Titlul complet al lucrarii

Lucrare de licență

Prenume NUME

Conducător științific:
Lect. dr. Roxana ZUS
Prof. dr. Virgil BĂRAN

Universitatea din București
Facultatea de Fizică

București, 30 iunie 2017

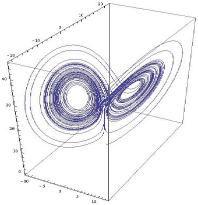
Cuprins

Istoric

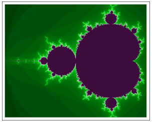
Repere

- sec. XVII: I. Newton, J. Kepler
- sec. XIX: P.S. Laplace, H. Poincaré: *haos*
- anii '50-'60:
  - teorema Kolmogorov-Arnold-Moser
  - E.N. Lorenz: *atractor haotic*
- anii '70:
  - D. Ruelle, F. Takens: *atractor straniu*
  - R. May: *aplicația logistică*
  - M.J. Feigenbaum: *universalitatea aplicațiilor*
  - B. Mandelbrot: *fractali*

Atractorul straniu Lorenz



Mandelbrot set



- J. Gleick: „*unde începe haosul, știința clasică se oprește*", rezumă descoperirea lui M.J. Feigenbaum (1975) prin afirmația „o descoperire șocantă a faptului, că, există structuri în sistemele neliniare care sunt întotdeauna aceleași, dacă sunt privite din direcția potrivită"[1].

[1] James Gleick, *Chaos: Making a new Science*, Penguin Books, 2008

Motivație

- În ultima jumătate de secol s-au făcut eforturi pentru a stabili care sunt condițiile necesare ca un sistem neliniar să prezinte comportament haotic și care sunt mărimile potrivite pentru caracterizarea mișcării haotice.

  Scopul tezei:

- noi metode de caracterizare a mecanismelor care stau la baza mișcării haotice (aplicațiilor unidimensionale);
- utilizarea statisticii inverse în studiul dinamicii:
  - haotice (aplicațiilor unidimensionale);
  - sistemului complex reprezentat de zona seismică Vrancea (România).

1. Introducere și motivație
2. Caracterizarea dinamicii haotice pentru sisteme descrise de aplicații unidimensionale
3. Caracterizarea mecanismului de „folding”
4. Concluzii

Scurtă introducere a noțiunilor fundamentale

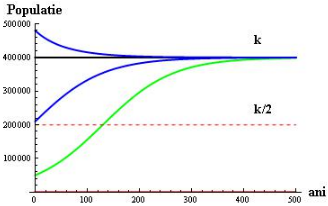
- sec. XIX: T.R. Malthus, P.-F. Verhulst: primele modele de creștere demografică;
- modelul de creștere logistic:

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = rx\left(1 - \frac{x}{k}\right),$$

$$x(t) = \frac{k}{1 + Ce^{-Rt}}, \text{ cu } C = \frac{k - x(0)}{x(0)};$$

- formă discretă a ecuației logistice diferențiale R. May:

$$X_{t+1} = aX_t\left(1 - X_t\right).$$



Creștere demografică exponențială

pentru rata de creștere $r = 0.15$, maximul demografic $k = 400000$ și populația inițială $x_0 = 0,\ 50000,\ 210000,\ 400000,\ 480000.$

Scenariul general privind evoluția dinamicii aplicatiei logistice în funcție de parametrul de control

- Pornind de la $\dot{x} = rx(1-x)$,
- obținem aplicația unidimensională pătratică:

$$x_{n+1} = rx_n(1-x_n) = f(x_n),$$

în care r este un parametru extern, de control, iar evoluția lui x_n este redusă pe intervalul $[0,1]$.

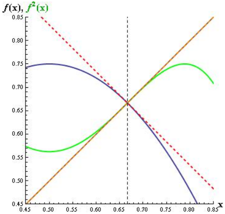
- Rescriem $x_{n+1} = rx_n - rx_n^2$ și observăm că termenul rx_n acționează ca motorul de creștere al populației, pe când $-rx_n^2$ ca un factor de diminuare a acesteia.
- Studiul se face pe intervalul $0 \leq x_n \leq 1$ deoarece o populație negativă nu ar avea sens.

Studiul stabilității

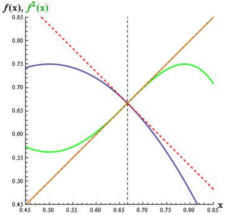
- Apariția, stabilitatea și dispariția ciclului 2:

$$x_{n+1} = rx_n\left(1 - x_n\right) = f\left(x_n\right),$$

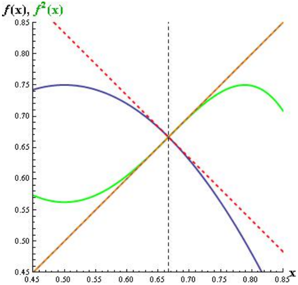
$$f'(x^*) = r(1 - 2x^*).$$



Apariția ciclului 2 la $r = 3$.



Ciclul 2 superstabil la $r = 1 + \sqrt{5}$.



Dispariția ciclului 2 la $r = 1 + \sqrt{6}$.

$$\begin{cases} x^* = 0, & \text{independent de } r; \\ x^* = 1 - \dfrac{1}{r}, & \text{soluție care nu are sens pentru domeniul de definiție al lui } x \\ & \text{decât dacă } 1 \le r \le 4. \end{cases}$$

Aplicația logistică în regim haotic

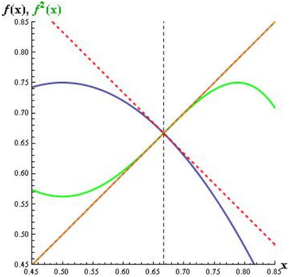
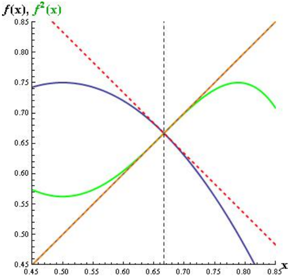
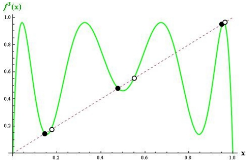


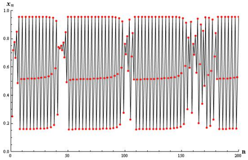
Diagrama orbitelor $r \in [3.4, 4]$.



Detaliu pentru $r \in [3.846, 3.858]$ și $x_n \in [0.13, 0.18]$.

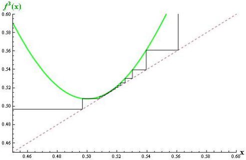


Perioadă3 $r \gtrapprox 1 + \sqrt{8}$.



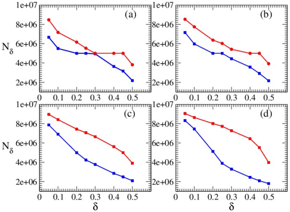
Comportamentul aplicației logistice

pentru $r \lessapprox 1 + \sqrt{8}$.



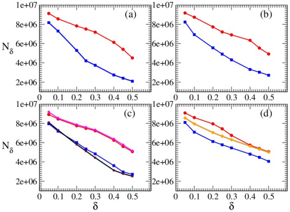
Detaliu „cobweb” intermitență.

Analiza raportului N_δ^- / N_δ^+



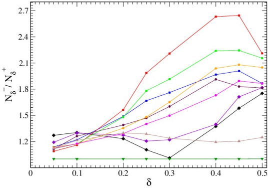
N_δ **ca funcție de** δ, $\delta > 0$ **(albastru) si** $\delta < 0$ **(roșu),**

r**: (a)** 3.60; **(b)** 3.62; **(c)** 3.67; **(d)** 3.70.



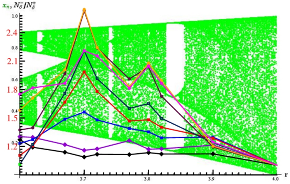
r**: (a)** 3.72; **(b)** 3.77; **(c)** 3.80 **și** 3.82; **(d)** 3.9 **și** 4.0.

(La $r = 4$ **valorile sunt egale, portocaliu.)**



N_δ^- / N_δ^+ **ca funcție de** δ **la diferite valori fixate ale parametrului de control** r **în intervalul** $[3.6, 4]$**:**

$r = 3.60, 3.62, 3.67, 3.70, 3.72, 3.77, 3.80, 3.82, 3.9, 4.0.$



N_δ^- / N_δ^+ **ca funcție de parametrul de control** r **la diferite valori fixate ale lui** δ **în intervalul** $(0, 0.5]$**:**

$\delta = 0.05, 0.1, 0.2, 0.25, 0.3, 0.4, 0.45, 0.5.$

Concluzii

- 1. S-au introdus pentru prima dată câteva mărimi fizice pentru caracterizarea mecanismului de „*folding*”, care împreună cu mecanismul de „*stretching*” generează dinamica haotică: N_-/N_+, Γ, N_δ^-/N_δ^+
- 2. S-a studiat comportamentul distanței medii asimptotice d_∞ pe atractori stranii, demonstrându-se că este prima mărime fizică care la tranziția la haos depinde ca funcție de putere de ambele constante universale Feigenbaum
- 3. S-a aplicat pentru prima dată metoda statisticii inverse în studiul unui sistem determinist haotic: Caracterul universal al distribuțiilor pentru cazul ergodic, clasă de universalitate corespunzătoare exponentului critic ≈ -2.5, senzitivitatea distribuțiilor față de caracteristicile atractorilor stranii

Concluzii

- 4. S-a extins metoda statisticii inverse și pentru un sistem dinamic complex, mai precis regiunea seismică Vrancea, obținându-se distribuțiile timpilor de așteptare pentru diferite valori de prag ale magnitudinii. Se constată o evoluție a distribuției de la funcție de putere cu un exponent ≈ -1.7 spre o distribuție mai plată a probabilităților timpilor de așeptare, ca și o asimetrie între valorile pozitive și negative ale pragului, care reflectăo schimbare în dinamica de producere a seismelor