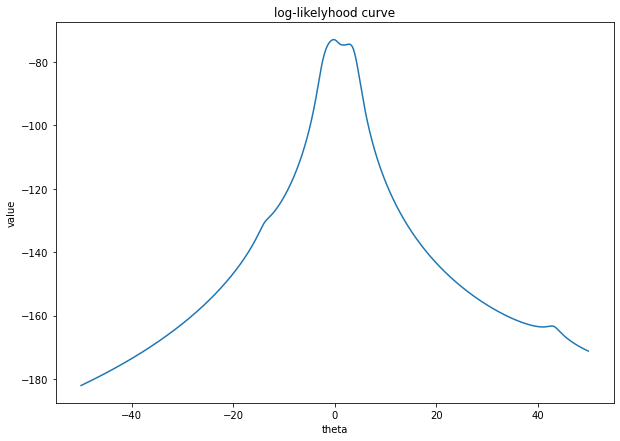
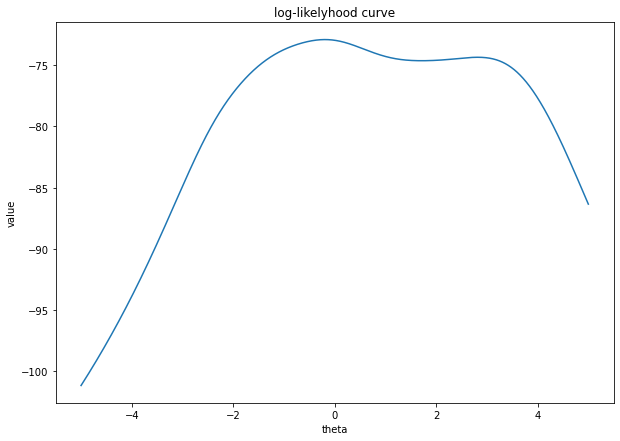
**高等统计计算第1次作业**

自硕21 崔晏菲 2021210976

注：因为我不会R，所以代码都是用python写的

2.1

a.



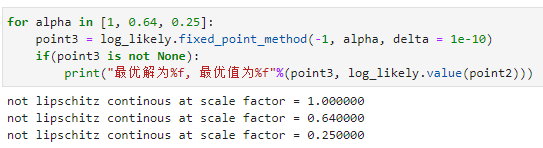


可见，初始值的选取会影响最优值得收敛，这是显然的，因为这个对数似然函数并不是凸函数。数据点的平均值不是好选择，因为柯西分布的数学期望是发散的。

b.

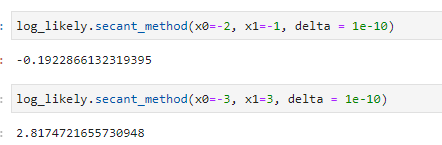
得到最优解为-0.5，最优值为-73.050692。显然这个方法大部分情况下并不能获得全局最优值，因为这要求函数的导数在区间内是单调的，但是我们的对数似然函数的导数并不是单调的。

c.



不动点法很难使用，因为很难保证lipchitz连续。

d.



可以看到，算法收敛到不同的极值点，这是很正常的，毕竟这个函数不是凸函数。

e.

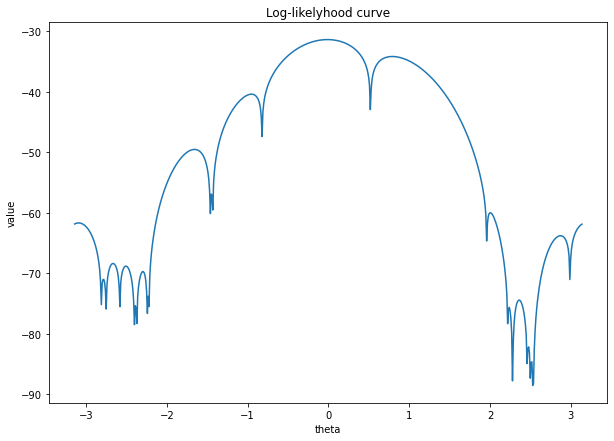
速度由大到小：二分法、牛顿法、弦截法、不动点法

稳定性由大到小：牛顿法、弦截法、二分法、不动点法

结论会在样本数据量改变时改变。

2.2

a.



b.

故

解得

c.

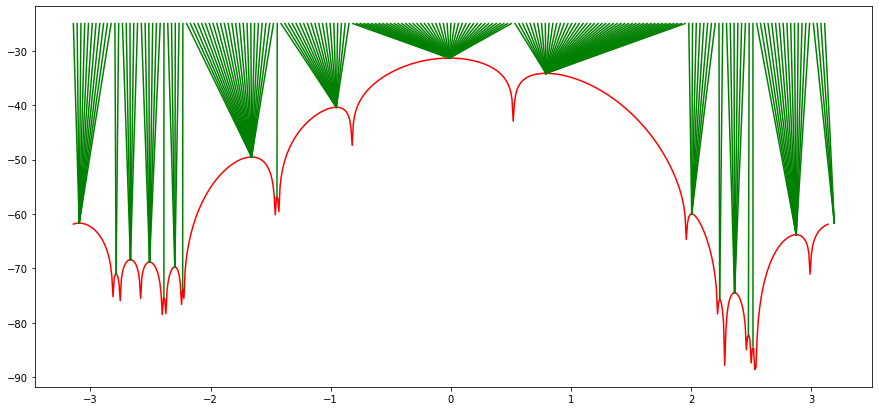
用上一问初始点，算出

用-2.7，算出

用2.7，算出

可见，牛顿法会快速收敛到距离最近的极值点。

d.



可见，牛顿法会快速收敛到距离最近的极值点。

e.

2.4

解：概率密度函数为

令，得是极值点，此时。设95%概率密度区间里的最小概率密度为，则有。

设的解为，则有

得

使用数值算法解得

就是的最窄95%概率区间.

2.5

解：

1. 假设我们已经知道了，对于的概率密度函数为

故，对数似然函数为

求导，得

Hessian矩阵为

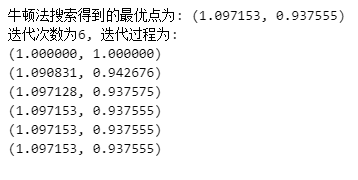
因此，得到牛顿迭代公式为

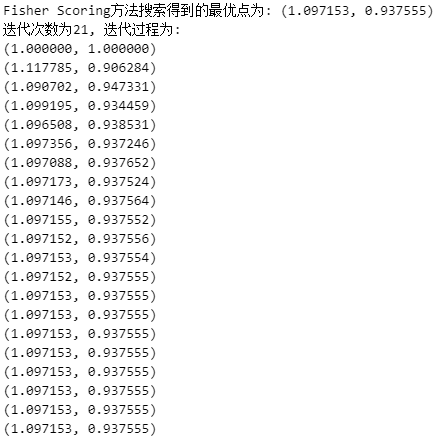
1. Fisher信息量矩阵为

故Fisher Scoring迭代公式为

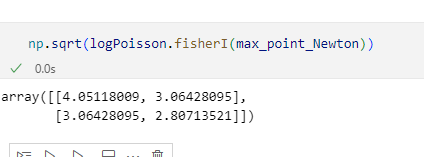
1. 牛顿法和Fisher Scoring方法得到的结果一样，，但是牛顿法的迭代次数明显少于Fisher Scoring方法。这两个方法的实现难度差不多。

当设置的误差时，结果如下：





1. 得到在MLE处的Fisher信息量为



故

1. Sdada

