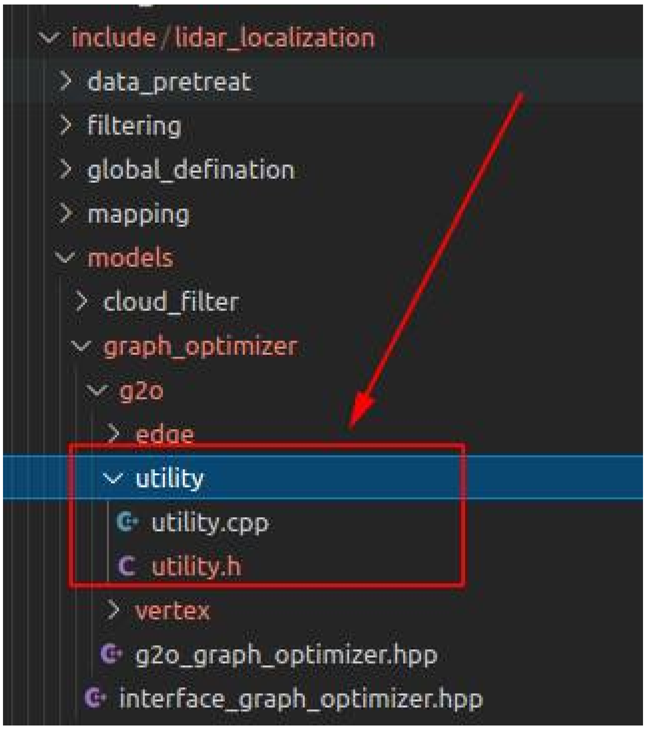
及格要求

对原程序的修改

修改了程序 lio_back_end.cpp 中的函数 LIOBackEnd::SaveOptimizedPose()，使 gnss 和 imu 的组合导航结果为 gt，lidar odometry 作为 optimized odometry 的对比对象。

修改了程序 lio_back_end.cpp 中的函数 LIOBackEnd::AddNodeAndEdge，使得图优化的初值由 laser 提供，而不是由 gnss 提供。这样将 gnss 作为 gt，laser 和 imu 融合的结果作为被评估的对象。

为了实现预积分与姿态有关的雅克比，实现四元数的矩阵左右乘，参考 VINS-Mono 中的 imu_factor.h，使用了 utility.h，用了 VINS-Mono 中的对应的文件，文件名和路径信息如下图：



公式推导要点说明

参考的主要资料为：

1）课件

2）VIO 课程课件及代码（我的 slam 的启蒙课程，当时学的囫囵吞枣的...）

3）论文《On-Manifold Preintegration for Real-TimeVisual-Inertial Odometry》

4）github 开源项目 VINS-Mono，https://github.com/HKUST-Aerial-Robotics/VINS-Mono

不同资料的公式略有不同，总结一下公式中需要自恰的点：

1）重力是使用的矢量还是模，推导公式的时候符号不一样

2）位置的更新方式，也就是位置误差定义时所在的坐标系，可以是本体系，可以是导航系

3）目前看到姿态更新普遍使用的右乘，代码实现和公式推导可以用两个殊途同归的方法，四元数和 so3

公式推导

一方面优秀要求的部分给出了"融合编码器"的预积分相关的雅可比公式，推导原理都一样，所以这里就不给出具体的公式了。

另一方面，这部分的公式可以直接看程序 edge_prvag_imu_pre_integration.hpp 中新增的函数 virtual void linearizeOplus()中的雅可比公式部分。

代码运行结果

见良好要求中的轨迹精度对比部分。

良好要求

轨迹精度对比

结论

把结论写到仿真结果前面。

注释掉 edge_prvag_imu_pre_integration.hpp 中新增的函数 virtual void linearizeOplus()后，g2o 会自动数值求导，否则是解析求导。

解析求导的仿真结果有问题，现在还没有找到原因，下一章还要用到相关知识，到时候继续排查。

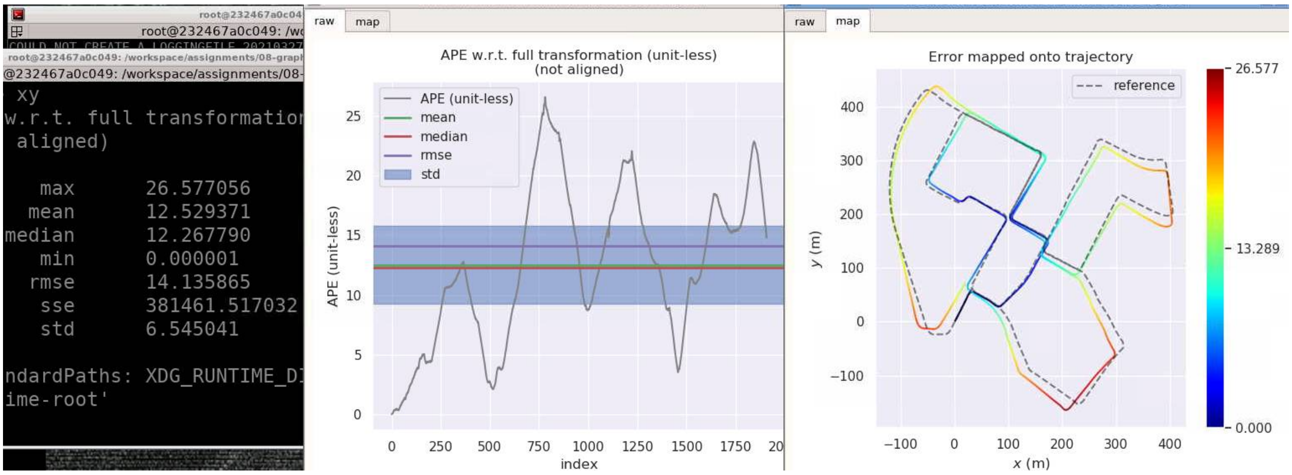
加入 IMU 后，laser 和 IMU 预积分融合的结果对 gt（gnss 和 IMU 的组合导航结果）的拟合效果要明显优于单独使用 laser 结果的拟合效果。虽然 kitti 数据集没有明确的统一标准，但是经过对代码的修改，gt 是 gnss 和 IMU 信息的组合导航结果，laser 与 IMU 融合后对 gt 的拟合程度变好是必然的。

另外，需要说明的一点是，每次数值求导仿真的结果不完全相同（这个问题现在的我还解决不了），融合结果有时候会出现局部偏差很大的现象。所以给出了两组数值求导的结果。第一组在轨迹最后局部误差很大，第二组没有出现这种现象。

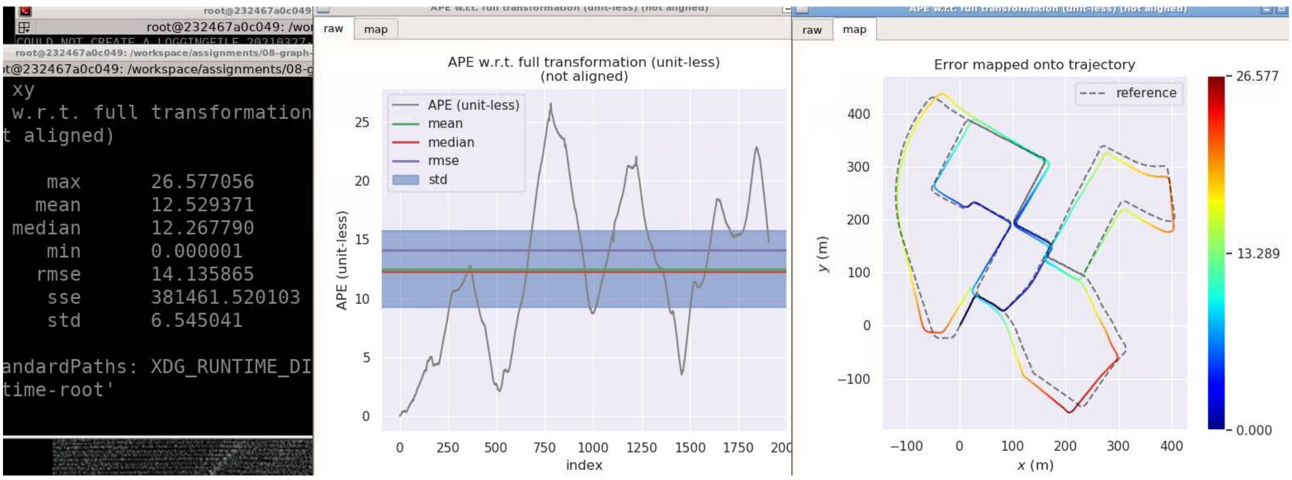
不加 IMU

不加 IMU 时，优化前后结果没有区别。

laser_odom：



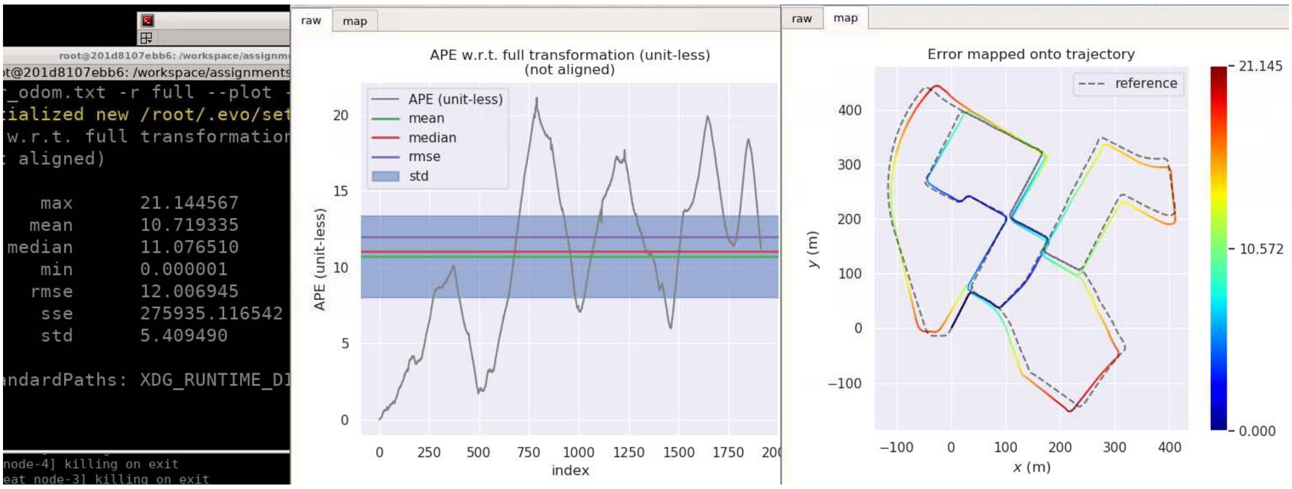
optimized：



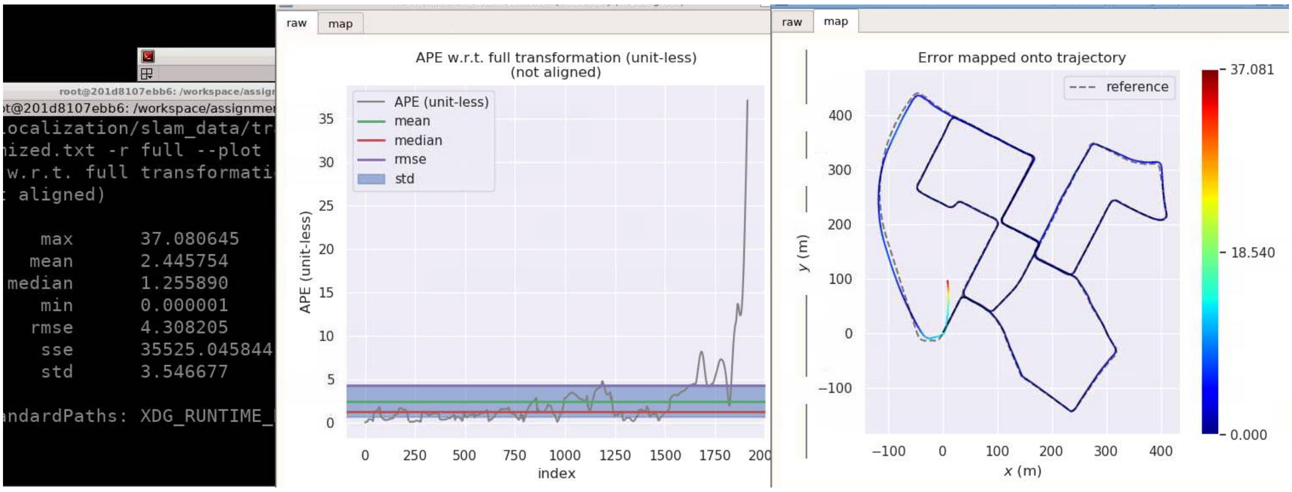
加 IMU，数值求导（一）

optimized 得到的结果除最后的局部外，整个过程误差都非常小。

laser_odom：



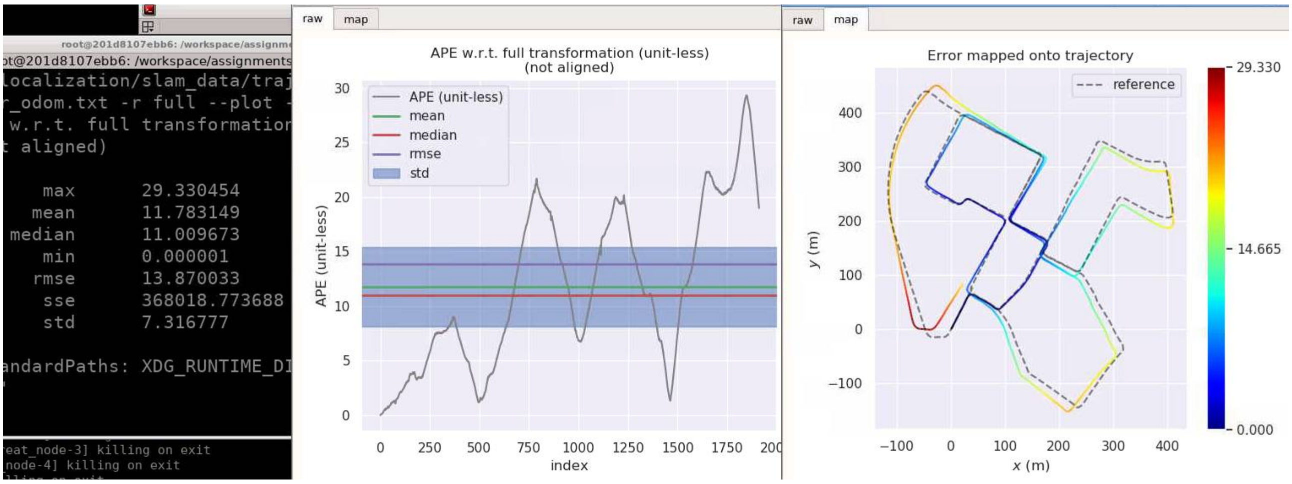
optimized：



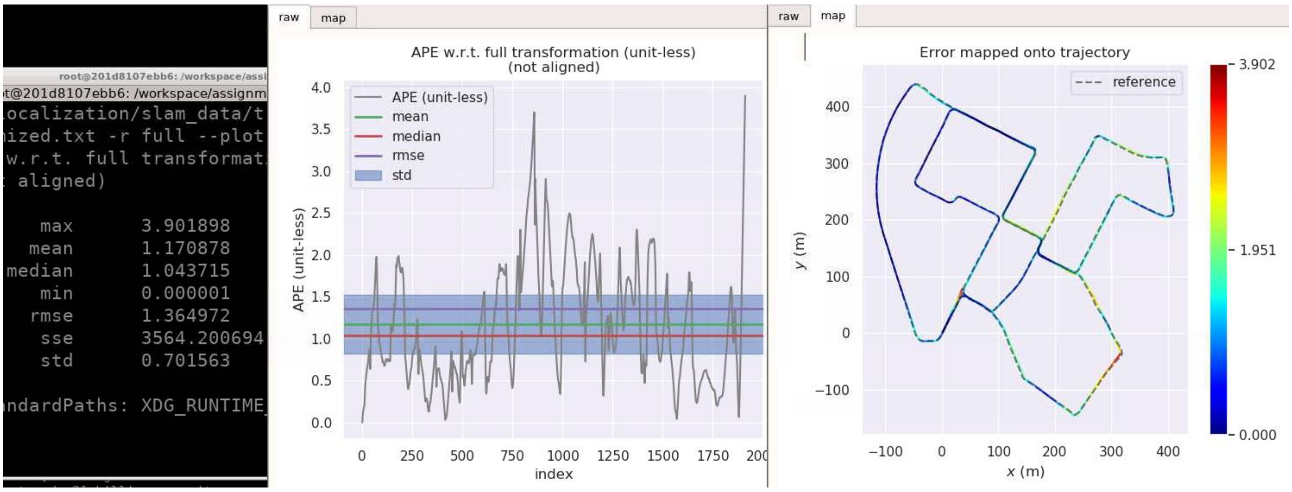
加 IMU，数值求导（二）

optimized 得到的结果整个轨迹过程中的误差都没有超过 4m。

laser_odom：



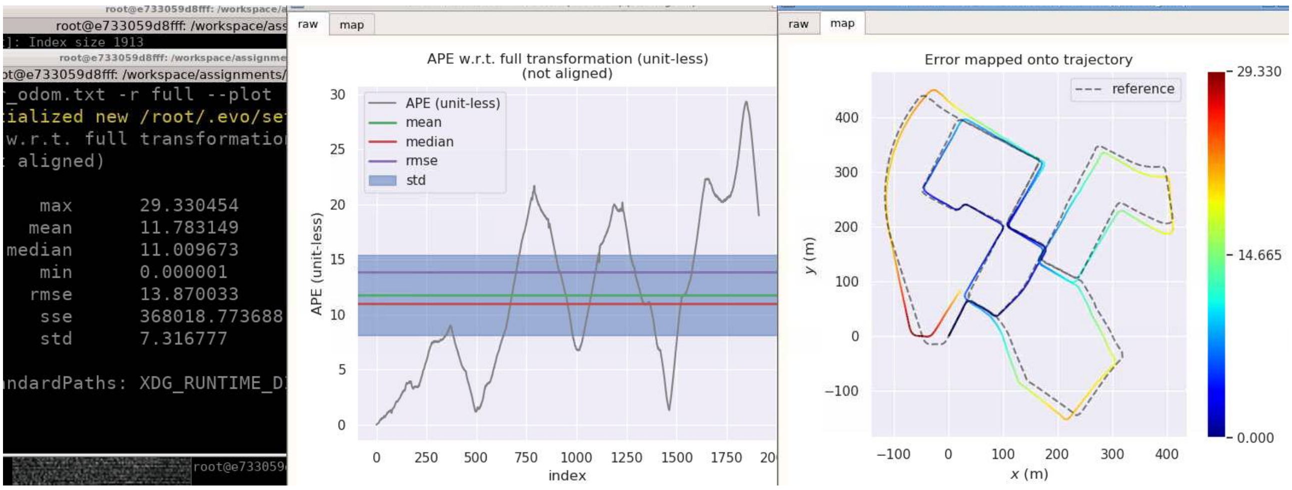
optimized：



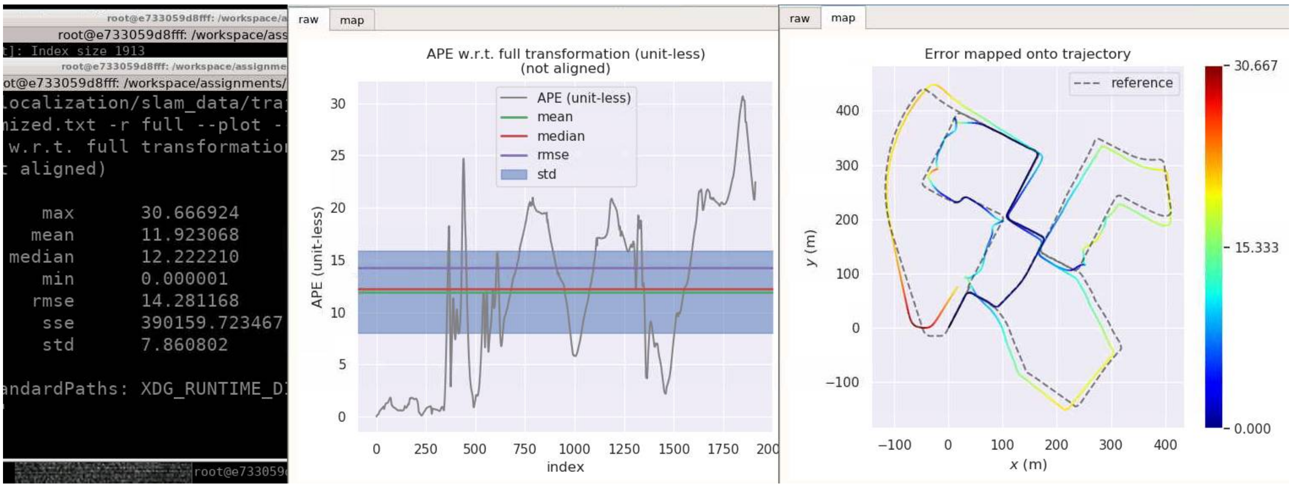
加 IMU，解析求导

优化结果有问题，自己对整个代码的框架还没有熟练到足以在有限时间内排查问题的所在，下周依然用到这方面的知识，继续 debug。

laser_odom：



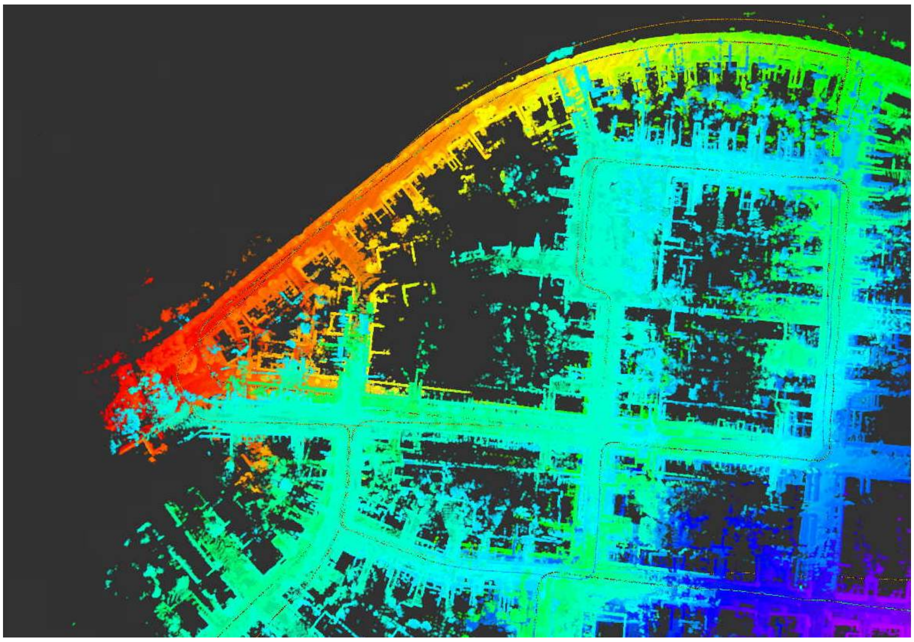
optimized：



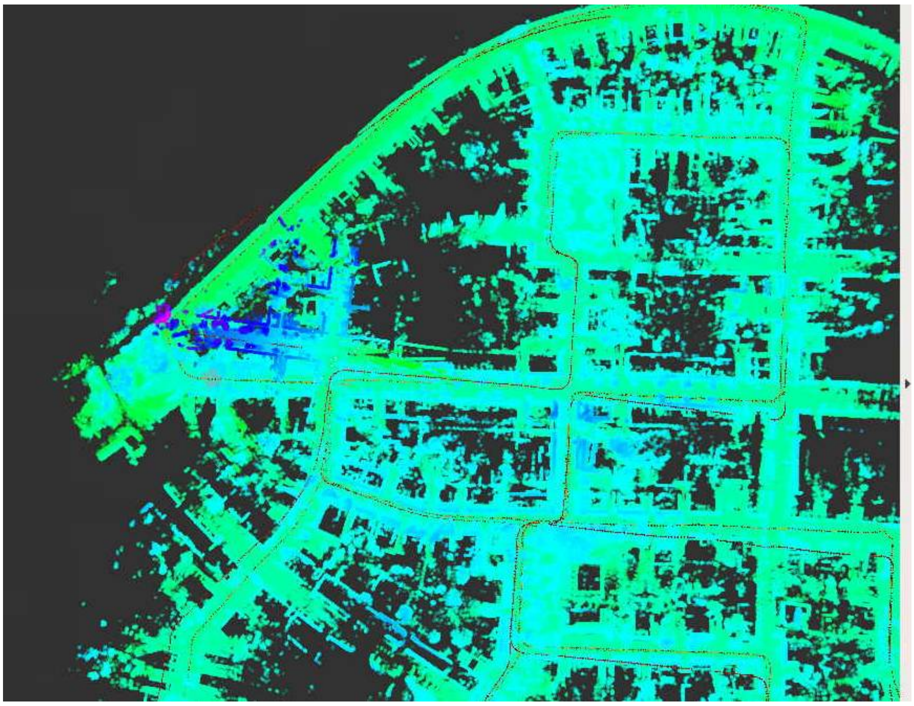
地图质量对比

下面给出了使用 IMU 前后生成的地图的局部。自己觉得对比地图的有效方法是在相同条件下使用不同的地图做基于地图的定位，然后评估精度。在当前情况下，我还给不出有效的分析。

laser:



optimized:



优秀要求

理解课件中的推导过程后，公式推导比较简单，甚至“替换”课件中的公式就行。也学习了代码框架中这部分内容对应的代码，与课件中的相比，只是没有陀螺 bias 这个状态量。

方差递推：

方差递推.

在理解课件中的推导过程的基础上不难推导作业要求的融合编码器的积分公式.
甚至可以在课件的基础上直接写出.

1) 连续时间下的微分方程.

$$\delta\dot{\theta}_t^{b_k} = -[w_t - b_{w_t}]_\times \delta\theta_t^{b_k} + n_w - \delta b_{w_t}$$

$$\delta\dot{\alpha}_t^{b_k} = -R_t[\Phi_t]_\times \delta\theta_t^{b_k} + R_t n_\Phi$$

2) 离散时间下的传递方程.

$$x_{k+1} = F_k x_k + B_k w_k$$

$$x_{k+1} = \begin{bmatrix} \delta\alpha_{k+1} \\ \delta\theta_{k+1} \\ \delta b_{w_{k+1}} \end{bmatrix} \quad x_k = \begin{bmatrix} \delta\alpha_k \\ \delta\theta_k \\ \delta b_{w_k} \end{bmatrix} \quad w_k = \begin{bmatrix} n_{\Phi_k} \\ n_{w_k} \\ n_{\Phi_{k+1}} \\ n_{w_{k+1}} \\ n_{b_w} \end{bmatrix}$$

a) $\delta\theta_{k+1}$的求解. 可以直接用课件的公式. 也推导过程也不难理解.

$$\delta\theta_{k+1} = [I - [\bar{w}]_\times \delta t]\delta\theta_k + \frac{\delta t}{2} n_{w_k} + \frac{\delta t}{2} n_{w_{k+1}} - \delta t\, \delta b_{w_k}$$

b) $\delta\alpha_{k+1}$的求解.

由于连续时间下有: $\delta\dot{\alpha} = -R_t[\Phi_t]_\times \delta\theta + R_t n_\Phi$.

则离散时间下有:

$$\begin{aligned}\delta\dot{\alpha}_k = &-\frac{1}{2}R_k[\Phi_k]_\times \delta\theta_k \\ &-\frac{1}{2}R_{k+1}[\Phi_{k+1}]_\times \delta\theta_{k+1} \\ &+\frac{1}{2}R_k n_{\Phi_k} \\ &+\frac{1}{2}R_{k+1} n_{\Phi_{k+1}}\end{aligned}$$

将前面的$\delta\theta_{k+1}$的表达式代入上式. 可得

$$\begin{aligned}\delta\dot{\alpha}_k = &-\frac{1}{2}R_k[\Phi_k]_\times \delta\theta_k \\ &-\frac{1}{2}R_{k+1}[\Phi_{k+1}]_\times \left\{[I - [\bar{w}]_\times \delta t]\delta\theta_k + \frac{\delta t}{2} n_{w_k} + \frac{\delta t}{2} n_{w_{k+1}} - \delta t\, \delta b_{w_k}\right\} \\ &+\frac{1}{2}R_k n_{\Phi_k} \\ &+\frac{1}{2}R_{k+1} n_{\Phi_{k+1}}\end{aligned}$$

对上式进行合并同类项，且利用关系式：

$$\delta\alpha_{k+1} = \delta\alpha_k + \cancel{\delta\dot{\alpha}}\ \delta\dot{\alpha}_k \cdot \delta t$$

可得：

$$\begin{aligned}
\delta\alpha_{k+1} = \delta\alpha_k
&- \frac{\delta t}{2}\left[R_k[a_k]_\times + R_{k+1}[a_{k+1}]_\times\left(I - [\bar{\omega}]_\times \delta t\right)\right]\delta\theta_k \\
&- \frac{\delta t^2}{4}R_{k+1}[a_{k+1}]_\times n_{w_k} \\
&- \frac{\delta t^2}{4}R_{k+1}[a_{k+1}]_\times n_{w_{k+1}} \\
&+ \frac{\delta t^2}{2}R_{k+1}[a_{k+1}]_\times \delta b_{w_k} \\
&+ \frac{\delta t}{2}R_k n_{a_k} \\
&+ \frac{\delta t}{2}R_{k+1} n_{a_{k+1}}
\end{aligned}$$

剩下的工作就是把 $\delta\theta_{k+1}$ 和 $\delta\alpha_{k+1}$ 表达式中的状态量 x_k 和 噪声量 w_k 的系数，对应写到 F_k 和 B_k 中，这里不再写出。

雅可比和 bias 更新

残差对状态量雅可比

待优化的变量是 $[P_{wbj} \quad q_{wbj} \quad b_j^g]$ $[P_{wbi} \quad q_{wbj} \quad b_i^g]$

扰动量为：$[\delta P_{wbj} \quad \delta\theta_{wj} \quad \delta b_j^g]$ $[\delta P_{wbi} \quad \delta\theta_{wbi} \quad \delta b_i^g]$

残差的表达式为：

$$\begin{bmatrix} r_p \\ r_q \\ r_{bg} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{wbi}^*(P_{wbj}-P_{wbi}) - \alpha_{bibj} \\ 2[q_{bibj}^* \otimes (q_{wbi}^* \otimes q_{wbj})] \\ b_j^g - b_i^g \end{bmatrix}$$

1) 位置残差的雅可比，只与状态量 q_{wbi}、P_{wbj}、P_{wbi} 有关、b_i^g 有关.

a) 对 i 时刻姿态误差的雅可比.

参考课件中的公式，在理解本质的基础上，可以直接写出结果.

$$\frac{\partial r_p}{\partial \delta\theta_{bi}} = [R_{biw}(P_{wbj} - P_{wbi})]_\times$$

b) 对 i 时刻位置误差的雅可比.

$$\frac{\partial r_p}{\partial \delta P_{wbi}} = -R_{biw}$$

c) 对 j 时刻位置误差的雅可比.

$$\frac{\partial r_p}{\partial \delta P_{wbj}} = R_{biw}$$

d) 对 i 时刻陀螺仪 bias 误差的雅可比.

$$\frac{\partial r_p}{\partial \delta b_i^g} = -\frac{\partial \alpha_{bibj}}{\partial \delta b_i^g} = -J_{b_i^g}^{\alpha}$$

2) 姿态残差的雅可比，只与状态量 q_{wbi}、q_{wbj}、b_i^g 有关.

可以直接用课件中的公式.

a) 对 i 时刻姿态误差的雅可比.

$$\frac{\partial r_q}{\partial \delta\theta_{bibi}} = -2\begin{bmatrix} 0 & I \end{bmatrix}[q_{wbj}^* \otimes q_{wbi}]_L [q_{bibj}]_R \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2}I \end{bmatrix}$$

b) 对 j 时刻姿态误差的雅可比.

$$\frac{\partial r_q}{\partial \delta\theta_{bjbj}} = 2\begin{bmatrix} 0 & I \end{bmatrix}[q_{bibj}^* \otimes q_{wbi}^* \otimes q_{wbj}]_L \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2}I \end{bmatrix}$$

c) 对 i 时刻陀螺仪 bias 误差的雅可比.

$$\frac{\partial r_q}{\partial \delta b_i^g} = -2\begin{bmatrix} 0 & I \end{bmatrix}[q_{wbj}^* \otimes q_{wbi} \otimes q_{bibj}]_L \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2}J_{b_i^g}^q \end{bmatrix}$$

3) 陀螺仪bias残差的雅可比. 只与状态量 b_i^g, b_j^g 有关.

a) 对i时刻陀螺仪bias误差的雅可比.

$$\frac{\partial r_{bg}}{\partial \delta b_i^g} = -I$$

b) 对j时刻陀螺仪bias误差的雅可比.

$$\frac{\partial r_{bg}}{\partial \delta b_j^g} = I.$$

---

bias 更新.

在理解的基础上, 直接对课件上的bias更新公式改写即可.

$$\alpha_{b_ib_j} = \bar{\alpha}_{b_ib_j} + J^{\alpha}_{b_i^g}\,\delta b_i^g$$

$$q_{b_ib_j} = \bar{q}_{b_ib_j} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} J^{q}_{b_i^g}\,\delta b_i^g \end{bmatrix}$$

其中:

$$J^{\alpha}_{b_i^g} = \frac{\partial \alpha_{b_ib_j}}{\partial \delta b_i^g}$$

$$J^{q}_{b_i^g} = \frac{\partial q_{b_ib_j}}{\partial b_i^g}$$

同样 J 的递推形式为.

$$J_{k+1} = F_k J_k.$$