

Processamento Digital de Sinais

Amostragem de sinais de tempo contínuo

Grupo formado por:

- Daniilo Raposo
- Janderson Barbosa
- Rodrigo Cunha

Os tópicos que são abordados serão os seguintes:

- Fundamentação dos sinais de tempo contínuo
- Fundamentação do processo de amostragem
 - Teorema de Nyquist
 - Tipos de amostragem
 - Amostragem com impulsos
 - Amostragem Natural
 - Amostragem sample and hold
 - Considerações finais
 - Referências

```
In [3]: #Importando as bibliotecas que serão necessárias para realização do processo de exemplificação
import matplotlib.pyplot as plt
import seaborn as sns
import numpy as np
import scipy.signal as sng
import matplotlib.animation as animation
from IPython.display import Image
from IPython.core.display import HTML

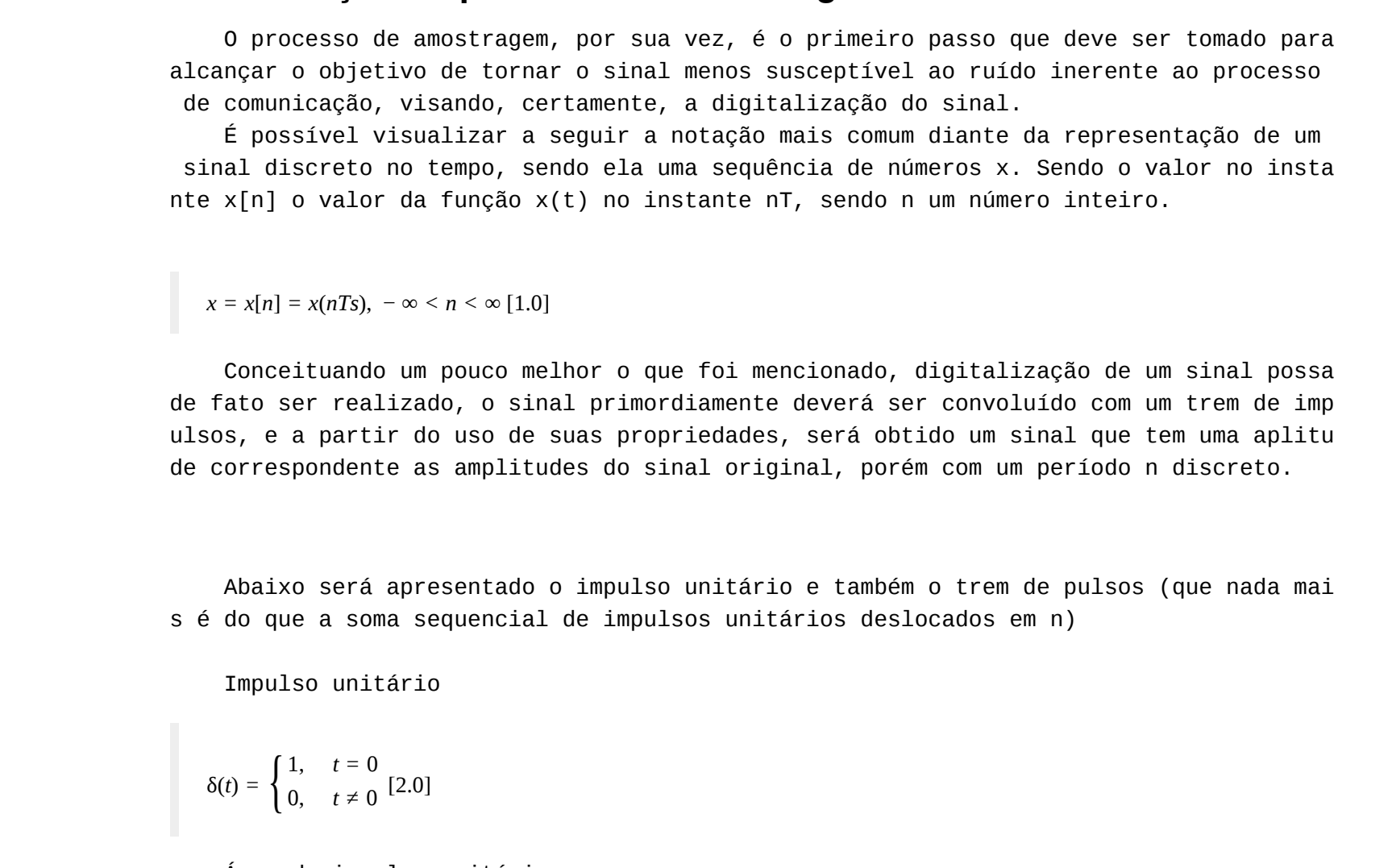
#Importando os valores que serão utilizados de forma recorrente na apresentação desse trabah
pi = 2 * np.pi #Definição do valor de pi

'''
Uma nota importante, com muitas linhas desse código utilizam variáveis com a mesma nomenclatura, recomenda-se que seja executado as linhas do código de forma sequencial, do contrário é bem provável que seja obtido representações não esperadas que por sua vez são errôneas diante do que foi objetivado.
'''
```

Fundamentação dos sinais de tempo contínuo

Qualquer sinal que é gerado e obtido através da natureza transmite informação que, contendo dados relevantes ou não, pode ser representado a partir de conjuntos matemáticos, definindo características únicas do mesmo, tais como sua amplitude, frequência ou até mesmo a extensão do seu sinal quando representado no tempo. Porém, por se tratar de um sinal que tem como principal aspecto a quantidade infinita de valores em um único instante de tempo observado, o mesmo apresenta uma susceptibilidade tamanha a fatores ativos que comprometeriam a utilização da informação uma vez transmitida, tomando como exemplo a própria voz trafegando de um ponto a outro. Certamente vale mencionar que o ruído não é o único fator que pode acarretar na alteração do sinal transmitido, porém a variável ruído será tida como representante de quaisquer alterações no sinal para facilitar a compreensão.

Uma forma de contornar tal problema é fazendo o processo de digitalização do sinal, o que consiste em transformar tanto os níveis de amplitude como o período do sinal, u o sinal de tempo contínuo em valores finitos, facilitando a visualização de eventuais erros durante o processo de transmissão da informação e certamente também quanto ao processo de correção da mesma no receptor.



Fundamentação do processo de amostragem

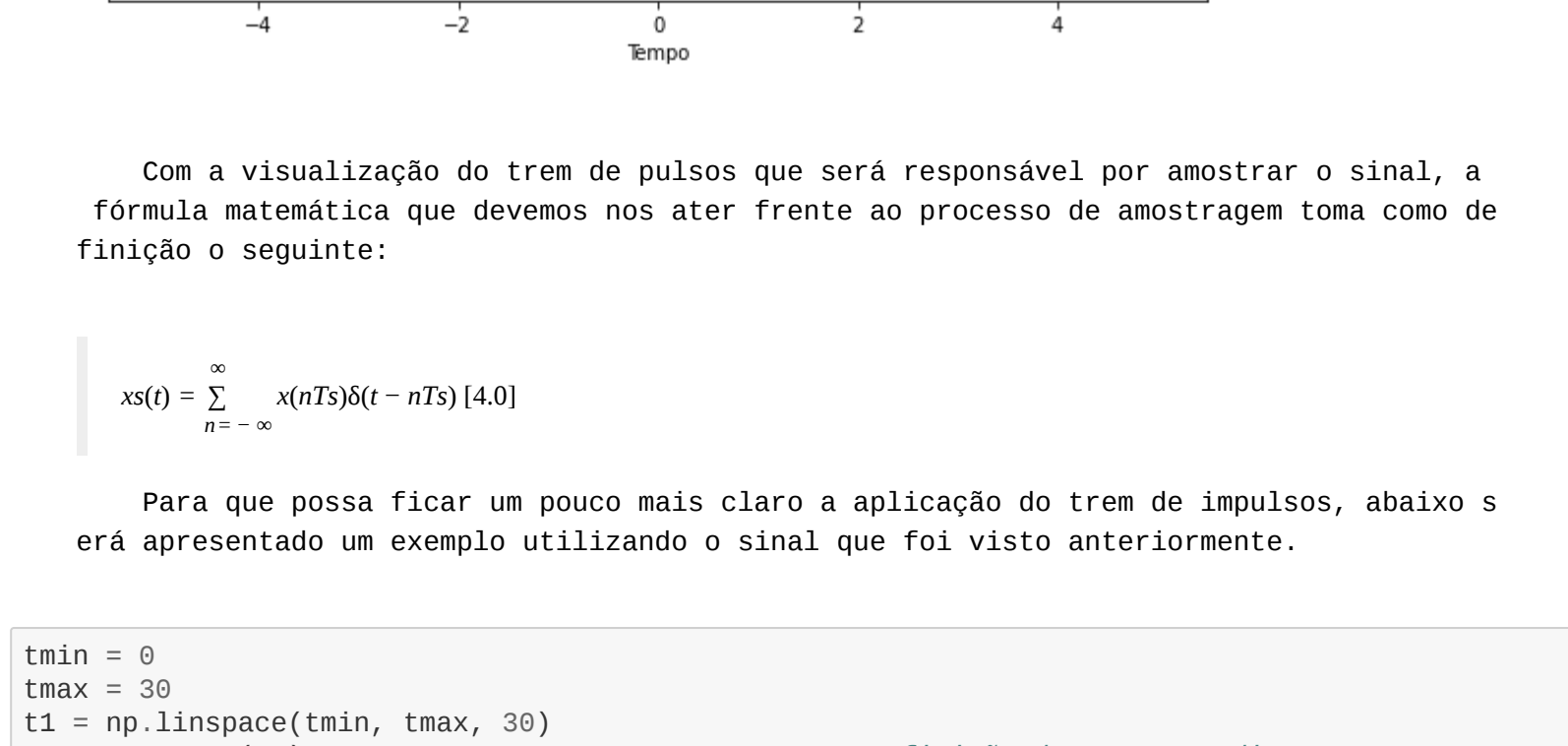
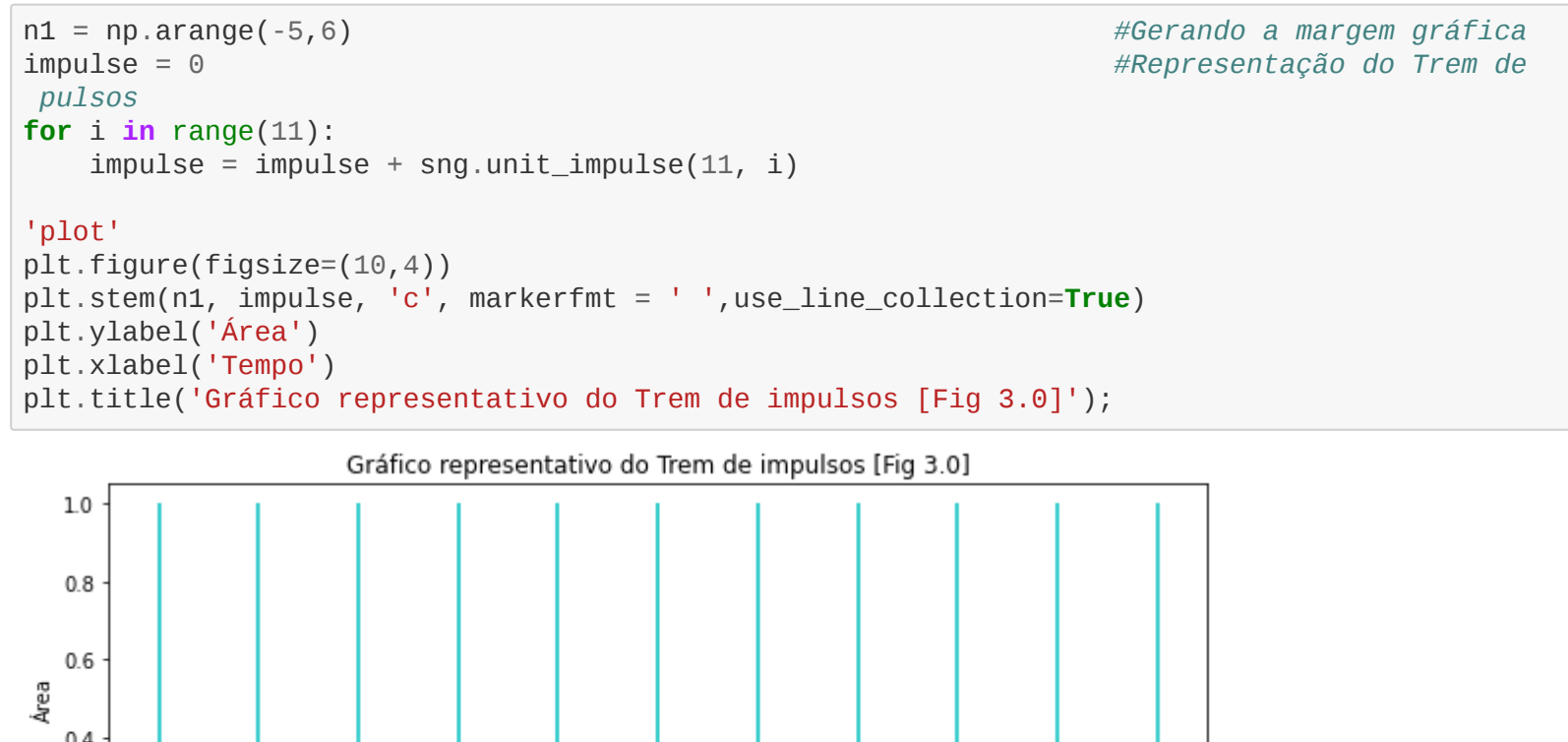
O processo de amostragem, por sua vez, é o primeiro passo que deve ser tomado para alcançar o objetivo de tornar o sinal menos suscetível ao ruído inerente ao processo de comunicação, visando, certamente, a digitalização do sinal.

É possível visualizar a seguir a notação mais comumente utilizada na representação de um sinal discreto no tempo, sendo ela uma sequência de números x. Sendo o valor no instante x[n] o valor da função x(t) no instante nT, sendo n um número inteiro.

$$x = \{x[n] = x(nT), -\infty < n < \infty\}$$

Conceituando um pouco melhor o que foi mencionado, digitalização de um sinal passa de fato ser realizado, o sinal primordialmente deverá ser convolvido com um trem de impulsos, e a partir do uso de suas propriedades, será obtido um sinal que tem a amplitude de correspondentes amplitudes no sinal original, porém com um período n discreto.

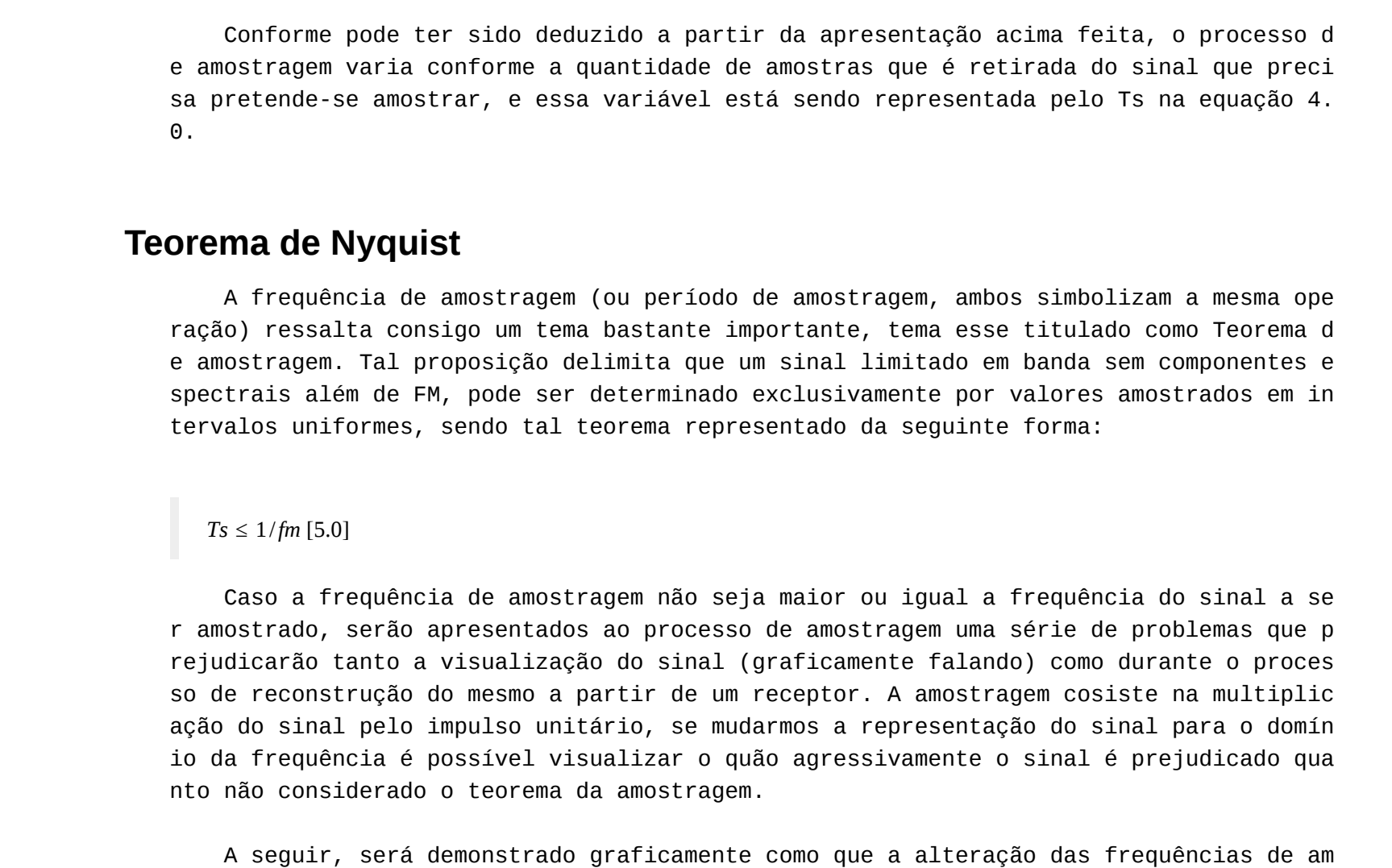
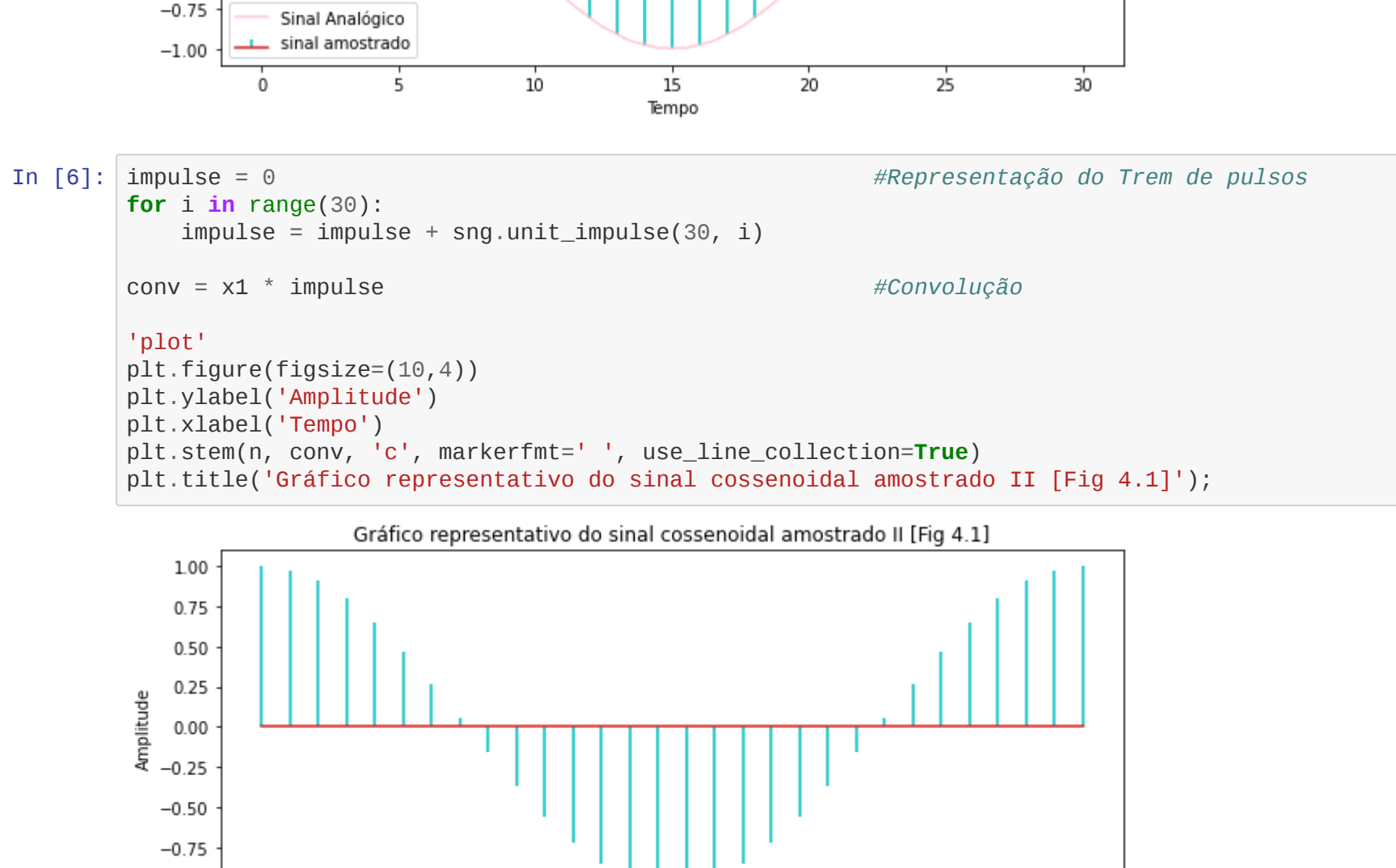
Abaixo será apresentado o impulso unitário e também o trem de pulsos (que nada mais é do que a soma sequencial de impulsos unitários deslocados em n)



Com a visualização do trem de pulsos que será responsável por amostrar o sinal, a fórmula matemática que devemos nos ater frente ao processo de amostragem tem como de finalção o seguinte:

$$x(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(nT) \delta(n - nT)$$

Para que possa ficar um pouco mais claro a aplicação do trem de impulsos, abaixo é apresentado um exemplo utilizando o sinal que foi visto anteriormente.



Conforme pode ter sido deduzido a partir da apresentação acima feita, o processo de amostragem varia conforme a quantidade de amostras que é retirada do sinal que precisa ser amostrado, e essa variável está sendo representada pelo Ts na equação 4.0.

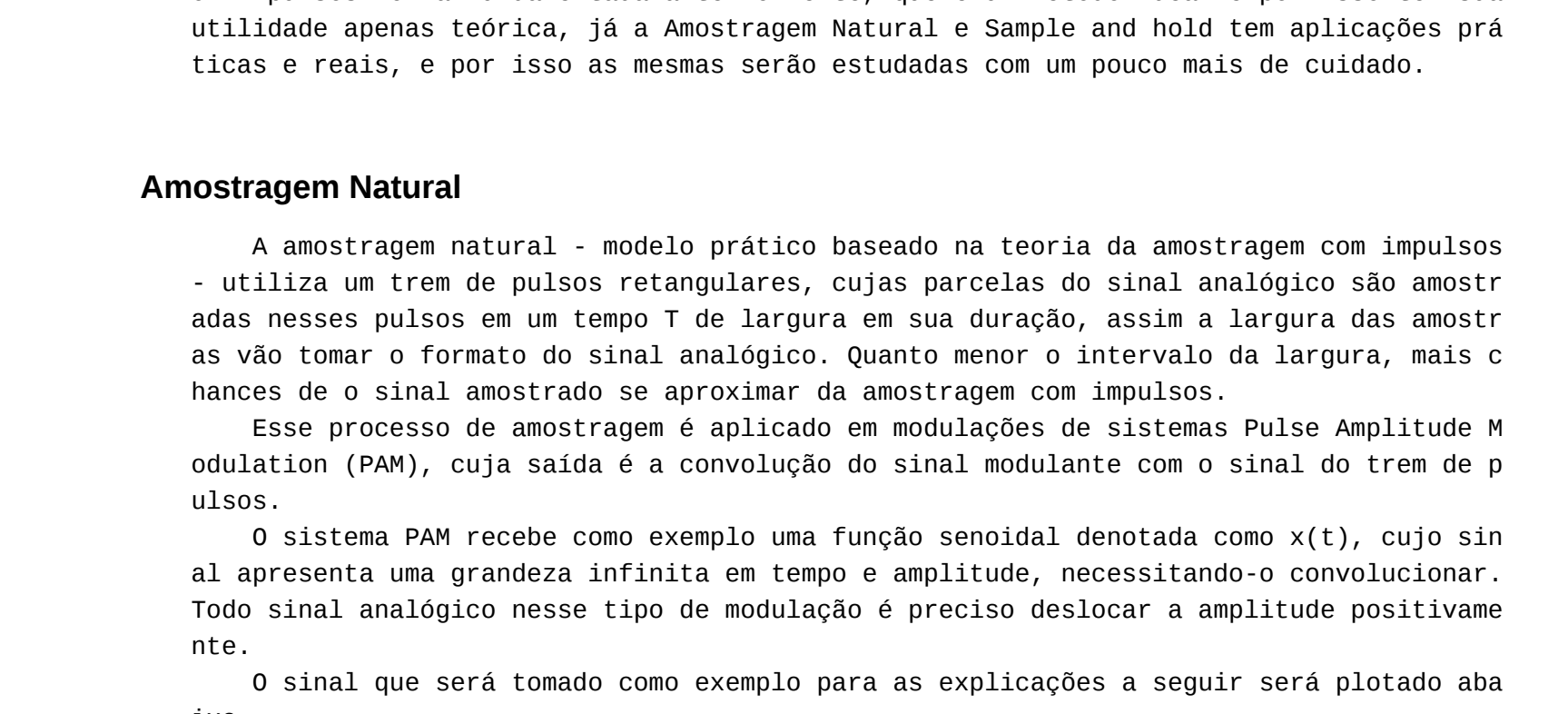
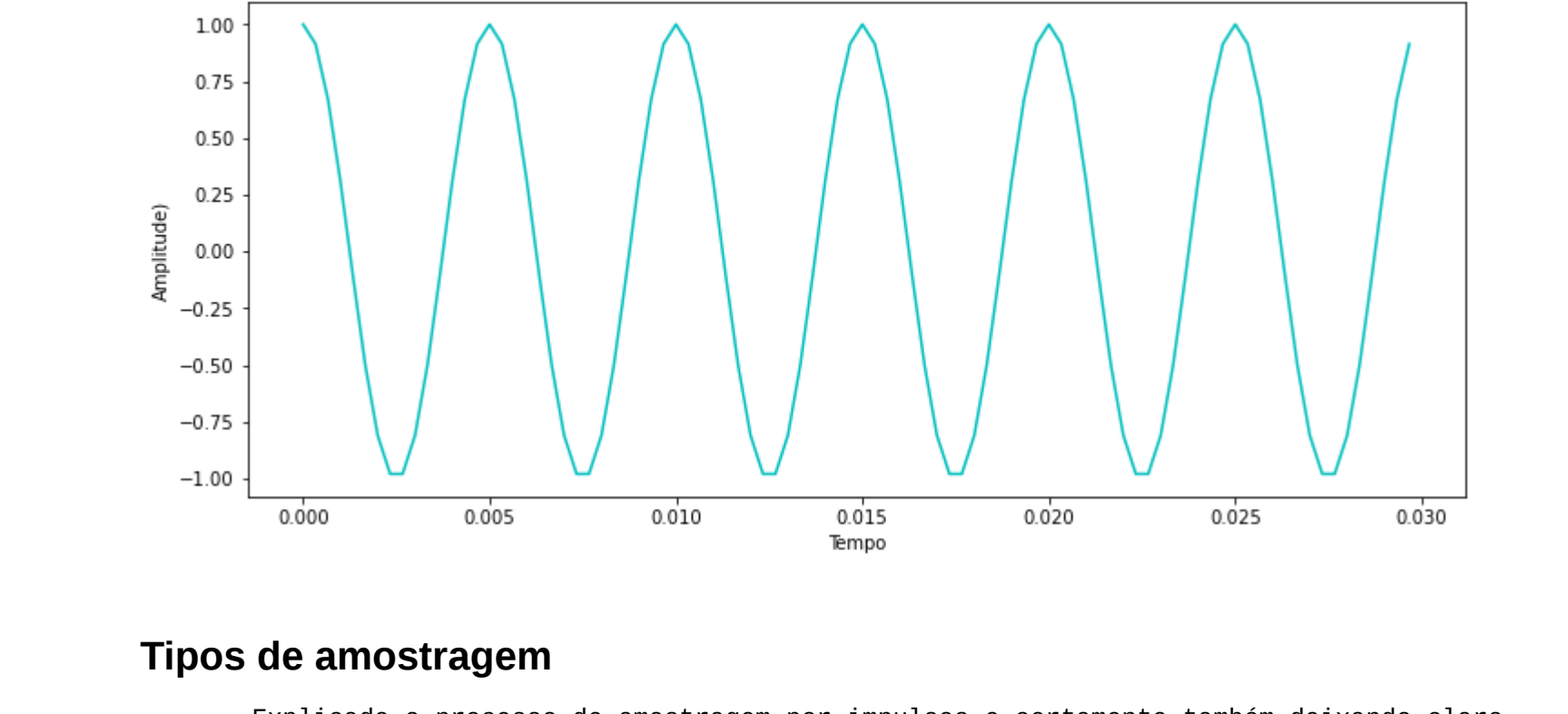
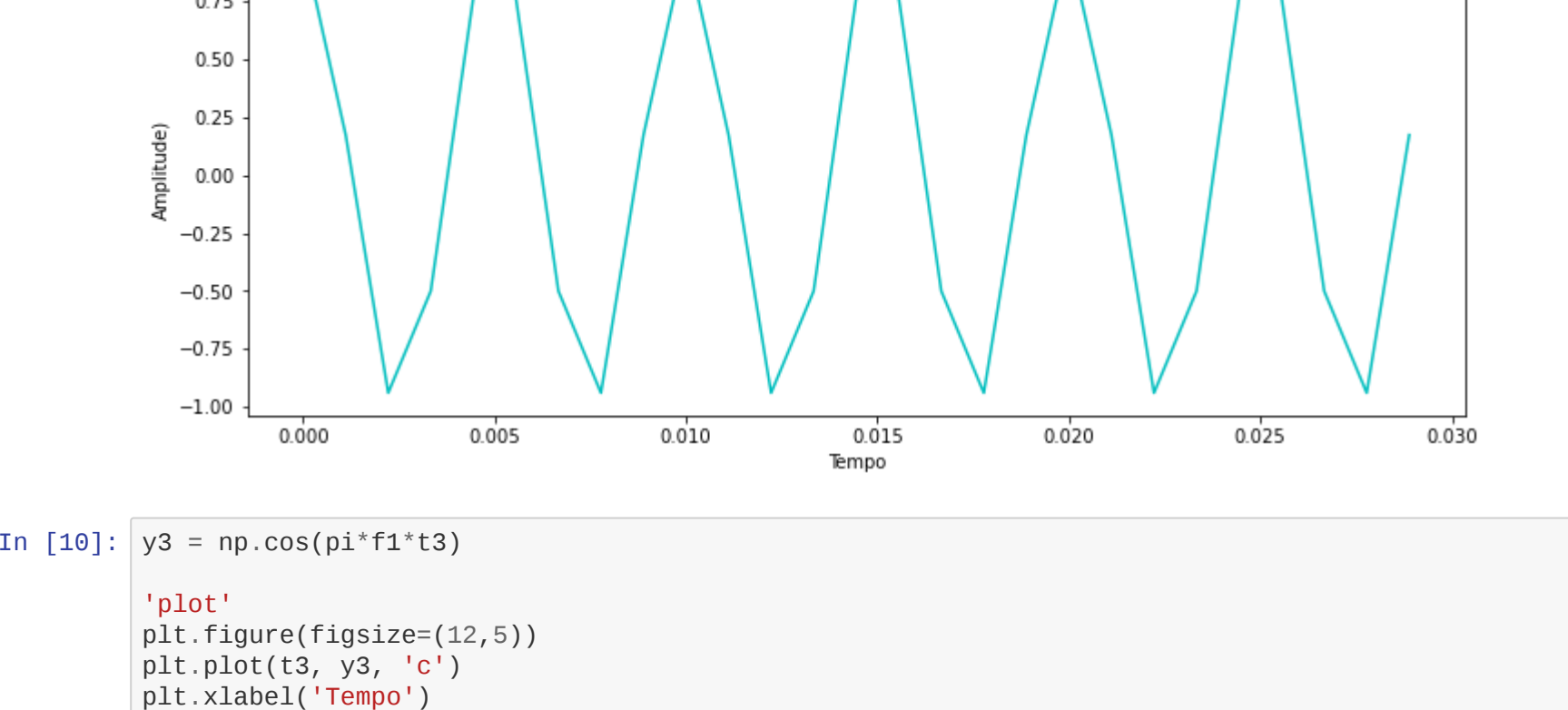
Teorema de Nyquist

A frequência de amostragem (ou período de amostragem, ambos simbolizam a mesma operação) resulta consigo um tema bastante importante, tem esse título devido ao Teorema de Nyquist, que propõe a seguinte ideia: se um sinal limitado em banda sem componentes e espectrais além de Fm, pode ser amostrado exclusivamente por valores amostrados em intervalos uniformes, sendo tal teorema representado da seguinte forma:

$$T_s \leq 1/(2F_m)$$

Caso a frequência de amostragem não seja maior ou igual a frequência do sinal a ser amostrado, serão apresentados ao processo de amostragem uma série de problemas que prejudicam tanto a visualização do sinal (graficamente falando) como durante o processo de reconstrução do mesmo a partir de um receptor. A amostragem consiste na multiplicação do sinal pelo impulso unitário, se mudarmos a representação do sinal para o domínio da frequência é possível visualizar o quanto agressivamente o sinal é prejudicado quando não considerado o teorema de amostragem.

A seguir, será demonstrado graficamente como que a alteração das frequências de amostragem podem fazer com que o sinal seja drasticamente modificado.



Tipos de amostragem

Existindo o processo de amostragem por impulsos e certamente também deixando claro a necessidade de se prestar a devida atenção quanto ao período de amostragem do sinal, adentrarmos agora no que seria a delimitação dos tipos de amostragem, serão elas a Amostragem por Impulsos, Amostragem Natural e a Amostragem sample and hold. A amostragem por impulsos foi a fundamentação anteriormente, que é um método ideal e por isso tem sua utilidade apenas teórica, já a Amostragem Natural e Sample and hold tem aplicações práticas e reais, e por isso as mesmas serão estudadas com um pouco mais de cuidado.

Amostragem Natural

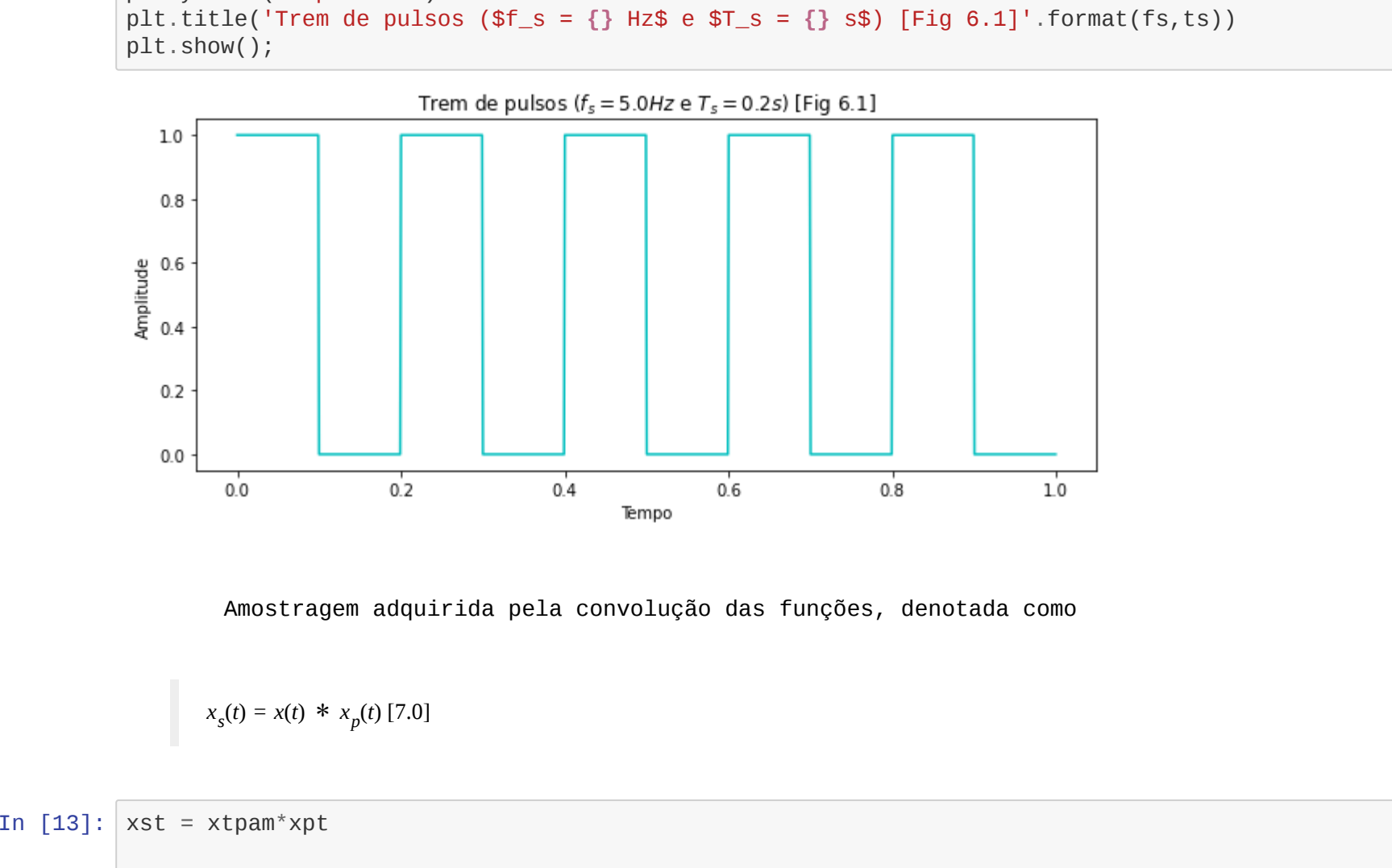
A amostragem natural - modelo prático baseado na teoria da amostragem com impulsos - utiliza um trem de pulsos retangulares, cujas durações do sinal analógico são amostradas nesses pulsos em um tempo T de largura em sua duração, assim a largura das amostras não tomar o formato do sinal analógico. Quanto menor o intervalo da largura, mais chances de o sinal amostrado se aproximar da amostragem com impulsos.

Esse processo de amostragem é aplicado em modulações de sistemas Pulse Amplitude Modulation (PAM), cuja saída é a convolução do sinal amostrado com o sinal do trem de pulsos.

O sistema PAM recebe como exemplo uma função senoidal denotada como x(t), cujo sinal apresenta uma grandeza infinita em tempo e amplitude, necessitando a convolução.

Todo sinal analógico nesse tipo de modulação e preciso deslocar a amplitude positiva e negativa.

O sinal que será gerado como exemplo para as explicações a seguir será plotado abaixo.



A função abaixo é exemplo do trem de pulsos. Com o período e a largura de pulso constantes, ela é denotada conforme abaixo e é o sinal resultante da expressão listada e responsável por convolucionar o sinal analógico o qual deseja-se amostrar. Um modelo mais próximo do real é calculado quanto se considera o trem de pulsos de amplitude igual a 1 ao invés de sua largura de banda.

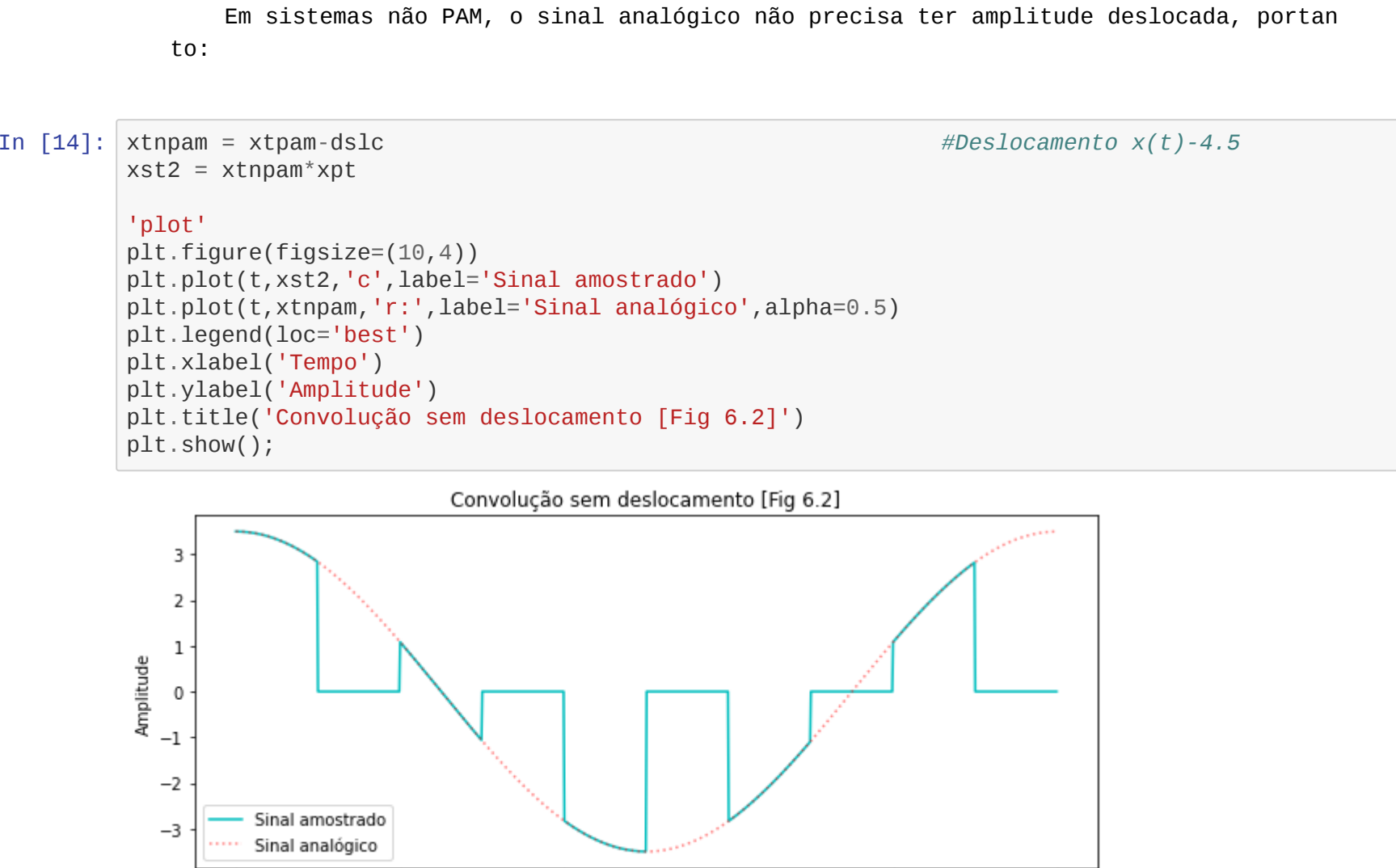
$$x_p(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT)$$

As variáveis fs (frequência de amostragem) e cn (coeficientes da série exponencial de Fourier) fazem parte de xp(t), denotadas como:

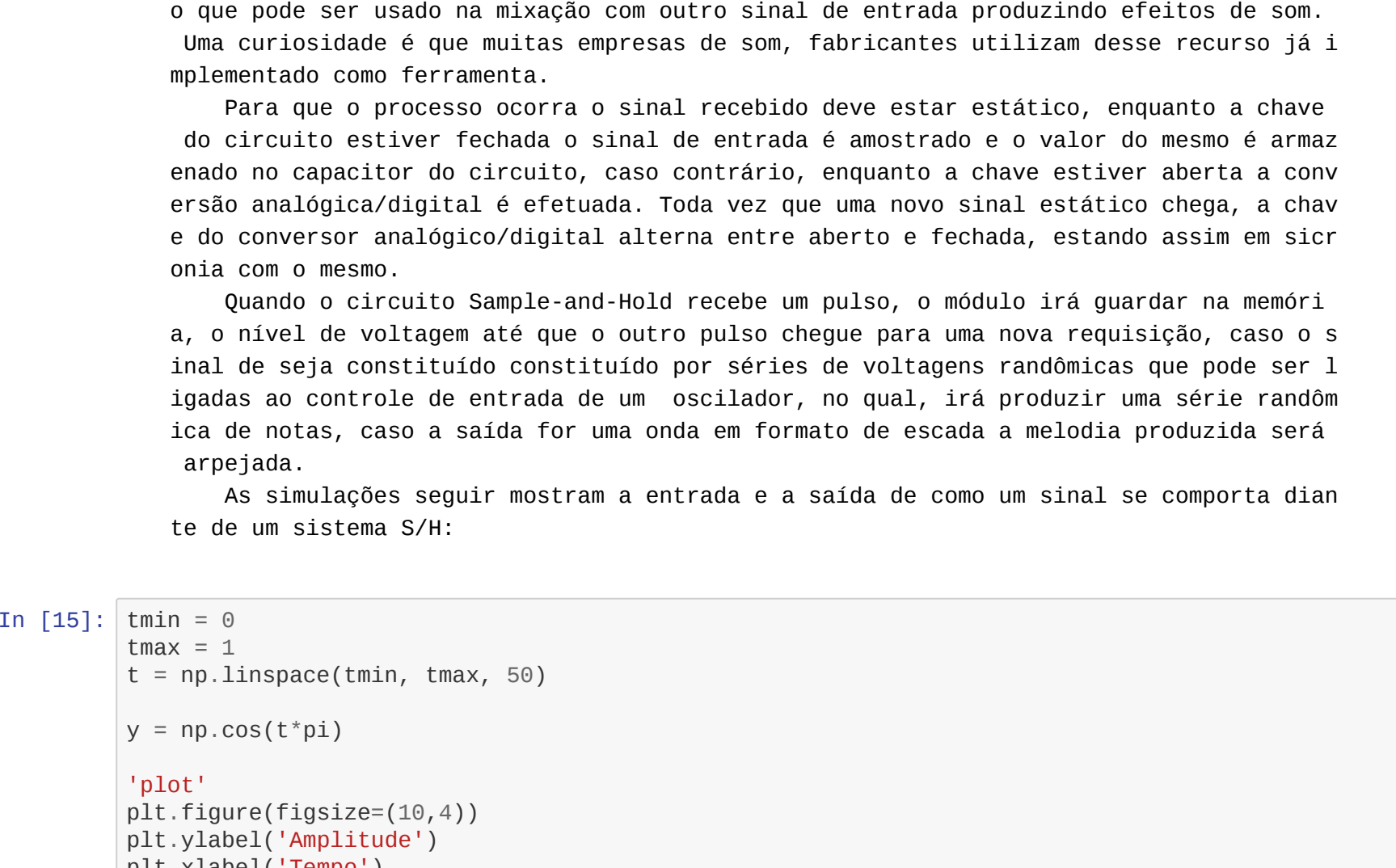
$$f_s = \frac{1}{T_s}$$

$$c_n = \frac{1}{T_s} \int_{-T_s/2}^{T_s/2} \delta(t) e^{-jn\omega T_s} dt$$

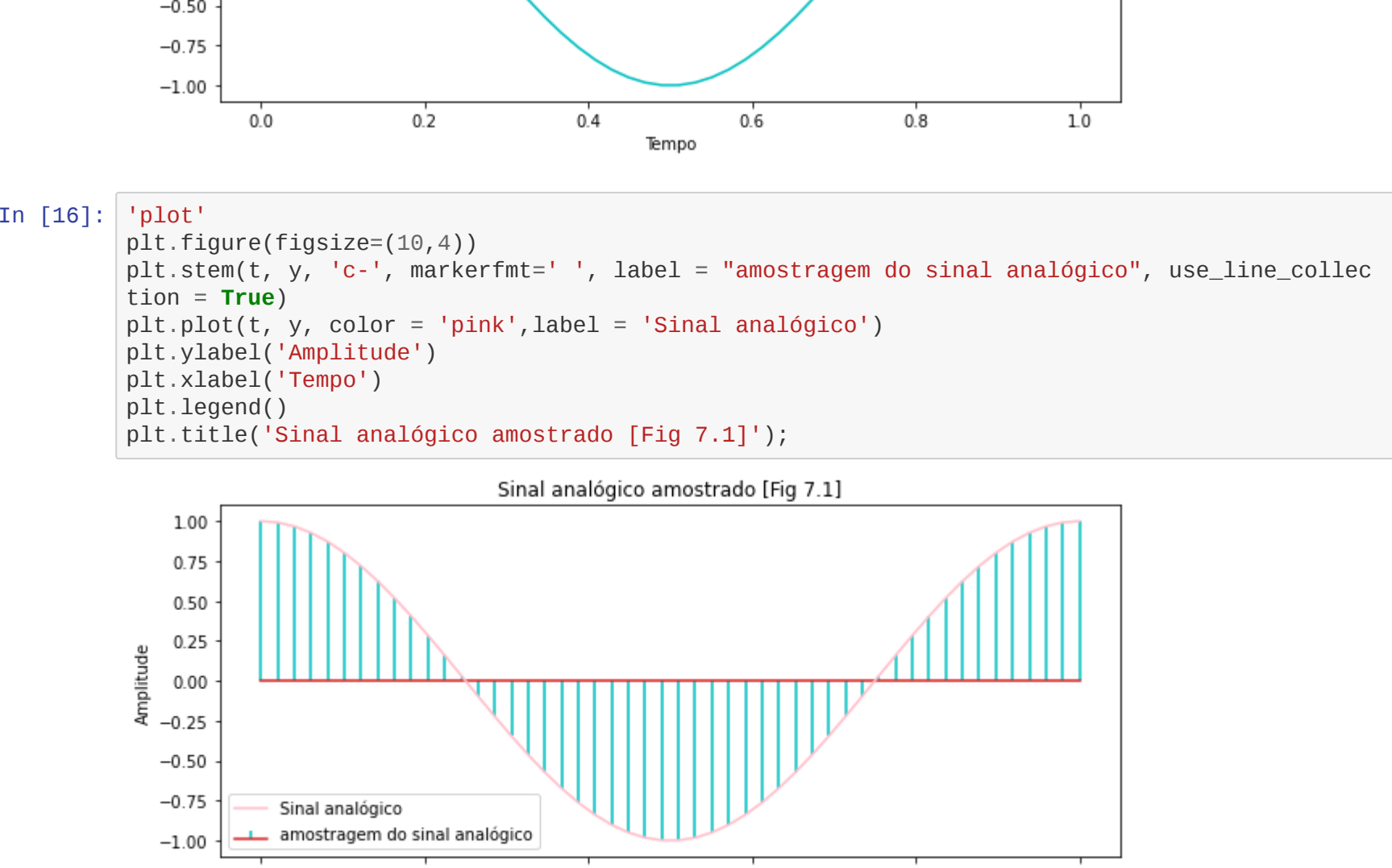
$$c_n = \frac{1}{T_s} \int_{-T_s/2}^{T_s/2} \delta(t) e^{-jn\omega T_s} dt$$



Amostragem adquirida pela convolução das funções, denotada como

$$x_p(t) = x(t) * x_p(t)$$


Em sistemas não PAM, o sinal analógico não precisa ter amplitude deslocada, portanto:

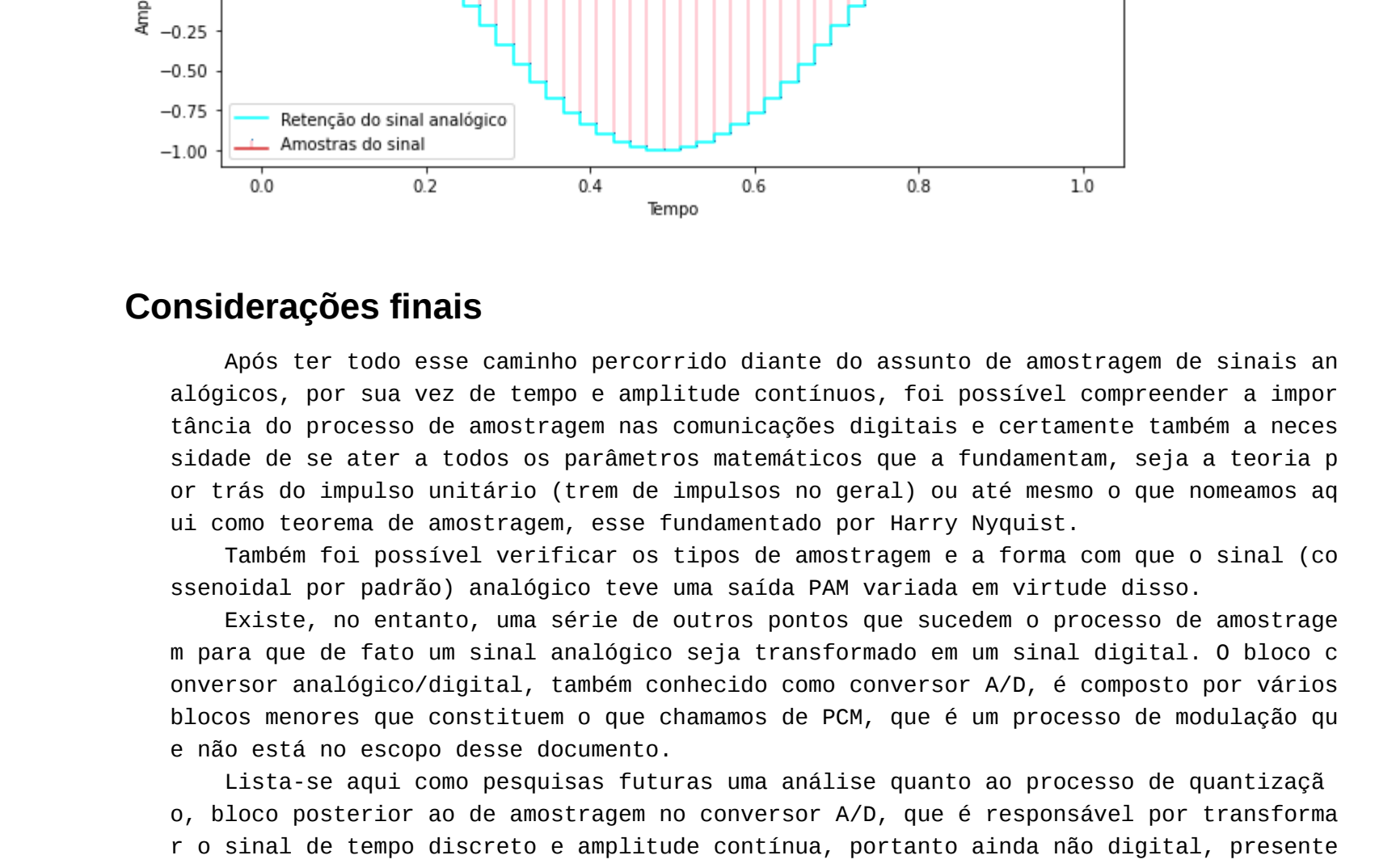


Amostragem Sample and Hold

Circuitos Sample and Hold, também conhecidos como amostragem e retenção geralmente são utilizados com conversores de sinais analógicos para digital. O intuito deste processo é seguir o sinal de entrada analógico e seguir o sinal amostrado.

Alguns circuitos Sample-and-Hold recebem pulso externo, mas ele também pode possuir seu próprio pulso interno também conhecido por alguns como clock. Além disso os circuitos Sample-and-Hold podem possuir seu próprio gerador interno de ruído branco e o sinal de saída constituído por séries de voltagens randômicas que pode ser lidas ao controle de entrada de um oscilador, no qual, irá produzir uma série randômica de notas, caso a saída for uma onda em formato de escala a melodia produzida será arpejada.

As simulações seguir mostram a entrada e a saída de um sinal se comporta diante de um sistema S/H:



Considerações finais

Após ter todo esse caminho percorrido diante do assunto de amostragem de sinais analógicos, por sua vez de tempo e amplitude contínuos, tem esse título devido ao Teorema de Nyquist, que propõe a seguinte ideia: se um sinal limitado em banda sem componentes e espectrais além de Fm, pode ser amostrado exclusivamente por valores amostrados em intervalos uniformes, sendo tal teorema representado da seguinte forma:

Existindo, no entanto, uma série de outros pontos que sucedem o processo de amostragem para que de fato um sinal analógico seja transformado em um sinal digital. O bloco conversor analógico/digital, também conhecido como conversor A/D, é composto por vários blocos menores que constituem o que chamamos de PCN, que é um processo de modulação e não está no escopo desse documento.

Lista-se aqui como pesquisas futuras uma análise quanto ao processo de digitalização, o bloco posterior ad de amostragem no conversor A/D, que é responsável por transformar o sinal de saída constituído por séries de voltagens randômicas que pode ser lidas ao controle de entrada de um oscilador, no qual, irá produzir uma série randômica de notas, caso a saída for uma onda em formato de escala a melodia produzida será arpejada.

As simulações seguir mostram a entrada e a saída de um sinal se comporta diante de um sistema S/H:

Referências

- HAYKIN, S.; MOHER, M. Introdução aos Sistemas de comunicação, 2a Ed., Bookman, Porto Alegre, 2006.
- LATHI, B. Z.; PZH, DING. Modern Digital and Analog Communication Systems, 4a Ed., OXFORD UNIVERSITY PRESS, New York, 2010.

Audio Processing in Python Part 1: Sampling, Nyquist, and the Fast Fourier Transform. Disponível em: <https://makerportal.com/blog/2018/03/audio-processing-in-python-part-1-sampling-and-the-fast-fourier-transform>. Acesso em: 03/05/2021.

Teoria e Prática de Processamento de Sinais e Imagens. Disponível em: <https://books.google.com/books?id=9wZwEAAQAAQJ>. Acesso em: 04/05/2021.

Getting into Digital Signal Processing Part 2: Sampling & Aliasing. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=9wZwEAAQAAQJ>. Acesso em: 03/05/2021.

Sample and Hold Circuit. Disponível em: <https://www.electronicshub.org/sample-and-hold-circuit>. Acesso em: 06/05/2021.