

参考如下：[香农采样定理](#)

1.定义

为了不失真地恢复模拟信号，采样频率应该大于等于模拟信号频谱中最高频率的2倍。

$$f_s \geq 2f_{max}$$

采样率越高，稍后恢复出的波形就越接近原信号，但是对系统的要求就更高，转换电路必须具有更快的转换速度。

2.概念

采样是将一个信号（即时间或空间上的连续函数）转换成一个数值序列（即时间或空间上的离散函数）。

如果信号是带限的，并且采样频率高于信号最高频率的一倍，那么，原来的连续信号可以从采样样本中完全重建出来。带限信号变换的快慢受到它的最高频率分量的限制，也就是说它的离散时刻采样表现信号细节的能力是非常有限的。

采样定理是指，如果信号带宽小于奈奎斯特频率（即采样频率的二分之一，采样频率应该大于等于模拟信号频谱中最高频率的2倍），那么此时这些离散的采样点能够完全表示原信号。高于或处于奈奎斯特频率的频率分量会导致混叠现象。大多数应用都要求避免混叠，混叠问题的严重程度与这些混叠频率分量的相对强度有关。

采样定理有许多表述形式，但最基本的表述方式是时域采样定理和频域采样定理。

时域采样定理：

频域采样定理：

3.采样过程简介

从信号处理的角度来看，此采样定理描述了两个过程：

其一是采样，这一过程将连续时间信号转换为离散时间信号；

其二是信号的重建，这一过程离散信号还原成连续信号。

采样过程：

连续信号在时间（或空间）上以某种方式变化着，而采样过程则是在时间（或空间）上，以 t_s 为采样间隔来测量连续信号的值。在实际中，如果信号是时间的函数，通常他们的采样间隔都很小，一般在毫秒、微秒的量级。采样过程产生一系列的数字，称为样本 $x(n)$ 。样本代表了原来地信号。每一个样本都对应着测量这一样本的特定时间点，而采样间隔的倒数， $1/t_s$ 即为采样频率，记作 f_s ，其单位为样本/秒，即赫兹(hertz)。

信号的重建：

是对样本进行插值的过程，即，从离散的样本 $x[n]$ 中，用数学的方法确定连续信号 $x(t)$ 。

从采样定理中，我们可以得出以下结论：

第一种情况：

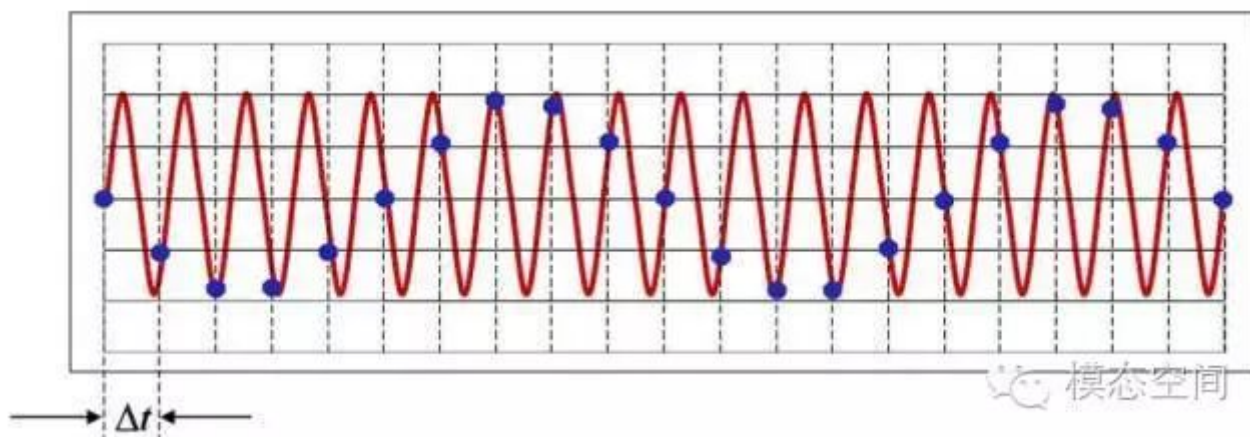
如果已知信号的最高频率 f_{\max} ，采样定理给出了保证完全重建信号的最低采样频率。这一最低采样频率称为临界频率或奈奎斯特采样率，通常表示为 f_n 。

第二种情况：

相反，如果已知采样频率 f_s ，采样定理给出了保证完全重建信号所允许的最高信号频率。以上两种情况都说明，被采样的信号必须是带限的，即信号中高于某一给定值的频率成分必须是零，或至少非常接近于零，这样在重建信号中这些频率成分的影响可忽略不计。在第一种情况下，被采样信号的频率成分已知，比如声音信号，由人类发出的声音信号中，频率超过 5 kHz 的成分通常非常小，因此以 10 kHz 的频率来采样这样的音频信号就足够了。在第二种情况下，我们得假设信号中频率高于采样频率一半的频率成分可忽略不计。这通常是用一个低通滤波器来实现的。

4.混叠

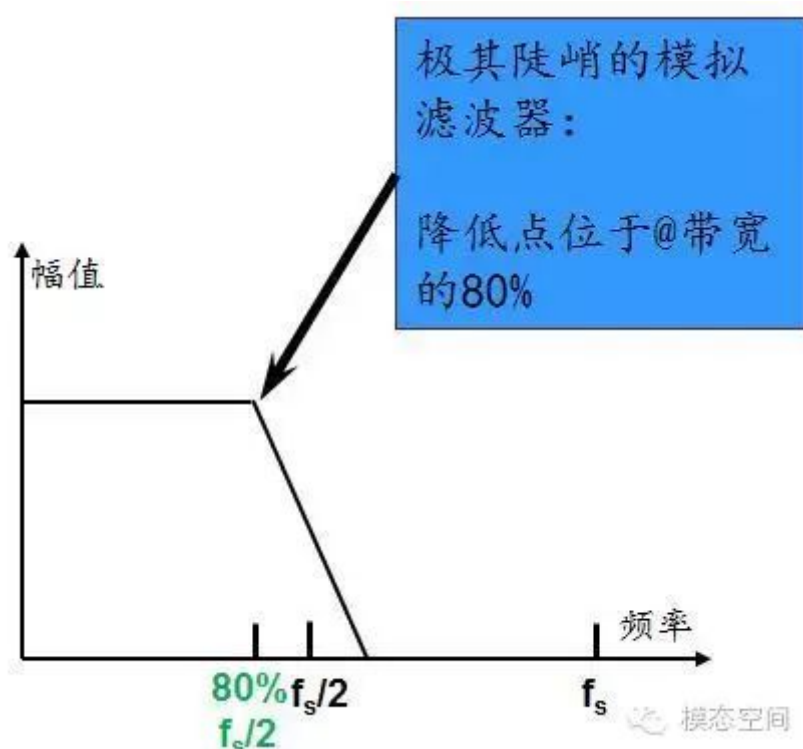
如果不能满足上述采样条件，采样后信号的频率就会重叠，即高于采样频率一半的频率成分将被重建成低于采样频率一半的信号。这种频谱的重叠导致的失真称为混叠，而重建出来的信号称为原信号的混叠替身，因为这两个信号有同样的样本值。



如图所示，红色信号是原始的高频信号，但是由于采样频率不满足采样定理的要求，导致实际采样点如图中蓝色实心点所示，将这些蓝色实际采样点连成曲线，可以明显地看出这是一个低频信号。在图示的时间长度内，原始红色信号有18个周期，但采样后的蓝色信号只有2个周期。也就是采样后的信号频率成分为原始信号频率成分的1/9，这就是所谓的混叠：高频混叠成低频了。

一个频率正好是采样频率一半的弦波信号，通常会混叠成另一相同频率的波弦信号，但它的相位和幅度改变了。以下两种措施可避免混叠的发生：

1. 提高采样频率，使之达到最高信号频率的两倍以上；
2. 引入低通滤波器或提高低通滤波器的参数
3. 该低通滤波器通常称为抗混叠滤波器：把高于奈奎斯特频率成分以上的频率滤掉，可限制信号的带宽，使之满足采样定理的条件。从理论上来说，这是可行的，但是在实际情况中是不可能做到的。因为滤波器不可能完全滤除奈奎斯特频率之上的信号，所以，采样定理要求的带宽之外总有一些“小的”能量。不过抗混叠滤波器可使这些能量足够小，以至可忽略不计。



分析可知，即使使用抗混叠滤波器，在带宽的80%以上的频率区间还可能存在混叠，如要整个频带都无混叠，则采样频率至少高于信号频率的2.5倍以上。

5.减采样

当一个信号被减采样时，必须满足采样定理以避免混叠。为了满足采样定理的要求，信号在进行减采样操作前，必须通过一个具有适当截止频率的低通滤波器。这个用于避免混叠的低通滤波器，称为抗混叠滤波器。

6.信号重构

任何连续信号都可以看做是不同频率的正弦（余弦）信号的叠加，因此如果知道所有组成这一信号的正（余弦）信号的幅值、频率和相角，就可以重构原信号。由于信号测量、分解及时频变换的过程中存在误差，因此不能100%地重构原信号，重构的信号只能保证原信号误差在容许范围内。