

## 8.O(nlogn)排序

### 1.归并排序

特性:  
1.非原地空间复杂度O(n)、稳定排序算法  
2.最好、最坏、平均时间复杂度都是O(nlogn)

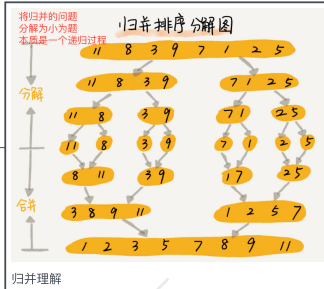
归并的过程理解, 其本质是一个递归过程  
递推公式:  $\text{merge\_sort}(p..r) = \text{merge}(\text{merge\_sort}(p..q), \text{merge\_sort}(q+1..r))$   
终止条件:  $p \geq r$  不用再继续分解

$T(n)$ 归并花费的总时间  $T(n/2)$ 表示子问题花费的时间  $n$ 表示合并的时间  
1  $T(n) = 2 * T(n/2) + n$   
2  $= 2 * (2 * T(n/4) + n/2) + n = 4 * T(n/4) + 2 * n$   
3  $= 4 * (2 * T(n/8) + n/4) + 2 * n = 8 * T(n/8) + 3 * n$   
4  $= 8 * (2 * T(n/16) + n/8) + 3 * n = 16 * T(n/16) + 4 * n$   
5 .....  $k$ 为递归次数 当  $T(n/2^k) = T(1)$  时,  $n/2^k = 1$ , 我们得到  $k = \log_2 n$   
6  $= 2^k * T(n/2^k) + k * n$  ← 带入  
7  $= 2^{\log_2 n} * T(1) + \log_2 n * n$   
8  $= n * T(1) + n \log_2 n$   $T(1)$ 为常数执行时间  
9  $= Cn + n \log_2 n$

时间复杂度求解过程

空间复杂度求解过程

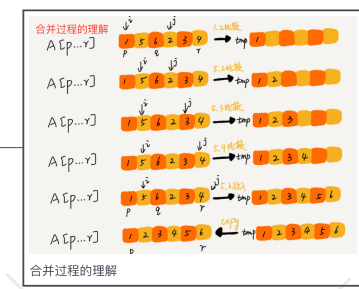
递归代码的空间复杂度不能简单累加。每次合并操作都需要申请额外的内存空间, 在合并完成之后, 临时开辟的内存空间就被释放掉了。  
在任意时刻, CPU 只会执行一个函数, 也就只会存在一个临时的内存空间在使用。临时内存空间最大也不会超过  $n$  个数据的大小, 所以空间复杂度是  $O(n)$



归并排序伪代码

```
1 // 归并排序算法, A是数组, n表示数组大小
2 merge_sort(A, n) {
3   merge_sort_c(A, 0, n-1)
4 }
5
6 // 递归调用函数
7 merge_sort_c(A, p, r) {
8   // 递归终止条件
9   if p >= r then return
10
11 // 取p到r之间的中间位置q
12 q = (p+r) / 2
13 // 分治递归
14 merge_sort_c(A, p, q)
15 merge_sort_c(A, q+1, r)
16 // 将A[p..q]和A[q+1..r]合并为A[p..r] 合并过程
17 merge(A[p..r], A[p..q], A[q+1..r])
18 }
```

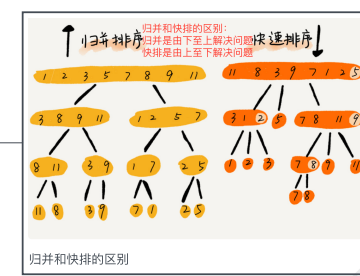
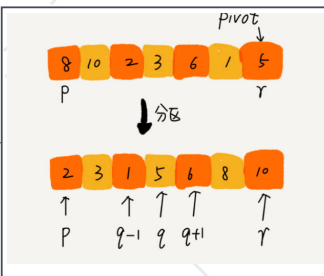
归并伪代码



### 2.快速排序

特性:  
1.原地、非稳定排序  
2.时间复杂度O(nlogn), 极端条件下会退化到O(n^2), 空间复杂度O(1)

快排的过程理解, 本质也是递归+分而治之  
递推公式:  $\text{quick\_sort}(p..r) = \text{quick\_sort}(p..q-1) + \text{quick\_sort}(q+1..r)$   
终止条件:  $p \geq r$



### 3.归并和快排练习

- 1.找出第k大的数, 要求O(n)
- 2.10个文件, 每一个单独有序, 内存1g, 将10个文件合并后有序