



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO®



“TECNOLÓGICO NACIONAL DE
MEXICO”

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE
IZTAPALAPA

INTEGRANTES:

ISC-6AM

LENGUAJES Y AUTOMATAS I

M.C. ABIEL TOMÁS PARRA
HERNÁNDEZ

SEP 2020 / FEB 2021

ACTIVIDAD SEMANA 13



Al igual que las expresiones aritméticas, las expresiones regulares cumplen una serie de leyes. Muchas de éstas son similares a las leyes aritméticas, si interpretamos la unión como una suma y la concatenación como una multiplicación. También existen algunas leyes que se aplican a las expresiones regulares, pero no tienen su análoga en la aritmética, especialmente cuando se utiliza el operador de clausura.

Asociatividad y conmutatividad

La conmutatividad es la propiedad de un operador que establece que se puede cambiar el orden de sus operandos y obtener el mismo resultado. Anteriormente hemos dado un ejemplo para la aritmética: $x+y=y+x$.

La asociatividad es la propiedad de un operador que nos permite reagrupar los operandos cuando el operador se aplica dos veces. Por ejemplo, la ley asociativa de la multiplicación es $(x \times y) \times z = x \times (y \times z)$.

Las tres leyes de este tipo que se cumplen para las expresiones regulares son:

- $L+M = M+L$. Esta ley, la ley conmutativa de la unión, establece que podemos efectuar la unión de dos lenguajes en cualquier orden.
- $(L+M)+N = L+(M+N)$. Esta ley, la ley asociativa para la unión, establece que podemos efectuar la unión de tres lenguajes bien calculando primero la unión de los dos primeros, o bien la unión de los dos últimos. Obsérvese que, junto con la ley conmutativa de la unión, podemos concluir que es posible obtener la unión de cualquier colección de lenguajes en cualquier orden y agrupamiento, y el resultado siempre será el mismo. Intuitivamente, una cadena pertenece a $L_1 \cup L_2 \cup \dots \cup L_k$ si y sólo si pertenece a uno o más de los L_i
- $(LM)N = L(MN)$. Esta ley, la ley asociativa para la concatenación, establece que podemos concatenar tres lenguajes concatenando primero los dos primeros o bien los dos últimos.

Falta en esta lista la “ley” que establece que $LM = ML$, es decir, que la concatenación es conmutativa. Sin embargo, esta ley es falsa.

Elemento identidad y elemento nulo

- El elemento identidad de un operador es un valor tal que cuando el operador se aplica al propio elemento identidad y a algún otro valor, el resultado es ese otro valor. Por ejemplo, 0 es el elemento identidad para la suma, ya que $0+x = x+0 = x$, y 1 es el elemento identidad de la multiplicación, puesto que $1 \times x = x \times 1 = x$.
- El elemento nulo de un operador es un valor tal que cuando el operador se aplica al propio elemento nulo y a algún otro valor, el resultado es el elemento nulo. Por ejemplo,



0 es el elemento nulo de la multiplicación, ya que $0 \times x = x \times 0 = 0$. La suma no tiene elemento nulo.

Existen tres leyes para las expresiones regulares que implican estos conceptos y que enumeramos a continuación:

1. $\emptyset + L = L + \emptyset = L$. Esta ley establece que \emptyset es el elemento identidad para la unión.
2. $\epsilon L = L \epsilon = L$. Esta ley establece que ϵ es el elemento identidad para la concatenación.
3. $\emptyset L = L$ $\emptyset = \emptyset$ Esta ley establece que \emptyset es el elemento nulo de la concatenación.

Estas propiedades son importantes herramientas en las tareas de simplificación. Por ejemplo, si se tiene una unión de varias expresiones, algunas de las cuales están simplificadas, o han sido simplificadas, a \emptyset , entonces los \emptyset pueden eliminarse de la unión. Del mismo modo, si tenemos una concatenación de varias expresiones, algunas de las cuales están simplificadas, o han sido simplificadas a ϵ , podemos eliminar los ϵ de la concatenación.

Por último, si tenemos una concatenación de cualquier número de expresiones, y al menos una de ellas es \emptyset , entonces la concatenación completa puede ser reemplazada por \emptyset .

Leyes distributivas

Una ley distributiva implica a dos operadores y establece que un operador puede aplicarse por separado a cada argumento del otro operador. El ejemplo más común en aritmética es la ley distributiva de la multiplicación respecto de la suma, es decir, $x \times (y + z) = x \times y + x \times z$. Puesto que la multiplicación es conmutativa, no importa que la multiplicación esté a la izquierda o a la derecha de la suma. Sin embargo, existe una ley análoga para las expresiones regulares, que tenemos que establecer de dos formas, ya que la concatenación no es conmutativa.

Estas leyes son:

- $L(M + N) = LM + LN$. Ésta es la ley distributiva por la izquierda de la concatenación respecto de la unión.
- $(M + N)L = ML + NL$. Ésta es la ley distributiva por la derecha de la concatenación respecto de la unión.



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO®

