

第9次作业

1. 解:

相关代码在同目录下的.ipynb文件中. 我用cvxpy包写的.

$$\text{解得 } \min P(x_4=1) = 0.48 \quad \max P(x_4=1) = 0.61$$

2. 解: 原问题是 $\min_{x \in \mathbb{R}^n} x^T Q x$ 的几何意义是在 n 个体积分别为 b_i 的椭球为轴沿 (a_i, a_i^T) 形状扩展的椭球表面的交集中寻找以 Q 为形状扩展的椭球的最小体积

s.t. $(a_i^T x)^2 = b_i$

$$\text{Lagrange 函数为 } L(x, \mu) = x^T Q x + \sum_{i=1}^m \mu_i ((a_i^T x)^2 - b_i) = x^T Q x + \sum_{i=1}^m \mu_i (x^T a_i a_i^T x - b_i)$$

$$\text{求偏导有 } \begin{cases} \frac{\partial L}{\partial x} = 2Qx + \sum_{i=1}^m 2\mu_i a_i a_i^T x = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \mu_i} = (a_i^T x)^2 - b_i = 0 \end{cases} \quad \text{得 } Q + \sum_{i=1}^m \mu_i a_i a_i^T \geq 0$$

$$\text{故对偶问题为 } \begin{aligned} & \max_{\mu \in \mathbb{R}^m} -\mu^T b \\ & \text{s.t. } Q + \sum_{i=1}^m \mu_i a_i a_i^T \geq 0 \end{aligned}$$