泳池水质安全控制问题

为了确保游泳者的身体健康,游泳馆除了设施完整、配备齐全之外,泳池的水质安全格外重要,务必对池水定期检测和消毒。当前常用的依然是氯消毒方法,使用一种以三氯异氰尿酸(化学式 $C_3N_3O_3C1_3$,俗称强氯精,简称 TCCA)为主要成分的消毒剂,专用加氯设备在需要时通过多个加药泵同时注入泳池,由于药水浓度较大但体积小,故不需要将泳池的水排出即可完成"加氯"消毒工作。

根据相关标准规定,游泳池的余氯标准一般为 0.3-0.6mg/L。这个范围是经过科学研究和实践经验总结得出的,既能够保证游泳池水的清洁卫生,又不会对人体健康造成危害。余氯低于 0.3mg/L 时,可能导致水质不清洁,容易滋生细菌和藻类,对游泳者的健康造成威胁;而余氯超过 0.6mg/L 时,可能对皮肤和黏膜产生刺激,引起不适感。因此,泳池水质安全控制问题成为管理者关注焦点。

杭州电子科技大学游泳馆投入使用近两年,为了在开学季能更好地服务师生, 泳池通过适时加氯使水质长期保持在安全范围内尤为重要。请你们团队完成以下 几个问题:

问题 1 杭电游泳馆常温(池水温度为 25℃)闭馆维护时,统计检测发现池水的余氯浓度从 0.6mg/L 降到 0.3mg/L 平均用时为 1 个小时 30 分钟。为了保证池中水质不变坏,至少要让余氯浓度不得低于 0.05mg/L(即跟自来水的余氯标准相当),不然就需要通过适当加氯来保障水质。通常游泳馆在晚上做泳池深度维护,晚上 10 点快速加氯使得池水初始余氯浓度为 0.6mg/L,水温基本保持在常温状态,请通过合理建模来确定池水需要再次加氯的时刻。

问题 2 在泳池有游泳者情况下,池水因游泳活动加上皮肤代谢产物、汗液等势必加速池中余氯衰减。附件 1 统计了水温是常温情况下游泳人数和 0.5 小时后对应的池中余氯值数据。为确保水质适合安全游泳,当余氯浓度小于 0.3 mg/L 时须立即开启加药泵,使得余氯量快速增至 0.6 mg/L 时关闭(加氯耗时忽略不计),当浓度再次降到 0.3 mg/L 时又开始加氯,如此反复操作确保池水余氯浓度保持在 0.3 mg/L-0.6 mg/L 之间。请根据附件 1 数据进行建模分析人数对余氯浓度的影响,进一步确定泳池常温下 255 人游泳(初始余氯 0.6 mg/L)的第一次加氯时间。

问题 3 已知杭电游泳馆营业时间为一天四场:上午 9:00-11:00,下午 12:00-14:00 和 15:00-17:00,晚上 18:00-21:00。附件 2 中给出了游泳馆统计的平均在池游泳人数。假定当天上午 9 点池中余氯浓度为 0.6mg/L,请在问题 2 分析的基础上,构建合适模型给出 9 点到 21 点这段时间内的加氯次数(忽略每次加氯耗时),并求出该时段泳池中余氯浓度值变化曲线。

问题 4 考虑到馆内气温影响到池水温度,并对池中余氯值有着直接影响,统计获得一个相对于常温情况呈现指数倍的经验关系,即余氯变化率跟余氯浓度的 $10^{\frac{r_{\star}-25}{5}}$ 倍成正比例关系(T_{\star} 表示池水温度)。通过对杭电开学季的气温预测,分析池水余氯受当天水温变化的影响,从而给出加氯时间节点以保障水质安全。假设杭电游泳馆开学季不开空调调温,且馆内气温比室外气温平均低了 3 $\mathbb C$ 。

第一个任务,请你们根据收集的气温数据,预测出我校开学报到的前三天(即2024年9月8日-10日) 杭电校园气温和馆内气温,进一步给出游泳馆的池水温度变化规律,并绘出72小时的杭电游泳馆池水温度的变化曲线。请将预测得到的每天池水最高温度和最低温度,以及10点,12点,14点,16点和20点的池水温度值填入下表(表1)。

	2024年9月8日	2024年9月9日	2024年9月10日
最高温度			
最低温度			
上午 10:00			
中午 12:00			
下午 14:00			
下午 16:00			
晚上 20:00			

表 1 杭电游泳馆三天相应的池水温度预测值

第二个任务,不考虑泳池人数影响的情况下,充分考虑水温变化对池水余氯影响,为保障游泳水质安全,请建模求解给出2024年9月9日上午9点到晚上21点的加氯次数(忽略每次加氯耗时),总假定早上9点池中余氯浓度0.6mg/L,并求出该时段泳池中余氯浓度值变化曲线。

问题 5 综合考虑馆内池水温度变化以及泳池人数变动对余氯值的影响,为保证泳池水质始终安全(一直控制在 0.3-0.6mg/L 范围内),请结合前面的分析并通过合适建模方法,给出 2024 年 9 月 9 日四个开放时段内的入场人数的控制优化方案,让更多杭电人能进场体验杭电游泳馆的舒适和清凉。

附注:

- 1. 池中水温在夏秋季节一般比馆内气温低 1.5 $^{\circ}$ 2.5 $^{\circ}$ C,在馆内气温很高时 (35 $^{\circ}$ C) 及以上)池水温度会低 3.5 $^{\circ}$ 4 $^{\circ}$ C。
- 2. 据规定泳池人均须 3.5 平方米空间,故杭电游泳馆池面饱和人数为 520 人。
- 3. 规定两个游泳开放场次间的闭馆 1 小时内泳池停止"加氯",只在每场开放 前快速加氯到 0.6 mg/L;进一步,专门针对问题 5,出于实际情况考虑,规 定游泳期间的两次"加氯"间隔不应低于 10 分钟!