



TECNOLÓGICO  
NACIONAL DE MÉXICO®



“TECNOLÓGICO NACIONAL DE  
MEXICO”

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE  
IZTAPALAPA

INTEGRANTES:

ISC-6AM

LENGUAJES Y AUTOMATAS I

M.C. ABIEL TOMÁS PARRA  
HERNÁNDEZ

SEP 2020 / FEB 2021

ACTIVIDAD SEMANA 11



Cuanenemi Cuanalo Mario Alberto

# EXPRESIONES REGULARES

## 1.-DEFINICION

## 2.-EQUIVALENCIA ENTRE EXPRESIÓN REGULAR Y AFD

Se entiende por Expresión Regular a la forma compacta de representar los lenguajes. Por lo cual a partir de la expresión regular podemos pasar directamente a su automáta y viceversa.

### DEFINICION:

Si  $A$  es un alfabeto, una expresión regular sobre este alfabeto se define de la siguiente forma:

- $\emptyset$  es una expresión regular que denota el lenguaje vacío ( el que no tiene ninguna cadena) automáta sin ningn estado.
- $a$  es una expresión regular que denota el lenguaje  $\{a\}$ .
- si  $a \in A$ ,  $a$  es una expresión regular que denota el lenguaje  $\{a\}$ .
- Si  $r$  y  $s$  son expresiones regularesdenotando los lenguajes  $R$  y  $S$  entonces  $(r+s)$  es una expresión regular que denota el lenguaje  $R \cup S$ .
- Si  $(rs)$  es una expresión regular que denota el lenguaje  $RS$ .
- $r^*$  es una expresión regular que denota el lenguaje  $R^*$ .



A partir de esta definición se puede determinar las expresiones regulares sobre un determinado alfabeto. El tipo de lenguaje al que está asociadas las expresiones regulares son los lenguajes regulares.

En las expresiones regulares se pueden eliminar los paréntesis siempre que no haya dudas, la precedencia de las operaciones es: Clausura  $*$ , Concatenación, Unión.

EJEMPLOS:

- Obtener la expresión regular que representa el lenguaje  $L = \{01^i \mid i = 0\}$

$\{01^i \mid i = 0\} = \{0\}\{1^i \mid i = 0\} = \{0\}\{1\}^* = 01^*$  la expresión regular correspondiente.

- Obtener la expresión regular que represente el lenguaje cuyas cadenas está formadas por ceros y unos en cualquier posición,  $L = \{u \mid u \in \{0,1\}^*\}$

Sea  $u = 01001$  una cadena con una combinación de ceros y unos cualquiera entonces su correspondiente expresión regular será  $\{0\}\{1\}$ . Como lo que nos piden es ceros y unos en cualquier posición, aplicamos la operación de clausura  $*$  obteniendo:  $(\{0\} \cup \{1\})^*$  por tanto la expresión regular que resulta es la siguiente  $(0+1)^*$

- Dada la expresión regular  $(a+\epsilon)b^*$  obtener el lenguaje que representa:

Sea  $(a+\epsilon)$  el lenguaje 1 notado  $L_1$ . Sea  $b^*$  el lenguaje 2 notado  $L_2$ .

$L_1 = \{a\} \cup \{\epsilon\}$  y  $L_2 = \{b\}^* = \{b^i \mid i = 0\}$ , por tanto,  $L = L_1 \cup L_2$  se

especifica de la siguiente forma:  $L = \{uv \mid u \in L_1, v \in L_2\} = \{ab^i \mid i = 0\}$

- Obtener el lenguaje asociado a la expresión regular  $0^*1^*$

Sea  $L_1 = 0^*$  y  $L_2 = 1^*$  sus correspondientes expresiones regulares son

$L_1 = \{0\}^* = \{0^i \mid i = 0\}$   $L_2 = \{1\}^* = \{1^j \mid j = 0\}$  Por tanto,  $L = L_1 L_2 = \{0^i 1^j \mid i, j = 0\}$  es el lenguaje regular asociado a la expresión dada.

- Obtener el lenguaje asociado a la expresión regular  $(1+10)^*$

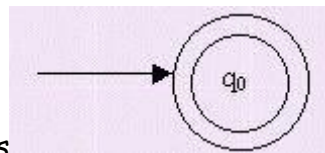
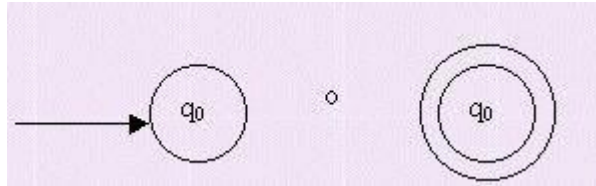


Representa el lenguaje que empieza por uno y no contiene dos ceros consecutivos.

## EQUIVALENCIA ENTRE EXPRESION REGULAR Y AFD.

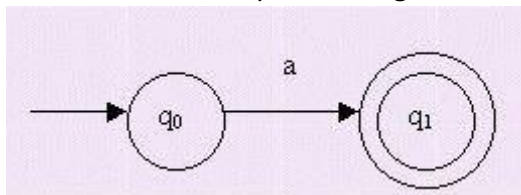
Teorema: dada una expresión regular existe un automáta finito que acepta el lenguaje asociado a esta expresión regular. Por tanto existe una equivalencia entre la expresión regular y el automáta finito determinístico.

Para ello tenemos como base los AFD asociados a las expresiones regulares siguientes:  $\epsilon$  su automáta es el que no tiene ningún estado, es decir,

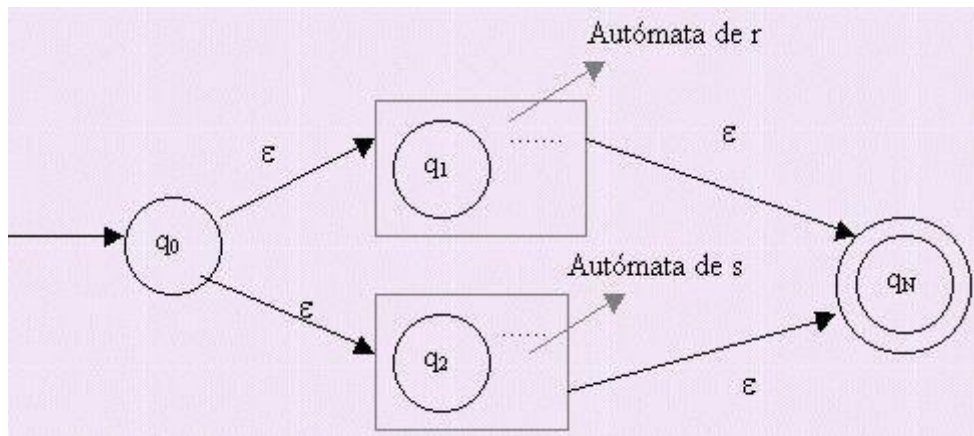


e su automáta asociado es

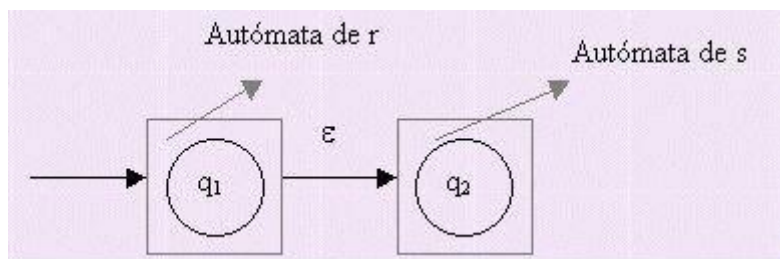
Si  $a \in A$  es una expresión regular su automáta asociado es



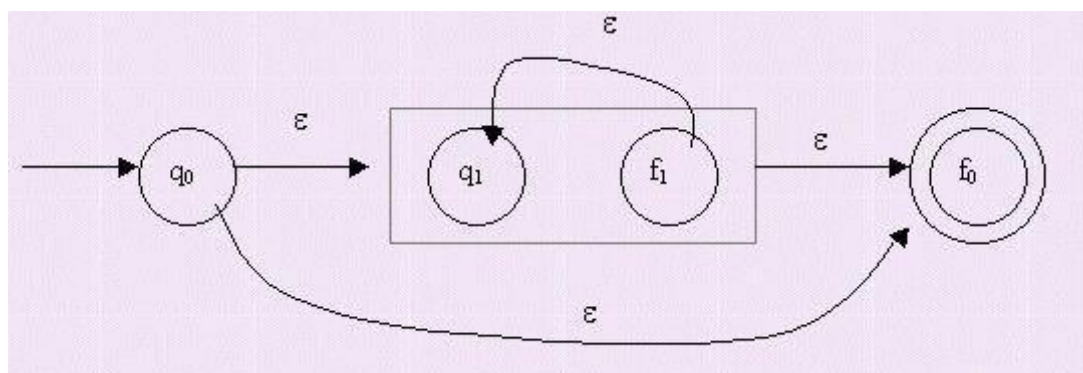
El automáta asociado a la expresión  $(r+s)$  es



El autómata asociado a la expresión  $(rs)$  es



El autómata asociado a la expresión  $r^*$  es





Conociendo estos autómatas podemos pasar a ver algunos ejemplos para construir AFD que acepten un lenguaje correspondiente a la expresión regular dada.

## EJEMPLOS:

Construir el AFD que acepte el mismo lenguaje que el asociado a la expresión regular  $r=01^*+1$ .

Obtenido el AFND CON TN podemos usar algoritmos que transforma:

AFND CON TN a AFND

AFND a AFD

AFD a AFD MINIMAL

Expresiones y sus lenguajes Estrictamente hablando, una expresión regular  $E$  es sólo una expresión, no un lenguaje. Deberíamos emplear  $L(E)$  cuando deseamos hacer referencia al lenguaje que  $E$  representa. Sin embargo, es habitual emplear " $E$ " cuando realmente lo que se quiere decir es " $L(E)$ ". Utilizaremos este convenio siempre y cuando esté claro que estamos hablando de un lenguaje y no de una expresión regular.

confusiones con la expresión  $01^*$ , cuyo lenguaje son todas las cadenas que constan de un 0 y un número cualquiera de 1s. La razón de esta interpretación se explica en la Sección 3.1.3, pero podemos adelantar que el operador asterisco precede al punto y que por tanto el argumento del asterisco se selecciona antes de realizar cualquier concatenación. Sin embargo,  $L(01)^*$  no es exactamente el lenguaje que deseamos. Sólo incluye aquellas cadenas formadas por 0s y 1s alternos que comienzan por 0 y terminan por 1. También necesitamos considerar la posibilidad de que exista un 1 al principio y/o un 0 al final de las cadenas. Un método sería construir tres expresiones regulares más que manejasen estas tres otras posibilidades. Es decir,  $(10)^*$  representa las cadenas alternas que comienzan por 1 y terminan por 0, mientras que  $0(10)^*$  se puede emplear



para las cadenas que comienzan y terminan por 0 y 1(01)\* para las cadenas que comienzan y terminan por 1. La expresión regular completa es (01)\* + (10)\* + 0(10)\* + 1(01)\* Observe que utilizamos el operador + para obtener la unión de los cuatro lenguajes que nos proporcionan todas las cadenas con ceros y unos alternos. Sin embargo, existe otra forma de obtener una expresión regular algo más sucinta. Partimos de nuevo de la expresión (01)\*. Podemos añadir un 1 opcional al principio si concatenamos por la izquierda la expresión  $\epsilon + 1$ . Del mismo modo, añadimos un 0 opcional al final con la expresión  $\epsilon + 0$ . Por ejemplo, empleando la definición del operador +:  $L(\epsilon + 1) = L(\epsilon) \cup L(1) = \{\epsilon\} \cup \{1\} = \{\epsilon, 1\}$  Si concatenamos este lenguaje con cualquier otro lenguaje  $L$ , la opción  $\epsilon$  nos proporciona todas las cadenas de  $L$ , mientras que la opción 1 nos proporciona  $1w$  para todas las cadenas  $w$  de  $L$ . Por tanto, otra expresión para el conjunto de cadenas formadas por ceros y unos alternos es:  $(\epsilon + 1)(01)^*(\epsilon + 0)$  Observe que es necesario encerrar entre paréntesis cada una de las expresiones añadidas, con el fin de garantizar que los operadores se agrupan correctamente.