

中央财经大学 2023-2024 第一学期高等数学期末考试题

(已修改版)

一、 填空

1. 求 $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x \sin \frac{1}{x} + 3 \frac{\sin x}{x}$ 的值_____

2. 已知 $f(x) = e^{x^2} \cos x$ 则 $f'(\pi) =$ _____

(表述不对) 3. 在 $x=1$ 及其领域内的任意 x , 求 $f(x) = \sqrt{x}$ 的一阶泰勒
公式_____ 带拉格朗日余项的

4. 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \tan x}{\ln(1+x^2)}$ 的值_____

5. 求三条曲线 $y = \sqrt{x}$, $y = 0$, $x = 4$ 绕 y 轴旋转一周形成的旋转体体积_____

6. 已知 $F(x)$ 是 $f(x)$ 的原函数, 求 $\int e^{-x} f(e^{-x}) dx$ _____

二、 选择

7. 已知 $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{2ax}-1}{x} + 1 & x \neq 0 \\ a & x = 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续, 求 a 的值

A.0

B.-1

C.1

D.-2

8. $f(x) = \sqrt{4x^2 + x} \ln \left(2 + \frac{1}{x} \right)$ 的渐近线有几条

A.1 条

B.2 条

C.3 条

D.0 条

9. 已知 $f(x) = x \sin x + \cos x$ 以下哪些是函数在 $[-\pi, \pi]$ 上的一个极小值点和一个极大值点

A. $x=0, x=\frac{\pi}{2}$

B. $x=-\pi, x=0$

C. $x=\frac{\pi}{2}, x=-\frac{\pi}{2}$

D. $x=0, x=\pi$

10. 判断 $f(x) = \frac{e^{\frac{1}{x-1}} - 1}{\frac{1}{e^{\frac{1}{x-1}} + 1}}$ 在 $x=1$ 处是否为间断点，如果是，判断间断点类型

A. 可去间断点 B. 无穷间断点 C. 跳跃间断点 D. 震荡间断点

11. 已知对于 $[a, b]$ 上的连续函数 $f(x)$ ，有 $f'(x) > 0$ ，

$f''(x) > 0$ 。设 $A = \int_a^b f(x) dx$ ， $B = f(b)(b - a)$ ， $C = \frac{1}{2}[f(b) + f(a)](b - a)$ ，比较 A，B，C 的大小

A. $A > B > C$

B. $A > C > B$

C. $B > C > A$

D. $C > B > A$

12. 已知 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x t f(x-t) dt}{x^4} = 1$ 则 $x=0$ 是 $f(x)$ 的

(存疑)

A. 驻点

B. 极大值点

C. 极小值点

D. 最大值点

一、 解答

13.求 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\pi}{2} - \arctan x \right)^{\frac{1}{\ln x}}$ 的值

14.求 $xy + xe^x = \sin y$ 在 $(0, 0)$ 处的 dy 与 $(0, 0)$ 处的切线

15.已知隐函数 $\begin{cases} y = 2e^{3t^2} \\ x = 6e^t \end{cases}$ 求 $t=0$ 时, 函数的一阶导数与二阶导数

16.求不定积分 $\int \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$

17.判断反常积分 $\int_0^{+\infty} \frac{\sin^2 x}{\sqrt{x^5}} dx$ 的敛散性

? 18.求定积分 $\int_0^2 \frac{dx}{2x+\sqrt{4-x^2}}$ 的值

↓
改为 λ (猜想)

(存疑)

19. 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(\sin x) - \cos x}{x^2 (e^{1-\cos x} - 1)}$ 的值

20. 已知 $f(0) + f(1) = 2$, $f(2) = 1$, 且 $f(x)$ 在 $[0, 2]$ 上连续, $(0, 2)$ 上可导, 求证:

I) $\exists \theta$, 使得 $f(\theta) = 1$ 且 $\theta \in [0, 1]$

II) $\forall \lambda$, $\exists \xi \in [0, 2]$, 使得 $f'(\xi) = \lambda[1 - f(\xi)]$

根据
网络
改

(原版有点怪)