



公司金融

清华大学经管学院 朱玉杰

2021年



第四章

风险与资本资产定价模型



第四章

4.1 资本市场理论综述



资本市场理论综述

- 资本市场的收益
- 风险溢价
- 风险的度量

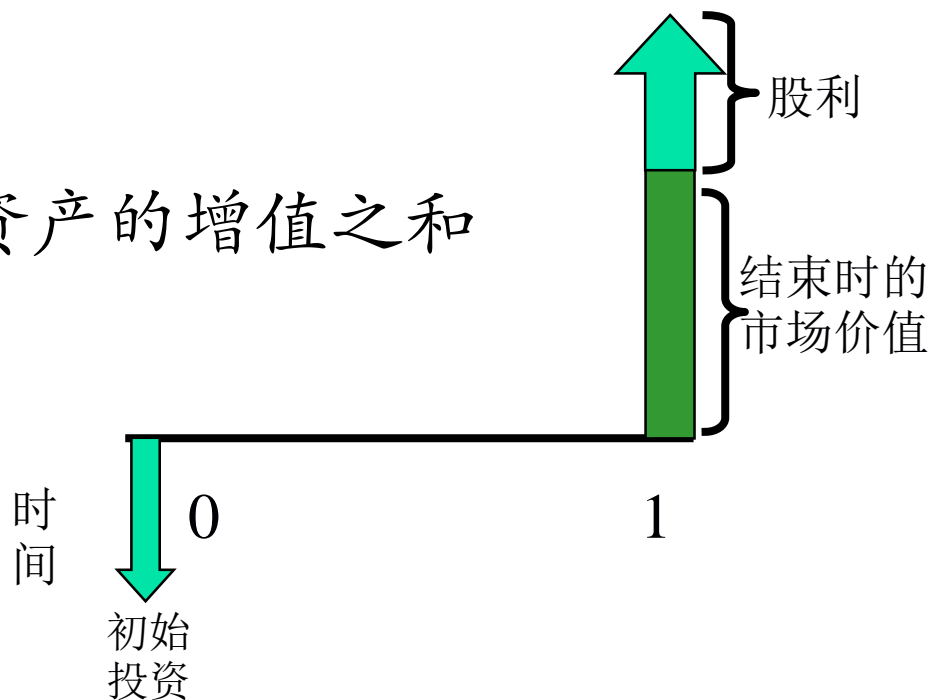
收益

■ 收益值

■ 收到的股利和资产的增值之和

■ 收益率

■ 收到的股利和资产的增值之和
除以初始投资





收益

收益值 = 股利 + 资本利得

$$\text{收益率} = \frac{\text{收益值}}{\text{开始时的市场价值}}$$

$$= \frac{\text{股利} + \text{资本利得}}{\text{开始时的市场价值}}$$

$$= \text{股利收益率} + \text{资本利得收益率}$$



持有期间收益率

- 持有期间收益率是投资者在持有投资的 n 年间获得的收益。如果第 i 年的收益为 r_i

持有期间收益率

$$= (1 + r_1) \times (1 + r_2) \times \cdots \times (1 + r_n) - 1$$



持有期间收益率：例子

- 假设你投资的项目未来四年的收益率如下所示：

年	收益率
1	10%
2	-5%
3	20%
4	15%

持有期间收益率

$$= (1 + r_1) \times (1 + r_2) \times (1 + r_3) \times (1 + r_4) - 1$$

$$= (1.10) \times (.95) \times (1.20) \times (1.15) - 1$$

$$= .4421 = 44.21\%$$



持有期间收益率：例子

- 投资者持有投资实际上可以获得9.58%的年收益率：

年 收益率

1	10%
2	-5%
3	20%
4	15%

几何平均收益率 $= (1+r_1) \times (1+r_2) \times (1+r_3) \times (1+r_4)$

$$(1+r_g)^4 = (1+r_1) \times (1+r_2) \times (1+r_3) \times (1+r_4)$$

$$\begin{aligned} r_g &= \sqrt[4]{(1.10) \times (.95) \times (1.20) \times (1.15)} - 1 \\ &= .095844 = 9.58\% \end{aligned}$$

- 所以，投资者四年间的收益率为44.21%

$$1.4421 = (1.095844)^4$$



持有期间收益率：例子

- 注意几何平均收益率不等于算术平均收益率：

年 收益率	
1	10%
2	-5%
3	20%
4	15%

$$\begin{aligned}\text{算术平均收益率} &= \frac{r_1 + r_2 + r_3 + r_4}{4} \\ &= \frac{10\% - 5\% + 20\% + 15\%}{4} = 10\%\end{aligned}$$

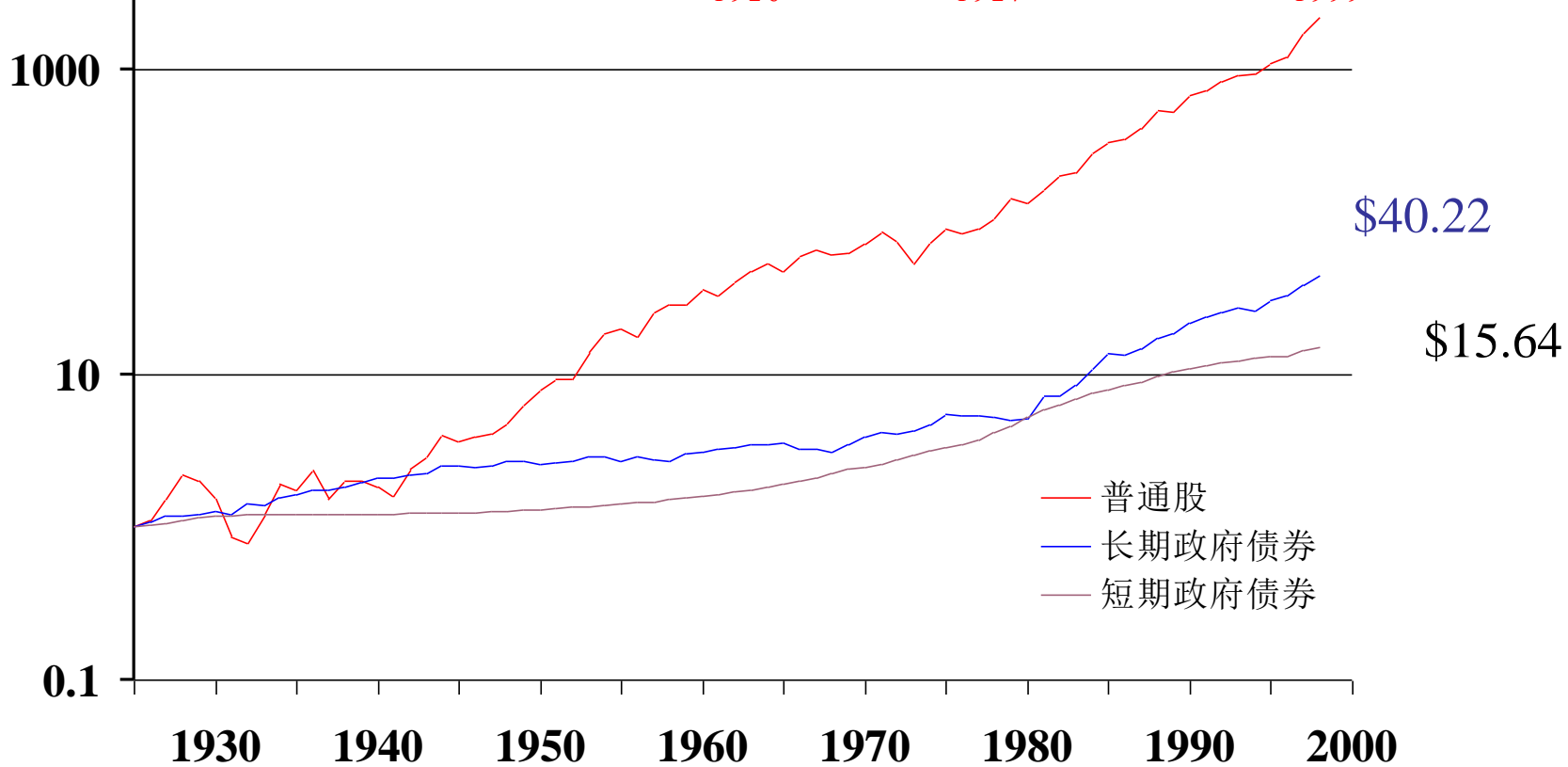


持有期间收益率

- 有关普通股、债券和国库券收益率的最著名的研究是由 Roger Ibbotson and Rex Sinquefeld 主持完成的
- 他们提供了如下五种美国历史上重要的金融工具的历年收益率
 - 大公司普通股
 - 小公司普通股
 - 长期公司债券
 - 长期美国政府债券
 - 美国政府国库券

1926年投资\$1 的终值

$$\$1 \times (1 + r_{1926}) \times (1 + r_{1927}) \times \cdots \times (1 + r_{1999}) = \$2,845.63$$



数据来源: © *Stocks, Bonds, Bills, and Inflation 2000 Yearbook*™, Ibbotson Associates, Inc., Chicago (annually updates work by Roger G. Ibbotson and Rex A. Sinquefeld). All rights reserved.



收益统计

- 资本市场的收益率可以用下列指标描述：

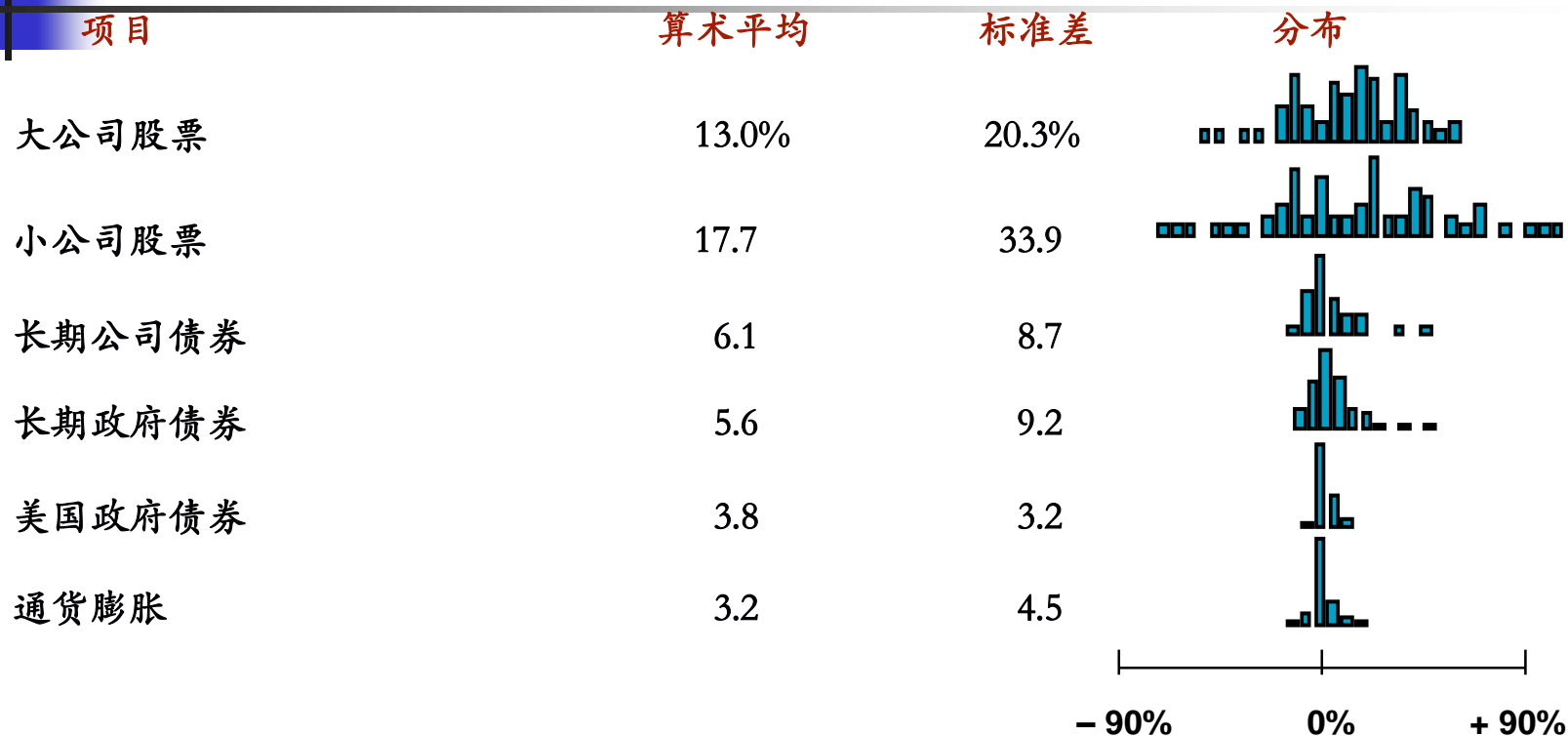
- 平均收益率

$$\bar{R} = \frac{(R_1 + \cdots + R_T)}{T}$$

- 收益率的标准差

$$SD = \sqrt{VAR} = \sqrt{\frac{(R_1 - \bar{R})^2 + (R_2 - \bar{R})^2 + \cdots (R_T - \bar{R})^2}{T - 1}}$$

1926-1999年期间各种投资的年度总收益



资料来源: *Stocks, Bonds, Bills, and Inflation 2000 Yearbook*™, Ibbotson Associates, Inc., Chicago (annually updates work by Roger G. Ibbotson and Rex A. Sinquefeld). All rights reserved.



股票的平均收益和无风险收益

- **风险溢价**：因承担风险而获得的超额收益（高于无风险收益率的部分）
- 股票市场数据中最有意义的观测是股票的长期超额收益和无风险收益率
 - 1926—1999年期间大公司股票的平均超额收益为
$$9.2\% = 13.0\% - 3.8\%$$
 - 1926—1999年期间小公司股票的平均超额收益为
$$13.9\% = 17.7\% - 3.8\%$$
 - 1926—1999年期间长期公司债券的平均超额收益为
$$2.3\% = 6.1\% - 3.8\%$$

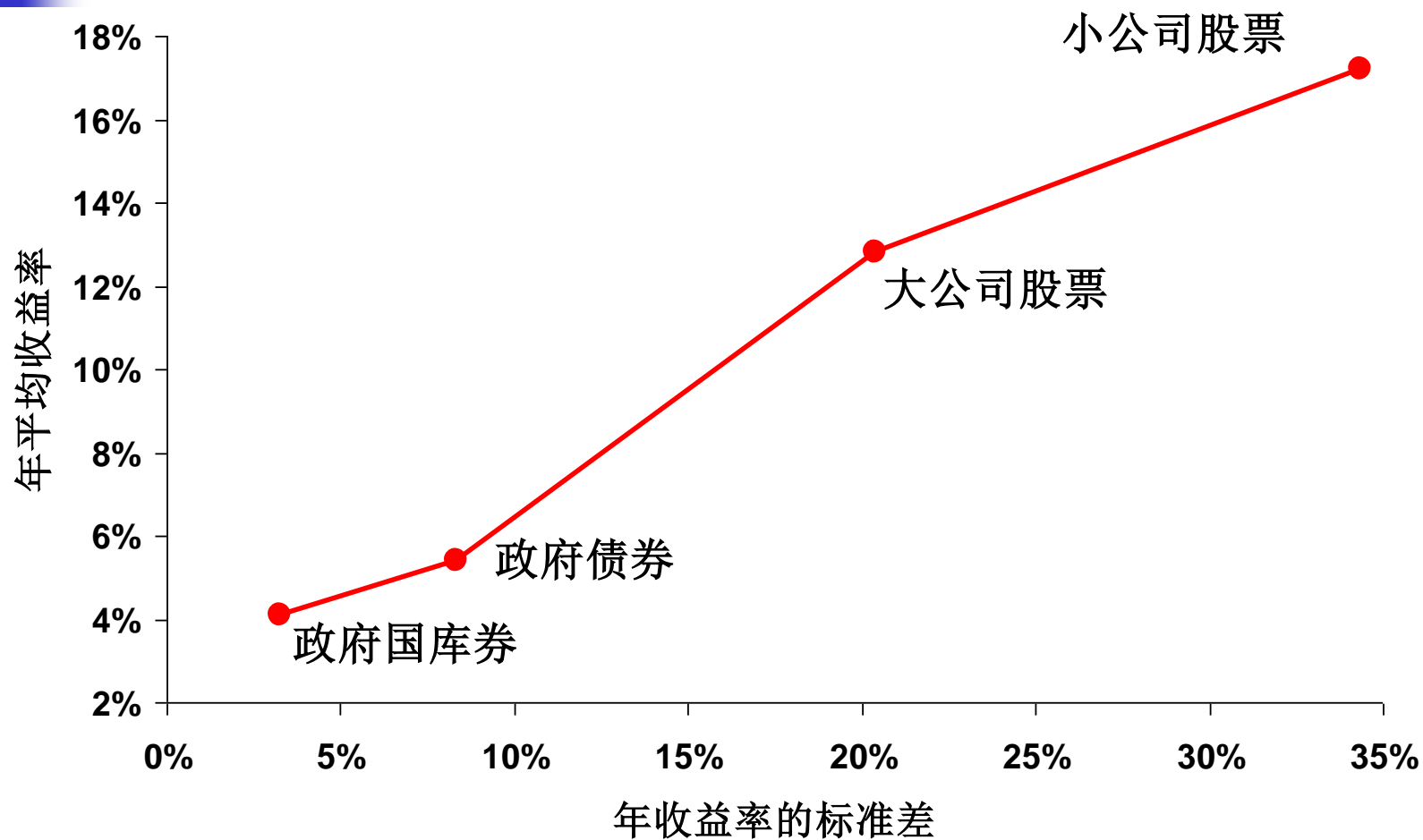


风险溢价

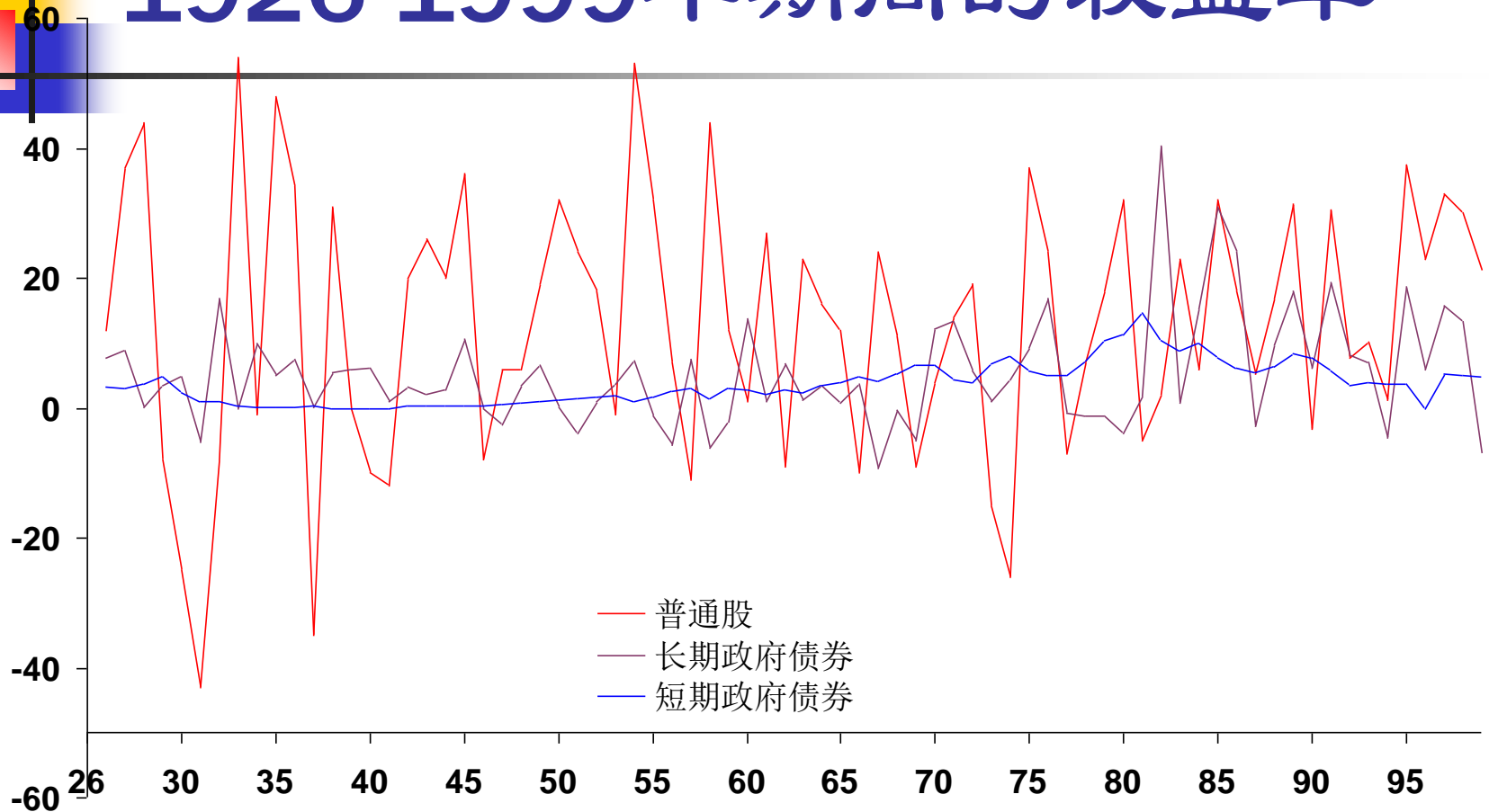
- 华尔街日报 公布一年期美国政府国库券的收益率为5%
- 小公司股票的期望收益率为多少?
- 1926—1999年期间小公司股票的平均超额收益率为13.9%
- 给定无风险利率为5%，我们可以计算出小公司股票的期望收益率为

$$18.9\% = 13.9\% + 5\%$$

风险收益的权衡



1926-1999年期间的收益率



资料来源: © *Stocks, Bonds, Bills, and Inflation 2000 Yearbook*™, Ibbotson Associates, Inc., Chicago (annually updates work by Roger G. Ibbotson and Rex A. Sinquefeld). All rights reserved.

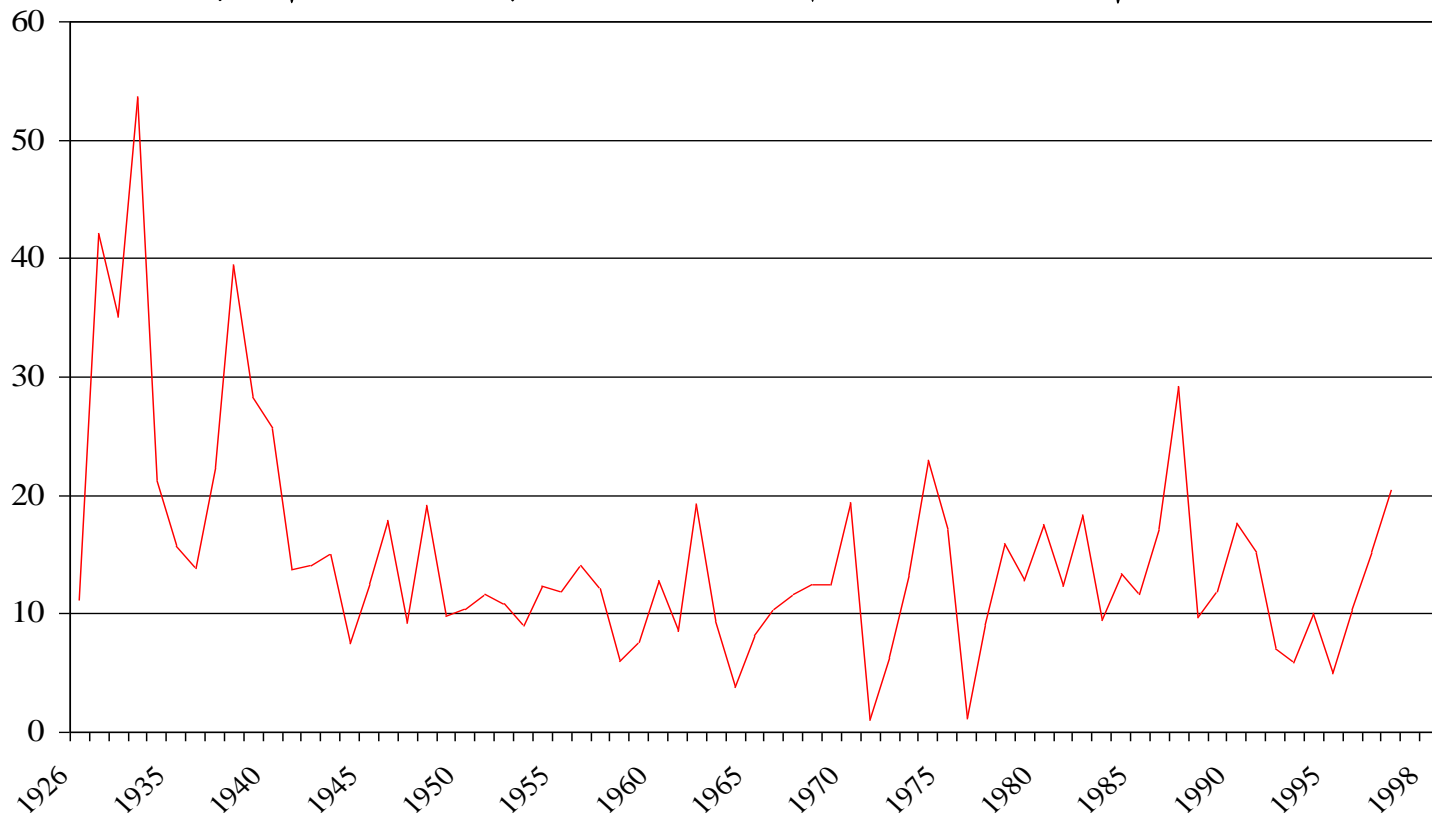


风险溢价

- 政府国库券的收益率本质上是无风险的
- 投资股票有风险，但是也有补偿
- 政府国库券与股票之间的差额等于投资股票的风险溢价

股票市场的波动率

■ 每年的股票的波动率是不一样的



资料来源: *Stocks, Bonds, Bills, and Inflation 2000 Yearbook*™, Ibbotson Associates, Inc., Chicago (annually updates work by Roger G. Ibbotson and Rex A. Sinquefeld). All rights reserved.



风险统计

通常的定义:

- 未来收益的不确定性
- 通常概率来用来测度这种不确定性



风险：未来收益的不确定性

- 财务管理中所讨论的风险是指那种未来的结果不确定，但未来哪些结果会出现，以及这些结果出现的概率是已知的或可以估计的这样一类特殊的不确定性事件。
- 根据以上定义，风险意味着对未来预期结果的偏离，这种偏离是正反两方面的，既有可能向不好的方向偏离，也有可能向好的方向偏离，因此，风险并不仅仅意味着遭受损失的可能。



特征

- 两面性：收益和损失的可能性。对风险的研究着重在于如何减少损失。
- 客观性：风险是事件本身的不确定性，具有客观性。
- 时间性：风险的大小随时间的延续而变化，是“一定时期”的风险。
- 预期性：风险是可测定概率的不确定性。



确定 概率 分布

赢得头奖的概率

1: 76275360

死于火灾的概率

1: 20788308

被狗咬死的概率

1: 18016533

被闪电劈死的概率

1: 4289651

死于浴缸的概率

1: 801923

死于飞机失事的
概率

1: 391000

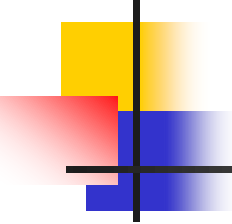
死于车祸的概率

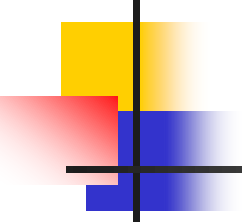
1: 6200



风险的度量

- 方差和标准差是风险的度量指标
 - 标准差是度量样本离散程度的统计量。我们通常使用这个指标
 - 正态分布更容易理解方差的含义

- 
- ABC公司有两个投资机会，A投资机会是一个高科技项目，该领域竞争很激烈，如果经济发展迅速并且该项目搞得很好，取得较大市场占有率，利润会很大，否则利润很小甚至亏本。B项目是一个老产品并且是必需品，销售前景可以准确预测出来。假设未来的经济情况只有三种：繁荣、正常、衰退，有关的概率分布和预期报酬率见下表：



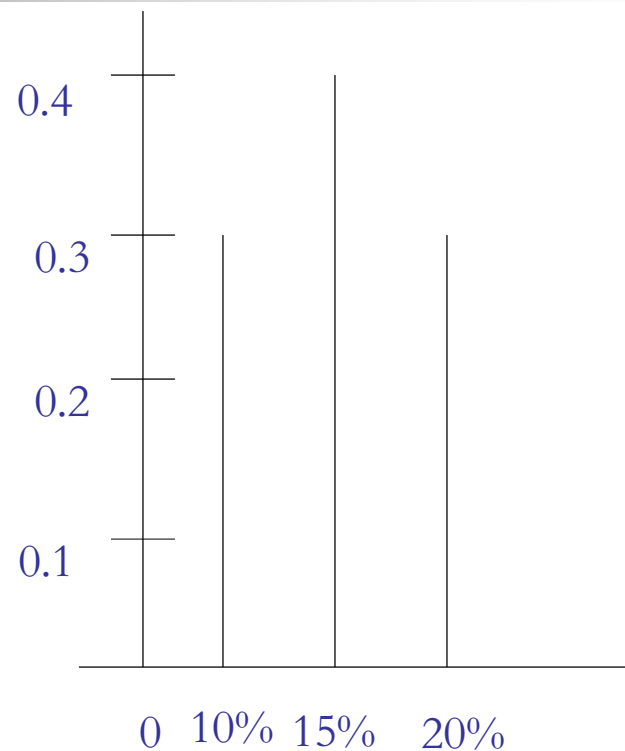
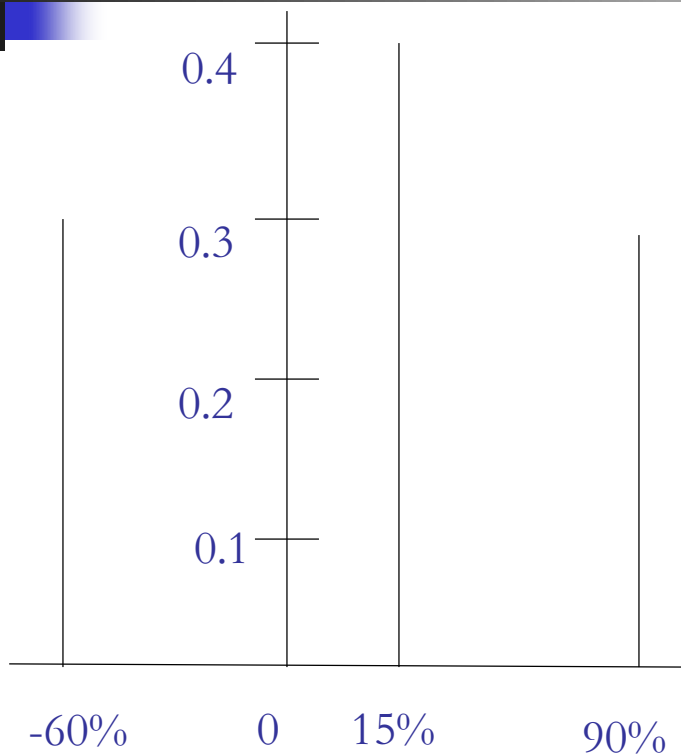
经济情况	发生概率	A 项目预期报酬率	B 项目预期报酬率
繁荣	0.3	90%	20%
正常	0.4	15%	15%
衰退	0.3	-60%	10%
合计	1.0		

概率

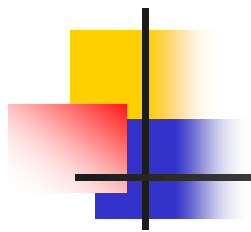
A项目

概率

B项目



离散型分布

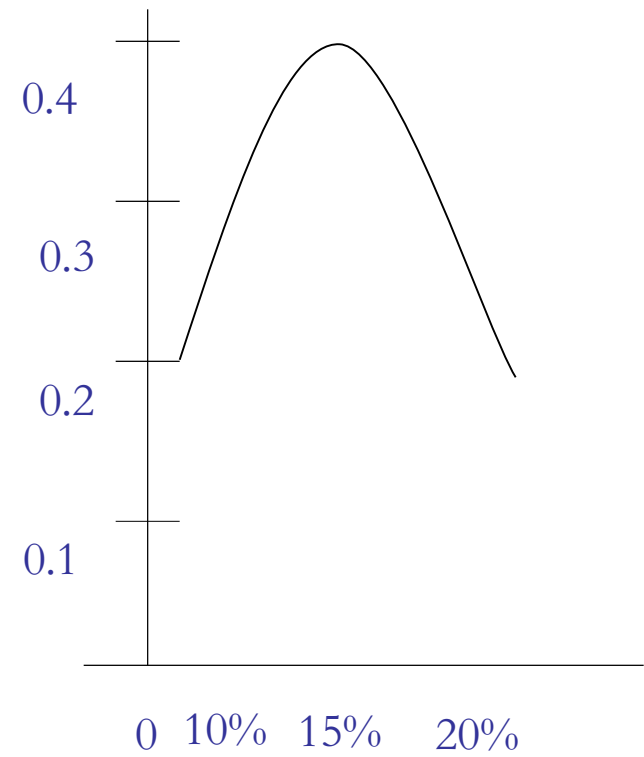
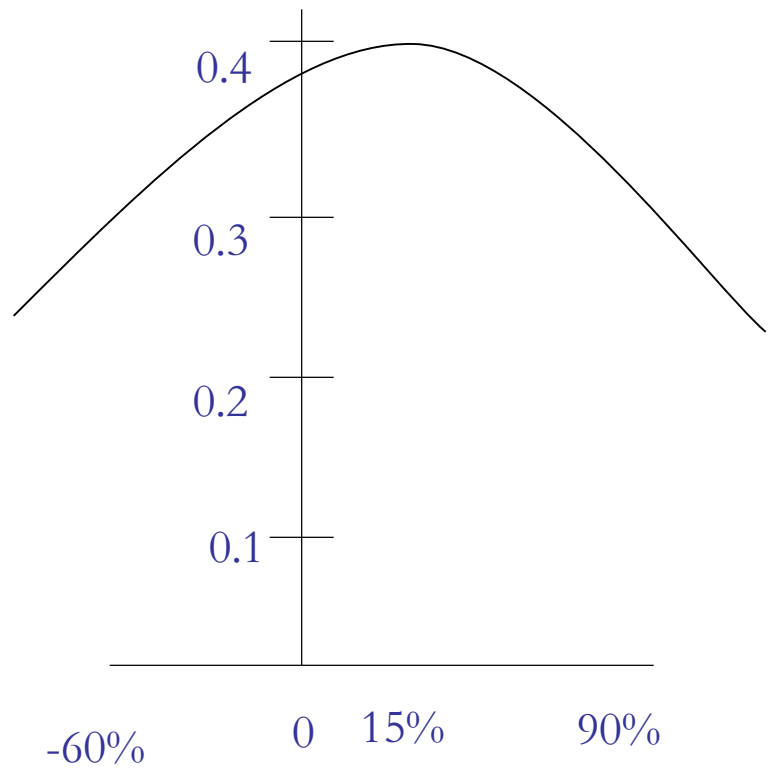


概率

A项目

概率

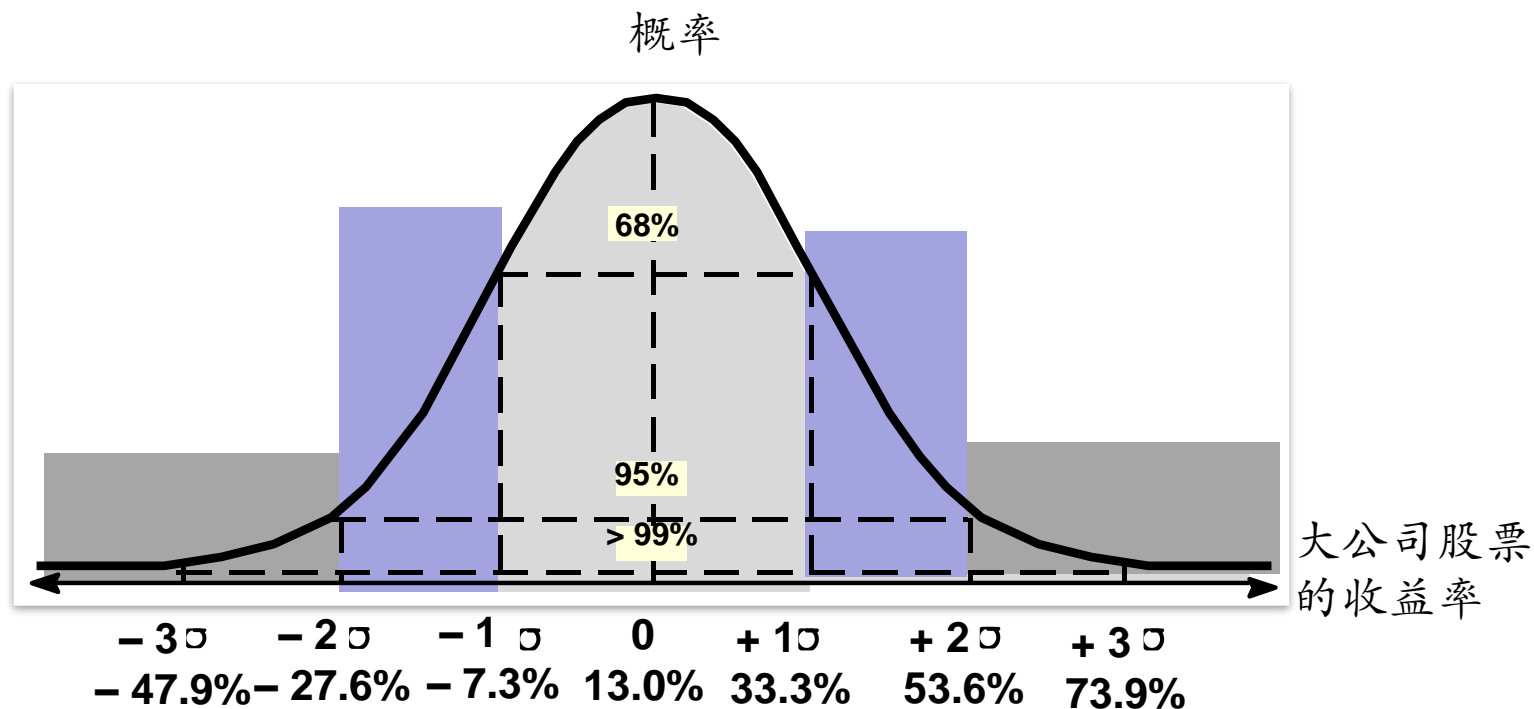
B项目



连续型分布

正态分布

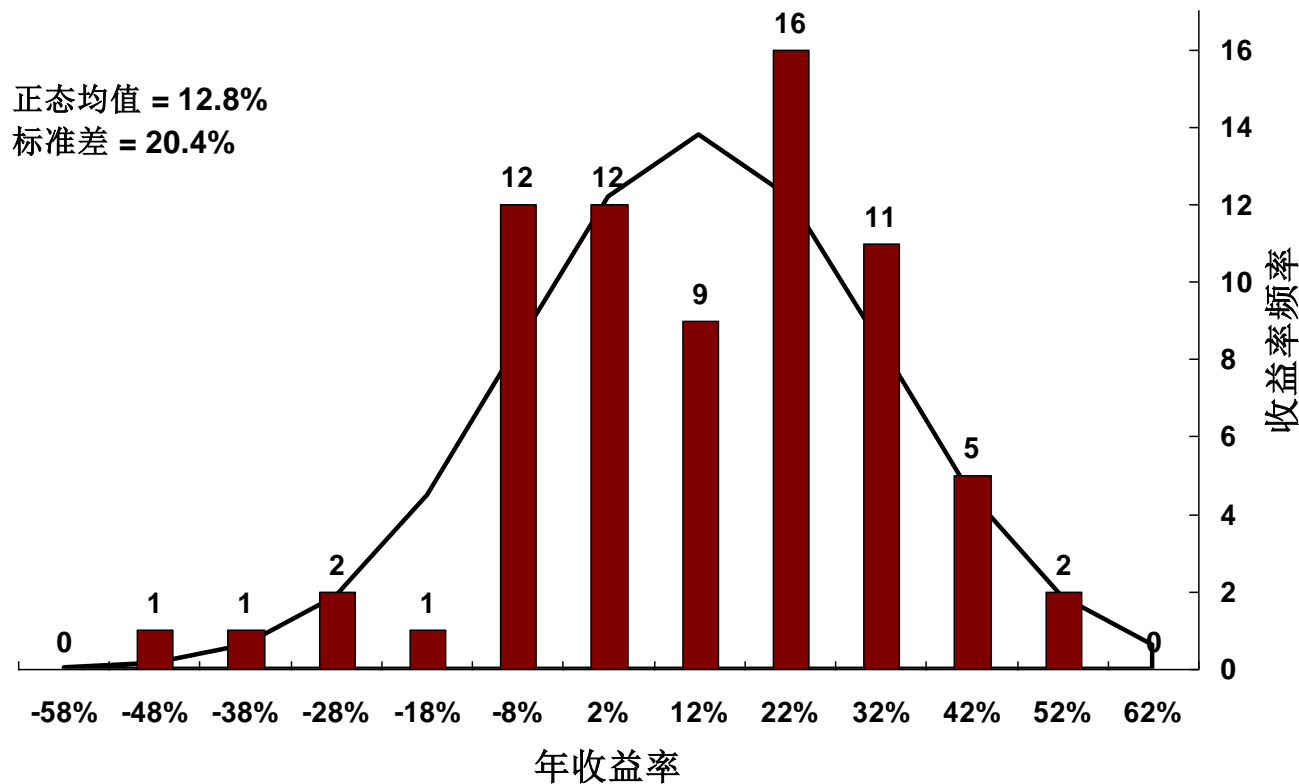
- 从正态分布的总体中抽取一个足够大的样本，其形状就像是一口“钟”



年收益率在平均收益率（13.3%）左右一个标准差（20.1%）这一范围内波动的概率为 2/3

正态分布

S&P 500 收益率分布



资料来源: © *Stocks, Bonds, Bills, and Inflation 2000 Yearbook*™, Ibbotson Associates, Inc., Chicago (annually updates work by Roger G. Ibbotson and Rex A. Sinquefeld). All rights reserved.



第四章

4.2 资本资产定价模型 (CAPM)



资本资产定价模型 (CAPM)

主要内容:

- 投资组合的期望收益与风险的关系
- 投资组合中每一种证券对组合的期望收益和风险的作用（贝塔的使用）



CAPM模型介绍

- 资本资产定价模型基础是马科维茨（Harry Markowitz）于1952年提出的投资组合的均值-方差模型。
- 夏普（William Sharp）、林特内（John Lintner）、穆西（Jan Mossin）在此基础上独立提出资本资产定价理论CAPM。
- 1990年马科维茨（Harry Markowitz）、夏普（William Sharp）与米勒共享诺贝尔经济学奖。



CAPM模型的前提假设

- 证券市场是有效的，即信息完全对称；
- 无风险证券存在，投资者可以自由地按无风险利率借入或贷出资金；
- 投资总风险可以用方差或标准差表示，系统风险可以用 β 系数表示；



CAPM模型的前提假设

- 所有投资者都是理性地作出投资决策；
- 证券无交易成本，证券市场是无摩擦的；
- 每种证券的收益率分布服从正态分布，每项资产都是无限可分的，在投资组合中，投资者可持有某种证券的任何一部分；



单个证券

- 值得关注的单个证券的特征：

- 期望收益
- 方差和标准差
- 协方差和相关系数



期望收益、方差和协方差

- 考虑只有两种风险资产的情况。每种经济状况发生的概率为1/3。两种资产为一只股票和一只债券

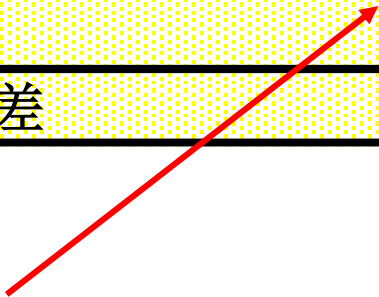
经济状况	概率	股票	债券
		收益率	收益率
萧条	33.3%	-7%	17%
正常	33.3%	12%	7%
繁荣	33.3%	28%	-3%

期望收益、方差和协方差

经济状况	股票		债券	
	收益率	离差的平方	收益率	离差的平方
衰退	-7%	3.24%	17%	1.00%
正常	12%	0.01%	7%	0.00%
繁荣	28%	2.89%	-3%	1.00%
期望收益	11.00%		7.00%	
方差	0.0205		0.0067	
标准差	14.3%		8.2%	

期望收益、方差和协方差

经济状况	股票		债券	
	收益率	离差的平方	收益率	离差的平方
衰退	-7%	3.24%	17%	1.00%
正常	12%	0.01%	7%	0.00%
繁荣	28%	2.89%	-3%	1.00%
期望收益	11.00%		7.00%	
方差	0.0205		0.0067	
标准差	14.3%		8.2%	


$$\begin{aligned} E(r_s) &= \frac{1}{3} \times (-7\%) + \frac{1}{3} \times (12\%) + \frac{1}{3} \times (28\%) \\ &= 11\% \end{aligned}$$

期望收益、方差和协方差

经济状况	股票		债券	
	收益率	离差的平方	收益率	离差的平方
衰退	-7%	3.24%	17%	1.00%
正常	12%	0.01%	7%	0.00%
繁荣	28%	2.89%	-3%	1.00%
期望收益	11.00%		7.00%	
方差	0.0205		0.0067	
标准差	14.3%		8.2%	

$$\begin{aligned} E(r_B) &= \frac{1}{3} \times (17\%) + \frac{1}{3} \times (7\%) + \frac{1}{3} \times (-3\%) \\ &= 7\% \end{aligned}$$

期望收益、方差和协方差

经济状况	股票		债券	
	收益率	离差的平方	收益率	离差的平方
衰退	-7%	3.24%	17%	1.00%
正常	12%	0.01%	7%	0.00%
繁荣	28%	2.89%	-3%	1.00%
期望收益	11.00%		7.00%	
方差	0.0205		0.0067	
标准差	14.3%		8.2%	

$$(11\% - -7\%)^2 = 3.24\%$$

期望收益、方差和协方差

经济状况	股票		债券	
	收益率	离差的平方	收益率	离差的平方
衰退	-7%	3.24%	17%	1.00%
正常	12%	0.01%	7%	0.00%
繁荣	28%	2.89%	-3%	1.00%
期望收益	11.00%		7.00%	
方差	0.0205		0.0067	
标准差	14.3%		8.2%	

$$(11\% - 12\%)^2 = .01\%$$

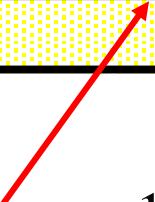
期望收益、方差和协方差

经济状况	股票		债券	
	收益率	离差的平方	收益率	离差的平方
衰退	-7%	3.24%	17%	1.00%
正常	12%	0.01%	7%	0.00%
繁荣	28%	2.89%	-3%	1.00%
期望收益	11.00%		7.00%	
方差	0.0205		0.0067	
标准差	14.3%		8.2%	

$$(11\% - 28\%)^2 = 2.89\%$$


期望收益、方差和协方差

经济状况	股票		债券	
	收益率	离差的平方	收益率	离差的平方
衰退	-7%	3.24%	17%	1.00%
正常	12%	0.01%	7%	0.00%
繁荣	28%	2.89%	-3%	1.00%
期望收益	11.00%		7.00%	
方差	0.0205		0.0067	
标准差	14.3%		8.2%	


$$2.05\% = \frac{1}{3}(3.24\% + 0.01\% + 2.89\%)$$

期望收益、方差和协方差

经济状况	股票		债券	
	收益率	离差的平方	收益率	离差的平方
衰退	-7%	3.24%	17%	1.00%
正常	12%	0.01%	7%	0.00%
繁荣	28%	2.89%	-3%	1.00%
期望收益	11.00%		7.00%	
方差	0.0205		0.0067	
标准差	14.3%		8.2%	


$$14.3\% = \sqrt{0.0205}$$

期望收益、方差和协方差

经济状况	股票		债券	
	收益率	离差的平方	收益率	离差的平方
衰退	-7%	3.24%	17%	1.00%
正常	12%	0.01%	7%	0.00%
繁荣	28%	2.89%	-3%	1.00%
期望收益	11.00%		7.00%	
方差	0.0205		0.0067	
标准差	14.3%		8.2%	

- 股票的期望收益率和风险都高于债券。现在考虑由50%债券和 50%股票组成的投资组合

投资组合的收益和风险

经济状况	收益率		投资组合	离差的平方
	股票	债券		
衰退	-7%	17%	5.0%	0.160%
正常	12%	7%	9.5%	0.003%
繁荣	28%	-3%	12.5%	0.123%
期望收益	11.00%	7.00%	9.0%	
方差	0.0205	0.0067	0.0010	
标准差	14.31%	8.16%	3.08%	

- 投资组合的收益是股票和债券的加权平均值：

$$r_P = W_B r_B + W_S r_S$$

$$5\% = 50\% \times (-7\%) + 50\% \times (17\%)$$

投资组合的收益和风险

经济状况	收益率		投资组合	离差的平方
	股票	债券		
衰退	-7%	17%	5.0%	0.160%
正常	12%	7%	9.5%	0.003%
繁荣	28%	-3%	12.5%	0.123%
期望收益	11.00%	7.00%	9.0%	
方差	0.0205	0.0067	0.0010	
标准差	14.31%	8.16%	3.08%	

■ 投资组合的收益是股票和债券的加权平均值：

$$r_P = W_B r_B + W_S r_S$$

$$9.5\% = 50\% \times (12\%) + 50\% \times (7\%)$$

投资组合的收益和风险

经济状况	收益率		投资组合	离差的平方
	股票	债券		
衰退	-7%	17%	5.0%	0.160%
正常	12%	7%	9.5%	0.003%
繁荣	28%	-3%	12.5%	0.123%
期望收益	11.00%	7.00%	9.0%	
方差	0.0205	0.0067	0.0010	
标准差	14.31%	8.16%	3.08%	

■ 投资组合的收益是股票和债券的加权平均值：

$$r_P = W_B r_B + W_S r_S$$

$$12.5\% = 50\% \times (28\%) + 50\% \times (-3\%)$$

投资组合的收益和风险

经济状况	收益率		投资组合	离差的平方
	股票	债券		
衰退	-7%	17%	5.0%	0.160%
正常	12%	7%	9.5%	0.003%
繁荣	28%	-3%	12.5%	0.123%
期望收益	11.00%	7.00%	9.0%	
方差	0.0205	0.0067	0.0010	
标准差	14.31%	8.16%	3.08%	

■ 投资组合的收益是股票和债券的加权平均值：

$$r_P = W_B r_B + W_S r_S$$

$$9\% = 50\% \times (11\%) + 50\% \times (7\%)$$

投资组合的收益和风险

经济状况	收益率		投资组合	离差的平方
	股票	债券		
衰退	-7%	17%	5.0%	0.160%
正常	12%	7%	9.5%	0.003%
繁荣	28%	-3%	12.5%	0.123%
期望收益	11.00%	7.00%	9.0%	
方差	0.0205	0.0067	0.0010	
标准差	14.31%	8.16%	3.08%	

■ 两种风险资产的投资组合的方差为：

$$\sigma_P^2 = (w_B \sigma_B)^2 + (w_S \sigma_S)^2 + 2w_B w_S \sigma_{BS}$$

$$\sigma_P^2 = (w_B \sigma_B)^2 + (w_S \sigma_S)^2 + 2(w_B \sigma_B)(w_S \sigma_S) \rho_{BS}$$

$$\sigma_{BS} = \rho_{BS} \sigma_S \sigma_B$$

其中， ρ_{BS} 为股票和债券收益的相关系数； σ_{BS} 为股票和债券收益的协方差

投资组合的收益和风险

经济状况	收益率		投资组合	离差的平方
	股票	债券		
衰退	-7%	17%	5.0%	0.160%
正常	12%	7%	9.5%	0.003%
繁荣	28%	-3%	12.5%	0.123%
期望收益	11.00%	7.00%	9.0%	
方差	0.0205	0.0067	0.0010	
标准差	14.31%	8.16%	3.08%	

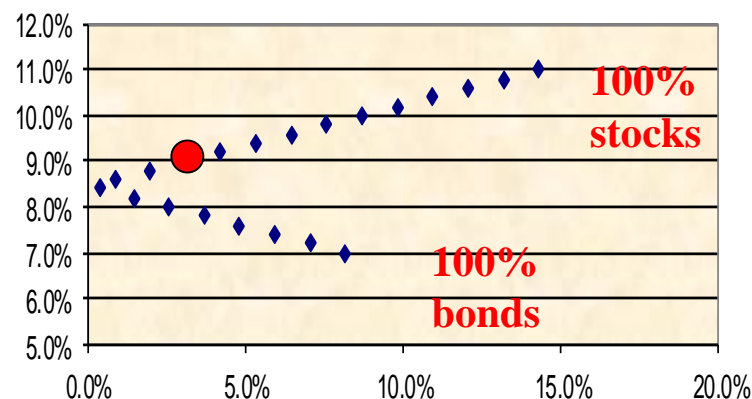
- 可以看出多样化可以减小组合的风险,等权重组组合（50%投资于股票，50%投资于债券）的风险比单独持有股票或债券的风险小
- 组合的期望收益率等于组合中各证券的期望收益率的加权平均。假设组合中只有两种证券，只要其相关系数小于1，组合的标准差就小于这两种证券各自的标准差的加权平均数。

两种资产组合的有效集

% 投资于股票	风险	收益
0%	8.2%	7.0%
5%	7.0%	7.2%
10%	5.9%	7.4%
15%	4.8%	7.6%
20%	3.7%	7.8%
25%	2.6%	8.0%
30%	1.4%	8.2%
35%	0.4%	8.4%
40%	0.9%	8.6%
45%	2.0%	8.8%
50.00%	3.08%	9.00%
55%	4.2%	9.2%
60%	5.3%	9.4%
65%	6.4%	9.6%
70%	7.6%	9.8%
75%	8.7%	10.0%
80%	9.8%	10.2%
85%	10.9%	10.4%
90%	12.1%	10.6%
95%	13.2%	10.8%
100%	14.3%	11.0%

投资组合的风险和收益组合

投资组合的收益



投资组合的风险(标准差)

我们考虑除了50%投资于股票 50%投资于债券之外的投资组合

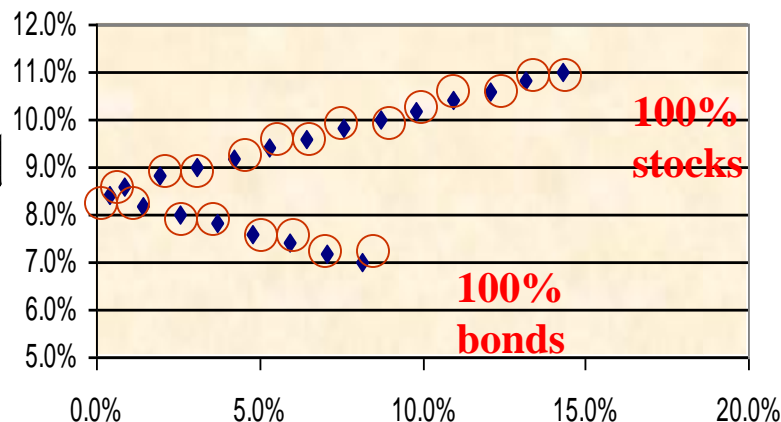
两种资产组合的有效集

% in stocks % 投资组合	Risk 风险	Return 收益
-----------------------	------------	--------------

0%	8.2%	7.0%
5%	7.0%	7.2%
10%	5.9%	7.4%
15%	4.8%	7.6%
20%	3.7%	7.8%
25%	2.6%	8.0%
30%	1.4%	8.2%
35%	0.4%	8.4%
40%	0.9%	8.6%
45%	2.0%	8.8%
50%	3.1%	9.0%
55%	4.2%	9.2%
60%	5.3%	9.4%
65%	6.4%	9.6%
70%	7.6%	9.8%
75%	8.7%	10.0%
80%	9.8%	10.2%
85%	10.9%	10.4%
90%	12.1%	10.6%
95%	13.2%	10.8%
100%	14.3%	11.0%

投资组合的收益

投资组合的风险和收益组合



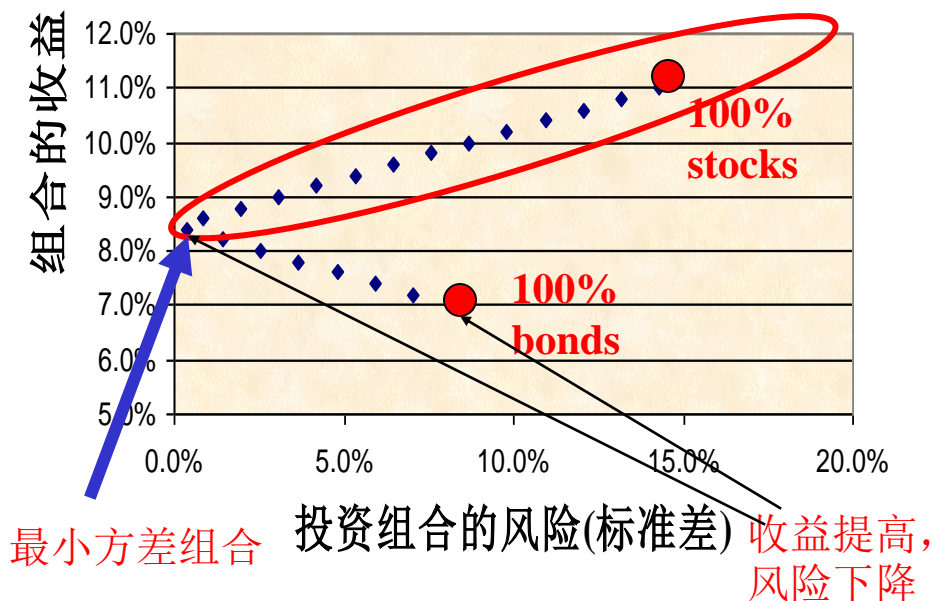
投资组合的风险(标准差)

我们考虑除了50%投资于股票 50%投资于债券之外的投资组合，所有可行集

两种资产组合的有效集

% 投资于股票	风险	收益
0%	8.2%	7.0%
5%	7.0%	7.2%
10%	5.9%	7.4%
15%	4.8%	7.6%
20%	3.7%	7.8%
25%	2.6%	8.0%
30%	1.4%	8.2%
35%	0.4%	8.4%
40%	0.9%	8.6%
45%	2.0%	8.8%
50%	3.1%	9.0%
55%	4.2%	9.2%
60%	5.3%	9.4%
65%	6.4%	9.6%
70%	7.6%	9.8%
75%	8.7%	10.0%
80%	9.8%	10.2%
85%	10.9%	10.4%
90%	12.1%	10.6%
95%	13.2%	10.8%
100%	14.3%	11.0%

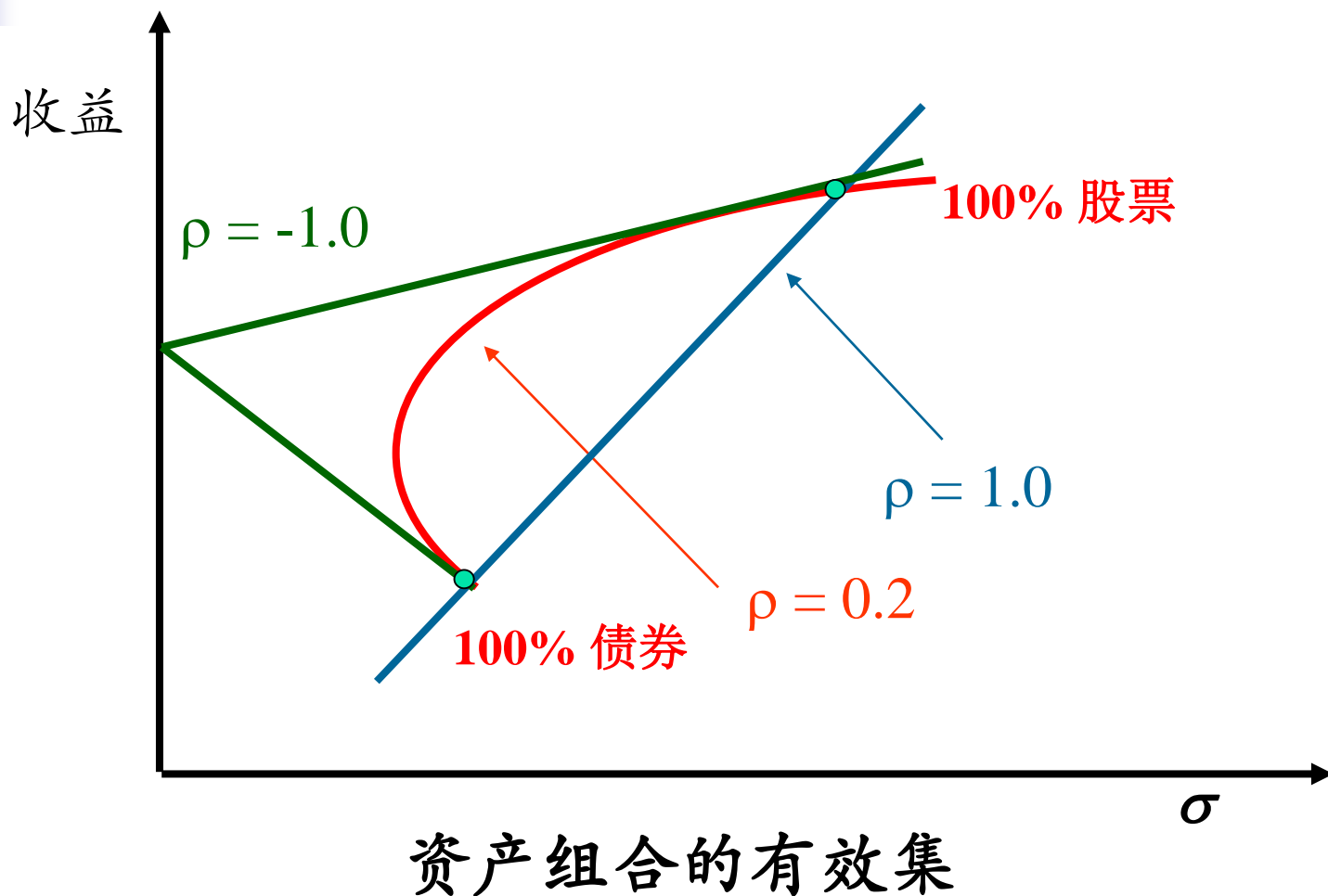
投资组合的风险和收益组合



我们注意到一些投资组合比另一些好。对于相同的风险，他们的收益更高

这些组合构成了 **有效集**

两种证券组合的不同相关系数



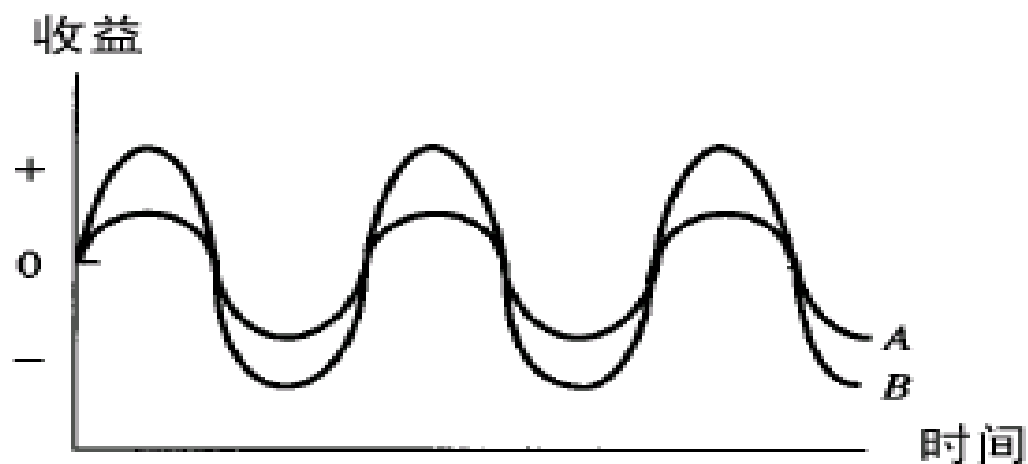


两种证券的投资风险和收益： 相关系数效应

- 风险和受益的关系依赖于相关系数
- $-1.0 \leq r \leq +1.0$
- 相关系数越小，风险降低的余地越大
- 如果 $r = +1.0$ ，风险没有降低的余地

完全正相关

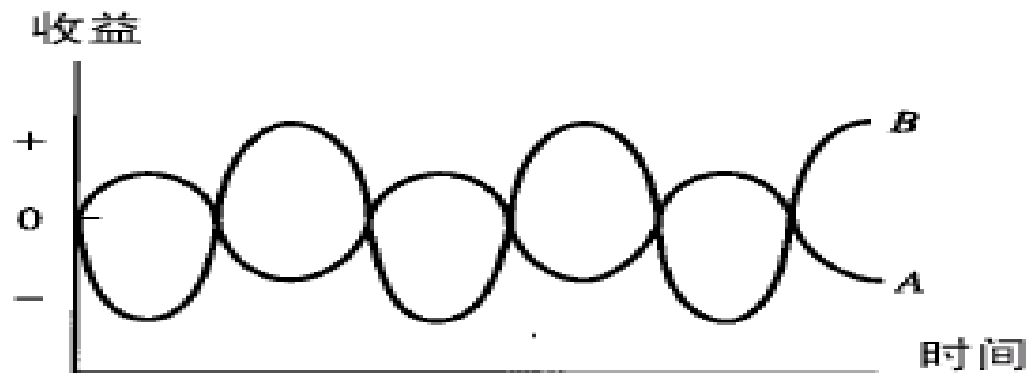
完全正相关
 $\text{Corr}(R_A, R_B) = 1$



两种证券的收益同时高于平均收益，同时低于平均收益。

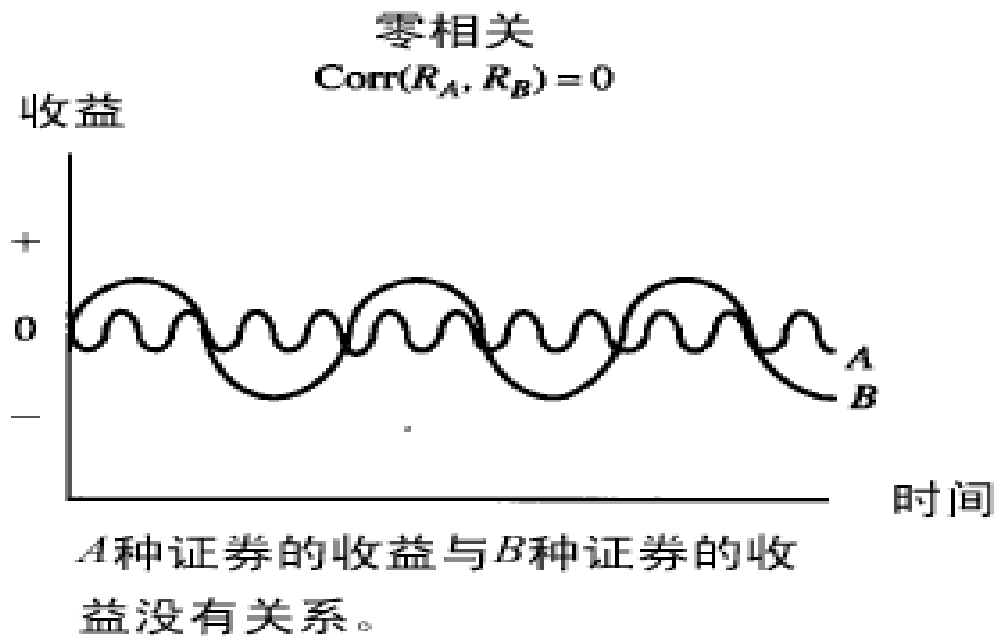
完全负相关

完全负相关
 $\text{Corr}(R_A, R_B) = -1$



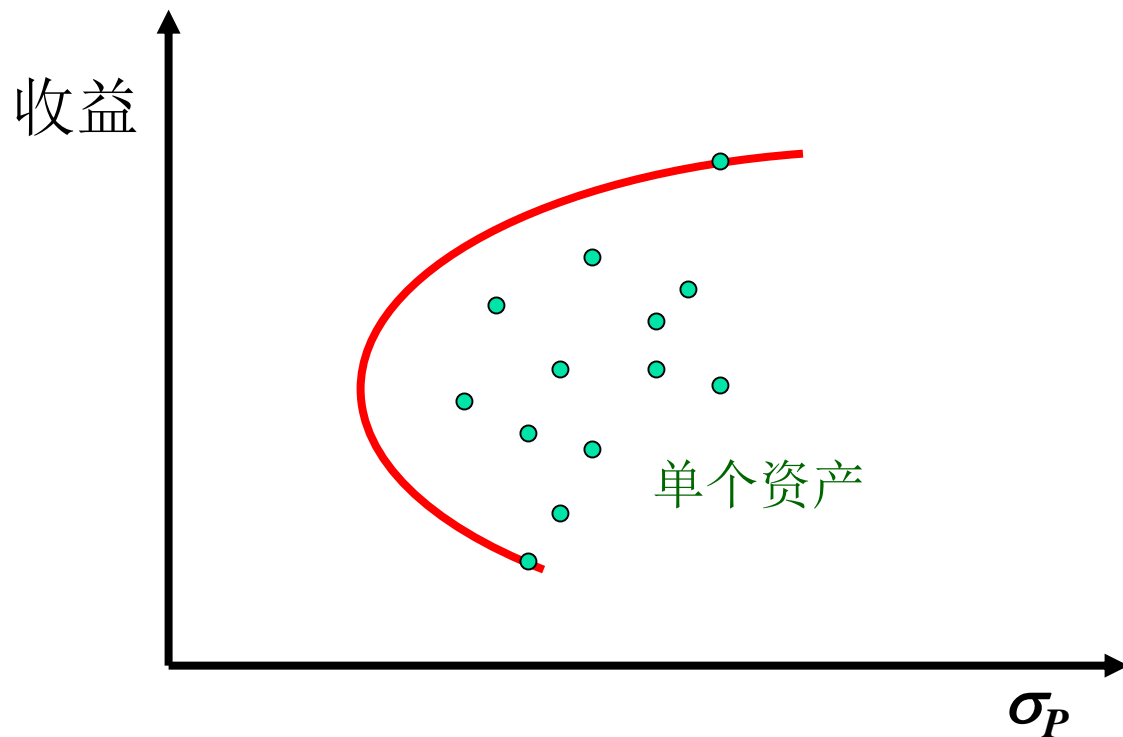
A种证券的收益高于平均收益，
而B种证券的收益低于平均收益。

零相关（不相关）



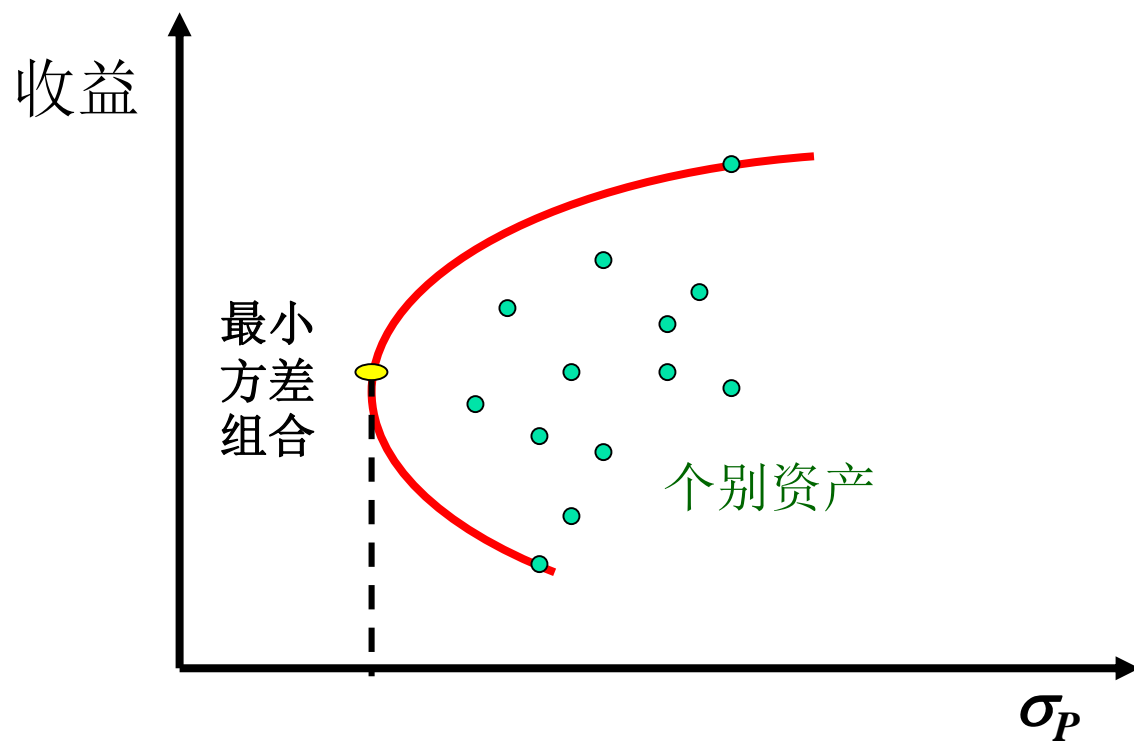
多种资产组合的有效集

- 考虑多种风险资产的情形：我们仍然可以找到多种资产组合风险和收益的机会集



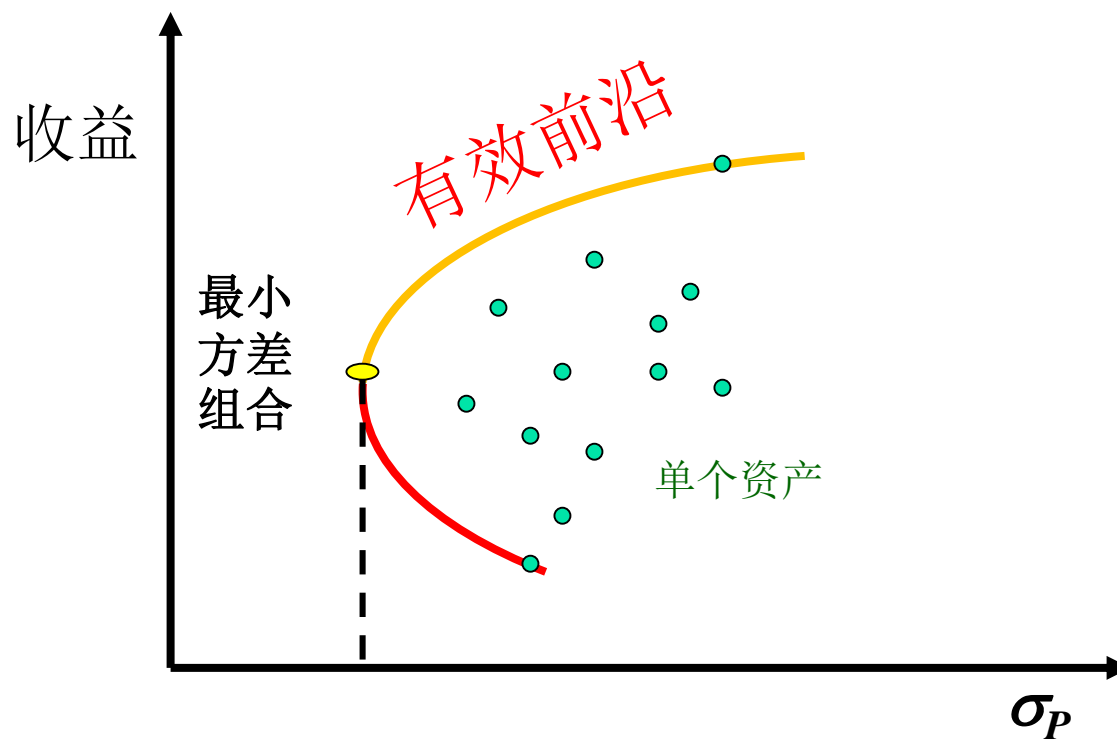
多种资产组合的有效集

- 在机会集上找到最小方差组合

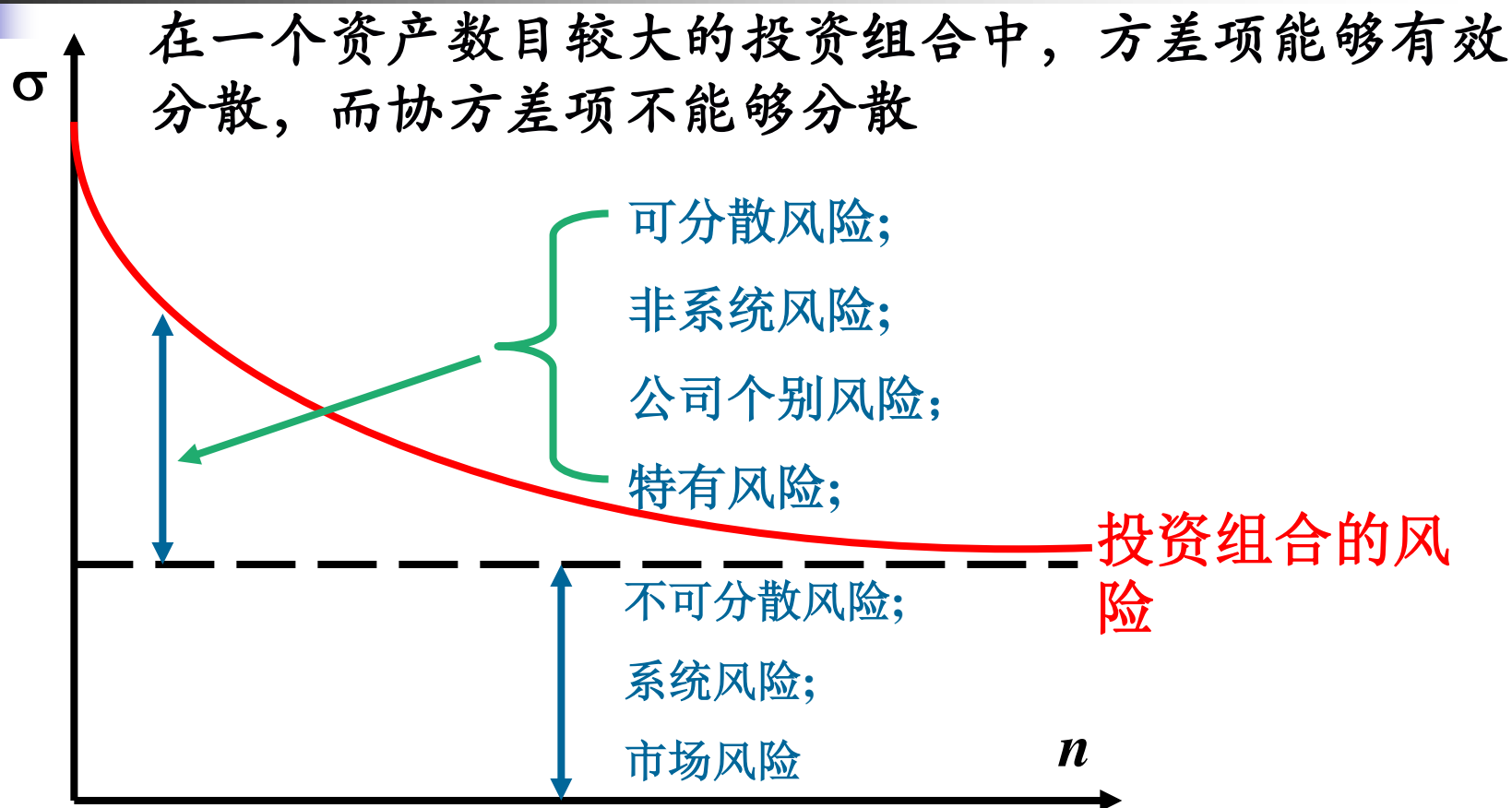


多种资产组合有效集

- 高于最小方差组合的机会集是有效前沿



投资组合的风险是投资组合中股票数目的函数



多样化可以减小单个证券的一部分风险，而不是全部风险



实例：购买股票组合

- 持股策略 (Strategy)：购买并持有 (Buy and Hold)
- 持有时间：2009-03-05 ~ 2009-04-15
- 单支股票：深发展 (000001) —— 银行业
- 表现：
 - 收益率：7.59%
 - 标准差：0.6801



实例：购买股票组合

- 增加股票数量，分散风险，优化组合。
- 增加四只股票，新的投资组合为：

股票名称	股票代码	所属行业（证监会分类）
深发展A	000001	银行业
万科	000002	房地产开发与经营业
世纪星源	000005	科学研究、技术服务和地质勘查业
邯郸钢铁	600001	黑色金属冶炼及压延加工业
白云机场	600004	机场及航空运输辅助业

- 新的投资组合中股票涉及银行、地产、技术、计算机和交通五个行业，并且分别在深市和沪市上市。



实例：购买股票组合

- 不同行业之间的相关系数显然小于1，甚至某些行业之间的相关系数可能为负，这样，就有效地对冲分散了各公司（股票）的个别（非系统）风险。
- 组合中的股票来自不同的股票交易所，也分散了某一个交易所可能存在的系统风险。
- 新的投资组合的表现
 - 收益率： $8.76\% > 7.59\%$
 - 标准差： $0.3908 < 0.6801$
- 新组合的收益率有了提高，而标准差却下降，可以看出投资组合的优势。



实例：购买股票组合

- 继续增加股票数量到十只
- 新增加的股票为：

股票名称	股票代码	所属行业（证监会分类）
长城开发	000021	计算机及相关设备制造业
G深赤湾	000022	交通运输辅助业
东风汽车	600006	汽车制造业
青海华鼎	600243	普通机械制造业
广州药业	600332	医药制造业

- 新的股票以制造业为主，但是涉及不同行业



实例：购买股票组合

- 组合被进一步优化，新的投资组合的表现：
 - 收益率：12.21% > 8.76%
 - 标准差：0.3629 < 0.3908
- 新组合的收益率再次提高，标准差再次下降



实例：购买股票组合

- 继续增加股票数量到二十
- 新增加的股票为：

股票名称	股票代码	所属行业（证监会行业分类）
新都酒店	000033	旅馆业
冀东水泥	000401	水泥制造业
南京中北	000421	市内公共交通业
晨鸣纸业	000488	造纸及纸制品业
赛迪传媒	000504	出版业
三元股份	600429	乳产品制造业
六国化工	600470	化学原料及化学制品制造业
安泰集团	600408	炼焦业
安徽水利	600502	电力、蒸汽、热水的生产和供应业
金晶科技	600586	非金属矿物制品业



实例：购买股票组合

- 新的投资组合股票数量更多，所涉及的行业也更加分散，但是投资组合的表现与十只股票的时候没有明显变化：
 - 收益率：12.09% (vs 12.21%)
 - 标准差：0.3761 (vs 0.3629)



实例：购买股票组合

- 继续增加股票数量到三十
- 新增加的股票为：

股票名称	股票代码	所属行业（证监会行业分类）
万家乐	000533	电器机械及器材制造业
泰山石油	000554	能源批发业
亿城股份	000616	餐饮业
模塑科技	000700	塑料制造业
天山纺织	000813	纺织业
百利电气	600468	普通机械制造业
华丽家族	600503	计算机软件开发与咨询
腾达建设	600512	土木工程建筑业
新华医疗	600587	医疗器械制造业
永生数据	600613	信息传播服务业



实例：购买股票组合

- 新的投资组合表现：
 - 收益率：13.22% (vs 12.09%)
 - 标准差：0.3906 (vs 0.3761)
- 与二十支股票时类似，当组合中股票数目达到三十只时，收益率的增长和标准差的下降变化都变得不那么显著（与股票数量从五到十时相比）。
- 原则上只有持有市场中所有股票才可以完全分散个别（非系统）风险，但是实际操作中并不需要持有所有股票，即可达到近似的效果。



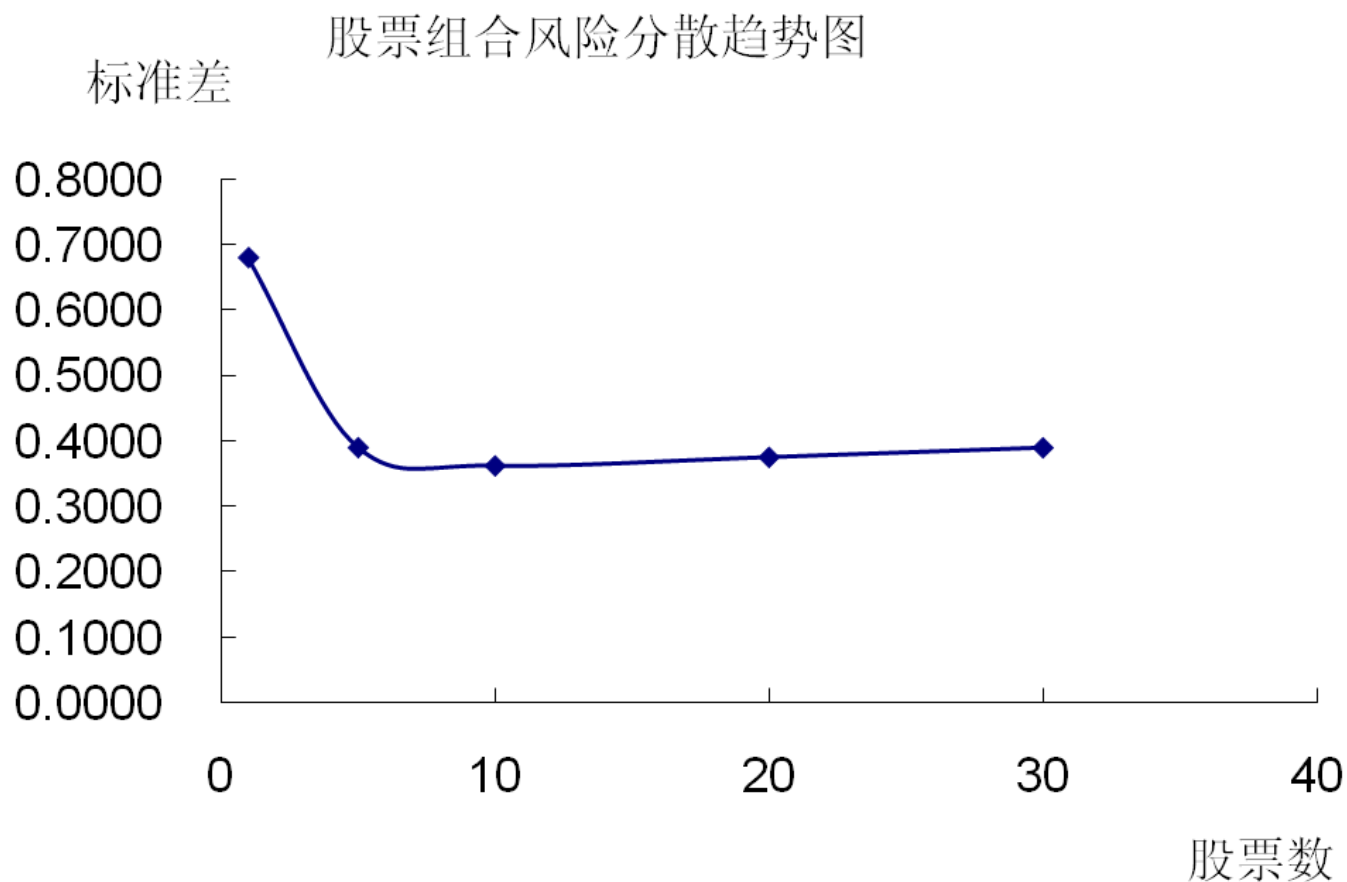
实例：购买股票组合

- 不同股票数量下投资组合的收益和风险情况：

组合中股票数量	收益率 (%)	日收益标准差
1	7.59	0.6801
5	8.86	0.3908
10	12.21	0.3629
20	12.09	0.3761
30	13.22	0.3906

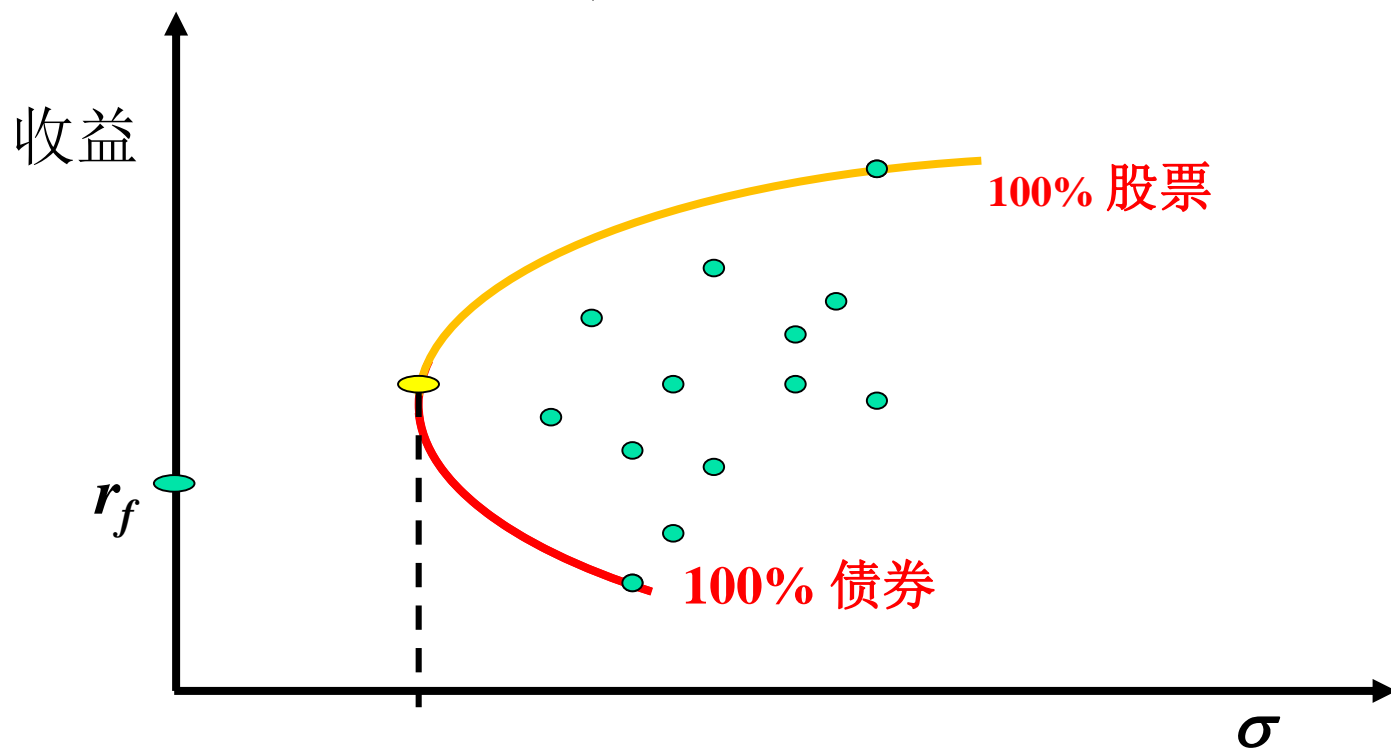
数据来源：清华大学金融数据库

实例：购买股票组合



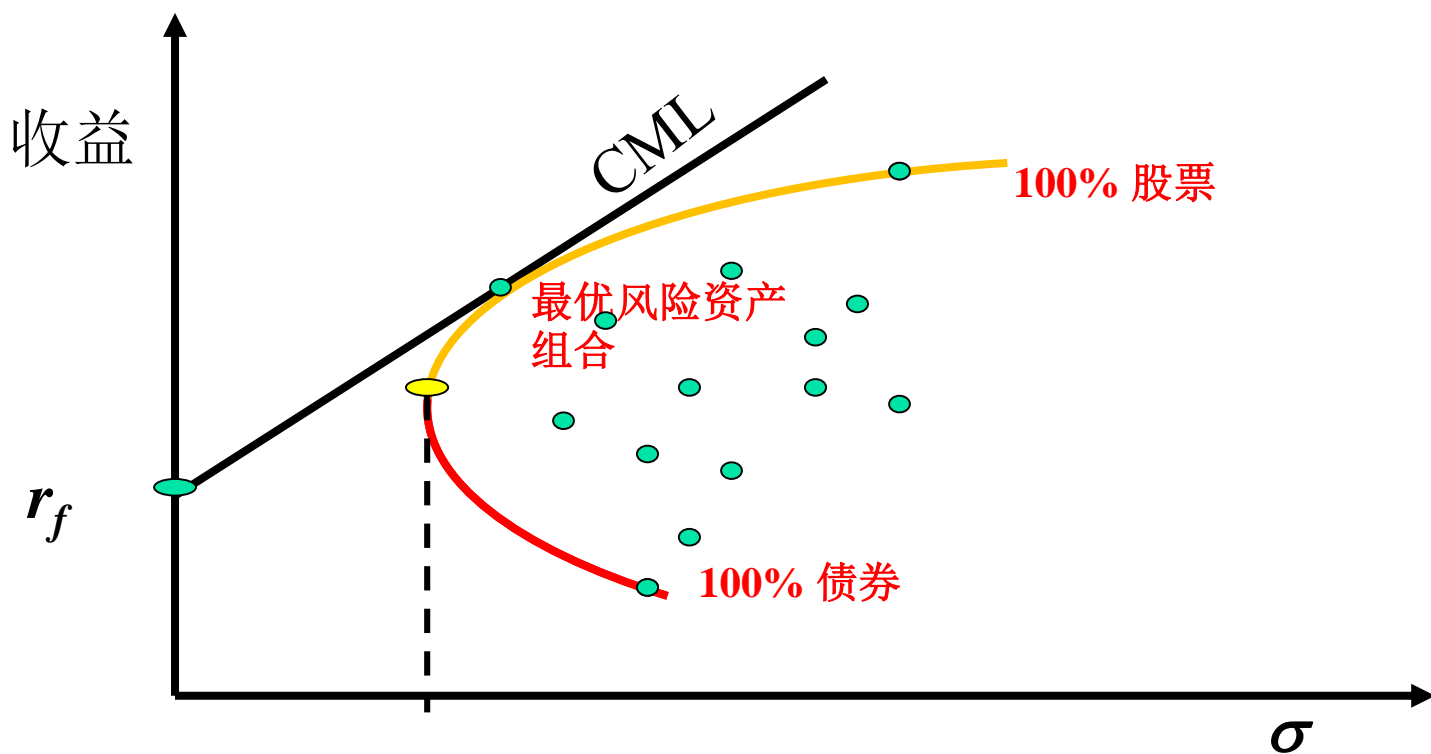
有一种无风险资产的最优投资组合

- 除了股票和债券，还要考虑存在无风险证券的情形，比如投资于美国国库券



无风险的借和贷

- 投资者可以把钱分别投资在美国国库券和风险资产组合上





无风险资产与风险资产的组合

- 无风险利率

- 期望收益：10%；方差：0

- Merville股票

- 期望收益：14%；方差：0.20

$$\text{组合的期望收益} = X_{\text{风险}} \mu_{\text{风险}} + X_{\text{无风险}} \mu_{\text{无风险}}$$

$$\text{组合的风险} = X_{\text{风险}}^2 \sigma_{\text{风险}}^2 + 2X_{\text{风险}} X_{\text{无风险}} \sigma_{\text{风险、无风险}} + X_{\text{无风险}}^2 \sigma_{\text{无风险}}^2 = X_{\text{风险}}^2 \sigma_{\text{风险}}^2$$

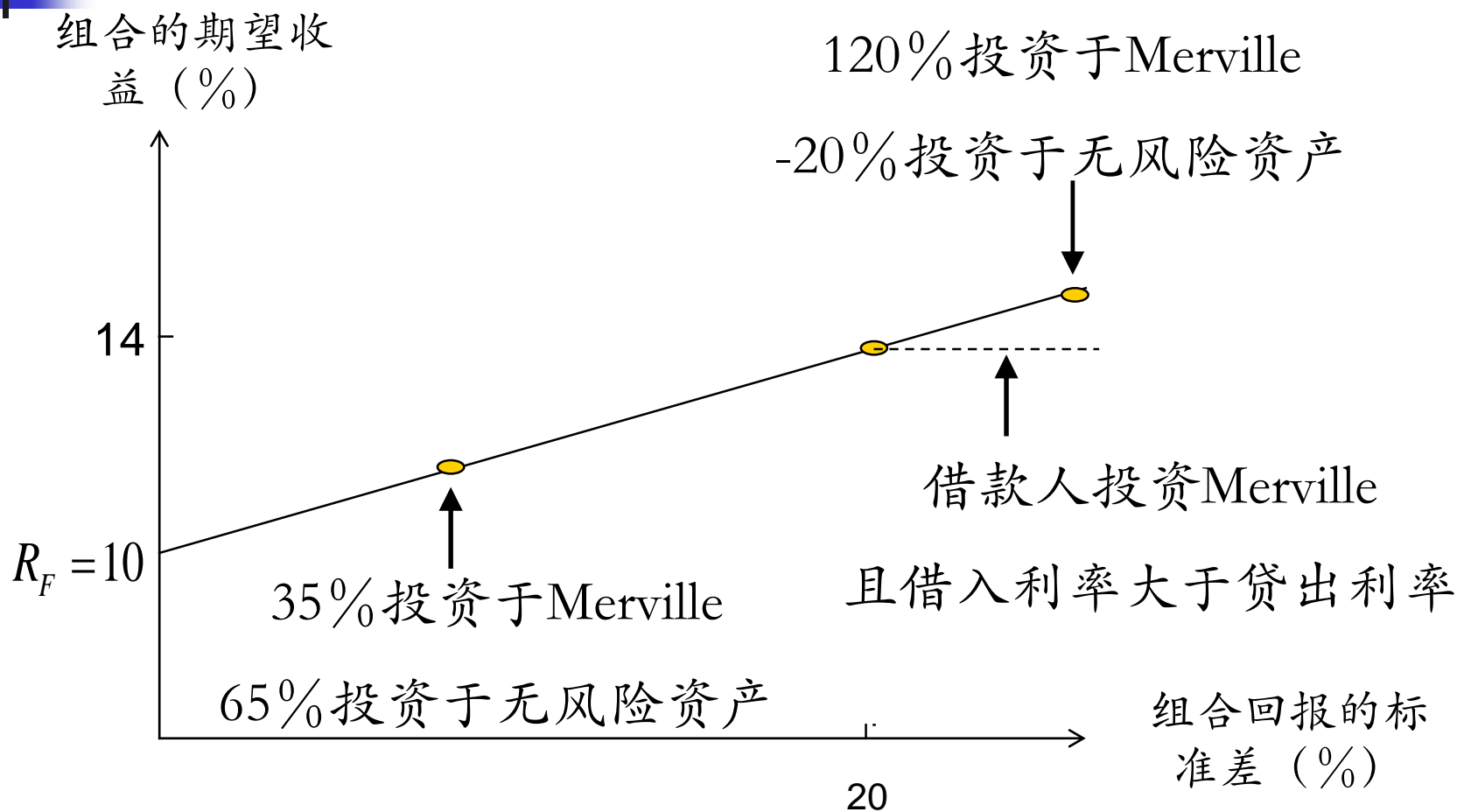
- 一个例子：

$$X_{\text{风险}} = 0.35 \quad X_{\text{无风险}} = 0.65$$

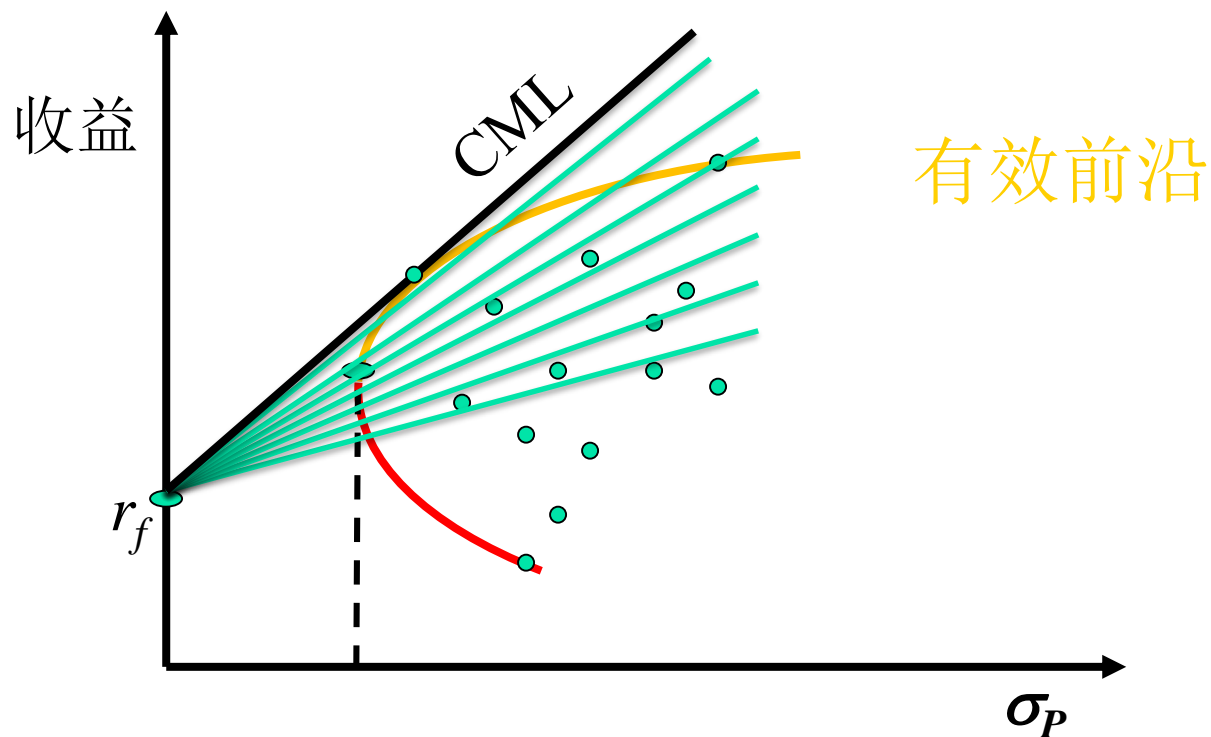
$$\text{组合的期望收益} = 0.35 \times 0.14 + 0.65 \times 0.10 = 11.4\%$$

$$\text{组合的标准差} = X_{\text{风险}} \sigma_{\text{风险}} = 0.35 \times 0.2 = 0.07$$

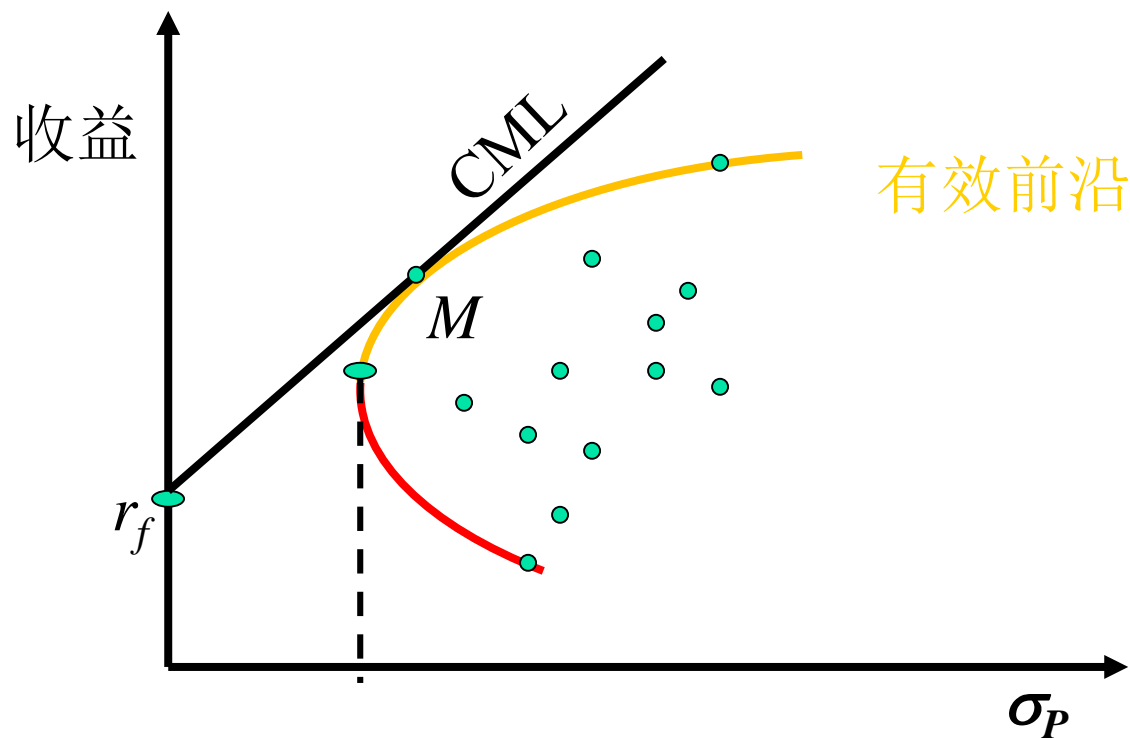
无风险资产与风险资产的组合



- 找到无风险资产和有效前沿以后，我们选择斜率最大的一条切线为资本市场线



- 找到资本市场线以后，投资者在该直线上选择一点——无风险资产和市场组合 M 的某个组合。在一个具有共同期望的世界中， M 对于所有投资者都是一样的





风险的定义：投资者持有市场组合M

- 研究人员指出在一个大型投资组合中，单个证券最佳的风险量度是这个证券的 *beta* (*b*)
- 贝塔系数度量一种证券对于市场组合变动的反应程度

$$\beta_i = \frac{Cov(R_i, R_M)}{\sigma^2(R_M)}$$



如何理解Beta?

- 如 $\beta = 1$ ，股票风险等于市场平均风险。
- 如 $\beta > 1$ ，股票风险高于市场平均风险。
- 如 $\beta < 1$ ，股票风险低于市场平均风险。
- 大部分股票的 β 都在0.5至1.5之间
- 股票能有负 β 吗?

用回归方程估计 β

证券回报率
(%)

证券特征线

Slope = β_i

市场回报率 (%)

$$R_i = \alpha_i + \beta_i R_m + e_i$$

期望收益和风险之间的关系： 资本资产定价模型 (CAPM)

- 市场的期望收益：

$$\bar{R}_M = R_F + \text{风险溢价}$$

- 单个证券的期望收益：

$$\bar{R}_i = R_F + \beta_i \times \underbrace{(\bar{R}_M - R_F)}_{\text{市场风险溢价}}$$

这个公式可以应用于多样化投资组合中的单个证券



单个证券的期望收益

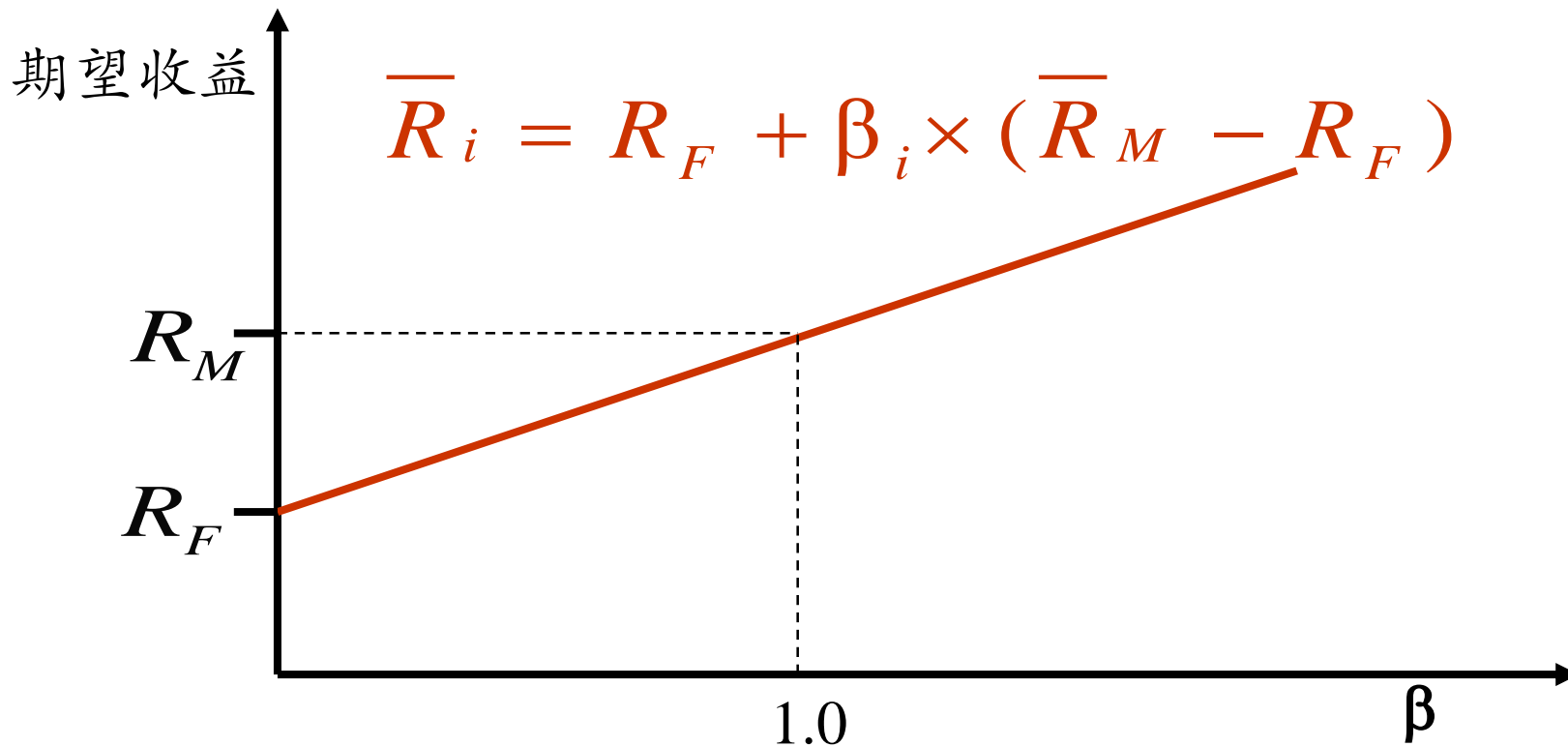
- 资本资产定价模型(CAPM):

$$\bar{R}_i = R_F + \beta_i \times (\bar{R}_M - R_F)$$

某种证券的期望收益 = 无风险资产收益率 + 证券的贝塔系数 × 市场风险溢价

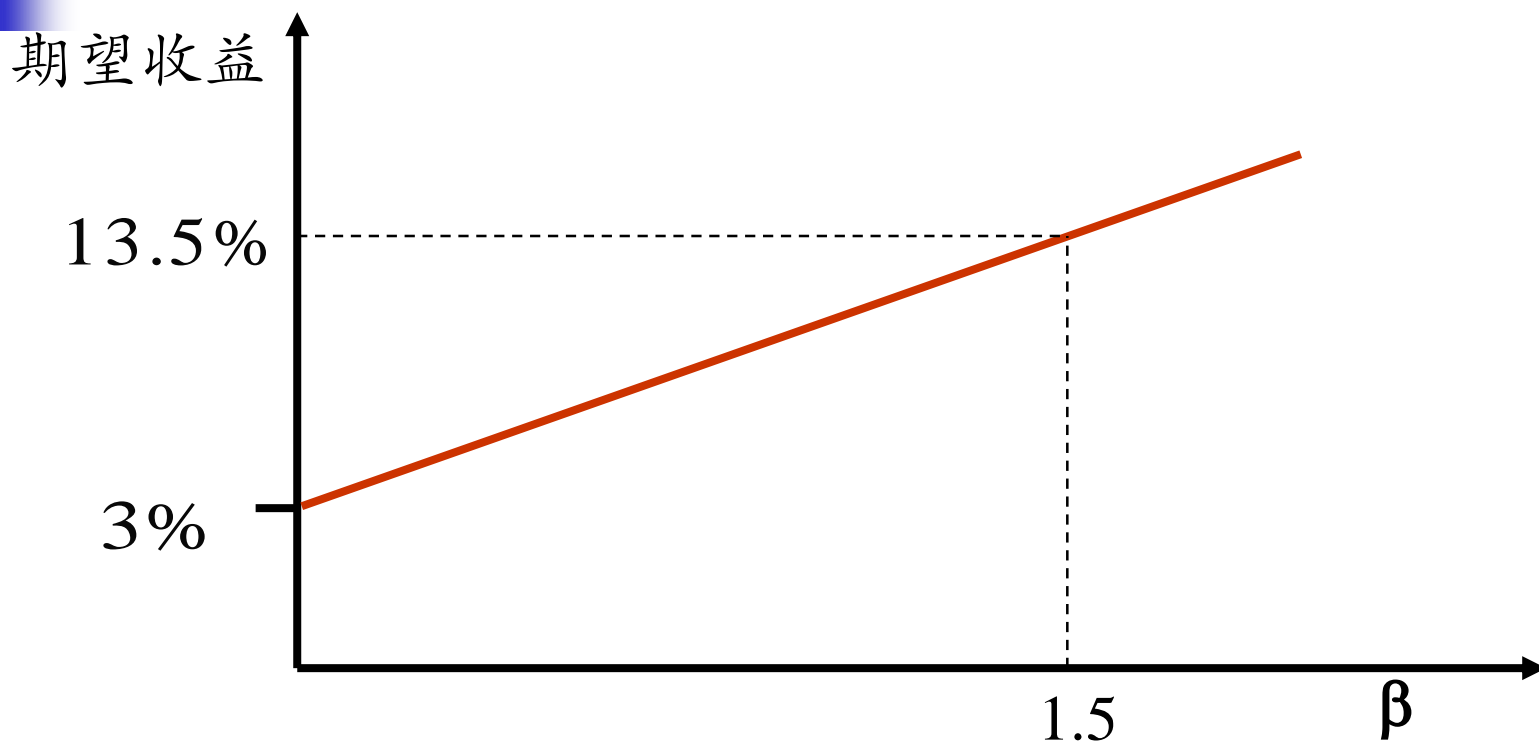
- 假设 $b_i = 0$, 则某种证券的期望收益正好等于无风险资产的收益率 R_F
- 假设 $b_i = 1$, 则 $\bar{R}_i = \bar{R}_M$

期望收益和风险之间的关系



$$\bar{R}_i = R_F + \beta_i \times (\bar{R}_M - R_F)$$

期望收益与风险之间的关系



$$\beta_i = 1.5 \quad R_F = 3\% \quad \bar{R}_M = 10\%$$

$$\bar{R}_i = 3\% + 1.5 \times (10\% - 3\%) = 13.5\%$$



第四章

4.3 风险、资本成本与 资本预算



风险、资本成本与资本预算

主要内容:

- 权益资本成本
- 贝塔的估计与确定
- 基本模型的扩展

权益资本成本

有多余现金的公司

支付现金股利

股东将股利投资
金融资产

有多余现金的公司可以支付股利或者投资新项目

投资新项目

股东的最终价
值

因为股东可以将股利重新投资于金融资产，所以只有项目的期望收益率大于风险水平相当的金融资产的期望收益率时，项目才可行。



权益资本成本

- 从企业的角度来看，期望收益就是权益资本成本：

$$\bar{R}_i = R_F + \beta_i (\bar{R}_M - R_F)$$

- 为了估计企业的权益资本成本，我们需要知道以下三个变量：

1. 无风险利率, R_F
2. 市场风险溢价, $\bar{R}_M - R_F$

3. 公司的贝塔系数, $\beta_i = \frac{Cov(R_i, R_M)}{Var(R_M)} = \frac{\sigma_{i,M}}{\sigma_M^2}$



一个例子

- 假设Stansfield公司股票的贝塔系数为 2.5。公司属于100%股权融资
- 假设无风险利率为5%，市场风险溢价为10%
- 这个公司的折现率应为多少？

$$\bar{R} = R_F + \beta_i (\bar{R}_M - R_F)$$

$$\bar{R} = 5\% + 2.5 \times 10\%$$

$$\bar{R} = 30\%$$

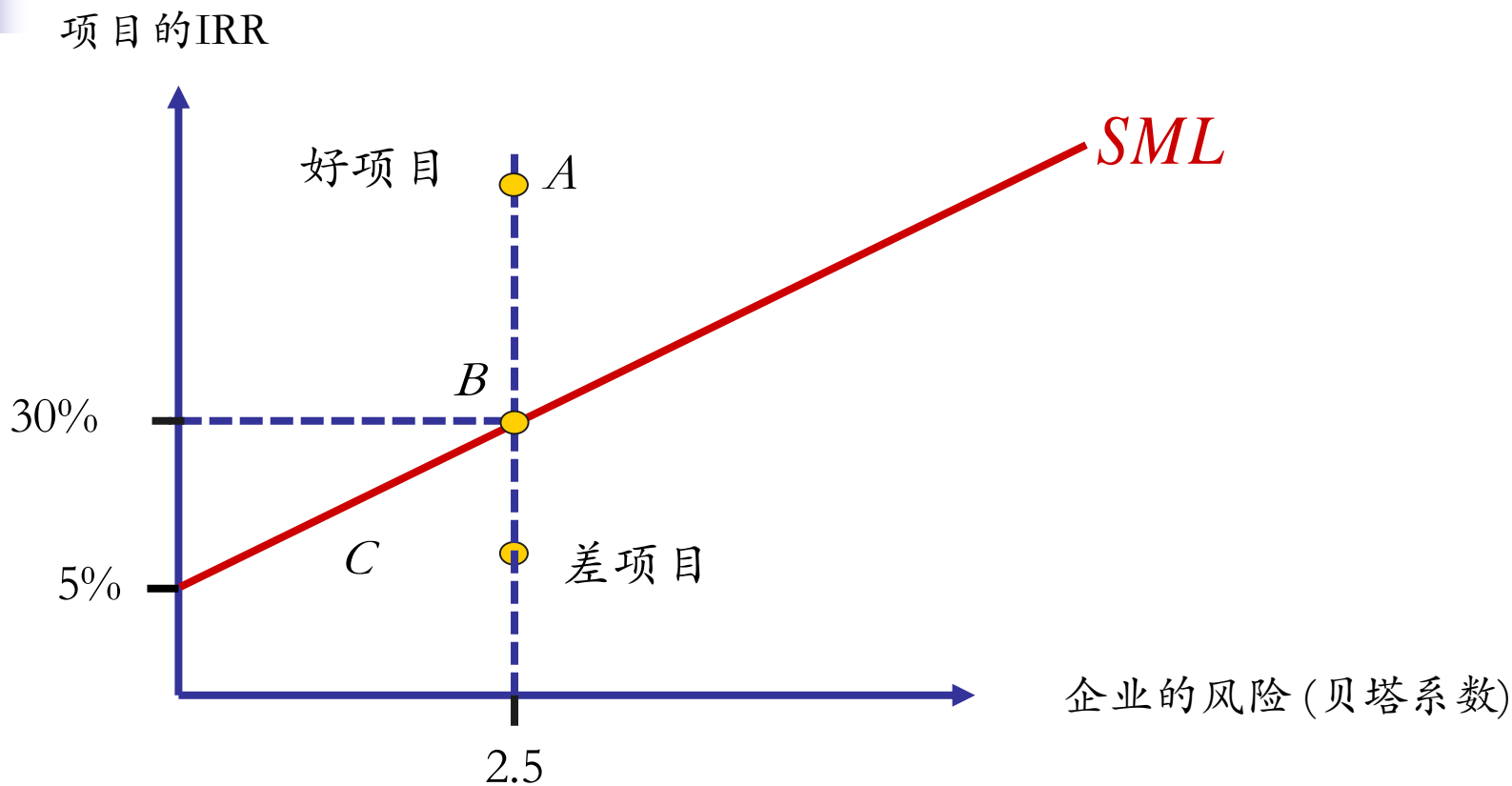


例子（续）

假设Stansfield公司现在要评价以下互斥项目。每个项目的成本为100美元，为期一年。

项目	β 系数	下一年期 望现金流	IRR	NPV（折现 率为30%）
A	2.5	\$150	50%	\$15.38
B	2.5	\$150	30%	\$0
C	2.5	\$150	10%	-\$15.38

运用证券市场线估计风险项目 经风险调整后的折现率



一个无负债企业应接受内部收益率大于权益资本成本的项目，淘汰内部收益率小于权益资本成本的项目



例子

- 阿尔发航空公司是一个无负债公司
- 贝塔系数1.21，市场溢价9.5%，无风险利率5%
- 期望收益率： $5\% + (1.21 \times 9.5\%) = 16.495\%$
- 项目决策

项目	项目贝塔	期望现金流量	内部收益率	NPV (折现率为 16.495%)	可行或不可行
A	1.21	140	40%	20.2	可行
B	1.21	120	20%	3.0	可行
C	1.21	110	10%	-5.6	不可行



基本模型的扩展

- 企业与项目
- 有负债情况下的资本成本

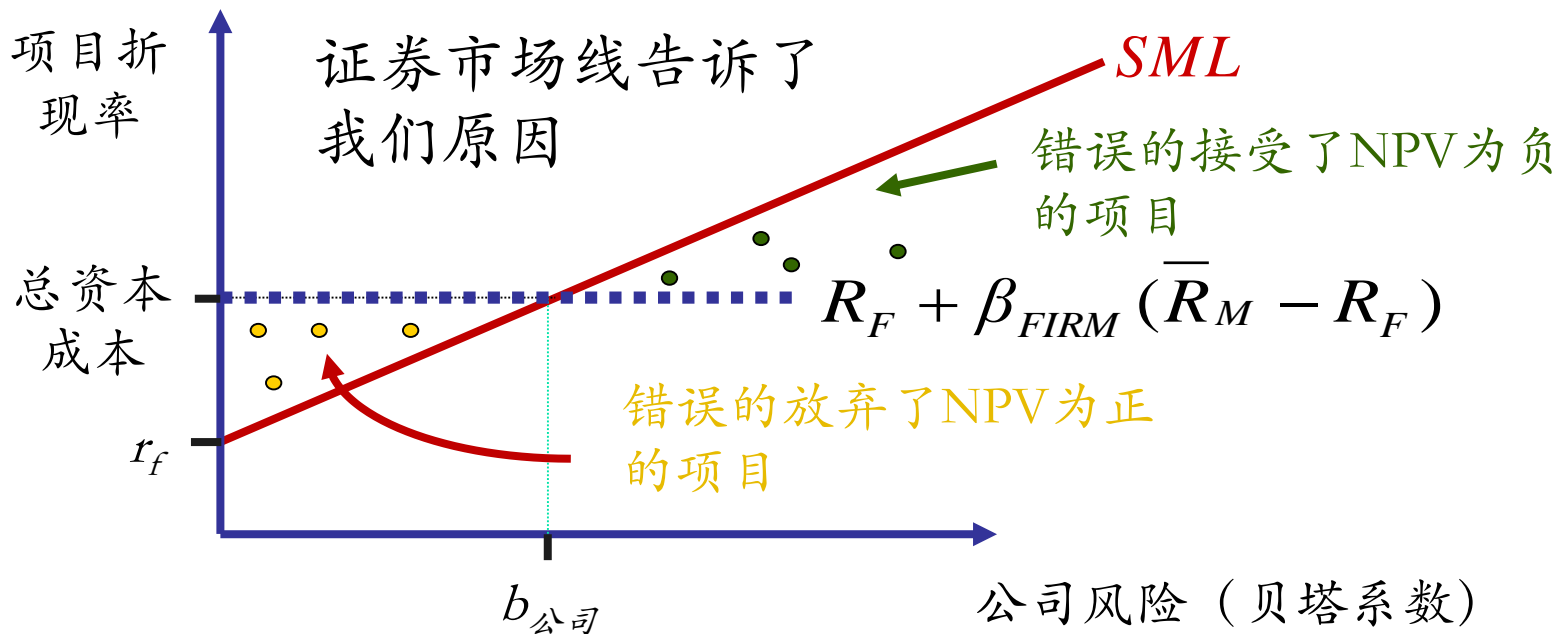


公司与项目

- 任何项目的资本成本都取决于资本的用途而不是来源.
- 所以, 项目的资本成本取决于项目的风险而不是公司的
风险

资本预算与项目风险

- 公司对所有的项目都使用一个折现率会增加公司的风险，并与此同时减小公司价值





资本预算与项目风险

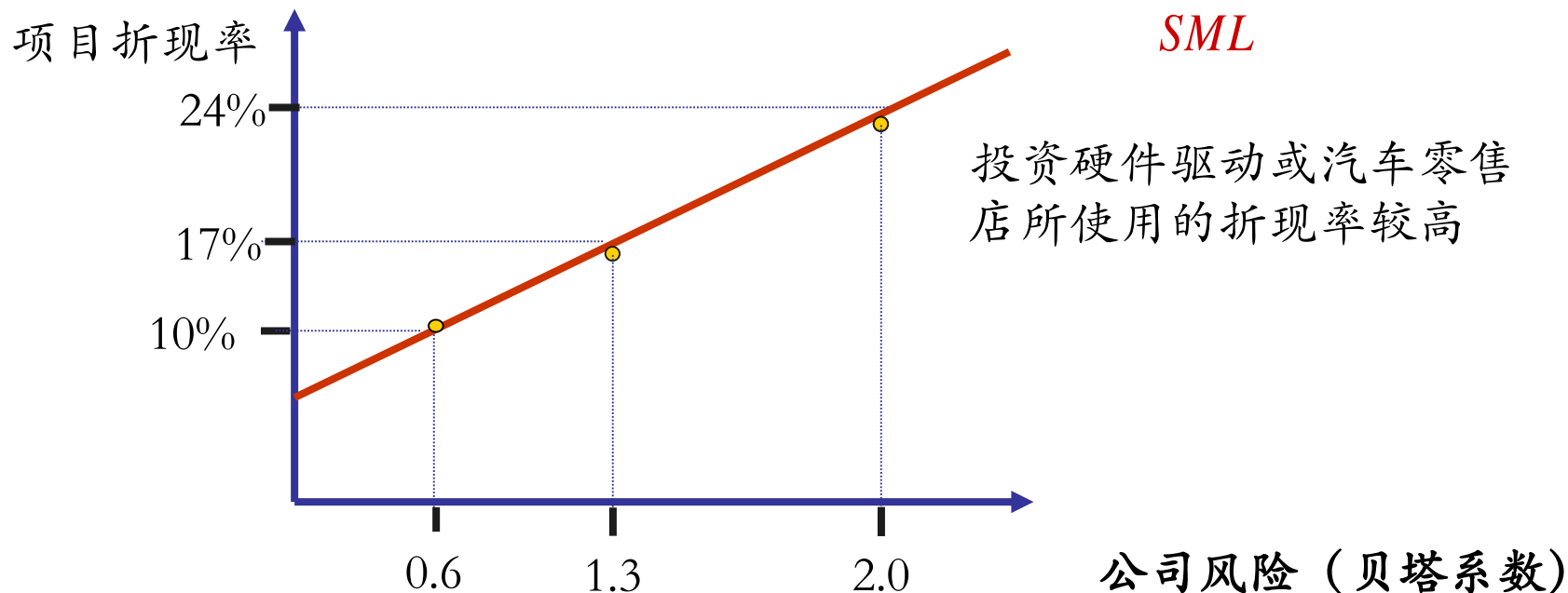
- 设想Conglomerate公司根据CAPM计算出的资本成本为 17%，无风险利率为4%，市场风险溢价为10%，公司的贝塔系数为 1.3.

$$17\% = 4\% + 1.3 \times [14\% - 4\%]$$

- 公司投资项目的组成为：
 - 1/3 汽车零售店的 $b = 2.0$
 - 1/3 计算机硬件驱动公司的 $b = 1.3$
 - 1/3 电力公司的 $b = 0.6$
 - 资产的平均 $b = 1.3$

当评估一个新的发电厂项目时，使用的资本成本为多少？

资本预算与项目风险



$$r = 4\% + 0.6 \times (14\% - 4\%) = 10\%$$

10%反映了投资发电厂的资本的机会成本，假设给定项目的风险



有负债情况下的资本成本

- 资本成本的加权平均：

$$r_{WACC} = \left(\frac{S}{S+B} \right) \times r_S + \left(\frac{B}{S+B} \right) \times r_B \times (1 - T_C)$$

- 这是因为利息是抵税的，所以最后一项乘以 $(1 - T_C)$



一个例子

- 某企业债务的市场价值：4000万美元
- 股票的市场价值：6000万美元
- 债务的利率：15%，所得税：34%
- 市场风险溢价：9.5%，贝塔：1.41
 - 税后的债务成本： $15\% \times (1 - 0.34) = 9.9\%$
 - 权益成本： $r_s = R_F + \beta \times [\bar{R}_M - R_F] = 11\% + 1.41 \times 9.5\% = 24.40\%$
 - 资本成本： $r_{wacc} = \frac{B}{B+S} \times r_B \times (1 - T_C) + \frac{S}{B+S} \times r_s = 18.60\%$



国际纸业公司的资本成本估计

- 首先，我们估计股权资本成本和债务资本成本
 - 我们要估计股权资本成本就要先确定股权贝塔
 - 我们可以用公司负债的到期收益率来估计债务资本成本
- 然后，我们用两个成本的加权平均来确定WACC



国际纸业公司的资本成本估计

- 行业平均贝塔系数为0.82，无风险利率为8%，市场风险溢价为9.2%
- 股权资本成本为：

$$\begin{aligned} r_e &= R_F + \beta_i (\bar{R}_M - R_F) \\ &= 8\% + 0.82 \times 9.2\% \\ &= 15.54\% \end{aligned}$$



国际纸业公司的资本成本估计

- 公司债务的收益率为8%，公司的边际税率为 37%
- 负债—价值比为32%

$$\begin{aligned} r_{WACC} &= \left(\frac{S}{S+B} \right) \times r_S + \left(\frac{B}{S+B} \right) \times r_B \times (1 - T_C) \\ &= 0.68 \times 15.54\% + 0.32 \times 8\% \times (1 - .37) \\ &= 12.18\% \end{aligned}$$

国际纸业公司的资本成本为12.18%。如果认为项目风险等于公司风险，项目杠杆等于公司杠杆，那么12.18%就是折现率



案例1

- 波西瓦对长期公司债券有1000万美元的投资，该债券投资组合的期望年收益率为9%，年标准差为10%。
- 波西瓦的财务顾问阿曼达建议其考虑对一个严格追踪标准普尔500指数的指数基金进行投资，已知指数基金的期望收益为14%，标准差为16%。



案例1

- (a) 假设波西瓦将其全部资金投入指数基金与国库券(6%的收益率)的组合,他能否在不改变其投资组合风险的情况下,提高其期望收益?
- (b) 波西瓦对公司债券的投资组合与指数基金进行等额投资,这样投资是否更佳? 假设债券投资组合与指数基金的相关系数为+0.1。



案例1

- (a) 波西瓦当前的债券投资组合的标准差是10%，而国库券的标准差为 $\sigma_1=0\%$ ，指数基金的标准差为 $\sigma_2=16\%$ ，因此波西瓦需要分别确定投资在国库券和指数基金的投资比例以使该新的投资组合的年标准差为10%。

$$\sigma_p^2 = x_1^2 \sigma_1^2 + 2x_1 x_2 \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12} + x_2^2 \sigma_2^2$$

$$(0.10)^2 = 0 + 0 + x_2^2 (0.16)^2$$

$$x_2 = 0.625, \quad x_1 = 0.375$$

$$r_p = x_1 r_1 + x_2 r_2, \quad r_p = 0.375 \times 0.06 + 0.625 \times 0.14 = 0.11 = 11\%$$

因此，通过投资国库券和技术基金，波西瓦可以在保持风险不变的情况下提高自己的期望收益率。



案例1

- (b) 对公司债券的投资组合与指数基金进行等额投资,

期望收益: $r_p = x_1 r_1 + x_2 r_2 = 0.5 * 0.09 + 0.5 * 0.14 = 11.5\%$

标准差:

$$\sigma_p^2 = (0.5)^2(0.10)^2 + 2(0.5)(0.5)(0.10)(0.16)(0.10) + (0.5)^2(0.16)^2$$

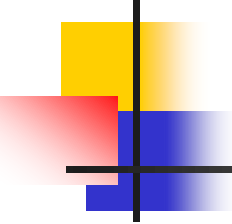
$$\sigma_p^2 = 0.0097, \sigma_p = 0.985 = 9.85\%$$

因此, 对二者进行等额投资不仅提高了期望收益率还降低了风险。



案例2

- 某石油公司考虑对两个油井进行1000万美元的投资：油井1可望在今后10年里每年产出价值300万美元的石油，油井2可望在今后15年里每年生产200万美元的石油，这些都是实际现金流（已剔除通货膨胀因素）
- 已知油井的贝塔为0.9，市场风险溢酬为8%，名义无风险利率为6%，期望通货膨胀率为4%。
- 两口油井都有20%的可能是干井，干井意味着现金流为0，将彻底损失1000万美元的投资。忽略税收因素，如有必要可做进一步的假设。

- 
-
- (a) 对已经产油的油井产出的现金流，正确的贴现率为多少？
 - (b) 石油公司的总裁建议在实际贴现率中再加20个百分点，以抵补干井无油的风险。利用这种调整后的贴现率计算每口油井的净现值。
 - (c) 油井正确的净现值应该为多少？
 - (d) 为得到两口油井正确的净现值，是否可以在产油油井的贴现率添加某一个单一的臆造因素呢？请予以说明。



案例2

- (a) 对已经产油的油井产出的现金流，正确的贴现率为多少？
- 油井是干井的风险是与市场无关的，按照CAPM模型：

$$r_{\text{名义}} = 0.06 + (0.9 \times 0.08) = 0.132 = 13.2\%$$

$$\text{由 } (1 + r_{\text{名义}}) = (1 + r_{\text{实际}}) * (1 + r_{\text{通胀}})$$

$$\text{得： } r_{\text{实际}} = 1.132 / 1.04 - 1 = 0.0885 = 8.85\%$$

因此，已经产油的油井的贴现率为8.85%



案例2

- (b) 石油公司的总裁建议在实际贴现率中再加20个百分点，以抵补干井无油的风险。利用这种调整后的贴现率计算每口油井的净现值。

- $NPV_1 = -10\text{million} + [(3\text{million}) * 3.1914] = -\$425,800$

(其中， 3.1914是折现率为28.85%，10期的年金折现因子)

$$NPV_2 = -10\text{million} + [(2\text{million}) * 3.3888] = -\$3,222,300$$



案例2

- (c) 油井正确的净现值应该为多少?

- 油井1的期望现金流:

$$0.2*0 + (0.8*3\text{million}) = \$2.4\text{million}$$

- 油井2的期望现金流:

$$0.2*0 + (0.8*2\text{million}) = \$1.6\text{million}$$

用 $r_{\text{实际}}=8.85\%$ 进行折现:

$$\text{NPV}_1 = -10\text{million} + [(2.4\text{million}) * (6.4602)] = \$5,504,600$$

$$\text{NPV}_2 = -10\text{million} + [(1.6\text{million}) * (8.1326)] = \$3,012,100$$



案例2

- (d) 为得到两口油井正确的净现值，是否可以在产油油井的贴现率添加某一个单一的臆造因素呢？请予以说明。
- 显然，对油井1，我们可以找出一个贴现率，对其每年产生的3million的现金流进行折现，得到\$5,504,600的净现值；同样，对油井2也可以估计出一个折现率对每年产生的2million现金流折现，以得到\$3,012,100的净现值。但是，问题在于二者的贴现率并不相等，因为油井2较油井1其现金流由于回收期较长而被过多折现，因此，折现率的变动对油井2的影响要大于油井1。