## 1.2 Importance et multiples visages du magmatisme intrusif

### 1.2.1 Magmatisme intrusif sur Terre

Sur Terre, la composition de la croûte, et donc sa densité, est bimodale. Au niveau des océans, la croûte océanique présente une nature essentiellement basaltique avec une densité moyenne proche de  $2900 \text{ kg m}^{-3}$ . Elle est formée continuellement au niveau des dorsales océaniques et recyclée, environ 200 Ma d'année plus tard au niveau des zones de subduction. Elle est épaisse en moyenne de 6 km et couvre à elle seule 70% de la surface du globe. Au contraire, la croûte continentale, qui occupe les 30% restants, présente une

composition plus évoluée et globalement andésitique avec une densité moyenne plus proche de  $2700 \text{ kg m}^{-3}$ . Elle est beaucoup plus vielle que la croûte océanique et est âgée en moyenne de 2.5 Ga, avec certaines roches ayant été daté jusqu'à 4 Ga d'années. Elle est aussi beaucoup plus épaisse que la croûte continentale; son épaisseur moyenne est de 35 km et peut excéder les 70 kilomètres sous certaines chaînes de montagnes comme l'Himalaya.

De par sa densité relativement basse, en particulier au niveau des continents, la croûte constitue un filtre efficace à la remontée des magmas en surface qui sont donc préférentiellement stockés en profondeur sous forme d'intrusions magmatiques. *Crisp* (1984) et *White et al.* (2006) estiment en effet que les volumes de lave extrudée à la surface sont relativement faibles en comparaison aux volumes mis en place au sein de la croûte terrestre, i.e. 5 fois plus faible en contexte océanique et jusqu'à 10 fois plus faible en contexte continental. Le magmatisme intrusif apparaît donc comme un processus essentiel dans la formation de la croûte. Sur Terre, les mouvements tectoniques en son sein ainsi que l'erosion ont permis d'exposer certaines de ces intrusions à la surface. En plus de leur taille, qui peut varier de quelques mètres à des centaines de kilomètres, la morphologie de ces intrusions montre une grande variabilité.

Les batholites sont de loin les plus imposants représentants de cette famille d'intrusion magmatique se mettant en place au sein de la partie fragile de la croûte. Ils peuvent atteindre jusqu'à quelques kilomètres d'épaisseur et s'étendre sur des centaines de kilomètres. Par exemple, le batholite de Sierra Nevada est une intrusion granitique qui s'étend sur presque la totalité de la Sierra Nevada en Californie. Des données géochronologiques sur certain de ces batholites ont montré que leur mise en place peut s'échelonner sur quelques millions d'années, un temps beaucoup plus grand que les temps raisonnables pour le refroidissement d'une chambre magmatique dans la partie fragile de la croûte (*Glazner et al.*, 2004). En effet, il est maintenant clair que la mise en place de ces gigantesques volumes de magmas se fait par incrément successifs de petits volumes de magma se solidifiant lors de leur mise en place sur de longues échelles de temps  $10^5$  to  $10^6$  années (*Petford et al.*, 2000; *Glazner et al.*, 2004). Dans cette thèse, on va donc se focaliser sur les mécanismes de formations et de mise en place de volumes intermédiaires de magma dans la partie fragile de la croûte continentale, à des profondeurs inférieures à 10 km.

Des études géologiques de terrain ont montré la présence de quatre grandes familles d'intrusions magmatiques de taille intermédiaire à faible profondeur. Deux de ces familles, les dykes et les bysmalites, sont discordantes, c'est-à-dire qu'elles se mettent en place perpendiculairement à la stratification naturelle de l'encaissant et deux autres, les sills et les laccolites, sont concordantes, i.e. elles se mettent en place parallèlement aux couches géologiques.

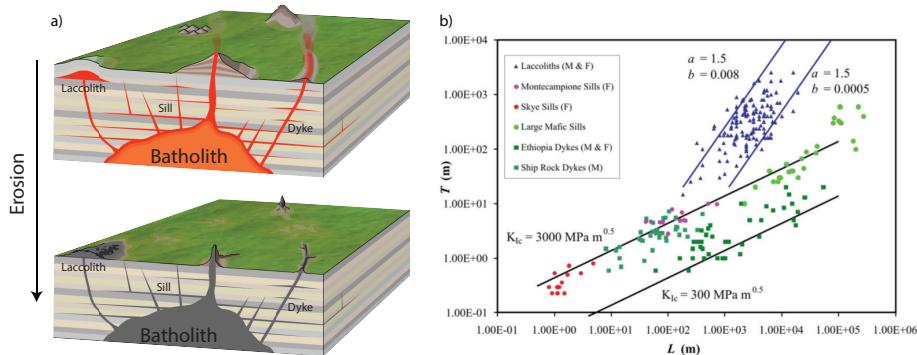


Figure 1.3: a) Différentes formes du magmatisme intrusif: batholite, dyke, sill et laccolite. Dimensions typiques pour des laccolites, dyke et sill de composition et d'origines différentes repris de *Cruden et al.* (2012).

- Les dykes, par lesquels remontent le magma à travers la lithosphère sont discordants et caractérisé par de faibles rapports d'aspects (Figure 1.3, 1.4 a). Leur épaisseur peut varier de quelques mètres à quelques centaines de mètres d'épaisseur (*Walker*, 1989; *Rubin*, 1995), cependant, l'épaisseur moyenne est de quelques dizaines de mètres. Les dykes de compositions felsiques sont généralement plus épais et moins longs que leurs équivalents mafiques (*Rubin*, 1995).
- Les sills, à la différence des dykes, sont concordants (Figure 1.3, 1.4 b,f). Ils se mettent en place le long de discontinuités ou de failles préexistantes, à la jonction entre deux couches sédimentaires par exemple. Les sills aux dimensions les plus importantes répertoriés sont mafiques et peuvent atteindre jusqu'à 100 km sur des épaisseurs de presque 1 km (*Cruden et al.*, 2012). Leurs homologues felsiques, plus rares, sont souvent de dimension plus faible.
- Les laccolites ont été décrit premièrement par *Gilbert* (1877) suite à son étude géologique des Henry Mountains, dans l'Utah aux États-Unis (Figure 1.4 c, d, e). Ils se mettent en place principalement par flexion des couches sédimentaires sus-jacentes, ce qui leur donne une forme de dôme caractéristique. Certains d'entre eux peuvent aussi être caractérisés par une forme un peu plus aplatie au centre (*Koch et al.*, 1981). *Corry* (1988) a répertorié à peu près 900 laccolites, principalement dans le nord des États-Unis. Leurs épaisseurs varient de quelques dizaines à quelques centaines de mètres et leurs rayons peuvent atteindre quelques kilomètres pour les plus gros (Figure 1.3 b). Ces laccolites se sont parfois mis en place les uns sur les autres formant une structure en forme d'arbre

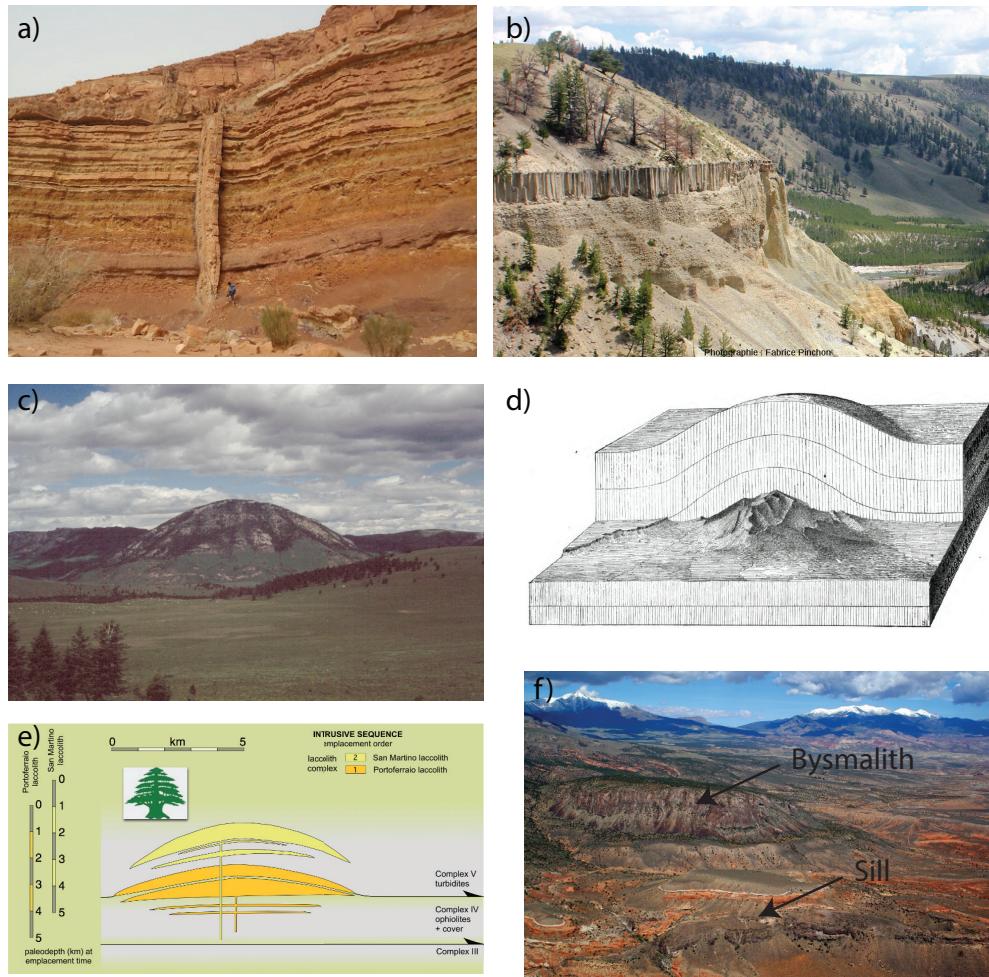


Figure 1.4: a) Dyke traversant des couches sédimentaires dans le Makhtesh Ramon, Israël; b) Sill basaltique au sein de sédiments, vallée de la Yellowstone River, parc National du Yellowstone (USA). Photographie de Fabrice Pinchon. c) Laccolite à l'érosion dans le Montana d) Schéma de l'emplacement d'un laccolite réalisé par *Gilbert (1877)*. e) Schéma simplifié de la structure en arbre de noel d'un complexe de laccolite sur l'île d'Elbe, en Italie, étudiée par *Rocchi et al. (2010)*. f) Intrusions à l'érosion au alentour de la montagne Hillers, dans les Henry Mountains. On peut distinguer le Black Mesa Bysmalite au centre et le Maiden Creek sill en dessous. Photographie de Jack Share

de noël (*Corry, 1988*). Cette géométrie est aussi observée sur l'île d'Elbe, en Italie, ou un complexe de neuf laccolites, exceptionnellement bien conservé, a été étudié en détail par *Rocchi et al. (2002)*.

- Les bysmalites sont d'imposants volumes cylindriques, préférentiellement composés de roche granitique, discordants (Figure 1.4 f). Ils sont notamment bordés par d'importantes failles presque verticales et peuvent atteindre quelques centaines de mètres d'épaisseur (*Johnson and Pollard, 1973*). Un exemple typique de ce type d'intrusion souvent cité est le Black Mesa Bysmalite dans les Henry Mountains (200 m d'épaisseur et 1 km de large (*Morgan et al., 2008*)).

À l'instar des batholites, de nombreuses observations de terrains proposent que ces intrusions de tailles moyennes se forment aussi par incrémentations successifs de petits volumes de magma (*Habert and De Saint-Blanquat, 2004; Horsman et al., 2005; Morgan et al., 2008*) (Figure 1.5). Cependant, les mêmes études montrent aussi que ces intrusions se forment nécessairement sur de petites échelles de temps, des échelles assez faibles pour pouvoir garder un corps chaud et liquide des premières étapes du processus d'intrusion à la solidification. Au niveau du bysmalite de Black Mesa par exemple (Figure 1.4 f), *Habert and De Saint-Blanquat (2004)* ont montré l'absence de discontinuités entre les différentes couches ainsi que l'absence de métamorphisme important dans l'encaissant indiquant un temps de mise en place de moins de 100 ans. L'absence de discontinuité au sein des différents laccolites sur l'île d'Elbe supporte aussi leur formation rapide, i.e. à la suite d'une seule injection où de plusieurs injections sur un temps assez court pour que les magmas des différentes injections coalescent (*Roni et al., 2014*).

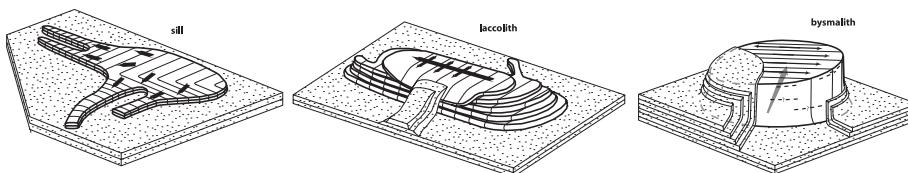


Figure 1.5: Ces diagrammes, réalisés par *Horsman et al. (2009)*, montrent la structure verticale en couche de trois intrusions à l'érosion dans les Henry Mountains. De gauche à droite: le Maiden Creek Sill (Figure 1.4 f), le Trachyte Mesa Laccolite et le Black Mesa Bysmalite (Figure 1.4 f).

### 1.2.2 Magmatisme intrusif sur la Lune

La lune s'est probablement formé suite à l'impact d'un corps de la taille de Mars sur la proto-Terre quelques centaines de millions d'années après la formation de la Terre, le disque de débris produit se réaccrétant ensuite en moins d'un millier d'années pour former notre satellite (*Mizutani et al., 1972; Cameron and Benz, 1991; Canup and Asphaug, 2001; Canup, 2012*). Dû aux quantités importantes d'énergie libérée durant le processus d'accrétion, on considère aujourd'hui que la Lune était partiellement fondu, sur une épaisseur encore débattue, suite à sa formation (*Elkins-Tanton et al., 2011*). Le refroidissement et la lente cristallisation fractionnée de l'océan de magma lunaire aurait ensuite conduit à la formation d'une croûte primaire par flottaison des minéraux légers de plagioclase (en particulier du pôle calcique, l'anorthite) à la surface de l'océan de magma tandis que les éléments les plus incompatibles, en particulier les éléments producteurs de chaleur, se seraient concentrés dans les derniers liquides magmatiques résiduels entre la croûte et le manteau, formé, lui, principalement de cumulats d'olivine et de pyroxène (Figure 1.6).

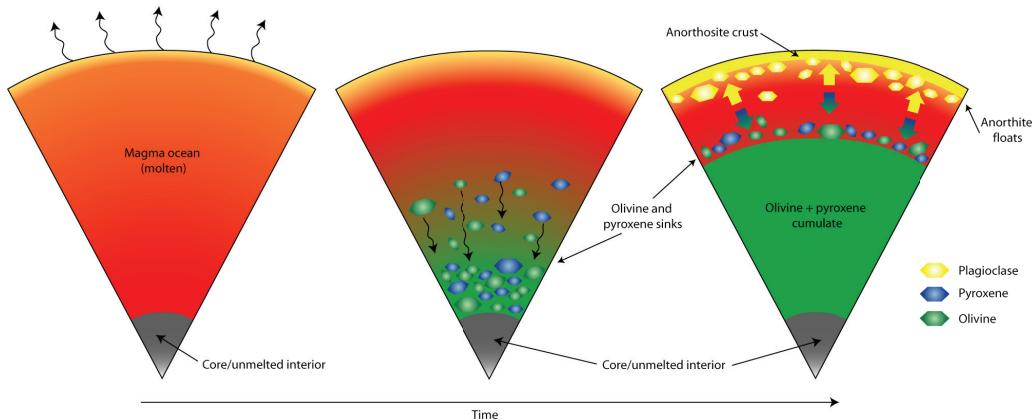


Figure 1.6: Cristallisation fractionnée de l'océan de magma et formation de la croûte primaire composé d'anorthosite. Source: LPI

Dû fait de sa composition et de la porosité résultante de 4 milliards d'années de bombardement météoritiques, la densité de la croûte lunaire est particulièrement faible (*Huang and Wieczorek, 2012; Han et al., 2014*). D'après les dernières estimations, rendues possibles grâce au champ de gravité d'une résolution sans précédente obtenu par la mission GRAIL de la NASA, la densité moyenne au niveau des terres hautes serait de  $2550 \text{ kg m}^{-3}$  (*Wieczorek et al., 2013*). Ces données ont aussi permis de réévaluer à la baisse l'épaisseur de la croûte à entre 34 et 44 km en moyenne avec une tendance à être moins

épaisse au niveau des mers lunaires.

La faible densité de sa croute et son épaisseur non négligeable ont certainement joué un rôle important sur le volcanisme lunaire. En effet, la croûte primaire formée par cristallisation de l'océan de magma étant très légère, et les magmas provenant de la fusion du manteau lunaire étant particulièrement dense, de l'ordre de  $3000 \text{ kg m}^{-3}$  (*Kiefer et al., 2012*) du à leur composition basaltique riche en oxydes métalliques, en particulier en oxyde de Fer  $FeO$  et de Titane  $TiO_2$ , la croûte lunaire a sans aucun doute aussi été un filtre puissant à l'éruption des magmas sur la lune, leur flottabilité ne leur permettant pas d'être transporté jusqu'à la surface. *Wieczorek et al. (2001)* ont ainsi confirmé que le volcanisme à la surface est généralement lié à l'extraction d'une partie de cette croûte de faible densité, comme c'est le cas par exemple des mers lunaires qui se sont mises en place au sein de larges basins d'impacts. *Head and Wilson (1992)* ont estimé à 50 fois plus important les volumes de magma mis en place en profondeur que les volumes éruptés en surface. Cependant, bien que ce rapport puisse donner de précieuses indications sur l'évolution thermique et magmatique de la lune elle-même, il est de fait très peu contraint et la part intrusive du magmatisme lunaire est encore mal connue. La détection des déformations de surface induites par la mise en place d'intrusions magmatiques au sein de la croûte apparaît donc comme une première étape visant à la meilleure caractérisation du magmatisme intrusif lunaire.

Deux manifestations principales à la surface de la lune ont été proposées comme potentiellement résultantes de la mise en place d'intrusions magmatiques au sein de la croûte lunaire: les dômes à faible pente et les cratères à sol fracturé.

- Les dômes à faible pente sont localisés en bordure ou dans les mers lunaires, principalement sur la face visible (Figure 1.7 a, b). Une quinzaine de ces dômes, possiblement d'origine intrusive, ont été récemment décrit par *Wöhler et al. (2007)*. Bien que leur morphologie s'apparente à des laccolites terrestres, ils sont de manière générale beaucoup plus étalés que ceux sur Terre; pour une même épaisseur, l'équivalent lunaire peut ainsi être deux fois plus large que son homologue terrestre.
- Les cratères à sol fracturé sont des cratères d'impacts ayant subi des déformations suite à leur formation. À peu près 200 de ces cratères ont été répertorié par *Schultz (1976)*, principalement autour des mers lunaires (Figure 1.7 c, d, e, f). La principale caractéristique de ces cratères est leur faible profondeur par rapport à celles des cratères non déformés. En effet, certains cratères au sol fracturé peuvent être jusqu'à 2 km moins profond que leurs homologues non déformées. Leur sol, soit en forme de dôme, soit plat séparé des bords du cratère par un imposant fossé

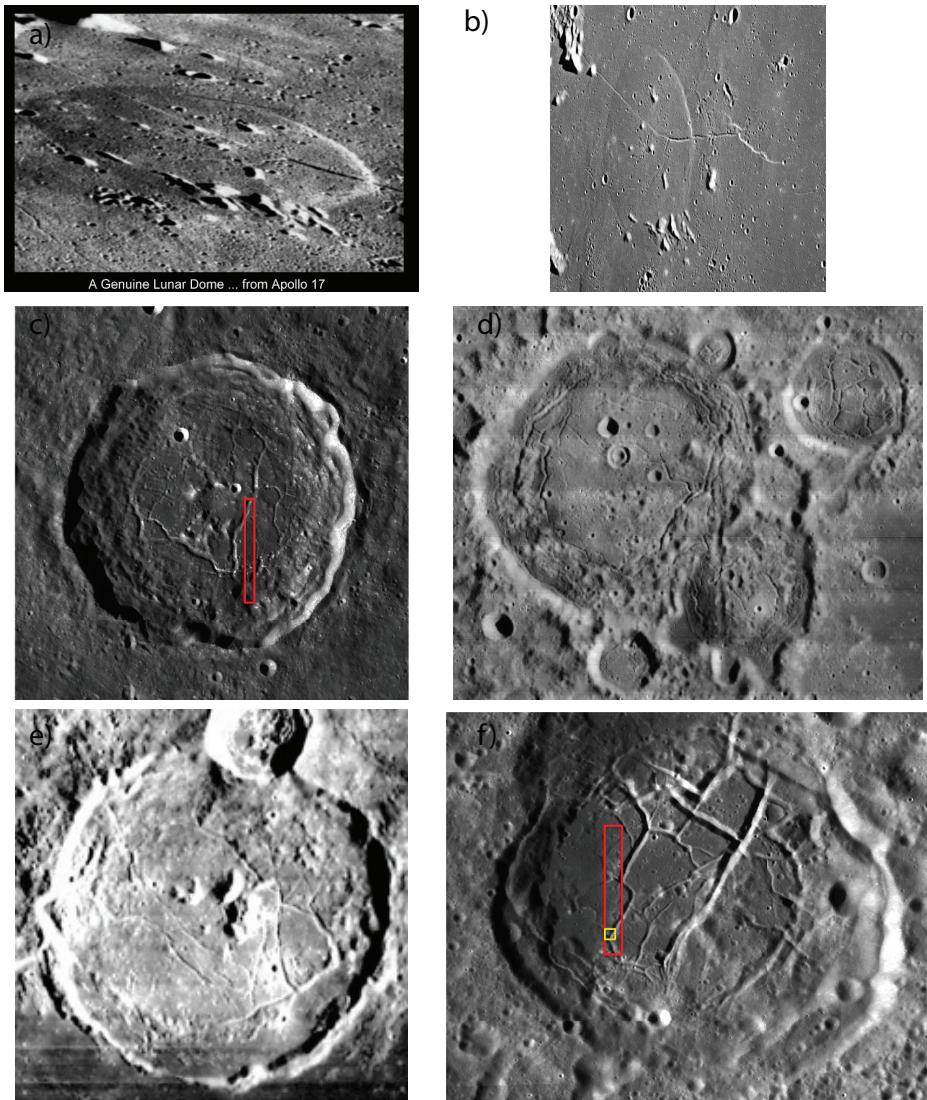


Figure 1.7: a) Dome lunaire, photo par Appolo 17 b) Apollo 15 orbital image AS15-91-12372, vue oblique du dôme Valentine. c) Cratère au sol fracturé Atlas (Classe 1). d) Cratère au sol fracturé Lavoisier (Classe 5). e) Cratère au sol fracturé Gassendi (Classe 3). f) Cratère au sol fracturé Komarov (Classe 5). Photo extraite de *Lunar Orbiter Photographic Atlas of the Moon*, NASA

circulaire, est systématiquement caractérisé par d'importants réseaux de fractures radiales, concentriques ou encore pentagonales (Figure 1.7 c, d, e, f). Basé sur leur profondeur, topographie et niveau de déformation, *Schultz* (1976) a postuler l'existence de six grandes classes de déformation. La proximité de ces cratères avec les mers lunaires, ainsi que la présence de produits volcaniques au sein de certains d'entre eux, suggère qu'ils ont été déformés suite à la mise en place de magma en profondeur sous leur sol.

## 1.3 Caractérisation de la mise en place d'une intrusion magmatique à faible profondeur

### 1.3.1 Modèle statique de déformation d'une couche élastique

Bien que la morphologie et les volumes de magma puissent être récupérés, à partir d'observations directes ou de méthodes de prospection géophysique sur Terre ou via les déformations induites à la surface des autres corps telluriques du système solaire, ces informations seules ne donnent que peu d'indications sur les mécanismes de mise en place de ces intrusions magmatiques. De nombreux travaux ont ainsi été centrés sur la modélisation des processus donnant lieu à ces déformations, dans le but de mieux comprendre le mécanisme d'intrusion d'une part, mais aussi, de déduire des observations des donnés sur le magma, les paramètres mécaniques de l'encaissant ou encore la profondeur de l'intrusion au moment de sa mise en place.

La propagation d'un dyke dans un milieu élastique a été beaucoup étudiée (*Lister and Kerr*, 1991; *Rubin*, 1995). En particulier, *Lister and Kerr* (1991) ont montré que, à l'exception de la tête du dyke où les contraintes élastiques induites par les roches encaissantes jouent un rôle important, la dynamique du magma au sein du dyke est contrôlée par un équilibre entre la flottabilité et les pertes de charges associées aux frottements visqueux sur les parois du conduit. On a vu qu'un dyke peut se transformer en sill si celui-ci rencontre sa zone de flottabilité neutre; bien que la dynamique des dykes et des sills soit comparable à forte profondeur (*Lister and Kerr*, 1991; *Cruden et al.*, 2012), à faible profondeur, la forme des laccolites suppose que les intrusions magmatiques se mettent en place principalement par flexion des couches sus-jacentes (*Johnson and Pollard*, 1973). Un modèle, populaire en science planétaire, consiste à modéliser ces laccolites par la déformation d'une plaque mince élastique, de longueur fixée et égale à la taille de l'intrusion, soumise à une pression donnée (*Pollard and Johnson*, 1973). Dans ces modèles statiques, cette pression, don-

nant lieu à la déformation, est soit prise constante sur la taille de l'intrusion et égale au poids du magma (*Pollard and Johnson*, 1973; *Wichman and Schultz*, 1996; *Jozwiak et al.*, 2012), soit imposé suivant un profil décrivant la perte de charge associée à un écoulement visqueux (*Kerr and Pollard*, 1998; *Wöhler et al.*, 2009). Cependant, dans aucun des cas, cette pression n'est reliée aux paramètres de l'écoulement lui-même, i.e. volume ou taux d'injection. De plus, ces modèles ne fournissent pas un cadre théorique suffisant à la compréhension de la dynamique de l'intrusion et sont donc incapables d'expliquer la diversité des formes et des tailles observées. Enfin, ils considèrent la flexion de la couche sus-jacente comme unique pression motrice à l'écoulement, sans considérer le poids du magma lui-même, qui doit pourtant nécessairement jouer un rôle sur la mise en place de l'intrusion.

### 1.3.2 Inférence sur la dynamique à partir de leur géométrie

En l'absence d'un modèle dynamique, la géométrie des intrusions répertoriées a souvent été utilisée pour en déduire des indications sur les processus de mise en place et de croissance de ces intrusions. Ainsi, en utilisant les données répertoriées sur les laccolites par *Corry* (1988), *McCaffrey and Petford* (1997) propose une loi de puissance empirique pour l'épaisseur des intrusions  $h_0$  en fonction de leur longueur  $R$ ,  $h_0 = bR^a$  où  $a$  est l'exposant de la loi de puissance et  $b$  une constante. Un exposant supérieur à l'unité indique que l'intrusion croît préférentiellement en s'épaississant tandis qu'un exposant inférieur à l'unité indique qu'elle croît plutôt par étalement.

Les laccolites répertoriées par *Corry* (1988) montrent un exposant  $a < 1$  ( $0.88 \pm 0.1$ ), interprété comme reflétant l'étalement de l'intrusion sur une certaine distance sous forme d'un sill avant son épaisseissement (Figure 1.8). Ce modèle est cohérent avec le modèle en deux étapes couramment accepté pour la mise en place des laccolites (*Johnson and Pollard*, 1973; *McCaffrey and Petford*, 1997). Premièrement, le magma s'étale latéralement au niveau de sa zone de flottabilité neutre, i.e.  $a < 1$  jusqu'à ce qu'un sill, caractérisé par un rapport d'aspect assez large, soit formé. Ensuite, lorsque le sill est assez large, il s'épaissit par flexion des couches sus-jacentes pour former un laccolite caractérisé par une valeur de  $a > 1$  (*Johnson and Pollard*, 1973; *Koch et al.*, 1981). Si la roche sus-jacente est soumise à des contraintes trop importantes, des failles se forment au niveau des bords du sill et celui-ci s'épaissit uniformément sur toute sa surface formant un bysmalite (*Corry*, 1988). Dans la continuité de l'étude de *McCaffrey and Petford* (1997), *Rocchi et al.* (2002) ont réalisé une étude détaillée du complexe intrusif de l'île d'Elbe en Italie et ont trouvé un exposant  $a$  supérieur à l'unité, i.e.  $\sim 1.5$ , interprété comme

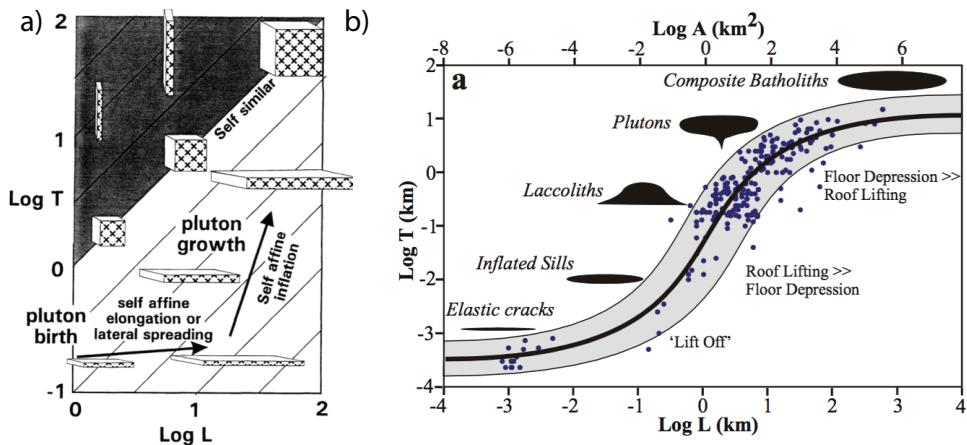


Figure 1.8: a) Schéma de la formation des laccolites en deux étapes par McCaffrey and Petford (1997). Épaisseurs en fonction de leur longueur de différents types d'intrusions magmatiques à différentes locations. Figure extraite de Cruden et al. (2012).

étant la preuve de l'existence d'une phase dominée par l'épaississement de l'intrusion dans la croissance de ces laccolites.

Des modèles plus récents conçoivent plutôt la formation des laccolites par empilements successifs de sills, de grand rapport d'aspect, plutôt que par l'injection d'un seul volume de magma fini à un temps donné (Menand, 2011). En effet, ces modèles sont étayés par les expériences de Kavanagh et al. (2006) (Section 1.1.3) où il est montré qu'un sill peut se mettre en place à l'interface entre deux couches de rigidité différentes, la rigidité de la couche sus-jacente étant plus importante que celle de la couche sous-jacente. Dès lors, la mise en place d'un sill, en refroidissant, procure un environnement favorable à la mise en place d'un nouveau sill, soit au-dessus si la rigidité du sill solidifié est inférieure à celle de la roche sus-jacente, soit en dessous dans le cas contraire. Ce modèle de croissance a aussi été suggéré par de récentes études structurales et stratigraphiques, notamment au niveau des intrusions de tailles intermédiaires dans les Henry Mountains (Horsman et al., 2005; Morgan et al., 2008; Horsman et al., 2009; Menand, 2011). Ce modèle, à la différence des modèles statiques exposés plus haut, a aussi l'avantage de pouvoir expliquer la structure aplatie au niveau du centre de certains laccolites (Morgan et al., 2008). Cependant, ce modèle ne fournit pas de mécanisme ni ne permet d'expliquer l'origine de la loi de puissance caractéristique de la géométrie de ces intrusions. De plus, il ne permet pas non plus de relier la géométrie finale de l'intrusion aux propriétés physiques de l'écoulement (volume, taux d'injection).

*Cruden and McCaffrey* (2002) ont réuni des données sur une plus grande plage de longueurs, de petits filons de quelques dizaines de mètres à des batholites de quelques centaines de kilomètres (Figure 1.8) et proposent que l'épaisseur en fonction de la longueur des intrusions magmatiques forme une distribution en forme de sigmoïde (dans une échelle logarithmique), avec une pente maximum de 1.5 caractéristiques des laccolites. Cependant, aucune théorie sous-jacente ne soutient cette observation. De plus, les données de *Cruden et al.* (2012) sur les larges sills mafiques contredisent cette affirmation (Figure 1.3).

### **1.3.3 Discussion**

Bien que de nombreux modèles ont été proposés pour essayer de rendre compte des observations, peu d'entre eux s'intéressent à la dynamique même de l'intrusion qui permettrait cependant de relier la morphologie de ces intrusions aux propriétés physiques de l'écoulement (volume ou taux d'injection). Afin de comprendre la morphologie des intrusions peu profondes, il apparaissait ainsi nécessaire de s'intéresser à la dynamique d'un tel écoulement.

*Michaut* (2011) a donc développé un modèle théorique d'étalement d'un magma visqueux sous une couche élastique d'épaisseur constante continuelllement nourrie par un conduit vertical en son centre. Ce modèle diffère de ses prédecesseurs par sa capacité à traiter la dynamique même de l'intrusion ainsi que le poids du magma comme un moteur de l'écoulement. Les résultats et la capacité de ce modèle à reproduire les observations sont discutés dans le chapitre suivant.

## Bibliography

- Anderson, E. M. (1951), The dynamics of faulting and dyke formation with applications to Britain. (Not cited.)
- Cameron, A., and W. Benz (1991), The origin of the Moon and the single impact hypothesis IV, *Icarus*, 92, 204–216. (Not cited.)
- Canup, R. M. (2012), Forming a Moon with an Earth-like composition via a giant impact, *Science*, 338, 1052–1055. (Not cited.)
- Canup, R. M., and E. Asphaug (2001), Origin of the Moon in a giant impact near the end of the Earth's formation, *Nature*, 412(6848), 708–712. (Not cited.)
- Clemens, J. D., and C. K. Mawer (1992), Granitic magma transport by fracture propagation, *Tectonophysics*, 204(3-4), 339–360. (Not cited.)
- Corry, C. E. (1988), Laccoliths: mechanics of emplacement and growth. (Not cited.)
- Crisp, J. A. (1984), Rates of magma emplacement and volcanic output, *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 20(3-4), 177–211. (Not cited.)
- Cruden, A., and K. McCaffrey (2002), First international workshop on the Physical Geology of Subvolcanic Systems – Laccoliths, Sills, and Dykes, in *LASI 1*, pp. 8–11. (Not cited.)
- Cruden, A., A. Bunger, and S. Morgan (2012), Emplacement dynamics of laccoliths, sills and dykes from dimensional scaling and mechanical models, in *LASI 1*. (Not cited.)
- Elkins-Tanton, L. T., S. Burgess, and Q.-Z. Yin (2011), The lunar magma ocean: Reconciling the solidification process with lunar petrology and geochronology, *Earth and Planetary Science Letters*, 304(3-4), 326–336. (Not cited.)
- Gilbert, G. K. (1877), Report on the Geology of the Henry Mountains , Government Printing Office, Washington, DC. (Not cited.)
- Glazner, A. F., J. M. Bartley, D. S. Coleman, W. Gray, and R. Z. Taylor (2004), Are plutons assembled over millions of years by amalgamation from small magma chambers?, *GSA Today*, 14(4), 4–8. (Not cited.)

- Habert, G., and M. De Saint-Blanquat (2004), Rate of construction of the Black Mesa bysmalith, Henry Mountains, Utah, *Geological Society*. (Not cited.)
- Han, S.-C., N. Schmerr, G. Neumann, and S. Holmes (2014), Global characteristics of porosity and density stratification within the lunar crust from GRAIL gravity and Lunar Orbiter Laser Altimeter topography data, *Geophys. Res. Lett.*, 41(6), 1882–1889. (Not cited.)
- Head, J. W., and L. Wilson (1992), Lunar mare volcanism: Stratigraphy, eruption conditions, and the evolution of secondary crusts, *Geochimica et Cosmochimica Acta*, 56(6), 2155–2175. (Not cited.)
- Horsman, E., B. Tikoff, and S. Morgan (2005), Emplacement-related fabric and multiple sheets in the Maiden Creek sill, Henry Mountains, Utah, USA, *Journal of Structural Geology*, 27(8), 1426–1444. (Not cited.)
- Horsman, E., S. Morgan, M. de Saint-Blanquat, G. Habert, A. Nugent, R. A. Hunter, and B. Tikoff (2009), Emplacement and assembly of shallow intrusions from multiple magma pulses, Henry Mountains, Utah, 100(1-2), 117–132. (Not cited.)
- Huang, Q., and M. A. Wieczorek (2012), Density and porosity of the lunar crust from gravity and topography, *J. Geophys. Res.*, 117(E5), E05,003. (Not cited.)
- Johnson, A. M., and D. D. Pollard (1973), Mechanics of growth of some laccolithic intrusions in the Henry mountains, Utah, I: field observations, Gilbert's model, physical properties and flow of the magma, *Tectonophysics*. (Not cited.)
- Jozwiak, L. M., J. W. Head, M. T. Zuber, D. E. Smith, and G. A. Neumann (2012), Lunar floor-fractured craters: Classification, distribution, origin and implications for magmatism and shallow crustal structure, *J. Geophys. Res.*, 117(E11), E11,005. (Not cited.)
- Kavanagh, J. L., T. Menand, and R. S. J. Sparks (2006), An experimental investigation of sill formation and propagation in layered elastic media, *Earth and Planetary Science Letters*, 245(3-4), 799–813. (Not cited.)
- Kerr, A. D., and D. D. Pollard (1998), Toward more realistic formulations for the analysis of laccoliths, *Journal of Structural Geology*, 20(12), 1783–1793. (Not cited.)

- Kiefer, W. S., R. J. Macke, D. T. Britt, A. J. Irving, and G. J. Consolmagno (2012), The density and porosity of lunar rocks, *Geophys. Res. Lett.*, *39*(7). (Not cited.)
- Koch, F. G., A. M. Johnson, and D. D. Pollard (1981), Monoclinal bending of strata over laccolithic intrusions, *Tectonophysics*, *74*(3-4), T21–T31. (Not cited.)
- Lister, J. R., and R. C. Kerr (1991), Fluid-mechanical models of crack propagation and their application to magma transport in dykes, *Journal of Geophysical Research: Solid . . .*, *96*(B6), 10,049–10,077. (Not cited.)
- McCaffrey, K., and N. Petford (1997), Are granitic intrusions scale invariant?, *Journal of the Geological Society*, *154*(1), 1–4. (Not cited.)
- McKenzie, D. (1984), The Generation and Compaction of Partially Molten Rock, *Journal of Petrology*, *25*(3), 713–765. (Not cited.)
- McKenzie, D. (1985), The extraction of magma from the crust and mantle, *Earth and Planetary Science Letters*, *74*(1), 81–91. (Not cited.)
- Menand, T. (2011), Physical controls and depth of emplacement of igneous bodies: A review, *Tectonophysics*, *500*(1-4), 11–19. (Not cited.)
- Michaut, C. (2011), Dynamics of magmatic intrusions in the upper crust: Theory and applications to laccoliths on Earth and the Moon, *J. Geophys. Res. Solid Earth*, *116*(B05205). (Not cited.)
- Miller, R. B., and S. R. Paterson (1999), In defense of magmatic diapirs, *Journal of Structural Geology*, *21*(8-9), 1161–1173. (Not cited.)
- Mizutani, H., T. Matsui, and H. Takeuchi (1972), Accretion process of the moon, *The Moon*, *4*(3-4), 476–489. (Not cited.)
- Morgan, S., A. Stanik, E. Horsman, B. Tikoff, M. de Saint-Bланquat, and G. Habert (2008), Emplacement of multiple magma sheets and wall rock deformation: Trachyte Mesa intrusion, Henry Mountains, Utah, *Journal of Structural Geology*, *30*(4), 491–512. (Not cited.)
- Petford, N., R. C. Kerr, and J. R. Lister (1993), Dike transport of granitoid magmas, *Geology*, *21*(9), 845–848. (Not cited.)
- Petford, N., A. R. Cruden, K. McCaffrey, and J. L. Vigneresse (2000), Granite magma formation, transport and emplacement in the Earth's crust, *Nature*, *408*(6813), 669–673. (Not cited.)

- Pinel, V., and C. Jaupart (2000), The effect of edifice load on magma ascent beneath a volcano, ... *Transactions of the Royal* .... (Not cited.)
- Pinel, V., and C. Jaupart (2004), Magma storage and horizontal dyke injection beneath a volcanic edifice, *Earth and Planetary Science Letters*, 221(1-4), 245–262. (Not cited.)
- Pollard, D. D., and A. M. Johnson (1973), Mechanics of growth of some laccolithic intrusions in the Henry Mountains, Utah, II: bending and failure of overburden layers and sill formation, *Tectonophysics*, 18(3-4), 311–354. (Not cited.)
- Rocchi, S., D. S. Westerman, A. Dini, F. Innocenti, and S. Tonarini (2002), Two-stage growth of laccoliths at Elba Island, Italy, *Geology*, 30(11), 983–986. (Not cited.)
- Rocchi, S., D. S. Westerman, A. Dini, and F. Farina (2010), Intrusive sheets and sheeted intrusions at Elba Island, Italy, *Geosphere*. (Not cited.)
- Roman, A., and C. Jaupart (2014), The impact of a volcanic edifice on intrusive and eruptive activity, *Earth and Planetary Science Letters*, 408(C), 1–8. (Not cited.)
- Roni, E., D. S. Westerman, and A. Dini (2014), Feeding and growth of a dyke–laccolith system (Elba Island, Italy) from AMS and mineral fabric data, *Journal of the Geological Society*, 171, 413–424. (Not cited.)
- Rubin, A. M. (1995), Propagation of magma-filled cracks, *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*. (Not cited.)
- Schultz, P. H. (1976), Floor-fractured lunar craters, *The Moon*, 15(3-4), 241–273. (Not cited.)
- Taisne, B., and S. Tait (2009), Eruption versus intrusion? Arrest of propagation of constant volume, buoyant, liquid-filled cracks in an elastic, brittle host, *J. Geophys. Res.*, 114(B6), B06,202. (Not cited.)
- Taisne, B., S. Tait, and C. Jaupart (2011), Conditions for the arrest of a vertical propagating dyke, *Bull Volcanol*, 73(2), 191–204. (Not cited.)
- Walker, G. P. L. (1989), Gravitational (density) controls on volcanism, magma chambers and intrusions, *Australian Journal of Earth Science*, 36(2), 149–165. (Not cited.)
- Weinberg, R. F. (1996), Ascent mechanism of felsic magmas: news and views, *Geological Society of America Special* .... (Not cited.)

- Weinberg, R. F., and Y. Podladchikov (1994), Diapiric ascent of magmas through power law crust and mantle, *J. Geophys. Res.*, 99(B5), 9543–9559. (Not cited.)
- White, S. M., J. A. Crisp, and F. J. Spera (2006), Long-term volumetric eruption rates and magma budgets, *Geochem. Geophys. Geosyst.*, 7(3), Q03,010–21. (Not cited.)
- Wichman, R. W., and P. H. Schultz (1996), Crater-centered laccoliths on the Moon: Modeling intrusion depth and magmatic pressure at the crater Taruntius, *Icarus*, 122(1), 193–199. (Not cited.)
- Wieczorek, M. A., M. T. Zuber, and R. J. Phillips (2001), The role of magma buoyancy on the eruption of lunar basalts, *Earth and Planetary Science Letters*, 185(1-2), 71–83. (Not cited.)
- Wieczorek, M. A., G. A. Neumann, F. Nimmo, W. S. Kiefer, G. J. Taylor, H. J. Melosh, R. J. Phillips, S. C. Solomon, J. C. Andrews-Hanna, S. W. Asmar, A. S. Konopliv, F. G. Lemoine, D. E. Smith, M. M. Watkins, J. G. Williams, and M. T. Zuber (2013), The crust of the Moon as seen by GRAIL, *Science*, 339(6120), 671–675. (Not cited.)
- Wöhler, C., R. Lena, and J. Phillips (2007), Formation of lunar mare domes along crustal fractures: Rheologic conditions, dimensions of feeder dikes, and the role of magma evolution, *Icarus*, 189(2), 279–307. (Not cited.)
- Wöhler, C., R. Lena, and Geologic Lunar Research Group (2009), Lunar intrusive domes: Morphometric analysis and laccolith modelling, *Icarus*, 204(2), 381–398. (Not cited.)

# CHAPTER 2

## Isoviscous elastic-plated gravity current model for shallow magmatic intrusion

---

### Contents

<b>2.1</b>	<b>Theoretical model</b>	<b>26</b>
2.1.1	Governing equation	26
2.1.2	Dimensionless equations	29
2.1.3	Need for regularization	30
<b>2.2</b>	<b>Results</b>	<b>30</b>
2.2.1	Bending regime	31
2.2.2	Gravity current regime	32
2.2.3	Lateral propagation	33
<b>2.3</b>	<b>Application to the spreading of shallow magmatic intrusions</b>	<b>33</b>
2.3.1	Observations versus predictions on the Earth	33
2.3.2	Origin of lunar low-slope domes	38
2.3.3	Discussion	39
<b>2.4</b>	<b>Toward a more realistic model for shallow magmatic intrusions</b>	<b>41</b>
	<b>Bibliography</b>	<b>43</b>

---

*Michaut* (2011) proposed a new model for the spreading of a shallow depth intermediate-size intrusion, where magma is continuously injected at the center and is accommodated by the bending of the overlying strata. In particular, the model differs from previous ones by considering both the dynamics of the emplacement itself, in a sense that the radius is self-consistently determined, and the driving force associated with the magma weight. Both were neglected in older models. In the original paper from *Michaut* (2011), the model was

derived in both cartesian and axisymmetric geometry and the results were presented in 2D. A similar model in 2D with an additional fracture criterion at the tip of the intrusion has been derived by *Bunger and Cruden* (2011) and *Hewitt et al.* (2014) discussed more precisely the dynamics at the contact line and the case of an elastic-plated gravity current spreading over an inclined plane. In this chapter, we present a summary of the model and the results for the spreading of an isoviscous elastic-plated gravity current over a rigid horizontal surface in an axisymmetrical geometry. Results in this geometry have been thoroughly studied by *Lister et al.* (2013) and this model will constitute the reference for more elaborate models in the manuscript.

## 2.1 Theoretical model

The model considers an isoviscous elastic-plated gravity current, i.e. an isoviscous fluid of viscosity  $\eta_h$  and density  $\rho_m$  spreading beneath a thin elastic sheet of thickness  $d_c$  and above a semi infinite rigid layer (*Michaut*, 2011; *Bunger and Cruden*, 2011) (Figure 2.1). The fluid is injected continuously at the base and center of the current at a rate  $Q_0$  through a cylindrical conduit of diameter  $a$ .

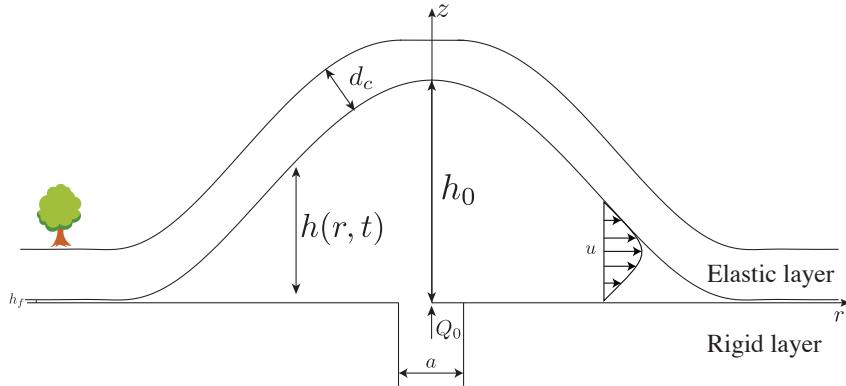


Figure 2.1: Model geometry and parameters.

### 2.1.1 Governing equation

#### Driving pressure

The intrusion develops over a length scale  $\Lambda$  that is much larger than its thickness  $H$  ( $\varepsilon = H/\Lambda \ll 1$ ). In the laminar regime and in axisymmetrical

coordinates  $(r, z)$ , the Navier-Stokes equations within the lubrication assumption are

$$-\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial z} \left( \eta \frac{\partial u}{\partial z} \right) = 0 \quad (2.1)$$

$$-\frac{\partial P}{\partial z} - \rho_m g = 0 \quad (2.2)$$

where  $u(r, z, t)$  is the radial velocity,  $g$  is the standard acceleration due to gravity and  $P(r, z, t)$  is the pressure within the fluid. Integration of (2.2) thus gives the total pressure  $P(r, z, t)$  within the flow. When the vertical deflection  $h(r, t)$  of the upper elastic layer is small compared to its thickness  $d_c$ , i.e  $h \ll d_c$ , we can neglect stretching of the upper layer and only consider bending stresses. Therefore, the total pressure  $P(r, z, t)$  at a level  $z$  in the intrusion is the sum of four contributions: the weight of the magma and of the upper layer, the bending pressure  $P_b$  and the atmospheric pressure  $P_0$

$$P = \rho_m g(h - z) + \rho_r g d_c + P_b + P_0 \quad (2.3)$$

where  $h(r, t)$  is the intrusion thickness and  $\rho_r$  the density of the surrounding rocks. The bending pressure is given by the force per unit area that is necessary for a vertical displacement  $h$  of the thin elastic plate (*Turcotte and Schubert, 1982*)

$$P_d = D \nabla^4 h \quad (2.4)$$

where  $D$  is the flexural rigidity of the thin elastic layer, that depends on the Young's modulus  $E$ , Poisson's ratio  $\nu^*$  and on the elastic layer thickness  $d_c$  as  $D = E d_c^3 / (12(1 - \nu^{*2}))$ .

### Velocity field

At the contact with the elastic sheet  $z = h(r, t)$ , the no-slip boundary condition hold and then, the tangential velocity is zero and the normal velocity is the change in height ( $\partial h / \partial t$ ). With  $\vec{n}$  the normal to the surface and  $\vec{t}$  the tangent, we have

$$\vec{n} \cdot (u, w) = \frac{\partial h}{\partial t} \quad (2.5)$$

$$\vec{t} \cdot (u, w) = 0. \quad (2.6)$$

The tangent vector is  $\vec{t} = (1, \partial h / \partial r)$ . However, within the lubrication assumption, the vertical component of the tangent vector scales as  $\varepsilon$  and thus, is negligible compared to the radial component. Therefore, the boundary condition (2.6) reduces to  $u(r, z = h, t) = 0$ . At the base of the flow, the same boundary condition hold and  $u(r, z = 0, t) = 0$ .

Equation (2.1) is integrated twice as a function of  $z$  using these boundary conditions and the horizontal velocity is

$$u(r, z, t) = \frac{1}{2\eta} \frac{\partial P}{\partial r} (z^2 - hz) \quad (2.7)$$

### Injection rate

The effective overpressure  $\Delta P^*$  driving the flow in the feeder conduit decreases as the intrusion thickens and is given by

$$\Delta P^* = \Delta P - \rho_m g h_0 \quad (2.8)$$

where  $h_0(t)$  is the maximum intrusion thickness at the center  $r = 0$  and  $\Delta P$  is the initial driving pressure or the overpressure at the base of the dyke ( $z = -Z_c$ ).

In (2.8), the bending pressure at the center, which scales as  $Dh_0(t)/R(t)^4$  where  $R(t)$  is the current radius, has been neglected. Although it tends to infinity at the initiation of the flow, it rapidly vanishes as the current spreads and the hydrostatic pressure  $\rho_m g h_0$  becomes the main contribution to the pressure at the center. In addition, the model assumes a large aspect ratio for the flow and does not consider the initiation of the flow.

Finally, assuming a Poiseuille flow within the cylindrical feeding conduit, the vertical injection velocity  $w_i(r, t)$  and injection rate  $Q(t)$  are given by

$$w_i = \begin{cases} \frac{\Delta P^*}{4\mu Z_c} \left( \frac{a^2}{4} - r^2 \right) & r \leq \frac{a}{2} \\ 0 & r > \frac{a}{2} \end{cases} \quad (2.9)$$

$$Q = Q_0 \left( 1 - \frac{\rho_m g h_0}{\Delta P} \right) \quad (2.10)$$

where  $Q_0 = (\pi \Delta P^* a^4) / (128\eta Z_c)$ .

### Mass conservation

The fluid is assumed incompressible and a global statement of mass conservation gives

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \int_0^h u dz \right) = w_i \quad (2.11)$$

and using (2.7), we find that the equation for the evolution of the thickness in time and space reads

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\rho_m g}{12\eta r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r h^3 \frac{\partial h}{\partial r} \right) + \frac{D}{12\eta r} \left( r h^3 \frac{\partial}{\partial r} \nabla^4 h \right) + w_i. \quad (2.12)$$

It is composed of three different terms on the right hand side. The first term represents gravitational spreading, i.e. spreading of the current under its own weight. The second term represents the squeezing of the flow by the upper elastic layer. Both term are negative and induces spreading. The last term represents fluid injection and is positive.

### 2.1.2 Dimensionless equations

Equation (2.12) is nondimensionalized using a horizontal scale  $\Lambda$ , a vertical scale  $H$  and a time scale  $\tau$  given by

$$\Lambda = \left( \frac{D}{\rho_m g} \right)^{1/4} \quad (2.13)$$

$$H = \left( \frac{12\eta Q_0}{\rho_m g \pi} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (2.14)$$

$$\tau = \frac{\pi \Lambda^2 H}{Q_0} \quad (2.15)$$

where scales are chosen such that  $Q_0 = \pi \Lambda^2 H / \tau$ . The length scale represents the flexural wavelength of the upper elastic layer, i.e. the length scale at which bending stresses and gravity contributes equally to flow. The height scale  $H$  is the thickness of a typical gravity current and the time scale  $\tau$  is the characteristic time to fill up a cylindrical flow of radius  $\Lambda$  and thickness  $H$  at constant rate  $Q_0$ . In addition, we can define a horizontal velocity scale  $U = \Lambda / \tau = (\rho_m g H^3) / (12\eta_h \Lambda)$ .

The dimensionless equation is

$$\begin{aligned} \frac{\partial h}{\partial t} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r h^3 \frac{\partial h}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \left( r h^3 \frac{\partial}{\partial r} \nabla^4 h \right) \\ &+ \frac{32}{\gamma^2} \left( \frac{1}{4} - \frac{r^2}{\gamma^2} \right) \left( 1 - \frac{h_0}{\sigma} \right) \end{aligned} \quad (2.16)$$

where the last term is replaced by zero for  $r > \gamma/2$ .  $\gamma$  and  $\sigma$  are two dimensionless numbers that control the dynamics of the flow

$$\gamma = \frac{a}{\Lambda} \quad (2.17)$$

$$\sigma = \frac{\Delta P}{\rho_m g H}. \quad (2.18)$$

$\gamma$  is the dimensionless radius of the conduit, it does not significantly influence the flow and is set to 0.02 in the following (*Michaut and Bercovici, 2009; Michaut, 2011*).  $\sigma$  is the normalized pressure head, i.e., the ratio between the initial overpressure driving the flow and the weight of the magma at the center.

### 2.1.3 Need for regularization

One of the main mathematical difficulty in solving equation (2.16) arises at the contact line. Indeed, the assumption that the thickness of the fluid tends to zero at the contact line leads to divergent viscous stresses, i.e.  $\eta\partial u/\partial z \rightarrow \infty$  and hence, the theoretical immobility of the blister (*Flitton and King*, 2004; *Lister et al.*, 2013; *Hewitt et al.*, 2014). This problem, known as the contact-line paradox, is a well known problem for surface-tension driven flow such as the spreading of a water droplet (*Bertozzi*, 1998; *Snoeijer and Andreotti*, 2013).

The formal proof have been derived by *Flitton and King* (2004) and can be derived as follow. Suppose that (2.16) has a solution and the solution has the form  $h \sim A(t)(R(t) - r)^\alpha$  near the contact line. As  $r \rightarrow R(r)$ , the bending term dominates the gravitational term and (2.16) reduces to

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( rh^3 \frac{\partial}{\partial r} \nabla^4 h \right). \quad (2.19)$$

Injecting the solution into (2.19) and keeping only the leading powers of  $R - r$  gives

$$\begin{aligned} \frac{\partial R}{\partial t} A \alpha (R - r)^{\alpha-1} + \frac{\partial A}{\partial t} (R - r)^\alpha &= A^4 \alpha (\alpha - 1) (\alpha - 2) \\ &\quad (\alpha - 3) (\alpha - 4) (\alpha - 5) (R - r)^{4\alpha-6} \end{aligned}$$

The time derivative is locally dominated by its convective part at the tip, the second term on the left is small compared to the first and therefore, by equating the exponent of  $R - r$ , we obtain  $\alpha = 5/3$  and then

$$\frac{\partial R}{\partial r} = -\frac{280}{243} A^3. \quad (2.20)$$

It shows that (2.16) can only have solutions with retreating contact line ( $dR/dt < 0$ ) but not with advancing contact line ( $dR/dt > 0$ ) (*Lister et al.*, 2013; *Flitton and King*, 2004).

To mitigate this problem, one common approach is to add a thin prewetting film, with thickness  $h_f$  such that  $h \rightarrow h_f$  as  $r \rightarrow \infty$ . While the solution will depend upon the prewetting film thickness  $h_f$  and will not show any convergence properties when  $h_f \rightarrow 0$ , we will see that the dependence in  $h_f$  is weak and the difference between different values for  $h_f$  will be relatively small (*Lister et al.*, 2013; *Hewitt et al.*, 2014). Unless otherwise specified, we will consider  $h_f = 5 \cdot 10^{-3}$  in the manuscript.

## 2.2 Results

For a small prewetting film thickness, i.e.  $h_f \ll 1$ , the numerical resolution of the equation (2.16) shows three asymptotic spreading regimes: a bending

regime where gravity is negligible, a viscous gravity current regime where bending is negligible and a regime of lateral propagation (*Michaut, 2011; Bunger and Cruden, 2011; Lister et al., 2013*). In the following, we present the shape of the flow as well as scaling laws that predict the evolution of the thickness at the center  $h_0(t)$  and the radius  $R(t)$  in each regime.

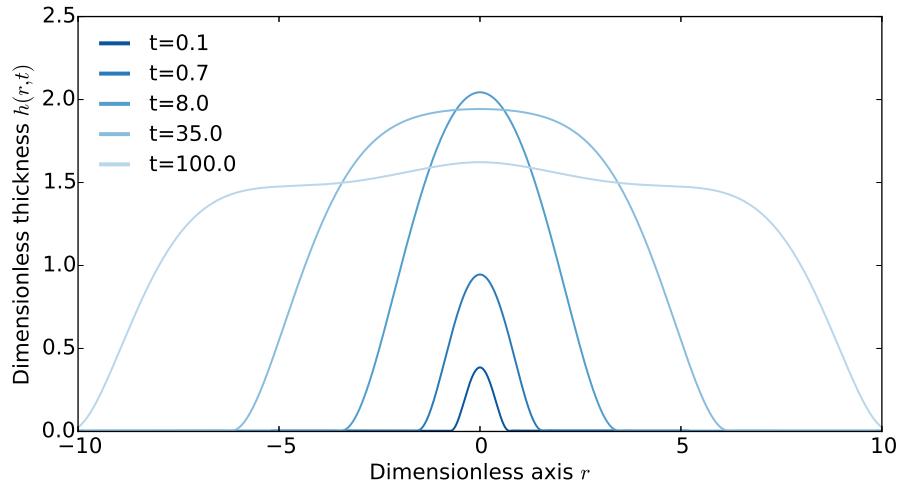


Figure 2.2: Shape of the flow, i.e. thickness  $h(r, t)$  as a function of the radial axis  $r$  at five different times indicated on the plot. Variables are dimensionless and one needs to multiply by the characteristic scales (thickness, length or time given by (2.14), (2.13) or (2.15)) to obtain dimensional values. For  $t < 10$ , the intrusion is in the bending regime whereas for  $t > 10$  the intrusion is in the gravity current regime.

### 2.2.1 Bending regime

At early times, when  $R \ll \Lambda$ , gravity is negligible and the dynamics of the spreading is governed by the bending of the upper layer. In addition, if  $h_0 \ll \sigma$ , the overpressure  $\Delta P$  driving the flow is much larger than the weight of the blister at the center and the injection rate can be considered constant.

In that case, the spreading is very slow and the interior has uniform pressure  $P = \nabla^4 h$ . The flow is bell-shaped and its thickness is given by

$$h(r, t) = h_0(t) \left(1 - \frac{r^2}{R^2(t)}\right)^2 \quad (2.21)$$

with  $h_0(t)$  the thickness of the intrusion at the center (*Michaut, 2011; Lister et al., 2013*). In this regime, *Lister et al.* (2013) have shown that the spreading

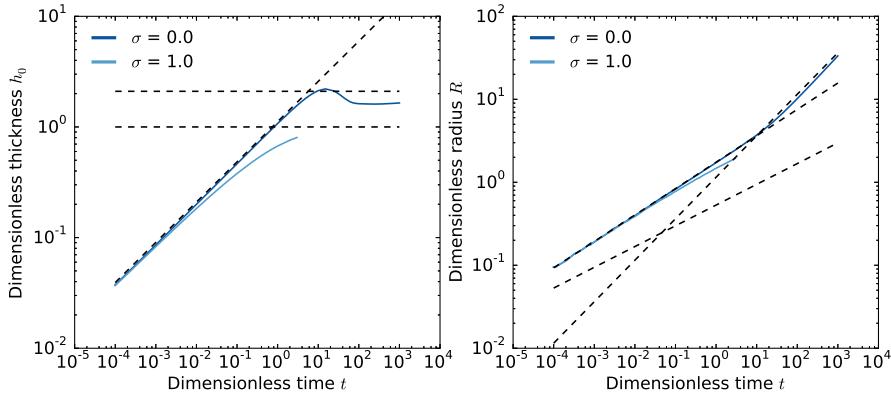


Figure 2.3: Left: Dimensionless thickness at the center  $h_0$  versus dimensionless time  $t$  for different dimensionless number  $\sigma$  indicated on the plot. Dashed-lines represent the scaling laws in the different regimes. Right: Dimensionless radius  $R$  versus dimensionless time  $t$  for the same dimensionless number  $\sigma$ . Dashed-lines represent the scaling laws in the different regimes.

is controlled by the propagation of a peeling by bending wave at the intrusion front with dimensionless velocity  $c$

$$c = \frac{\partial R}{\partial t} = h_f^{1/2} \left( \frac{\kappa}{1.35} \right)^{5/2} \quad (2.22)$$

where  $\kappa = \partial^2 h / \partial r^2$  is the dimensionless curvature of the interior solution. Using the propagation law (2.22) and the form of the interior solution (2.21), they find that the radius and the height of the intrusion are given by similarity solutions

$$R(t) = 2.2 h_f^{1/22} t^{7/22} \quad (2.23)$$

$$h_0(t) = 0.7 h_f^{-1/11} t^{8/22}. \quad (2.24)$$

where the numerical pre-factor have been matched to our simulations. The bell-shaped morphology of the flow in this regime is very close to the dome-shaped morphology of laccoliths (*Michaut, 2011*).

### 2.2.2 Gravity current regime

In contrast, when the radius  $R$  becomes much larger than  $\Lambda$  ( $R \gg \Lambda$ ), the weight of the intrusion becomes dominant over the bending terms. The pressure is given by the hydrostatic pressure  $P = h$  and the intrusion enters a classical viscous gravity current regime where bending terms only affect the

## 2.3. Application to the spreading of shallow magmatic intrusion33

solution near the intrusion edge (*Huppert*, 1982; *Michaut*, 2011; *Lister et al.*, 2013). In this second regime, while the thickness tends to a constant, the radius evolves as  $t^{1/2}$ . The flow is therefore characterized by a small aspect-ratio and a disk-like morphology close to the one shown by large mafic sills.

In between the bending and gravity regime, *Lister et al.* (2013) also describe a short intermediate regime where the peeling by bending continues to control the propagation but where, due to the increasing effect of gravity, the flow shows an interior flat-topped region. This flat-topped morphology is also observed for many laccoliths (*Koch et al.*, 1981; *Bunger and Cruden*, 2011).

### 2.2.3 Lateral propagation

Once  $h_0 \rightarrow \sigma$ , the flow is thick enough to compensate for the initial overpressure. The thickness at the center remains constant and the flow enters a regime of lateral propagation, where only its radius  $R(t)$  is to increase (*Michaut*, 2011). In this regime, except at the center when it redistributes the pressure over a length scale  $\Lambda$ , the bending term is negligible compared to the gravitational term. *Michaut* (2011) has shown that in this regime, the thickness is constant and the radius evolves as  $t^{1/4}$

$$R(t) = \left( \frac{\sigma^3 t}{4\pi} \right)^{1/4} \quad (2.25)$$

$$h_0 = \sigma \quad (2.26)$$

## 2.3 Application to the spreading of shallow magmatic intrusions

### 2.3.1 Observations versus predictions on the Earth

#### Dataset

*Corry* (1988) has made an extensive catalog of 900 laccoliths across the world. In particular, *Corry* (1988) provides for the thickness and the radius of 168 laccoliths among which, 40 are also given with an estimation of the intrusion depth. These laccoliths, who are felsic in composition, show thicknesses that range mainly from 100 meters to 10 km with radii in between 1 and 10 km. While most of the data are located in the United States ( $\sim 90\%$ ), the different laccoliths are widely spread among the territory and variation in the parameters between different laccoliths is most likely to be important.

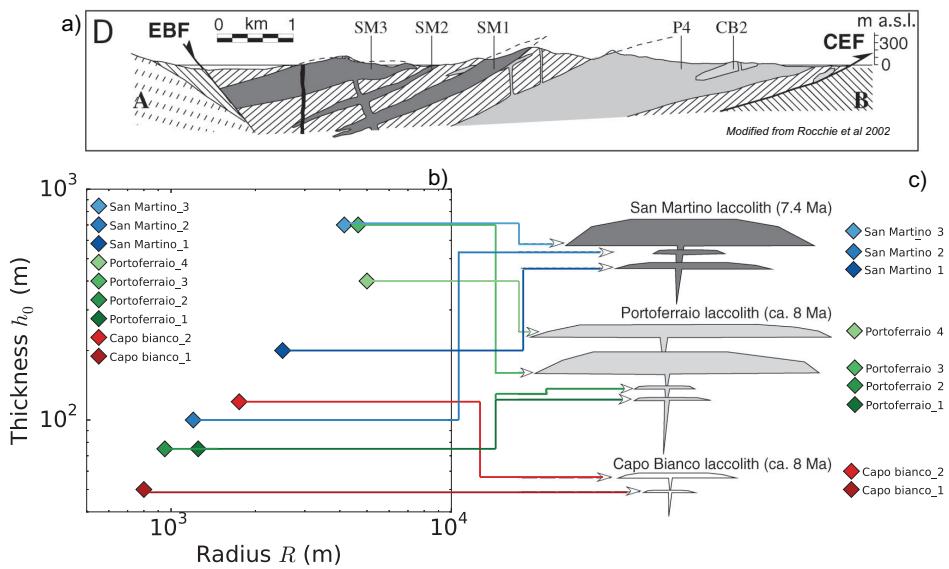


Figure 2.4: a): Cross section of western and central Elba Island where we can see the christmas tree structure of the laccolith complex and the main laccolith units visible at the surface. b) Thickness versus radius of the different laccolith units. c) Sketch of the corresponding location of these laccoliths within the christmas tree structure shortly after their formations. Figure modified from *Rocchi et al. (2002)*.

Therefore, in addition to the data from *Corry (1988)*, we also consider in this study the data provided by *Rocchi et al. (2002)* on 9 laccoliths nested in a christmas tree structure at Elba Island, Italy (Figure 2.4). The detailed mapping and reconstruction of tectonic history made by *Rocchi et al. (2002)* provides for the parameters of each intrusive layer in the laccolith complex. In addition, for this dataset, each laccolith is part of a larger intrusive system, and hence variability of the model parameters should be limited, except for the overlying elastic layer thickness, taken to be the intrusion depth, whose variation between laccoliths is given by *Rocchi et al. (2002)*. The dispersion is much smaller for this dataset; the radius ranges from 1 to 10 km and the thickness from 40m to 1 km.

Finally, we also account for 25 large mafic sills whose thickness and radius are given by *Cruden et al. (2012)*. In order to account for the intrinsic scale of different settings for each intrusion and compare them to the model, the data have first to be nondimensionalized using characteristic values for each intrusion parameters and also their depth, when absent from the catalog.

#### Range of value for the parameters

## 2.3. Application to the spreading of shallow magmatic intrusion 35

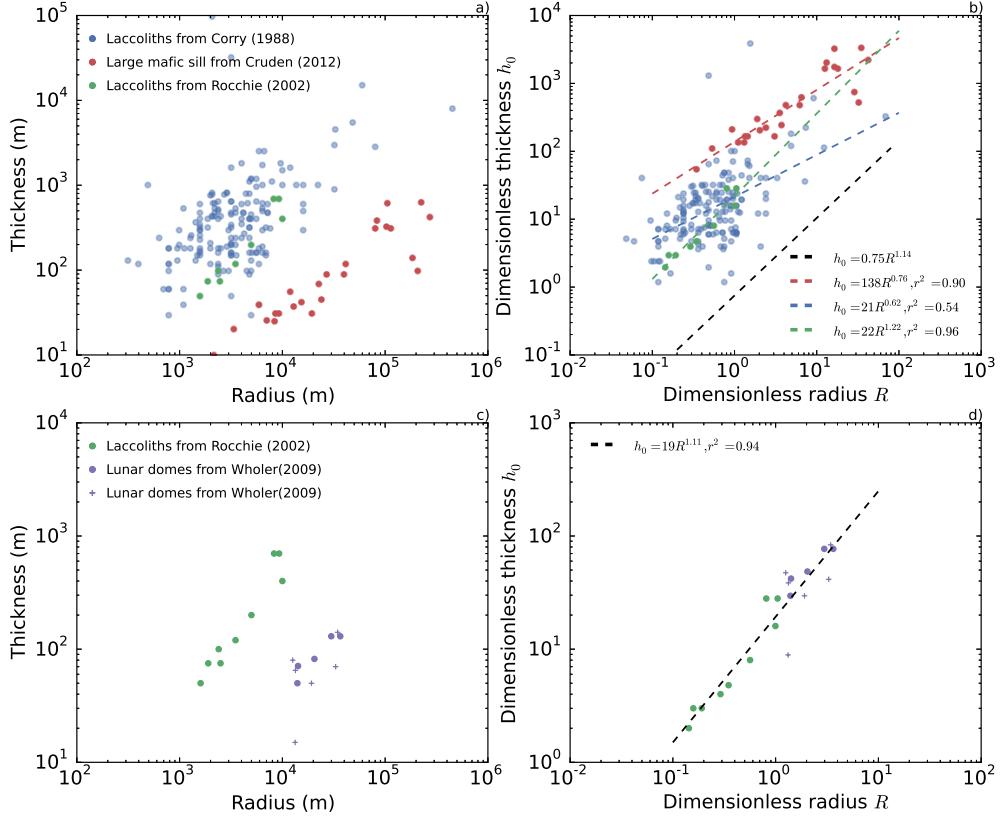


Figure 2.5: a) Thickness  $h_0$  (m) versus the radius  $R$  (m) for magmatic intrusions from different datasets indicated on the plot. b) Dimensionless thickness as a function of dimensionless radius, characteristic thickness, and length are calculated from (2.14) and (2.13). Dashed lines: predicted scaling law from the simulations (black) and best fit for the power law  $h_0 = aR^b$  for each dataset obtained from a linear least-square regression in log-log space.  $r^2$  is the squared of the correlation coefficient, i.e. Pearson product-moment correlation coefficient which gives an indication on the goodness of the fit; 1 is total positive correlation and 0 is no correlation. We use  $\rho_m = 2500 \text{ kg m}^{-3}$ ,  $Q_0 = 2.5 \cdot 10^3 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  and  $\eta_h = 10^6 \text{ Pa s}$  for felsic laccoliths and  $\rho_m = 2900 \text{ kg m}^{-3}$ ,  $Q_0 = .1 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  and  $\eta_h = 10^2 \text{ Pa s}$  for their mafic counterparts. Unless the intrusion depth is given by the dataset, we use  $d_c = 1500 \text{ m}$  and  $g = 9.81 \text{ m s}^{-2}$ . c) and d), same plots but where we compared the laccoliths from (Rocchi et al., 2002) to a set of low-slope domes given by Wöhler et al. (2009). Lunar domes are nondimensionalized using  $g = 1.62 \text{ m s}^{-2}$ ,  $\rho_m = 3000 \text{ kg m}^{-3}$ ,  $Q_0 = 1 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ ,  $\eta_h = 1 \text{ Pa s}$  and  $d_c$ , which is not given in the dataset is set to 1500 m. Purple dots correspond to morphometry reevaluated with the LOLA instrument topography and crosses to the original data. In all cases, the Poisson's ratio is  $\nu^* = 0.25$ .

In terrestrial settings, magma density  $\rho_m$  depends mainly on its composition and varies between  $2500 \text{ kg m}^{-3}$  for felsic lavas to  $3000 \text{ kg m}^{-3}$  for a more mafic lavas. Reported intrusion depth, which is set to 1.5 km otherwise, varies from 180 to 2200 m for the laccoliths in [Corry \(1988\)](#) and from 1.9 to 3.7 km for the laccoliths at Elba Island. Hence, for a Young's modulus value of 10 GPa, the characteristic length scale  $\Lambda$  varies between  $\sim 1 \text{ km}$  and  $\sim 7 \text{ km}$  for laccoliths. The density does not affect much the value of  $\Lambda$  and the characteristic length scale for large mafic sills, whose depths are not reported in [Cruden et al. \(2012\)](#) and set to 1.5 km, is equal to  $\sim 3 \text{ km}$ .

On Earth, laccoliths are generally formed by relatively evolved lavas that may have differentiated from primitive magma in deep crustal magma chambers, located some 5 to 15 km below the surface. The overpressures driving magma ascent are typically 20 to 50 MPa ([Stasiuk et al., 1993](#); [Barmin et al., 2002](#)), which gives overpressure gradients of  $\sim 10^3 \text{ Pa m}^{-1}$ . Lava viscosity at eruption temperature  $\eta_h$  depends mainly on its composition and water content; close to its liquidus temperature, it can vary from  $10^2 \text{ Pa s}$  for mafic lavas to  $10^5 \text{ Pa s}$  for felsic lavas ([Shaw, 1972](#); [Giordano et al., 2008](#); [Whittington et al., 2009](#); [Chevrel et al., 2013](#)). [Wada \(2007\)](#) show that the dyke width tends to increase with viscosity to the power 1/4 ([Kerr and Lister, 1995](#)); mafic lavas with viscosity  $10^2 \text{ Pa s}$  at eruption temperature tend to form dyke 1 m wide, while felsic magmas, with viscosities of  $10^6\text{-}10^7 \text{ Pa s}$  at eruption temperature, tend to form dykes 100 m wide. For the same overpressure gradient, plugin in these parameters in  $Q_0$  (2.10) gives an injection rate close to  $0.1 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  for mafic lavas and  $2.5 \cdot 10^3 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  for felsic lavas. The height scale  $H$  is thus  $\sim 25$  for felsic laccolith and  $\sim 0.1 \text{ m}$  for large mafic sills.

The model also considers a thin pre-wetted film of thickness  $h_f$  whose meaning in the application to the spreading of laccolith is unclear. In particular, the model shows no convergence when  $h_f$  tends to zero ([Lister et al., 2013](#)) and therefore, the thickness  $h_f$  might be linked to some structural length scale at the front of the laccolith or to the natural imperfection of the flow geometry. For the purpose of the application, we choose a film thickness of 1 mm, i.e. the minimum length scale with physical signification for the spreading of laccoliths which give a dimensionless  $h_f$  that varies between  $10^{-2}$  and  $10^{-4}$ . In the following, we set  $h_f$  to  $10^{-3}$ .

### Dimensionless data and comparison with the model

Each magmatic intrusion unit is made dimensionless using its characteristic length scale  $\Lambda$ , which depends upon the intrusion depth, and its characteristic height scale, which is either  $H = 25 \text{ m}$  for felsic laccolith or  $H = 0.1 \text{ m}$  for large mafic sills (Figure 2.5). First, the dimensionless radius of laccoliths at

Table 2.1: Range of values for the model parameters

Parameters	Symbol	Earth	Moon	Unit
Depth of intrusion	$d_c$	0.2 – 2.7	1.5	km
Young's Modulus	$E$	10	10	GPa
Poisson's ratio	$\nu^*$	0.25	0.25	
Gravity	$g$	9.81	1.62	$\text{m s}^{-2}$
Magma density	$\rho_m$	2500 – 2900	2900	$\text{kg m}^{-3}$
Magma viscosity	$\eta_h$	$10^2 – 10^6$	1	Pa s
Feeder dyke width	$a$	1 – 100	10	m
Depth of the melt source	$Z_c$	1 – 10	500	km
Initial overpressure	$\Delta P$	20 – 50	50	MPa
Injection rate	$Q_0$	$0.1 – 10^3$	$10^4$	$\text{m}^3 \text{s}^{-1}$
Characteristic scales	Symbol	Earth	Moon	Unit
Height scale	$H$	0.1 – 25	2	m
Length scale	$\Lambda$	1 – 7	3.3	km
Time scale	$\tau$	$10^{-1} – 10$	$10^{-2} – 1$	years

Elba Island and 95% of those from [Corry \(1988\)](#) are smaller than 4 consistent with their arrest in the bending regime. The prediction of the model for the evolution of the thickness  $h_0$  of the current as a function of its radius  $R$  can be easily derived from the scaling laws (2.24) and (2.23) and should follow

$$h_0 \sim 0.3 h_f^{-1/7} R^{8/7} \quad (2.27)$$

in agreement with the power law relationship  $h_0 = bR^a$  proposed initially by [McCaffrey and Petford \(1997\)](#) (Section 1.3.2). To characterize the mean trend in each population, we make use of a linear least-square regression in log-log space to obtain a value for the coefficient  $a$  and  $b$  that best fit the observation. We found  $h_0 = 21R^{1.22}$  for the laccoliths at Elba island which is very close to  $R^{1.14}$  predicted by the model (Figure 2.5). Actually, the geometry of these laccoliths is not well known and probably not perfectly axisymmetric. [Hewitt et al. \(2014\)](#) found that for a two dimensional flow,  $h_0 \propto \delta^{1/7} L^{1.42}$  where  $L$  is the half-length of the flow. The best fit value for the coefficient  $a$  then nicely inserts between the expected values for the two geometries as noted by [Michaut \(2011\)](#). In contrast, the prediction for the coefficient  $b$  is much smaller than the predicted value. Even for  $h_f = 10^{-2}$ , which would be an upper bound for this parameter, the model predict  $b = 0.15$ , which is three

orders of magnitudes smaller than the observation (Figure 2.5). Matching the data to the model will require using a viscosity  $\eta_h$  for the magma abnormally high, i.e.  $\eta_h \sim 10^{12}$  Pa s or unreasonable injection rate, i.e.  $Q_0 \sim 1 \text{ km}^3 \text{ s}^{-1}$ .

The best fit power law relationship for the laccoliths from [Corry \(1988\)](#) is  $h_0 = 21R^{0.62}$  (Figure 2.5,  $r^2 = 0.54$ ). In that case, the exponent  $a$  is smaller than one and does not agree with the model. This value for  $a$ , slightly smaller than the value calculated directly on the data by [McCaffrey and Petford \(1997\)](#), was interpreted as reflecting the two stage growth process historically invoked for the formation of laccolith (Section 1.3.2). However, the dispersion in the data is much important than in the observation from [Rocchi et al. \(2010\)](#) and not taken into account in the nondimensionalization which assumes the same parameters for all the different laccoliths.

Half of the large mafic sills show dimensionless radius smaller than  $R = 4$ , not consistent with their arrest in the gravity current regime (Figure 2.5). It might suggest that these mafic sills have intruded shallower into the crust; for instance, for  $d_c = 250$  m, the characteristic length scale for the mafic sill is smaller  $\Lambda = 800$  m and 95% of the population show dimensionless radius larger than 4. Nevertheless, their dimensionless thickness, which should tend to a constant of order  $O(1)$  according to the model, is much larger than the expected value and increases with the radius  $R$ . For a gravity current in a two dimensional geometry, the thickness is indeed expected to increase with the length of the sill, but as  $L^{1/4}$  [Michaut \(2011\)](#) which is much weaker than the found value for the coefficient  $a$  of 0.76 for large mafic sill (Figure 2.5). Therefore, the model prediction toughly reconcile with the observation for large mafic sills.

### 2.3.2 Origin of lunar low-slope domes

#### Dataset

On the Moon, 13 elongated low-slope domes have been identified as potentially intrusive domes instead of effusive ([Wöhler et al., 2007, 2009](#)). [Wöhler et al. \(2009\)](#) used an image-based 3D reconstruction approach which relies on a combination of photocalinometry and shape from shading techniques to determine the morphometric properties of each of these lunar domes. This method results in a 10% error estimation on the intrusion thickness.

#### Range of value for the parameters

Given the basalt composition of most lunar rocks from the mare brought

## 2.3. Application to the spreading of shallow magmatic intrusion 39

---

back from Appolo missions, the lunar magmas are more likely to be mafic in composition and we use  $\rho_m = 2900 \text{ kg m}^{-3}$  for the lava density. Therefore, on the Moon, the larger lava density and the smaller gravity leads to length scale 1.5 times larger than terrestrial ones; for instance, using  $E = 10 \text{ GPa}$  and  $d_c = 1.5 \text{ km}$ , the characteristic length scale for lunar intrusions is  $\sim 5 \text{ km}$  and  $3.3 \text{ km}$  for a terrestrial laccolith.

The source of magma in the lunar interior are poorly constrained and more likely to be deeper than on Earth; most of the mare basalt are thought to be a product of melting initiated deep in the lunar mantle, deeper than 400 km (*Shearer, 2006*). Using the same value for the initial driving pressure,  $\Delta P = 50 \text{ MPa}$ , unless lunar magmas are likely to be more mafic and contain less volatiles implying smaller driving pressure, and a depth of 500 km for the magma source region, the overpressure gradient is only of  $100 \text{ Pa m}^{-1}$ . Mare basalt, which have lower concentration in alkalies than terrestrial basalt, should also have a lower viscosity. We take  $\eta_h = 1 \text{ Pa s}$  and for a dyke 10 m thick, the injection rate is  $Q_0 = 10^4 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  and the typical height scale  $H \sim 2 \text{ m}$ .

### Predictions versus observations

After nondimensionalization, the lunar low-slope domes show dimensionless radius smaller than 4 consistent with their arrest in the bending regime. In addition, they are almost perfectly aligned with the terrestrial laccolith from Elba Island (Figure 2.5) (*Michaut, 2011*). Indeed, the best fit for all the observations, lunar domes + Elba island laccoliths, is  $h_0 = 10R^{1.11}$  with a high correlation coefficient  $r^2 = 0.94$ . Given that the same intrusion depth has been arbitrarily chosen for all intrusions, the fit is surprisingly accurate. Therefore, the isoviscous elastic-plated gravity current model is able to explain the difference between Earth laccolith and lunar intrusive domes (*Michaut, 2011*).

### 2.3.3 Discussion

Historical models for intermediate scale magmatic intrusion consider that the main phase of laccolith growth and spreading require a two-stage process: horizontal spreading of a sill followed by vertical inflation when the sill has grown horizontally enough so that the magma has enough leverage on the overlying layers to begin to bend them upward (*Johnson and Pollard, 1973; Koch et al., 1981*). More recent model proposed instead that these intrusions form as a series of sub-horizontally staked magma sheets (*Morgan et al., 2008; Menand, 2011*). While both model are able to account for several geological

observations, they both lack a physical description of the intrusion process and are then not able to explain the solidified morphology of these magmatic intrusions in term of the flow parameters (injection rate, volume) at the time of emplacement.

### Isoviscous elastic-plated gravity current

*Michaut* (2011) has developed a new approach to model intermediate-scale intrusion such as sill, laccolith or bysmalith. In particular, *Michaut* (2011) develop a dynamic elastic-plated gravity current model that consider both the bending and the own weight of the magma as driving the flow. This model shows promising result in predicting the variety of shape of intermediate scale magmatic intrusions; from the dome shape of laccolith to the disk-like morphology of large mafic sill. It allows to relate the laccolith morphology to the crustal and magma physical properties, and more importantly, to the injection rate. The prediction of the model, especially the scaling law for the thickness versus length in the bending regime, also fits the variability in the laccolith units at Elba Island, hence providing for a physical explanation for the observed relationship between laccolith length and thickness. Finally, the model show promising result in explaining the discrepancy between terrestrial laccolith and low-slope lunar domes on the Moon and therefore can be used to assess the intrusive origin of intrusive candidates on other planets.

However, there are questions that remain open. First, we have shown that the model hardly account for the absolute final value for both the thickness and the radius of these laccolith and that reconciliating predictions and observations requires abnormally high magma viscosity. Second, the model was also not able to account for the increase in large mafic sill thickness with their diameter. More importantly, the model crucially lack of a stopping criterion that could predict the final morphology of a magmatic intrusion given its input parameters. Fracturation is generally considered as the limiting mechanism to the expansion of magmatic intrusion.

### Criterion for fracturation

As the flow length increases, the pressure in the intrusion eventually decreases to the critical value equal to the pressure necessary for fracturing the tip. In that case, fracturing at the tip might limit spreading and trigger the arrest of a laccolith in the bending regime. The stress intensity factor  $K_I$  for a mode  $I$  fracture and a uniformly loaded crack situated close to a boundary (i.e.,  $d \ll R$ ) can be approximated by (*Dyskin et al.*, 2000; *Bunger and*

*Emmanuel, 2005)*

$$K_I = K_M M_0 d_c^{-3/2} \quad (2.28)$$

where  $K_M = 1.932$  is a constant and  $M_0$  is the bending moment at the crack tip given by

$$M_0 = -D \left( \frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial r} \right) \Big|_{r=R(t)}. \quad (2.29)$$

Once  $K_I$  reaches the fracture toughness limit  $K_c$ , i.e.  $\sim 4 - 400$  MPa m<sup>1/2</sup> (?), fracturing at the tip will limits the intrusion lateral extent.

Injecting the scaling for the thickness  $h_0$  as a function of the radius  $R$  (2.27) with dimension into the predicted flow shape in the bending regime (2.21) gives the flow shape as a function of the radius  $R(t)$  of the laccolith

$$h(r, t) = 20H\Lambda^{-8/7}R(t)^{8/7} \left( 1 - \frac{r^2}{R^2(t)} \right)^2. \quad (2.30)$$

Injecting this expression into (2.29) and (2.28) and inverting for the radius, one can then found that the critical dimensionless radius  $R_{cr}$  for the laccolith is

$$R_{cr} \sim \frac{20E^{7/6}H^{7/6}K_m^{7/6}}{K_c^{7/6}\Lambda^{7/3}} d^{7/4} \quad (2.31)$$

which, in terms of the parameters, it reads

$$R_{cr} \sim 142E^{7/12}K_m^{7/6}Q_0^{7/24}\eta_h^{7/24}g^{7/24}\rho_m^{7/24}K_c^{-7/6} \quad (2.32)$$

and therefore depends mainly in the fracture toughness of the encasing rocks. One can calculate that for typical crustal and magma parameters taken in Section 2.3 for terrestrial laccoliths and the largest reported value for the parameter  $K_c = 4000$  MPa m<sup>1/2</sup>, the critical dimensionless radius is equal to  $\sim 10$  and therefore, still much larger than the transition radius between the bending and gravity regime  $R = 4$ . Therefore, while fracturation might explain the arrest of magmatic intrusion for large mafic sill, it does not provide a sufficient mechanism for the arrest of laccolith.

## 2.4 Toward a more realistic model for shallow magmatic intrusions

We have shown that while it shows promising results in reproducing the morphology of solidified magmatic intrusions on Earth and the Moon, the isoviscous elastic-plated gravity current suffers some limitations as well. In this manuscript, we propose to explore two important mechanisms that have

been neglected until now and will certainly influence the emplacement of shallow magmatic intrusions in the crust of terrestrial planets: the effect a temperature-dependent rheology for the magma and the effect of an overburden characterized by a non-constant thickness.

The former has already shown important implications for the cooling of lava domes (*Bercovici, 1994; Bercovici and Lin, 1996; Balmforth and Craster, 2004; Garel et al., 2014*). Indeed, the viscosity of magma can vary by several orders of magnitudes during the cooling (*Shaw, 1972; Lejeune and Richet, 1995*) and therefore, as the fluid cools, its composition and crystal content change which, in turn, modifies the viscosity and the dynamics of the flow itself. The first part of the manuscript deals with this matter and try to better understand the dynamics of a cooling elastic-plated gravity current. In particular, in chapter 3, we derive a model of a cooling elastic-plated gravity current with a viscosity inversely dependent on temperature and isothermal boundary conditions. This model is next further refined and compared to the observation in chapter 4.

The second part of the manuscript addresses the second point and in particular, the problem of crater-centered intrusions with application to the endogenous deformation observed at lunar floor-fractured craters. Indeed, if large volume of magma have effectively intruded at shallow depth below these craters as proposed by *Schultz (1976)*, the topography of the initial impact crater has to constrain the underlying magma spreading dynamics. Chapter 5 presents a model for crater-centered intrusions and its application to the deformations observed at floor-fractured craters. Finally, chapter 6 takes the study of floor-fractured craters one step further by looking at the gravitational signature of lunar floor-fractured craters in the light of the model predictions.

This approach, evolving each time from a theoretical model to the observations, might help shed light both on the limitations of the model of *Michaut (2011)* exposed in this chapter and the origin of lunar-floor fractured craters.

## Bibliography

- Balmforth, N. J., and R. V. Craster (2004), Dynamics of cooling viscoplastic domes, *J. Fluid Mech.* (Not cited.)
- Barmin, A., O. Melnik, and R. Sparks (2002), Periodic behavior in lava dome eruptions, *Earth and Planetary Science Letters*, 199(1-2), 173–184. (Not cited.)
- Bercovici, D. (1994), A theoretical model of cooling viscous gravity currents with temperature-dependent viscosity, *Geophys. Res. Lett.* (Not cited.)
- Bercovici, D., and J. Lin (1996), A gravity current model of cooling mantle plume heads with temperature-dependent buoyancy and viscosity, *J. Geophys. Res.*, 101(B2), 3291–3309. (Not cited.)
- Bertozzi, A. L. (1998), The mathematics of moving contact lines in thin liquid films, *Notices AMS*. (Not cited.)
- Bunger, A. P., and A. R. Cruden (2011), Modeling the growth of laccoliths and large mafic sills: Role of magma body forces, *J. Geophys. Res.*, 116(B2), B02,203. (Not cited.)
- Bunger, A. P., and D. Emmanuel (2005), Near-surface hydraulic fracture, *Engineering Fracture Mechanics*, 72(16), 2468–2486. (Not cited.)
- Chevrel, M. O., T. Platz, E. Hauber, D. Baratoux, Y. Lavallée, and D. B. Dingwell (2013), Lava flow rheology: A comparison of morphological and petrological methods, *Earth and Planetary Science Letters*, 384(C), 109–120. (Not cited.)
- Corry, C. E. (1988), Laccoliths: mechanics of emplacement and growth. (Not cited.)
- Cruden, A., A. Bunger, and S. Morgan (2012), Emplacement dynamics of laccoliths, sills and dykes from dimensional scaling and mechanical models, in *LASI 1*. (Not cited.)
- Dyskin, A. V., L. N. Germanovich, and K. B. Ustinov (2000), Asymptotic analysis of crack interaction with free boundary, *International journal of solids . . .*, 37(6), 857–886. (Not cited.)
- Flitton, J. C., and J. R. King (2004), Moving-boundary and fixed-domain problems for a sixth-order thin-film equation, *European Journal of Applied Mathematics*, 15(06), 713–754. (Not cited.)

- Garel, F., E. Kaminski, S. Tait, and A. Limare (2014), An analogue study of the influence of solidification on the advance and surface thermal signature of lava flows, *Earth and Planetary Science Letters*, 396(C), 46–55. (Not cited.)
- Giordano, D., J. K. Russell, and D. B. Dingwell (2008), Viscosity of magmatic liquids: A model, *Earth and Planetary Science Letters*, 271(1-4), 123–134. (Not cited.)
- Hewitt, I. J., N. J. Balmforth, and J. R. De Bruyn (2014), Elastic-plated gravity currents, pp. 1–29. (Not cited.)
- Huppert, H. E. (1982), The propagation of two-dimensional and axisymmetric viscous gravity currents over a rigid horizontal surface, *J. Fluid Mech.*, 121(-1), 43–58. (Not cited.)
- Johnson, A. M., and D. D. Pollard (1973), Mechanics of growth of some laccolithic intrusions in the Henry mountains, Utah, I: field observations, Gilbert's model, physical properties and flow of the magma, *Tectonophysics*. (Not cited.)
- Kerr, R. C., and J. R. Lister (1995), Comment on “On the relationship between dike width and magma viscosity” by Yutaka Wada, *Journal of Geophysical Research: Solid . . .*. (Not cited.)
- Koch, F. G., A. M. Johnson, and D. D. Pollard (1981), Monoclinal bending of strata over laccolithic intrusions, *Tectonophysics*, 74(3-4), T21–T31. (Not cited.)
- Lejeune, A. M., and P. Richet (1995), Rheology of crystal-bearing silicate melts: An experimental study at high viscosities, *Journal of Geophysical Research: Planets (1991–2012)*, 100(B3), 4215–4229. (Not cited.)
- Lister, J. R., G. G. Peng, and J. A. Neufeld (2013), Viscous Control of Peeling an Elastic Sheet by Bending and Pulling, *Phys. Rev. Lett.*, 111(15), 154,501. (Not cited.)
- McCaffrey, K., and N. Petford (1997), Are granitic intrusions scale invariant?, *Journal of the Geological Society*, 154(1), 1–4. (Not cited.)
- Menand, T. (2011), Physical controls and depth of emplacement of igneous bodies: A review, *Tectonophysics*, 500(1-4), 11–19. (Not cited.)
- Michaut, C. (2011), Dynamics of magmatic intrusions in the upper crust: Theory and applications to laccoliths on Earth and the Moon, *J. Geophys. Res. Solid Earth*, 116(B05205). (Not cited.)

- Michaut, C., and D. Bercovici (2009), A model for the spreading and compaction of two-phase viscous gravity currents, *J. Fluid Mech.*, *630*, 299–329. (Not cited.)
- Morgan, S., A. Stanik, E. Horsman, B. Tikoff, M. de Saint-Blanquat, and G. Habert (2008), Emplacement of multiple magma sheets and wall rock deformation: Trachyte Mesa intrusion, Henry Mountains, Utah, *Journal of Structural Geology*, *30*(4), 491–512. (Not cited.)
- Rocchi, S., D. S. Westerman, A. Dini, F. Innocenti, and S. Tonarini (2002), Two-stage growth of laccoliths at Elba Island, Italy, *Geology*, *30*(11), 983–986. (Not cited.)
- Rocchi, S., D. S. Westerman, A. Dini, and F. Farina (2010), Intrusive sheets and sheeted intrusions at Elba Island, Italy, *Geosphere*. (Not cited.)
- Schultz, P. H. (1976), Floor-fractured lunar craters, *The Moon*, *15*(3-4), 241–273. (Not cited.)
- Shaw, H. R. (1972), Viscosities of magmatic silicate liquids; an empirical method of prediction, *Am J Sci*, *272*(9), 870–893. (Not cited.)
- Shearer, C. K. (2006), Thermal and Magmatic Evolution of the Moon, *Reviews in Mineralogy and Geochemistry*, *60*(1), 365–518. (Not cited.)
- Snoeijer, J. H., and B. Andreotti (2013), Moving Contact Lines: Scales, Regimes, and Dynamical Transitions, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, *45*(1), 269–292. (Not cited.)
- Stasiuk, M. V., C. Jaupart, R. Stephen, and J. Sparks (1993), Influence of cooling on lava-flow dynamics, *Geology*, *21*(4), 335–338. (Not cited.)
- Turcotte, D. L., and G. Schubert (1982), *Geodynamics: Applications of continuum physics to geological problems*, John Wiley, New York. (Not cited.)
- Wada, Y. (2007), On the relationship between dike width and magma viscosity, pp. 1–13. (Not cited.)
- Whittington, A. G., B. M. Hellwig, H. Behrens, B. Joachim, A. Stechern, and F. Vetere (2009), The viscosity of hydrous dacitic liquids: implications for the rheology of evolving silicic magmas, *Bull Volcanol*, *71*(2), 185–199. (Not cited.)
- Wöhler, C., R. Lena, and J. Phillips (2007), Formation of lunar mare domes along crustal fractures: Rheologic conditions, dimensions of feeder dikes, and the role of magma evolution, *Icarus*, *189*(2), 279–307. (Not cited.)

Wöhler, C., R. Lena, and Geologic Lunar Research Group (2009), Lunar intrusive domes: Morphometric analysis and laccolith modelling, *Icarus*, 204(2), 381–398. (Not cited.)

## Part II

# Evolution thermique des intrusions magmatiques à faible profondeur



## Part III

Cratères à sol fracturée: Témoins  
d'un magmatisme intrusif lunaire



