

Seminarul 3

1. Un patron deține 3 magazine, m_1, m_2, m_3 , care au 50, 75, respectiv 100, de angajați, din care 50%, 60%, respectiv 70%, sunt femei. Patronul alege aleator un angajat pentru un bonus la salariu. Care este probabilitatea ca angajatul norocos să lucreze la magazinul m_3 , știind că acesta este bărbat?

2. Se aruncă un zar. Fie N numărul care a apărut. Apoi, zarul este aruncat de N ori. Care este probabilitatea ca $N=3$, știind că:

- a) numerele obținute în urma celor N aruncări sunt diferite?
- b) numerele obținute în urma celor N aruncări sunt egale?

3. O urnă conține o bilă cu cifra 1, două bile cu cifra 2, trei bile cu cifra 3 și patru bile cu cifra 4. Se extrag aleator fără repunerea bilei patru bile pentru a forma un cod X cu 4 cifre. Calculați probabilitățile evenimentelor $X = 1234$ și $X = 4321$.

4. (Problema lui Monty Hall) Celebra problemă a fost inspirată de show-ul anilor 70' intitulat *Let's Make a Deal* prezentat de Monty Hall, de aici provenind și numele binecunoscutei probleme. Un jucător are de ales între 3 uși (U_1 , U_2 , U_3 ). În spatele a două dintre ele se află câte o capră , iar în spatele uneia se află o mașină . Scopul jucătorului este de a alege ușă în spatele căreia se află mașina câștigătoare . Pentru aceasta trebuie respectate anumite reguli și ipoteze ale jocului:

- ⇒ jucătorul va alege la început o ușă dintre cele trei;
- ⇒ gazda (moderatorul Monty), care știe ce se află în spatele fiecarei uși, va deschide o ușă dintre celelalte două rămase, întotdeauna una în spatele căreia se află o capră;
- ⇒ după această dezvăluire, jucătorul are dreptul fie de a-și păstra alegerea, fie de a o schimba;
- ⇒ după această posibilitate de modificare, gazda deschide ușă aleasă de concurrent, iar dacă în spatele ei se află mașina , jucătorul a câștigat. 

Spre exemplu, presupunem că jucătorul alege ușa 1, iar gazda va deschide ușă cu numărul 3. În acest moment, concurrentul poate fie să își mențină alegerea (ușa 1), fie să aleagă ușă cu numărul 2. E mai bine să păstreze alegerea inițială sau să o schimbe?

5. Probabilitatea ca un cip, de un anumit tip, să fie defect este 0,06. O componentă pentru calculator are instalate 12 astfel de cipuri. Componenta este funcțională dacă cel puțin 11 sunt operaționale. 4 componente independente sunt instalate într-un calculator. Calculați probabilitățile evenimentelor:

A:“O componentă este funcțională.”

B:“Exact două componente sunt funcționale în calculator.”

C:“Cel puțin o componentă este funcțională în calculator.”

6. O persoană tastează aleator 11 litere minusculе pe o tastatură engleză. Care este probabilitatea ca literele tastate să poată fi permute astfel încât să se obțină cuvântul *abracadabra*?

7. Dintr-un pachet standard de 52 de cărți de joc se extrag aleator fără returnare 13 cărți (*bridge hand*). Calculați probabilitățile următoarelor evenimente:

- a) A:“Nu se extrage nicio treflă.”
- b) B:“Se extrag 5 inimi.”
- c) C:“Se extrage cel mult un as.”

8. O echipă formată din 4 cercetători este aleasă aleator dintr-un grup de 4 matematicieni, 3 informaticieni și 5 fizicieni. Care este probabilitatea ca echipa să fie formată din 2 matematicieni, 1 informatician și 1 fizician?

9. Un zar este aruncat de cinci ori. Calculați probabilitățile următoarelor evenimente:

- a) A: "exact două numere sunt pare."
- b) B: "1 apare de două ori, 3 apare o dată și 6 apare de două ori."
- c) C: "exact două numere sunt prime, un număr este egal cu 1, iar celelalte două sunt egale cu 4".

10. Se generează aleator un cod C alegând, cu returnare, 6 caractere din lista de caractere: 0, 1, 2, 3, 4, 5, x , y , z . Calculați probabilitățile:

- a) $P(C = 01234z)$.
- b) $P(\text{"exact 4 caractere din } C \text{ sunt cifre impare"})$.
- c) $P(\text{"}C \text{ are cel mult 4 cifre"})$.
- d) $P(\text{"}C \text{ nu are litere alăturate și nu are cifre alăturate"})$. Exemple: $5z4x0y$, $x0y1x2$ etc.
- e) $P(\text{"}C \text{ nu are litere, știind că exact 4 caractere din } C \text{ sunt cifre impare"})$.

11. O persoană întârzie la serviciu într-o zi ploioasă cu probabilitatea 0,2, iar într-o zi senină cu probabilitatea 0,1. Conform programei meteo, în următoarea zi va ploua cu probabilitate 0,8. Care este probabilitatea ca:

- a) persoana să ajungă ziua următoare la timp la serviciu?
- b) ziua următoare să fie ploioasă, știind că persoana ajunge la timp la serviciu?