> **이번 포스트에서는**
>
> - 유의성 검사 및 가설 검정 개념을 다룹니다.
> - 영가설과 대립가설, 검사 통계량 및 다양한 분포(정규 분포, t-분포, 카이제곱 분포, F-분포)를 설명합니다.
> - 다양한 통계 검사를 위한 임계값, 유의 수준 및 p-값을 논의합니다.

# Significant Test(유의성 검정)

유의성 검정은 표본 데이터를 기반으로 모집단 모수에 대한 귀무 가설을 기각할 수 있는 충분한 증거가 있는지를 판단하기 위해 사용되는 통계적 테스트이다.

## 필요성

- 이러한 테스트는 데이터에서 관찰된 효과의 신뢰성을 평가하는 데 필수적이다.
- 관찰된 현상이 우연에 의한 것인지, 또는 실제로 실질적인 의미가 있는지 평가한다. 이는 데이터에서 관찰된 효과의 신뢰성을 판단하는데 필요하다.

## $H_0$ vs. $H_1$

### 귀무 가설 ($H_0$):

정의: 두 측정된 현상 간에 관계가 없거나 그룹 간에 연관성이 없다는 일반적인 진술 또는 기본 입장이다. 예시: "남성과 여성의 평균 키에 차이가 없다"는 주장. 목표: 일반적으로 연구자는 연구를 통해 귀무 가설이 기각되기를 희망한다.

### 대립 가설 ($H_1$):

정의: 연구자가 입증하고자 하는 주장으로, 귀무 가설과 반대되는 진술이다. 예시: "남성이 평균적으로 여성보다 키가 크다"는 주장. 목표: 연구자는 연구를 통해 대립 가설이 채택되기를 희망한다.

-> 귀무 가설은 일반적으로 "차이가 없다" 또는 "효과가 없다"가 기본 입장인 반면, 대립 가설은 연구자가 증명하고자 하는 바를 나타낸다.

### 예시

연구자 A : 가구 소득이 전년 대비 크게 증가했다고 주장 연구자 B : 가구 소득의 증가가 단지 우연의 일치일 뿐 실제로 소득이 증가하지 않았다고 주장

이때, 귀무가설($H_0$) : 전년도와 비교하여 가구 소득이 실제로 증가하지 않았다는 주장. 대립 가설($H_1$) : 전년도와 비교하여 가구 소득이 실제로 증가했다는 주장.

## Test Statistic(검정 통계량)

정의: 가설 검정 중에 샘플 데이터로부터 계산된 수치 값 이 값은 귀무 가설에 명시된 내용으로부터 표본 증거가 얼마나 벗어났는지를 평가하는 데 사용됩니다.

역할: 귀무 가설에 명시된 내용으로부터 표본 증거가 얼마나 벗어났는지를 평가하여 귀무 가설을 기각할지 여부(타당성)를 결정하는 중요한 역할을 한다.

Test Statistic은 귀무 가설이 참일 때 알려진 확률 분포를 따른다. 연구자는 이 Test Statistic 기반하여 귀무 가설을 기각할지 결정한다. 가설 검정에서 일반적으로 사용되는 분포로는 아래 4가지 등등이 있다.

- 정규 분포(Normal distribution)
- t-분포(t-distribution)
- 카이제곱 분포(Chi-square distribution)
- F-분포(F-distribution)

# Types of test statistics

## 1. Z-점수 (Z-score in Normal Distribution)

- 정의: Z-점수는 특정 값이 평균에서 얼마나 떨어져 있는지를 표준 편차 단위로 나타낸 값이다.
- 사용 상황:
    - 표본 크기가 클 때 사용
    - 모집단의 표준 편차($\sigma$)를 알고 있을 때 사용
    - Z-점수는 정규 분포를 따른다.
- 공식: $Z = \frac{X - \mu}{\sigma / \sqrt(n)}$ 여기서 $X$는 데이터 값, $\mu$는 모평균, $\sigma$는 모표준 편차, $\sigma / \sqrt(n)$는 $SEM$(표준 오차)

## 2. T-점수 (T-score in t-Distribution)

- 정의: T-점수는 Z-점수와 유사하지만, 표본 크기가 작거나 **모집단의 표준 편차를 모를 때 사용**
- 사용 상황:
    - 표본 크기가 작을 때 사용
    - 모집단의 표준 편차를 모를 때 사용
    - T-점수는 t-분포를 따른다.
- 공식: $T = \frac{\bar{X} - \mu}{s / \sqrt{n}}$ 여기서 $\bar{X}$는 표본 평균, $\mu$는 모평균, s는 표본 표준 편차, n은 표본 크기
- **Z-점수**와 **T-점수** 모두 모평균과 표본집단의 크기를 알아여 된다.
- **Z-점수**는 데이터 값(혹은 표본평균)과 모표준편차를 알아야 되고 **T-점수** 는 표본평균과 표본표준편차를 알아야 한다.

**Z-점수 예시**

예를 들어, 모집단의 평균 키가 170cm이고 표준 편차가 10cm인 경우, 표본 크기 $n$이 25인 표본의 평균 키가 175cm라면, Z-점수는 다음과 같이 계산된다. $Z = \frac{175 - 170}{10 / \sqrt{25}} = \frac{5}{10 / 5} = \frac{5}{2} = 2.5$

**T-점수 예시**

예를 들어, 모집단의 평균 키가 170cm이지만 모집단의 표준 편차를 모르는 경우, 표본 크기 $n$이 25인 표본의 평균 키가 175cm이고 표본 표준 편차가 12cm라면, T-점수는 다음과 같이 계산됩니다: $t = \frac{175 - 170}{12 / \sqrt{25}} = \frac{5}{12 / 5} = \frac{5}{2.4} \approx 2.08$

각각의 분포를 따르기 때문에 절대적인 상수간 비교는 불가능.

죄송합니다. 다시 확인해본 결과, PDF의 8페이지는 카이제곱 분포와 F-분포에 대해 설명하고 있습니다. 아래에 각 분포에 대한 내용을 자세히 설명드리겠습니다.

### 3. 카이제곱 분포 (Chi-Square Distribution)

- 독립성 검정 또는 적합도 검정에서 자주 사용되며, 카테고리 별로 **관찰된 빈도를 기대 빈도와 비교한다.**
- 공식: $\chi^2 = \sum \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$ 여기서 $O$와 $E$는 각각 관찰된 빈도(observed frequency)와 기대 빈도(expected frequency)를 나타낸다. 각각 카테고리 $i$에서의 비교값들을 합산하여 계산한다.

### 4. 분산 분석(ANOVA)에서 F-분포 (F-Distribution)

- 세 개 이상의 그룹의 분산을 비교하여 적어도 하나의 표본 평균이 다른 것들과 다른지 확인하는 데 사용
- 공식: $F = \frac{\text{Between-group variance}}{\text{Within-group variance}}$ ( $F = \frac{\text{그룹 간 분산}}{\text{그룹 내 분산}}$)

### 요약

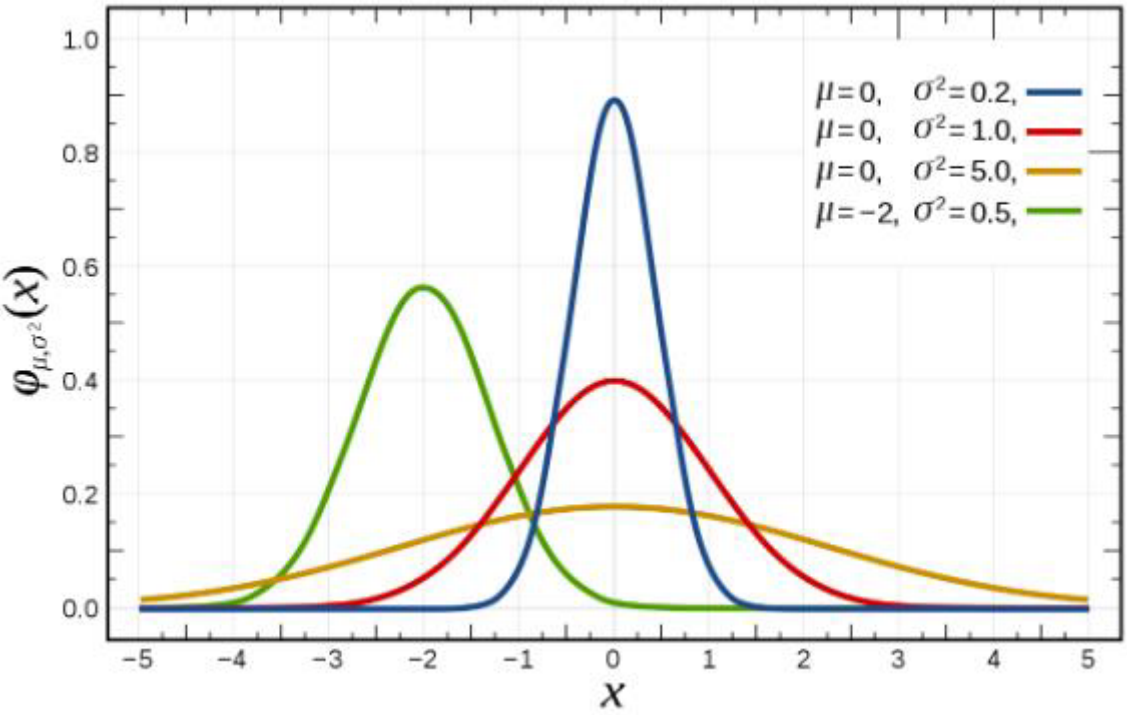
- **카이제곱 분포**는 범주형 데이터의 적합도 검정이나 독립성 검정에 사용되며, 관찰 빈도와 기대 빈도의 차이를 평가
- **F-분포**는 하나의 그룹에서 사용하는 카이제곱 분포과 달리 여러 그룹 간의 분산을 비교하여 사용

### Normal Distribution

정규 분포는 가우시안 분포라고도 불리며, 통계에서 가장 기본적인 확률 분포 중 하나이다. 이 분포는 **대칭적**이고 종 모양의 곡선으로 특징지어지며, 평균, 중앙값, 최빈값이 모두 동일하다.

- **형태**: 평균을 기준으로 대칭
- **매개변수**: 평균($\mu$)과 표준 편차($\sigma$) 두 가지 매개변수로 정의된다.
- **공식**: 확률 밀도 함수(PDF)로 그림을 그리고, 공식은 아래와 같다. $f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}}$
- **용도**: 정규 분포는 hypothesis testing(가설 검정), regression analysis(회귀 분석), Central Limit Theorem(중앙 극한 정리) 등 많은 분야에서 사용된다. 중앙 극한 정리는 많은 수의 랜덤 변수의 합이 그 분포와 상관없이 정규 분포에 가까워진다는 것이다.

아래는 Normal Distribution들의 그래프 개형이다.




그래프의 개형을 결정짓는 파라미터는 평균($\mu$)과 표준 편차($\sigma$)이다.

- $\mu$ = 0, $\sigma$ = 1 일때 Standard Normal Distribution

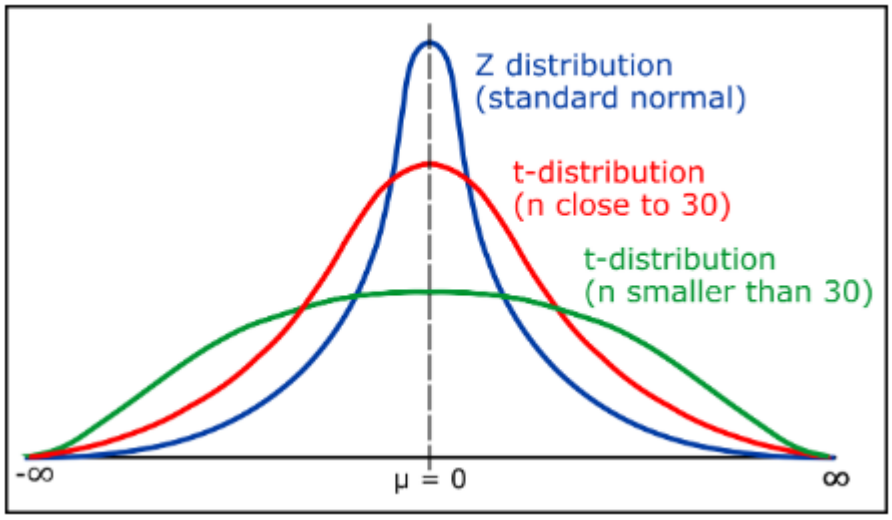
## t-Distribution

t-분포, 또는 스튜던트의 t-분포는 정규 분포와 유사하지만 뚱뚱한 꼬리(fatter tails)를 가진다. 주로 표본 크기가 작거나 모집단의 표준 편차를 알 수 없을 때 사용된다.

- **형태**: 정규 분포와 마찬가지로 **대칭적**이지만, 꼬리가 더 두꺼워서 꼬리 부분에 더 많은 확률을 가진다(샘플이 작아 모수의 모양을 정확히 알 수 없으므로).
- **매개변수**: 자유도(df)라는 하나의 매개변수로 정의된다.
- **공식**: $f(t \mid \text{df}) = \frac{\Gamma\left(\frac{\text{df}+1}{2}\right)}{\sqrt{\text{df}\pi} \Gamma\left(\frac{\text{df}}{2}\right)} \left(1 + \frac{t^2}{\text{df}}\right)^{-\frac{\text{df}+1}{2}}$

여기서:

- $t$는 T-점수
- $\text{df}$는 자유도 (degrees of freedom)
- $\Gamma$는 감마 함수
- **용도**: 신뢰성을 높이기 위해서는 많은 표본을 얻어야 하지만, 현실적으로는 시간과 비용의 제한으로 많은 표본을 얻을 수 없는 경우가 많다. 이러한 경우, 예측 범위가 정규 분포보다 더 넓은 t-분포를 사용한다. 이는 특히 표본 크기가 작은 상황에서, 모집단의 표준 편차를 모를 때 신뢰 구간 계산 및 가설 검정에 사용된다.




샘플의 수가 늘어날수록, 그래프의 개형은 Normal Distribution에 가까워진다.

**자유도 (degrees of freedom)?**

변수가 n개면 n-1로 표현이 된다. 자유도는 통계적 분석에서 특정 선택의 자유를 나타내며, 아래 예시에서는 7개의 모자 중 6일 동안 선택할 수 있는 자유도가 있었음을 나타낸다.

당신은 일주일 동안 매일 다른 모자를 쓰고 싶다.

- 당신은 7개의 모자를 가지고 있다.
- 첫째 날에는 7개의 모자 중 아무거나 쓸 수 있다. 둘째 날에는 남은 6개의 모자 중에서 선택할 수 있고, 셋째 날에는 5개의 모자 중에서 선택할 수 있다.
- ...
- 여섯째 날에는 아직 쓰지 않은 두 개의 모자 중 하나를 선택할 수 있다.
- 그러나 일곱째 날에는 더 이상 선택할 수 있는 모자가 없으며, 마지막 남은 모자를 써야 한다.
- 즉, 6일 동안 선택할 수 있는 '모자'의 자유도가 있었다 (7-1).

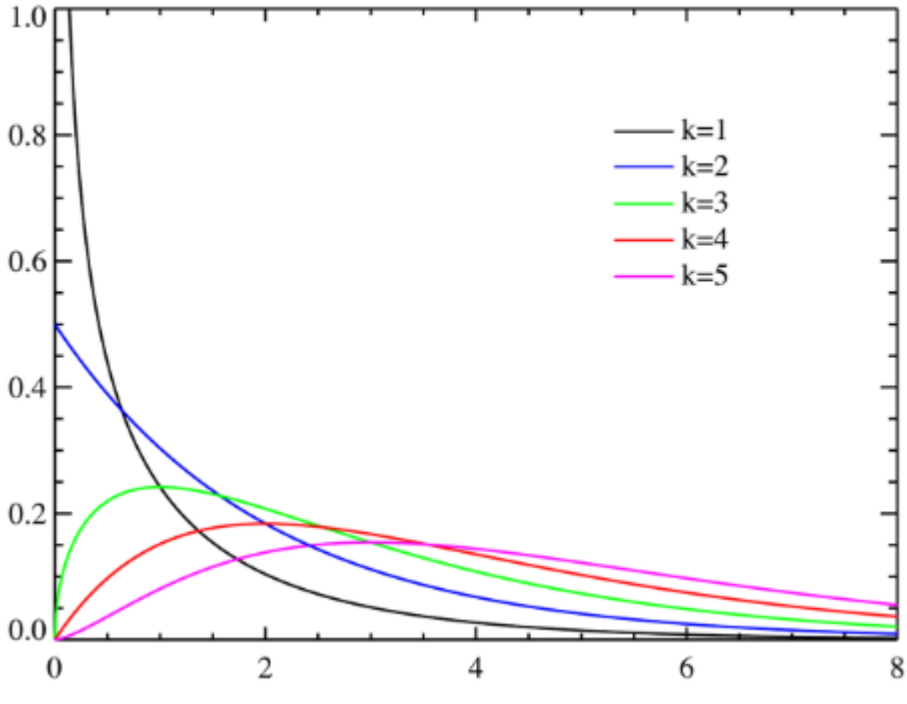
## Chi-Square Distribution

카이제곱 분포는 독립적인 표준 정규 변수를 제곱하여 얻어지는 **비대칭 분포**이다. 이 분포는 가설 검정, 특히 독립성 검정과 적합도 검정에서 매우 중요하다.

- **형태**: **비대칭적**이며, 0에서 시작하여 오른쪽으로 확장되며, 자유도가 증가함에 따라 더 대칭적으로 변한다.
- **매개변수**: 자유도(df)라는 하나의 매개변수로 정의된다.
- **공식**: $f(x \mid \text{df}) = \frac{x^{(\text{df}/2)-1} e^{-x/2}}{2^{\text{df}/2} \Gamma(\text{df}/2)}$

여기서:

- $x$는 카이제곱 값
- $\text{df}$는 자유도 (degrees of freedom)
- $\Gamma$는 감마 함수
- **용도**: 각 범주의 '관찰 빈도'와 '기대 빈도' 사이의 차이를 살펴봄으로써 주어진 데이터가 특정 확률 모델에서 얻어졌는지를 검정하는 데 사용된다.

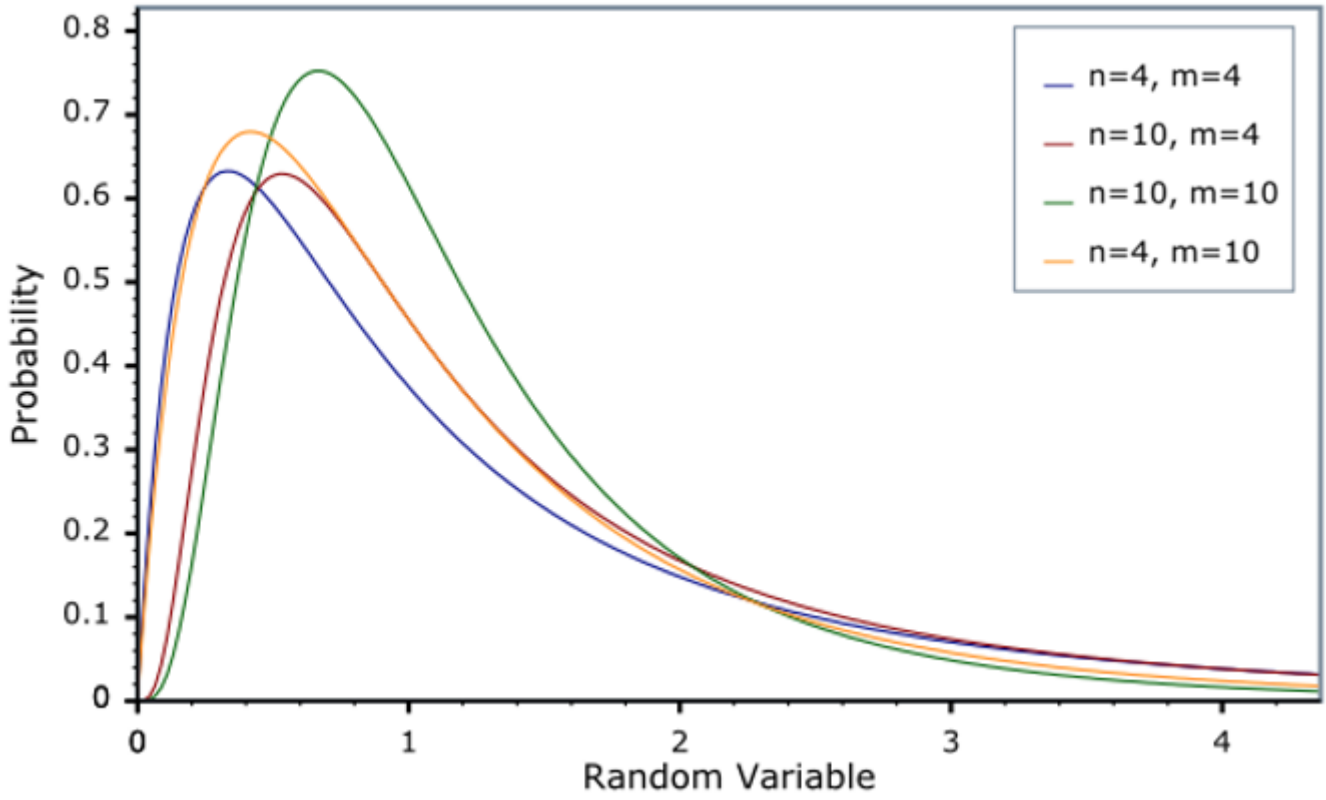



k = degrees of freedom

## F-Distribution

F-Distribution은 주로 분산 분석(ANOVA)에서 사용된다. 이는 두 분산의 비율을 비교할 때, 예를 들어 ANOVA나 회귀 분석에서 발생합니다.

- **형태**: **비대칭적**이며, 카이제곱 분포와 유사하지만 두 개의 다른 자유도에 의해 형태가 결정됩니다.
- **매개변수**: 분자의 자유도($\text{df}_1$)와 분모의 자유도($\text{df}_2$)두 개의 매개변수로 정의된다.
- **공식**: $f(x \mid \text{df}_1, \text{df}_2) = \sqrt{\frac{(\text{df}_1 x)^{\text{df}_1} \text{df}_2^{\text{df}_2}}{(\text{df}_1 x + \text{df}_2)^{\text{df}_1 + \text{df}_2}}} \Big/ \left( x \cdot B\left(\frac{\text{df}_1}{2}, \frac{\text{df}_2}{2}\right) \right)$
- **용도**: 주로 분산 분석(ANOVA)에서 여러 그룹 간의 분산을 비교하고, 회귀 분석에서 예측 변수의 유의성을 검정하는 데 사용된다.



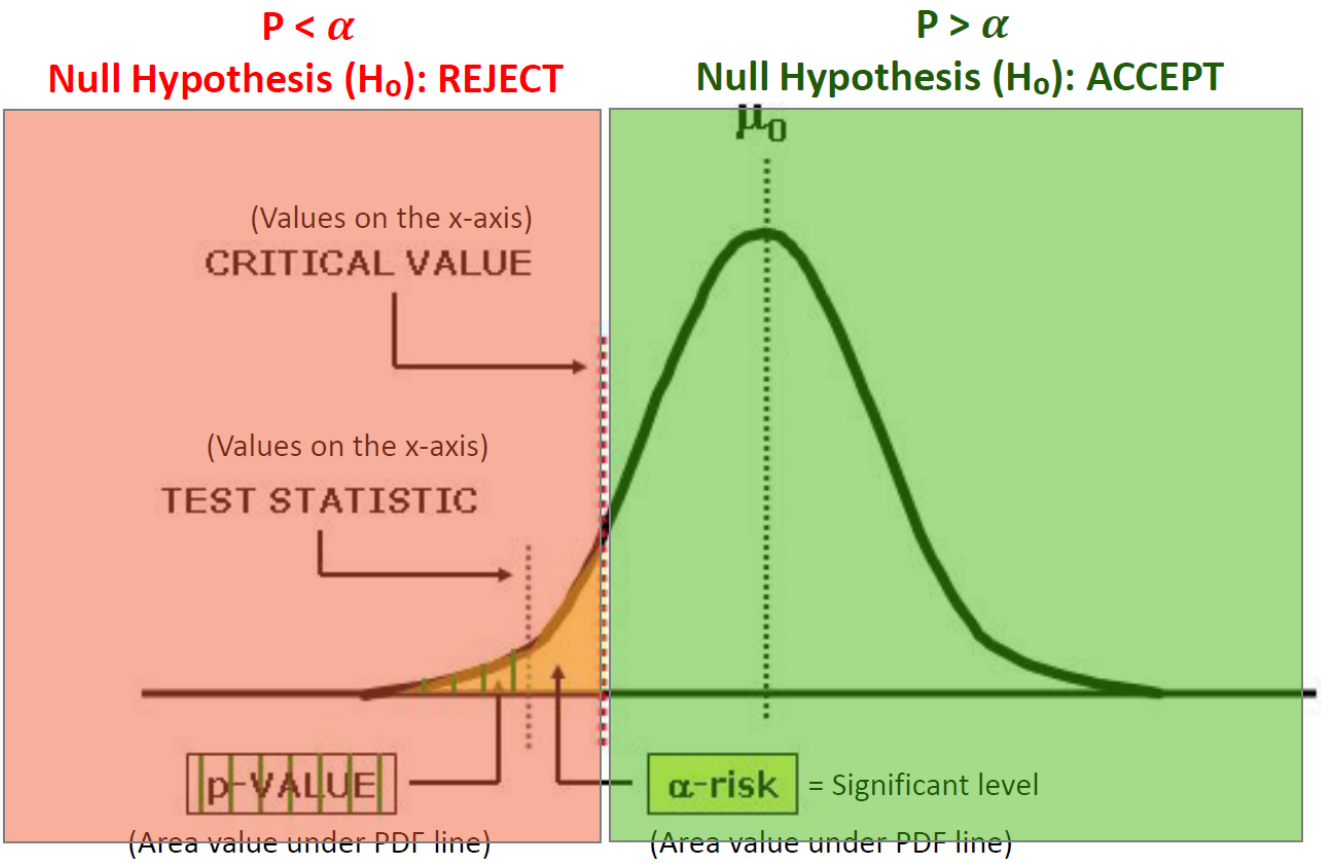

## Test Statistic

- **결과 결정**
  - 검정 통계량을 계산한 후, 선택된 유의 수준(α)을 고려하여 관련 분포의 임계값과 비교한다.
  - 검정 통계량이 임계값을 초과하면, 귀무 가설을 기각하며 이는 관찰된 효과(주장)가 통계적으로 유의미함을 시사한다.
  - 이 과정은 과학적 가설의 타당성을 결정하는 데 필수적이다.
- **critical value(임계값)**
  - 주어진 유의 수준에서 귀무 가설을 받아들일지 기각할지를 결정할 때 기준이 되는 값.
- **Significance Level : 유의 수준 (α)**
  - 연구자가 선택한 기준 값으로, p-value와 비교된다.
  - critical value가 그래프에서 일종의 x값이고, Significance Level은 어떤 밀도함수의 면적의 값으로 이해하자.
  - 이 값은 종종 0.05로 설정된다.
  - p-value가 α(0.05)보다 작으면, 귀무 가설을 기각한다.(대립가설 채택)
- **p-value**
  - p-값은 실제 데이터로부터 계산된 값
  - 귀무 가설이 맞다는 가정 하에, 실제로 관찰된 결과와 같거나 더 극단적인 결과를 얻을 확률.
  - p-value가 작을수록 관찰된 데이터가 귀무 가설 하에서는 발생하기 어려움을 나타낸다.(귀무가설이 아닌, 실험으로 주장하는 바가 맞다는 것)

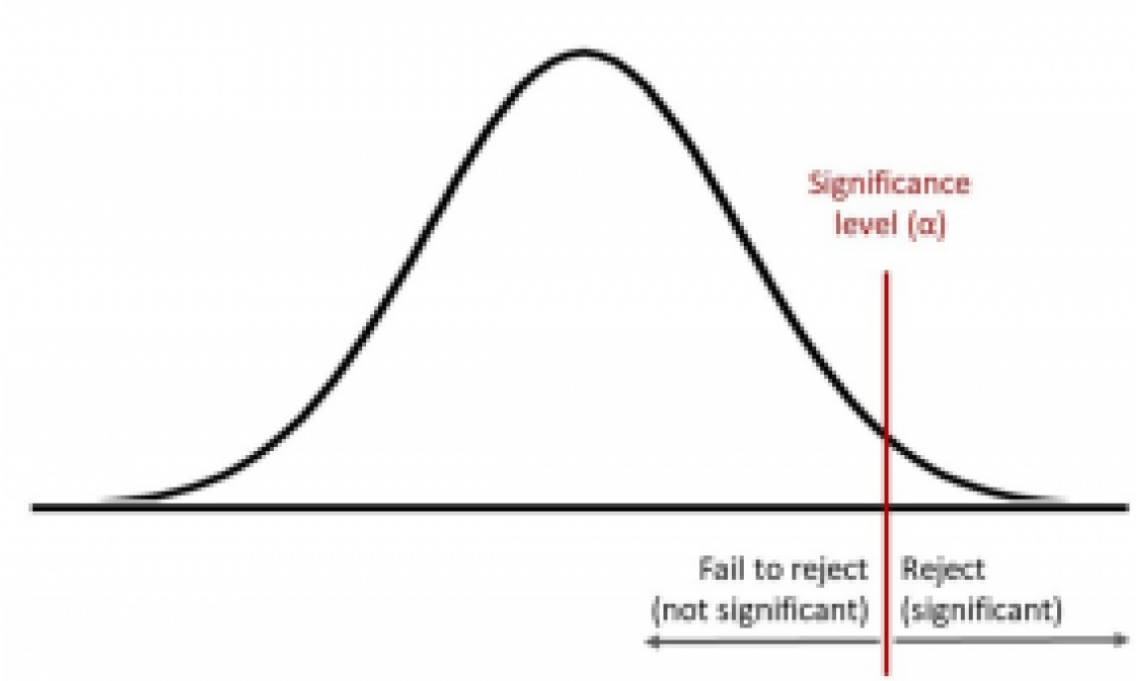
이 페이지는 통계적 가설 검정에서 중요한 개념인 임계값, 유의 수준, 그리고 p-값에 대해 설명하고 있습니다. 유의 수준(α)은 연구자가 설정한 기준값으로, p-값과 비교하여 귀무 가설을 기각할지 결정합니다. p-값은 귀무

가설 하에서 관찰된 데이터가 얼마나 극단적인지를 나타내는 확률로, p-값이 작을수록 귀무 가설을 기각할 가능성이 높아집니다.

## Z-test



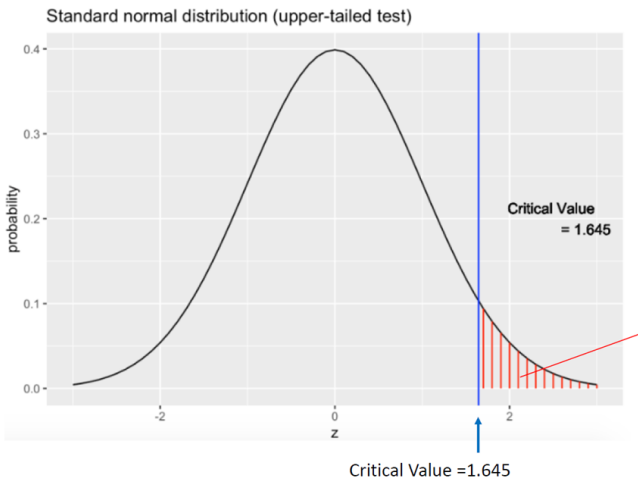

critical value : Z값 Significance Level : 노란색 면적 p-value : 초록 빗금 면적 p-value와 Significance Level를 비교하여 귀무가설을 기각할지 정한다.




one tail만 볼 경우 반대의 상황도 있을 수 있는데, p-value와 Significance Level을 비교할 경우 부등호의 방향이

바뀌지는 않는다. 하지만 x축 값인 critical value와 test statistic을 비교할 경우 부등호의 방향이 바뀜에 주의하자.

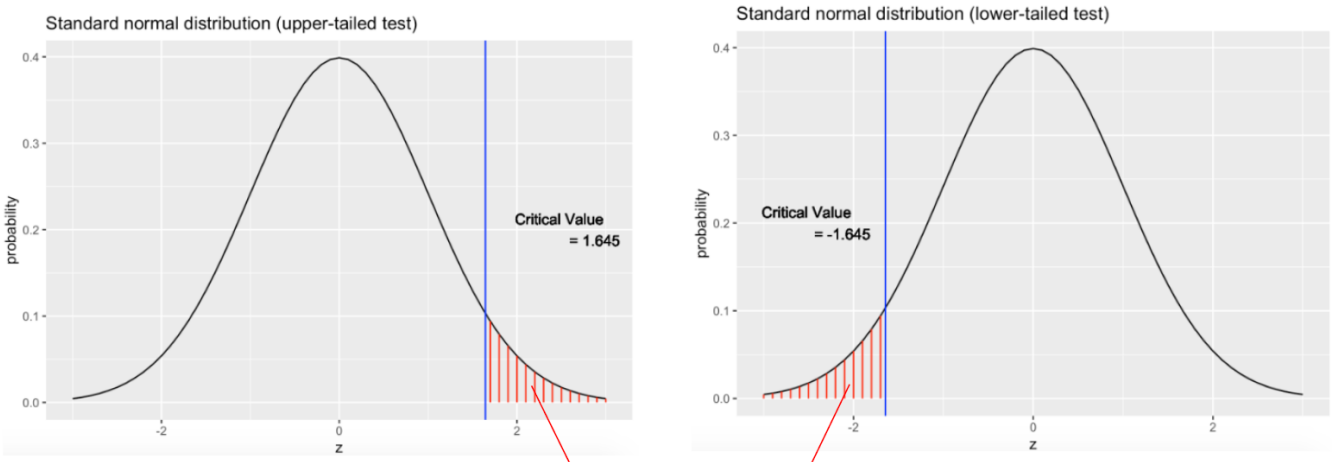
## Z-test in Standard Normal Distribution



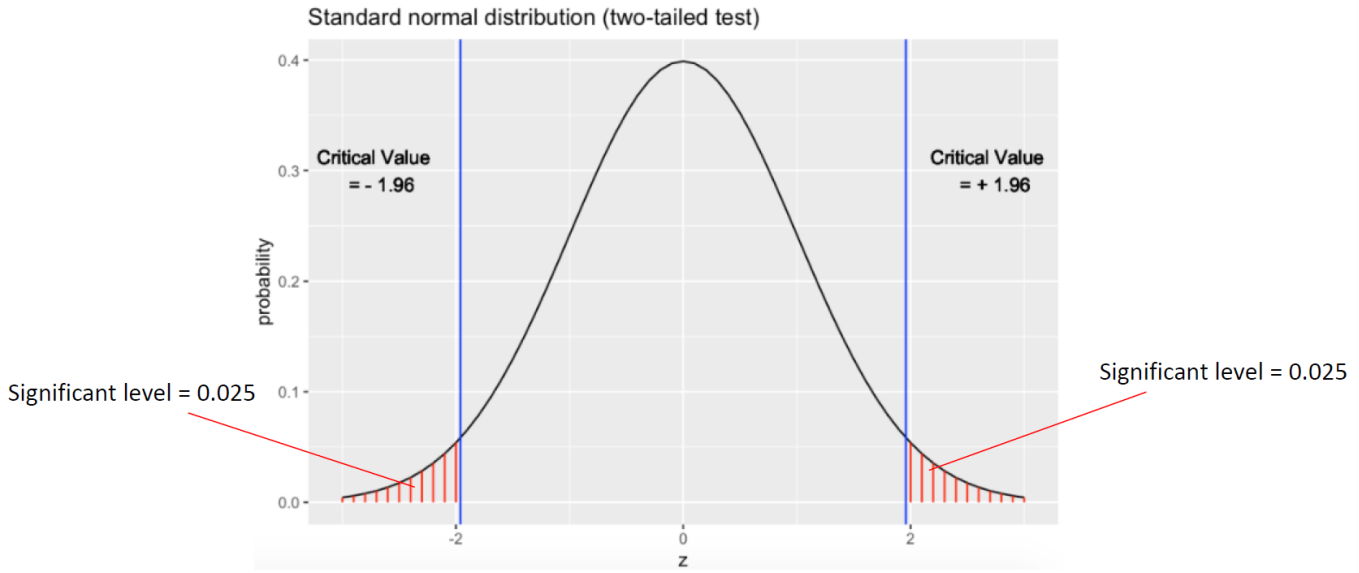

Significant level = 0.05

| | 0.00 | 0.01 | 0.02 | 0.03 | 0.04 | 0.05 | 0.06 | 0.07 | 0.08 | 0.09 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.0 | 0.5000 | 0.5040 | 0.5080 | 0.5120 | 0.5160 | 0.5199 | 0.5239 | 0.5279 | 0.5319 | 0.5359 |
| 0.1 | 0.5398 | 0.5438 | 0.5478 | 0.5517 | 0.5557 | 0.5596 | 0.5636 | 0.5675 | 0.5714 | 0.5753 |
| 0.2 | 0.5793 | 0.5832 | 0.5871 | 0.5910 | 0.5948 | 0.5987 | 0.6026 | 0.6064 | 0.6103 | 0.6141 |
| 0.3 | 0.6179 | 0.6217 | 0.6255 | 0.6293 | 0.6331 | 0.6368 | 0.6406 | 0.6443 | 0.6480 | 0.6517 |
| 0.4 | 0.6554 | 0.6591 | 0.6628 | 0.6664 | 0.6700 | 0.6736 | 0.6772 | 0.6808 | 0.6844 | 0.6879 |
| 0.5 | 0.6915 | 0.6950 | 0.6985 | 0.7019 | 0.7054 | 0.7088 | 0.7123 | 0.7157 | 0.7190 | 0.7224 |
| 0.6 | 0.7257 | 0.7291 | 0.7324 | 0.7357 | 0.7389 | 0.7422 | 0.7454 | 0.7486 | 0.7517 | 0.7549 |
| 0.7 | 0.7580 | 0.7611 | 0.7642 | 0.7673 | 0.7704 | 0.7734 | 0.7764 | 0.7794 | 0.7823 | 0.7852 |
| 0.8 | 0.7881 | 0.7910 | 0.7939 | 0.7967 | 0.7995 | 0.8023 | 0.8051 | 0.8078 | 0.8106 | 0.8133 |
| 0.9 | 0.8159 | 0.8186 | 0.8212 | 0.8238 | 0.8264 | 0.8289 | 0.8315 | 0.8340 | 0.8365 | 0.8389 |
| 1.0 | 0.8413 | 0.8438 | 0.8461 | 0.8485 | 0.8508 | 0.8531 | 0.8554 | 0.8577 | 0.8599 | 0.8621 |
| 1.1 | 0.8643 | 0.8665 | 0.8686 | 0.8708 | 0.8729 | 0.8749 | 0.8770 | 0.8790 | 0.8810 | 0.8830 |
| 1.2 | 0.8849 | 0.8869 | 0.8888 | 0.8907 | 0.8925 | 0.8944 | 0.8962 | 0.8980 | 0.8997 | 0.9015 |
| 1.3 | 0.9032 | 0.9049 | 0.9066 | 0.9082 | 0.9099 | 0.9115 | 0.9131 | 0.9147 | 0.9162 | 0.9177 |
| 1.4 | 0.9192 | 0.9207 | 0.9222 | 0.9236 | 0.9251 | 0.9265 | 0.9279 | 0.9292 | 0.9306 | 0.9319 |
| 1.5 | 0.9332 | 0.9345 | 0.9357 | 0.9370 | 0.9382 | 0.9394 | 0.9406 | 0.9418 | 0.9429 | 0.9441 |
| 1.6 | 0.9452 | 0.9463 | 0.9474 | 0.9484 | 0.9495 | 0.9505 | 0.9515 | 0.9525 | 0.9535 | 0.9545 |
| 1.7 | 0.9554 | 0.9564 | 0.9573 | 0.9582 | 0.9591 | 0.9599 | 0.9608 | 0.9616 | 0.9625 | 0.9633 |
| 1.8 | 0.9641 | 0.9649 | 0.9656 | 0.9664 | 0.9671 | 0.9678 | 0.9686 | 0.9693 | 0.9699 | 0.9706 |
| 1.9 | 0.9713 | 0.9719 | 0.9726 | 0.9732 | 0.9738 | 0.9744 | 0.9750 | 0.9756 | 0.9761 | 0.9767 |
| 2.0 | 0.9772 | 0.9778 | 0.9783 | 0.9788 | 0.9793 | 0.9798 | 0.9803 | 0.9808 | 0.9812 | 0.9817 |
| 2.1 | 0.9821 | 0.9826 | 0.9830 | 0.9834 | 0.9838 | 0.9842 | 0.9846 | 0.9850 | 0.9854 | 0.9857 |
| 2.2 | 0.9861 | 0.9864 | 0.9868 | 0.9871 | 0.9875 | 0.9878 | 0.9881 | 0.9884 | 0.9887 | 0.9890 |
| 2.3 | 0.9893 | 0.9896 | 0.9898 | 0.9901 | 0.9904 | 0.9906 | 0.9909 | 0.9911 | 0.9913 | 0.9916 |
| 2.4 | 0.9918 | 0.9920 | 0.9922 | 0.9925 | 0.9927 | 0.9929 | 0.9931 | 0.9932 | 0.9934 | 0.9936 |
| 2.5 | 0.9938 | 0.9940 | 0.9941 | 0.9943 | 0.9945 | 0.9946 | 0.9948 | 0.9949 | 0.9951 | 0.9952 |
| 2.6 | 0.9953 | 0.9955 | 0.9956 | 0.9957 | 0.9959 | 0.9960 | 0.9961 | 0.9962 | 0.9963 | 0.9964 |
| 2.7 | 0.9965 | 0.9966 | 0.9967 | 0.9968 | 0.9969 | 0.9970 | 0.9971 | 0.9972 | 0.9973 | 0.9974 |
| 2.8 | 0.9974 | 0.9975 | 0.9976 | 0.9977 | 0.9977 | 0.9978 | 0.9979 | 0.9979 | 0.9980 | 0.9981 |
| 2.9 | 0.9981 | 0.9982 | 0.9982 | 0.9983 | 0.9984 | 0.9984 | 0.9985 | 0.9985 | 0.9986 | 0.9986 |
| 3.0 | 0.9987 | 0.9987 | 0.9987 | 0.9988 | 0.9988 | 0.9989 | 0.9989 | 0.9989 | 0.9990 | 0.9990 |

Standard Normal Distribution의 경우에는 이미 도표로 계산된 결과가 나와있기 때문에 계산하기 쉽다.




upper tail과 lower tail의 면적이 같음을 확인할 수 있다.




two tail의 경우에는 Significance Level의 값이 절반으로 나누어짐을 생각할 수 있다.

| | 0.00 | 0.01 | 0.02 | 0.03 | 0.04 | 0.05 | 0.06 | 0.07 | 0.08 | 0.09 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.0 | 0.5000 | 0.5040 | 0.5080 | 0.5120 | 0.5160 | 0.5199 | 0.5239 | 0.5279 | 0.5319 | 0.5359 |
| 0.1 | 0.5398 | 0.5438 | 0.5478 | 0.5517 | 0.5557 | 0.5596 | 0.5636 | 0.5675 | 0.5714 | 0.5753 |
| 0.2 | 0.5793 | 0.5832 | 0.5871 | 0.5910 | 0.5948 | 0.5987 | 0.6026 | 0.6064 | 0.6103 | 0.6141 |
| 0.3 | 0.6179 | 0.6217 | 0.6255 | 0.6293 | 0.6331 | 0.6368 | 0.6406 | 0.6443 | 0.6480 | 0.6517 |
| 0.4 | 0.6554 | 0.6591 | 0.6628 | 0.6664 | 0.6700 | 0.6736 | 0.6772 | 0.6808 | 0.6844 | 0.6879 |
| 0.5 | 0.6915 | 0.6950 | 0.6985 | 0.7019 | 0.7054 | 0.7088 | 0.7123 | 0.7157 | 0.7190 | 0.7224 |
| 0.6 | 0.7257 | 0.7291 | 0.7324 | 0.7357 | 0.7389 | 0.7422 | 0.7454 | 0.7486 | 0.7517 | 0.7549 |
| 0.7 | 0.7580 | 0.7611 | 0.7642 | 0.7673 | 0.7704 | 0.7734 | 0.7764 | 0.7794 | 0.7823 | 0.7852 |
| 0.8 | 0.7881 | 0.7910 | 0.7939 | 0.7967 | 0.7995 | 0.8023 | 0.8051 | 0.8078 | 0.8106 | 0.8133 |
| 0.9 | 0.8159 | 0.8186 | 0.8212 | 0.8238 | 0.8264 | 0.8289 | 0.8315 | 0.8340 | 0.8365 | 0.8389 |
| 1.0 | 0.8413 | 0.8438 | 0.8461 | 0.8485 | 0.8508 | 0.8531 | 0.8554 | 0.8577 | 0.8599 | 0.8621 |
| 1.1 | 0.8643 | 0.8665 | 0.8686 | 0.8708 | 0.8729 | 0.8749 | 0.8770 | 0.8790 | 0.8810 | 0.8830 |
| 1.2 | 0.8849 | 0.8869 | 0.8888 | 0.8907 | 0.8925 | 0.8944 | 0.8962 | 0.8980 | 0.8997 | 0.9015 |
| 1.3 | 0.9032 | 0.9049 | 0.9066 | 0.9082 | 0.9099 | 0.9115 | 0.9131 | 0.9147 | 0.9162 | 0.9177 |
| 1.4 | 0.9192 | 0.9207 | 0.9222 | 0.9236 | 0.9251 | 0.9265 | 0.9279 | 0.9292 | 0.9306 | 0.9319 |
| 1.5 | 0.9332 | 0.9345 | 0.9357 | 0.9370 | 0.9382 | 0.9394 | 0.9406 | 0.9418 | 0.9429 | 0.9441 |
| 1.6 | 0.9452 | 0.9463 | 0.9474 | 0.9484 | 0.9495 | 0.9505 | 0.9515 | 0.9525 | 0.9535 | 0.9545 |
| 1.7 | 0.9554 | 0.9564 | 0.9573 | 0.9582 | 0.9591 | 0.9599 | 0.9608 | 0.9616 | 0.9625 | 0.9633 |
| 1.8 | 0.9641 | 0.9649 | 0.9656 | 0.9664 | 0.9671 | 0.9678 | 0.9686 | 0.9693 | 0.9699 | 0.9706 |
| 1.9 | 0.9713 | 0.9719 | 0.9726 | 0.9732 | 0.9738 | 0.9744 | 0.9750 | 0.9756 | 0.9761 | 0.9767 |
| 2.0 | 0.9772 | 0.9778 | 0.9783 | 0.9788 | 0.9793 | 0.9798 | 0.9803 | 0.9808 | 0.9812 | 0.9817 |
| 2.1 | 0.9821 | 0.9826 | 0.9830 | 0.9834 | 0.9838 | 0.9842 | 0.9846 | 0.9850 | 0.9854 | 0.9857 |
| 2.2 | 0.9861 | 0.9864 | 0.9868 | 0.9871 | 0.9875 | 0.9878 | 0.9881 | 0.9884 | 0.9887 | 0.9890 |
| 2.3 | 0.9893 | 0.9896 | 0.9898 | 0.9901 | 0.9904 | 0.9906 | 0.9909 | 0.9911 | 0.9913 | 0.9916 |
| 2.4 | 0.9918 | 0.9920 | 0.9922 | 0.9925 | 0.9927 | 0.9929 | 0.9931 | 0.9932 | 0.9934 | 0.9936 |
| 2.5 | 0.9938 | 0.9940 | 0.9941 | 0.9943 | 0.9945 | 0.9946 | 0.9948 | 0.9949 | 0.9951 | 0.9952 |
| 2.6 | 0.9953 | 0.9955 | 0.9956 | 0.9957 | 0.9959 | 0.9960 | 0.9961 | 0.9962 | 0.9963 | 0.9964 |
| 2.7 | 0.9965 | 0.9966 | 0.9967 | 0.9968 | 0.9969 | 0.9970 | 0.9971 | 0.9972 | 0.9973 | 0.9974 |
| 2.8 | 0.9974 | 0.9975 | 0.9976 | 0.9977 | 0.9977 | 0.9978 | 0.9979 | 0.9979 | 0.9980 | 0.9981 |
| 2.9 | 0.9981 | 0.9982 | 0.9982 | 0.9983 | 0.9984 | 0.9984 | 0.9985 | 0.9985 | 0.9986 | 0.9986 |
| 3.0 | 0.9987 | 0.9987 | 0.9987 | 0.9988 | 0.9988 | 0.9989 | 0.9989 | 0.9989 | 0.9990 | 0.9990 |

Cumulative distribution table을 활용하여 critical value 값을 구할 수 있다. CDF(z) = 0.95 Z = the middle value between 1.64 and 1.65 => Critical value = 1.645 CDF(z) = 0.05 Z = the middle value between -1.64 and -1.65

=> Critical value = -1.645 대칭형태이기 때문에 0.95의 값을 구해서 -값을 구하면 된다.