郭隆邦 2023-06-07

5. 向量叉乘cross

threejs三维向量`Vector3`提供了叉乘的两个相关方法`.crossVectors()`和`.cross()`。

叉乘也有其它称呼，比如向量积、外积、叉积、矢积。

大学高等数学一般会介绍叉乘，如果你没有学习过，或者已经忘了，直接去查看百科关于叉乘介绍，你可能也不知道在说什么，不过这没关系，咱们课程会用具体的threejs案例，让你从零掌握和理解抽象的数学概念**叉乘**。

已知两个向量a、b

已知3D空间中两个向量a、b

```js
const a = new THREE.Vector3(50, 0, 0);
const b = new THREE.Vector3(30, 0, 30);
```

箭头可视化向量a、b

使用箭头`THREE.ArrowHelper`可视化表示向量。

```js
//给箭头设置一个起点(随便给个位置就行)
const O = new THREE.Vector3(0, 0, 0);
// 红色箭头表示向量a
const arrowA = new THREE.ArrowHelper(a.clone().normalize(), O, a.length(),0xff00
// 绿色箭头表示向量b
const arrowB = new THREE.ArrowHelper(b.clone().normalize(), O, b.length(),0x00ff
```

向量叉乘方法`.crossVectors()`

先给大家解释下向量`Vector3`叉乘方法`.crossVectors()`的语法，然后再给大家解释叉乘的数学几何含义。

`c.crossVectors(a,b)` 向量a和b叉乘的结果是一个新的向量c。

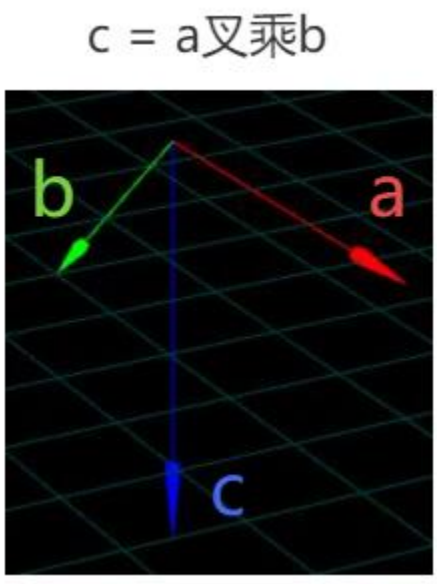
叉乘 $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$

```js
// 创建一个向量c，用来保存叉乘结果
const c = new THREE.Vector3();
//向量a叉乘b，结果保存在向量c
c.crossVectors(a,b);
console.log('叉乘结果',c);//叉乘结果是一个向量对象Vector3
```

可视化叉乘结果c

```js
// 可视化向量a和b叉乘结果：向量c
const arrowC = new THREE.ArrowHelper(c.clone().normalize(), O, c.length()/30,0x0
```

这时候你会直观的发现向量c垂直于向量a、b构成的平面，或者说向量c同时垂直于向量a、向量b。

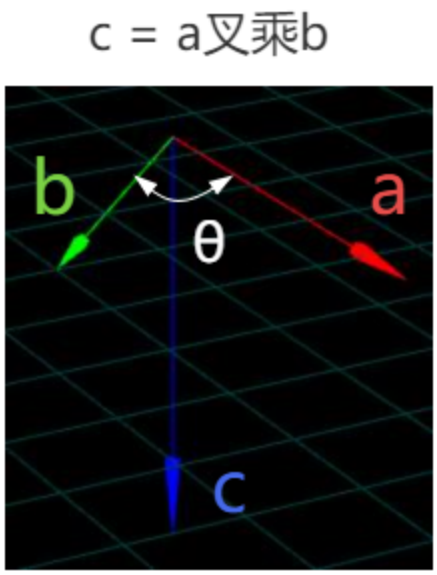


叉乘结果向量c几何含义

一方面是**向量方向**，刚刚通过可视化箭头给大家总结过，向量a叉乘向量b，得到一个新的向量c，向量c垂直于向量a和b构成的平面，或者说向量c同时垂直于向量a、向量b。

另一方面是**向量长度**，假设向量a和b的夹角是θ，a和b叉乘结果是c，c的长度`c.length()`是a长度`a.length()`乘b长度`b.length()`乘夹角θ的正弦值`sin(θ)`

```js
c.crossVectors(a,b);
c.length() = a.length()*b.length()*sin(θ)
```



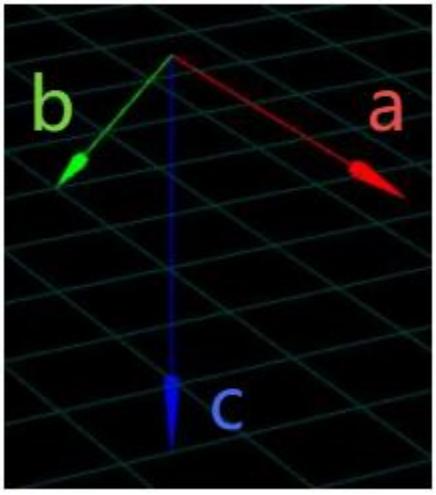
向量b叉乘向量a `.crossVectors(b,a)`

```js
c.crossVectors(a,b);//a叉乘b
c.crossVectors(b,a);//b叉乘a
```

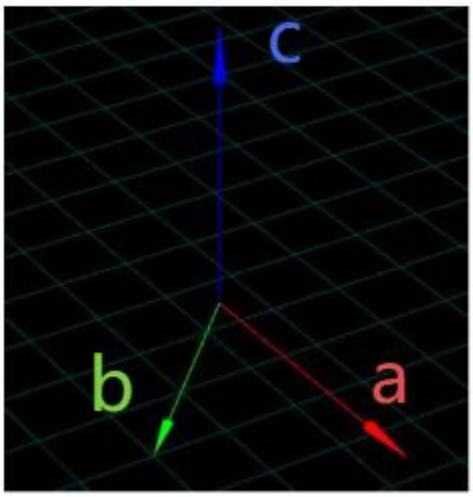
箭头可视化向量b叉乘a`c.crossVectors(b,a)`的结果，你会发现向量c与原来向量a叉乘b`c.crossVectors(a,b)`的方向反过来。

```js
// 可视化向量b和a叉乘结果：向量c
new THREE.ArrowHelper(c.clone().normalize(), O, c.length()/30,0x0000ff);
```

c = a叉乘b



c = b叉乘a

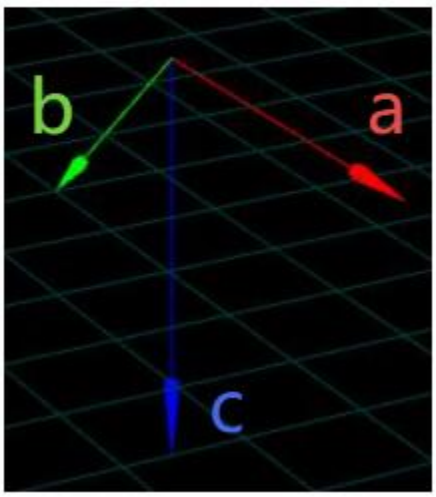


总结：叉乘不满足交换律

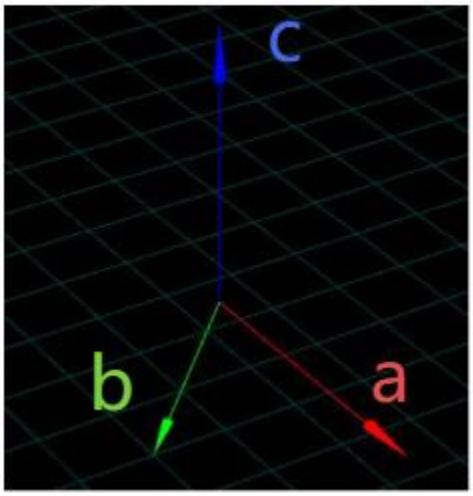
你通过比较向量a叉乘b与向量b叉乘a区别，顺序不同结果不同，也就是说叉乘不满足交换律。

```
// a叉乘b
c.crossVectors(a,b);
// b叉乘a
c.crossVectors(b,a);
```

c = a叉乘b



c = b叉乘a

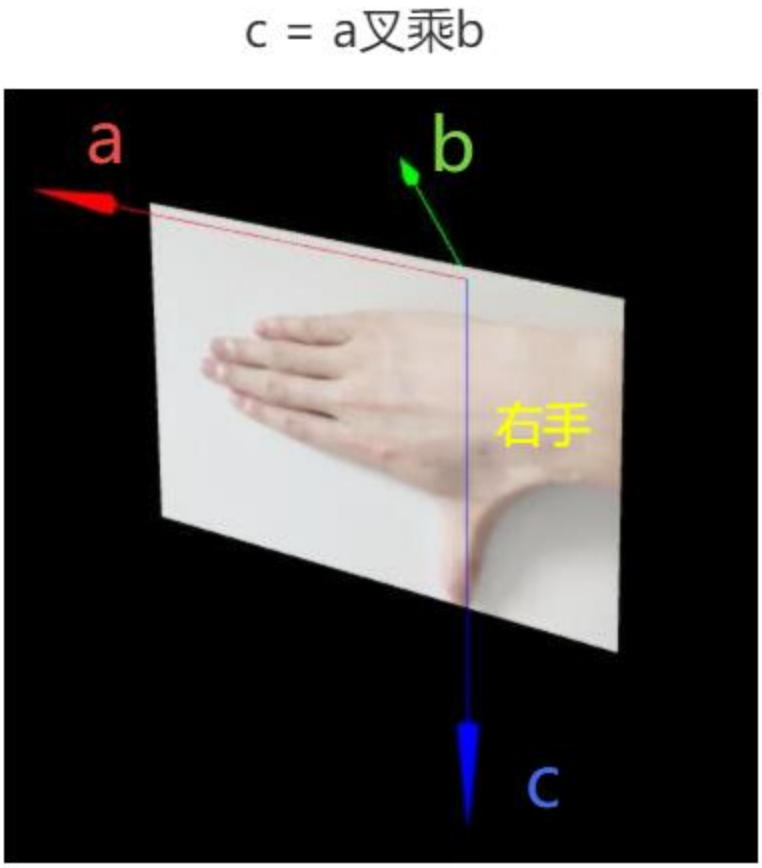


叉乘方向(右手螺旋定则判断)

首先明确一定，向量a、b叉乘，得到一个向量c，向量c垂直于向量a、b。

假设向量a和向量b在水平地上，那么向量c，要么竖直向上，要么竖直向下。如果想具体判定向量c的朝向，最简单的方式，就是用箭头`ArrowHelper`可视化c，一看便知。

偏理论的方式就是通过右手螺旋定则，判断叉乘结果c的方向，没有threejs箭头简单直观，如果你不想掌握，也没关系，写代码时候，用`ArrowHelper`类辅助判断。



你先把向量c想象成一根筷子，尝试用手去握住它。具体过程就是，把右手手掌展平，四指并拢，大拇指与四指垂直，假设向量a和b处于水平平面上，向量c就是竖直方向，让大拇指沿着c，大拇指朝上还是朝下，随便先选个方向，让四指沿着向量a的方向，去开始握住向量c，这时候如果四指旋转的方向靠近向量b，那么说明大拇指的指向方向是向量c的方向，否则反之。

叉乘`.cross()`

`.cross()`和`.crossVectors()`都是向量对象的叉乘计算方法，功能一样，只是使用的细节有些不同，向量对象叉乘的结果仍然是向量对象。

```
const c = new THREE.Vector3();
c.crossVectors(a,b);
```

`a.clone()` 克隆一个和a一样的向量，和b叉乘 `a.cross(b)` 后，作为结果c。

```
const c = a.clone().cross(b);
```

← 4. 点乘判断是否在扇形内

6. 叉乘判断人左右→