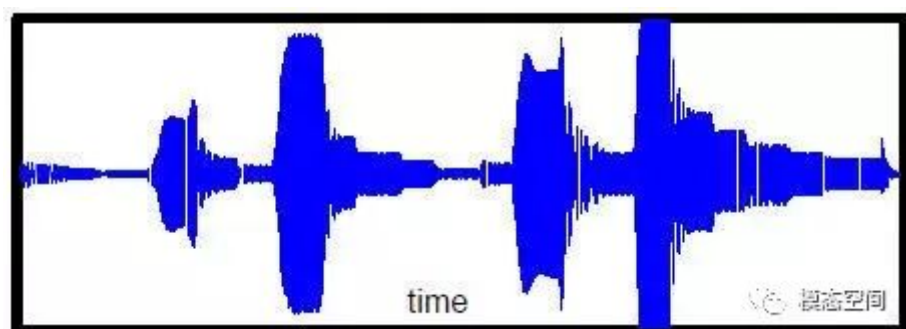
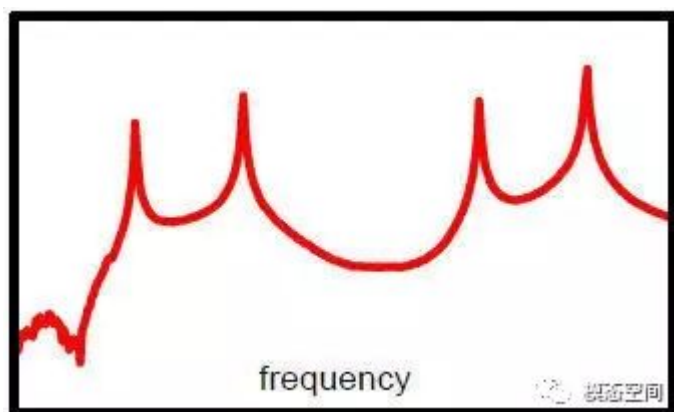


1、时域与频域

采集到的信号都是随时间变化的数字信号，如下图所示为加速度随时间变化曲线。这个信号横轴为时间，也就是说信号的幅值随时间变化，因而，可以说信号是时间的函数，因此，把这个信号称为时域信号。故，时域是指以时间为变量的函数所在的域。



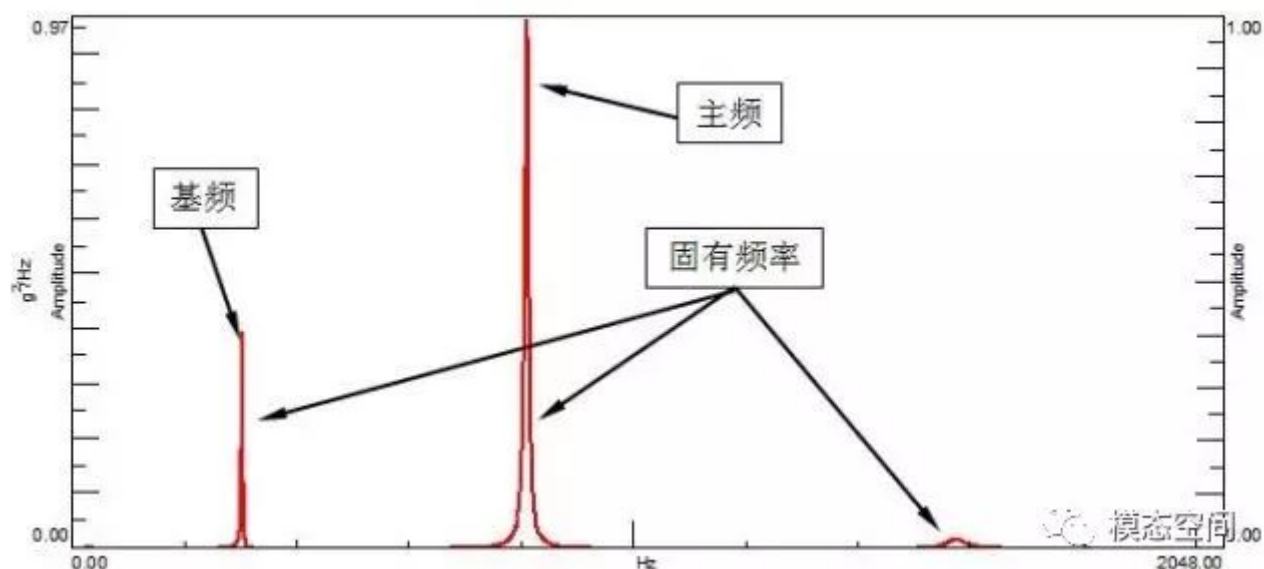
对时域信号进行FFT变换，得到的结果是幅值随频率的变化曲线，也就是以频率为变量的函数，因此，频域是指以频率为变量的函数所在的域。



2、基频与主频

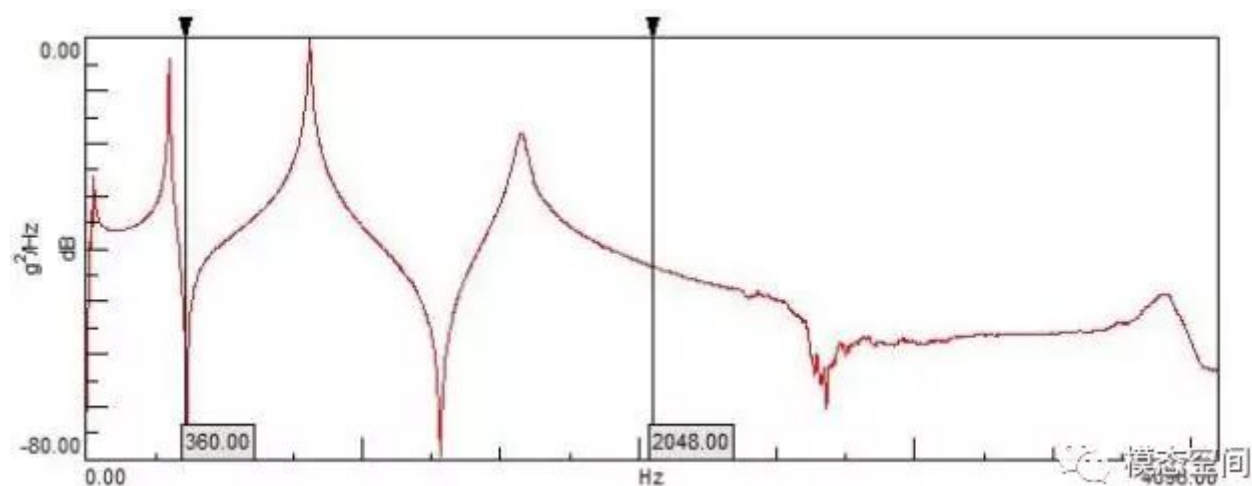
基频是指结构的第一阶固有频率。结构发生振动时，通常不会是以某一个频率振动，而是有多个振动频率，通常在这些振动频率中，能量最大的振动频率称为主频。因此，这个主频可能是结构的固有频率，也可能是强迫响应频率。

如下图所示的PSD曲线中，存在三个峰值（假设都是固有频率），因而这三个峰值对应三阶固有频率，其中最低阶的固有频率为基频，峰值最大的频率为主频。基频一定是固有频率，主频可能不一定是结构的固有频率，主频主要看的是能量的大小。因为我们知道，当结构产生强迫振动时，振动的频率是与外界激励频率相等的，但此时，这个激励频率很大程度上不是结构的固有频率，而它的能量又是最大的，此时，主频就不是固有频率。



3、带宽与宽带

FFT分析时，信号分析的最大频率范围称为带宽，通常是采样频率的一半，如下图所示，分析的最高频率为4096Hz，因此，带宽为4096Hz。也就是说带宽是频谱分析时能观测到的最大频率上限。

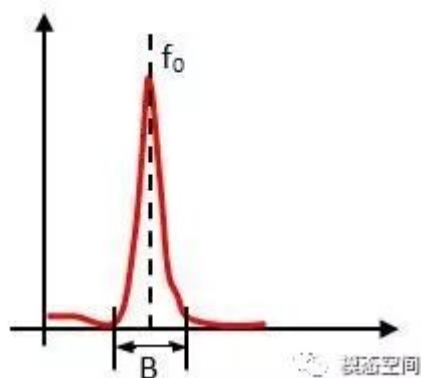


宽带是指信号的频率分布，若信号频率范围很广（信号频率成分是连续的），可以认为是一个宽带信号。对于锤击法而言，则是一种宽带激励技术，这是因为力脉冲对应的力谱是一个连续的宽频信号，能激起很宽的频率区间内的模态。

带宽和宽带都可以认为是一个频率区间，但带宽一定是指这样一个频率区间：0-半个采样频率；而宽带是指信号的频率分布在一个连续的宽频带。

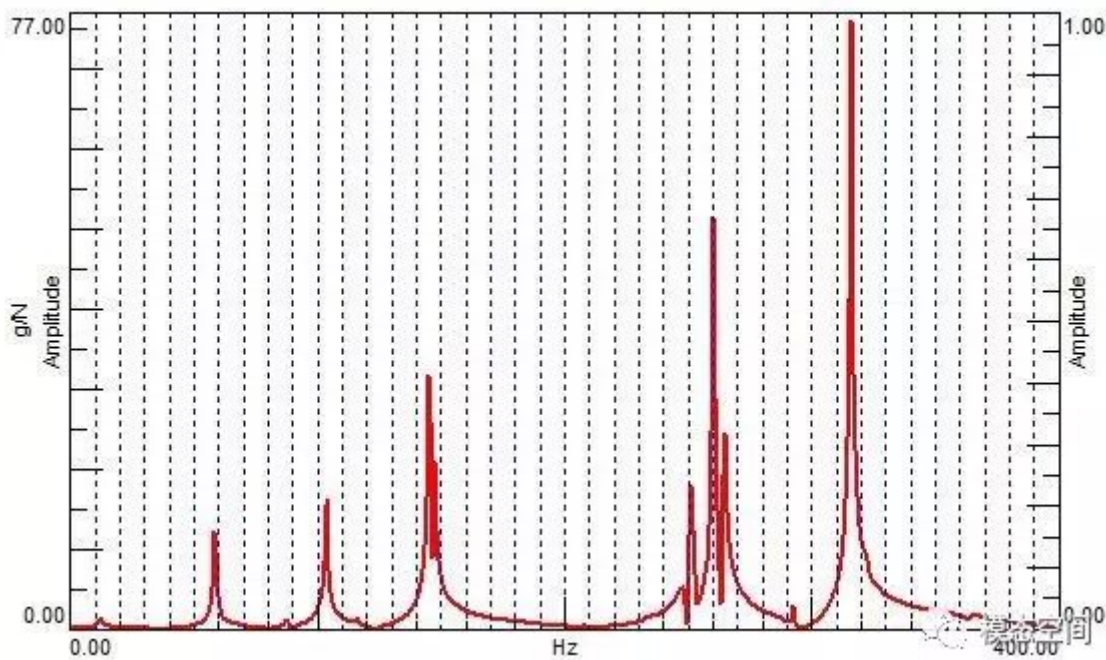
4、宽带与窄带

与宽带相对应的是窄带，假设信号的频率宽度为 B ，中心频率为 f_0 ，如下图所示。通常认为窄带信号满足以下要求：信号的频率宽度 B 远小于中心频率 f_0 ，通常要求 $B/f_0 < 0.1$ 。例如，单频信号则属于窄带信号，以及我们大多数情况下测量的信号只包含若干个单频成分，那么这也是窄带信号，对应的频谱称为窄带谱。如使用步进正弦进行激励时，则这种激励技术是一种窄带激励技术，因为每一时刻只有一个频率成分。

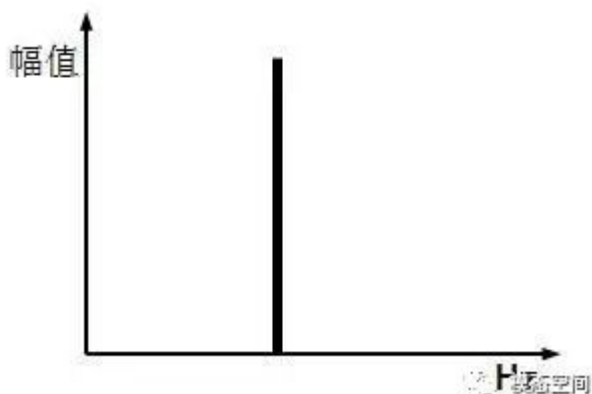


5、谱线与线谱

FFT分析得到的频谱不是连续的，而是离散的，相邻两个离散频率点的间距为一个频率分辨率，这些离散的频率点对应一条条谱线。或者说，带宽按频率分辨率来划分，划分了很多等份，每个等分处为一条谱线，如下图中的虚线所示，这些谱线处的频率是频率分辨率的整数倍。若带宽为400Hz，频率分辨率为1Hz，则有400条谱线，频率对应1-400之间的自然数。FFT计算得到的结果只分布在这些谱线上，其他地方没有数值。这些谱线并不是真实的线条，而只是代表在这个位置有一个FFT计算数值。



线谱是指信号的频率成分近似一条直线，如对正弦波做FFT分析，如果信号截断刚好是周期的整数倍，那么，得到的频谱结果就是线谱，如下图所示，线谱是从频谱的形状上来说的。



6、时间分辨率与频率分辨率

对时域信号进行采样时，两个采样点之间的时间差称为时间分辨率（采样间隔），大小等于采样频率的倒数。因此，采样频率越高，时间分辨率高，采集到的信号越接近真实信号。

频率分辨率是指两条离散谱线之间的距离（即频率间隔），其大小为一次FFT所取时域信号长度（一帧数据）的倒数。在进行频谱计算时，信号的频率误差在半个频率分辨率之内。因此，为了获得准确的频率值，应该提高频率分辨率。提高频率分辨率则要求FFT分析时截取更长的时域信号。

7、帧长度/frame size (T)

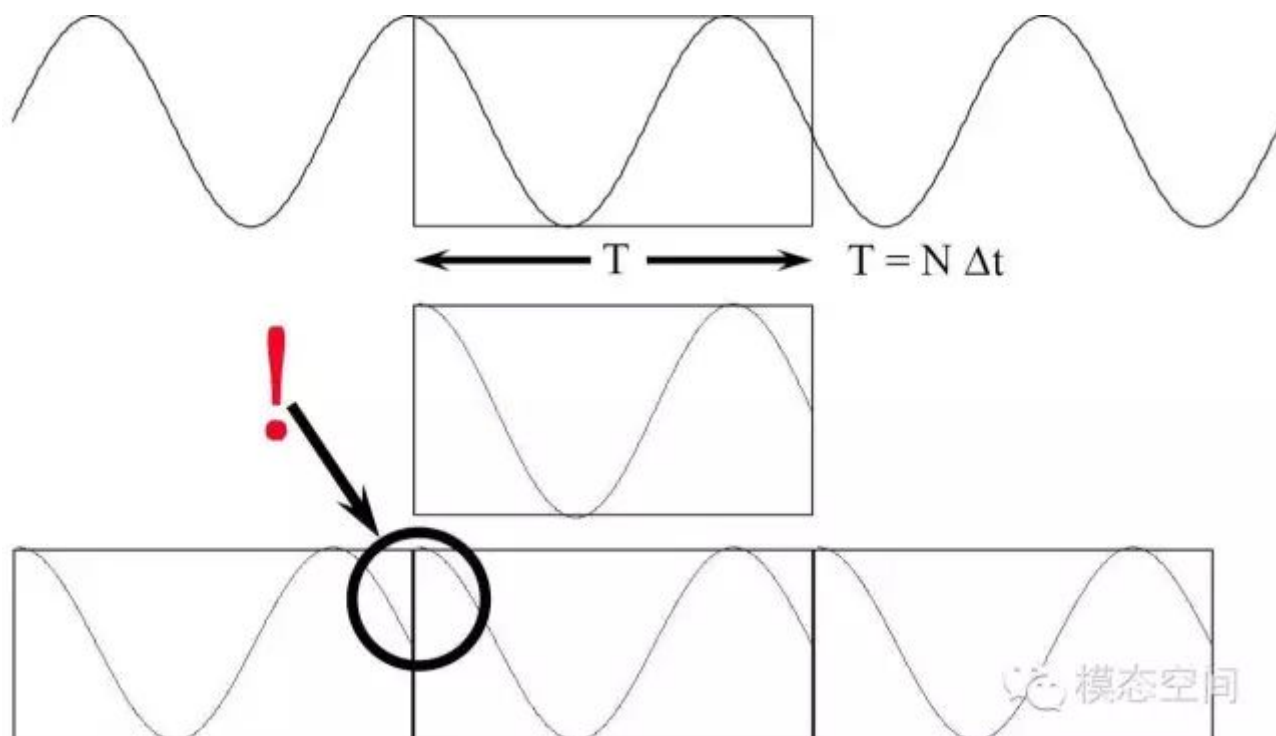
进行一次FFT分析所截取的时域信号长度，称为1帧数据或frame size，单位为s，也称1个时域数据块。由于实际采集的时域信号时间很长，而一次FFT分析只能分析有限长度的时域信号，因此，需要将采样时间很长的时域信号截断成一帧一帧的frame size。这个截取过程叫做信号截断。而信号截断又分为周期截断和非周期截断（有文章对此作进一步详细描述）。

周期截断是指截断后的信号为周期信号，而非周期截断是指截断后的信号不再是周期信号，哪怕原始信号本身是周期信号。

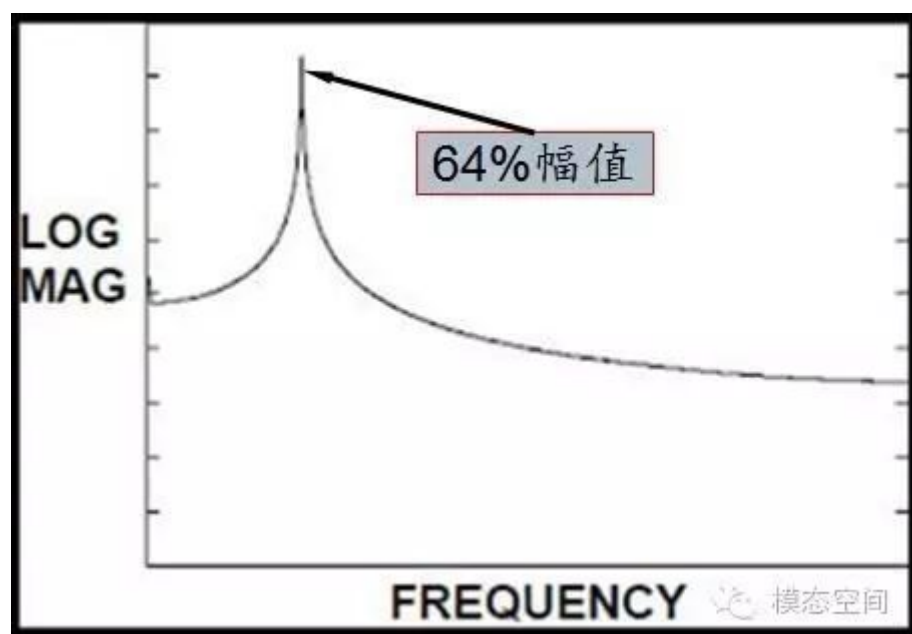
非周期截断：

倘若信号截断的长度不为原始正弦信号周期的整数倍，那么，截断后的信号则不为周期信号，哪怕原始信号是周期信号。并且现实世界中，我们进行FFT分析时，绝大多数情况都是非周期截断。

对之前的正弦信号进行非周期截断，如下图所示。截断后的信号起始时刻和结束时刻的幅值明显不等，将这个信号再进行重构，在连接处信号的幅值不连续，出现跳跃，如图中黑色圆圈区域所示。



对截断后的信号做FFT分析，得到的频谱如下图所示。这时的FFT频谱已远远不是我们预期的那种单条离散谱线了（周期截取的频谱样子）。对比周期截断的频谱，可以看出，此时频谱在整个频带上发生“拖尾”现象。峰值处的频率与原始信号的频率相近，但并不相等。另一方面，峰值处的幅值已不再等于原始信号的幅值，为原始信号幅值的64%（矩形窗的影响）。而幅值的其他部分（36%幅值）则分布在整个频带的其他谱线上。



8、谱线数： $N/2$

频谱图中谱线的总条数，称为谱线数。也可以理解为带宽按频率分辨率进行等分，等分的份数即为谱线数。 N 个时域样本点的FFT得到 $N/2$ 条谱线，也就是说两个时域数据点能得到一条谱线。

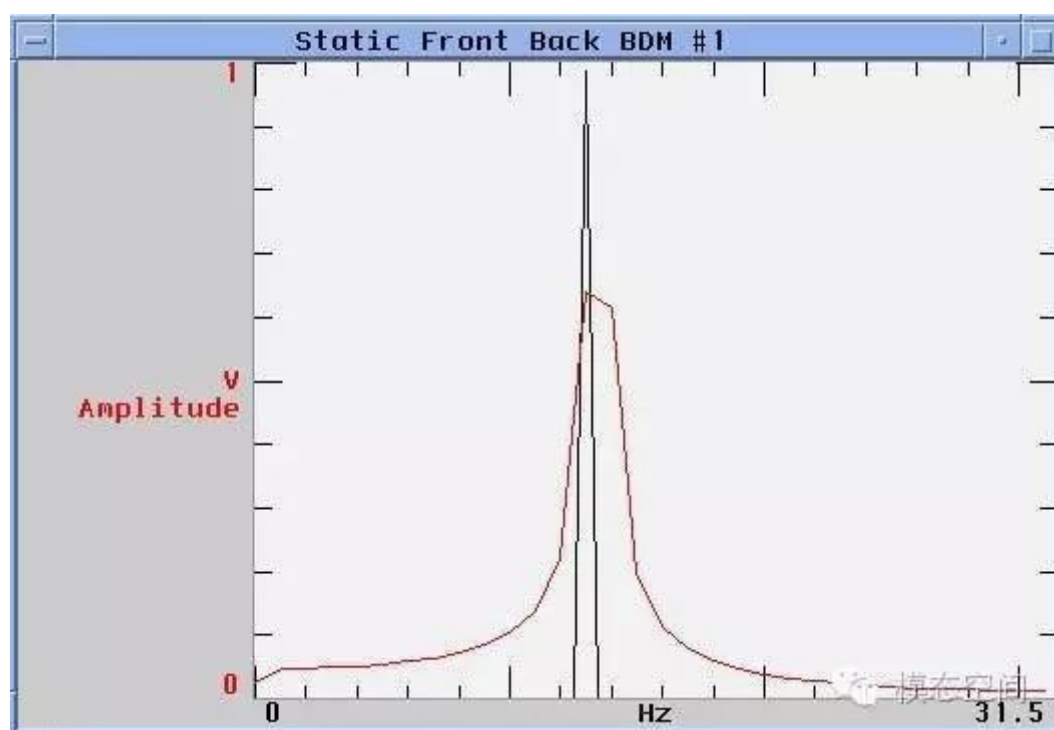
谱线数与带宽、频率分辨率的关系如下

$$N/2 = f_{max}/\Delta f$$

9、泄漏

由于信号的非周期截断，导致频谱在整个频带内发生了拖尾现象。这是非常严重的误差，称为泄漏，是数字信号处理所遭遇的最严重误差。但是为什么会出现这种误差呢？原始实际信号为一条单频正弦波，它的频谱怎么会变得如此失真？这个问题很容易解释。这是因为截断后的信号不再是周期信号。

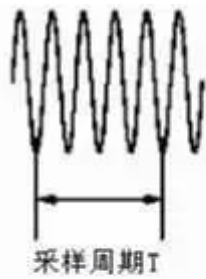
对比一下正确的频谱与发生泄漏的频谱，如下图所示，可以看出，泄漏后的频谱的幅值更小，频谱拖尾更严重。当截断后的信号不为周期信号时，就会发生泄漏。而现实世界中，在做FFT分析时，很难保证截断的信号为周期信号，因此，泄漏不可避免。



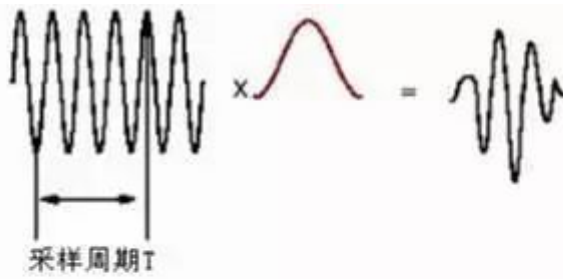
10、窗函数

为了将这个泄漏误差减小到最小程度（注意我说的是减少，而不是消除），我们需要使用加权函数，也叫窗。加窗主要是为了使信号似乎更好地满足FFT处理的周期性要求，减少泄漏。

如下图所示，若周期截断，则FFT频谱为单一谱线。若为非周期截断，则频谱出现拖尾，如图中部所示，可以看出泄漏很严重。为了减少泄漏，给信号施加一个窗函数（如图中红色曲线所示），原始截断后的信号与这个窗函数相乘之后得到的信号为右侧上面的信号。可以看出，此时，信号的起始时刻和结束时刻幅值都为0，也就是说在这个时间长度内，信号为周期信号，但是只有一个周期。对这个信号做FFT分析，得到的频谱如右侧下边所示。相比较之前未加窗的频谱，可以看出，泄漏已明显改善，但并没有完全消除泄漏。因此，窗函数只能减少泄漏，不能消除泄漏。



正弦波的频谱,采样周期
等于信号的整周期



正弦波的频谱,采样周期
不等于信号整周期,
且不加窗



正弦波的频谱,采样周期
不等于信号整周期,但加
窗