

## 基于时标动力学方程的 CAN 总线网络阻塞分析

张海波<sup>1</sup>, 张自嘉<sup>1</sup>, 周晓飞<sup>2</sup>

(1. 南京信息工程大学信息与控制学院, 江苏南京 210044; 2. 上海大学机电工程与自动化学院, 上海 200072)

**摘要:** 针对 CAN 总线构成的实时控制系统中产生的高速突发消息较为密集时, 会导致网络堵塞、带宽增加、系统失稳的问题, 构造了基于 CAN 总线的实时控制系统的时标动力学模型, 研究了 CAN 总线采样周期与系统稳定的关系, 提出改变采样周期的算法并获得 CAN 总线的最佳执行时间。通过 MATLAB 仿真得出, 产生网络堵塞时, CAN 网络采样周期保持在一定范围内, 可以减小带宽, 保持系统稳定。

**关键词:** CAN 总线; 采样周期; 稳定; 时标动力学

**中图分类号:** TP391 **文献标识码:** A **文章编号:** 1002-1841(2013)11-0081-03

## CAN Bus Network Traffic Study Based on Dynamic Equation on Time Scale

ZHANG Hai-bo<sup>1</sup>, ZHANG Zi-jia<sup>1</sup>, ZHOU Xiao-fei<sup>2</sup>

(1. Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044, China;

2. School of Mechatronics Engineering and Automation, Shanghai University, Shanghai 200072, China)

**Abstract:** CAN bus control system constitutes the real-time control network. To solve the problem that when system produce more intensive high-speed burst news will lead to network congestion, bandwidth increases, system instability and other issues, this paper constructed dynamic equations on time scale based on CAN, researched on the relationship between the time sequence and system stability, propose algorithm and get the optimal execution time. Drawn through MATLAB simulation, when meet network traffic, CAN bus of execution keep a range of time can reduce bandwidth and stabilize the system.

**Key words:** CAN bus; sampling; stability; dynamic equation on time scale

## 0 引言

CAN 即控制器局域网, 是一种有效支持分布式控制或实时控制的串行通信网络, 目前在国内的电力、石化、汽车电子、工业控制中得到了广泛的应用。选择 CAN 总线作为工程的现场总线的最大特点就是启动成本低<sup>[1]</sup>。

在一个实时 CAN 网络控制系统中, 有 3 种消息: CAN 网络需要处理, 分别是: 高速周期消息、高速突发消息、低速消息。当多个高速突发消息以及高速周期消息并存时, 必然会造成网络堵塞、带宽增加、系统响应时间拉长, 影响系统稳定。在控制系统中, 系统的稳定性尤为重要。文中通过改变 CAN 总线网络采样周期的时间, 降低网络堵塞时的带宽, 总结出基于 CAN 总线的控制系统的稳定性与 CAN 总线采样周期的内在联系。

## 1 问题描述

CAN 总线的数据帧包括 7 个域: 其中仲裁域包括 11 位/29 位的标识位 ID, 数据域包括 0~8 个字节的数据<sup>[2]</sup>, 每个节点都监听总线上的消息。CAN 总线的仲裁是一种数据选择而不是地址选择, 它的标识符不仅体现了消息的类型, 同时也体现了消息的优先级, 数值越低, 消息的优先级越高。

假设高速周期消息与高速突发消息的优先级一样, 而高速突发消息的传输时间有严格的限制, 在规定的时间内有效, 超过规定的时间点失效并对系统产生不可预期的影响。当整个带宽被高速周期消息占用时, 系统此时产生高速突发消息, 高

速突发消息因网络堵塞, 不能立刻执行, 在 1 个实时工业自动控制系统中, 这种现象是不允许的。

1 个典型的基于 CAN 总线的实时工业自动控制系统可表示为图 1。

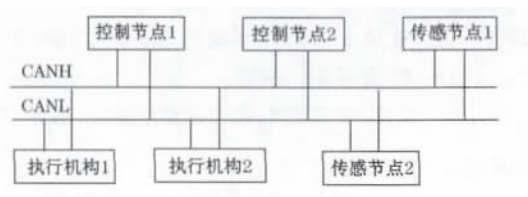


图 1 控制系统组成

传感节点、执行机构、控制节点挂接在 CAN 总线上, 1 个完整的控制循环可描述如下: 控制节点周期地向总线上发送远程帧, 置 RTR(远程发送请求位), 传感节点监听消息并将读到的数据送到总线上, 控制节点根据传感节点的输入, 计算传感节点的输入值与执行机构输出值之差, 并将该差值传送到总线上, 执行机构执行相应的动作。

图 2 为 CAN 总线的 1 个采样周期, 1 个采样周期包括 5 部分:  $T_{req}$  为 RTR 远程请求时间,  $T_{rec}$  为传感节点的响应时间,  $T_{comp}$  为控制节点的计算时间,  $T_{trans}$  为执行机构收到命令并执行的时间,  $T_{sleep}$  为控制节点休眠时间。

从图 2 看出 2 种潜在的问题存在于总线的采样周期中: (1) 在传感节点发送消息与执行机构接收消息并响应时, 总会存在延迟; (2) 在固定的时间内, 多个控制节点共享总线, 此时产生 1 个高速突发消息, 控制器不能及时处理该消息, 而高速

收稿日期: 2012-11-02 收修改稿日期: 2013-06-01

突发消息要求系统能够立即响应,比如汽车的急刹车。因此该文主要研究在有限的采样周期里,当产生多个高速突发消息,控制节点如何调整采样周期的时间,以减少系统的带宽,获得最高的执行效率,提高系统的吞吐量。

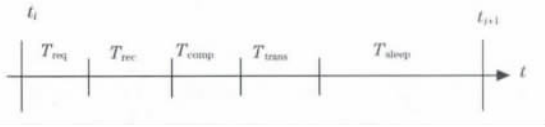


图2 CAN总线采样周期

## 2 时标动力学方程模型建立

基于以上思考,采用时标动力学方程建立系统模型。时标  $T$  是实数的任意非空闭子集,时标既可以是实数集也可以是整数<sup>[3]</sup>。如果把时标选为实数集,时标动力学方程的一般解就是常微分方程的解;如果把时标选为一些整数的集合,同样时标动力学方程的一般解就是差分方程的解<sup>[3-4]</sup>。

(1) 定义1。 $T$  是时标,对于  $t \in T$  定义前跃算子:

$$\sigma: T \rightarrow T, \sigma(t) := \inf\{s \in T, s > t\}$$

定义后跃算子:

$$\rho: T \rightarrow T, \rho(t) := \sup\{s \in T, s < t\}$$

如果  $\sigma(t) > t$ , 则称  $t$  是右散射的; 如果  $\rho(t) < t$ , 则称  $t$  是左散射的; 如果  $t$  既是右散射的又是左散射的, 则称  $t$  是散射的; 如果  $t < \sup T$ , 并且  $\sigma(t) = t$ , 那么  $t$  是右稠密的; 如果  $t > \inf T$  并且  $\rho(t) = t$ , 那么  $t$  是左稠密的; 如果  $t$  既是右稠密的又是左稠密的, 则称  $t$  是稠密的。

定义  $\mu: T \rightarrow [0, \infty]$   $\mu(t) := \sigma(t) - t$

(2) 定义2。设  $f: T \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $t \in T$ , 若  $\forall \varepsilon > 0$ , 存在  $t$  的领域  $U$  (即: 对于  $\delta > 0$ ,  $U = (t - \delta, t + \delta) \cap T$ ), 使得对所有的  $s \in U$  都有:

$$| [f(\sigma(t)) - f(s)] - f^\Delta(t) [\sigma(t) - s] | \leq \varepsilon | \sigma(t) - s |$$

成立, 则称  $f$  在  $t$  点是  $\Delta$ -可微的(简记为可微)。式中  $f^\Delta(t)$  被称为  $f$  在  $t$  点的  $\Delta$ (或 Hilger) 倒数。

(3) 定理。假设  $f$  在  $T$  的右稠密点是连续的, 则对于  $t \in T$ , 有  $\int_{t_0}^{\sigma(t)} f(\tau) \Delta\tau = \mu(t)f(t)$ 。

首先假设被控的时间过程可近似地看做一个线性系统, 使用连续时间系统的状态空间模型表示为:

$$\dot{x} = Ax + Bu, A \in \mathbb{R}^{n \times n}, B \in \mathbb{R}^{n \times m} \quad (1)$$

$$\mu = Kx, K \in \mathbb{R}^{m \times n} \quad (2)$$

为了使系统像期望的那样表现, 使用全状态反馈控制。将连续的线性系统离散成独立的时间坐标  $T$  对应的非均匀的空间点, 这个离散的过程在文献[5]中有详细的描述, 得出:

$$x^\Delta(t) = \left[ \frac{e^{A\mu(t)} - I}{\mu(t)} \right] (A + BK)x(t) \cong A(t)x(t), t \in T \quad (3)$$

由文献[5]可知, 方括号里的  $A$  为实数, 所以  $A^{-1}$  是确定的, 在特殊的情况下  $\mu$  恒等于 0, 所以上式可简化成恒等矩阵, 即  $\dot{x} = (A + BK)x$ 。其次, 选取控制时间, 从当前采样时间开始至下一个采样时间截止, 控制时间是动态的, 随着网络堵塞出现的时间变化而变化, 将其抽象成粒状  $\mu(t)$ 。

由文献[6]可知, 基于任意时间范围的线性系统的稳定性有如下结论: 时变线性系统以及时不变线性系统都具有指数稳

定性, 且 Jordan 矩阵可化简, 当且仅当系统的特征值属于指数稳定的子集  $S(T)$ 。 $S(T)$  的子集可定义为:

$$S_c T = \{ \lambda \in \mathbb{C} : \alpha = \limsup_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t - t_0} \int_{t_0}^t \frac{\log |1 + \mu(\tau)\lambda(\tau)|}{\mu(\tau)} \Delta\tau < 0 \} \quad (4)$$

在文献[7]中, 已经证明一个确定的恒正  $Q(t)$  存在, 比如 Lyapunov 函数  $V = x^T Qx$  指数稳定, 当且仅当  $A(t)$  的特征值属于  $S_c(T)$ 。由式(4)可知, 被积函数必须小于 0,  $\mu(t) > 0$  时无极点。由时标微积分的定理可知,  $S_c(T)$  可简化为:

$$S_c(T) = \{ \lambda \in \mathbb{C} : \alpha = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t - t_0} \sum_{t_0}^t \log |1 + \mu(\tau)\lambda(\tau)| \Delta\tau < 0 \} \quad (5)$$

式(5)的一个充分条件是极限平均为负得出每平均移动  $K$  点仍然保持为负。设  $t_0 = 0$ , 得到期望的系统稳定性的表示方程:

$$\frac{1}{t - \rho^K(t)} \sum_{\rho^K(t)}^t \log |1 + \mu(\tau)\lambda(\tau)| < 0, \forall t \in T \quad (6)$$

$$P(t) \cong \prod_{\rho^K(t)}^t |1 + \mu(\tau)\lambda(\tau)| < 1 \quad (7)$$

由此得出结论, 只要  $(A + BK)$  的所有特征值具有负实部, 存在恒正非零的常量  $\mu_{\max}$ , 当  $\mu(t) < \mu_{\max}$ ,  $A(t)$  的特征值  $\lambda_i$  使得  $|1 + \mu(t)\lambda_i(A(t))| < 1$ , 并称  $|1 + \mu\lambda| < 1$  表示的区域为 Hilger Circle, 是以  $-\frac{1}{\mu}$  为中心, 在左半平面并经过原点的 1 个

圆。对于恒定系统离散后粒状分布, Hilger Circle 会动态地改变半径, 因此根据式(4), 在大部分时间里, 系统的特征值必须在圆内, 一旦当  $\mu(t) > \mu_{\max}$ , 系统会瞬时不稳定, 但如  $\lambda_i \in S_c(T)$ , 则不会影响系统的总体稳定性。

## 3 动态采样周期算法

通过以上模型讨论可知, 在较短的时间里, 特征值落在 Hilger Circle 外, 不会导致控制系统失去稳定性。鉴于此, 将采样的时间点增加到  $\mu_{\max}$ , 使得  $|1 + \mu(t)\lambda(t)| > 1$ 。如果  $P(t)$  函数的窗宽足够大, 并保持  $P(t) < 1$ , 一些落在 Hilger Circle 外的采样时间是可被系统容忍的。事实上, 如果控制器执行操作的时间点使得  $|1 + \mu(t)\lambda(t)|$  最小, 可容忍的不稳定的时间点可以被最大化, 将  $|1 + \mu(t)\lambda(t)|$  的值称为  $\mu^*$ 。如果  $P(t)$  的值足够小, 可使得系统拥有更大的空间容忍不稳定的时间点。

密集的网络堵塞会导致系统控制时间的增加, 但是对于 CAN 总线而言, 一个更简便的方法就是设置  $T_{\text{sleep}}$ , 而不是设置  $\mu, T_{\text{sleep}}$  为可变的, 当未出现高优先级的网络堵塞时, 其值为最佳时间  $\mu^*$ , 称为  $T_{\text{sleep}}^*$ 。当网络堵塞变的密集时, 增大  $T_{\text{req}}, T_{\text{rec}}, T_{\text{trans}}$ , 实际控制时间大于预期时间  $\mu(t) \geq \mu^*$ 。系统控制时间的最小值通过设置  $T_{\text{sleep}}$  将  $T_{\text{sleep}}$  降到预先设定的  $T_{\text{sleep}}$ 。CAN 控制器具体实现算法如下:

(1) 测量实际的数据传输时间  $T_{\text{req}} + T_{\text{rec}} + T_{\text{trans}} + T_{\text{comp}}$ ;

(2) 如果  $P(t) < P(\text{阈值})$ , 控制器睡眠使得  $T_{\text{sleep}} = T_{\text{sleep}}^*$ , 否则  $T_{\text{sleep}} = T_{\text{sleep}}$ ;

(3) 计算  $\mu = T_{\text{req}} + T_{\text{rec}} + T_{\text{comp}} + T_{\text{trans}} + T_{\text{sleep}}$ ;

(4) 计算  $\max_i |1 + \mu(t) \lambda_i \{A(t)\}|$ , 更新  $P(t)$ ;

(5) 睡眠, 直到总线上被唤醒, 重复步骤 (1)。

$|1 + \mu(t) \lambda(t)|$  及  $\mu(t)$  可事先计算好, 存入可查询的表中, 作为参阅。步骤 (1) 是可行的, 因为 CAN 是一个实时网络: 一旦控制节点知道发送给执行节点的消息离开发送队列, 此时执行节点就已收到消息, 这段时间是有严格的定义且是可决定的。设该算法的采样最佳时间为  $\mu_d(t)$ :

$$\mu_d(t) = \min(T_{\text{req}} + T_{\text{rec}} + T_{\text{trans}} + T_{\text{comp}} + T_{\text{sleep}}) \quad (8)$$

式中:  $T_{\text{comp}}$  为固定值;  $T_{\text{sleep}}$  为  $T_{\text{sleep}}^*$ 、 $T_{\text{sleep}}^{\dagger}$  其中之一。

因此由式 (8) 得  $\mu_d(t)$  可为 2 种值。

#### 4 仿真结果

选择稳定但不最优系统:  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ ,  $K = [0 \quad -2]$ , 闭环极点为  $\lambda_i = -0.5 \pm 1.94j$ 。通过离线计算得到  $\max_i |1 + \mu(t) \lambda_i \{A(t)\}|$  的最小值出现在  $\mu^* = 0.581$ ,  $\mu_{\text{max}} = 0.837$ 。假设  $T_{\text{comp}} = 0$ , 在没有竞争的网络阻塞下,  $T_{\text{req}} + T_{\text{rec}} + T_{\text{trans}} = 0$ , 可得  $T_{\text{sleep}} = 0.581$ , 选择  $T_{\text{sleep}}^* = 0.2$ 。  $P(t)$  的初始值设为 1, 阈值  $\bar{P}$  为 0.1。极限值设为由 MATLAB 仿真得出结果, 如图 3 所示。

当  $u(t) > \mu_{\text{max}}$  时, 系统会出现瞬时不稳定, 但是  $P(t) < \bar{P}$ , 系统保持总体稳定。在  $20 < t < 30$  之间出现了较为密集的网络堵塞,  $P(t) > \bar{P}$ , 此时将采样最佳时间  $\mu_d$  调整为 0.2,  $P(t)$  降低接近于 0, 系统维持稳定。出现较为密集的网络堵塞时, 控制节点执行的采样周期为 52, 但是在使用该算法的情况下, 需要 37 个采样周期, 带宽降低了 28.8%。

#### 5 结论

针对工业自动控制系统中使用的 CAN 总线网络, 控制节点在执行高速周期消息以及低速消息时, 系统产生高速突发性消息而造成的网络堵塞, 带宽拥挤的现象, 运用时标动力学方程建立模型, 分析了 CAN 执行时间与系统稳定的关系, 提出了动态改变 CAN 总线采样周期时间的算法, 结果表明当由较多高速周期消息占有总线而导致的网络堵塞时, 使 CAN 采样周期控制在一定的范围内, 系统能够减小带宽, 当此产生高速突发消息时, 能有足够的带宽提供给高速突发消息使用, 并能保持稳定。

#### 参考文献:

- [1] 张凤登. 现场总线技术与应用. 北京: 科学出版社, 2008.
- [2] 饶运涛, 邹继军, 王进宏, 等. 现场总线 CAN 原理与应用技术. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2008.
- [3] 白洁. 时标动力学方程的稳定性. 应用数学报, 2010, 33(5): 855-866.

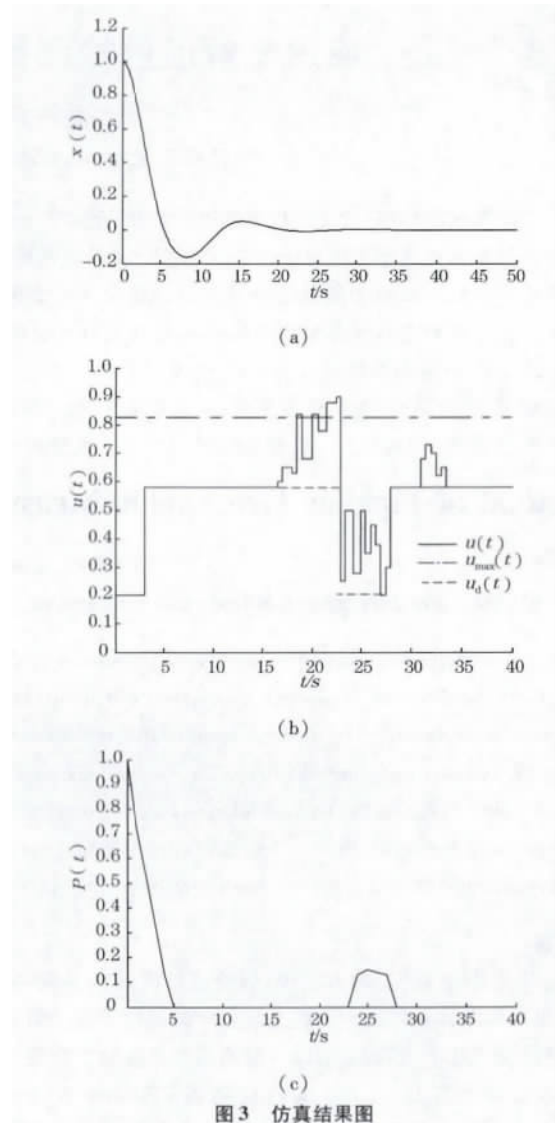


图 3 仿真结果图

- [4] 欧柳曼, 朱思铭. 时标动力方程的稳定性. 数学物理学报, 2008, 28A(2): 308-319.
- [5] GRAVAGNE I, DAVIS J, DACUNHA J. A unified approach to discrete and continuous high-gain adaptive controllers using time scale. SIAM J. Control and Optimization 2003.
- [6] POTZSCHE C, SIEGMUND S, WIRTH F. A spectral characterization of exponential stability for linear time-invariant systems on time scales. Discrete and Continuous Dynamic Systems 2003, 9(5): 1223-1241.
- [7] DACUNHA J. Stability for time-varying linear dynamical systems on time scales. Department of Mathematics, Baylor University 2003.

作者简介: 张海波(1987-), 硕士, 主要从事现场总线、嵌入式智能仪器等研究. E-mail: zhanghaibo0094@126.com

(上接第 80 页)

诊断. 失效分析与预防, 2009, 4(1): 24-29.

- [3] 王细洋, 孔志高, 董海, 等. 基于自回归模型的齿轮轴破损诊断. 机械工程学报, 2009, 45(2): 265-272.
- [4] ENDO H, RANDALL R B. Enhancement of autoregressive model based gear tooth fault detection technique by the use of minimum entropy

deconvolution filter. Mechanical Systems and Signal Processing 2007, 21: 906-919.

- [5] 杨叔子, 吴雅. 时间序列分析的工程应用. 武汉: 华中科技大学出版社, 2007.

作者简介: 张言(1986-), 助教, 硕士研究生, 研究方向为机电一体化. E-mail: panda4039635@QQ.com