

《算法设计与分析-PTA 7-2》实验报告

学 号: 1004191211

姓 名: 郎文鹏

日 期: 2021/10/15

得 分: _____

一、实验内容:

算法设计与分析课程作业——PTA 7-2 国王的奖励解题报告。

二、所用算法的基本思想及复杂度分析:

1. 基本思想

题目要求求出首项为 1, 公比为 q 的前 n 项和结果并对给定 $1e8+7$ 取模。首先根据等比数列求和公式化简可得 $ans = \sum_{i=1}^n q^{i-1} = \frac{q^n - 1}{q - 1}$ 。

由于结果较大需要再计算过程中进行取模运算, 借助数论将上式进一步化简为乘式从而方便编程。

先将 q 取模, 根据 q 结果分类进行计算:

$$\begin{cases} n \% mod, & q = 1 \\ \frac{q^n - 1}{q - 1} = (q^n - 1) * (q - 1)^{mod-2}, & q > 1 \end{cases}$$

解释说明:

1. 当 q 取模为 1 时求和公式中分母恰好为 0, 此时需要特殊考虑
2. 当 $q > 1$ 时, 取模运算不支持除法可以借助费马小定理求逆元将原始转化为乘法关系, 幂运算通过分治版的快速幂进行求解

2. 复杂度分析

复杂度由所写的幂运算复杂度决定, 分治法求幂运算时间复杂度为 $O(\log n)$

三、源程序及注释:

```
#include <bits/stdc++.h>
#pragma GCC optimize(2)
#pragma G++ optimize(2)
#define endl "\n"
#define fi first
#define se second
#define pb push_back
```

```

#define all(x) x.begin(), x.end()
#define rep(i, x, y) for (auto i = (x); i != (y + 1); ++i)
#define dep(i, x, y) for (auto i = (x); i != (y - 1); --i)
#ifdef LOCAL
#define de(...) cout << '[' << #__VA_ARGS__ << "]" = " << __VA_ARGS__ << endl;
#else
#define de(...)
#endif
using namespace std;
typedef long long ll;
typedef pair<int, int> pii;
const ll mod = 1000000007;

// ll quick_pow(ll a, ll b) {
//     a = a % mod;
//     ll ans = 1, base = a;
//     while (b) {
//         if (b & 1) ans = ans * base % mod;
//         base = base * base % mod;
//         b >>= 1;
//     }
//     return ans;
// }

ll dfs(ll q, ll x) {
    if (x == 0) return 1;
    ll tmp = dfs(q, x / 2);
    tmp = tmp * tmp % mod;
    if (x & 1) tmp = tmp * q % mod;
    return tmp;
}

void test_case() {
    ll q, n;
    cin >> q >> n;
    ll ans;
    q = (q % mod + mod) % mod;
    if (q == 1)
        ans = n % mod;
    else
        ans = (dfs(q, n) - 1) * dfs(q - 1, mod - 2) % mod; // 等比
    cout << ans << endl;
}

```

```

signed main() {
    ios::sync_with_stdio(false), cin.tie(0);
#ifdef LOCAL
    freopen("IO\\in.txt", "r", stdin);
    freopen("IO\\out.txt", "w", stdout);
    clock_t start, end;
    start = clock();
#endif
    int _;
    cin >> _;
    for (int i = 1; i <= _; ++i) test_case();
#ifdef LOCAL
    end = clock();
    cout << endl
        << "Runtime: " << (double)(end - start) / CLOCKS_PER_SEC <<
        "\n";
#endif
    return 0;
}

```

四、运行输出结果：

提交时间	状态	分数	题目	编译器	耗时	用户
2021/10/15 14:57:46	答案正确	详情	编程题	C++ (g++)	7 ms	

五、调试和运行程序过程中产生的问题、采取的措施及获得的相关经验教训：

问题一：起初没有对 q 进行取模。

解决措施：在求幂运算中将 q 进行了取模后再计算。

获得教训：对于推导式需要注意满足的条件，应该考虑特殊情况的可能。

问题二：对于 $q = 1$ 情况输出答案错误。

解决措施：需要将 n 进行一次取模， n 可能出现比模数大的情况。

获得教训：注意题目给定的数据范围。