

# 基于 0-1 整数规划的柔性印刷墨盒切换优化模型

## 摘 要

在柔性印刷机的实际操作中,由于插槽数量有限,不可能一次性将所有需要的墨盒放置在机器中,这导致在印刷不同产品时需要更换墨盒,而更换墨盒具有其相应的代价。因此,本数学建模团队基于 0-1 整数规划模型,在不同的情境下对墨盒切换次数、切换时间分别建立了相应的优化模型,并进行求解。我们的工作将最小化墨盒切换代价,显著提高印刷效率,为工厂的实际生产提供理论指导。

在问题一中,我们使用了 0-1 整数规划模型建立了对墨盒切换次数的优化模型(模型一),并不考虑包装的印刷顺序以及墨盒在插槽上的安装顺序。最终在 5 个数据集上进行测试求解,得到了最小切换次数分别为 5, 8, 48, 58 和 130,均为可以验证的最优解。

在问题二中,我们根据题意修改了模型一 0-1 规划的目标函数,由此建立了对墨盒切换时间的优化模型(模型二),依旧并不考虑包装的印刷顺序以及墨盒在插槽上的安装顺序。最终在 5 个数据集上进行测试求解,得到了最小切换时间分别为 32, 51, 112, 233 和 376,其中前 2 个数据集的结果为可以验证的最优解。对于后 3 个数据集,求解复杂度明显提升,因此我们联合启发式算法对其进行求解,得到优化解。最后,我们建立了包括贪心算法模型在内的两个验证模型,证明了模型二的性能要显著优越于验证模型的性能。

在问题三中,我们需要考虑墨盒在插槽上的安装顺序,因为这可能对印刷效果产生实际影响。我们在模型二 0-1 规划的基础上增加了对墨盒相对位置的约束条件,由此建立了考虑墨盒相对位置的墨盒切换时间优化模型(模型三),最终在 4 个数据集上进行测试求解,得到了最小切换时间分别为 56, 180, 264 和 294,其中第一个数据集的结果为可以验证的最优解。对于后 3 个数据集,出现了与模型二后 3 个数据集同样的问题,我们采用同样的方法进行处理,并在最后用贪心算法模型进行对比,验证了模型三的性能。

在问题四中,我们可以对包装的印刷顺序进行优化,因此我们重新设计了 0-1 整数规划模型的决策变量,建立了考虑包装印刷顺序及墨盒相对位置的墨盒切换时间优化模型(模型四),并对其进行线性化处理以优化求解复杂度,最终在 4 个数据集上进行测试求解,得到了最小切换时间分别为 20, 37, 65 和 271,其中前 3 个数据集的结果为可以验证的最优解。最后,我们应用模型三对模型四进行验证,证明了模型四的正确性和优越性能。

我们的工作提出了一个多阶段的优化策略,逐步引入新的约束和变量,并且不断验证模型的有效性和优越性。特别是在问题四中,模型能够自主优化包装印刷顺序,显示出模型的高度适应性和灵活性。在更复杂的情况下,模型也能修改约束条件、目标函数等进行推广,应用前景广阔。

**关键词:** 柔性印刷, 0-1 整数规划模型, 优化模型, 贪心算法, 启发式算法

# 一、问题背景与重述

## 1.1 问题背景

在现代印刷工业中，柔性版印刷因其高效性和环保性而广受欢迎。特别是在食品包装领域，如薯片、方便面和瓜子等包装，柔性版印刷技术因其能够减少材料浪费和加快生产速度而成为主流选择。相较于传统意义上的印刷工艺而言，柔性版印刷工艺无论从印版制作生产还是经济环保方面来说都具有突出的优势<sup>[1]</sup>。

在柔性印刷机的实际操作中，由于插槽数量有限，不可能一次性将所有需要的墨盒放置在机器中，这导致在印刷不同产品时需要更换墨盒。每次更换墨盒时，为了避免颜色混淆，需要对传墨辊和滚筒进行清洗，这个过程耗时并影响整体印刷效率。更复杂的是，不同颜色墨盒之间的切换时间可能因清洗程度的不同而有所差异。

考虑到这一切换过程的时间消耗和对印刷效率的影响，本数学建模团队运用最优化理论，建立数学模型来最小化总切换次数或时间，从而提高印刷效率，为工厂的实际生产提供理论指导。

## 1.2 问题重述

所有问题均在只有一台喷雾清洗剂的前提下讨论。

**问题一：**已知包装种类印刷顺序以及每种包装所必需的墨盒编号，并且墨盒在插槽上安放的顺序不影响印刷效果，建立数学模型求解最小切换次数。

**问题二：**在第一问的基础上，增加已知条件从墨盒 $i_1$ 切换到墨盒 $i_2$ 所需的时间，建立数学模型求解最小切换时间。

**问题三：**在第二问的基础上改动条件，现在墨盒在插槽上安放的顺序会影响印刷效果，因此在这个顺序是已知、给定的情况下，建立数学模型求解最小切换时间。

**问题四：**在第三问的基础上改动条件，现在包装种类印刷顺序未知，需要在此情况下优化包装种类印刷顺序，并建立数学模型求解最小切换时间。

## 二、问题分析

**问题一：**对于第一问，我们已知包装种类印刷顺序以及每种包装所必需的墨盒编号，要求建立数学模型求解最小切换次数。我们发现，对于每一个墨盒 $i$ ，在印刷包装 $j$ 时，要么在插槽 $k$ 上，要么不在插槽 $k$ 上，这样一个状态可以用一个二进制变量进行表示。因此，我们采用 0-1 整数规划算法对其进行建模和求解。

**问题二：**这一问，题目新增了已知条件：从墨盒 $i_1$ 切换到墨盒 $i_2$ 所需的时间。因此这一问不再是简单地对切换次数进行求解，而是要优化最小切换时间。而在上一问中，三维二进制决策变量可以很好地模拟印刷中的每一种状态，因此这一问，我们在问题一模型的基础上重新分析和建立了新的目标函数，并联合启发式算法对模型进行求解。最后，我们还将建立贪心算法模型和混合模型（与问题一建立的模型一混合）来验证模型二的性能。

**问题三：**这一问新增了约束条件：已知墨盒在插槽上的相对位置。因此我们在模型二的基础上增加符合题意的约束条件，建立问题三的 0-1 整数规划模型。同样在最后使用贪心算法模型对其进行验证和评价。

**问题四：**这一问中，包装的印刷顺序不再固定，这给了我们很大的优化空间。因此我们引入新的 0-1 决策变量来表示包装的印刷顺序，重新建立 0-1 整数规划模型，并对其线性化优化，以降低求解复杂度。最终，我们利用模型三对模型四进行验证和评价。

表 1 题目给定的条件和需要考虑的因素对照表

	问题一	问题二	问题三	问题四
墨盒个数/包装个数/ 插槽个数/每种包装 所必需的墨盒编号	已知	已知	已知	已知
包装印刷时序	已知	已知	已知	未知，需优化
墨盒在插槽上的安装 顺序	不影响	不影响	约束条件	约束条件
墨盒 $i_1$ 切换到墨盒 $i_2$ 所需的时间	不考虑	已知	已知	已知

从上表中也可以看出，每两个相邻的问题仅有一个条件发生了变化，因此我们将不断完善基于 0-1 整数规划的模型。

### 三、模型假设

**假设一:**假设只有一台喷雾清洗机,且这台喷雾清洗机可以连续工作而不发生故障。这意味着清洗工作只能是串行的,不能是并行的,因此总切换时间是各切换时间的和。

**假设二:**假设只有一台柔性印刷机,且这台柔性印刷机可以连续工作而不发生故障。

**假设三:**假设对于任意包装,印刷这一包装所需的墨盒数量不多于印刷机上的插槽数量。

**假设四:**在问题一和问题二中,假设墨盒在插槽上的排列顺序对最终的印刷效果不产生影响。

### 四、符号说明

表 2 符号说明表

符号	含义
$x_{i,j,k}$	墨盒 $i$ 在印刷包装 $j$ 时是否插在插槽 $k$ 上
$y_{j,c}$	包装 $j$ 是否第 $c$ 个印刷
$z_{i_1,i_2,j,c,k}$	线性化求解辅助变量
$p_{i,j,k}$	墨盒 $i$ 在印刷包装 $j$ 时的相对位置
$I$	墨盒数量
$J$	包装数量
$K$	插槽数量
$M_j$	印刷包装 $j$ 时所必需的墨盒编号的集合
$M_{j,l}$	印刷包装 $j$ 时所必需的第 $l$ 个墨盒的编号
$F_n$	目标函数

## 五、问题一模型的建立与求解

### 5.1 模型建立

#### 5.1.1 决策变量

问题的求解需要讨论对于每一个墨盒，在印刷某一包装时是否在某一插槽上，因此确定决策变量为如下三维 0-1 变量：

$$x_{i,j,k} = \begin{cases} 1, & \text{墨盒} i \text{ 在印刷包装} j \text{ 时被插在插槽} k \text{ 上} \\ 0, & \text{否则} \end{cases} \quad (1)$$

该决策变量对于每一个确定的  $j$ ，可以表示一个确定的二维 0-1 矩阵，其中每一列（蓝色示例）、每一行（黄色示例）有且仅有一个 1 存在，如下图所示：

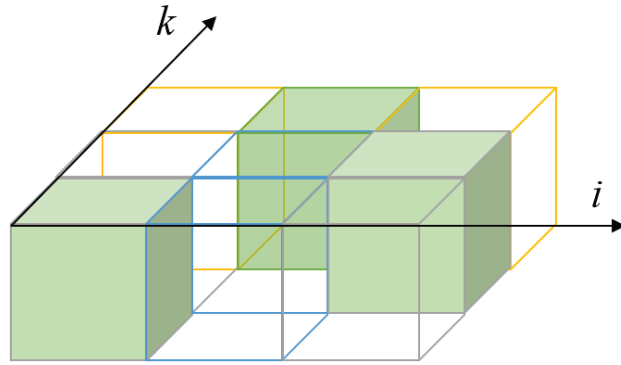


图 1 每一层决策变量示意图

整体三维 0-1 决策变量如下图所示：

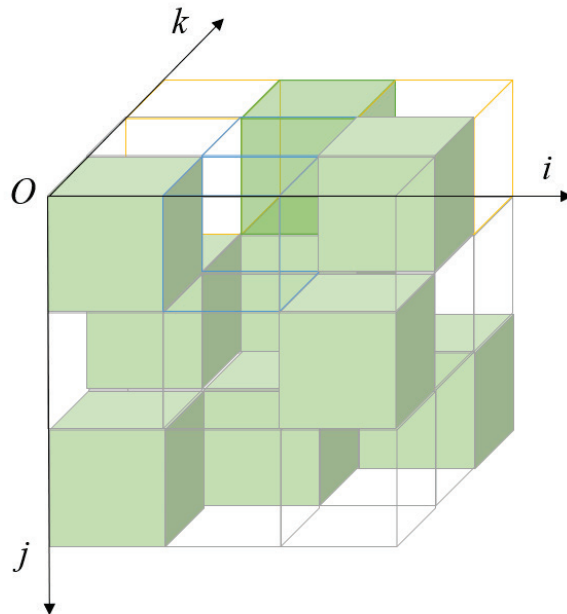


图 2 三维决策变量示意图

### 5.1.2 目标函数

对于一个确定的插槽上 $k$ 的一个墨盒 $i_1$ ，若其在此插槽上被替换成 $i_2$ ，则相邻两层 $j$ 和 $j+1$ 上的第 $k$ 个向量中，有两对值发生了变化： $i_1$ 所对应的这一对从 1 变为 0，即 $i_1$ 被换下； $i_2$ 所对应的这一对从 0 变为 1，即 $i_2$ 被换上。即对于一次更换，相邻两层的决策变量有两对值发生了 0-1 翻转，也就是说，对于每个插槽，墨盒的更换实际上是由一次取出和一次插入组成的，但我们需要视作一个单一的更换事件。

以图 1 为例，假设此时将墨盒 1 换为墨盒 3（在插槽 1 上发生），将墨盒 3 换为墨盒 1（在插槽 1 上发生），那么对应两层决策变量的变化情况如下图所示：

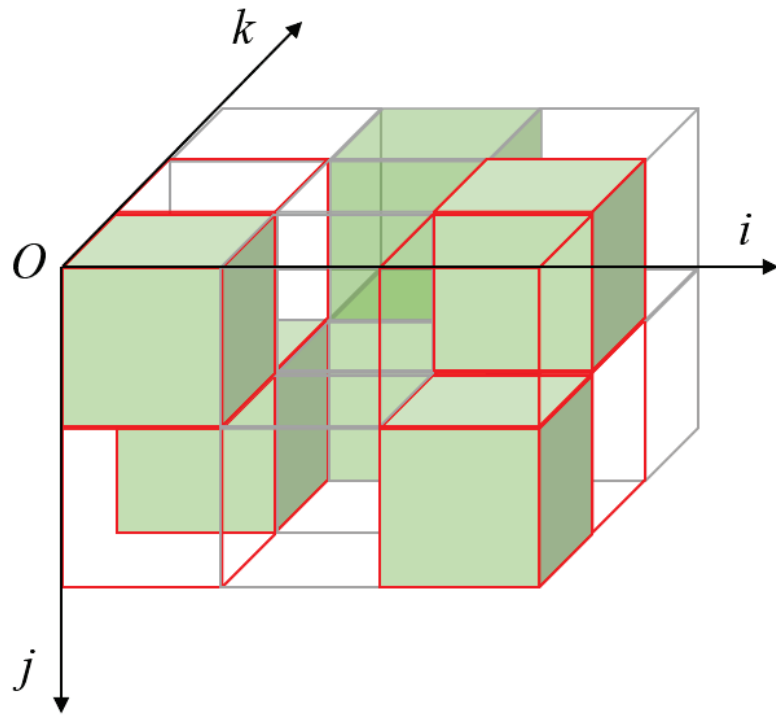


图 3 相邻两层间决策变量变化示意图

从图 3 中可以看到共有 8 个单元——也就是 4 对决策变量的值发生了变化，而实际上只进行了 2 次墨盒的更换。因此总体更换次数为

$$F_1 = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{J-1} \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K |x_{i,j,k} - x_{i,j+1,k}| \quad (2)$$

其中， $J$ 为需要印刷的包装数量， $I$ 为提供的墨盒总数， $K$ 为插槽数量。

### 5.1.3 约束条件

1) 印刷每个包装 $j$ 时，每个插槽 $k$ 上，最多只能有一个墨盒 $i$ ：

$$\forall j \in \{1, 2, \dots, J\}, \forall k \in \{1, 2, \dots, K\}, \sum_{i=1}^I x_{i,j,k} \leq 1 \quad (3)$$

2) 印刷每个包装 $j$ 时，对于每个墨盒 $i$ ，最多只能插在一个插槽 $k$ 上：

$$\forall j \in \{1, 2, \dots, J\}, \forall i \in \{1, 2, \dots, I\}, \sum_{k=1}^K x_{i,j,k} \leq 1 \quad (4)$$

3) 印刷每个包装 $j$ 时所需的墨盒必须在一个插槽上：

$$\forall j \in \{1, 2, \dots, J\}, \forall i \in M_j, \sum_{k=1}^K x_{i,j,k} = 1 \quad (5)$$

#### 5.1.4 总模型

综上所述，建立如下最小化墨盒切换次数的 0-1 整数规划模型：

$$\begin{aligned} \min F_1 &= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{J-1} \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K |x_{i,j,k} - x_{i,j+1,k}| \\ s. t. &\begin{cases} \forall j \in \{1, 2, \dots, J\}, \forall k \in \{1, 2, \dots, K\}, \sum_{i=1}^I x_{i,j,k} \leq 1 \\ \forall j \in \{1, 2, \dots, J\}, \forall i \in \{1, 2, \dots, I\}, \sum_{k=1}^K x_{i,j,k} \leq 1 \\ \forall j \in \{1, 2, \dots, J\}, \forall i \in M_j, \sum_{k=1}^K x_{i,j,k} = 1 \end{cases} \end{aligned} \quad (6)$$

## 5.2 模型求解

### 5.2.1 数据集介绍

题目中提供的数据集名称格式为  $\text{Insn}_J_I_K$ ，其中 $n$ 为数据集编号， $J$ 为包装种类数， $I$ 为墨盒数， $K$ 为插槽数。将数据集读入 Python 中，并使用 Gurobi 求解器对上述模型进行建模求解，得到的结果如下。

### 5.2.2 Insl\_5\_10\_2：1 号数据集，5 种待印刷包装，10 种可选墨盒，2 个插槽

基于此数据集，求解得到  $\min F_1 = 5$ 。在此最小切换次数下，一种可能的各包装对应其所需墨盒放置方案如下：

表 3 问题一数据 1 求解结果方案表

包装种类印刷顺序	插槽 1	插槽 2
1	<u>5</u>	<u>7</u>
2	<u>5</u>	<u>2</u>
3	<u>4</u>	<u>2</u>
4	<u>3</u>	<u>8</u>
5	<u>3</u>	<u>7</u>

注：结果方案表中，新换上的墨盒用黄色高亮，当前必需的墨盒用下划线标出，下同。

### 5.2.3 Ins2\_7\_10\_3: 2 号数据集, 7 种待印刷包装, 10 种可选墨盒, 3 个插槽

基于此数据集, 求解得到  $\min F_1 = 8$ 。在此最小切换次数下, 一种可能的各包装对应其所需墨盒放置方案如下:

表 4 问题一数据 2 求解结果方案表

包装种类印刷顺序	插槽 1	插槽 2	插槽 3
1	<u>7</u>	<u>2</u>	
2	<u>8</u>	<u>6</u>	<u>3</u>
3	<u>9</u>	6	<u>7</u>
4	<u>9</u>	<u>6</u>	7
5	<u>4</u>	6	7
6	<u>2</u>	<u>6</u>	7
7	<u>1</u>	<u>3</u>	<u>7</u>

### 5.2.4 剩余数据集

剩余 3 个数据集 (Ins3\_10\_50\_15, Ins4\_20\_50\_10, Ins5\_30\_60\_10) 的目标函数的求解结果, 即对应的最小切换次数依次为 **48**, **58** 和 **130**。它们详细的墨盒放置方案在附录中给出。



## 六、问题二模型的建立与求解

### 6.1 模型建立

#### 6.1.1 决策变量、目标函数与约束条件

在本问题中，我们得知不同墨盒之间的切换时间不一定相同，因而我们需要在题目给定墨盒之间相互切换时间的情况下，最小化总体切换时间。因为其余条件没有发生变化，所以我们保持决策变量不变，将目标函数更新为

$$F_2 = \sum_{j=1}^{J-1} \sum_{k=1}^K \sum_{i_1=1}^I \sum_{i_2=1}^I t_{i_1, i_2} x_{i_1, j, k} x_{i_2, j+1, k} \quad (7)$$

其中， $t_{i_1, i_2}$ 表示从墨盒 $i_1$ 切换到墨盒 $i_2$ 所需的时间，注意 $t_{i_1, i_2}$ 与 $t_{i_2, i_1}$ 不一定相等。此目标函数的每一项的两个决策变量同时为1时，意味着在插槽 $k$ 上发生了一次由墨盒 $i_1$ 切换到墨盒 $i_2$ 的操作，此时再与所需时间相乘便为切换时间，求和后即为总目标函数。

注意到在模型一中，因为考虑的是相邻层级之间对应决策变量的异或关系，因此求解器在优化求解时，不区分“0-0”状态和“1-1”状态，这意味着在模型一中，可能存在着决策变量为0，但是此处实际上有墨盒的情况（对于问题一的目标函数来说，这种处理方式不影响最终目标函数的优化取值）。因此，在模型二中，我们增加以下约束条件：

$$\forall k \in \{1, 2, \dots, K\}, \forall j \in \{1, 2, \dots, J-1\}, \sum_{i=1}^I x_{i, j, k} \leq \sum_{i=1}^I x_{i, j+1, k} \quad (8)$$

即对于每个插槽 $k$ ，一旦其被使用后就不能被闲置。

#### 6.1.2 总模型

综上所述，建立如下最小化墨盒切换时间的0-1整数规划模型：

$$\begin{aligned} \min F_2 &= \sum_{j=1}^{J-1} \sum_{k=1}^K \sum_{i_1=1}^I \sum_{i_2=1}^I t_{i_1, i_2} x_{i_1, j, k} x_{i_2, j+1, k} \\ \text{s. t. } &\left\{ \begin{aligned} &\forall j \in \{1, 2, \dots, J\}, \forall k \in \{1, 2, \dots, K\}, \sum_{i=1}^I x_{i, j, k} \leq 1 \\ &\forall j \in \{1, 2, \dots, J\}, \forall i \in \{1, 2, \dots, I\}, \sum_{k=1}^K x_{i, j, k} \leq 1 \\ &\forall j \in \{1, 2, \dots, J\}, \forall i \in M_j, \sum_{k=1}^K x_{i, j, k} = 1 \\ &\forall k \in \{1, 2, \dots, K\}, \forall j \in \{1, 2, \dots, J-1\}, \sum_{i=1}^I x_{i, j, k} \leq \sum_{i=1}^I x_{i, j+1, k} \end{aligned} \right. \quad (9) \end{aligned}$$

## 6.2 模型求解

在 Python 中使用 Gurobi 求解器对上述模型进行建模求解，得到的结果如下：

### 6.2.1 Ins1\_5\_10\_3: 1 号数据集，5 种待印刷包装，10 种可选墨盒，3 个插槽

基于此数据集，求解得到 $\min F_2 = 32$ 。在此最小切换时间下，一种可能的各包装对应其所需墨盒放置方案如下：

表 5 问题二数据 1 求解结果方案表

包装种类 印刷顺序	插槽 1	插槽 2	插槽 3	切换时间
1	<u>3</u>	<u>6</u>	<u>4</u>	0
2	3	<u>6</u>	<u>5</u>	11
3	<u>9</u>	<u>1</u>	<u>5</u>	9+5=14
4	<u>9</u>	1	<u>2</u>	7
5	9	<u>1</u>	<u>2</u>	0
				<b>32</b>

### 6.2.2 Ins2\_7\_10\_2: 2 号数据集，7 种待印刷包装，10 种可选墨盒，2 个插槽

基于此数据集，求解得到 $\min F_2 = 51$ 。在此最小切换时间下，一种可能的各包装对应其所需墨盒放置方案如下：

表 6 问题二数据 2 求解结果方案表

包装种类 印刷顺序	插槽 1	插槽 2	切换时间
1	<u>2</u>		0
2	<u>8</u>		8
3	<u>5</u>	<u>3</u>	1
4	<u>4</u>	3	12
5	<u>5</u>	<u>6</u>	7+1=8
6	<u>3</u>	<u>1</u>	14+7=21
7	<u>6</u>	<u>1</u>	1
			<b>51</b>

### 6.2.3 剩余数据集

对于剩余的 3 个数据集, Gurobi 求解器在有限时间内并不能很好地找到最优解，或者说它不能证明找到的是最优解。因此，我们结合启发式算法进行求解，启发式算法是一种在问题求解过程中利用经验知识来快速寻找问题近似解的算法，这样可以有效地避免模型陷入局部最优解<sup>[2]</sup>。虽然应用启发式算法后，模型求解效率显著提升，但在有限时间内依旧无法找到或证明最优解。最终目标函数优化值依次为 **112**,

233 和 376。在这三种优化情况下的墨盒放置方案将在附录中给出。

### 6.3 模型验证与评价

因为对于数据集 3、4、5，Gurobi 求解器在有限时间内无法很好地进行求解，为了验证模型性能，我们首先采用贪心算法建立这一问的求解模型。贪心算法的流程可以表示如下：

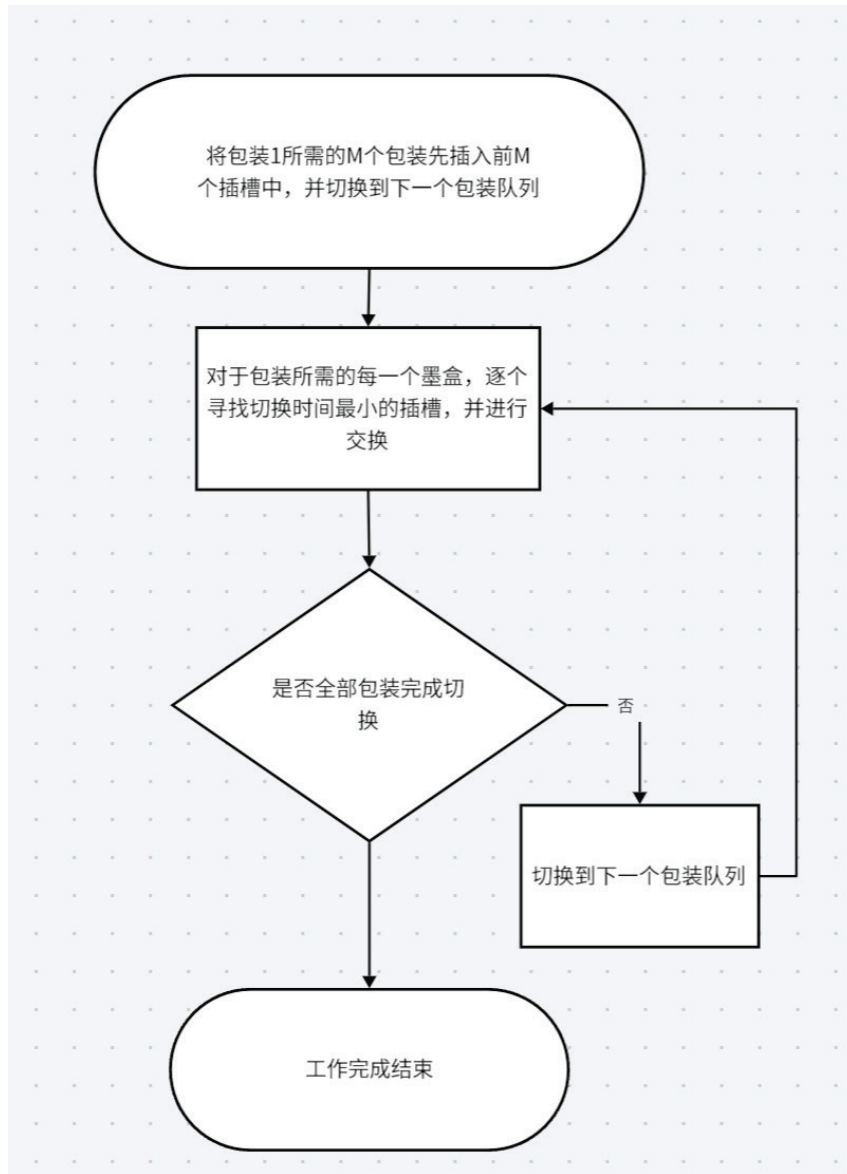


图 4 问题二贪心算法流程图

**Step1:** 将包装 1 所需的 $|M_1|$ 个包装先插在前 $|M_1|$ 个插槽上。

**Step2:** 对于下一个包装所需每一个墨盒，在每一个可选插槽中选择切换时间最小的那一个进行切换，为了避免冲突，根据循环顺序先到先得。

**Step3:** 重复 Step2，直到所有包装印刷完毕。

编写代码建立模型，得到以下求解结果：

表 7 问题二中 0-1 整数规划模型与贪心算法模型性能对照表

数据集	0-1 整数规划模型结果	贪心算法模型结果
Ins1_5_10_3	32（最优解）	49
Ins2_7_10_2	51（最优解）	52
Ins3_10_30_10	112（优化解）	206
Ins4_20_40_10	233（优化解）	270
Ins5_30_60_10	376（优化解）	459

从表格中可以看出，在第 2 个数据集上，0-1 整数规划最优解仅仅比贪心算法模型解小了 1,说明贪心算法模型在某些情况下有着逼近最优解的性能。但在其他数据集上，不论是 0-1 整数规划模型得最优解还是优化解都明显优于贪心算法所得出的解。因此可以判断我们的 0-1 整数规划模型具有显著优越性，在计算资源充足的前提下，后 3 个数据集的解还有优化的空间。

另外，观察数据集发现，墨盒之间的切换时间并没有跨数量级的差别，因此我们将模型一应用于问题二，即优化目标函数为墨盒切换次数（其中约束条件更新为模型二的约束条件），最终输出墨盒切换次数最小的情况下的最小墨盒切换时间，如下表所示：

表 8 问题二中 0-1 整数规划模型与混合模型性能对照表

数据集	0-1 整数规划模型结果	混合模型结果	最小切换次数
Ins1_5_10_3	32（最优解）	36	4
Ins2_7_10_2	51（最优解）	67	7
Ins3_10_30_10	112（优化解）	169	27
Ins4_20_40_10	233（优化解）	329	76
Ins5_30_60_10	376（优化解）	495	117

对比表 7 和表 8，我们可以发现混合模型在某些数据集上的表现甚至优于贪心算法模型，推断是因为墨盒之间的切换时间并没有跨数量级的差别，切换次数与总切换时间上存在着一定程度上的正相关关系。但是，不论是混合模型还是贪心算法模型，均与 0-1 整数规划模型的解有较大差距，因此验证了 0-1 整数规划模型的正确性和优越性。

## 七、问题三模型的建立与求解

### 7.1 模型建立

#### 7.1.1 引入位置指示变量

在本问题中,我们需要考虑墨盒在插槽上安放的相对顺序。因为插槽有前后顺序,所以墨盒在插槽上安放的相对顺序决定了印刷时的色序安排。采用不同的色序安排,印刷出来的效果是不相同的,有时候,印刷色序决定了一件印刷品的美观与否<sup>[3]</sup>。

为了建立这一模型,我们在模型二(0-1 整数规划模型)的基础上引入一个新的辅助变量

$$p_{i,j,k} = l, \quad \text{if } x_{i,j,k} = 1 \quad (10)$$

其中 $l$ 为墨盒 $i$ 在印刷包装 $j$ 所必需的墨盒列表中的序号,即 $i = M_{j,l}$ 。

#### 7.1.2 约束条件

在印刷每一个包装 $j$ 时,对于列表 $M_j$ 中的每两个相邻元素都要满足相对顺序关系,因此增加约束条件

$$\forall j \in \{1, 2, \dots, J\}, \forall k \in \{1, 2, \dots, K\}, \forall l \in \{1, 2, \dots, |M_j| - 1\}, p_{M_{j,l},j,k} < p_{M_{j,l+1},j,k} \quad (11)$$

其中 $|M_j|$ 为 $M_j$ 中所含元素的个数。

#### 7.1.3 总模型

综上所述,建立如下考虑墨盒之间相对顺序的最小化墨盒切换时间的 0-1 整数规划模型:

$$\begin{aligned} \min F_3 = & \sum_{j=1}^{J-1} \sum_{k=1}^K \sum_{i_1=1}^I \sum_{i_2=1}^I t_{i_1,i_2} x_{i_1,j,k} x_{i_2,j+1,k} \\ \text{s. t. } & \begin{cases} \forall j \in \{1, 2, \dots, J\}, \forall k \in \{1, 2, \dots, K\}, \sum_{i=1}^I x_{i,j,k} \leq 1 \\ \forall j \in \{1, 2, \dots, J\}, \forall i \in \{1, 2, \dots, I\}, \sum_{k=1}^K x_{i,j,k} \leq 1 \\ \forall j \in \{1, 2, \dots, J\}, \forall i \in M_j, \sum_{k=1}^K x_{i,j,k} = 1 \\ \forall k \in \{1, 2, \dots, K\}, \forall j \in \{1, 2, \dots, J-1\}, \sum_{i=1}^I x_{i,j,k} \leq \sum_{i=1}^I x_{i,j+1,k} \\ \forall j \in \{1, 2, \dots, J\}, \forall k \in \{1, 2, \dots, K\}, \forall l \in \{1, 2, \dots, |M_j| - 1\}, p_{M_{j,l},j,k} < p_{M_{j,l+1},j,k} \end{cases} \end{aligned} \quad (12)$$

## 7.2 模型求解

在 Python 中使用 Gurobi 求解器对上述模型进行建模求解，得到的结果如下：

### 7.2.1 Ins1\_5\_5\_2: 1 号数据集，5 种待印刷包装，5 种可选墨盒，2 个插槽

基于此数据集，求解得到  $\min F_2 = 56$ 。在此最小切换时间下，一种可能的各包装对应其所需墨盒放置方案如下：

表 9 问题三数据 1 求解结果方案表

包装种类 印刷顺序	插槽 1	插槽 2	要求的相对 顺序	切换时间
1	<u>3</u>	<u>2</u>	[3, 2]	
2	<u>2</u>	<u>1</u>	[2, 1]	6+8=14
3	<u>1</u>	<u>3</u>	[1, 3]	8+7=15
4	<u>3</u>	<u>1</u>	[3, 1]	7+7=14
5	<u>2</u>	<u>3</u>	[2, 3]	6+7=13
				<b>56</b>

### 7.2.2 Ins2\_10\_30\_10: 2 号数据集，10 种待印刷包装，30 种可选墨盒，10 个插槽

对于此数据集，Gurobi 求解器在有限时间内并不能很好地找到最优解，或者说它不能证明找到的是最优解，最终目标函数优化值为  $\min F_2 = 180$ 。在此最小切换时间下，一种可能的各包装对应其所需墨盒放置方案如下：

表 10 问题三数据 2 求解结果方案表

包装 种类 印刷 顺序	插 槽 1	插 槽 2	插 槽 3	插 槽 4	插 槽 5	插 槽 6	插 槽 7	插 槽 8	插 槽 9	插 槽 10	要求的相对顺序	切换时间
1		<u>29</u>			<u>23</u>	<u>5</u>	<u>25</u>	<u>8</u>	<u>28</u>	<u>22</u>	[29,23,5,25,8,28,22]	0
2		29	6	<u>26</u>	<u>27</u>	<u>15</u>	<u>9</u>	<u>12</u>	<u>23</u>	<u>7</u>	[6,26,15,9,12,23]	3+3+6+3+3+5=23
3	<u>22</u>	<u>29</u>	6	<u>17</u>	<u>27</u>	<u>15</u>	<u>11</u>	12	23	7	[22,29,17,27,15,11,7]	7+6=13
4	<u>17</u>	<u>11</u>	6	<u>22</u>	<u>8</u>	15	<u>5</u>	<u>21</u>	23	<u>20</u>	[17,8]	9+5+4+1+2+3+1=25
5	<u>17</u>	<u>11</u>	6	<u>22</u>	<u>29</u>	<u>15</u>	5	21	<u>26</u>	20	[17,11,6,22,29,15,26]	5+5=10
6	<u>24</u>	11	6	22	<u>9</u>	<u>8</u>	5	21	<u>4</u>	20	[24,9,8,21]	11+6+2+1=20
7	<u>26</u>	<u>5</u>	<u>23</u>	22	9	<u>3</u>	<u>24</u>	<u>15</u>	4	20	[26,5,23,9,3,24,15,4]	3+2+5+1+5+6=22
8	<u>20</u>	<u>29</u>	<u>26</u>	<u>22</u>	<u>17</u>	<u>18</u>	<u>4</u>	<u>2</u>	<u>13</u>	<u>24</u>	[20,29,26,22,17,18,4,2,13]	3+5+5+6+2+4+1+5+3=34
9	<u>7</u>	29	<u>6</u>	<u>23</u>	17	18	<u>25</u>	<u>28</u>	<u>22</u>	<u>24</u>	[7,6,23,25,28,22,24]	3+7+4+1+8+6=29
10	7	29	<u>19</u>	<u>23</u>	17	18	25	28	22	24	[19,23]	4
												<b>180</b>

### 7.2.3 剩余数据集

对于剩余的 2 个数据集，Gurobi 求解器在有限时间内并不能很好地找到最优解，或者说它不能证明找到的是最优解。最终目标函数优化值依次为 **264** 和 **294**。在这

两种优化情况下的墨盒放置方案将在附录中给出。

### 7.3 模型验证与评价

因为对于数据集 3、4，Gurobi 求解器在有限时间内无法很好地进行求解，为了验证模型性能，我们依旧采用贪心算法建立这一问的求解模型。这一问的贪心算法模型的流程可以表示如下：

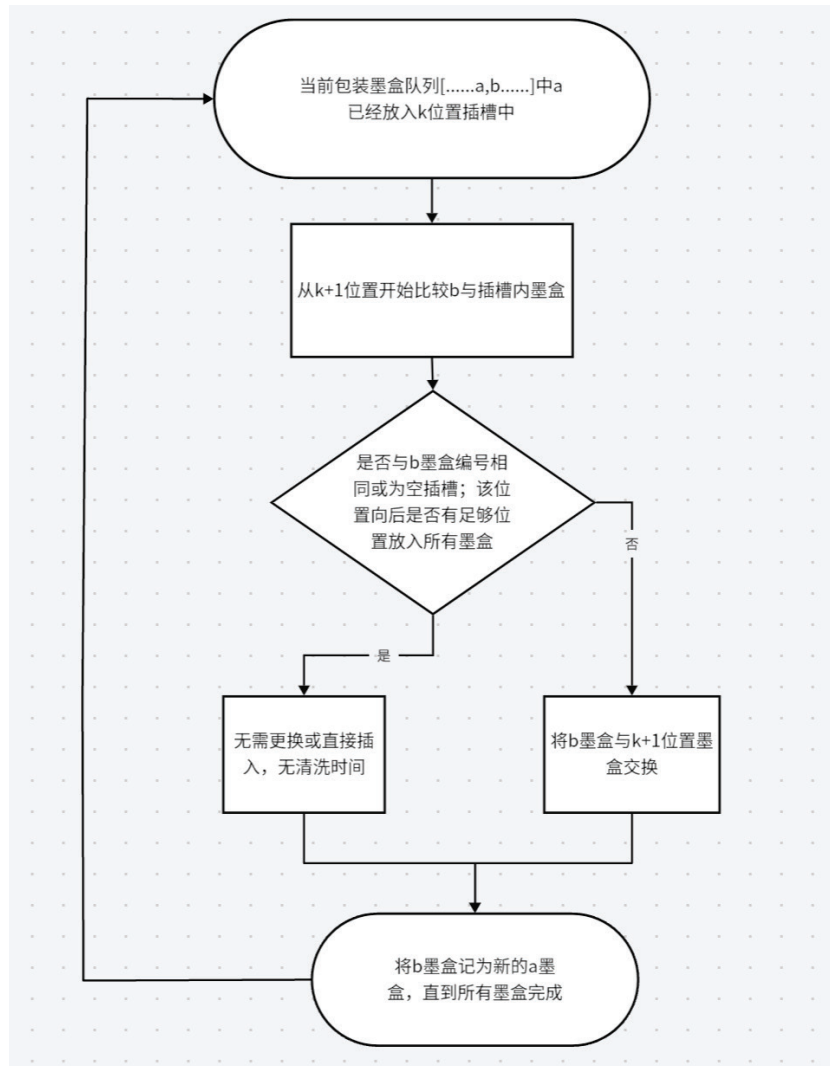


图 5 问题三贪心算法流程图

**Step1:** 从当前组内最后一个墨盒的位置开始，向后搜索可用位置。

**Step2:** 优先寻找与当前墨盒相同的空位或未被占用的位置。如果在当前墨盒后方有足够的空间放置剩余墨盒，则直接放入并记录位置。

**Step3:** 如果后方空间不足，从上一个墨盒的下一个位置开始，寻找新的放置位置并进行墨盒更换。

**Step4:** 重复 Step1~Step3，直到所有墨盒均已成功放置。

编写代码建立模型，得到以下求解结果：

表 11 问题三中 0-1 整数规划模型与贪心算法模型性能对照表

数据集	0-1 整数规划模型结果	贪心算法模型结果
Ins1_5_5_2	56（最优解）	56
Ins2_10_30_10	180（优化解）	272
Ins3_20_50_10	264（优化解）	345
Ins4_30_60_10	294（优化解）	412

从表格中可以看出，在第 1 个数据集上，贪心算法模型精准命中了最优解，但在其他数据集上，无论是 0-1 整数规划模型的最优解或是优化解均明显优于贪心算法模型，因而验证了 0-1 整数规划模型的正确性和优越性。在计算资源充足的前提下，后 2 个数据集的解还有优化的空间。



## 八、问题四模型的建立与求解

### 8.1 模型建立

#### 8.1.1 引入新的决策变量

在这一问中，包装的印刷顺序不再固定。因此，我们引入新的二维 0-1 决策变量如下：

$$y_{j,c} = \begin{cases} 1, & \text{包装}j\text{第}c\text{个印刷} \\ 0, & \text{否则} \end{cases} \quad (13)$$

#### 8.1.2 目标函数

基于新引入的决策变量，更新目标函数为

$$F_4 = \sum_{j=1}^{J-1} \sum_{k=1}^K \sum_{i_1=1}^I \sum_{i_2=1}^I \sum_{c=1}^{J-1} t_{i_1, i_2} x_{i_1, j, k} x_{i_2, j+1, k} y_{j, c} y_{j+1, c+1} \quad (14)$$

#### 8.1.3 约束条件

对于新的决策变量 $y_{j,c}$ ，包装 $j$ 与顺序 $c$ 应是严格的一一对应关系，因此增加以下两条新的约束条件：

1) 对于每一个包装 $j$ ，仅有一个顺序 $c$ 与之对应：

$$\forall j \in \{1, 2, \dots, J\}, \sum_{c=1}^J y_{j, c} = 1 \quad (15)$$

2) 对于每一个顺序 $c$ ，仅有一个包装 $j$ 与之对应：

$$\forall c \in \{1, 2, \dots, J\}, \sum_{j=1}^J y_{j, c} = 1 \quad (16)$$

3) 因为包装 $j$ 可能不再是第 $j$ 个印刷，因此式(8)所表示的约束条件更新为：

$$\forall k \in \{1, 2, \dots, K\}, \forall c \in \{1, 2, \dots, J-1\}, \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J x_{i, j, k} y_{j, c} \leq \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J x_{i, j, k} y_{j, c+1} \quad (17)$$

#### 8.1.4 总模型

综上所述，建立如下考虑墨盒之间相对顺序以及包装种类印刷顺序的最小化墨盒切换时间的 0-1 整数规划模型：

$$\begin{aligned}
\min F_4 &= \sum_{j=1}^{J-1} \sum_{k=1}^K \sum_{i_1=1}^I \sum_{i_2=1}^I \sum_{c=1}^{J-1} t_{i_1, i_2} x_{i_1, j, k} x_{i_2, j+1, k} y_{j, c} y_{j+1, c+1} \\
s. t. &\begin{cases} \forall j \in \{1, 2, \dots, J\}, \forall k \in \{1, 2, \dots, K\}, \sum_{i=1}^I x_{i, j, k} \leq 1 \\ \forall j \in \{1, 2, \dots, J\}, \forall i \in \{1, 2, \dots, I\}, \sum_{k=1}^K x_{i, j, k} \leq 1 \\ \forall j \in \{1, 2, \dots, J\}, \forall i \in M_j, \sum_{k=1}^K x_{i, j, k} = 1 \\ \forall k \in \{1, 2, \dots, K\}, \forall c \in \{1, 2, \dots, J-1\}, \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J x_{i, j, k} y_{j, c} \leq \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J x_{i, j, k} y_{j, c+1} \\ \forall j \in \{1, 2, \dots, J\}, \forall k \in \{1, 2, \dots, K\}, \forall l \in \{1, 2, \dots, |M_j| - 1\}, p_{M_j, l, j, k} < p_{M_j, l+1, j, k} \\ \forall j \in \{1, 2, \dots, J\}, \sum_{c=1}^J y_{j, c} = 1 \\ \forall c \in \{1, 2, \dots, J\}, \sum_{j=1}^J y_{j, c} = 1 \end{cases} \quad (18)
\end{aligned}$$

## 8.2 模型求解

### 8.2.1 简化求解复杂度

为了线性化包含多个 0-1 变量乘积的表达式，我们引入新的辅助变量以及额外的约束来替代原有的非线性项：

$$\begin{aligned}
z_{i_1, i_2, j, c, k} &= t_{i_1, i_2} x_{i_1, j, k} x_{i_2, j+1, k} y_{j, c} y_{j+1, c+1} \\
s. t. &\begin{cases} z_{i_1, i_2, j, c, k} \leq x_{i_1, j, k} \\ z_{i_1, i_2, j, c, k} \leq x_{i_2, j+1, k} \\ z_{i_1, i_2, j, c, k} \leq y_{j, c} \\ z_{i_1, i_2, j, c, k} \leq y_{j+1, c+1} \\ z_{i_1, i_2, j, c, k} \geq x_{i_1, j, k} + x_{i_2, j+1, k} + y_{j, c} + y_{j+1, c+1} - 3 \end{cases} \quad (19)
\end{aligned}$$

在 Python 中使用 Gurobi 求解器对上述模型进行建模求解，得到的结果如下：

### 8.2.2 Ins1\_5\_10\_2: 1 号数据集，5 种待印刷包装，10 种可选墨盒，2 个插槽

基于此数据集，求解得到  $\min F_4 = 20$ 。在此最小切换时间下，一种可能的各包装对应其所需墨盒放置方案如下：

表 12 问题四数据 1 求解结果方案表

包装种类 印刷顺序	插槽 1	插槽 2	要求的相对 顺序	切换时间
3	<u>4</u>	<u>2</u>	[4, 2]	0
5	<u>7</u>	<u>3</u>	[7, 3]	3+4=7

续表

包装种类 印刷顺序	插槽 1	插槽 2	要求的相对 顺序	切换时间
4	7	8	[8]	3
1	7	5	[7, 5]	7
2	2	5	[2, 5]	3
				20

8.2.3 Ins2\_5\_10\_3: 2 号数据集, 5 种待印刷包装, 10 种可选墨盒, 3 个插槽

基于此数据集, 求解得到 $\min F_4 = 37$ 。在此最小切换时间下, 一种可能的各包装对应其所需墨盒放置方案如下:

表 13 问题四数据 2 求解结果方案表

包装种类 印刷顺序	插槽 1	插槽 2	插槽 3	要求的相对顺序	切换时间
1	7	8	4	[7, 8]	0
4	7	6	4	[7, 6]	4
3	3	6	4	[3, 6, 4]	9
5	3	1	6	[1, 6]	1+7=8
2	4	1	5	[4, 1, 5]	10+6=16
					37

8.2.4 剩余数据集

对于数据集 3, Gurobi 求解出的目标函数最小值为 65。但对于数据集 4, Gurobi 求解器在有限时间内并不能很好地找到最优解, 或者说它不能证明找到的是最优解。最终目标函数优化值为 271。在这两种情况下的墨盒放置方案将在附录中给出。

8.3 模型验证与评价

在问题三中, 包装的印刷顺序是固定的, 因此我们将模型三应用于问题四, 求出的解相当于是满足题意的一种特殊情况, 只不过可能不是最优解。我们用这种方法来验证模型四的正确性, 得到的结果如下:

表 14 问题四分别应用模型三和模型四求解结果对照表

数据集	应用模型三求解 (印刷 顺序固定)	应用模型四求解 (印刷顺序不 固定)
Ins1_5_10_2	37 (最优解)	20 (最优解)
Ins2_5_10_3	64 (最优解)	37 (最优解)
Ins3_7_10_2	99 (最优解)	65 (最优解)

从表中可以看到，对于所有参与验证的数据集，模型四均在能优化包装印刷顺序的前提下显著降低总切换时间，这验证了其正确性与优越性。

## 九、模型优缺点及改进推广

### 9.1 模型优点

(1)系统性：模型系统地考虑了墨盒切换的不同情况，包括切换次数和切换时间，为实际生产提供了全面的优化方案。

(2)适应性：通过引入新的约束和变量，模型具有很好的扩展性，可以根据实际需求进行调整，能够适应不同的印刷需求和条件。

(3)优化性能显著：在多个数据集上的测试结果表明，模型能够有效减少墨盒切换次数和时间，显著提高印刷效率。

### 9.2 模型缺点

随着问题规模的增大，模型的求解复杂度提升，可能需要较长的计算时间。

### 9.3 模型改进与推广

(1)优化算法：研究更高效的算法或启发式算法，以减少大规模问题的求解时间。

(2)模型简化：探索模型简化的可能性，进一步减少变量和约束的数量，以降低计算复杂度。

(3)实际参数调整：考虑实际生产中的多变因素，对模型参数进行调整，提高模型的实用性和灵活性。

(4)并行处理：考虑引入并行处理机制，使得清洗工作可以部分并行进行，提高效率。

### 9.4 结语

本文提出的基于 0-1 整数规划的柔性印刷墨盒切换优化模型，不仅在理论上具有创新性，而且在实际应用中也展现出了显著的优化效果。模型的系统性、适应性和优化性能显著是其主要优势。尽管存在计算复杂度的挑战，但通过算法优化、模型简化和并行处理等策略，可以有效克服这些局限性。未来的工作将继续在提升模型性能、扩展应用范围和增强用户体验方面进行探索，以期达到更高的优化水平和更广泛的应用前景。

## 参考文献

- [1]郭少峰.柔性版印刷关键参数对工艺技术的影响[J].广东印刷,2023(02):52-53.
- [2]宋禹希. 启发式算法求解车间生产资源调度与分配问题[D].华中科技大学,2023.DOI:10.27157/d.cnki.ghzku.2021.004499.
- [3]小易.你的印刷色序安排对了吗? [EB/OL][https://www.sohu.com/a/488245725\\_121123899](https://www.sohu.com/a/488245725_121123899) [2021-09-07]

## 附录

### 附录 1.1 问题一求解代码

```
from gurobipy import *
import pandas as pd
import numpy as np

# 读取 Excel 数据
#file_path = '附件 1/Ins1_5_10_2.xlsx'
#file_path = '附件 1/Ins2_7_10_3.xlsx'
#file_path = '附件 1/Ins3_10_50_15.xlsx'
#file_path = '附件 1/Ins4_20_50_10.xlsx'
file_path = '附件 1/Ins5_30_60_10.xlsx'
df = pd.read_excel(file_path, sheet_name='包装种类及其所需墨盒')

J = np.array([i for i in range(30)]) # 包装编号
I = np.array([i for i in range(60)]) # 墨盒编号
K = np.array([i for i in range(10)]) # 插槽编号

# 创建模型
model = Model("InkCartridgeSetup")
model.setParam('LogToConsole', 1)
model.setParam('OutputFlag', 1) # 显示输出
model.setParam('DisplayInterval', 1) # 每 1 秒更新日志信息
model.setParam('MIPFocus', 2) # 优先寻求解质量
model.setParam('Method', 0)
model.setParam('Threads', 16) # 设置线程数
model.setParam('Cuts', 1) # 增强剪枝
model.setParam('Presolve', 2) # 增强预处理
model.setParam('MIPGap', 0.01) # 设置 1%的最优性差距

# 创建变量  $x[i, j, k]$ , 0-1 整数变量
X_temp = [(i, j, k) for i in I for j in J for k in K]
X_tuplelist = tuplelist(X_temp)
x = model.addVars(X_tuplelist, vtype=GRB.BINARY, name='x')

# 约束 1: 每个包装  $j$  时, 每个插槽  $k$  上, 最多只能有一个墨盒  $i$ 
for j in J:
    for k in K:
        model.addConstr(quicksum(x[i, j, k] for i in I) == 1,
name=f"SlotOccupancy_{j}_{k}")

# 约束 2: 每个包装  $j$  时, 对于每个墨盒  $i$ , 最多只能插在一个插槽  $k$  上
for i in I:
```

```

    for j in J:
        model.addConstr(quicksum(x[i, j, k] for k in K) <= 1,
name=f"InkSlotConsistency_{i}_{j}")

# 约束 3: 对于每个包装 j, 所需的墨盒必须在一个插槽上
required_ink = {}
for index, row in df.iterrows():
    pack_index = int(row['包装种类编号']) - 1 # Excel 数据是从 1 开始的
    required_ink[pack_index] = eval(row['所需墨盒编号'])

for j in required_ink:
    for i in required_ink[j]:
        i = i - 1
        model.addConstr(quicksum(x[i, j, k] for k in K) == 1,
name=f"RequiredInk_{i+1}_{j+1}")

# 目标函数
objective = 0.5 * quicksum((1 - x[i, j, k]) * x[i, j+1, k] + x[i, j, k] *
(1 - x[i, j+1, k])
                                for i in I for j in J[:-1] for k in K)
model.setObjective(objective, GRB.MINIMIZE)

# 更新模型并优化
model.update()
model.optimize()

# 输出结果
if model.status == GRB.OPTIMAL:
    print(f'目标函数值: {model.objVal}')
    for j in J:
        for k in K:
            for i in I:
                if x[i, j, k].X > 0.5:
                    print(f'印刷第 {j+1} 个包装时, 墨盒 {i+1} 插在了插槽 {k+1} 上')
            print()
else:
    print("未找到最优解或模型不可行。")

```





印刷第 7 个包装时, 墨盒 25 插在了插槽 1 上  
印刷第 7 个包装时, 墨盒 30 插在了插槽 2 上  
印刷第 7 个包装时, 墨盒 43 插在了插槽 3 上  
印刷第 7 个包装时, 墨盒 28 插在了插槽 4 上  
印刷第 7 个包装时, 墨盒 17 插在了插槽 5 上  
印刷第 7 个包装时, 墨盒 26 插在了插槽 6 上  
印刷第 7 个包装时, 墨盒 6 插在了插槽 7 上  
印刷第 7 个包装时, 墨盒 7 插在了插槽 8 上  
印刷第 7 个包装时, 墨盒 47 插在了插槽 9 上  
印刷第 7 个包装时, 墨盒 48 插在了插槽 10 上  
印刷第 7 个包装时, 墨盒 27 插在了插槽 11 上  
印刷第 7 个包装时, 墨盒 16 插在了插槽 12 上  
印刷第 7 个包装时, 墨盒 22 插在了插槽 13 上  
印刷第 7 个包装时, 墨盒 31 插在了插槽 14 上  
印刷第 7 个包装时, 墨盒 13 插在了插槽 15 上

印刷第 8 个包装时, 墨盒 23 插在了插槽 1 上  
印刷第 8 个包装时, 墨盒 18 插在了插槽 2 上  
印刷第 8 个包装时, 墨盒 4 插在了插槽 3 上  
印刷第 8 个包装时, 墨盒 40 插在了插槽 4 上  
印刷第 8 个包装时, 墨盒 36 插在了插槽 5 上  
印刷第 8 个包装时, 墨盒 26 插在了插槽 6 上  
印刷第 8 个包装时, 墨盒 6 插在了插槽 7 上  
印刷第 8 个包装时, 墨盒 7 插在了插槽 8 上  
印刷第 8 个包装时, 墨盒 47 插在了插槽 9 上  
印刷第 8 个包装时, 墨盒 49 插在了插槽 10 上  
印刷第 8 个包装时, 墨盒 27 插在了插槽 11 上  
印刷第 8 个包装时, 墨盒 16 插在了插槽 12 上  
印刷第 8 个包装时, 墨盒 15 插在了插槽 13 上  
印刷第 8 个包装时, 墨盒 33 插在了插槽 14 上  
印刷第 8 个包装时, 墨盒 19 插在了插槽 15 上

印刷第 9 个包装时, 墨盒 28 插在了插槽 1 上  
印刷第 9 个包装时, 墨盒 18 插在了插槽 2 上  
印刷第 9 个包装时, 墨盒 4 插在了插槽 3 上  
印刷第 9 个包装时, 墨盒 34 插在了插槽 4 上  
印刷第 9 个包装时, 墨盒 41 插在了插槽 5 上  
印刷第 9 个包装时, 墨盒 26 插在了插槽 6 上  
印刷第 9 个包装时, 墨盒 6 插在了插槽 7 上  
印刷第 9 个包装时, 墨盒 20 插在了插槽 8 上  
印刷第 9 个包装时, 墨盒 47 插在了插槽 9 上  
印刷第 9 个包装时, 墨盒 8 插在了插槽 10 上  
印刷第 9 个包装时, 墨盒 1 插在了插槽 11 上  
印刷第 9 个包装时, 墨盒 12 插在了插槽 12 上  
印刷第 9 个包装时, 墨盒 5 插在了插槽 13 上  
印刷第 9 个包装时, 墨盒 39 插在了插槽 14 上  
印刷第 9 个包装时, 墨盒 3 插在了插槽 15 上

印刷第 10 个包装时, 墨盒 28 插在了插槽 1 上  
印刷第 10 个包装时, 墨盒 18 插在了插槽 2 上  
印刷第 10 个包装时, 墨盒 4 插在了插槽 3 上  
印刷第 10 个包装时, 墨盒 2 插在了插槽 4 上  
印刷第 10 个包装时, 墨盒 41 插在了插槽 5 上  
印刷第 10 个包装时, 墨盒 9 插在了插槽 6 上  
印刷第 10 个包装时, 墨盒 6 插在了插槽 7 上  
印刷第 10 个包装时, 墨盒 24 插在了插槽 8 上  
印刷第 10 个包装时, 墨盒 47 插在了插槽 9 上  
印刷第 10 个包装时, 墨盒 8 插在了插槽 10 上  
印刷第 10 个包装时, 墨盒 1 插在了插槽 11 上  
印刷第 10 个包装时, 墨盒 12 插在了插槽 12 上  
印刷第 10 个包装时, 墨盒 5 插在了插槽 13 上  
印刷第 10 个包装时, 墨盒 39 插在了插槽 14 上  
印刷第 10 个包装时, 墨盒 38 插在了插槽 15 上

目标函数值: 58.0

印刷第 5 个包装时, 墨盒 46 插在了插槽 1 上  
印刷第 5 个包装时, 墨盒 28 插在了插槽 2 上  
印刷第 5 个包装时, 墨盒 11 插在了插槽 3 上  
印刷第 5 个包装时, 墨盒 14 插在了插槽 4 上  
印刷第 5 个包装时, 墨盒 37 插在了插槽 5 上

印刷第 9 个包装时, 墨盒 34 插在了插槽 1 上  
印刷第 9 个包装时, 墨盒 18 插在了插槽 2 上  
印刷第 9 个包装时, 墨盒 11 插在了插槽 3 上  
印刷第 9 个包装时, 墨盒 42 插在了插槽 4 上  
印刷第 9 个包装时, 墨盒 26 插在了插槽 5 上  
印刷第 9 个包装时, 墨盒 5 插在了插槽 6 上  
印刷第 9 个包装时, 墨盒 32 插在了插槽 7 上  
印刷第 9 个包装时, 墨盒 44 插在了插槽 8 上  
印刷第 9 个包装时, 墨盒 4 插在了插槽 9 上  
印刷第 9 个包装时, 墨盒 21 插在了插槽 10 上



印刷第 19 个包装时，墨盒 15 插在了插槽 7 上  
印刷第 19 个包装时，墨盒 6 插在了插槽 8 上  
印刷第 19 个包装时，墨盒 28 插在了插槽 9 上  
印刷第 19 个包装时，墨盒 13 插在了插槽 10 上

印刷第 20 个包装时，墨盒 44 插在了插槽 1 上  
印刷第 20 个包装时，墨盒 5 插在了插槽 2 上  
印刷第 20 个包装时，墨盒 20 插在了插槽 3 上  
印刷第 20 个包装时，墨盒 48 插在了插槽 4 上  
印刷第 20 个包装时，墨盒 35 插在了插槽 5 上  
印刷第 20 个包装时，墨盒 12 插在了插槽 6 上  
印刷第 20 个包装时，墨盒 15 插在了插槽 7 上  
印刷第 20 个包装时，墨盒 6 插在了插槽 8 上  
印刷第 20 个包装时，墨盒 28 插在了插槽 9 上  
印刷第 20 个包装时，墨盒 13 插在了插槽 10 上

目标函数值: 130.0

印刷第 5 个包装时, 墨盒 10 插在了插槽 1 上  
印刷第 5 个包装时, 墨盒 24 插在了插槽 2 上  
印刷第 5 个包装时, 墨盒 40 插在了插槽 3 上  
印刷第 5 个包装时, 墨盒 36 插在了插槽 4 上  
印刷第 5 个包装时, 墨盒 46 插在了插槽 5 上

印刷第 9 个包装时, 墨盒 10 插在了插槽 1 上  
印刷第 9 个包装时, 墨盒 11 插在了插槽 2 上  
印刷第 9 个包装时, 墨盒 43 插在了插槽 3 上  
印刷第 9 个包装时, 墨盒 5 插在了插槽 4 上  
印刷第 9 个包装时, 墨盒 51 插在了插槽 5 上  
印刷第 9 个包装时, 墨盒 57 插在了插槽 6 上  
印刷第 9 个包装时, 墨盒 12 插在了插槽 7 上  
印刷第 9 个包装时, 墨盒 20 插在了插槽 8 上  
印刷第 9 个包装时, 墨盒 38 插在了插槽 9 上  
印刷第 9 个包装时, 墨盒 32 插在了插槽 10 上



印刷第 19 个包装时, 墨盒 42 插在了插槽 7 上  
印刷第 19 个包装时, 墨盒 45 插在了插槽 8 上  
印刷第 19 个包装时, 墨盒 48 插在了插槽 9 上  
印刷第 19 个包装时, 墨盒 29 插在了插槽 10 上

印刷第 20 个包装时, 墨盒	10	插在了插槽	1 上
印刷第 20 个包装时, 墨盒	54	插在了插槽	2 上
印刷第 20 个包装时, 墨盒	24	插在了插槽	3 上
印刷第 20 个包装时, 墨盒	56	插在了插槽	4 上
印刷第 20 个包装时, 墨盒	40	插在了插槽	5 上
印刷第 20 个包装时, 墨盒	20	插在了插槽	6 上
印刷第 20 个包装时, 墨盒	57	插在了插槽	7 上
印刷第 20 个包装时, 墨盒	51	插在了插槽	8 上
印刷第 20 个包装时, 墨盒	48	插在了插槽	9 上
印刷第 20 个包装时, 墨盒	37	插在了插槽	10 上

印刷第 21 个包装时, 墨盒	10 插在了插槽	1 上
印刷第 21 个包装时, 墨盒	54 插在了插槽	2 上
印刷第 21 个包装时, 墨盒	24 插在了插槽	3 上
印刷第 21 个包装时, 墨盒	56 插在了插槽	4 上
印刷第 21 个包装时, 墨盒	40 插在了插槽	5 上
印刷第 21 个包装时, 墨盒	20 插在了插槽	6 上
印刷第 21 个包装时, 墨盒	57 插在了插槽	7 上
印刷第 21 个包装时, 墨盒	35 插在了插槽	8 上
印刷第 21 个包装时, 墨盒	23 插在了插槽	9 上
印刷第 21 个包装时, 墨盒	16 插在了插槽	10 上

印刷第 22 个包装时, 墨盒	10 插在了插槽 1 上
印刷第 22 个包装时, 墨盒	25 插在了插槽 2 上
印刷第 22 个包装时, 墨盒	24 插在了插槽 3 上
印刷第 22 个包装时, 墨盒	56 插在了插槽 4 上
印刷第 22 个包装时, 墨盒	40 插在了插槽 5 上
印刷第 22 个包装时, 墨盒	3 插在了插槽 6 上
印刷第 22 个包装时, 墨盒	57 插在了插槽 7 上
印刷第 22 个包装时, 墨盒	35 插在了插槽 8 上
印刷第 22 个包装时, 墨盒	23 插在了插槽 9 上
印刷第 22 个包装时, 墨盒	16 插在了插槽 10 上

印刷第 23 个包装时, 墨盒 10 插在了插槽 1 上  
印刷第 23 个包装时, 墨盒 25 插在了插槽 2 上  
印刷第 23 个包装时, 墨盒 24 插在了插槽 3 上  
印刷第 23 个包装时, 墨盒 9 插在了插槽 4 上  
印刷第 23 个包装时, 墨盒 40 插在了插槽 5 上  
印刷第 23 个包装时, 墨盒 3 插在了插槽 6 上  
印刷第 23 个包装时, 墨盒 14 插在了插槽 7 上  
印刷第 23 个包装时, 墨盒 49 插在了插槽 8 上  
印刷第 23 个包装时, 墨盒 43 插在了插槽 9 上  
印刷第 23 个包装时, 墨盒 12 插在了插槽 10 上

印刷第 24 个包装时, 墨盒 22 插在了插槽 1 上  
印刷第 24 个包装时, 墨盒 25 插在了插槽 2 上  
印刷第 24 个包装时, 墨盒 24 插在了插槽 3 上  
印刷第 24 个包装时, 墨盒 33 插在了插槽 4 上

印刷第 29 个包装时, 墨盒 42 插在了插槽 1 上  
印刷第 29 个包装时, 墨盒 59 插在了插槽 2 上  
印刷第 29 个包装时, 墨盒 47 插在了插槽 3 上  
印刷第 29 个包装时, 墨盒 24 插在了插槽 4 上  
印刷第 29 个包装时, 墨盒 39 插在了插槽 5 上  
印刷第 29 个包装时, 墨盒 13 插在了插槽 6 上  
印刷第 29 个包装时, 墨盒 44 插在了插槽 7 上  
印刷第 29 个包装时, 墨盒 41 插在了插槽 8 上  
印刷第 29 个包装时, 墨盒 33 插在了插槽 9 上  
印刷第 29 个包装时, 墨盒 1 插在了插槽 10 上

印刷第 30 个包装时, 墨盒 9 插在了插槽 1 上  
印刷第 30 个包装时, 墨盒 59 插在了插槽 2 上  
印刷第 30 个包装时, 墨盒 16 插在了插槽 3 上  
印刷第 30 个包装时, 墨盒 24 插在了插槽 4 上  
印刷第 30 个包装时, 墨盒 39 插在了插槽 5 上  
印刷第 30 个包装时, 墨盒 13 插在了插槽 6 上  
印刷第 30 个包装时, 墨盒 30 插在了插槽 7 上  
印刷第 30 个包装时, 墨盒 41 插在了插槽 8 上  
印刷第 30 个包装时, 墨盒 33 插在了插槽 9 上  
印刷第 30 个包装时, 墨盒 1 插在了插槽 10 上



## 附录 2.1 问题二求解代码

```
from gurobipy import *
import pandas as pd
import numpy as np

# 读取 Excel 数据
#file_path = '附件 2/Ins1_5_10_3.xlsx'
file_path = '附件 2/Ins2_7_10_2.xlsx'
#file_path = '附件 2/Ins3_10_30_10.xlsx'
#file_path = '附件 2/Ins4_20_40_10.xlsx'
#file_path = '附件 2/Ins5_30_60_10.xlsx'
df = pd.read_excel(file_path, sheet_name='包装种类及其所需墨盒')
switch_time_df = pd.read_excel(file_path, sheet_name='墨盒切换时间')

J = np.array([i for i in range(7)]) # 包装编号
I = np.array([i for i in range(10)]) # 墨盒编号
K = np.array([i for i in range(2)]) # 插槽编号

# 创建模型
model = Model("InkCartridgeSetup")

model.setParam('LogToConsole', 1)
model.setParam('OutputFlag', 1) # 显示输出
model.setParam('DisplayInterval', 1) # 每 1 秒更新日志信息
model.setParam('MIPFocus', 2) # 优先寻求解质量
model.setParam('Method', 0)
model.setParam('Threads', 20) # 设置线程数
model.setParam('Heuristics', 0.5) # 启发式比例
model.setParam('Cuts', 2) # 增强剪枝
model.setParam('Presolve', 2) # 增强预处理
model.setParam('MIPGap', 0.01) # 设置 1%的最优性差距

# 创建变量  $x[i, j, k]$ , 0-1 整数变量
X_temp = [(i, j, k) for i in I for j in J for k in K]
X_tuplelist = tuplelist(X_temp)
x = model.addVars(X_tuplelist, vtype=GRB.BINARY, name='x')

required_ink = {}
for index, row in df.iterrows():
    pack_index = int(row['包装种类编号']) - 1 # Excel 数据是从 1 开始的
    required_ink[pack_index] = eval(row['所需墨盒编号'])
# 假设前 n 个墨盒分别插入前 n 个插槽
for i in range(len(required_ink[0])):
    model.addConstr(x[required_ink[0][i]-1, 0, i] == 1)
```

```

# 约束 1: 每个包装 j 时, 每个插槽 k 上, 最多有一个墨盒 i
for j in J:
    for k in K:
        model.addConstr(quicksum(x[i, j, k] for i in I) <= 1,
name=f"SlotOccupancy_{j}_{k}")

for k in K:
    for j in J[:-1]:
        model.addConstr(quicksum(x[i, j, k] for i in I) <=
quicksum(x[i, j+1, k] for i in I), name=f"New_{k}_{j}")

# 约束 2: 每个包装 j 时, 对于每个墨盒 i, 最多只能插在一个插槽 k 上
for j in J:
    for i in I:
        model.addConstr(quicksum(x[i, j, k] for k in K) <= 1,
name=f"InkSlotConsistency_{i}_{j}")

# 约束 3: 对于每个包装 j, 所需的墨盒必须在一个插槽上
for j in required_ink:
    for i in required_ink[j]:
        i = i - 1
        model.addConstr(quicksum(x[i, j, k] for k in K) == 1,
name=f"RequiredInk_{i+1}_{j+1}")

#处理切换时间数据
switch_time = switch_time_df.to_numpy()
switch_time = switch_time[:, 1:].astype(int) #去掉第一列
#print(switch_time)

# 构建目标函数
objective = quicksum(
    switch_time[i1, i2] * x[i1, j, k] * x[i2, j + 1, k]
    for j in J[:-1]
    for k in K
    for i1 in I
    for i2 in I
)
model.setObjective(objective, GRB.MINIMIZE)

# 更新模型并优化
model.update()
model.optimize()

# 输出结果

```

```

if model.status == GRB.OPTIMAL:
    print(f'目标函数值: {model.objVal}')
    for j in J:
        for k in K:
            for i in I:
                if x[i, j, k].X > 0.5:
                    print(f'印刷第 {j+1} 个包装时, 墨盒 {i+1} 插在了插槽 {k+1}
上')
            print()
else:
    print("未找到最优解或模型不可行。")

```

目标函数值: 112.0

印刷第 5 个包装时, 墨盒 22 插在了插槽 1 上  
印刷第 5 个包装时, 墨盒 29 插在了插槽 2 上  
印刷第 5 个包装时, 墨盒 10 插在了插槽 3 上  
印刷第 5 个包装时, 墨盒 9 插在了插槽 4 上  
印刷第 5 个包装时, 墨盒 27 插在了插槽 5 上

印刷第 9 个包装时, 墨盒 23 插在了插槽 1 上  
印刷第 9 个包装时, 墨盒 3 插在了插槽 2 上  
印刷第 9 个包装时, 墨盒 20 插在了插槽 3 上  
印刷第 9 个包装时, 墨盒 9 插在了插槽 4 上  
印刷第 9 个包装时, 墨盒 27 插在了插槽 5 上  
印刷第 9 个包装时, 墨盒 24 插在了插槽 6 上  
印刷第 9 个包装时, 墨盒 14 插在了插槽 7 上  
印刷第 9 个包装时, 墨盒 4 插在了插槽 8 上  
印刷第 9 个包装时, 墨盒 18 插在了插槽 9 上  
印刷第 9 个包装时, 墨盒 22 插在了插槽 10 上

印刷第 10 个包装时，墨盒 16 插在了插槽 1 上  
印刷第 10 个包装时，墨盒 3 插在了插槽 2 上  
印刷第 10 个包装时，墨盒 20 插在了插槽 3 上  
印刷第 10 个包装时，墨盒 9 插在了插槽 4 上  
印刷第 10 个包装时，墨盒 27 插在了插槽 5 上  
印刷第 10 个包装时，墨盒 24 插在了插槽 6 上  
印刷第 10 个包装时，墨盒 14 插在了插槽 7 上  
印刷第 10 个包装时，墨盒 12 插在了插槽 8 上  
印刷第 10 个包装时，墨盒 18 插在了插槽 9 上  
印刷第 10 个包装时，墨盒 22 插在了插槽 10 上

目标函数值: 233.0

印刷第 5 个包装时, 墨盒 36 插在了插槽 1 上  
印刷第 5 个包装时, 墨盒 1 插在了插槽 2 上  
印刷第 5 个包装时, 墨盒 29 插在了插槽 3 上  
印刷第 5 个包装时, 墨盒 25 插在了插槽 4 上  
印刷第 5 个包装时, 墨盒 27 插在了插槽 5 上

印刷第 9 个包装时, 墨盒 10 插在了插槽 1 上
印刷第 9 个包装时, 墨盒 12 插在了插槽 2 上
印刷第 9 个包装时, 墨盒 19 插在了插槽 3 上
印刷第 9 个包装时, 墨盒 26 插在了插槽 4 上
印刷第 9 个包装时, 墨盒 20 插在了插槽 5 上
印刷第 9 个包装时, 墨盒 34 插在了插槽 6 上
印刷第 9 个包装时, 墨盒 21 插在了插槽 7 上
印刷第 9 个包装时, 墨盒 5 插在了插槽 8 上
印刷第 9 个包装时, 墨盒 13 插在了插槽 9 上
印刷第 9 个包装时, 墨盒 11 插在了插槽 10 上



印刷第 19 个包装时，墨盒 32 插在了插槽 7 上  
印刷第 19 个包装时，墨盒 34 插在了插槽 8 上  
印刷第 19 个包装时，墨盒 33 插在了插槽 9 上  
印刷第 19 个包装时，墨盒 1 插在了插槽 10 上

印刷第 20 个包装时，墨盒 24 插在了插槽 1 上  
印刷第 20 个包装时，墨盒 22 插在了插槽 2 上  
印刷第 20 个包装时，墨盒 26 插在了插槽 3 上  
印刷第 20 个包装时，墨盒 31 插在了插槽 4 上  
印刷第 20 个包装时，墨盒 20 插在了插槽 5 上  
印刷第 20 个包装时，墨盒 8 插在了插槽 6 上  
印刷第 20 个包装时，墨盒 2 插在了插槽 7 上  
印刷第 20 个包装时，墨盒 34 插在了插槽 8 上  
印刷第 20 个包装时，墨盒 33 插在了插槽 9 上  
印刷第 20 个包装时，墨盒 1 插在了插槽 10 上



目标函数值: 376.0

印刷第 5 个包装时, 墨盒 57 插在了插槽 1 上  
印刷第 5 个包装时, 墨盒 18 插在了插槽 2 上  
印刷第 5 个包装时, 墨盒 44 插在了插槽 3 上  
印刷第 5 个包装时, 墨盒 51 插在了插槽 4 上  
印刷第 5 个包装时, 墨盒 19 插在了插槽 5 上

印刷第 9 个包装时, 墨盒 2 插在了插槽 1 上  
印刷第 9 个包装时, 墨盒 23 插在了插槽 2 上  
印刷第 9 个包装时, 墨盒 7 插在了插槽 3 上  
印刷第 9 个包装时, 墨盒 20 插在了插槽 4 上  
印刷第 9 个包装时, 墨盒 3 插在了插槽 5 上  
印刷第 9 个包装时, 墨盒 25 插在了插槽 6 上  
印刷第 9 个包装时, 墨盒 14 插在了插槽 7 上  
印刷第 9 个包装时, 墨盒 8 插在了插槽 8 上  
印刷第 9 个包装时, 墨盒 12 插在了插槽 9 上  
印刷第 9 个包装时, 墨盒 33 插在了插槽 10 上



印刷第 19 个包装时, 墨盒 21 插在了插槽 7 上  
印刷第 19 个包装时, 墨盒 26 插在了插槽 8 上  
印刷第 19 个包装时, 墨盒 3 插在了插槽 9 上  
印刷第 19 个包装时, 墨盒 40 插在了插槽 10 上

印刷第 20 个包装时, 墨盒 14 插在了插槽 1 上  
印刷第 20 个包装时, 墨盒 11 插在了插槽 2 上  
印刷第 20 个包装时, 墨盒 56 插在了插槽 3 上  
印刷第 20 个包装时, 墨盒 59 插在了插槽 4 上  
印刷第 20 个包装时, 墨盒 37 插在了插槽 5 上  
印刷第 20 个包装时, 墨盒 43 插在了插槽 6 上  
印刷第 20 个包装时, 墨盒 23 插在了插槽 7 上  
印刷第 20 个包装时, 墨盒 17 插在了插槽 8 上  
印刷第 20 个包装时, 墨盒 3 插在了插槽 9 上  
印刷第 20 个包装时, 墨盒 40 插在了插槽 10 上

印刷第 21 个包装时, 墨盒 18 插在了插槽 1 上  
印刷第 21 个包装时, 墨盒 11 插在了插槽 2 上  
印刷第 21 个包装时, 墨盒 2 插在了插槽 3 上  
印刷第 21 个包装时, 墨盒 59 插在了插槽 4 上  
印刷第 21 个包装时, 墨盒 37 插在了插槽 5 上  
印刷第 21 个包装时, 墨盒 25 插在了插槽 6 上  
印刷第 21 个包装时, 墨盒 23 插在了插槽 7 上  
印刷第 21 个包装时, 墨盒 17 插在了插槽 8 上  
印刷第 21 个包装时, 墨盒 26 插在了插槽 9 上  
印刷第 21 个包装时, 墨盒 33 插在了插槽 10 上

印刷第 22 个包装时, 墨盒 24 插在了插槽 1 上  
印刷第 22 个包装时, 墨盒 11 插在了插槽 2 上  
印刷第 22 个包装时, 墨盒 7 插在了插槽 3 上  
印刷第 22 个包装时, 墨盒 27 插在了插槽 4 上  
印刷第 22 个包装时, 墨盒 37 插在了插槽 5 上  
印刷第 22 个包装时, 墨盒 45 插在了插槽 6 上  
印刷第 22 个包装时, 墨盒 53 插在了插槽 7 上  
印刷第 22 个包装时, 墨盒 32 插在了插槽 8 上  
印刷第 22 个包装时, 墨盒 26 插在了插槽 9 上  
印刷第 22 个包装时, 墨盒 35 插在了插槽 10 上

印刷第 23 个包装时, 墨盒 24 插在了插槽 1 上  
印刷第 23 个包装时, 墨盒 11 插在了插槽 2 上  
印刷第 23 个包装时, 墨盒 12 插在了插槽 3 上  
印刷第 23 个包装时, 墨盒 28 插在了插槽 4 上  
印刷第 23 个包装时, 墨盒 37 插在了插槽 5 上  
印刷第 23 个包装时, 墨盒 22 插在了插槽 6 上  
印刷第 23 个包装时, 墨盒 9 插在了插槽 7 上  
印刷第 23 个包装时, 墨盒 19 插在了插槽 8 上  
印刷第 23 个包装时, 墨盒 34 插在了插槽 9 上  
印刷第 23 个包装时, 墨盒 8 插在了插槽 10 上

印刷第 24 个包装时, 墨盒 24 插在了插槽 1 上  
印刷第 24 个包装时, 墨盒 11 插在了插槽 2 上  
印刷第 24 个包装时, 墨盒 12 插在了插槽 3 上  
印刷第 24 个包装时, 墨盒 28 插在了插槽 4 上

印刷第 29 个包装时，墨盒 59 插在了插槽 3 上  
印刷第 29 个包装时，墨盒 53 插在了插槽 4 上  
印刷第 29 个包装时，墨盒 1 插在了插槽 5 上  
印刷第 29 个包装时，墨盒 40 插在了插槽 6 上  
印刷第 29 个包装时，墨盒 15 插在了插槽 7 上  
印刷第 29 个包装时，墨盒 24 插在了插槽 8 上  
印刷第 29 个包装时，墨盒 30 插在了插槽 9 上  
印刷第 29 个包装时，墨盒 54 插在了插槽 10 上

印刷第 30 个包装时，墨盒 52 插在了插槽 1 上  
印刷第 30 个包装时，墨盒 43 插在了插槽 2 上  
印刷第 30 个包装时，墨盒 59 插在了插槽 3 上  
印刷第 30 个包装时，墨盒 53 插在了插槽 4 上  
印刷第 30 个包装时，墨盒 55 插在了插槽 5 上  
印刷第 30 个包装时，墨盒 40 插在了插槽 6 上  
印刷第 30 个包装时，墨盒 15 插在了插槽 7 上  
印刷第 30 个包装时，墨盒 24 插在了插槽 8 上  
印刷第 30 个包装时，墨盒 30 插在了插槽 9 上  
印刷第 30 个包装时，墨盒 28 插在了插槽 10 上

## 附录 2.5 问题二贪心算法代码及输出结果

```
import pandas as pd

# 定义计算切换时间的函数
def calculate_switch_time_verbose(current_bz, next_bz, switch_times):
    switch_time = 0
    for i in range(len(current_bz)):
        if i < len(next_bz):
            current_ink = current_bz[i]
            next_ink = next_bz[i]
            if current_ink != next_ink:
                switch_time += switch_times[current_ink - 1, next_ink -
1]
    return switch_time

# 定义贪心算法的主函数
def greedy_min_switch_time_verbose(bz_types, switch_times):
    # 初始设置
    total_switch_time = 0
    current_bz = bz_types[0] # 从第一个包装类型开始
    remaining_bz = set(bz_types[1:])
    print(f"Initial packaging type: {current_bz}")

    # 迭代直到所有包装类型都处理完毕
    while remaining_bz:
        min_time = float('inf')
        next_bz = None
        for bz in remaining_bz:
            switch_time = calculate_switch_time_verbose(current_bz, bz,
switch_times)
            if switch_time < min_time:
                min_time = switch_time
                next_bz = bz

        # 更新总切换时间和当前包装类型
        total_switch_time += min_time
        print(f"Switching from {current_bz} to {next_bz} with switch
time {min_time}")
        current_bz = next_bz
        remaining_bz.remove(next_bz)

    print(f"Total switch time: {total_switch_time}")
    return total_switch_time
```

```

# 加载数据文件
file1 = '../data/attachment2/Ins1_5_10_3.xlsx'
file2 = '../data/attachment2/Ins2_7_10_2.xlsx'
file3 = '../data/attachment2/Ins3_10_30_10.xlsx'
file4 = '../data/attachment2/Ins4_20_40_10.xlsx'
file5 = '../data/attachment2/Ins5_30_60_10.xlsx'

# 读取 Excel 文件
df1 = pd.read_excel(file1, sheet_name=None)
df2 = pd.read_excel(file2, sheet_name=None)
df3 = pd.read_excel(file3, sheet_name=None)
df4 = pd.read_excel(file4, sheet_name=None)
df5 = pd.read_excel(file5, sheet_name=None)

# 从第一个文件提取数据
bz_types = [tuple(map(int, eval(x))) for x in df1['包装种类及其所需墨盒
']['所需墨盒编号']]
switch_times = df1['墨盒切换时间'].iloc[:, 1:].values

# 应用贪心算法
total_switch_time_verbose = greedy_min_switch_time_verbose(bz_types,
switch_times)
print(total_switch_time_verbose)

# 从第一个文件提取数据
bz_types = [tuple(map(int, eval(x))) for x in df1['包装种类及其所需墨盒
']['所需墨盒编号']]
switch_times = df1['墨盒切换时间'].iloc[:, 1:].values

# 应用贪心算法
total_switch_time_verbose = greedy_min_switch_time_verbose(bz_types,
switch_times)
print(total_switch_time_verbose)

# 从第一个文件提取数据
bz_types = [tuple(map(int, eval(x))) for x in df1['包装种类及其所需墨盒
']['所需墨盒编号']]
switch_times = df1['墨盒切换时间'].iloc[:, 1:].values

# 应用贪心算法
total_switch_time_verbose = greedy_min_switch_time_verbose(bz_types,
switch_times)
print(total_switch_time_verbose)

```

```

# 从第二个文件提取数据
bz_types = [tuple(map(int, eval(x))) for x in df2['包装种类及其所需墨盒
']['所需墨盒编号']]
switch_times = df2['墨盒切换时间'].iloc[:, 1:].values

# 应用贪心算法
total_switch_time_verbose = greedy_min_switch_time_verbose(bz_types,
switch_times)
print(total_switch_time_verbose)

# 从第三个文件提取数据
bz_types = [tuple(map(int, eval(x))) for x in df3['包装种类及其所需墨盒
']['所需墨盒编号']]
switch_times = df3['墨盒切换时间'].iloc[:, 1:].values

# 应用贪心算法
total_switch_time_verbose = greedy_min_switch_time_verbose(bz_types,
switch_times)
print(total_switch_time_verbose)

# 从第四个文件提取数据
bz_types = [tuple(map(int, eval(x))) for x in df4['包装种类及其所需墨盒
']['所需墨盒编号']]
switch_times = df4['墨盒切换时间'].iloc[:, 1:].values

# 应用贪心算法
total_switch_time_verbose = greedy_min_switch_time_verbose(bz_types,
switch_times)
print(total_switch_time_verbose)

# 从第五个文件提取数据
bz_types = [tuple(map(int, eval(x))) for x in df5['包装种类及其所需墨盒
']['所需墨盒编号']]
switch_times = df5['墨盒切换时间'].iloc[:, 1:].values

# 应用贪心算法
total_switch_time_verbose = greedy_min_switch_time_verbose(bz_types,
switch_times)
print(total_switch_time_verbose)

```

输出结果:

Initial packaging type: (3, 6, 4)

Switching from (3, 6, 4) to (9,) with switch time 9

Switching from (9,) to (2, 1) with switch time 9

Switching from (2, 1) to (1, 5) with switch time 21

Switching from (1, 5) to (6, 5) with switch time 10

**Total switch time: 49**

**49**

Initial packaging type: (2,)

Switching from (2,) to (8,) with switch time 8

Switching from (8,) to (1, 6) with switch time 2

Switching from (1, 6) to (6, 5) with switch time 11

Switching from (6, 5) to (4,) with switch time 13

Switching from (4,) to (3, 1) with switch time 13

Switching from (3, 1) to (3, 5) with switch time 5

**Total switch time: 52**

**52**

Initial packaging type: (3, 19, 22, 12, 10, 11, 8, 21, 16)

Switching from (3, 19, 22, 12, 10, 11, 8, 21, 16) to (21, 27) with switch time 8

Switching from (21, 27) to (20, 27, 4) with switch time 6

Switching from (20, 27, 4) to (3, 18, 12, 20, 16) with switch time 15

Switching from (3, 18, 12, 20, 16) to (29, 20) with switch time 12

Switching from (29, 20) to (24, 11, 14, 8, 1, 20, 29, 25, 12) with switch time 8

Switching from (24, 11, 14, 8, 1, 20, 29, 25, 12) to (8, 3, 1, 7) with switch time 29

Switching from (8, 3, 1, 7) to (14, 23, 18, 24, 4, 22, 27, 9) with switch time 14

Switching from (14, 23, 18, 24, 4, 22, 27, 9) to (1, 4, 22, 10, 17, 9, 27, 8, 29, 7) with switch time 39

Switching from (1, 4, 22, 10, 17, 9, 27, 8, 29, 7) to (20, 2, 14, 5, 11, 19, 12, 18, 23, 26) with switch time 75

**Total switch time: 206**

**206**

Initial packaging type: (25, 6, 20, 29, 28, 2, 24, 9, 15, 4)

Switching from (25, 6, 20, 29, 28, 2, 24, 9, 15, 4) to (33, 20, 2) with switch time 6

Switching from (33, 20, 2) to (29, 25, 14, 12, 28, 10, 27, 34, 23, 17) with switch time 5

Switching from (29, 25, 14, 12, 28, 10, 27, 34, 23, 17) to (34, 24) with switch time 9

Switching from (34, 24) to (34, 36, 21, 9, 14) with switch time 4

Switching from (34, 36, 21, 9, 14) to (30, 8, 7) with switch time 11

Switching from (30, 8, 7) to (26, 8, 20, 13, 32, 29, 27, 36, 39, 24) with switch time 8

Switching from (26, 8, 20, 13, 32, 29, 27, 36, 39, 24) to (12, 33, 23) with switch time 14

Switching from (12, 33, 23) to (36, 32, 23, 1, 26, 9, 2, 12, 24) with switch time 4

Switching from (36, 32, 23, 1, 26, 9, 2, 12, 24) to (22, 11, 1, 21) with switch time 13

Switching from (22, 11, 1, 21) to (29, 33, 36, 30, 37, 9) with switch time 12

Switching from (29, 33, 36, 30, 37, 9) to (1, 20, 35, 30) with switch time 12

Switching from (1, 20, 35, 30) to (19, 9, 4, 36, 20, 18, 31, 39, 26) with switch time 12

Switching from (19, 9, 4, 36, 20, 18, 31, 39, 26) to (6, 32, 18, 19) with switch time 18

Switching from (6, 32, 18, 19) to (11, 31, 21, 4, 39, 1, 26, 20, 33, 6) with switch time 11

Switching from (11, 31, 21, 4, 39, 1, 26, 20, 33, 6) to (17, 1, 27, 5, 19) with switch time 25

Switching from (17, 1, 27, 5, 19) to (30, 18, 19, 15, 5, 16, 33, 23) with switch time 17

Switching from (30, 18, 19, 15, 5, 16, 33, 23) to (19, 26, 10, 20, 11, 13, 12, 5, 34) with switch time 33

Switching from (19, 26, 10, 20, 11, 13, 12, 5, 34) to (8, 22, 1, 26, 11, 31, 19) with switch time 27

Switching from (8, 22, 1, 26, 11, 31, 19) to (38, 10, 36, 19, 3, 24, 21, 26, 6) with switch time 29

**Total switch time: 270**

**270**



Initial packaging type: (46, 47, 44, 4, 49)  
Switching from (46, 47, 44, 4, 49) to (28, 54) with switch time 6  
Switching from (28, 54) to (9, 19, 8, 22) with switch time 5  
Switching from (9, 19, 8, 22) to (31, 38, 33) with switch time 10  
Switching from (31, 38, 33) to (15, 55, 16, 28, 22, 23, 46, 52, 53) with switch time 8  
Switching from (15, 55, 16, 28, 22, 23, 46, 52, 53) to (36, 59, 46) with switch time 8  
Switching from (36, 59, 46) to (33, 6) with switch time 9  
Switching from (33, 6) to (4, 10, 44, 5, 17, 51, 32, 21, 3, 24) with switch time 5  
Switching from (4, 10, 44, 5, 17, 51, 32, 21, 3, 24) to (26, 5, 19) with switch time 9  
Switching from (26, 5, 19) to (8, 51, 19, 59, 24) with switch time 8  
Switching from (8, 51, 19, 59, 24) to (55, 43, 28) with switch time 13  
Switching from (55, 43, 28) to (14, 2, 8, 25, 20, 12, 3) with switch time 8  
Switching from (14, 2, 8, 25, 20, 12, 3) to (33, 25, 17) with switch time 10  
Switching from (33, 25, 17) to (11, 22, 25, 17, 33, 52) with switch time 10  
Switching from (11, 22, 25, 17, 33, 52) to (50, 33, 20) with switch time 9  
Switching from (50, 33, 20) to (15, 33, 40, 23, 17, 55, 25, 28) with switch time 7  
Switching from (15, 33, 40, 23, 17, 55, 25, 28) to (40, 59, 23, 14, 43) with switch time 18  
Switching from (40, 59, 23, 14, 43) to (29, 32, 36, 46, 14, 17, 11) with switch time 15  
Switching from (29, 32, 36, 46, 14, 17, 11) to (24, 9, 36, 23, 48) with switch time 17  
Switching from (24, 9, 36, 23, 48) to (56, 34, 35, 26, 43, 21, 37, 2, 3) with switch time 20  
Switching from (56, 34, 35, 26, 43, 21, 37, 2, 3) to (7, 55, 21, 53, 13, 1) with switch time 23  
Switching from (7, 55, 21, 53, 13, 1) to (40, 24, 59, 1, 54, 15, 52, 53, 34, 30) with switch time 18  
Switching from (40, 24, 59, 1, 54, 15, 52, 53, 34, 30) to (51, 30, 18, 44, 41, 10) with switch time 24  
Switching from (51, 30, 18, 44, 41, 10) to (56, 36, 24, 32, 33, 25, 44, 53) with switch time 22  
Switching from (56, 36, 24, 32, 33, 25, 44, 53) to (32, 56, 28, 18, 52, 7) with switch time 24  
Switching from (32, 56, 28, 18, 52, 7) to (4, 36, 29, 56, 17, 24, 11, 39) with switch time 23  
Switching from (4, 36, 29, 56, 17, 24, 11, 39) to (5, 20, 30, 7, 15, 4, 14) with switch time 31  
Switching from (5, 20, 30, 7, 15, 4, 14) to (45, 41, 7, 46, 40, 17, 9, 56) with switch time 32  
Switching from (45, 41, 7, 46, 40, 17, 9, 56) to (37, 35, 11, 24, 45, 26, 27, 7, 53) with switch time 33  
Switching from (37, 35, 11, 24, 45, 26, 27, 7, 53) to (53, 21, 2, 11, 12, 49, 28, 14, 27, 13) with switch time 34  
**Total switch time: 459**  
**459**

### 附录 3.1 问题三求解代码

```
from gurobipy import *
import pandas as pd
import numpy as np

# 读取 Excel 数据
#file_path = '附件 3/Ins1_5_5_2.xlsx'
#file_path = '附件 3/Ins2_10_30_10.xlsx'
file_path = '附件 3/Ins3_20_50_10.xlsx'
#file_path = '附件 3/Ins4_30_60_10.xlsx'
df = pd.read_excel(file_path, sheet_name='包装种类及其所需墨盒')
switch_time_df = pd.read_excel(file_path, sheet_name='墨盒切换时间')

J = np.array([i for i in range(20)]) # 包装编号
I = np.array([i for i in range(50)]) # 墨盒编号
K = np.array([i for i in range(10)]) # 插槽编号

# 创建模型
model = Model("InkCartridgeSetup")

model.setParam('LogToConsole', 1)
model.setParam('OutputFlag', 1)
model.setParam('DisplayInterval', 1)
model.setParam('MIPFocus', 1)
model.setParam('Method', 2)
model.setParam('Threads', 16)
model.setParam('Heuristics', 0.5)
model.setParam('Cuts', 2)
model.setParam('Presolve', 2)
model.setParam('MIPGap', 0.05)

# 创建变量  $x[i, j, k]$ , 0-1 整数变量
X_temp = [(i, j, k) for i in I for j in J for k in K]
X_tuplelist = tuplelist(X_temp)
x = model.addVars(X_tuplelist, vtype=GRB.BINARY, name='x')

p = model.addVars(I, J, K, vtype=GRB.INTEGER, lb=0, ub=len(I)-1,
name='p')

required_ink = {}
for index, row in df.iterrows():
    pack_index = int(row['包装种类编号']) - 1 # Excel 数据是从 1 开始的
    required_ink[pack_index] = eval(row['所需墨盒编号'])
# # 假设前 n 个墨盒分别插入前 n 个插槽
```

```

# for i in range(len(required_ink[0])):
#     model.addConstr(x[required_ink[0][i]-1, 0, i] == 1)

# 约束 1: 每个包装 j 时, 每个插槽 k 上, 最多有一个墨盒 i
for j in J:
    for k in K:
        model.addConstr(quicksum(x[i, j, k] for i in I) <= 1,
name=f"SlotOccupancy_{j}_{k}")

for k in K:
    for j in J[:-1]:
        model.addConstr(quicksum(x[i,j,k] for i in I) <=
quicksum(x[i,j+1,k] for i in I), name=f"New_{k}_{j}")

# 约束 2: 每个包装 j 时, 对于每个墨盒 i, 最多只能插在一个插槽 k 上
for j in J:
    for i in I:
        model.addConstr(quicksum(x[i, j, k] for k in K) <= 1,
name=f"InkSlotConsistency_{i}_{j}")

# 约束 3: 对于每个包装 j, 所需的墨盒必须在一个插槽上
for j in required_ink:
    for i in required_ink[j]:
        i = i - 1
        model.addConstr(quicksum(x[i, j, k] for k in K) == 1,
name=f"RequiredInk_{i+1}_{j+1}")

for j in J:
    for idx in range(len(required_ink[j]) - 1):
        i1 = required_ink[j][idx] - 1
        i2 = required_ink[j][idx + 1] - 1
        for k in K:
            model.addConstr(p[i1, j, k] + 1 <= p[i2, j, k],
name=f"Order_{i1}_{i2}_{j}_{k}")

for j in J:
    for i in I:
        for k in K:
            model.addConstr(p[i, j, k] == quicksum(idx * x[i, j, idx]
for idx in K), name=f"PosLink_{i}_{j}_{k}")

#处理切换时间数据

```

```

switch_time = switch_time_df.to_numpy()
switch_time = switch_time[:, 1:].astype(int) #去掉第一列
#print(switch_time)

# 构建目标函数
objective = quicksum(
    switch_time[i1, i2] * x[i1, j, k] * x[i2, j + 1, k]
    for j in J[:-1]
    for k in K
    for i1 in I
    for i2 in I
)
model.setObjective(objective, GRB.MINIMIZE)

# 更新模型并优化
model.update()
model.optimize()

# 输出结果
if model.status == GRB.OPTIMAL:
    print(f'目标函数值: {model.objVal}')
    for j in J:
        for k in K:
            for i in I:
                if x[i, j, k].X > 0.5:
                    print(f'印刷第 {j+1} 个包装时, 墨盒 {i+1} 插在了插槽 {k+1}
上')
            print()
else:
    print("未找到最优解或模型不可行。")

```

目标函数值: 264.0

印刷第 5 个包装时, 墨盒 8 插在了插槽 1 上  
印刷第 5 个包装时, 墨盒 43 插在了插槽 2 上  
印刷第 5 个包装时, 墨盒 38 插在了插槽 3 上  
印刷第 5 个包装时, 墨盒 17 插在了插槽 4 上  
印刷第 5 个包装时, 墨盒 41 插在了插槽 5 上

印刷第 9 个包装时,	墨盒 34	插在了插槽 1 上
印刷第 9 个包装时,	墨盒 31	插在了插槽 2 上
印刷第 9 个包装时,	墨盒 38	插在了插槽 3 上
印刷第 9 个包装时,	墨盒 21	插在了插槽 4 上
印刷第 9 个包装时,	墨盒 14	插在了插槽 5 上
印刷第 9 个包装时,	墨盒 46	插在了插槽 6 上
印刷第 9 个包装时,	墨盒 6	插在了插槽 7 上
印刷第 9 个包装时,	墨盒 3	插在了插槽 8 上
印刷第 9 个包装时,	墨盒 10	插在了插槽 9 上
印刷第 9 个包装时,	墨盒 45	插在了插槽 10 上



印刷第 19 个包装时，墨盒 43 插在了插槽 7 上  
印刷第 19 个包装时，墨盒 8 插在了插槽 8 上  
印刷第 19 个包装时，墨盒 24 插在了插槽 9 上  
印刷第 19 个包装时，墨盒 40 插在了插槽 10 上

印刷第 20 个包装时，墨盒 35 插在了插槽 1 上  
印刷第 20 个包装时，墨盒 29 插在了插槽 2 上  
印刷第 20 个包装时，墨盒 14 插在了插槽 3 上  
印刷第 20 个包装时，墨盒 49 插在了插槽 4 上  
印刷第 20 个包装时，墨盒 16 插在了插槽 5 上  
印刷第 20 个包装时，墨盒 10 插在了插槽 6 上  
印刷第 20 个包装时，墨盒 1 插在了插槽 7 上  
印刷第 20 个包装时，墨盒 8 插在了插槽 8 上  
印刷第 20 个包装时，墨盒 24 插在了插槽 9 上  
印刷第 20 个包装时，墨盒 41 插在了插槽 10 上







印刷第 22 个包装时, 墨盒 27 插在了插槽 6 上  
印刷第 22 个包装时, 墨盒 11 插在了插槽 7 上  
印刷第 22 个包装时, 墨盒 6 插在了插槽 8 上  
印刷第 22 个包装时, 墨盒 37 插在了插槽 9 上  
印刷第 22 个包装时, 墨盒 36 插在了插槽 10 上

印刷第 23 个包装时, 墨盒 23 插在了插槽 1 上  
印刷第 23 个包装时, 墨盒 16 插在了插槽 2 上  
印刷第 23 个包装时, 墨盒 40 插在了插槽 3 上  
印刷第 23 个包装时, 墨盒 36 插在了插槽 4 上  
印刷第 23 个包装时, 墨盒 31 插在了插槽 5 上  
印刷第 23 个包装时, 墨盒 27 插在了插槽 6 上  
印刷第 23 个包装时, 墨盒 9 插在了插槽 7 上  
印刷第 23 个包装时, 墨盒 10 插在了插槽 8 上  
印刷第 23 个包装时, 墨盒 37 插在了插槽 9 上  
印刷第 23 个包装时, 墨盒 29 插在了插槽 10 上

印刷第 24 个包装时, 墨盒 23 插在了插槽 1 上  
印刷第 24 个包装时, 墨盒 16 插在了插槽 2 上  
印刷第 24 个包装时, 墨盒 56 插在了插槽 3 上  
印刷第 24 个包装时, 墨盒 12 插在了插槽 4 上  
印刷第 24 个包装时, 墨盒 31 插在了插槽 5 上  
印刷第 24 个包装时, 墨盒 39 插在了插槽 6 上  
印刷第 24 个包装时, 墨盒 9 插在了插槽 7 上  
印刷第 24 个包装时, 墨盒 57 插在了插槽 8 上  
印刷第 24 个包装时, 墨盒 7 插在了插槽 9 上  
印刷第 24 个包装时, 墨盒 29 插在了插槽 10 上

印刷第 25 个包装时, 墨盒 23 插在了插槽 1 上  
印刷第 25 个包装时, 墨盒 35 插在了插槽 2 上  
印刷第 25 个包装时, 墨盒 56 插在了插槽 3 上  
印刷第 25 个包装时, 墨盒 12 插在了插槽 4 上  
印刷第 25 个包装时, 墨盒 31 插在了插槽 5 上  
印刷第 25 个包装时, 墨盒 39 插在了插槽 6 上  
印刷第 25 个包装时, 墨盒 9 插在了插槽 7 上  
印刷第 25 个包装时, 墨盒 57 插在了插槽 8 上  
印刷第 25 个包装时, 墨盒 2 插在了插槽 9 上  
印刷第 25 个包装时, 墨盒 29 插在了插槽 10 上

印刷第 26 个包装时, 墨盒 33 插在了插槽 1 上  
印刷第 26 个包装时, 墨盒 13 插在了插槽 2 上  
印刷第 26 个包装时, 墨盒 56 插在了插槽 3 上  
印刷第 26 个包装时, 墨盒 12 插在了插槽 4 上  
印刷第 26 个包装时, 墨盒 31 插在了插槽 5 上  
印刷第 26 个包装时, 墨盒 39 插在了插槽 6 上  
印刷第 26 个包装时, 墨盒 51 插在了插槽 7 上  
印刷第 26 个包装时, 墨盒 57 插在了插槽 8 上

### 附录 3.4 问题三贪心算法代码及输出结果

```
#include <iostream>
#include<bits/stdc++.h>

using namespace std;

int main() {
    int a1=30,a2=11,c1=11,t1=61;
    int a[a1][a2],c[c1];
    int t[t1][t1];
    int time=0,q;
    for(int i=0; i<c1; i++) {
        c[i]=-1;
    }
    memset(a,0,sizeof(a));
    for(int i=0; i<a1; i++){
        cin>>q;
        a[i][0]=q;
        for(int j=1; j<=q; j++)
            cin>>a[i][j];
    }

    for(int i=1; i<t1; i++)
        for(int j=1; j<t1; j++)
            cin>>t[i][j];

    int p=a[0][0];
    for(int j=1; j<=p; j++) {
        c[j]=a[0][j];
    }
    for(int i=1; i<a1; i++) {
        //cout<<i;
        p=a[i][0];
        int k=1,f=1;
        for(int j=1; j<=p; j++) {
            while(k<c1) {
                if((c[k]==a[i][j]&& c1-k>=p-j+1)|| (c[k]==-1)&& c1-k>=p-
j+1) {
                    c[k]=a[i][j];
                    if(j!=p) k++;
                    f=k;
                    break;
                }
                k++;
            }
        }
    }
}
```

```

    }
    //cout<<k<<endl;
    if(k==c1){
        k=f;
        //cout<<k<<" "<<c[k]<<" "<<a[i][j]<<"
"<<t[c[k]][a[i][j]]<<endl;
        time+=t[c[k]][a[i][j]];
        c[k]=a[i][j];
        f+=1;
    }
}

cout<<time;

return 0;
}

```

输出结果:

```

56
272
345
412

```

## 附录 4.1 问题四求解代码

```
from gurobipy import *
import pandas as pd
import numpy as np

# 读取 Excel 数据
#file_path = '附件 4/Ins1_5_10_2.xlsx'
#file_path = '附件 4/Ins2_5_10_3.xlsx'
file_path = '附件 4/Ins3_7_10_2.xlsx'
#file_path = '附件 4/Ins4_20_40_10.xlsx'
df = pd.read_excel(file_path, sheet_name='包装种类及其所需墨盒')
switch_time_df = pd.read_excel(file_path, sheet_name='墨盒切换时间')

J = np.array([i for i in range(7)]) # 包装编号
I = np.array([i for i in range(10)]) # 墨盒编号
K = np.array([i for i in range(2)]) # 插槽编号

# 创建模型
model = Model("InkCartridgeSetup")

model.setParam('LogToConsole', 1)
model.setParam('OutputFlag', 1)
model.setParam('DisplayInterval', 1)
model.setParam('MIPFocus', 1)
model.setParam('Method', 2)
model.setParam('Threads', 16)
model.setParam('Heuristics', 0.5)
model.setParam('Cuts', 2)
model.setParam('Presolve', 2)
model.setParam('MIPGap', 0.01)

# 创建变量  $x[i, j, k]$ , 0-1 整数变量
X_temp = [(i, j, k) for i in I for j in J for k in K]
X_tuplelist = tuplelist(X_temp)
x = model.addVars(X_tuplelist, vtype=GRB.BINARY, name='x')

p = model.addVars(I, J, K, vtype=GRB.INTEGER, lb=0, ub=len(I)-1,
name='p')

O_temp = [(j1, j2) for j1 in J for j2 in J]
O_tuplelist = tuplelist(O_temp)
o = model.addVars(O_tuplelist, vtype=GRB.BINARY, name='o')

# 辅助变量 z
```

```

z = model.addVars(I, I, J, J, J, K, vtype=GRB.BINARY, name='z')

required_ink = {}
for index, row in df.iterrows():
    pack_index = int(row['包装种类编号']) - 1
    required_ink[pack_index] = eval(row['所需墨盒编号'])

# 添加约束
for j in J:
    for k in K:
        model.addConstr(quicksum(x[i, j, k] for i in I) == 1,
name=f"SlotOccupancy_{j}_{k}")

for j in J:
    for i in I:
        model.addConstr(quicksum(x[i, j, k] for k in K) <= 1,
name=f"InkSlotConsistency_{i}_{j}")

for j in required_ink:
    for i in required_ink[j]:
        i -= 1
        model.addConstr(quicksum(x[i, j, k] for k in K) == 1,
name=f"RequiredInk_{i+1}_{j+1}")

for j in J:
    for idx in range(len(required_ink[j]) - 1):
        i1 = required_ink[j][idx] - 1
        i2 = required_ink[j][idx + 1] - 1
        for k in K:
            model.addConstr(p[i1, j, k] + 1 <= p[i2, j, k],
name=f"Order_{i1}_{i2}_{j}_{k}")

for j in J:
    for i in I:
        for k in K:
            model.addConstr(p[i, j, k] == quicksum(idx * x[i, j, idx]
for idx in K), name=f"PosLink_{i}_{j}_{k}")

for j1 in J:
    model.addConstr(quicksum(o[j1, j2] for j2 in J) == 1,
name=f"OneOrderPerPackage_{j1}")

for j2 in J:
    model.addConstr(quicksum(o[j1, j2] for j1 in J) == 1,

```

```

name=f"OnePackagePerOrder_{j2}")

# 线性化的约束
for i1 in I:
    for i2 in I:
        for j1 in J:
            for j1p in J:
                for j2 in J[:-1]:
                    for k in K:
                        model.addConstr(z[i1, i2, j1, j1p, j2, k] <=
x[i1, j1, k])
                        model.addConstr(z[i1, i2, j1, j1p, j2, k] <=
x[i2, j1p, k])
                        model.addConstr(z[i1, i2, j1, j1p, j2, k] <=
o[j1, j2])
                        model.addConstr(z[i1, i2, j1, j1p, j2, k] <=
o[j1p, j2+1])
                        model.addConstr(z[i1, i2, j1, j1p, j2, k] >=
x[i1, j1, k] + x[i2, j1p, k] + o[j1, j2] + o[j1p, j2+1] - 3)

# 处理切换时间数据
switch_time = switch_time_df.to_numpy()
switch_time = switch_time[:, 1:].astype(int)

# 构建目标函数
objective = quicksum(
    switch_time[i1, i2] * z[i1, i2, j1, j1p, j2, k]
    for j1 in J
    for j1p in J
    for j2 in J[:-1]
    for k in K
    for i1 in I
    for i2 in I
)
model.setObjective(objective, GRB.MINIMIZE)

# 更新模型并优化
model.update()
model.optimize()

# 输出结果
# 输出结果
if model.status == GRB.OPTIMAL:
    print(f'目标函数值: {model.objVal}')

```

```

# 确定每个包装的印刷顺序
print_order = {j2: j1 for j1 in J for j2 in J if o[j1, j2].X >
0.5}
sorted_print_order = sorted(print_order.items())

# 输出每个包装的印刷顺序及其墨盒配置
for order, pack in sorted_print_order:
    print(f'第 {order + 1} 个印刷的是包装 {pack + 1}')
    for k in K:
        for i in I:
            if x[i, pack, k].X > 0.5:
                print(f'此时墨盒 {i + 1} 插在了插槽 {k + 1} 上')
    print()

else:
    print("未找到最优解或模型不可行。")

```



## 附录 4.2 问题四数据集 3 求解输出

**目标函数值: 65.0**

第 1 个印刷的是包装 7

此时墨盒 3 插在了插槽 1 上

此时墨盒 1 插在了插槽 2 上

第 2 个印刷的是包装 6

此时墨盒 4 插在了插槽 1 上

此时墨盒 1 插在了插槽 2 上

第 3 个印刷的是包装 1

此时墨盒 5 插在了插槽 1 上

此时墨盒 2 插在了插槽 2 上

第 4 个印刷的是包装 5

此时墨盒 7 插在了插槽 1 上

此时墨盒 5 插在了插槽 2 上

第 5 个印刷的是包装 3

此时墨盒 6 插在了插槽 1 上

此时墨盒 5 插在了插槽 2 上

第 6 个印刷的是包装 4

此时墨盒 1 插在了插槽 1 上

此时墨盒 7 插在了插槽 2 上

第 7 个印刷的是包装 2

此时墨盒 2 插在了插槽 1 上

此时墨盒 7 插在了插槽 2 上

## 附录 4.3 问题四数据集 4 求解输出

### 目标函数值: 271.0

第 1 个印刷的是包装 20

此时墨盒 23 插在了插槽 1 上  
此时墨盒 19 插在了插槽 2 上  
此时墨盒 15 插在了插槽 3 上  
此时墨盒 36 插在了插槽 5 上  
此时墨盒 38 插在了插槽 6 上  
此时墨盒 1 插在了插槽 7 上  
此时墨盒 20 插在了插槽 8 上  
此时墨盒 37 插在了插槽 9 上  
此时墨盒 3 插在了插槽 10 上

第 2 个印刷的是包装 19

此时墨盒 4 插在了插槽 1 上  
此时墨盒 12 插在了插槽 2 上  
此时墨盒 38 插在了插槽 3 上  
此时墨盒 20 插在了插槽 4 上  
此时墨盒 22 插在了插槽 5 上  
此时墨盒 9 插在了插槽 6 上  
此时墨盒 32 插在了插槽 7 上  
此时墨盒 25 插在了插槽 8 上  
此时墨盒 28 插在了插槽 9 上  
此时墨盒 16 插在了插槽 10 上

第 3 个印刷的是包装 10

此时墨盒 37 插在了插槽 1 上  
此时墨盒 15 插在了插槽 2 上  
此时墨盒 10 插在了插槽 3 上  
此时墨盒 20 插在了插槽 4 上  
此时墨盒 22 插在了插槽 5 上  
此时墨盒 9 插在了插槽 6 上  
此时墨盒 19 插在了插槽 7 上  
此时墨盒 18 插在了插槽 8 上  
此时墨盒 26 插在了插槽 9 上  
此时墨盒 16 插在了插槽 10 上

第 4 个印刷的是包装 17

此时墨盒 34 插在了插槽 1 上  
此时墨盒 8 插在了插槽 2 上  
此时墨盒 36 插在了插槽 3 上  
此时墨盒 28 插在了插槽 4 上  
此时墨盒 11 插在了插槽 5 上  
此时墨盒 5 插在了插槽 6 上  
此时墨盒 19 插在了插槽 7 上  
此时墨盒 18 插在了插槽 8 上  
此时墨盒 26 插在了插槽 9 上  
此时墨盒 16 插在了插槽 10 上

第 5 个印刷的是包装 14

此时墨盒 34 插在了插槽 1 上

此时墨盒 1 插在了插槽 2 上  
此时墨盒 36 插在了插槽 3 上  
此时墨盒 28 插在了插槽 4 上  
此时墨盒 27 插在了插槽 5 上  
此时墨盒 37 插在了插槽 6 上  
此时墨盒 7 插在了插槽 7 上  
此时墨盒 18 插在了插槽 8 上  
此时墨盒 26 插在了插槽 9 上  
此时墨盒 16 插在了插槽 10 上

第 6 个印刷的是包装 1

此时墨盒 34 插在了插槽 1 上  
此时墨盒 1 插在了插槽 2 上  
此时墨盒 23 插在了插槽 3 上  
此时墨盒 28 插在了插槽 4 上  
此时墨盒 27 插在了插槽 5 上  
此时墨盒 37 插在了插槽 6 上  
此时墨盒 7 插在了插槽 7 上  
此时墨盒 18 插在了插槽 8 上  
此时墨盒 26 插在了插槽 9 上  
此时墨盒 16 插在了插槽 10 上

第 7 个印刷的是包装 2

此时墨盒 34 插在了插槽 1 上  
此时墨盒 1 插在了插槽 2 上  
此时墨盒 23 插在了插槽 3 上  
此时墨盒 25 插在了插槽 4 上  
此时墨盒 27 插在了插槽 5 上  
此时墨盒 37 插在了插槽 6 上  
此时墨盒 7 插在了插槽 7 上  
此时墨盒 18 插在了插槽 8 上  
此时墨盒 26 插在了插槽 9 上  
此时墨盒 16 插在了插槽 10 上

第 8 个印刷的是包装 13

此时墨盒 13 插在了插槽 1 上  
此时墨盒 20 插在了插槽 2 上  
此时墨盒 12 插在了插槽 3 上  
此时墨盒 38 插在了插槽 4 上  
此时墨盒 9 插在了插槽 5 上  
此时墨盒 37 插在了插槽 6 上  
此时墨盒 7 插在了插槽 7 上  
此时墨盒 18 插在了插槽 8 上  
此时墨盒 26 插在了插槽 9 上  
此时墨盒 32 插在了插槽 10 上

第 9 个印刷的是包装 12

此时墨盒 13 插在了插槽 1 上  
此时墨盒 20 插在了插槽 2 上  
此时墨盒 8 插在了插槽 3 上



此时墨盒 38 插在了插槽 1 上  
此时墨盒 6 插在了插槽 2 上  
此时墨盒 20 插在了插槽 3 上  
此时墨盒 37 插在了插槽 4 上  
此时墨盒 2 插在了插槽 5 上  
此时墨盒 4 插在了插槽 6 上  
此时墨盒 30 插在了插槽 7 上  
此时墨盒 18 插在了插槽 8 上  
此时墨盒 27 插在了插槽 9 上  
此时墨盒 33 插在了插槽 10 上

第 19 个印刷的是包装 16

此时墨盒 38 插在了插槽 1 上  
此时墨盒 6 插在了插槽 2 上  
此时墨盒 32 插在了插槽 3 上  
此时墨盒 37 插在了插槽 4 上  
此时墨盒 39 插在了插槽 5 上  
此时墨盒 27 插在了插槽 6 上  
此时墨盒 30 插在了插槽 7 上  
此时墨盒 18 插在了插槽 8 上  
此时墨盒 34 插在了插槽 9 上  
此时墨盒 33 插在了插槽 10 上

第 20 个印刷的是包装 15

此时墨盒 38 插在了插槽 1 上  
此时墨盒 6 插在了插槽 2 上  
此时墨盒 32 插在了插槽 3 上  
此时墨盒 37 插在了插槽 4 上  
此时墨盒 39 插在了插槽 5 上  
此时墨盒 27 插在了插槽 6 上  
此时墨盒 30 插在了插槽 7 上  
此时墨盒 18 插在了插槽 8 上  
此时墨盒 34 插在了插槽 9 上  
此时墨盒 21 插在了插槽 10 上