

Probability(확률)

- 주사위를 던져서 특정 눈이 나올 확률

나올 수 있는 결과는 1, 2, 3, 4, 5, 6 총 6가지이고 각각의 확률은 1/6이다.

- 동전을 10번 던져서 앞면이 k번 나올 확률

나올 수 있는 결과는 앞면이 나오는 횟수 0번, 1번, ..., 10번 총 11가지이고 각각의 확률은 0.001, 0.01, 0.044, ..., 0.001이다.

이항 분포: 이진실험(결과가 success/failure 둘중하나)을 n번 독립시행했을 때 성공횟수 k에 대한 확률 분포

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$$

where:

- $P(X = k)$ is the probability of getting exactly k successes.
- $\binom{n}{k}$ is the binomial coefficient, calculated as $\frac{n!}{k!(n-k)!}$, which gives the number of ways k successes can occur in n trials.
- p is the probability of success on a single trial.
- $1 - p$ is the probability of failure on a single trial.
- n is the number of trials.
- k is the number of successes (ranging from 0 to n).

$$k = 0 : \frac{10!}{0! \cdot 10!} \left(\frac{1}{2}\right)^0 \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right)^{10} = 0.0010$$

$$k = 1 : \frac{10!}{1! \cdot 9!} \left(\frac{1}{2}\right)^1 \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right)^9 = 0.0098$$

$$k = 2 : \frac{10!}{2! \cdot 8!} \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right)^8 = 0.0439$$

⋮

$$k = 10 : \frac{10!}{10! \cdot 0!} \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right)^0 = 0.0010$$

- 1~6 사이 숫자 중 5를 고를 확률

나올 수 있는 결과가 무수히 많으므로 확률은 $1/\infty=0$ 이다. -> 연속적인 event에 대해서는 항상 확률이 0이다. -> 특정 구간에 있는 값이 나올 확률을 구하자!

- 1~6사이 숫자 중 4~5사이 숫자를 고를 확률

1~2, 2~3, 3~4, 4~5, 5~6 중 한 가지 경우이므로 $1/5=20\%$ -> **Probability density function**

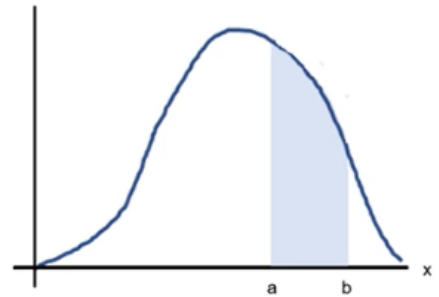
Probability Density Function(PDF):

특정 구간에 대한 확률을 구할 때 사용

1. 모든 x 에 대해서 $f(x) \geq 0$
2. $P(x \in (-\infty, \infty)) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$
3. $P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x)dx$

확률 밀도 함수의 성질

1. $P(X = a) = P(a \leq X \leq a) = \int_a^a f(x)dx = 0$
2. $P(a \leq X \leq b) = P(a \leq X < b) = P(a < X \leq b) = P(a < X < b)$

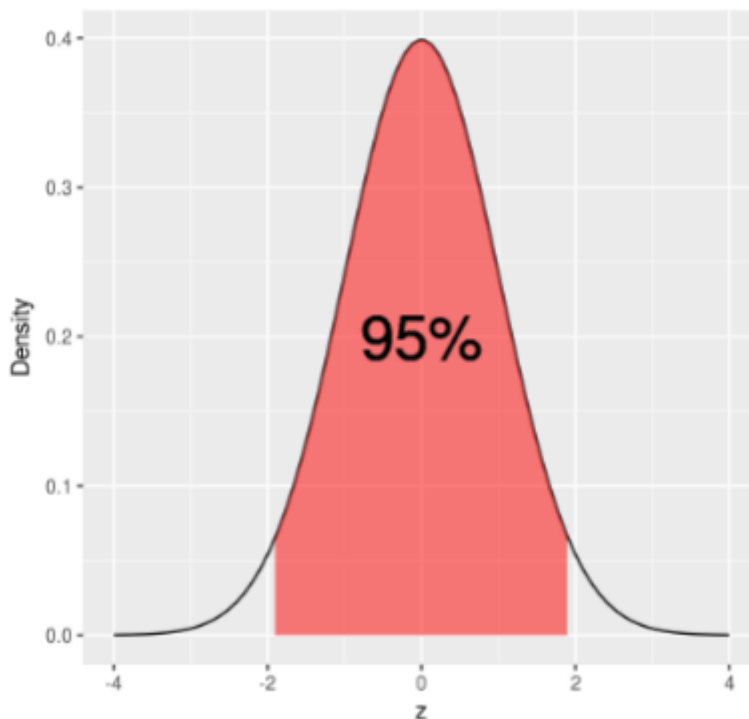


$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^2/2}$$

- 표준정규분포(평균=0, 분산=1)에서의 PDF

Ex) z 가 -1.96~1.96일 확률은 95%

Standard Normal Distribution



Likelihood(가능도):

특정 지점에서의 PDF 값

위 표준정규분포에서 $z=-1, 0, 1$ 을 뽑을 확률: $0\% \times 0\% \times 0\% = 0\%$ 위 표준정규분포에서 $z=-1, 0, 1$ 을 뽑을
가능도: $0.24 \times 0.40 \times 0.24 = 0.0230$

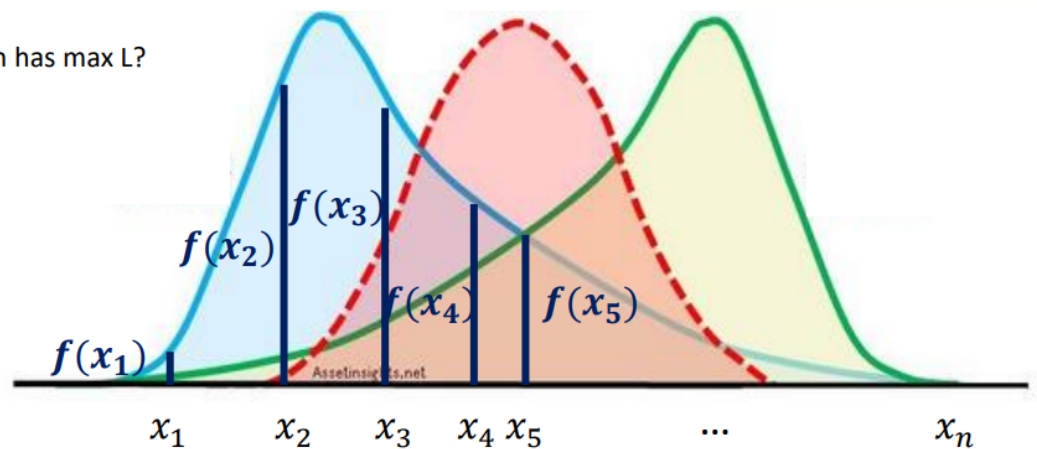
-가능도는 모델이나 파라미터값(평균, 분산 등)이 관찰된 데이터를 얼마나 잘 설명하는지에 대한 측정으로 해석하며, 이를 이용해 모델의 파라미터값을 찾는다. -확률이 아니기 때문에 총합이 1이 아님

- Maximum Likelihood Estimator(MLE) 관측된 데이터값에 가장 잘 맞는 파라미터값을 추정하는 데 사용되는 메소드 <동작과정> ① 모델(분포의 모양) 가정하기: 정규분포/이항분포 등등.. ② 가능도 함수 수행하기: 모든 관찰된 데이터값에 대한 확률밀도의 곱

$$L(\theta|\mathbf{x}) = f(x_1) \times f(x_2) \times \cdots \times f(x_n) \\ = \prod_{i=1}^n f(x_i; \theta)$$

③ 최대화하기: 가능도 함수를 최대화시키는 파라미터값 찾기

Which distribution has max L?



각기 다른 파라미터값을 가지는 파란색, 빨간색, 초록색 세가지 모델을 고려했을 때 maximum likelihood를 가지는 모델을 채택한다. (θ 는 각기 다른 모델을 나타냄)

