A3 Q1

Wednesday, October 6, 2021 7:31 PM

1.

a.
$$\begin{bmatrix} 2 & 10 & -10 & 10 & -20 \\ -3 & 6 & -4 & 4 & -26 \\ 6 & -6 & 6 & -6 & 30 \\ 3 & -7 & 8 & -7 & 28 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -6 & 6 & -6 & 30 \\ -3 & 6 & -4 & 4 & -26 \\ 2 & 10 & -10 & 10 & -20 \\ 3 & -7 & 8 & -7 & 28 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ +\frac{1}{2}R_1 \\ -\frac{1}{3}R_1 \\ -\frac{1}{2}R_1 \end{matrix} = \begin{bmatrix} 6 & -6 & 6 & -6 & 30 \\ 0 & 3 & -1 & 1 & -11 \\ 0 & 12 & -12 & 12 & -30 \\ 0 & -4 & 5 & -4 & 13 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -6 & 6 & -6 & 30 \\ 0 & 12 & -12 & 12 & -30 \\ 0 & 3 & -1 & 1 & -11 \\ 0 & -4 & 5 & -4 & 13 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ \\ -\frac{1}{4}R_2 \\ +\frac{1}{3}R_2 \end{matrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 6 & -6 & 6 & -6 & 30 \\ 0 & 12 & -12 & 12 & -30 \\ 0 & 0 & 2 & -2 & 3.5 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \\ -\frac{1}{2}R_3 \end{matrix} = \begin{bmatrix} 6 & -6 & 6 & -6 & 30 \\ 0 & 12 & -12 & 12 & -30 \\ 0 & 0 & 2 & -2 & 3.5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4.75 \end{bmatrix}$$

$6x_1 + 25.5 + 18 - 28.5 = 30 \quad 6x_1 = -15 \quad x_1 = -2.5$

$12x_2 - 36 + 57 = -30 \quad 12x_2 = -51 \quad x_2 = -4.25$

$2x_3 - 9.5 = -3.5 \quad 2x_3 = 6 \quad x_3 = 3$

$x_4 = 4.75$

b.
$$P_1A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 10 & -10 & 10 \\ -3 & 6 & -4 & 4 \\ 6 & -6 & 6 & -6 \\ 3 & -7 & 8 & -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -6 & 6 & -6 \\ -3 & 6 & -4 & 4 \\ 2 & 10 & -10 & 10 \\ 3 & -7 & 8 & -7 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{3} & 0 & 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 6 & -6 & 6 & -6 \\ -3 & 6 & -4 & 4 \\ 2 & 10 & -10 & 10 \\ 3 & -7 & 8 & -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -6 & 6 & -6 \\ 0 & 3 & -1 & 1 \\ 0 & 12 & -12 & 12 \\ 0 & -4 & 5 & -4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 6 & -6 & 6 & -6 \\ 0 & 3 & -1 & 1 \\ 0 & 12 & -12 & 12 \\ 0 & -4 & 5 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -6 & 6 & -6 \\ 0 & 12 & -12 & 12 \\ 0 & 3 & -1 & 1 \\ 0 & -4 & 5 & -4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{4} & 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 6 & -6 & 6 & -6 \\ 0 & 12 & -12 & 12 \\ 0 & 3 & -1 & 1 \\ 0 & -4 & 5 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -6 & 6 & -6 \\ 0 & 12 & -12 & 12 \\ 0 & 0 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 6 & -6 & 6 & -6 \\ 0 & 12 & -12 & 12 \\ 0 & 0 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -6 & 6 & -6 \\ 0 & 12 & -12 & 12 \\ 0 & 0 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$PA = LU$

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{3} & \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{4} & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{3} & \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 10 & -10 & 10 \\ -3 & 6 & -4 & 4 \\ 6 & -6 & 6 & -6 \\ 3 & -7 & 8 & -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{4} & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{3} & \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 6 & -6 & 6 & -6 \\ 0 & 12 & -12 & 12 \\ 0 & 0 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$