第4次作业

自硕21 崔晏菲 2021210976

1.解:

(a) $\min_x \ |Ax-b|_1$ s.t. $|x|_\infty \le 1$ $\iff$ $\min_{x,y} \ 1^T y$ $\quad y \in R^m$

$$\text{s.t.} \begin{cases} x_i \le 1, & i=1,\cdots,n \\ x_i \ge -1, & i=1,\cdots,n \\ -y \le Ax-b \le y \end{cases}$$

$-y \le a_k^T x - b_k \le y$

即 $\begin{cases} y \ge |a_k^T x - b_k| \\ |Ax-b|_\infty \le 1 \end{cases}$ 当我们达到最优时 $y_k = |a_k^T x - b_k|$ 即 $p^*(x) = |Ax-b|_1$.

即二者是一致的

(b) $\min_x \ |x|_1$ s.t. $|Ax-b|_\infty \le 1$ $\iff$ $\min_{x,y} \ 1^T y$

$$\text{s.t.} \ -y \le x \le y$$
$$-1 \le Ax-b \le 1$$

(c) $\min_x \ |Ax-b|_1 + |x|_\infty$ $\iff$ $\min_{x,y,t} \ 1^T y + t$

$$\text{s.t.} \ -y \le Ax-b \le y$$
$$-t1 \le x \le t1$$

2.解:

(1) $\max_y \ x^T y$ $\quad x^T y = \sum_{i=1}^n x_i y_i$

$$\text{s.t.} \begin{cases} 0 \le y \le 1 \\ 1^T y = r \end{cases} \qquad \frac{\partial (x^T y)}{\partial y_i} = x_i$$

故在这样的约束下

$$\max x^T y = \sum_{i=1}^r x_{[i]}$$

$(x \quad - \quad) \begin{pmatrix} y \\ | \\ v \end{pmatrix}$

(2) 根据线性规划的对偶问题可得第(1)问的对偶问题为

$$\min_{t,u} \ rt + 1^T u$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} u \geq 0 \\ t1 + u \geq x \end{cases}$$