



TRƯỜNG ĐẠI HỌC  
BÁCH KHOA HÀ NỘI  
HANOI UNIVERSITY  
OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

# KIẾN TRÚC MÁY TÍNH

## Computer Architecture

Course ID: IT3030

Nguyễn Kim Khánh

# Nội dung học phần

Chương 1. Giới thiệu chung

Chương 2. Hệ thống máy tính

**Chương 3. Số học và logic máy tính**

Chương 4. Kiến trúc tập lệnh

Chương 5. Bộ xử lý

Chương 6. Bộ nhớ máy tính

Chương 7. Hệ thống vào-ra

Chương 8. Các kiến trúc song song

## Chương 3

# SỐ HỌC VÀ LOGIC MÁY TÍNH

# Nội dung của chương 3

3.1. Hệ đếm

3.2. Logic số

3.3. Biểu diễn số nguyên

3.4. Phép cộng và phép trừ số nguyên

3.5. Phép nhân và chia số nguyên

3.6. Số dấu phẩy động

## 3.1. Hệ đếm

Các hệ đếm cơ bản:

- Hệ thập phân (Decimal System)  
→ con người sử dụng
- Hệ nhị phân (Binary System)  
→ máy tính sử dụng
- Hệ mười sáu (Hexadecimal System)  
→ dùng để viết gọn cho số nhị phân

# 1. Hệ thập phân

- Cơ số 10
- 10 chữ số: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9
- Dùng n chữ số thập phân có thể biểu diễn được  $10^n$  giá trị khác nhau:
  - $00\dots000 = 0$
  - $99\dots999 = 10^n - 1$

# Dạng tổng quát của số thập phân

$$A = a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0, a_{-1} a_{-2} \dots a_{-m}$$

Giá trị của A được hiểu như sau:

$$A = a_n 10^n + a_{n-1} 10^{n-1} + \dots + a_1 10^1 + a_0 10^0 + a_{-1} 10^{-1} + \dots + a_{-m} 10^{-m}$$

$$A = \sum_{i=-m}^n a_i 10^i$$

# Ví dụ số thập phân

$$472.38 = 4 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 2 \times 10^0 + 3 \times 10^{-1} + 8 \times 10^{-2}$$

- Các chữ số của phần nguyên:

- $472 : 10 = 47$  dư 2
- $47 : 10 = 4$  dư 7
- $4 : 10 = 0$  dư 4

- Các chữ số của phần lẻ:

- $0.38 \times 10 = 3.8$  phần nguyên = 3
- $0.8 \times 10 = 8.0$  phần nguyên = 8



## 2. Hệ nhị phân

- Cơ số 2
- 2 chữ số nhị phân: 0 và 1
- Chữ số nhị phân được gọi là **bit** (*binary digit*)
  - **bit** là đơn vị thông tin nhỏ nhất
- Dùng n bit có thể biểu diễn được  $2^n$  giá trị khác nhau:
  - $00...000 = 0$
  - $11...111 = 2^n - 1$
- Các lệnh của chương trình và dữ liệu trong máy tính đều được mã hóa bằng số nhị phân

# Biểu diễn số nhị phân

Số nhị phân				Số thập phân
1-bit	2-bit	3-bit	4-bit	
0	00	000	0000	0
1	01	001	0001	1
	10	010	0010	2
	11	011	0011	3
		100	0100	4
		101	0101	5
		110	0110	6
		111	0111	7
			1000	8
			1001	9
			1010	10
			1011	11
			1100	12
			1101	13
			1110	14
			1111	15

# Đơn vị dữ liệu và thông tin trong máy tính

- **bit** – chữ số nhị phân (**bi**nary digit): là đơn vị thông tin nhỏ nhất, cho phép nhận một trong hai giá trị: 0 hoặc 1.
- **byte** là một tổ hợp 8 bit: có thể biểu diễn được 256 giá trị ( $2^8$ )
- Quy ước đơn vị dữ liệu trong Khoa học máy tính:
  - KB (Kilobyte) =  $2^{10}$  bytes = 1024 bytes
  - MB (Megabyte) =  $2^{10}$  KB =  $2^{20}$  bytes ( $\sim 10^6$ )
  - GB (Gigabyte) =  $2^{10}$  MB =  $2^{30}$  bytes ( $\sim 10^9$ )
  - TB (Terabyte) =  $2^{10}$  GB =  $2^{40}$  bytes ( $\sim 10^{12}$ )
  - PB (Petabyte) =  $2^{10}$  TB =  $2^{50}$  bytes
  - EB (Exabyte) =  $2^{10}$  PB =  $2^{60}$  bytes

# Qui ước mới về ký hiệu đơn vị dữ liệu

Theo thập phân			Theo nhị phân		
Đơn vị	Viết tắt	Giá trị	Đơn vị	Viết tắt	Giá trị
kilobyte	KB	$10^3$	kibibyte	KiB	$2^{10} = 1024$
megabyte	MB	$10^6$	mebibyte	MiB	$2^{20}$
gigabyte	GB	$10^9$	gibibyte	GiB	$2^{30}$
terabyte	TB	$10^{12}$	tebibyte	TiB	$2^{40}$
petabyte	PB	$10^{15}$	pebibyte	PiB	$2^{50}$
exabyte	EB	$10^{18}$	exbibyte	EiB	$2^{60}$

# Dạng tổng quát của số nhị phân

$$A = a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0, a_{-1} a_{-2} \dots a_{-m}$$

Giá trị của A được tính như sau:

$$A = a_n 2^n + a_{n-1} 2^{n-1} + \dots + a_1 2^1 + a_0 2^0 + a_{-1} 2^{-1} + \dots + a_{-m} 2^{-m}$$

$$A = \sum_{i=-m}^n a_i 2^i$$

# Ví dụ số nhị phân

$$\begin{array}{cccccccc} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & . & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & & -1 & -2 & -3 & -4 \end{array} \quad {}_{(2)} =$$

$$= 2^6 + 2^5 + 2^3 + 2^0 + 2^{-1} + 2^{-3} + 2^{-4}$$

$$= 64 + 32 + 8 + 1 + 0.5 + 0.125 + 0.0625$$

$$= 105.6875_{(10)}$$

# Chuyển đổi số nguyên thập phân sang nhị phân

- Phương pháp 1: chia dần cho 2 rồi lấy phần dư
- Phương pháp 2: Phân tích thành tổng của các số  $2^i$   
→ nhanh hơn

# Phương pháp chia dần cho 2

- Ví dụ: chuyển đổi  $105_{(10)}$

■	$105 : 2$	=	52	dư	1
■	$52 : 2$	=	26	dư	0
■	$26 : 2$	=	13	dư	0
■	$13 : 2$	=	6	dư	1
■	$6 : 2$	=	3	dư	0
■	$3 : 2$	=	1	dư	1
■	$1 : 2$	=	0	dư	1

↑  
biểu diễn  
số dư  
theo chiều  
mũi tên

- Kết quả:  $105_{(10)} = 1101001_{(2)}$



# Phương pháp phân tích thành tổng của các $2^i$

■ Ví dụ 1: chuyển đổi  $105_{(10)}$

■  $105 = 64 + 32 + 8 + 1 = 2^6 + 2^5 + 2^3 + 2^0$

$2^7$	$2^6$	$2^5$	$2^4$	$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$
128	64	32	16	8	4	2	1
0	1	1	0	1	0	0	1

Kết quả:  $105_{(10)} = 0110\ 1001_{(2)}$

■ Ví dụ 2:

$$17000_{(10)} = 16384 + 512 + 64 + 32 + 8$$

$$= 2^{14} + 2^9 + 2^6 + 2^5 + 2^3$$

$$17000_{(10)} = 0100\ 0010\ 0110\ 1000_{(2)}$$

15 14 13 12    11 10 9 8    7 6 5 4    3 2 1 0



# Chuyển đổi số lẻ thập phân sang nhị phân

- Ví dụ 1: chuyển đổi  $0.6875_{(10)}$

■	$0.6875 \times 2$	$= 1.375$	phần nguyên = 1	biểu diễn theo chiều mũi tên
■	$0.375 \times 2$	$= 0.75$	phần nguyên = 0	
■	$0.75 \times 2$	$= 1.5$	phần nguyên = 1	
■	$0.5 \times 2$	$= 1.0$	phần nguyên = 1	

- Kết quả :  $0.6875_{(10)} = 0.1011_{(2)}$

# Chuyển đổi số lẻ thập phân sang nhị phân (tiếp)

- Ví dụ 2: chuyển đổi  $0.81_{(10)}$

■	0.81	x 2 =	1.62	phần nguyên	=	1	↓
■	0.62	x 2 =	1.24	phần nguyên	=	1	
■	0.24	x 2 =	0.48	phần nguyên	=	0	
■	0.48	x 2 =	0.96	phần nguyên	=	0	
■	0.96	x 2 =	1.92	phần nguyên	=	1	
■	0.92	x 2 =	1.84	phần nguyên	=	1	
■	0.84	x 2 =	1.68	phần nguyên	=	1	

- $0.81_{(10)} \approx 0.1100111_{(2)}$

### 3. Hệ mười sáu (Hexa)

- Cơ số 16
- 16 chữ số: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9, A,B,C,D,E,F
- Dùng để viết gọn cho số nhị phân: cứ một nhóm 4-bit sẽ được thay bằng một chữ số Hexa

# Quan hệ giữa số nhị phân và số Hexa

Ví dụ:

- $1011\ 0011_{(2)} = B3_{(16)}$
- $0000\ 0000_{(2)} = 00_{(16)}$
- $0010\ 1101\ 1001\ 1010_{(2)} = 2D9A_{(16)}$
- $1111\ 1111\ 1111\ 1111_{(2)} = FFFF_{(16)}$

4-bit	Số Hexa	Thập phân
0000	0	0
0001	1	1
0010	2	2
0011	3	3
0100	4	4
0101	5	5
0110	6	6
0111	7	7
1000	8	8
1001	9	9
1010	A	10
1011	B	11
1100	C	12
1101	D	13
1110	E	14
1111	F	15

## 3.2. Cơ bản về logic số

- Đại số Boole
- Các cổng logic
- Mạch tổ hợp
- Mạch dãy

# 1. Đại số Boole

- Đại số Boole sử dụng các biến logic và phép toán logic
- Biến logic có thể nhận giá trị 1 (TRUE) hoặc 0 (FALSE)
- Các phép toán logic cơ bản: **AND**, **OR** và **NOT**
  - $A \text{ AND } B = A \cdot B$  hay  $AB$
  - $A \text{ OR } B = A + B$
  - $\text{NOT } A = \bar{A}$
  - Thứ tự ưu tiên:  $\text{NOT} > \text{AND} > \text{OR}$
- Thêm các phép toán logic: **NAND**, **NOR**, **XOR**
  - $A \text{ NAND } B = \text{NOT } (A \text{ AND } B) = \overline{A \cdot B}$
  - $A \text{ NOR } B = \text{NOT } (A \text{ OR } B) = \overline{A + B}$
  - $A \text{ XOR } B = A \oplus B = A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B$

# Phép toán đại số Boole

A	B	A AND B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

A	B	A OR B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

A	NOT A
0	1
1	0

NOT là phép toán 1 biến

A	B	A NAND B
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

A	B	A NOR B
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

A	B	A XOR B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



# Các đồng nhất thức của đại số Boole

$$A \cdot B = B \cdot A$$

$$A \cdot (B + C) = (A \cdot B) + (A \cdot C)$$

$$1 \cdot A = A$$

$$A \cdot \bar{A} = 0$$

$$0 \cdot A = 0$$

$$A \cdot A = A$$

$$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$$

$$\overline{A \cdot B} = \bar{A} + \bar{B} \text{ (Định lý De Morgan)}$$

$$A + B = B + A$$

$$A + (B \cdot C) = (A + B) \cdot (A + C)$$

$$0 + A = A$$

$$A + \bar{A} = 1$$

$$1 + A = 1$$

$$A + A = A$$


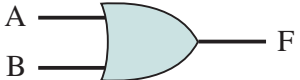
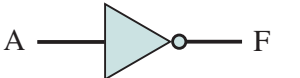

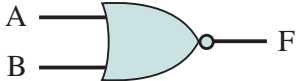
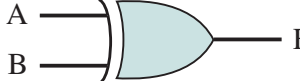
$$A + (B + C) = (A + B) + C$$

$$\overline{A + B} = \bar{A} \cdot \bar{B} \text{ (Định lý De Morgan)}$$

## 2. Các cổng logic (Logic Gates)

- Thực hiện các phép toán logic:
  - NOT, AND, OR, NAND, NOR, XOR
- Cổng logic một đầu vào:
  - Cổng NOT
- Cổng hai đầu vào:
  - AND, OR, XOR, NAND, NOR
- Cổng nhiều đầu vào:
  - AND, OR, XOR, NAND, NOR

# Ký hiệu các cổng logic

Name	Graphical Symbol	Algebraic Function	Truth Table															
AND		$F = A \bullet B$ or $F = AB$	<table><tr><th>A</th><th>B</th><th>F</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>	A	B	F	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1
A	B	F																
0	0	0																
0	1	0																
1	0	0																
1	1	1																
OR		$F = A + B$	<table><tr><th>A</th><th>B</th><th>F</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>	A	B	F	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1
A	B	F																
0	0	0																
0	1	1																
1	0	1																
1	1	1																
NOT		$F = \overline{A}$ or $F = A'$	<table><tr><th>A</th><th>F</th></tr><tr><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td></tr></table>	A	F	0	1	1	0									
A	F																	
0	1																	
1	0																	
NAND		$F = \overline{AB}$	<table><tr><th>A</th><th>B</th><th>F</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table>	A	B	F	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0
A	B	F																
0	0	1																
0	1	1																
1	0	1																
1	1	0																
NOR		$F = \overline{A + B}$	<table><tr><th>A</th><th>B</th><th>F</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table>	A	B	F	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0
A	B	F																
0	0	1																
0	1	0																
1	0	0																
1	1	0																
XOR		$F = A \oplus B$	<table><tr><th>A</th><th>B</th><th>F</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table>	A	B	F	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0
A	B	F																
0	0	0																
0	1	1																
1	0	1																
1	1	0																

### 3. Mạch tổ hợp

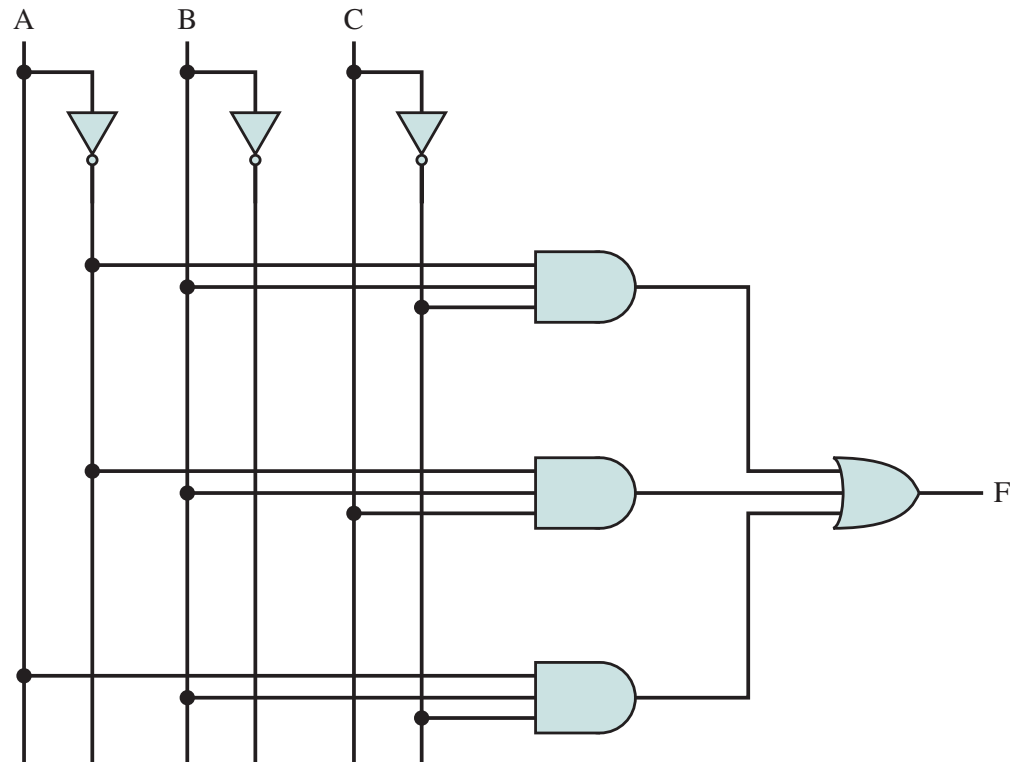
- Mạch logic là mạch bao gồm:
  - Các đầu vào (Inputs)
  - Các đầu ra (Outputs)
  - Đặc tả chức năng (Functional specification)
  - Đặc tả thời gian (Timing specification)
- Các kiểu mạch logic:
  - Mạch tổ hợp (Combinational Circuits)
    - Mạch không nhớ
    - Đầu ra được xác định bởi các giá trị hiện tại của đầu vào
  - Mạch dãy (Sequential Circuits)
    - Mạch có nhớ
    - Đầu ra được xác định bởi các giá trị trước đó và giá trị hiện tại của đầu vào

# Mạch tổ hợp

- Mạch tổ hợp là mạch logic trong đó đầu ra chỉ phụ thuộc đầu vào ở thời điểm hiện tại
- Là mạch không nhớ và được thực hiện bằng các cổng logic
- Mạch tổ hợp có thể được định nghĩa theo ba cách:
  - Bảng thật (True Table)
  - Dạng sơ đồ
  - Phương trình Boole

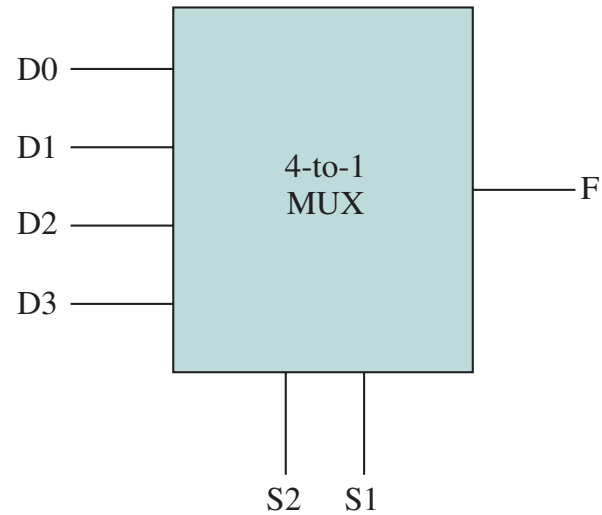
# Ví dụ

Đầu vào			Đầu ra
A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

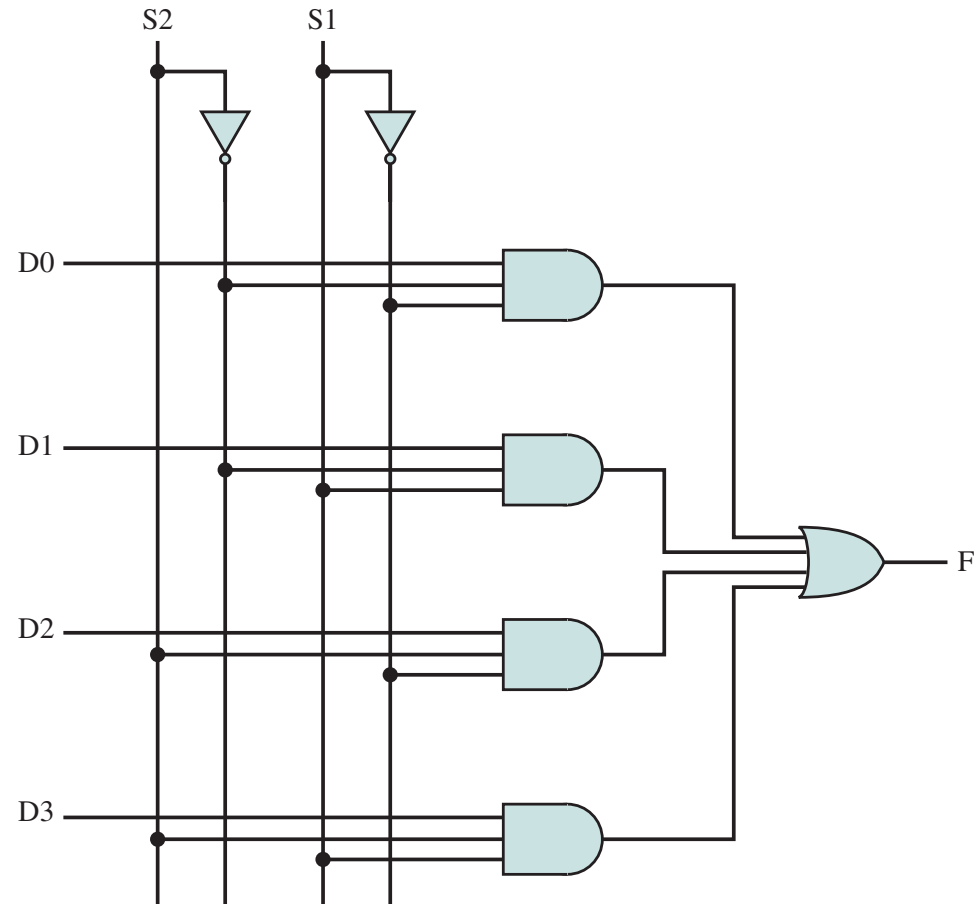


$$F = \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C}$$

# Bộ chọn kênh 4 đầu vào



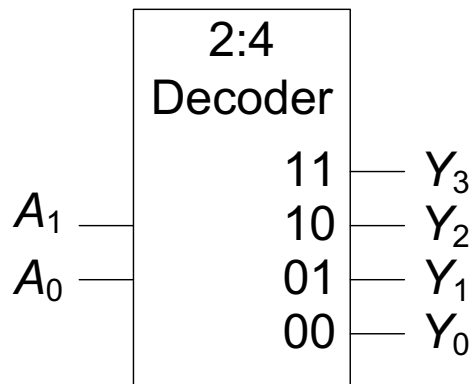
Đầu vào chọn		Đầu ra
S2	S1	F
0	0	D0
0	1	D1
1	0	D2
1	1	D3



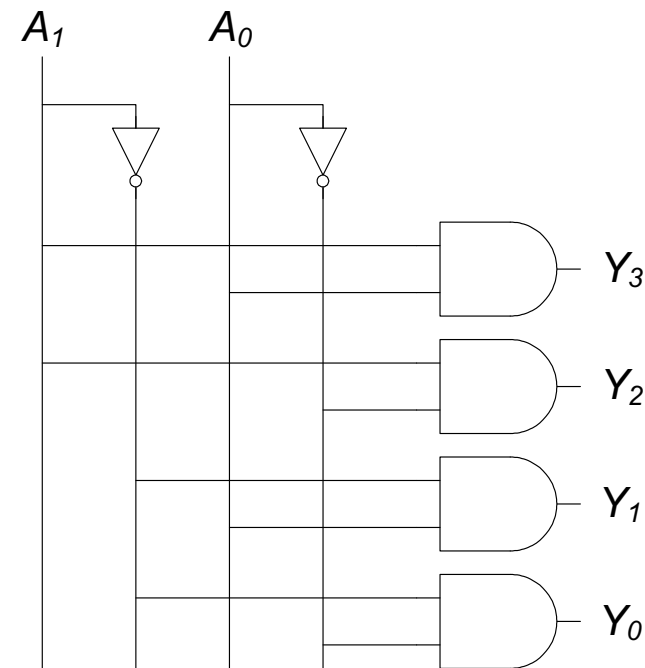
$$F = D0 \cdot \overline{S2} \cdot \overline{S1} + D1 \cdot \overline{S2} \cdot S1 + D2 \cdot S2 \cdot \overline{S1} + D3 \cdot S2 \cdot S1$$

# Bộ giải mã (Decoder)

- N đầu vào,  $2^N$  đầu ra
- Với một tổ hợp của N đầu vào, chỉ có một đầu ra tích cực (khác với các đầu ra còn lại)
- Ví dụ: Bộ giải mã 2 ra 4



$A_1$	$A_0$	$Y_3$	$Y_2$	$Y_1$	$Y_0$
0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	1	0
1	0	0	1	0	0
1	1	1	0	0	0



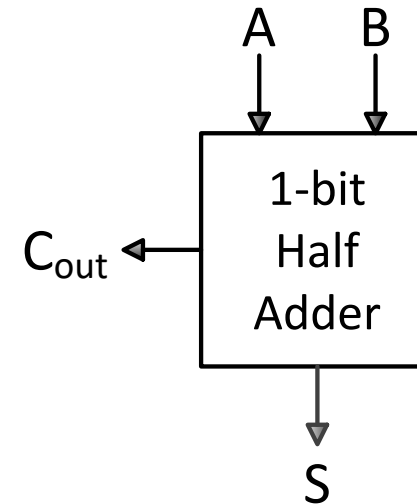


- Bộ cộng bán phần 1-bit (Half-adder)
  - Cộng hai bit tạo ra bit tổng và bit nhớ ra
- Bộ cộng toàn phần 1-bit (Full-adder)
  - Cộng 3 bit
  - Cho phép xây dựng bộ cộng N-bit

# Bộ cộng bán phần 1-bit

0	0	1	1
+ 0	+ 1	+ 0	+ 1
—	—	—	—
0	1	1	10

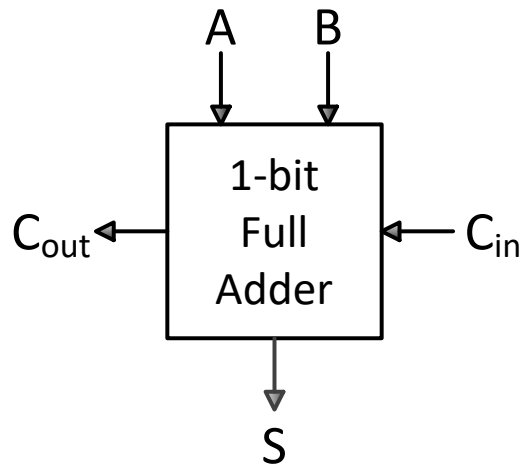
Đầu vào		Đầu ra	
A	B	S	C <sub>out</sub>
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1



$$S = A \oplus B$$

$$C_{out} = AB$$

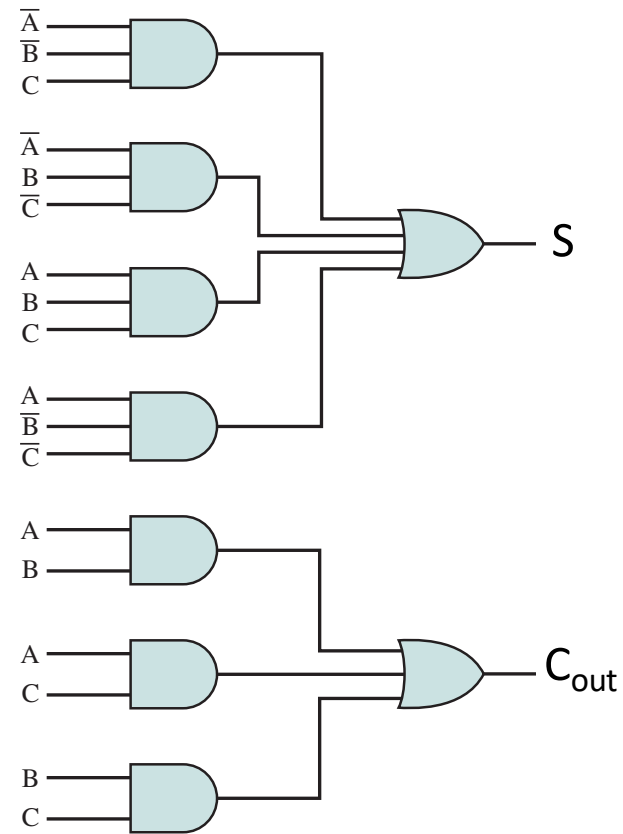
# Bộ cộng toàn phần 1-bit



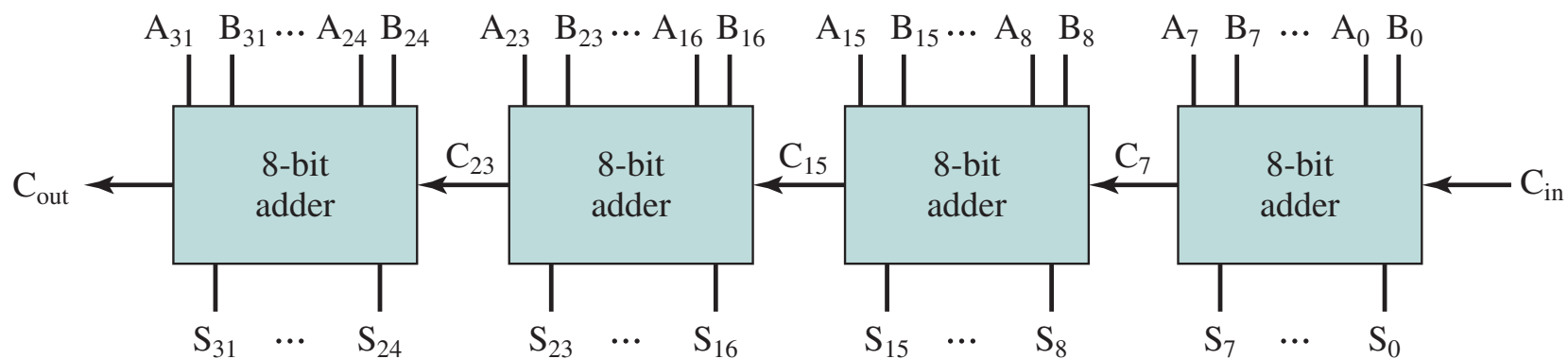
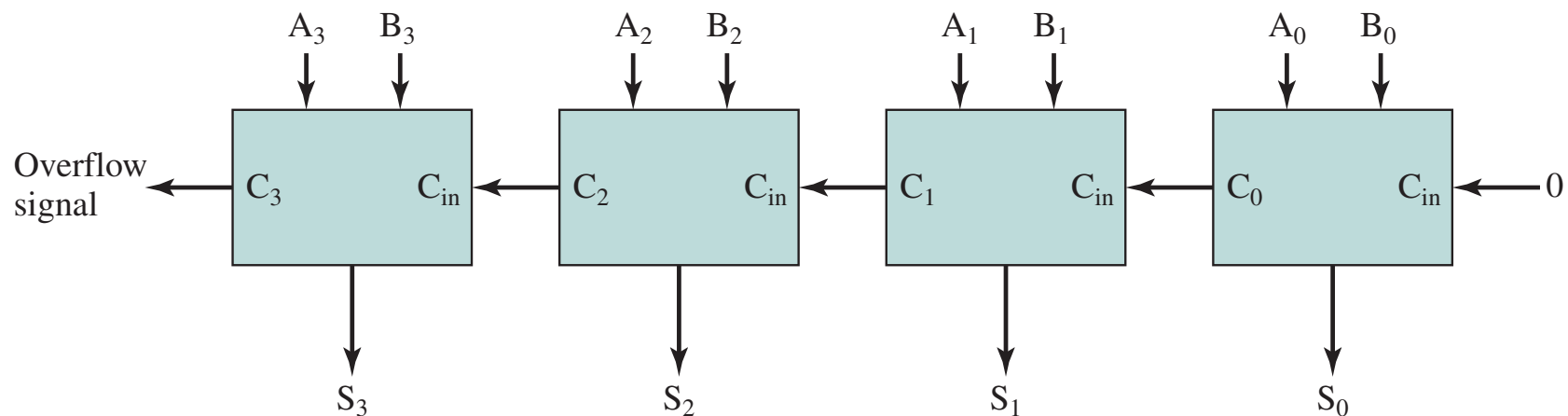
Đầu vào			Đầu ra	
C <sub>in</sub>	A	B	S	C <sub>out</sub>
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

$$S = \overline{\overline{A}}\overline{\overline{B}}\overline{C} + \overline{\overline{A}}\overline{\overline{B}}C + \overline{\overline{A}}\overline{B}\overline{C} + \overline{\overline{A}}\overline{B}C$$

$$C_{out} = AB + AC + BC$$



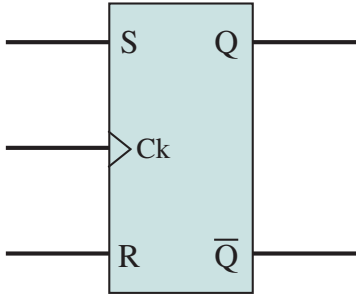
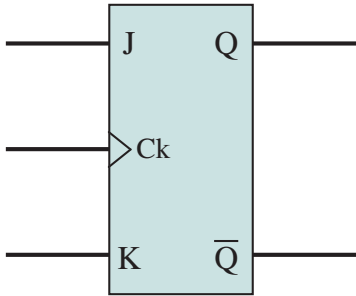
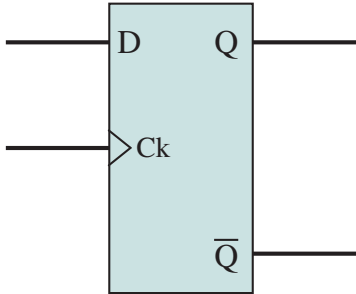
# Bộ cộng 4-bit và bộ cộng 32-bit



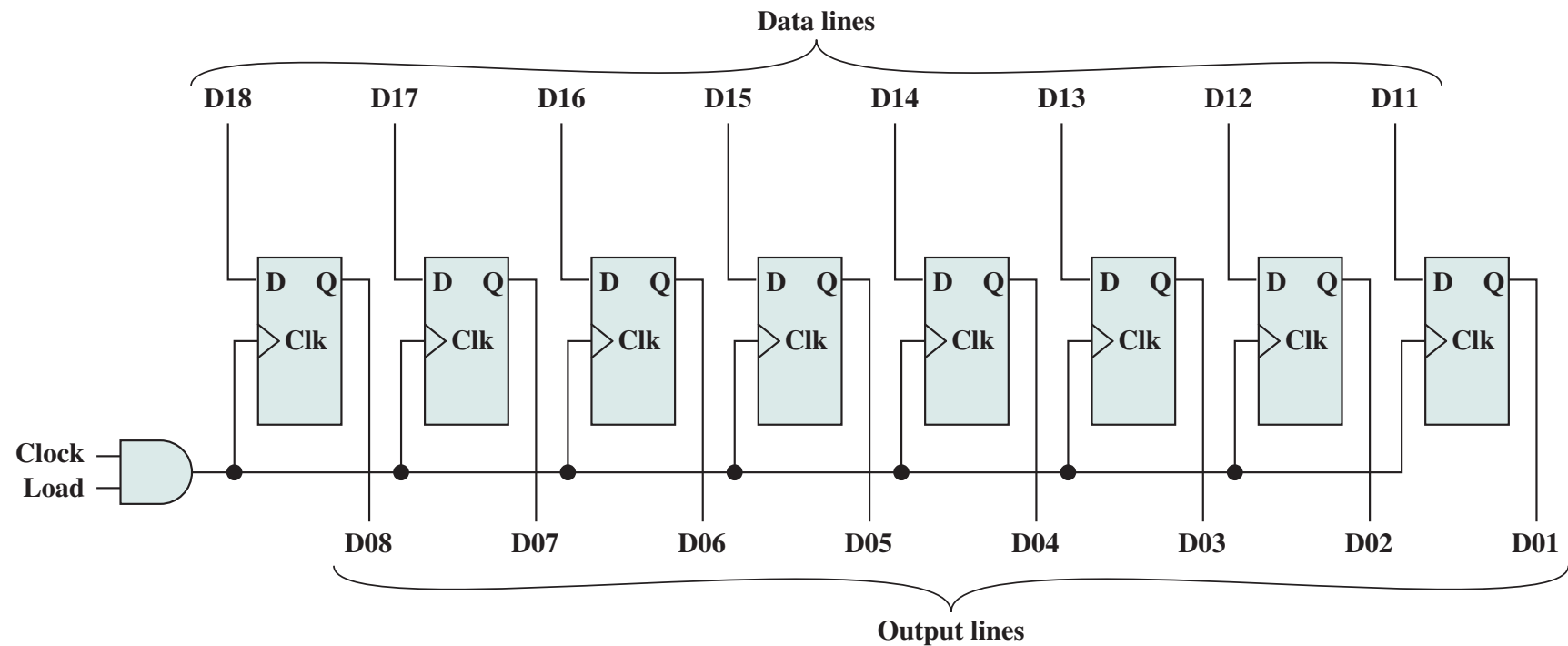
## 4. Mạch dẫy

- Mạch dẫy là mạch logic trong đó đầu ra phụ thuộc giá trị đầu vào ở thời điểm hiện tại và đầu vào ở thời điểm quá khứ
- Là mạch có nhớ, được thực hiện bằng phần tử nhớ (Flip-Flop) và có thể kết hợp với các cổng logic

# Các Flip-Flop cơ bản

Name	Graphical Symbol	Truth Table															
S-R		<table><tr><th>S</th><th>R</th><th><math>Q_{n+1}</math></th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td><math>Q_n</math></td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>—</td></tr></table>	S	R	$Q_{n+1}$	0	0	$Q_n$	0	1	0	1	0	1	1	1	—
S	R	$Q_{n+1}$															
0	0	$Q_n$															
0	1	0															
1	0	1															
1	1	—															
J-K		<table><tr><th>J</th><th>K</th><th><math>Q_{n+1}</math></th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td><math>Q_n</math></td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td><math>\overline{Q_n}</math></td></tr></table>	J	K	$Q_{n+1}$	0	0	$Q_n$	0	1	0	1	0	1	1	1	$\overline{Q_n}$
J	K	$Q_{n+1}$															
0	0	$Q_n$															
0	1	0															
1	0	1															
1	1	$\overline{Q_n}$															
D		<table><tr><th>D</th><th><math>Q_{n+1}</math></th></tr><tr><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td></tr></table>	D	$Q_{n+1}$	0	0	1	1									
D	$Q_{n+1}$																
0	0																
1	1																

# Thanh ghi 8-bit song song



## 3.3. Biểu diễn số nguyên

- Số nguyên không dấu (Unsigned Integer)
- Số nguyên có dấu (Signed Integer)



# 1. Biểu diễn số nguyên không dấu

Nguyên tắc tổng quát: Dùng  $n$  bit biểu diễn số nguyên không dấu  $A$ :

$$A = a_{n-1}a_{n-2}\dots a_2a_1a_0$$

Giá trị của  $A$  được tính như sau:

$$A = \sum_{i=0}^{n-1} a_i 2^i$$

Dải biểu diễn của  $A$ :  $[0, 2^n - 1]$

# Ví dụ 1

- Biểu diễn các số nguyên không dấu sau đây bằng 8-bit:

$$A = 41 ; \quad B = 150$$

Giải:

$$A = 41 = 32 + 8 + 1 = 2^5 + 2^3 + 2^0$$

$$41 = 0010 \ 1001$$

$$B = 150 = 128 + 16 + 4 + 2 = 2^7 + 2^4 + 2^2 + 2^1$$

$$150 = 1001 \ 0110$$

## Ví dụ 2

- Cho các số nguyên không dấu M, N được biểu diễn bằng 8-bit như sau:

- $M = 0001\ 0010$

- $N = 1011\ 1001$

Xác định giá trị của chúng ?

Giải:

- $M = 0001\ 0010 = 2^4 + 2^1 = 16 + 2 = 18$

- $N = 1011\ 1001 = 2^7 + 2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^0$   
 $= 128 + 32 + 16 + 8 + 1 = 185$

# Với $n = 8$ bit

- Biểu diễn được các giá trị từ 0 đến 255 ( $2^8 - 1$ )

Chú ý:

$$\begin{array}{r} 1111\ 1111 \\ +\ 0000\ 0001 \\ \hline 1\ 0000\ 0000 \end{array}$$

có tràn nhớ ra ngoài (Carry out)

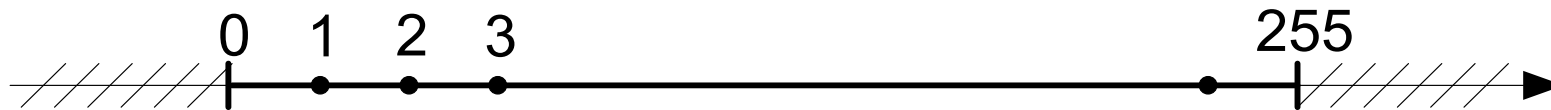
$$255 + 1 = 0 ???$$

do vượt ra khỏi dải biểu diễn

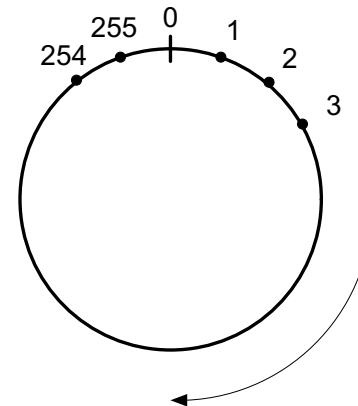
Biểu diễn nhị phân	Giá trị thập phân
0000 0000	0
0000 0001	1
0000 0010	2
0000 0011	3
0000 0100	4
...	
1111 1110	254
1111 1111	255

# Trục số học với $n = 8$ bit

Trục số học:



Trục số học máy tính:



# Với $n = 16$ bit, 32 bit, 64 bit

- $n = 16$  bit: dải biểu diễn từ 0 đến 65535 ( $2^{16} - 1$ )
  - 0000 0000 0000 0000 = 0
  - ...
  - 0000 0000 1111 1111 = 255
  - 0000 0001 0000 0000 = 256
  - ...
  - 1111 1111 1111 1111 = 65535
- $n = 32$  bit: dải biểu diễn từ 0 đến  $2^{32} - 1$
- $n = 64$  bit: dải biểu diễn từ 0 đến  $2^{64} - 1$

## 2. Biểu diễn số nguyên có dấu

### Số bù một và Số bù hai

- Định nghĩa: Cho một số nhị phân  $A$  được biểu diễn bằng  $n$  bit, ta có:
  - Số bù một của  $A = (2^n - 1) - A$
  - Số bù hai của  $A = 2^n - A$
  - Số bù hai của  $A = (\text{Số bù một của } A) + 1$

# Ví dụ

Với  $n = 8$  bit, cho  $A = 0010\ 0101$

- Số bù một của  $A$  được tính như sau:

$$\begin{array}{r} 1111\ 1111 \quad (2^8 - 1) \\ - \underline{0010\ 0101} \quad (A) \end{array}$$

1101 1010

→ đảo các bit của  $A$

- Số bù hai của  $A$  được tính như sau:

$$\begin{array}{r} 1\ 0000\ 0000 \quad (2^8) \\ - \underline{0010\ 0101} \quad (A) \end{array}$$

1101 1011

→ thực hiện khó khăn



# Quy tắc tìm Số bù một và Số bù hai

- Số bù một của A = đảo giá trị các bit của A
- (Số bù hai của A) = (Số bù một của A) + 1
- Ví dụ:

- Cho  $A = 0010\ 0101$

- Số bù một của A =  $1101\ 1010$

$$+ \underline{\hspace{1cm} 1}$$

- Số bù hai của A =  $1101\ 1011$

- Nhận xét:

$$A = 0010\ 0101$$

$$\text{Số bù hai của A} = + \underline{1101\ 1011}$$

$$1\ 0000\ 0000 = 0$$

(bỏ qua bit nhớ ra ngoài)

→ Số bù hai của A = -A



# Biểu diễn số nguyên có dấu theo mã bù hai

Nguyên tắc tổng quát: Dùng  $n$  bit biểu diễn số nguyên có dấu  $A$ :

$$A = a_{n-1}a_{n-2}\dots a_2a_1a_0$$

- Với  $A$  là số dương: bit  $a_{n-1} = 0$ , các bit còn lại biểu diễn độ lớn như số không dấu
- Với  $A$  là số âm: được biểu diễn bởi số bù hai của số dương tương ứng, vì vậy bit  $a_{n-1} = 1$

# Ví dụ

- Biểu diễn các số nguyên có dấu sau đây bằng 8-bit:

$$A = + 58 ; \quad B = - 80$$

Giải:

$$A = + 58 = 0011 \ 1010$$

$$B = - 80$$

$$\text{Ta có: } + 80 = 0101 \ 0000$$

$$\text{Số bù một} = 1010 \ 1111$$

$$+ \underline{\hspace{1cm} 1 \hspace{1cm}}$$

$$\text{Số bù hai} = 1011 \ 0000$$

$$\text{Vậy: } B = - 80 = 1011 \ 0000$$

# Xác định giá trị của số dương

Dạng tổng quát của số dương:

$$A = 0a_{n-2} \dots a_2 a_1 a_0$$

Giá trị của số dương:

$$A = \sum_{i=0}^{n-2} a_i 2^i$$

Dải biểu diễn của số dương:  $[0, (2^{n-1} - 1)]$

# Xác định giá trị của số âm

Dạng tổng quát của số âm:

$$A = 1a_{n-2} \dots a_2 a_1 a_0$$

Giá trị của số âm:

$$A = -2^{n-1} + \sum_{i=0}^{n-2} a_i 2^i$$

Dải biểu diễn của số âm:  $[-2^{n-1}, -1)$

# Công thức xác định giá trị số âm

$$\begin{aligned} A &= 1a_{n-2} a_{n-3} \dots a_2 a_1 a_0 \\ -A &= 0\overline{a_{n-2}} \overline{a_{n-3}} \dots \overline{a_2} \overline{a_1} \overline{a_0} + 1 \\ &= \underbrace{11 \dots 111}_{n-1} - a_{n-2}a_{n-3} \dots a_2a_1a_0 + 1 \end{aligned}$$

$$= (2^{n-1} - 1) - \left( \sum_{i=0}^{n-2} a_i 2^i \right) + 1$$

$$\text{Vậy} \quad A = -2^{n-1} + \sum_{i=0}^{n-2} a_i 2^i$$

# Công thức tổng quát cho số nguyên có dấu

Dạng tổng quát của số nguyên có dấu A:

$$A = a_{n-1}a_{n-2} \dots a_2a_1a_0$$

Giá trị của A được tính như sau:

$$A = -a_{n-1}2^{n-1} + \sum_{i=0}^{n-2} a_i2^i$$

Dải biểu diễn:  $[-2^{n-1}, +(2^{n-1} - 1)]$

# Ví dụ

- Hãy xác định giá trị của các số nguyên có dấu được biểu diễn theo mã bù hai với 8-bit như dưới đây:

- $P = 0110\ 0010$

- $Q = 1101\ 1011$

Giải:

- $P = 0110\ 0010 = 2^6 + 2^5 + 2^1 = 64 + 32 + 2 = +98$

- $Q = 1101\ 1011 = -2^7 + 2^6 + 2^4 + 2^3 + 2^1 + 2^0$   
 $= -128 + 64 + 16 + 8 + 2 + 1 = -37$



# Với $n = 8$ bit

- Biểu diễn được các giá trị từ  $-2^7$  đến  $+2^7-1$ 
  - -128 đến +127
  - Chỉ có một giá trị 0
  - Không biểu diễn cho giá trị +128

Chú ý:

$$+127 + 1 = -128$$

$$(-128) + (-1) = +127$$

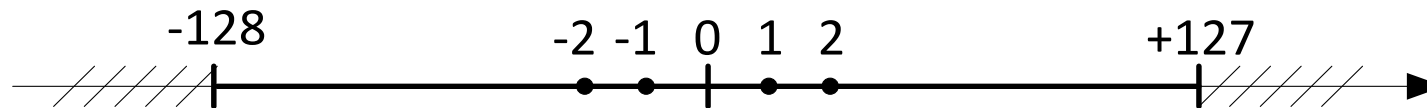
*có tràn xảy ra (Overflow)*

(do vượt ra khỏi dải biểu diễn)

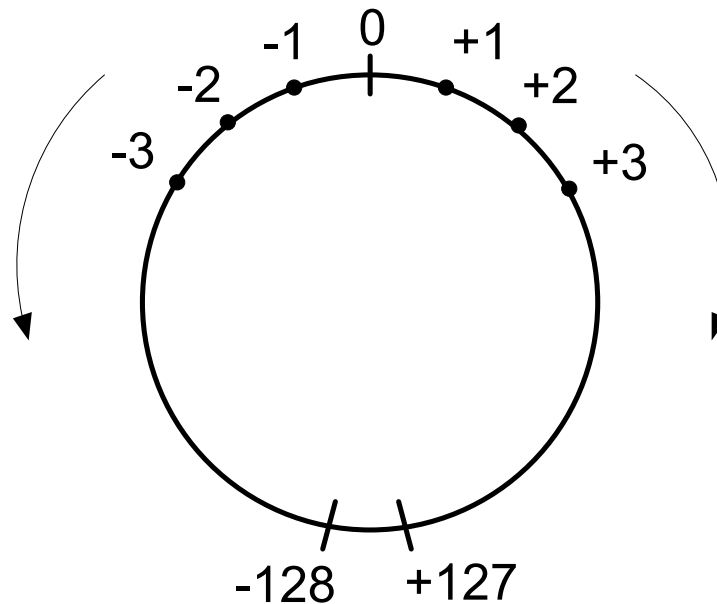
Giá trị thập phân	Biểu diễn bù hai
0	0000 0000
+1	0000 0001
+2	0000 0010
	...
+126	0111 1110
+127	0111 1111
-128	1000 0000
-127	1000 0001
	...
-2	1111 1110
-1	1111 1111

# Trục số học số nguyên có dấu với $n = 8$ bit

- Trục số học:



- Trục số học máy tính:



# Với $n = 16 \text{ bit}, 32 \text{ bit}, 64 \text{ bit}$

- Với  $n = 16\text{bit}$ : biểu diễn từ  $-2^{15}$  đến  $2^{15}-1$ 
  - 0000 0000 0000 0000 = 0
  - 0000 0000 0000 0001 = +1
  - ...
  - 0111 1111 1111 1111 = +32767 ( $2^{15} - 1$ )
  - 1000 0000 0000 0000 = -32768 ( $-2^{15}$ )
  - 1000 0000 0000 0001 = -32767
  - ...
  - 1111 1111 1111 1111 = -1
- Với  $n = 32\text{bit}$ : biểu diễn từ  $-2^{31}$  đến  $2^{31}-1$
- Với  $n = 64\text{bit}$ : biểu diễn từ  $-2^{63}$  đến  $2^{63}-1$

# Mở rộng bit cho số nguyên

- Mở rộng theo số không dấu (Zero-extended): thêm các bit 0 vào bên trái
- Mở rộng theo số có dấu (Sign-extended):

- Số dương:

+19 = 0001 0011 (8bit)

+19 = 0000 0000 0001 0011 (16bit)

→ thêm các bit 0 vào bên trái

- Số âm:

- 19 = 1110 1101 (8bit)

- 19 = 1111 1111 1110 1101 (16bit)

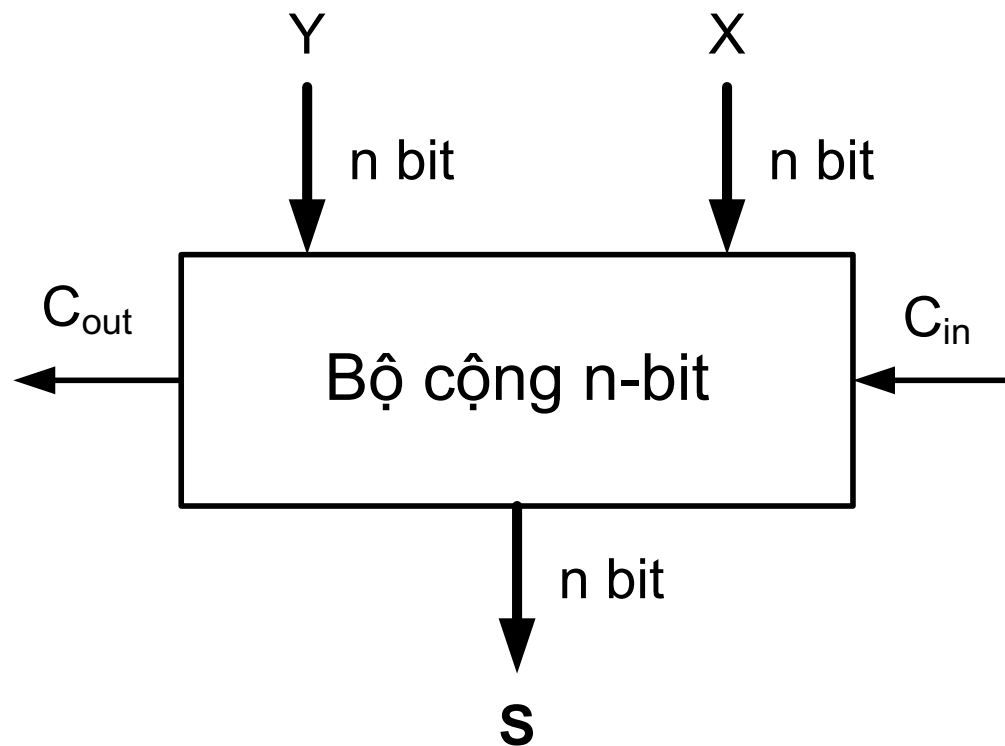
→ thêm các bit 1 vào bên trái



## 3.4. Phép cộng/trừ với số nguyên

### 1. Phép cộng số nguyên không dấu

Bộ cộng n-bit



# Nguyên tắc cộng số nguyên không dấu

- Khi cộng hai số nguyên không dấu n-bit, kết quả nhận được là n-bit:
  - Nếu  $C_{out} = 0 \rightarrow$  nhận được kết quả đúng
  - Nếu  $C_{out} = 1 \rightarrow$  nhận được kết quả sai, do có nhớ ra ngoài (Carry Out)
- Hiện tượng nhớ ra ngoài xảy ra khi: tổng  $> (2^n - 1)$

## Ví dụ cộng số nguyên không dấu

$$\begin{array}{rcl} 57 & = & 0011\ 1001 \\ +\ 34 & = & +\ \underline{0010\ 0010} \\ \hline 91 & & 0101\ 1011 = 64+16+8+2+1=91 \rightarrow \text{đúng} \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 209 & = & 1101\ 0001 \\ +\ 73 & = & +\ \underline{0100\ 1001} \\ \hline 282 & & \textcolor{blue}{1}\ 0001\ 1010 \end{array}$$

kết quả = 0001 1010 = 16+8+2=26  $\rightarrow$  sai  
do có **nhớ ra ngoài** ( $C_{\text{out}}=1$ )

Để có kết quả đúng, ta thực hiện cộng theo 16-bit:

$$\begin{array}{rcl} 209 & = & 0000\ 0000\ 1101\ 0001 \\ +\ 73 & = & +\ \underline{0000\ 0000\ 0100\ 1001} \\ \hline & & 0000\ 0001\ 0001\ 1010 \\ & & = 256+16+8+2 = 282 \end{array}$$

## 2. Phép đảo dấu

- Ta có:

$$\begin{array}{rcll} + 37 & = & 0010\ 0101 & \\ \text{bù một} & = & 1101\ 1010 & \\ & + & \underline{\phantom{1101\ 1010}1} & \\ \text{bù hai} & = & 1101\ 1011 & = -37 \end{array}$$

- Lấy bù hai của số âm:

$$\begin{array}{rcll} - 37 & = & 1101\ 1011 & \\ \text{bù một} & = & 0010\ 0100 & \\ & + & \underline{\phantom{0010\ 0100}1} & \\ \text{bù hai} & = & 0010\ 0101 & = +37 \end{array}$$

- Kết luận: Phép đảo dấu số nguyên trong máy tính thực chất là lấy bù hai



### 3. Cộng số nguyên có dấu

- Khi cộng hai số nguyên có dấu n-bit, kết quả nhận được là n-bit và **không cần quan tâm đến bit  $C_{out}$** 
  - Khi cộng hai số khác dấu thì **kết quả** luôn luôn **đúng**
  - Khi cộng hai số cùng dấu, nếu dấu kết quả cùng dấu với các số hạng thì **kết quả là đúng**
  - Khi cộng hai số cùng dấu, nếu kết quả có dấu ngược lại, khi đó có **tràn (Overflow)** xảy ra và **kết quả bị sai**
- Hiện tượng **tràn** xảy ra khi tổng nằm ngoài dải biểu diễn:  $[-(2^{n-1}), +(2^{n-1}-1)]$

# Ví dụ cộng số nguyên có dấu không tràn

$$\begin{array}{rcl} \blacksquare & (+70) & = 0100\ 0110 \\ & + \underline{(+42)} & = \underline{0010\ 1010} \\ & + 112 & 0111\ 0000 = +112 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} \blacksquare & (+97) & = 0110\ 0001 \\ & + \underline{(-52)} & = \underline{1100\ 1100} \quad (+52=0011\ 0100) \\ & + 45 & 1\ 0010\ 1101 = +45 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} \blacksquare & (-90) & = 1010\ 0110 \quad (+90=0101\ 1010) \\ & + \underline{(+36)} & = \underline{0010\ 0100} \\ & - 54 & 1100\ 1010 = -54 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} \blacksquare & (-74) & = 1011\ 0110 \quad (+74=0100\ 1010) \\ & + \underline{(-30)} & = \underline{1110\ 0010} \quad (+30=0001\ 1110) \\ & -104 & 1\ 1001\ 1000 = -104 \end{array}$$

# Ví dụ cộng số nguyên có dấu bị tràn

$$\blacksquare (+75) = 0100\ 1011$$

$$+ (+82) = \underline{0101\ 0010}$$

$$+157 \quad 1001\ 1101$$

$$= -128 + 16 + 8 + 4 + 1 = -99 \rightarrow \text{sai}$$

$$\blacksquare (-104) = 1001\ 1000 \quad (+104 = 0110\ 1000)$$

$$+ (-43) = \underline{1101\ 0101} \quad (+43 = 0010\ 1011)$$

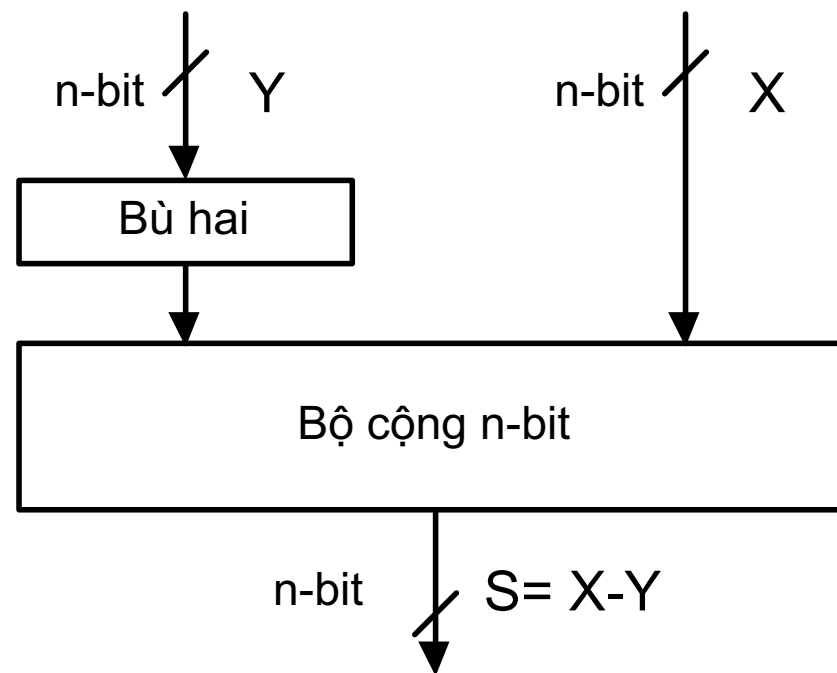
$$-147 \quad 1\ 0110\ 1101$$

$$= 64 + 32 + 8 + 4 + 1 = +109 \rightarrow \text{sai}$$

- Cả hai ví dụ đều **tràn** vì tổng nằm ngoài dải biểu diễn:  $[-128, +127]$

## 4. Nguyên tắc thực hiện phép trừ

- Phép trừ hai số nguyên:  $X - Y = X + (-Y)$
- Nguyên tắc: Lấy bù hai của  $Y$  để được  $-Y$ , rồi cộng với  $X$



## 3.5. Phép nhân và phép chia số nguyên

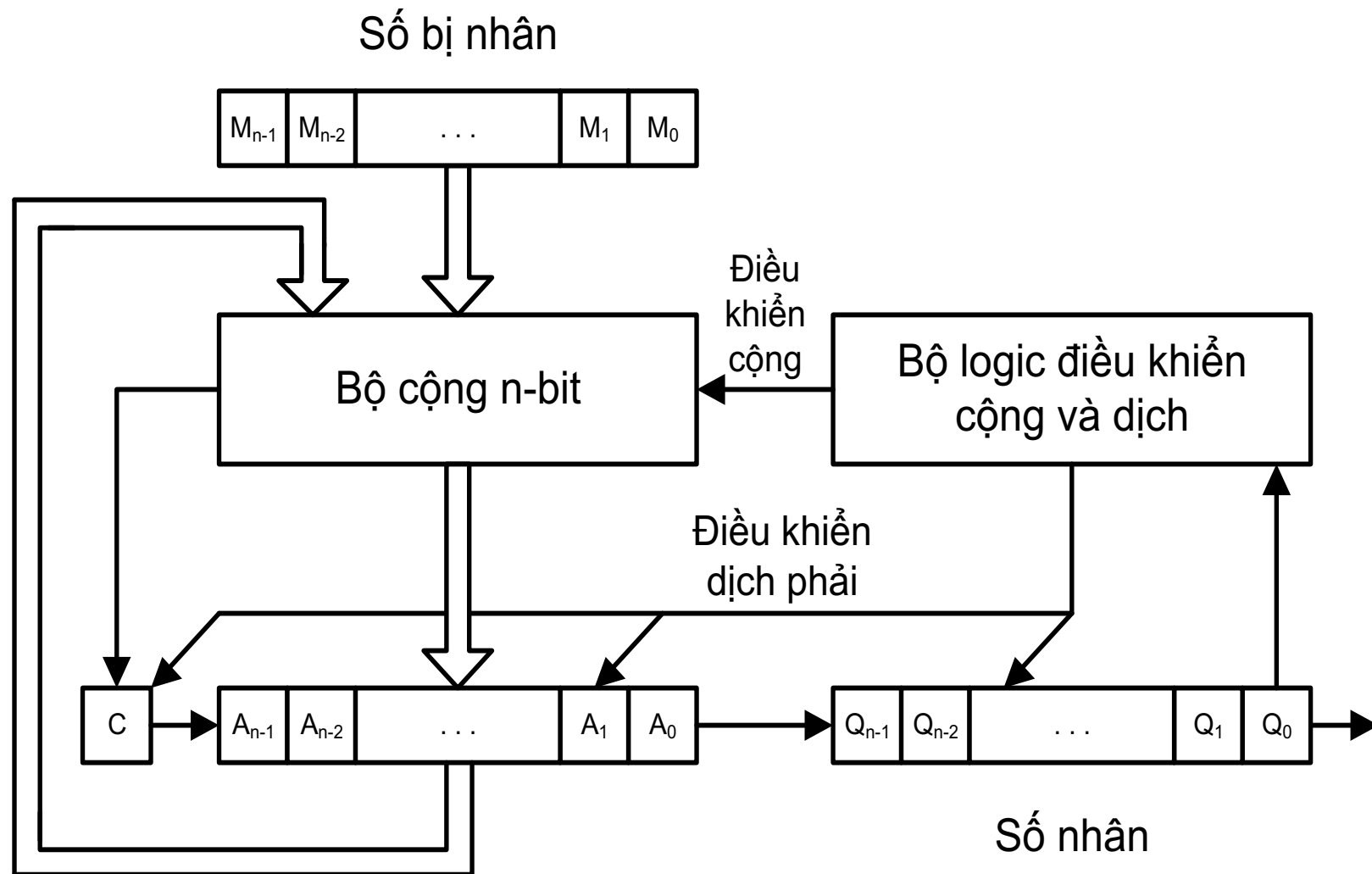
### 1. Nhân số nguyên không dấu

	1011	Số bị nhân (11)
x	<u>1101</u>	Số nhân (13)
	1011	} Các tích riêng phần
	0000	
	1011	
	1011	
	<hr/>	
	10001111	Tích (143)

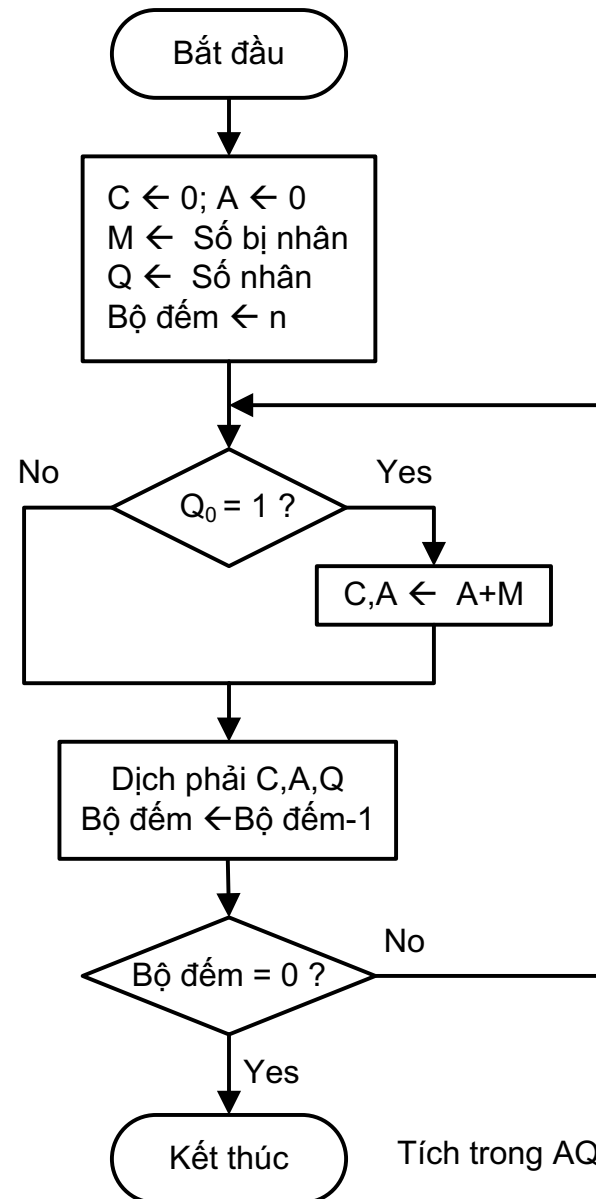
# Nhân số nguyên không dấu (tiếp)

- Các **tích riêng phần** được xác định như sau:
  - Nếu bit của số nhân bằng 0  $\rightarrow$  tích riêng phần bằng 0
  - Nếu bit của số nhân bằng 1  $\rightarrow$  tích riêng phần bằng số bị nhân
  - Tích riêng phần tiếp theo được dịch trái một bit so với tích riêng phần trước đó
- Tích bằng tổng các tích riêng phần
- Nhân hai số nguyên  $n$ -bit, tích có độ dài  $2n$  bit (không bao giờ tràn)

# Bộ nhân số nguyên không dấu



# Lưu đồ nhân số nguyên không dấu





# Ví dụ nhân số nguyên không dấu

- Số bị nhân M = 1011 (11)
- Số nhân Q = 1101 (13)
- Tích = 1000 1111 (143)

- |   | C | A      | Q    |                      |
|---|---|--------|------|----------------------|
| ■ | 0 | 0000   | 1101 | Các giá trị khởi đầu |
|   |   | + 1011 |      |                      |
|   | 0 | 1011   | 1101 | A ← A + M            |
| ■ | 0 | 0101   | 1110 | Dịch phải            |
| ■ | 0 | 0010   | 1111 | Dịch phải            |
|   |   | + 1011 |      |                      |
|   | 0 | 1101   | 1111 | A ← A + M            |
| ■ | 0 | 0110   | 1111 | Dịch phải            |
|   |   | + 1011 |      |                      |
|   | 1 | 0001   | 1111 | A ← A + M            |
| ■ | 0 | 1000   | 1111 | Dịch phải            |

# Ví dụ nhân số nguyên không dấu (tiếp)

- Số bị nhân  $M = 0110$  (6)
- Số nhân  $Q = 0101$  (5)
- Tích  $=$  (30)

- |   | C | A      | Q    |                      |
|---|---|--------|------|----------------------|
| ▪ | 0 | 0000   | 0101 | Các giá trị khởi đầu |
|   |   | + 0110 |      |                      |
|   | 0 | 0110   | 0101 | $A \leftarrow A + M$ |
| ▪ | 0 | 0011   | 0010 | Dịch phải            |
| ▪ | 0 | 0001   | 1001 | Dịch phải            |
|   |   | + 0110 |      |                      |
|   | 0 | 0111   | 1001 | $A \leftarrow A + M$ |
| ▪ | 0 | 0011   | 1100 | Dịch phải            |
| ▪ | 0 | 0001   | 1110 | Dịch phải            |

## 2. Nhân số nguyên có dấu

- Sử dụng thuật giải nhân không dấu
- Sử dụng thuật giải Booth (tham khảo sách COA)

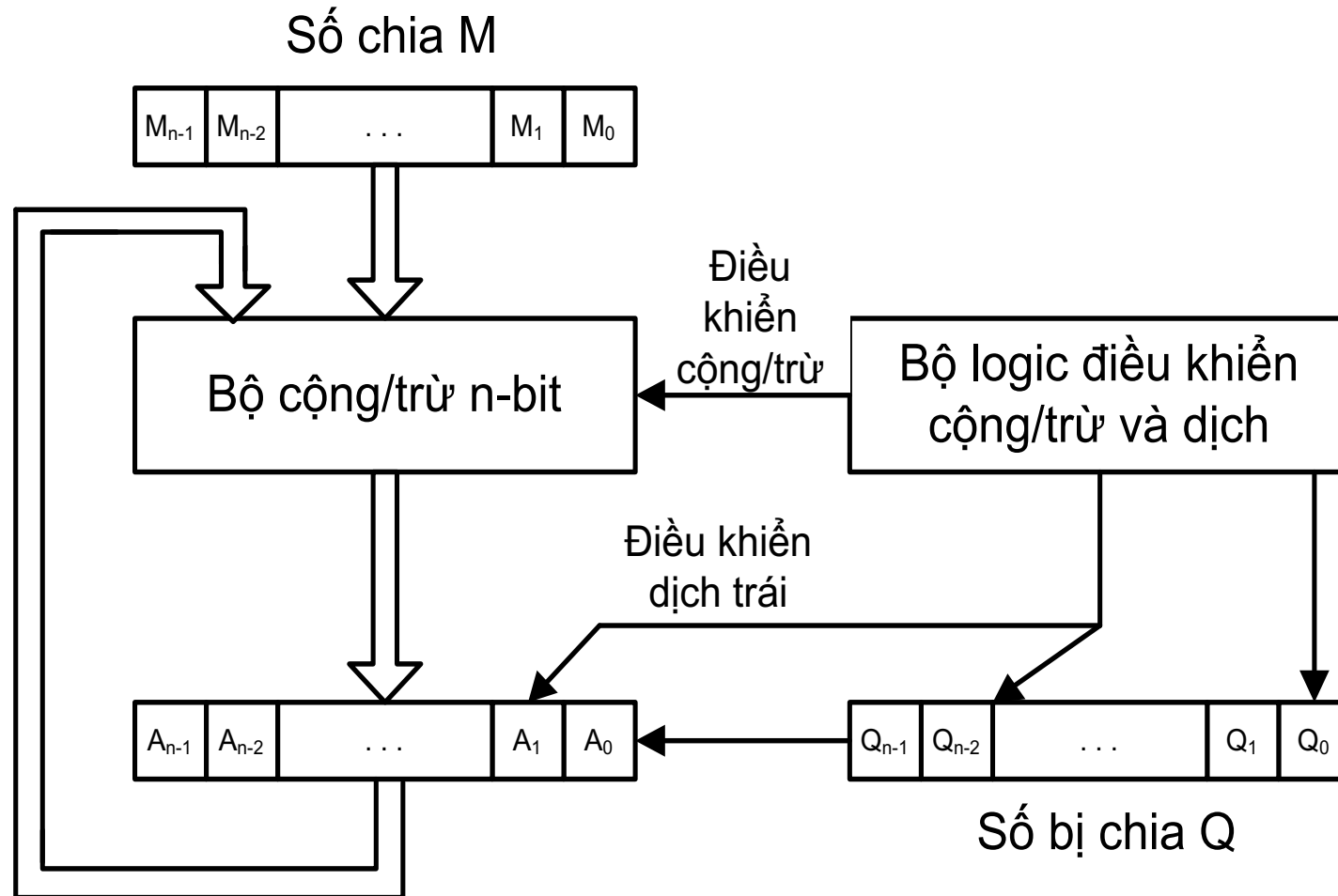
# Sử dụng thuật giải nhân không dấu

- Bước 1. Chuyển đổi số bị nhân và số nhân thành số dương tương ứng
- Bước 2. Nhân hai số dương bằng thuật giải nhân số nguyên không dấu, được tích của hai số dương.
- Bước 3. Hiệu chỉnh dấu của tích:
  - Nếu hai thừa số ban đầu cùng dấu thì giữ nguyên kết quả ở bước 2
  - Nếu hai thừa số ban đầu là khác dấu thì đảo dấu kết quả của bước 2 (lấy bù hai)

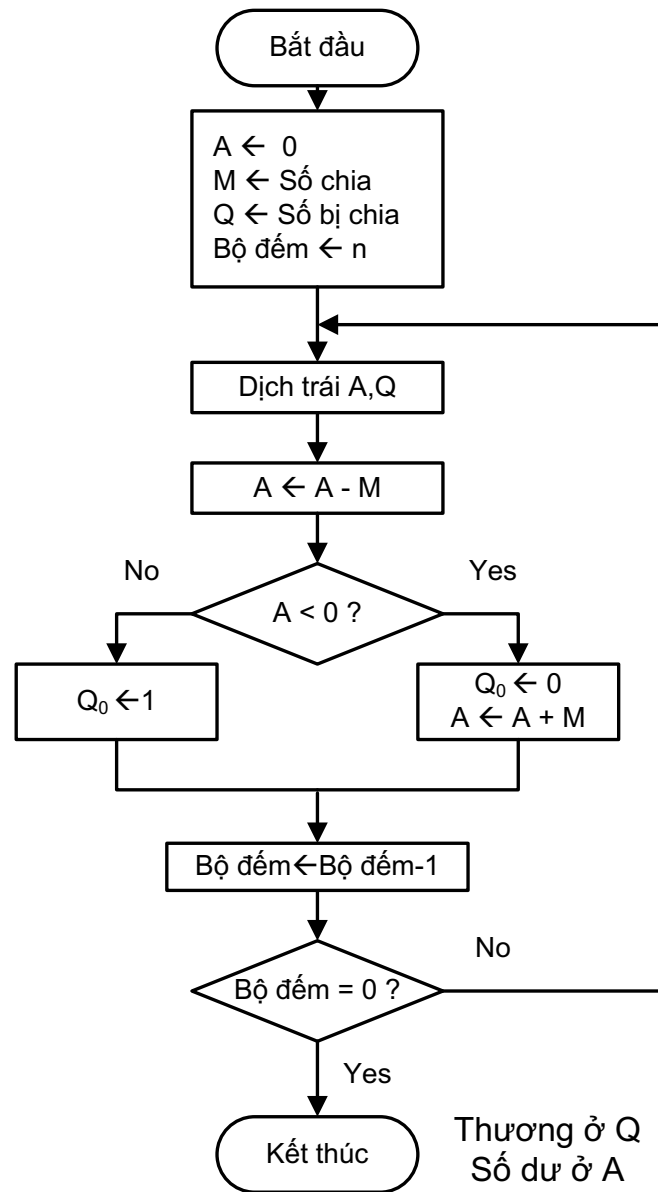
### 3. Chia số nguyên không dấu

Số bị chia	10010011	$\overline{)1011}$	Số chia
	- <u>1011</u>	00001101	Thương
	001110		
	- <u>1011</u>		
	001111		
	- <u>1011</u>		
	100		Phần dư

# Bộ chia số nguyên không dấu



# Lưu đồ chia số nguyên không dấu



Ví dụ:  $Q = 1011$  (11)

$M = 0011$  (3)  $\rightarrow -M = 1101$

A	Q		
0000	1011		BĐ = 4
0001	0110	dịch trái	
<u>1101</u>			
1110		$A = A - M < 0$	
<u>0011</u>			
0001	0110	$A = A + M$	BĐ = 3
0010	1100	dịch trái	
<u>1101</u>			
1111		$A = A - M < 0$	
<u>0011</u>			
0010	1100	$A = A + M$	BĐ = 2
0101	1000	dịch trái	
<u>1101</u>			
0010		$A = A - M > 0$	
0010	1001		BĐ = 1
0101	0010	dịch trái	
<u>1101</u>			
0010		$A = A - M > 0$	
0010	0011		BĐ = 0
2	3		



## 4. Chia số nguyên có dấu

- Bước 1. Chuyển đổi số bị chia và số chia về thành số dương tương ứng.
- Bước 2. Sử dụng thuật giải chia số nguyên không dấu để chia hai số dương, kết quả nhận được là thương Q và phần dư R đều là dương
- Bước 3. Hiệu chỉnh dấu của kết quả như sau:
  - (Lưu ý: phép đảo dấu thực chất là thực hiện phép lấy bù hai)

Số bị chia	Số chia	Thương	Số dư
dương	dương	giữ nguyên	giữ nguyên
dương	âm	đảo dấu	giữ nguyên
âm	dương	đảo dấu	đảo dấu
âm	âm	giữ nguyên	đảo dấu

## 3.6. Số dấu phẩy động

### 1. Nguyên tắc chung

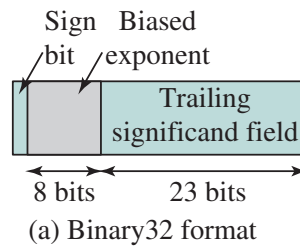
- Floating Point Number → biểu diễn cho số thực
- Tổng quát: một số thực  $X$  được biểu diễn theo kiểu số dấu phẩy động như sau:

$$X = \pm M * R^E$$

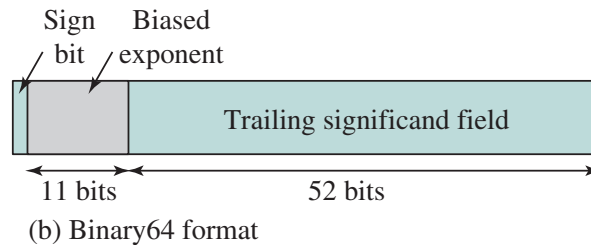
- $M$  là phần định trị (Mantissa),
- $R$  là cơ số (Radix),
- $E$  là phần mũ (Exponent).

## 2. Chuẩn IEEE754-2008

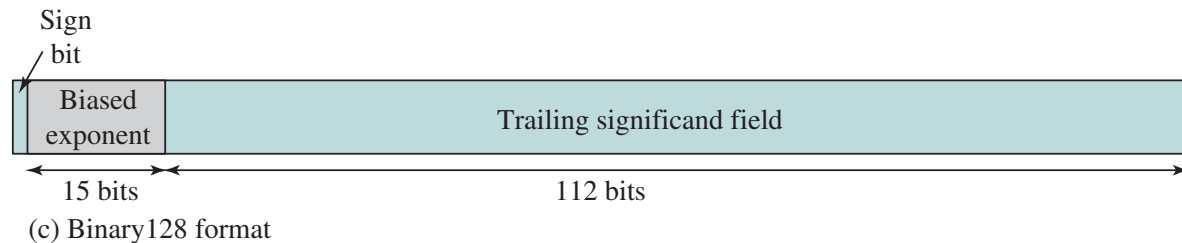
- Cơ số  $R = 2$
- Các dạng:
  - Dạng 32-bit



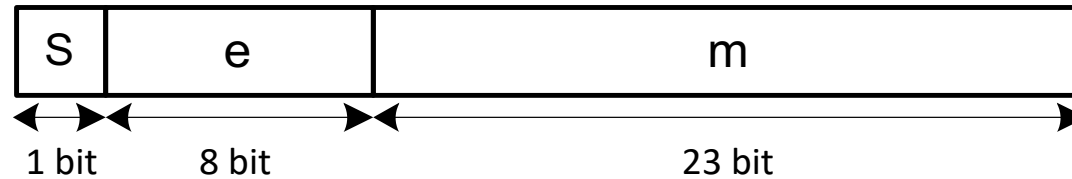
- Dạng 64-bit



- Dạng 128-bit



# Dạng 32-bit



- **S** là bit dấu:
  - $S = 0 \rightarrow$  số dương
  - $S = 1 \rightarrow$  số âm
- **e** (8 bit) là giá trị dịch chuyển của phần mũ  $E$ :
  - $e = E + 127 \rightarrow$  phần mũ  $E = e - 127$
- **m** (23 bit) là phần lẻ của phần định trị  $M$ :
  - $M = 1.m$
- Công thức xác định giá trị của số thực:

$$X = (-1)^S * 1.m * 2^{e-127}$$

# Ví dụ 1

Xác định giá trị của các số thực được biểu diễn bằng 32-bit sau đây:

1100 0001 0101 0110 0000 0000 0000 0000

- $S = 1 \rightarrow$  số âm
- $e = 1000\ 0010_{(2)} = 130_{(10)} \rightarrow E = 130 - 127 = 3$

Vậy

$$X = -1.10101100_{(2)} * 2^3 = -1101.011_{(2)} = -13.375_{(10)}$$

0011 1111 1000 0000 0000 0000 0000 0000 = ?

## Ví dụ 2

Biểu diễn số thực  $X = 83.75_{(10)}$  về dạng số dấu phẩy động IEEE754 32-bit

Giải:

- $X = 83.75_{(10)} = 1010011.11_{(2)} = 1.01001111 \times 2^6$

- Ta có:

- $S = 0$  vì đây là số dương

- $E = e - 127 = 6 \rightarrow e = 127 + 6 = 133_{(10)} = 1000\ 0101_{(2)}$

- Vậy:

$$X = 0100\ 0010\ 1010\ 0111\ 1000\ 0000\ 0000\ 0000$$

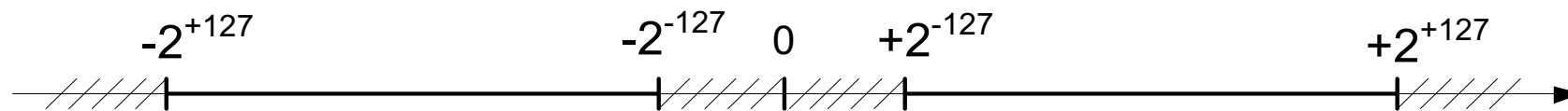
# Các qui ước đặc biệt

- Các bit của e bằng 0, các bit của m bằng 0, thì  $X = \pm 0$   
x000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000  $\rightarrow X = \pm 0$
- Các bit của e bằng 1, các bit của m bằng 0, thì  $X = \pm \infty$   
x111 1111 1000 0000 0000 0000 0000 0000  $\rightarrow X = \pm \infty$
- Các bit của e bằng 1, còn m có ít nhất một bit bằng 1, thì nó không biểu diễn cho số nào cả (NaN - not a number)

# Dải giá trị biểu diễn

$2^{-127}$  đến  $2^{+127}$

$10^{-38}$  đến  $10^{+38}$





# Dạng 64-bit

- $s$  là bit dấu
- $e$  (11 bit) là giá trị dịch chuyển của phần mũ  $E$ :

- $e = E + 1023 \rightarrow$  phần mũ  $E = e - 1023$

- $m$  (52 bit): phần lẻ của phần định trị  $M$
- Giá trị số thực:

$$X = (-1)^s \cdot 1.m \cdot 2^{e-1023}$$

- Dải giá trị biểu diễn:  $10^{-308}$  đến  $10^{+308}$

# Dạng 128-bit

- $S$  là bit dấu
- $e$  (15 bit) là giá trị dịch chuyển của phần mũ  $E$ :
  - $e = E + 16383 \rightarrow$  phần mũ  $E = e - 16383$
- $m$  (112 bit): phần lẻ của phần định trị  $M$
- Giá trị số thực:
$$X = (-1)^S \cdot 1.m \cdot 2^{e-16383}$$
- Dải giá trị biểu diễn:  $10^{-4932}$  đến  $10^{+4932}$

### 3. Thực hiện phép toán số dấu phẩy động

- $X1 = M1 * R^{E1}$
- $X2 = M2 * R^{E2}$
- Ta có
  - $X1 * X2 = (M1 * M2) * R^{E1+E2}$
  - $X1 / X2 = (M1 / M2) * R^{E1-E2}$
  - $X1 \pm X2 = (M1 * R^{E1-E2} \pm M2) * R^{E2}$ , với  $E2 \geq E1$

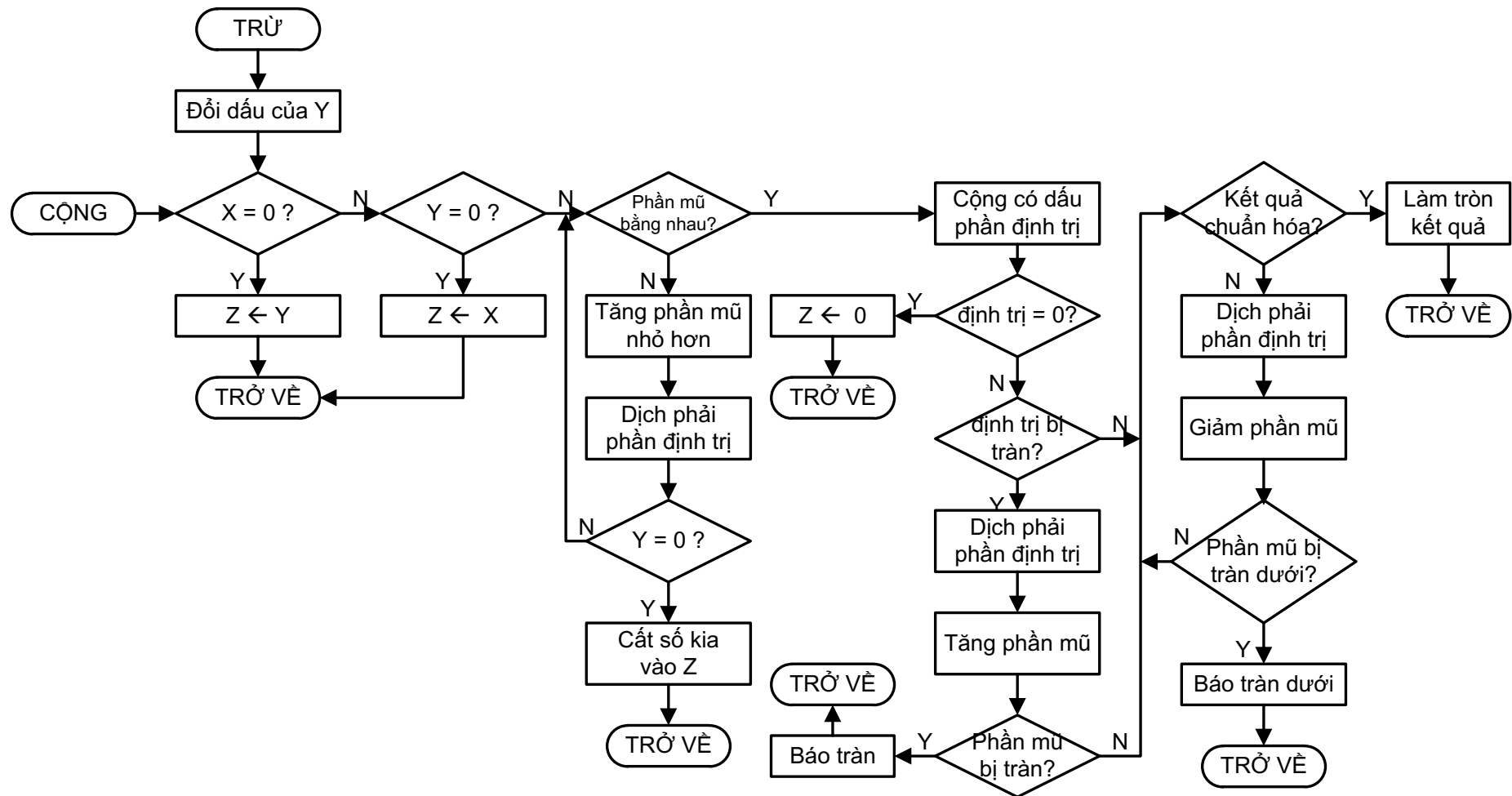
# Các khả năng tràn số

- Tràn trên số mũ (Exponent Overflow): mũ dương vượt ra khỏi giá trị cực đại của số mũ dương có thể ( $\rightarrow \infty$ )
- Tràn dưới số mũ (Exponent Underflow): mũ âm vượt ra khỏi giá trị cực đại của số mũ âm có thể ( $\rightarrow 0$ )
- Tràn trên phần định trị (Mantissa Overflow): cộng hai phần định trị có cùng dấu, kết quả bị nhớ ra ngoài bit cao nhất
- Tràn dưới phần định trị (Mantissa Underflow): Khi hiệu chỉnh phần định trị, các số bị mất ở bên phải phần định trị

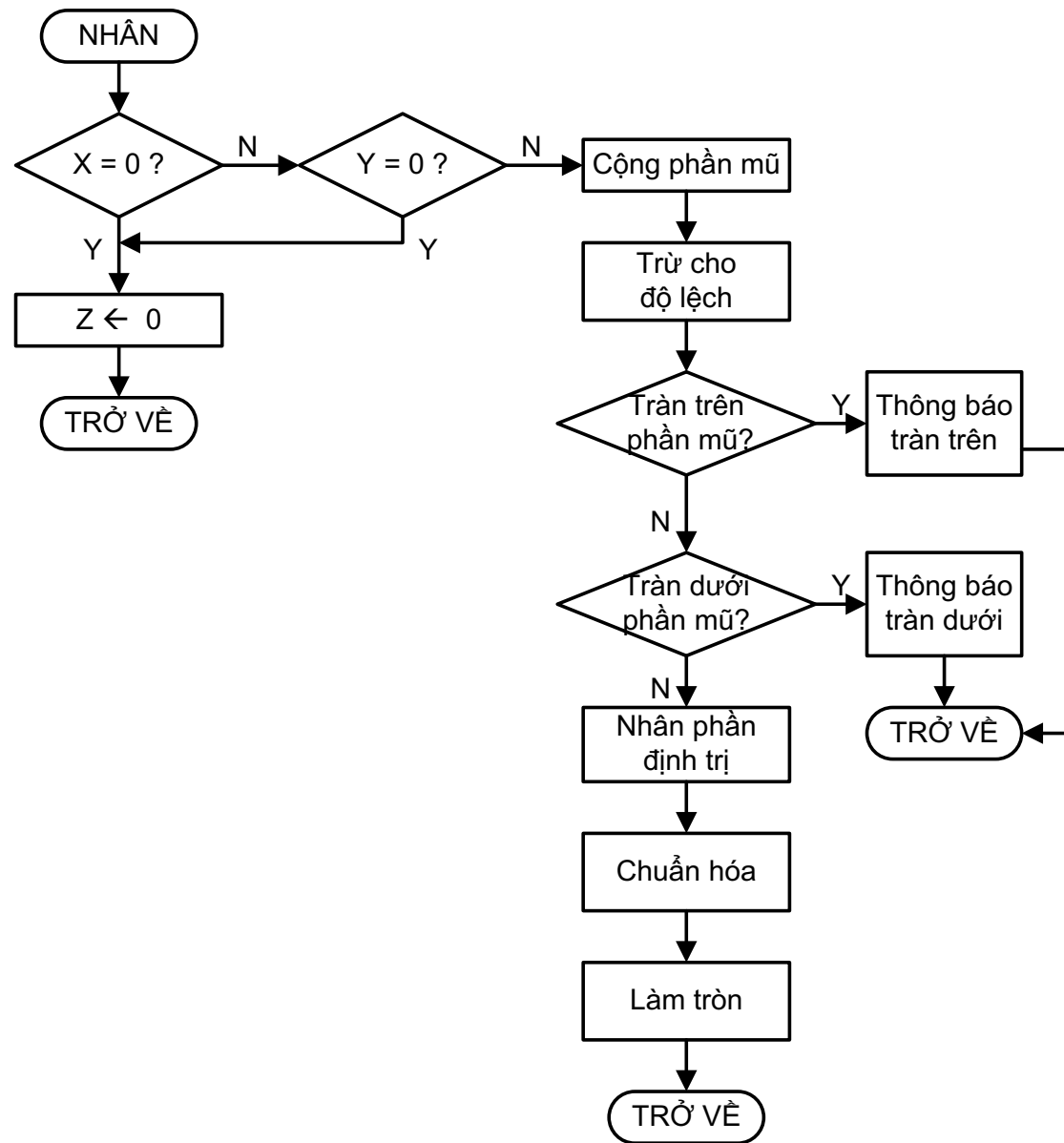
# Phép cộng và phép trừ

- Kiểm tra các số hạng có bằng 0 hay không
- Hiệu chỉnh phần định trị
- Cộng hoặc trừ phần định trị
- Chuẩn hoá kết quả

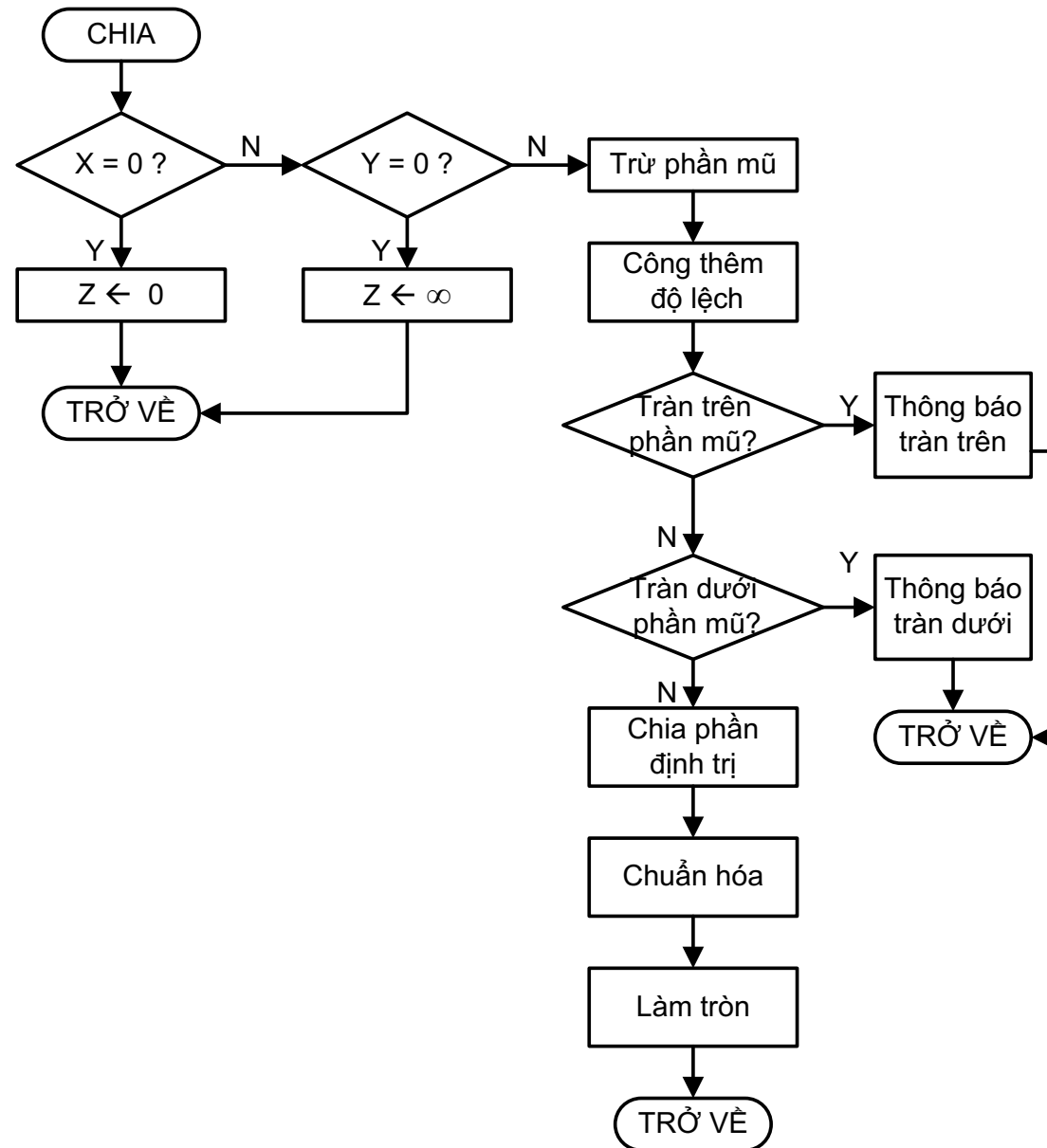
# Thuật toán cộng/trừ số dấu phẩy động



# Thuật toán nhân số dấu phẩy động



# Thuật toán chia số dấu phẩy động





Hết chương 3