8. SREDNJE VRIJEDNOSTI

Srednja vrijednost je konstanta koja ima za cilj na reprezentativan način predstaviti niz varijabilnih podataka numeričkoga niza.

To je centralna vrijednost oko koje se gomilaju podaci numeričkog niza zbog čega se još zove i *mjerom centralne tendencije.*

Vrste srednjih vrijednosti su:

1. Aritmetička sredina,
2. Geometrijska sredina,
3. Harmonijska sredina,
4. Medijan,
5. Mod.

8.1. Aritmetička sredina

Ona predstavlja jednaki dio vrijednosti numeričkog obilježja koji otpada na jednu jedinicu statističkog skupa. Izračunava se stavljanjem u omjer zbroja pojedinačnih vrijednosti obilježja svih jedinica statističkog skupa i broja jedinica u statističkom skupu:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N} \quad ; \quad i = 1,2,3,\ldots,N$$

Primjer 8.1. Visina petoro slučajno odabranih studenata EF-a u Splitu

Visina u cm X_i	$(X_i - \overline{X})$	$(X_i - \overline{X})^2$	$(X_i - 176)^2$
178	-1.2	1.44	4
168	-11.2	125.44	64
176	-3.2	10.24	0
172	-7.2	51.84	16
202	22.8	519.84	676
896	0	708.80	760

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N} = \frac{896}{5} = 179.2\ cm$$

Svojstva aritmetičke sredine:

a) Aritmetička sredina nalazi se između najmanje i najveće vrijednosti obilježja:

$$x_{min.} \leq \bar{x} \leq x_{max.}$$

b) Zbroj odstupanja pojedinih vrijednosti obilježja od aritmetičke sredine jednak je nuli:

$$\sum_{i=1}^{N} \left(x_i - \bar{x} \right) = 0$$

c) Zbroj kvadrata odstupanja vrijednosti obilježja pojedinih elemenata statističkog skupa ima minimalnu vrijednost:

$$\sum_{i=1}^{N} \left(x_i - \bar{x} \right)^2 \leq \sum_{i=1}^{N} \left(x_i - a \right)^2$$

Primjer 8.2. Distribucija domaćinstava prema broju djece

Broj djece X_i	Broj domaćinstava f_i	Sredina razreda X_i	Ukupan broj djece $f_i \cdot X_i$
0	100	0	0
1	200	1	200
2	400	2	800
3	150	3	450
4 – (6)	150	5	750
Σ	1000	-	2200

Ovdje se radi o **vaganoj (ponderiranoj) aritmetičkoj sredini**. Pondere predstavljaju frekvencije u numeričkome nizu.

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i} = \frac{2200}{1000} = 2.2 \; djece \; po \; domać.$$

Ponderi mogu biti i relativni:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} W_i \cdot X_i}{\sum_{i=1}^{k} W_i}$$

8.2. Geometrijska sredina

Geometrijska sredina definira se ovako za negrupirane nizove:

$$G = \sqrt[N]{\prod_{i=1}^{N} X_i} = \sqrt[5]{178 \cdot 168 \cdot 176 \cdot 172 \cdot 202} = 178.82\ cm$$

Geometrijska sredina uvijek je manja od aritmetičke sredine. Ona kod numeričkih nizova rijetko ima logičnu interpretaciju. Njezina velika uporabna vrijednost je kod vremenskih nizova kod računanja srednje stope promjene.

Geometrijska sredina lakše se računa ovako:

$$\log G = \frac{\sum_{i=1}^{N} \log X_i}{N}$$

Dakle, logaritam geometrijske sredine jednak je aritmetičkoj sredini logaritama varijable X.

Formula za vaganu geometrijsku sredinu:

$$G = \sqrt[\sum_{i=1}^{k} f_i]{\prod_{i=1}^{k} X_i^{f_i}}$$

Napomena: Kod izračunavanja geometrijske sredine nijedna vrijednost varijable (obilježja) X ne smije biti jednaka nuli.

8.3. Harmonijska sredina

Harmonijska sredina predstavlja recipročnu vrijednost aritmetičke sredine recipročnih vrijednosti iz kojih se ona izračunava.

Formula za vaganu harmonijsku sredinu glasi:

$$H = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i}{\sum_{i=1}^{k} \frac{f_i}{x_i}}$$

Ponderi mogu biti i relativni kao i kod računanja aritmetičke sredine.

Primjer 8.3.Izračunavanje proizvodnosti rada.

Radnik	Broj proizvedenih komada po satu x_i	Broj proizvedenih komada f_i	Broj sati rada $\frac{f_i}{X_i}$
A	130	26000	200
B	150	18000	120
C	120	36000	300
Σ	400	80000	620

$$H = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i}{\sum_{i=1}^{k} \frac{f_i}{x_i}} = \frac{80000}{620} = 129.03 \ \ kom/sat$$

8.4. Medijan

Medijan je *pozicijska srednja vrijednost* koja statistički niz dijeli na dva jednaka dijela. Podatke treba poredati od najmanjega prema najvećemu ili obrnuto.

Medijan se računa za numeričke i redosljedne nizove.

U našemu primjeru visine studenata to izgleda ovako:

168			168	
172			172	
176	M=176	odnosno	176	M=(172+176)/2=174 cm
178			178	
202				

Prednost medijana u odnosu na aritmetičku sredinu je u tome što ne reagira na ekstremne vrijednosti, što je poglavito važno ako imamo mali broj podataka.

8.5. Mod

Mod ili dominanta predstavlja najčešću vrijednost obilježja. Može se računati za sve vrste nizova.

U našemu primjeru najčešća ocjena je 3.

Najčešći spol u ovoj dvorani je muški spol.

Ocjena na ispitu	Broj studenata
1	100
2	200
3	350
4	70
5	20
Ukupno	740

Mod ima smisla ako postoji samo jedna najveća frekvencija.

Ako distribucija ima samo jedan vrh radi se o unimodalnoj distribuciji.

Ako distribucija ima dva vrha govorimo o bimodalnoj distribuciji: