

第 6 次作业

崔晏菲 自硕 21 2021210976

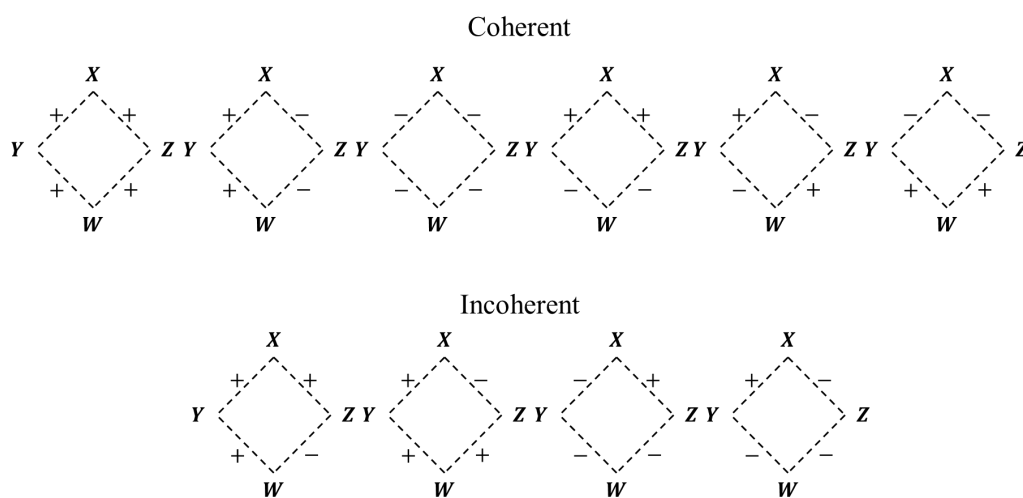
1. Network motif

解：

(1) $\langle N_{diamond} \rangle \approx a^{-1} \lambda^g N^{n-g}$, 其中 $n = g = 4$, 故

$$\langle N_{diamond} \rangle \sim \lambda^4 N^0。$$

(2) 共 10 种 distinct types, 其中的 6 种为 coherent, 如下图所示：



(3) 有了 S_x 之后, 因为 K_{zw} 的阈值更低, 所以 Z 会先激活, 之后 Y 再激活。因为对 W 这里有一个 & 逻辑, 所以只有 K_y 上升到 K_{yw} 后才会激活, 因此这里存在 sign-sensitive delays。

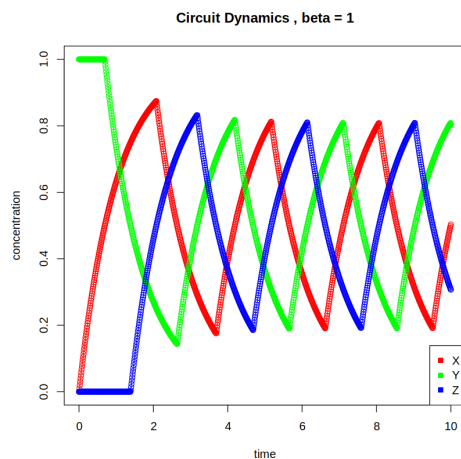
2. Gene production rate

解：

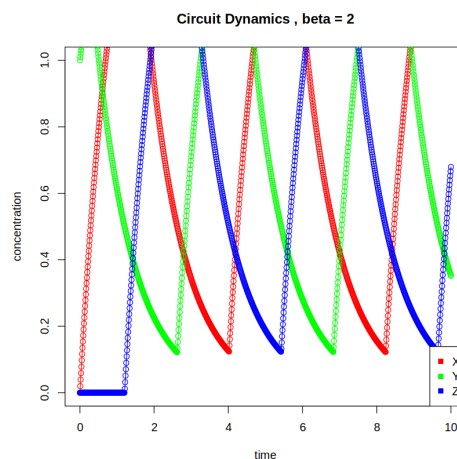
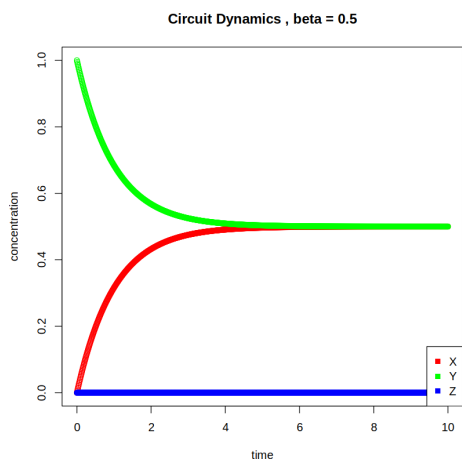
(1) 根据题目, 可以得到

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \beta I(z < K_{zx}) - x \\ \frac{dy}{dt} = \beta I(x < K_{xy}) - y \\ \frac{dz}{dt} = \beta I(y < K_{yz}) - z \end{cases}$$

用 R 中的 deSolve 进行仿真, 结果如下图所示。可以看出, 当 $\beta = 1$ 时会发生震荡。



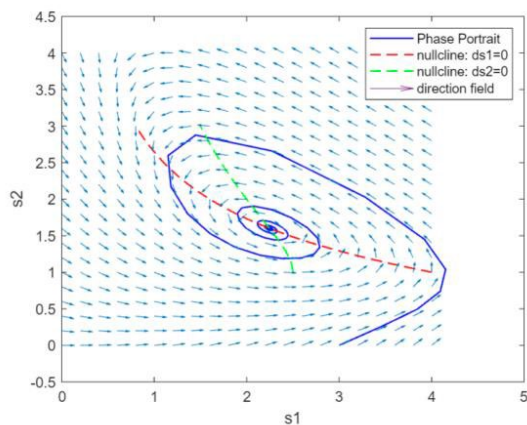
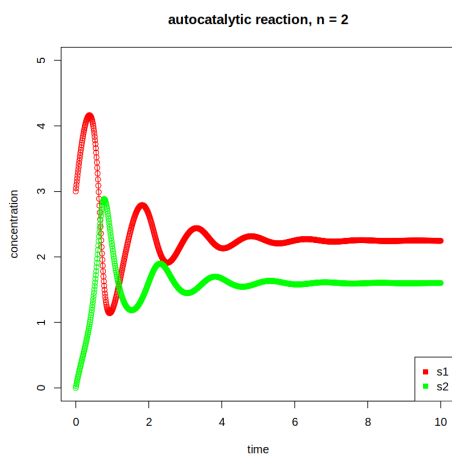
(2) 令 $\beta = 0.5$ ，仿真结果如下图所示，这时振荡消失。当 $\beta = 2$ 时，震荡仍然存在。



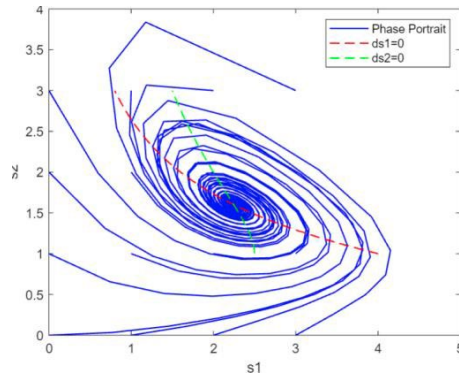
3. Autocatalytic reaction-1

解：

(1) (3) (4) 设置初值 $S1(0)=3$, $S2(0)=0$ ，使用 R 包 deSolve 进行仿真，结果如下图所示。使用 matlab 画 phase plane plot、nullcline 和 direction field，结果如下图所示。



(2) 设置 $S1$ 的初值为 $0:0.1:3$, $S2$ 的初值为 $0:0.1:3$ ，相轨迹图如下图所示：



(5) 稳定性分析

$$\begin{cases} \frac{ds_1(t)}{dt} = f(s_1(t), s_2(t)) = 8 - (1 + s_2^2(t))s_1(t) \\ \frac{ds_2(t)}{dt} = g(s_1(t), s_2(t)) = (1 + s_2^2(t))s_1(t) - 5s_2(t) \end{cases}$$

故

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial s_1} & \frac{\partial f}{\partial s_2} \\ \frac{\partial g}{\partial s_1} & \frac{\partial g}{\partial s_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 - s_2^2(t) & -2s_1(t)s_2(t) \\ 1 + s_2^2(t) & 2s_1(t)s_2(t) - 5 \end{bmatrix}$$

而此时 $\bar{s}_1 = 2.25, \bar{s}_2 = 1.60$, 故

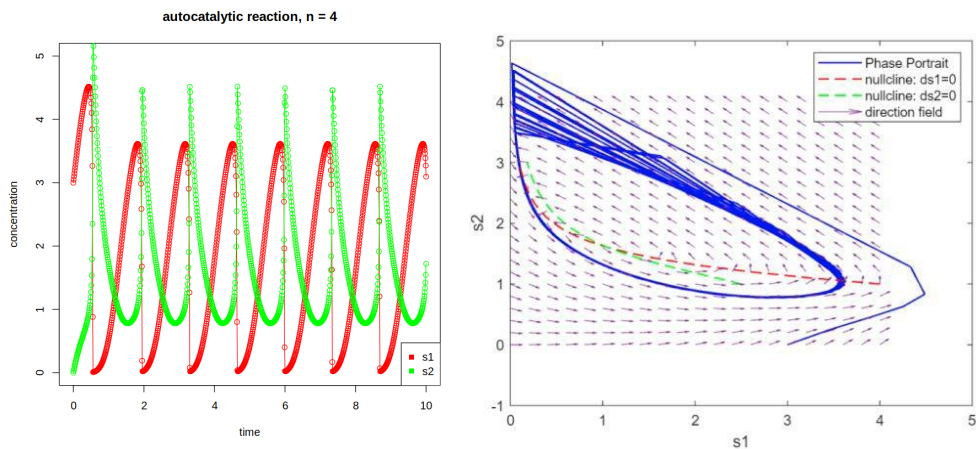
$$J = \begin{bmatrix} -1 - \bar{s}_2^2 & -2\bar{s}_1\bar{s}_2 \\ 1 + \bar{s}_2^2 & 2\bar{s}_1\bar{s}_2 - 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3.56 & -7.20 \\ 3.56 & 2.20 \end{bmatrix}$$

特征值为 $\lambda_1 = -0.68 + 4.16i, \lambda_2 = -0.68 - 4.16i$, 实部为负, 故稳定。

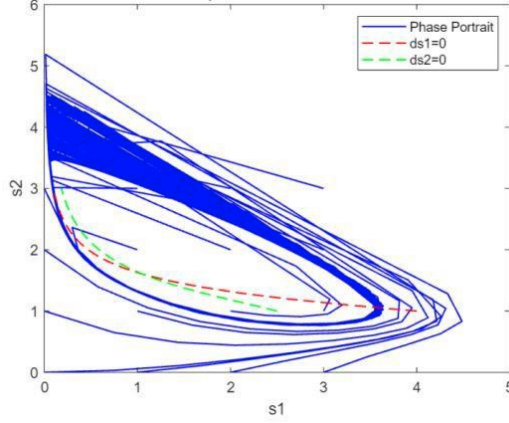
4. Autocatalytic reaction-2

解:

(1) (3) (4) 设置 $n=4$, 初值 $S1(0)=3, S2(0)=0$, 使用 R 包 deSolve 进行仿真, 结果如下图所示。使用 matlab 画 phase plane plot、nullcline 和 direction field, 结果如下图所示。



(2) 设置 $S1$ 的初值为 $0:0.1:3$, $S2$ 的初值为 $0:0.1:3$, 相轨迹图如下图所示:



(4) 稳定性分析

此时的雅可比矩阵为

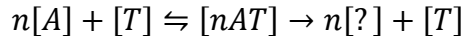
$$J = \begin{bmatrix} -7.55 & -17.37 \\ 7.55 & 12.37 \end{bmatrix}$$

特征值为 $\lambda_1 = 2.41 + 5.65i$, $\lambda_2 = 2.41 - 5.65i$, 故不稳定

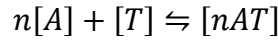
5. Fill Hill coefficient

解:

对于步骤 1, 有



使用 Conservation equation, 则有 $[T^*] + [nAT] = [T_T]$, Rate of complex formation 为 $k_{on1}[T^*][A]^n$, Rate of dissociation 为 $k_{off1}[nAT]$



$$\frac{d[nAT]}{dt} = k_{on}[A]^n[T^*] - k_{off}[nAT]$$

对于稳定态, 有 $\frac{d[nAT]}{dt} = 0$, 即 $K_1[nAT] = [A]^n[T^*]$, $K_1^n = \frac{k_{off1}}{k_{on1}}$

故

$$[T^*] = \frac{K_1[nAT]}{[A]^n} = \frac{K_1^n[T_T]}{[A]^n + K_1^n}$$

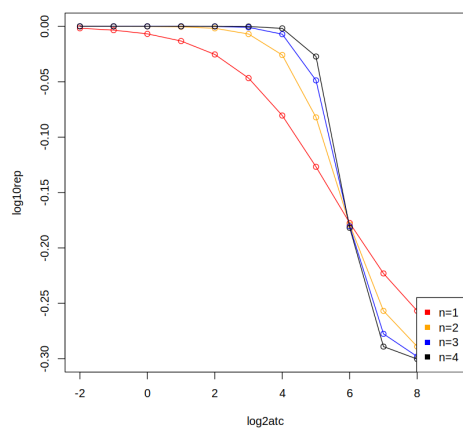
对于步骤 2, 有



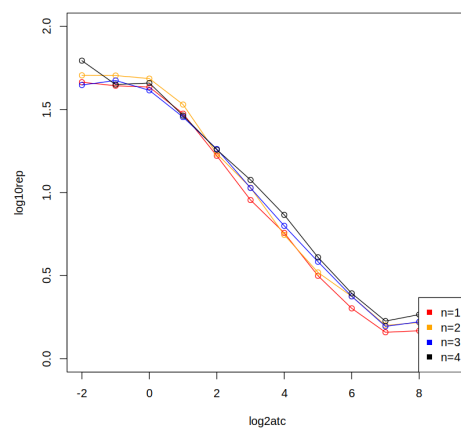
得到输入函数为

$$\frac{\beta[X]}{[X_T]} = \frac{\beta K_2}{\frac{K_1^n[T_T]}{[A]^n + K_1^n} + K_2} = \frac{\beta K_2([A]^n + K_1^n)}{K_1^n[T_T] + K_2([A]^n + K_1^n)}$$

仿真结果和实际数据如下图所示



仿真结果



实际数据