### ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE FAKULTA STAVEBNÍ PROGRAM GEODÉZIE A KARTOGRAFIE OBOR GEOMATIKA



### DIPLOMOVÁ PRÁCE ROZŠÍŘENÍ ZÁSUVNÉHO MODULU QGIS PRO ZPRACOVÁNÍ GTFS O VIZUALIZACI TARIFNÍCH PÁSEM PID

Vedoucí práce: Ing. Martin Landa, Ph.D. Katedra geomatiky

červen 2021 Bc. Martin KOUBA

# ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE Fakulta stavební Thákurova 7, 166 29 Praha 6

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE



#### ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

Příjmení: Kouba	Jn	néno: Martin	Osobní číslo: 468232		
Zadávající katedra: Katedra geomatiky					
Studijní program: Geodézie a kartografie					
Studijní obor: Geomatika					
II. ÚDAJE K DIPLOMOVÉ	PRÁCI				
	Rozšíření zásuvného mod pásem PID	lulu QGIS pro zpracování d	at GTFS o vizualizaci tarifních		
Název diplomové práce ang	glicky: QGIS GTFS Plu	gin extension with visualiza	tion of PID tariff zones		
jehož vývoji se autor spolup	podílel v rámcí semestráln árním úkolem je najít a vh	ího projektu předmětu Free odně implementovat způso	racování dat ve formátu GTFS, na Software GIS ve 2. semestru ob vizualizace tarifních pásem dat.		
Seznam doporučené literatury: SHERMAN, Gary. The PyQGIS Programmer's Guide: Extending QGIS 3 with Python 3. Ilustrované vydání. Locate Press, 2018. ISBN 9780998547725. MARK, Pilgrim. Dive into Python 3. Apress, 2009. ISBN 978-1430224150. Jméno vedoucího diplomové práce: Ing. Martin Landa, Ph.D.					
Datum zadání diplomové pr	ráce: 10.2.2021		omové práce: 17.5.2021 lem v časovém plánu příslušného ak. roku		
Podpis vedou	cího práce	Podp	ois vedoucího katedry		
III. PŘEVZETÍ ZADÁN	Í				
Beru na vědomí, že jsem povinen vypracovat diplomovou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je nutné uvést v diplomové práci a při citování postupovat v souladu s metodickou příručkou ČVUT "Jak psát vysokoškolské závěrečné práce" a metodickým pokynem ČVUT "O dodržování etických principů při připravě vysokoškolských závěrečných prací".					
Datum převz	etí zadání	P	odpis studenta(ky)		

#### **ABSTRAKT**

v ceskem jazyce

#### KLÍČOVÁ SLOVA

Python, QGIS, zásuvný modul, GTFS, PyQGIS

#### **ABSTRACT**

v anglickem jazyce

#### **KEYWORDS**

Python, QGIS, plugin, GTFS, PyQGIS

PROHLÁŠENÍ
Prohlašuji, že diplomovou práci na téma "Rozšíření zásuvného modulu QGIS pro zpracování GTFS o vizualizaci tarifních pásem PID " jsem vypracoval samostatně. Použitou literaturu a podkladové materiály uvádím v seznamu zdrojů.
V Praze dne(podpis autora)

PODĚKOVÁNÍ
Tímto bych chtěl poděkovat panu lng. Martinu Landovi, Ph.D. za pomoc při Zvlášť bych chtěl poděkovat celé své rodině

# Obsah

U	vod		9
1			10
2			11
	2.1	Historie GTFS	11
	2.2	GTFS dataset	11
3	Pra	žská Integrovaná doprava (PID)	13
4	Pos	au	14
	4.1	Aktualizace pluginu do verze 1.0.0	14
	4.2	Postup 1 - pomocí nástrojů QGIS	14
Zá	věr		24
O	dkaz	<b>y</b>	25
Se	Seznam příloh		27

# Seznam obrázků

2.1	Ukázka CSV formátu ze souboru shapes.txt	12
2.2	Diagram GTFS datasetu	12
3.1	Logo Pražské integrované dopravy	13
4.1	ProgressBar	14
4.2	Voroného polygony	15
4.3	Voroného polygony pro všechny zastávky	16
4.4	Vybrané Voroného polygony pro pásmo 2	17
4.5	Výsledek nástroje Dissolve pro pásmo 2	18
4.6	Výsledek nástroje Extract vertices pro pásmo 2	18
4.7	Spojené body třech vektorových vrstev pro pásmo $2 \ldots \ldots \ldots$	19
4.8	Konkávní obálka pro pásmo 2	20
4.9	Znázornění algoritmu "Douglas-Peucker"	21
4.10	Výsledek nástroje Simplify pro pásmo 2	22
4.11	Výsledek nástroje Smooth pro pásmo 2	23

## Seznam tabulek



# Úvod

Pro cestování po Praze a okolí je často nejlepší volbou použít veřejnou dopravu. Tu zahrnuje metro, tramvaje, železnici, městské a příměstské autobusové linky, lanovou dráhu na Petřín a také některé přívozy. Celý tento systém se nazývá Pražská integrovaná doprava, který je postupně integrován společnými přepravními a tarifními podmínkami a jednotným dopravním řešením včetně koordinace jízdních řádů.

Systém Pražské integrované dopravy je rozdělen do dvanácti tarifních pásem, pro které platí různé jízdní doklady. Rozlohově jsou po celé Praze, na většině Středočeského kraje a dokonce i na částech Plzeňského a Ústeckého kraje, či na Vysočině.

Tarifní pásma Pražské integrované dopravy jsou zatím modelována manuálně a nejsou nikterak zautomatizována. Cílem této diplomové práce bude vytvořit postup pro automatické vyhotovení tarifních pásem a co nejvíce se přiblížit k jejich oficiální podobě. Tento postup bude publikován jako pokračování vývoje zásuvného modulu v softwaru QGIS, u kterého byla započata tvorba v předmětu Free software GIS v 5. semestru magisterského studia.

#### 1 Rešerše

Tarifní pásma Pražské integrované dopravy jsou mimo jiné publikována jako shapefile <sup>1</sup> na portálu *opendata hlavního města Prahy* [2]. Tento shapefile obsahuje vektorové vrstvy polygonů.

První myšlenkou, jak se přiblížit k takovým polygonům, byl algoritmus Delaunay triangulace. Tento algoritmus vytváří liniové spojnice bodů mez jednotlivými body, které si jsou sobě nejblíž, za pomocí opsaných kružnic. Delaunay triangulace má několik vlastností. Jednou z nich je například, že uvnitř kružnice k opsané libovolnému trojúhelníku neleží žádný jiný bod. Zároveň Delaunay triangulace je jednoznačná, pokud žádné čtyři body neleží na kružnici. [3]

Další nápadem byla aplikace Voronoi diagram algoritmu, což je způsob dekompozice metrického prostoru určený vzdálenostmi k dané diskrétní množině bodů v prostoru. Tento algoritmus má taky několik vlastností, jež budou prezentovány v dalších kapitolách (viz 4.2).

¹formát vektorového datového úložiště Esri pro ukládání umístění, tvaru a atributů geografických prvků [1]



#### 2 GTFS

General Transit Feed Specification, zkráceně GTFS, je dokument, který definuje obecný formát pro jízdní řády veřejné dopravy a příbuzné geografické informace. GTFS "feeds" umožňují veřejným dopravním agenturám zveřejňovat svá přepravní data a vývojářům psát aplikace, které tato data spotřebovávají interoperabilním způsobem. [4]

#### 2.1 Historie GTFS

V Portlandu ve státě Oregon v USA se společnost TriMet pokusila jako jedna z prvních řešit problém s plánováním tranzitní dopravy pomocí otevřených dat sdílených širokou veřejností. V roce 2005 společnost TriMet oslovila společnost Google s dotazem, zda mají nějaké plány na začlenění tranzitní dopravy do svých plánovačů výletů na základě veřejných údajů TriMet. Google jim kladně odpověděl a spojily síly s implementací jednoho z prvních plánovačů výletů v Portlandu.

Jedním z prvních problémů, kterým TriMet a Google čelily, byl problém udržitelných dat - pro zajištění kvalitních cest by plánovač cest potřeboval kvalitní přepravní řád, trasu a údaje o zastávkách v elektronickém formátu, který by byl neustále aktuální. Společnost TriMet ve spolupráci se společností Google naformátovala svá přepravní data do snadno udržovatelného a spotřebního formátu, který lze importovat do Map Google. Tento formát dat přepravy se stal známým jako Specifikace zdroje Google Transit (anglicky Google Transit Feed Specification (GTFS)). V roce 2005 byla tato služba plánování cesty spuštěna jako Google Transit. [5]

#### 2.2 GTFS dataset

GTFS dataset<sup>2</sup> obsahuje CSV soubory, jehož úplný seznam je v následující tabulce. Co je to CSV soubor?

CSV, Comma-separated values, v překladu hodnoty oddělené čárkami, je jednoduchý souborový formát určený pro výměnu tabulkových dat. Data jsou oddělována "oddělovačem". Ačkoli podle definice by měl být formát oddělen čárkami, oddělovač může být prakticky cokoli. Nejčastějšími oddělovači jsou právě čárky, středníky nebo mezery. CSV soubor se může upravovat v jakémkoliv textovém editoru.

 $<sup>^2</sup>$ kolekce dat, která by měla být publikována na permanantní URL adrese

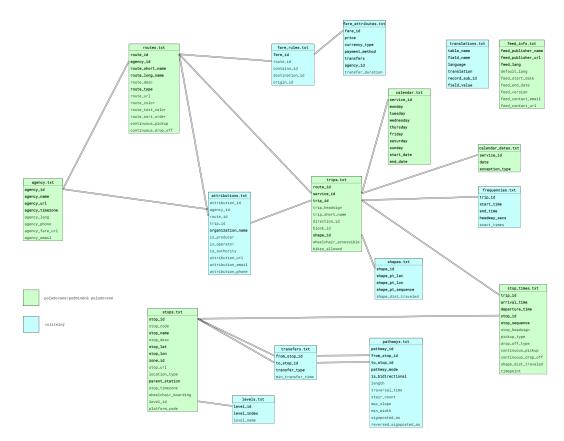


shape\_id,shape\_pt\_lat,shape\_pt\_lon,shape\_pt\_sequence,shape\_dist\_traveled L991V1,50.07553,14.51539,1,0.00000 L991V1,50.07371,14.51461,2,0.20965 L991V1,50.07361,14.51456,3,0.22173 L991V1,50.07351,14.51451,4,0.23382 L991V1,50.07340,14.51447,5,0.24552 L991V1,50.07329,14.51444,6,0.25817 L991V1,50.07319,14.51441,7,0.26988 L991V1,50.07308,14.51437,8,0.28158 L991V1,50.07288,14.51435,9,0.29298 L991V1,50.0728,14.51433,10,0.30438 L991V1,50.07278,14.51433,11,0.31579 L991V1,50.0726,14.51431,11,0.31579 L991V1,50.0726,14.51423,11,0.32623

Obrázek 2.1: Ukázka CSV formátu ze souboru shapes.txt

V GTFS datasetu je určité množství povinných a nepovinných CSV souborů v textové podobě.

Tučně zvýrazněné pole jsou požadované či podmíněně vyžadované. Ostatní pole jsou volitelné.



Obrázek 2.2: Diagram GTFS datasetu



### 3 Pražská Integrovaná doprava (PID)

Pražská integrovaná doprava (PID) je dopravní systém, zahrnující metro, tramvaje, železnici, městské a příměstské autobusové linky, lanovou dráhu na Petřín a některé přívozy. Tento systém je postupně integrován společnými přepravními a tarifními podmínkami a jednotným dopravním řešením včetně koordinace jízdních řádů. [6]



Obrázek 3.1: Logo Pražské integrované dopravy [6]



### 4 Postup

#### 4.1 Aktualizace pluginu do verze 1.0.0

Po dokončení pluginu v předmětu Free Software GIS měl plugin veškerou základní funkcionalitu, kterou měl mít. Tou bylo načítání GTFS ZIP souboru do QGISu, rozbalení ZIP souboru, načtení CSV souborů do geodatabázového kontajneru GeoPackage, vytvoření vektorových vrstev pro soubory stops.txt a shapes.txt, obarvení vektorové vrty shapes.txt a vložení do CSV souborů a vrstev do layer tree.

Avšak pro uvedení do "ostrého" provozu musel být plugin více uživatelsky přívětivější. Proto byl veškerý proces přesunut na pozadí, aby celý QGIS program "nezamrzal" a mohla se při jeho výpočtech provádět i jiné akce. To se provedlo díky python třídě QgsTask a jejím metodám, které byly zděděny z této třídy. [7]

Pro zobrazování procesu během výpočtu byla použita třída *QProgressBar* a její metody. Zobrazení postupu bylo implementováno do lišty zpráv QGISu spolu s chybovými hláškami.



Obrázek 4.1: ProgressBar v liště QGISu

#### 4.2 Postup 1 - pomocí nástrojů QGIS

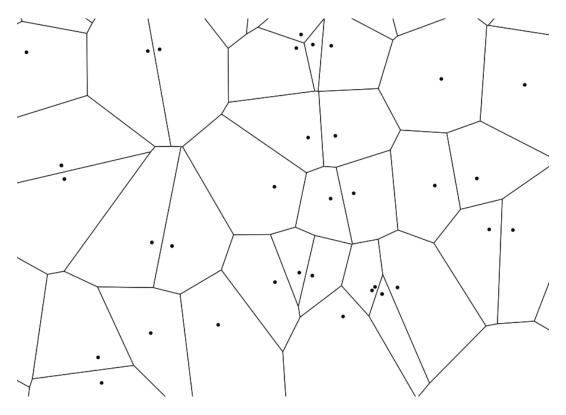
GTFS obsahuje povinný CSV soubor stops.txt. Tento soubor obsahuje mimo jiných polí také pole zone\_id, které bylo při tvorbě tarifních pásem klíčové. Pole zone\_id má datový typ string a znamená, ve kterém tarifním pásmu daná zastávka leží. Verze GTFS Loaderu 1.0.0 soubor stops.txt převádí do vektorové vrstvy ve formě bodů. Z této bodové vrstvy byla vytvořena vektorová vrstva Voroného diagramů nástrojem Voroného polygony v programu QGIS.

Pro použití QGIS nástrojů v pythoním skriptu je potřeba importovat modul processing, který má funkci run, do které se vkládají dva parametry. První parametr je ID nástroje ve formě stringu a druhý je slovník vstupních parametrů. Vstupní parametry se lze dozvědět z QGIS dokumentace. [8]

Vstupem do tohoto nástroje je vektorová vrstva stops a výstupem jsou právě Voroného polygony.



Voroného diagramy, někdy pod názvy jako Voroného teselace, Voroného dekompozice, Thiessenovy polygony nebo Dirichletova teselace, podle definice představují rozklad množiny bodů P na n uzavřených či otevřených oblastí  $V(p) = \{V(p_i), V(p_2), ..., V(p_n)\}$  takových, že každý bod q nálěžící množině  $V(p_i)$  je blíže k bodu  $p_i$  než k jakémukoliv bodu  $p_j$  náležící množině P. [9]



Obrázek 4.2: Voroného polygony

#### Vlastnosti Voroného diagramů

- Voronoi diagram V(P) je planárním grafem.
- Vrchol q Voronoi buňky  $\{V(p_i)$  je průnikem 3 hran, právě když je V(P) nedegenerovaný.
- Pokud  $p_i$  náležící H(P), pak je  $V(p_i)$  otevřený.
- Pro každý bod  $p_i$  náležící P je V(P) konvexní.
- Bod  $p_i$  je nejbližším bodem bodu p jestliže p náleží  $\{V(p_i).$
- Každá strana  $q_iq_j$ , i se nerovná j, je sdílena právě dvěma sousedními buňkami V(p).



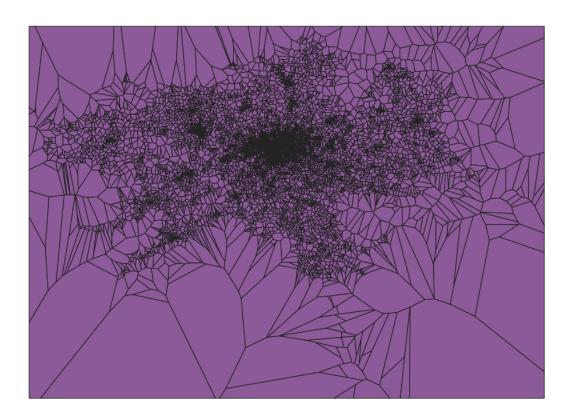
- Bod q je vrcholem V(p), pokud existuje kružnice k(q,r) procházející třemi nebo více generátory  $p_i$ ,  $p_j$ ,  $p_k$ , a neobsahuje žádný další bod P (spojitost s DT(P)).
- Kružnici k(q,r) označujeme jako největší prázdnou kružnici ze všech prázdných kružnic se středem v bodě q.
- Průměrné množství Voronoi hran ve Voronoi polygonu nepřekročí hodnotu 6.
- Vztah mezi počtem bodů n, počtem hran  $n_h$  a počtem trojúhelníků  $n_t$  teselace V(P):

$$n_h \le 3n - 6$$

$$n_t \le 2n - 5$$

- Voronoi diagram V(P) představuje ortografickou projekci stěn mnohostěnu tvořeného průsečnicemi všech polorovin  $A_i$  do roviny xy.
- $\bullet$  Nechť bod ${p_i}^*$ i představuje ortografický průmět bodu  $p_i$ na povrch paraboloidu daného rovnicí:

$$z = x^2 + y^2$$



Obrázek 4.3: Voroného polygony pro všechny zastávky

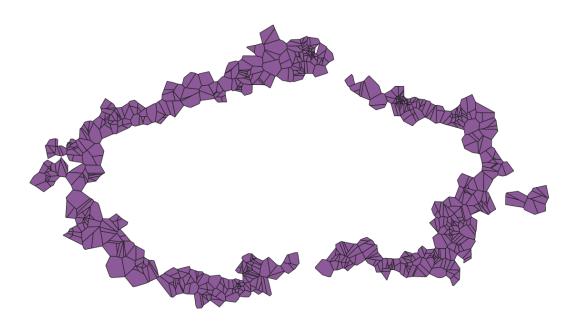


Pro každé tarifní pásmo byly vybrány zastávky pomocí třídy *QgsVectorLayer* a její metody *selectByExpression*, která vybírá prvky podle zadaného výrazu ve formě *string*. Znění zadaného výrazu je následující:

zone\_id in "tarifní pásmo" and location\_type = 0

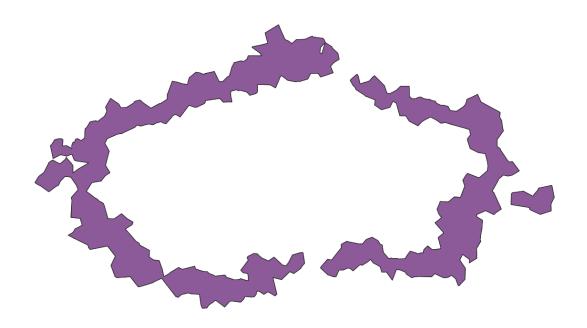
V zadávaném výrazu figuruje taktéž údaj o poli location\_type, což je typ lokace. Hodnota nuly (nebo prázdná hodnota) je právě lokace zastávky. Třída QgsVector-Layer představuje zároveň vektorovou vrstvu, která spravuje vektorové datové sady a která může být považována jako vstup do nástroje QGIS.

Pro vybrané zástavky bylo potřeba vybrat ty Voroného polygony, které svou pozicí dané zastávky protínaly. To bylo provedeno nástrojem Select by location, do kterého vstupovala vrstva vybraných zastávek a vrstva Voroného polygonů. Výsledkem tohoto nástroje byla vektorová vrstva vybraných Voroného polygonů. Jako příklad v obrázku zde budu uvádět tarifní pásmo 2.



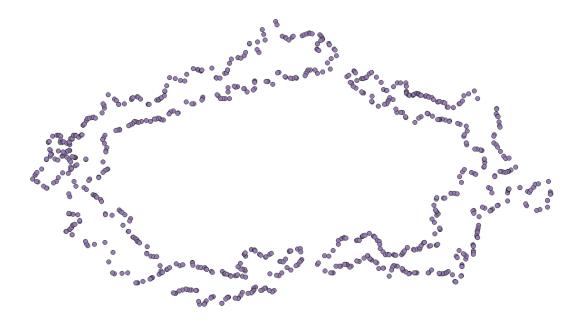
Obrázek 4.4: Vybrané Voroného polygony pro pásmo 2

Tyto polygony byly následně nástrojem *Dissolve* spojeny do jednoho společného polygonu. Vstupem tohoto nástroje byl výstup nástroje *Select by location* a výstupem byl polygon s jednou geometrií.



Obrázek 4.5: Výsledek nástroje Dissolve pro pásmo 2

Ze spojených polygonů byla poté vygenerována vektorová vrstva bodů nástrojem Extract vertices, která představovala vrcholy spojených polygonů. Pro tuto vrstvu bylo vstupem výstup nástroje Dissolve a výstupem byl vektorová vrstva bodů doplněná o pole (mimo původních polí z vektorové vrstvy stops) jako vertex\_index, vertex\_part, vertex\_part\_ring, distance a angle. Hodnoty těchto polí avšak nebyly využity v dalším výpočtu.

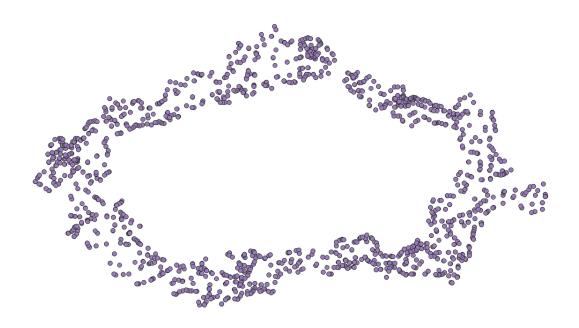


Obrázek 4.6: Výsledek nástroje Extract vertices pro pásmo 2



Dále byly s pomocí třídy QgsVectorLayer a její metody selectByExpression vybrány z původní vektorové vrstvy stops ty zastávky, které obsahovaly v poli  $zone\_id$  hodnotu tarifního pásma 1,2 nebo 2,3. Takové zastávky ležely na hranici pásma a polygon tarifního pásma měl skrz ně vézt hranici. Z vybraných zastávek byla vytvořena vlastní vektorová vrstva.

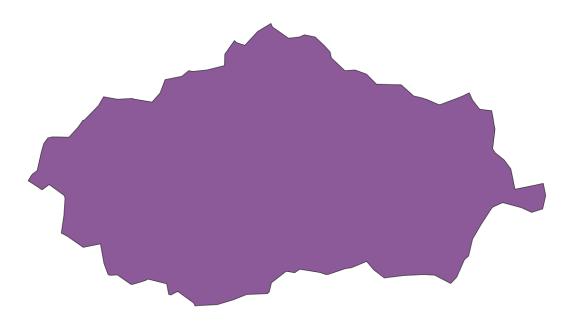
Následně byly spojeny vektorové vrstvy hraniční zastávek, zastávek uvnitř tarifního pásma 2 a bodů z výstupu nástroje Extract vertices nástrojem Merge vector layers. Tyto tři zmiňované vektorové vrstvy byly vstupem do tohoto nástroje a výstupem byla vektorová vrstva spojených bodů.



Obrázek 4.7: Spojené body třech vektorových vrstev pro pásmo 2

Ze spojených bodů byla vytvořena konkávní obálka. To bylo provedeno nástrojem Concave hull (alpha shapes), který počítá konkávní obálku z vstupních bodů.
Vstupem tedy byla vrstva spojených bodů, což byl první parametr nástroje. Dalším
parametrem byl Práh (Threshold) s datovým typem čísla, který byl volen od 0 do
1, kdy 0 znamenala maximum konkávní obálky a 1 konvexní obálky. Po několika
testovacích spuštění byla určena hodnota 0,09 jako nejlepší hodnotou pro tvorbu
tarifních pásem. Dalším parametrem bylo Povolení děr (Allow holes) s datovým
typem boolean, který byl nastaven na False. Posledním parametrem bylo Rozdělit

vícedílnou geometrii na jednotlivé části (Split multipart geometry into singlepart geometries) taktéž s datovým typem *boolean*, který byl nastaven na *True*. Výstupem byla polygonová vrstva konkávní obálky.

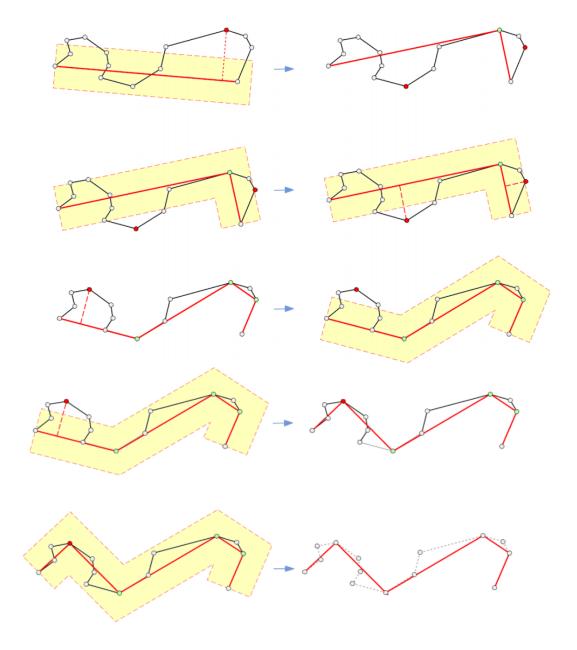


Obrázek 4.8: Konkávní obálka pro pásmo 2

Z konkávní obálky byla pomocí nástroje Simplify "zjednodušena" geometrie polygonové vrstvy. Tento nástroj využívá tři druhy zjednodušení vektorové vrstvy: založené na vzdálenosti (algoritmus "Douglas-Peucker"), založené na ploše (algoritmus "Visvalingam") a přichytávání geometrií k mřížce. Pro můj postup byl zvolen první volba zjednodušení, pomocí algoritmu "Douglas-Peucker".

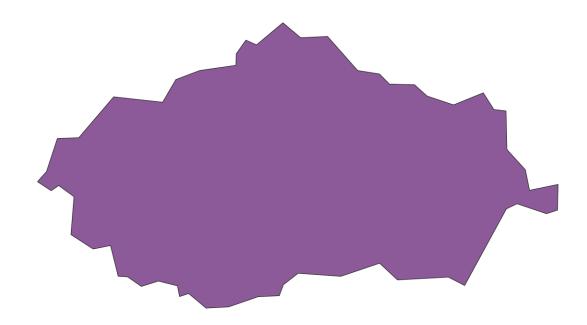
Algoritmus "Douglas-Peucker" na rozdíl od ostatních algoritmů neodstraňuje vrcholy nesplňující geometrickou podmínku, ale přidává do ní postupně kritické body, které podmínku splnují. Tento algoritmus je jeden z nejlepších generalizacních algoritmů a je velmi často implementován v GIS software. [10]





Obrázek 4.9: Znázornění algoritmu "Douglas-Peucker" [10]

Do nástroje Simplify byl vstupem výsledek nástroje Concave hull (alpha shapes), parametrem byl výběr algoritmu a nastavení hodnoty tolerance vzdálenosti. Výstupem byla polygonová vektorová vrstva.



Obrázek 4.10: Výsledek nástroje Simplify pro pásmo 2

Výstup nástroje Simplify byl vstupem do nástroje Smooth. Tento nástroj vyhlazuje geometrie liniové nebo polygonové vrstvy pomocí Chaikinova algoritmu.

Chaikin využil fixních poměrů na odříznutí rohů, takže byly všechny rozřezány stejně. Při matematickém zápisu postupuje Chaikinova metoda následovně: Dostaneme kontrolní polygon  $\{P_0, P_1, ..., P_n\}$ , tento kontrolní polygon vylepšíme vygenerováním nové posloupnosti řídicích bodů

$${Q_0, R_0, Q_1, R_1, ..., Q_{n-1}, R_{n-1}}$$

kde každá nová dvojice bodů  $Q_i$ ,  $R_i$  je třeba brát v poměru  $\frac{1}{4}$  a  $\frac{3}{4}$  mezi koncovými body segmentu čáry  $\overline{P_iP_{i+1}}$ .

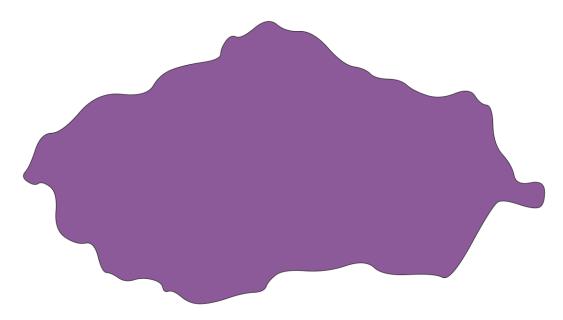
$$Q_i = \frac{3}{4}P_i + \frac{1}{4}P_{i+1}$$

$$R_i = \frac{1}{4}P_i + \frac{3}{4}P_{i+1}$$

Tyto 2 nové body lze považovat za nový řídicí polygon - vylepšení původního řídicího polygonu. [11]

U nástroje Smooth byly zvoleny tři parametry - počet iterací, offset a maximální úhel. Počet iterací znamená, kolik vyhlazovacích iterací bude použito pro každou geometrii. Hodnota počtu iterací byla nastavena na 10, což byla maximální volitelná hodnota (pro co nevětší hladkost). Parametr offset znamená, jak "těsně" vyhlazené

geometrie sledují původní geometrie. Zde byla ponechána výchozí hodnota 0,25. A poslední parametr maximálního úhlu lze použít k zabránění vyhlazení uzlů s velkými úhly. Zde byla také ponechána výchozí hodnota 180°. Výstupem nástroje byla polygonová vektorová vrstva.



Obrázek 4.11: Výsledek nástroje Smooth pro pásmo 2

## Závěr



### Odkazy

- [1] Esri. Shapefiles. [online], [cit. 2021-04-12]. Dostupné z: https://doc.arcgis.com/en/arcgis-online/reference/shapefiles.htm.
- [2] Opendata Praha. Pražská integrovaná doprava tarifní pásma. [online], [cit. 2021-04-12]. Dostupné z: https://opendata.praha.eu/dataset/ipr-prazska\_integrovana\_doprava\_-\_tarifni\_pasma.
- [3] Tomáš Bayer. Rovinné triangulace a jejich využití. [online], [cit. 2021-04-12]. Dostupné z: https://web.natur.cuni.cz/~bayertom/images/courses/Adk/adk5.pdf.
- [4] Google Developers. Gtfs static overview. [online], [cit. 2021-03-11]. Dostupné z: https://developers.google.com/transit/gtfs/.
- [5] TransitWiki users. General transit feed specification. [online], [cit. 2021-04-12]. Dostupné z: https://www.transitwiki.org/TransitWiki/index.php/ General\_Transit\_Feed\_Specification#Creating\_and\_Maintaining\_a\_ GTFS\_Dataset.
- [6] Pražská integrovaná doprava. O systému|pražská integrovaná doprava. [online],[cit. 2021-03-11]. Dostupné z: https://pid.cz/o-systemu/.
- [7] QGIS. Třída qgstask. [online], [cit. 2021-03-25]. Dostupné z: https://qgis.org/pyqgis/3.16/core/QgsTask.html#qgis.core.QgsTask.
- [8] QGIS. Qgis dokumentace. [online], [cit. 2021-03-29]. Dostupné z: https://docs.qgis.org/3.16/en/docs/index.html.
- [9] Tomáš Bayer. Voronoi diagram. vlastnosti, použití, konstrukce. zobecněné voronoi diagramy. [online], [cit. 2021-03-23]. Dostupné z: https://web.natur.cuni.cz/~bayertom/images/courses/Adk/adk6.pdf.
- [10] Tomáš Bayer. Kartografické generalizační algoritmy generace bodových prvků/skupin. generalizace liniových prvků/skupin. generalizace plošných prvků/skupin. [online], [cit. 2021-04-08]. Dostupné z: https://web.natur.cuni.cz/~bayertom/images/courses/Adk/adk8.pdf.

[11] Kenneth I. Joy. Chaikin's algorithms for curves. [online], [cit. 2021-04-11]. Dostupné z: https://www.cs.unc.edu/~dm/UNC/COMP258/LECTURES/Chaikins-Algorithm.pdf.

# Seznam příloh