

1. 修改 MEMOIZED-CUT-ROD, 使之不仅返回最优收益值, 还返回切割方案。

```
MEMOIZED-CUT-ROD-SOLUTION(p,n)
    let r[0..n], tag[0..n] be new arrays
    for i = 0 to n
        r[i] = -∞
        tags[i] = -∞
    (q, tags) = MEMOIZED-CUT-ROD-AUX(p, n, r, tags)
    print "max value is "+q
    i = n
    while i > 0
        print tags[i]
        i = i - tags[i]

MEMOIZED-CUT-ROD-AUX(p, n, r, tags)
    if r[n] ≥ 0
        return (r[n], tags)
    if n = 0
        q = 0
        tags[n] = 0
    else
        q = -∞
        for i = 1 to n
            (temp, tags) = MEMOIZED-CUT-ROD-AUX(p, n-i, r, tags)
            if q < p[i] + temp
                q = p[i] + temp
                tags[n] = i
    r[n] = q
    return (q, tags)
```

2. 在求解矩阵链乘法问题时我们总是可以在求解子问题之前选定 $A_i A_{i+1} \cdots A_j$ 的划分位置 A_k (选定的 k 使得 $p_{i-1} p_k p_j$ 最小)。请找出一个反例, 证明这个贪心方法可能生成次优解。

假设 A_1, A_2, A_3, A_4 对应的 $p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5$ 分别为 10, 5, 2, 1, 10。根据 Capulet 教授的建议, 在求解子问题之前可以选定 A_3 作为划分位置 (因为 $10 \times 1 \times 10$ 最小), 而在 A_1, A_2, A_3 中选择 A_2 作为划分位置, (因为 $10 \times 2 \times 1$ 最小), 因此划分结果为:

$$(((A_1 A_2) A_3) A_4)$$

需要的乘法次数为

$$10 \times 5 \times 2 + 10 \times 2 \times 1 + 10 \times 1 \times 10 = 220$$

而求解子问题得到的划分结果为

$$((A_1 (A_2 A_3)) A_4)$$

需要的乘法次数为

$$5 \times 2 \times 1 + 10 \times 5 \times 1 + 10 \times 1 \times 10 = 160$$

因此这个贪心方法可能生成次优解。

3. 基于 seam carving 的图像压缩算法。

以按行进行 seam carving 为例：

- (1) 计算每一个像素点的破坏度
- (2) 计算第一行每个像素的破坏度和，也就是每个像素的破坏度本身，标记第一行像素选取的都是自身。
- (3) 从第二行开始，计算每个像素的破坏度和的最小值，每个像素的破坏度和最小值是像素本身的破坏度与上一行同一列或相邻列破坏度之和的最小值。记录标记选取上一行哪一列的破坏和。
- (4) 找出最后一行破坏值之和最小的一个像素，根据标记向上查找删除的一条接缝。

算法伪代码为：

```
SEAM_CARVING (Pic, Energy, Result)
    for i = 0 to width
        last[i] = Energy[0][i]
        tags[0][i] = 0
    for i = 1 to height
        for j = 0 to width
            if j-1 >= 0 && j+1 <= width-1
                if last[j-1] < last[j]
                    current[j] = Energy[i][j] + last[j-1]
                    tags[i][j] = -1
                else if last[j+1] < last[j]
                    current[j] = Energy[i][j] + last[j+1]
                    tags[i][j] = 1
                else
                    current[j] = Energy[i][j] + last[j]
                    tags[i][j] = 0
            //讨论边界情况，有边界则不比较该边
            else if j-1 < 0
                .....
            else
                .....
        last = current

    minIndex = 0
    minValue = INFINITE
    for i = 0 to width
        if last[i] < minValue
            minValue = last[i]
            minIndex = i
    for i = 0 to height
        Result[i] = minIndex
        minIndex = minIndex + tags[i][minIndex]
    return Result//返回每一行需要删除的列坐标
```