BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HOC PHỔ THÔNG NĂM 2023**

Đề chính thức **Bài thi: TOÁN – Mã đề: 101**

Ngày thi: 28/6/2023

Thời gian làm bài: 90 phút

(không kể thời gian phát đề)

Câu 1: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x} < 8$ là

A. $\left(-\infty;\frac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $\left(0;\frac{3}{2}\right)$.

Câu 2: Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int x^{\frac{1}{3}}dx = x^{\frac{4}{3}} + C$. **B.** $\int x^{\frac{1}{3}}\,\mathrm{d}x = \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + C$. **C.** $\int x^{\frac{1}{3}}\,\mathrm{d}x = x^{\frac{2}{3}} + C$. **D.** $\int x^{\frac{1}{3}}dx = \frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}} + C$.

Câu 3: Có bao nhiêu tam giác mà ba đỉnh của nó được lấy từ các đỉnh của một lục giác đều?

A. 729. **B.** 20. **C.** 120. **D.** 216.

Câu 4: Cho hàm số $f(x) = \cos x - x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = -\sin x + x^2 + C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = -\sin x - \frac{x^2}{2} + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = \sin x - x^2 + C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = \sin x - \frac{x^2}{2} + C$.

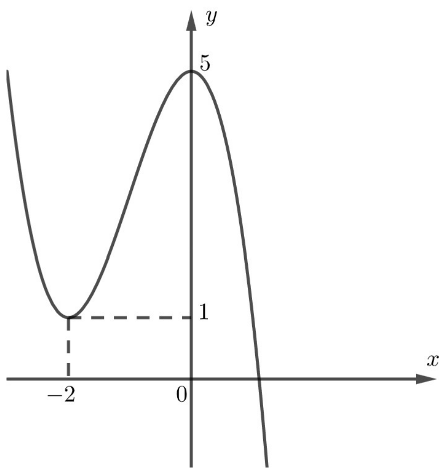
Câu 5: Đạo hàm của hàm số $y = \log_2(x-1)$ là

A. $y' = \frac{x-1}{\ln 2}$. **B.** $y' = \frac{1}{\ln 2}$. **C.** $y' = \frac{1}{(x-1)\ln 2}$. **D.** $y' = \frac{1}{x-1}$.

Câu 6: Với b,c là hai số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_5 b \ge \log_5 c$, khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $b \ge c$. **B.** $b \le c$. **C.** $b > c$. **D.** $b < c$.

Câu 7: Cho hàm số bậc ba $y = f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f\left(x\right) = 2$ là



A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 8: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{x-2}$ có phương trình là

A. $x = 2$. **B.** $x = -2$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = \frac{1}{2}$.

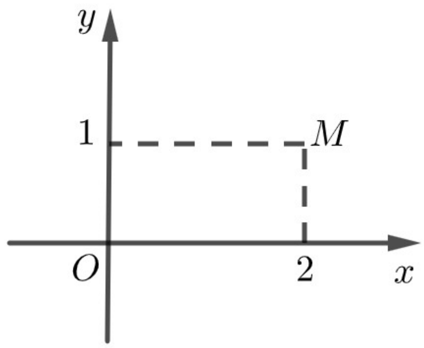
Câu 9: Nếu khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V thì khối chóp $A'.ABC$ có thể tích bằng

A. $\frac{V}{3}$. **B.** V. **C.** $\frac{2V}{3}$. **D.** $3V$.

Câu 10: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $F(2)=6, F(4)=12$. Tích phân $\int_2^4 f(x)dx$ bằng

A. 2. **B.** 6. **C.** 18. **D.** -6.

Câu 11: Điểm M trong hình bên là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?



A. $2-i$. **B.** $1+2i$. **C.** $1-2i$. **D.** $2+i$.

Câu 12: Cho hàm số có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-1;2)$.

Câu 13: Cho hình trụ có chiều cao $h=3$ và bán kính đáy $r=4$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 48π. **B.** 16π. **C.** 24π. **D.** 56π.

Câu 14: Cho khối nón có thể tích bằng 12 và diện tích đáy bằng 9. Chiều cao của khối nón đã cho bằng:

A. $\frac{4\pi}{3}$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** 4π. **D.** 4.

Câu 15: Cho hai số phức $z_1=2-i$ và $z_2=1+3i$. Phần thực của số phức z_1-z_2 bằng

A. 3. **B.** -4. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 16: Cho khối chóp $S.ABCD$ có chiều cao bằng 4 và đáy $ABCD$ có diện tích bằng 3. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. 7. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 4.

Câu 17: Cho hàm số $y=(2x^2-1)^{\frac{1}{2}}$. Giá trị của hàm số đã cho tại điểm $x=2$ bằng

A. 3. **B.** $\sqrt{7}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** 7.

Câu 18: Cho dãy số (u_n) với $u_n=\frac{1}{n+1}$, $\forall n\in\mathbb{N}^*$. Giá trị của u_3 bằng

A. 4. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-1)$ và bán kính $R=2$. Phương trình của (S) là

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=4$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=2$.

C. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=2$. **D.** $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=4$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}=(1;2;-2)$ và $\vec{v}=(2;-2;3)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u}+\vec{v}$ là

A. $(-1;4;-5)$. **B.** $(1;-4;5)$. **C.** $(3;0;1)$. **D.** $(3;0;-1)$.

Câu 21: Cho số phức $z=1-2i$. Phần ảo của số phức $\bar{z}$ bằng

A. -1. **B.** 2. **C.** 1. **D.** -2

Câu 22: Nếu $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=5$ thì $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 10. **B.** 3. **C.** 7. **D.** -3

Câu 23: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(2x)\ge\log_3 2$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $[1;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(0;1]$.

Câu 24: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

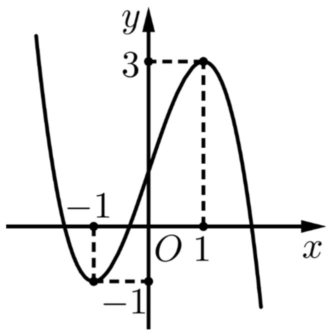
x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

A. $y=\dfrac{x+2}{x}$. **B.** $y=-x^3+3x+1$. **C.** $y=x^4-3x^2$. **D.** $y=-2x^2+1$

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxz) có phương trình là.

A. $x=0$. **B.** $z=0$. **C.** $x+y+z=0$. **D.** $y=0$.

Câu 26: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\,(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng:



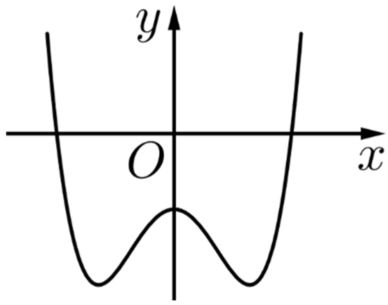
A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** -1.

Câu 27: Trong không gia $Oxyz$ phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(2;1;-1)$ và có một véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;3)$ là

A. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-3}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+1}{3}$.

C. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+3}{-1}$. **D.** $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-1}{3}$.

Câu 28: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là



A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 29: Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $a \neq 1$ và $\log_a b = 2$, giá trị của $\log_{a^2}\left(ab^2\right)$ bằng

A. 2. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{5}{2}$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(5;2;1)$ và $B(1;0;1)$. Phương trình của mặt cầu đường kính AB là

A. $(x+3)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=5$. **B.** $(x-3)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=20$.

C. $(x-3)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=5$. **D.** $(x+3)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=20$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(P): x+2y+z=0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-2t \\ z=-1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=1-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=-1+t \end{cases}$.

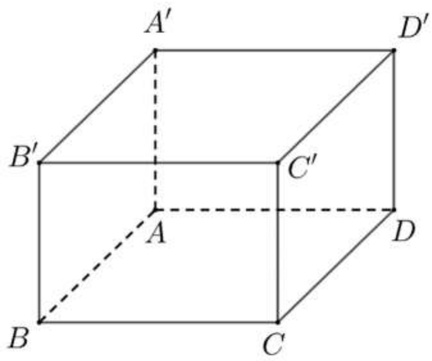
Câu 32: Biết đường thẳng $y=x-1$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{-x+5}{x-2}$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ là x_1, x_2. Giá trị x_1+x_2 bằng

A. -1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 33: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-4), \forall x \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $f(4)>f(0)$. **B.** $f(0)>f(2)$. **C.** $f(5)>f(6)$. **D.** $f(4)>f(2)$.

Câu 34: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=1$, $BC=2$, $AA'=2$ (tham khảo hình bên).



Khoảng cách giữa hai đường thẳng AD' và DC' bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

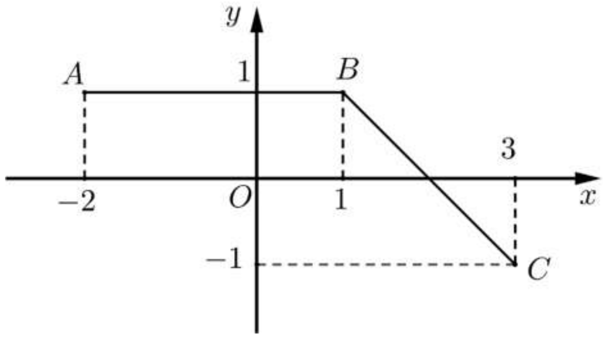
Câu 35: Từ một nhóm học sinh gồm 5 nam và 8 nữ, chọn ngẫu nhiên 4 học sinh. Xác suất để 4 học sinh được chọn có cả nam và nữ bằng

A. $\frac{72}{143}$. **B.** $\frac{15}{143}$. **C.** $\frac{128}{143}$. **D.** $\frac{71}{143}$.

Câu 36: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 6z + 14 = 0$ và M, N lần lượt là điểm biểu diễn của z_1, z_2 trên mặt phẳng toạ độ.Trung điểm của đoạn MN có toạ độ là

A. $(3;7)$. **B.** $(-3;0)$. **C.** $(3;0)$. **D.** $(-3;7)$.

Câu 37: Đường gấp khúc ABC trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2;3]$ .Tích phân $\int_{-2}^{3} f(x)dx$ bằng



A. 4. **B.** $\frac{9}{2}$.

C. $\frac{7}{2}$. **D.** 3.

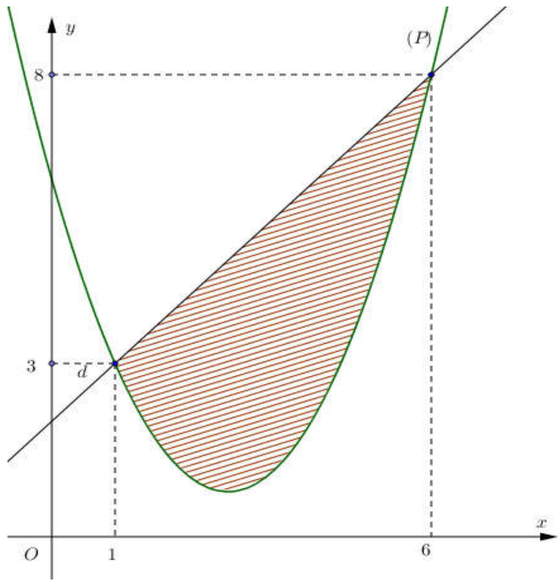
Câu 38: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy bằng a chiều cao bằng $\frac{\sqrt{3}a}{6}$.Góc giữa mặt phẳng (SCD) và mặt phẳng đáy bằng

A. 45°. **B.** 90°. **C.** 60°. **D.** 30°.

Câu 39: Có bao nhiêu số nguyên x thoả mãn điều kiện $(7^x - 49)(\log_3^2 x - 7\log_3 x + 6) < 0$?

A. 728. **B.** 726. **C.** 725. **D.** 729.

Câu 40: Cho hàm số bậc hai $y = f(x)$ có đồ thị (P) và đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm như trong hình vẽ bên. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi (P) và d có diện tích $S = \frac{125}{9}$. Tích phân $\int_1^6 (2x-5) f'(x)dx$ bằng



A. $\frac{830}{9}$. **B.** $\frac{178}{9}$.

C. $\frac{340}{9}$. **D.** $\frac{925}{18}$.

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 3mx + \frac{5}{3}$ có đúng một cực trị thuộc khoảng $(-2;5)$?

A. 16. **B.** 6. **C.** 17. **D.** 7.

Câu 42: Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương trên khoảng $(0;+\infty)$, có đạo hàm trên khoảng đó và thỏa mãn $f(x)\ln f(x) = x(f(x) - f'(x))$, $\forall x \in (0;+\infty)$. Biết $f(1) = f(3)$, giá trị $f(2)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(12;14)$. **B.** $(4;6)$. **C.** $(1;3)$. **D.** $(6;8)$.

Câu 43: Gọi S là tập hợp các số phức $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $|z+\overline{z}|+|z-\overline{z}|=6$ và $ab\le 0$. Xét z_1 và z_2 thuộc S sao cho $\dfrac{z_1-z_2}{-1+i}$ là số thực dương. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z_1+3i|+|z_2|$ bằng

A. $3\sqrt{2}$. **B.** 3. **C.** $3\sqrt{5}$. **D.** $3+3\sqrt{2}$.

Câu 44: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, $SA=SB=SC=AC=a$, SB tạo với mặt phẳng (SAC) một góc $30°$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\dfrac{a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3}{8}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{24}$.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=4$ và đường thẳng d đi qua điểm $A(1;0;-2)$, nhận $\vec{u}=(1;a;1-a)$ (với $a\in\mathbb{R}$) làm vectơ chỉ phương. Biết rằng d cắt (S) tại hai điểm phân biệt mà các tiếp diện của (S) tại hai điểm đó vuông góc với nhau. Hỏi a^2 thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(\dfrac{3}{2};2\right)$. **C.** $\left(7;\dfrac{15}{2}\right)$. **D.** $\left(0;\dfrac{1}{4}\right)$.

Câu 46: Trên tập số phức, xét phương trình $z^2+az+b=0\ (a,b\in\mathbb{R})$. Có bao nhiêu cặp số (a,b) để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1,z_2 thỏa mãn $|z_1-2|=2$ và $|z_2+1-4i|=4$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 47: Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của y sao cho ứng với mỗi y, tồn tại duy nhất một giá trị $x\in\left[\dfrac{3}{2};\dfrac{9}{2}\right]$ thỏa mãn $\log_3(x^3-6x^2+9x+y)=\log_2(-x^2+6x-5)$. Số phần tử của S là

A. 7. **B.** 1. **C.** 8. **D.** 3.

Câu 48: Xét khối nón $(\mathcal{N})$ có đỉnh và đường tròn đáy cùng nằm trên một mặt cầu bán kính bằng 2. Khi $(\mathcal{N})$ có độ dài đường sinh bằng $2\sqrt{3}$, thể tích của nó bằng

A. $2\sqrt{3}\pi$. **B.** 3π. **C.** $6\sqrt{3}\pi$. **D.** π.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, xét mặt cầu (S) có tâm $I(4;8;12)$ và bán kính R thay đổi. Có bao nhiêu giá trị nguyên của R sao cho ứng với mỗi giá trị đó, tồn tại hai tiếp tuyến của (S) trong mặt phẳng (Oyz) mà hai tiếp tuyến đó cùng đi qua O và góc giữa chúng không nhỏ hơn $60°$?

A. 6. **B.** 2. **C.** 10. **D.** 5.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)=x^4-32x^2+4$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, tổng giá trị các nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-3;2)$ của phương trình $f(x^2+2x+3)=m$ bằng -4?

A. 145. **B.** 142. **C.** 144. **D.** 143.

---------- HẾT ----------

BẢNG ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1.A	2. B	3.B	4.D	5.C	6.A	7.D	8.A	9.A	10.B
11.D	12.B	13.C	14.D	15.C	16.C	17.B	18.B	19.A	20.C
21.B	22.C	23.B	24.B	25.D	26.C	27.B	28.D	29.D	30.C
31.D	32.C	33.B	34.D	35.C	36.C	37.D	38.D	39.B	40.C
41.D	42.B	43.C	44.C	45.B	46.D	47.C	48.B	49.D	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT THAM KHẢO

Câu 1: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x} < 8$ là

A. $\left(-\infty;\frac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $\left(0;\frac{3}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2^{2x} < 8 \Leftrightarrow 2^{2x} < 2^3 \Leftrightarrow 2x < 3 \Leftrightarrow x < \frac{3}{2}$.

Câu 2: Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int x^{\frac{1}{3}}dx = x^{\frac{4}{3}} + C$. **B.** $\int x^{\frac{1}{3}}\,\mathrm{d}x = \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + C$. **C.** $\int x^{\frac{1}{3}}\,\mathrm{d}x = x^{\frac{2}{3}} + C$. **D.** $\int x^{\frac{1}{3}}dx = \frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}} + C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int x^{\frac{1}{3}}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{\frac{1}{3}+1}x^{\frac{1}{3}+1} + C = \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + C$ với $C \in \mathbb{R}$.

Câu 3: Có bao nhiêu tam giác mà ba đỉnh của nó được lấy từ các đỉnh của một lục giác đều?

A. 729. **B.** 20. **C.** 120. **D.** 216.

Lời giải

Chọn B

Số tam giác là số cách chọn 3 đỉnh của tam giác. Số tam giác mà ba đỉnh của nó được lấy từ các đỉnh của một lục giác đều là $C_6^3 = 20$ tam giác.

Câu 4: Cho hàm số $f(x) = \cos x - x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = -\sin x + x^2 + C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = -\sin x - \frac{x^2}{2} + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = \sin x - x^2 + C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = \sin x - \frac{x^2}{2} + C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int f(x)dx = \int(\cos x - x)\,dx = \sin x - \frac{1}{2}x^2 + C$ với $C \in \mathbb{R}$.

Câu 5: Đạo hàm của hàm số $y=\log_2(x-1)$ là

A. $y'=\dfrac{x-1}{\ln 2}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{\ln 2}$. **C.** $y'=\dfrac{1}{(x-1)\ln 2}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{x-1}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y=\log_2(x-1)\Rightarrow y'=\dfrac{(x-1)'}{(x-1)\ln 2}=\dfrac{1}{(x-1)\ln 2}$.

Câu 6: Với b,c là hai số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_5 b\ge\log_5 c$, khẳng định nào dưới đây là đúng?

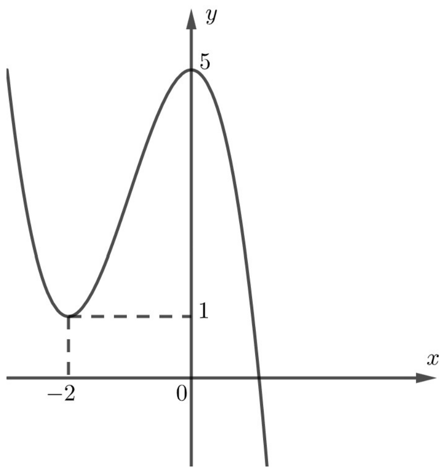
A. $b\ge c$. **B.** $b\le c$. **C.** $b>c$. **D.** $b<c$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_5 b\ge\log_5 c\Leftrightarrow b\ge c$.

Câu 7: Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số nghiệm thực của phương trình $f\left(x\right)=2$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của hai đồ thị.

Do số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ và đường thẳng $y=2$ là 3 nên số nghiệm thực của phương trình $f\left(x\right)=2$ là 3.

Câu 8: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-2}$ có phương trình là

A. $x=2$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{3x-1}{x-2}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{3x-1}{x-2}=-\infty$ nên tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-2}$ có phương trình là $x=2$.

Câu 9: Nếu khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V thì khối chóp $A'.ABC$ có thể tích bằng

A. $\dfrac{V}{3}$. **B.** V. **C.** $\dfrac{2V}{3}$. **D.** $3V$.

Lời giải

Chọn A

Gọi h là chiều cao của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Khi đó $V=h.S_{ABC}$.

Ta có $V_{A'.ABC}=\dfrac{1}{3}h.S_{ABC}=\dfrac{1}{3}V$.

Câu 10: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $F(2)=6, F(4)=12$. Tích phân $\int\limits_2^4 f(x)dx$ bằng

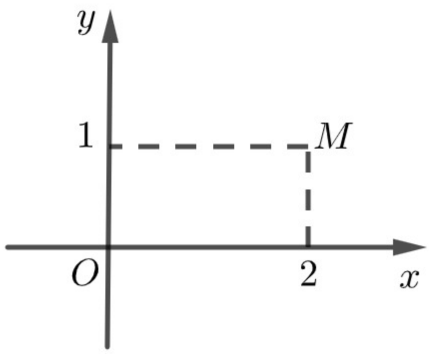
A. 2. **B.** 6. **C.** 18. **D.** -6.

Lời giải

Chọn B

$\int\limits_2^4 f(x)dx=F(4)-F(2)=12-6=6$.

Câu 11: Điểm M trong hình bên là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?



A. $2-i$. **B.** $1+2i$. **C.** $1-2i$. **D.** $2+i$.

Lời giải

Chọn D

Điểm $M(2;1)$ biểu diễn số $2+i$.

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-1;2)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Câu 13: Cho hình trụ có chiều cao $h=3$ và bán kính đáy $r=4$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 48π. **B.** 16π. **C.** 24π. **D.** 56π.

Lời giải

Chọn C

Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng $S=2\pi hr=2.\pi.3.4=24\pi$.

Câu 14: Cho khối nón có thể tích bằng 12 và diện tích đáy bằng 9. Chiều cao của khối nón đã cho bằng:

A. $\frac{4\pi}{3}$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** 4π. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Chiều cao của khối nón đã cho bằng: $h=\frac{3V}{S}=\frac{3.12}{9}=4$.

Câu 15: Cho hai số phức $z_1=2-i$ và $z_2=1+3i$. Phần thực của số phức z_1-z_2 bằng

A. 3. **B.** -4. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Chọn C

$z_1-z_2=2-i-(1+3i)=1-4i$.

Phần thực của số phức z_1-z_2 bằng 1.

Câu 16: Cho khối chóp $S.ABCD$ có chiều cao bằng 4 và đáy $ABCD$ có diện tích bằng 3. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. 7. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 12.

Lời giải

Chọn C

Ta có $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.h.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.4.3=4$.

Câu 17: Cho hàm số $y=\left(2x^2-1\right)^{\frac{1}{2}}$. Giá trị của hàm số đã cho tại điểm $x=2$ bằng

A. 3. **B.** $\sqrt{7}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** 7.

Lời giải

Chọn B

Giá trị của hàm số $y=f(x)=\left(2x^2-1\right)^{\frac{1}{2}}$ tại điểm $x=2$ là:

$f(2)=\left(2.2^2-1\right)^{\frac{1}{2}}=7^{\frac{1}{2}}=\sqrt{7}$.

Câu 18: Cho dãy số (u_n) với $u_n=\frac{1}{n+1}$, $\forall n\in\mathbb{N}^*$. Giá trị của u_3 bằng

A. 4. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_3 = \frac{1}{3+1} = \frac{1}{4}$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-1)$ và bán kính $R=2$. Phương trình của (S) là

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=4$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=2$.

C. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=2$. **D.** $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=4$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-1)$ và bán kính $R=2$ là

$(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=2^2 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=4$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vecto $\vec{u}=(1;2;-2)$ và $\vec{v}=(2;-2;3)$. Tọa độ của vecto $\vec{u}+\vec{v}$ là

A. $(-1;4;-5)$. **B.** $(1;-4;5)$. **C.** $(3;0;1)$. **D.** $(3;0;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\vec{u}+\vec{v}=(1+2;2+(-2);-2+3)=(3;0;1)$.

Câu 21: Cho số phức $z=1-2i$. Phần ảo của số phức $\bar{z}$ bằng

A. -1. **B.** 2. **C.** 1. **D.** -2

Lời giải

Chọn B

Ta có $\bar{z}=1+2i$ nên phần ảo của số phức $\bar{z}$ là 2.

Câu 22: Nếu $\int_0^1 f(x)dx=2$ và $\int_1^3 f(x)dx=5$ thì $\int_0^3 f(x)dx$ bằng

A. 10. **B.** 3. **C.** 7. **D.** -3

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_0^3 f(x)dx=\int_0^1 f(x)dx+\int_1^3 f(x)dx=2+5=7$.

Câu 23: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(2x)\ge\log_3 2$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $[1;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(0;1]$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện : $x>0$.

Ta có: $\log_3(2x) \ge \log_3 2 \Leftrightarrow 2x \ge 2 \Leftrightarrow x \ge 1$.

Câu 24: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

A. $y = \dfrac{x+2}{x}$. **B.** $y = -x^3 + 3x + 1$. **C.** $y = x^4 - 3x^2$. **D.** $y = -2x^2 + 1$

Lời giải

Chọn B

Ta có : $y = -x^3 + 3x + 1$ có $y' = -3x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$. Vậy $x = \pm 1$ là các điểm cực trị của hàm số.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxz) có phương trình là.

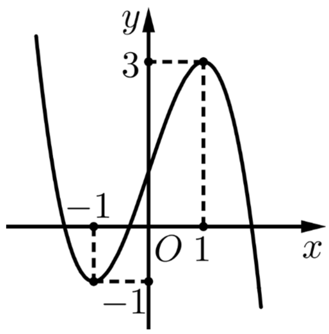
A. $x = 0$. **B.** $z = 0$. **C.** $x + y + z = 0$. **D.** $y = 0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (Oxz) có phương trình là: $y = 0$.

Câu 26: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d \ (a,b,c,d \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng:



A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** -1.

Lời giải

Chọn C

Giá trị cực đại của hàm số là 3.

Câu 27: Trong không gia $Oxyz$ phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(2;1;-1)$ và có một véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (1;-2;3)$ là

A. $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-3}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z+1}{3}$.

C. $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z+3}{-1}$. **D.** $\dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y+1}{-2} = \dfrac{z-1}{3}$.

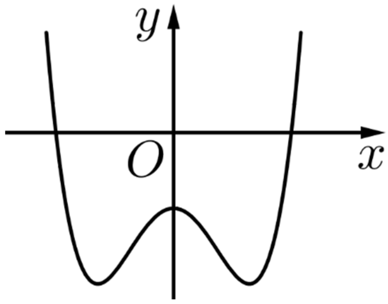
Lời giải

Chọn B

Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(2;1;-1)$ và có một véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;3)$ là

là: $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+1}{3}$.

Câu 28: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là



A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là 2.

Câu 29: Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $a\neq 1$ và $\log_a b=2$, giá trị của $\log_{a^2}\left(ab^2\right)$ bằng

A. 2. **B.** $\dfrac{3}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_{a^2}\left(ab^2\right)=\log_{a^2}a+\log_{a^2}b^2=\log_{a^2}a+\log_a b=\dfrac{1}{2}+2=\dfrac{5}{2}$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(5;2;1)$ và $B(1;0;1)$. Phương trình của mặt cầu đường kính AB là

A. $(x+3)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=5$. **B.** $(x-3)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=20$.

C. $(x-3)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=5$. **D.** $(x+3)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=20$.

Lời giải

Chọn C

Do AB là đường kính của mặt cầu nên trung điểm $I(3;1;1)$ của AB là tâm mặt cầu, bán kính của mặt cầu là: $R=\dfrac{AB}{2}=\dfrac{\sqrt{(5-1)^2+(2-0)^2+(1-1)^2}}{2}=\sqrt{5}$.

Ta có phương trình mặt cầu: $(C):(x-3)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=5$. Chọn đáp án **C.**

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(P):x+2y+z=0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-2t \\ z=-1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=1-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=-1+t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng $(P): x+2y+z=0$ nên nhận vector pháp tuyến $\vec{n}=(1;2;1)$ của (P) là vector chỉ phương.

Mặt khác đường thẳng đi qua $A(1;2;-1)$ nên ta có phương trình $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \, (t\in\mathbb{R}) \\ z=-1+t \end{cases}$.

Câu 32: Biết đường thẳng $y=x-1$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{-x+5}{x-2}$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ là x_1, x_2. Giá trị x_1+x_2 bằng

A. -1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm là:

$$x-1=\frac{-x+5}{x-2} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 2 \\ (x-1)(x-2)+x-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 2 \\ x^2-3x+2+x-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 2 \\ x^2-2x-3=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=-1 \end{array}\right..$$

Suy ra $x_1+x_2=-1+3=2$.

Câu 33: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-4), \forall x\in\mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $f(4)>f(0)$. **B.** $f(0)>f(2)$. **C.** $f(5)>f(6)$. **D.** $f(4)>f(2)$.

Lời giải

Chọn B

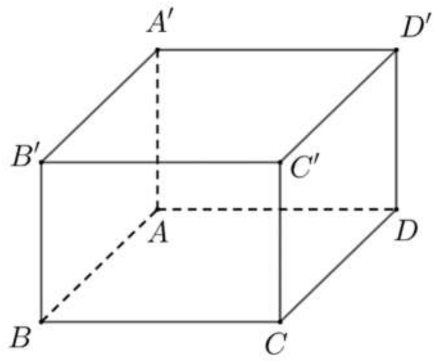
$f'(x)=x(x-4)$ nên $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=4 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Dựa vào bảng biến thiên ta được $f(0)>f(2)$.

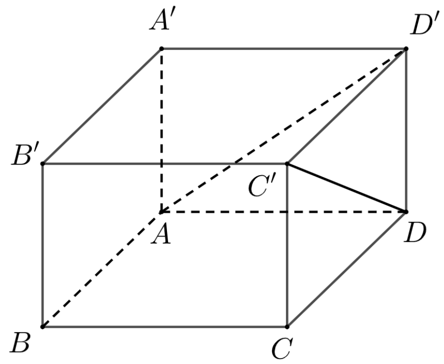
Câu 34: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=1$, $BC=2$, $AA'=2$ (tham khảo hình bên).



Khoảng cách giữa hai đường thẳng AD' và DC' bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải



Chọn D

Ta có $AD' \subset (AD'B')$, $DC' \subset (DC'B)$ và $(AD'B') \,//\, (DC'B)$ nên khoảng cách giữa hai đường thẳng AD' và DC' bằng khoảng cách giữa $(AD'B')$ và $(DC'B)$.

$d\left((AD'B');(DC'B)\right)=d\left(A;(DC'B)\right)=d\left(C;(DC'B)\right)=h$

Xét tứ diện $C.BC'D$ có các cạnh CD, CB, CC' đôi một vuông góc nên ta có

$$\frac{1}{h^2}=\frac{1}{CB^2}+\frac{1}{CD^2}+\frac{1}{CC'^2}=\frac{1}{2^2}+\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}=\frac{3}{2} \Rightarrow h=\frac{\sqrt{6}}{3}.$$

Câu 35: Từ một nhóm học sinh gồm 5 nam và 8 nữ, chọn ngẫu nhiên 4 học sinh. Xác suất để 4 học sinh được chọn có cả nam và nữ bằng

A. $\frac{72}{143}$. **B.** $\frac{15}{143}$. **C.** $\frac{128}{143}$. **D.** $\frac{71}{143}$.

Lời giải

Chọn C

Số cách để chọn ngẫu nhiên 4 học sinh từ $5+8=13$ học sinh là C_{13}^4.

Khi đó $n(\Omega)=C_{13}^4$.

Gọi A là biến cố để 4 học sinh được chọn có cả nam và nữ.

Khi nó $n(A)=C_5^1C_8^3+C_5^2C_8^2+C_5^3C_8^1=640$

Nên $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{C_5^1C_8^3+C_5^2C_8^2+C_5^3C_8^1}{C_{13}^4}=\dfrac{128}{143}$.

Câu 36: Gọi z_1,z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-6z+14=0$ và M,N lần lượt là điểm biểu diễn của z_1,z_2 trên mặt phẳng toạ độ.Trung điểm của đoạn MN có toạ độ là

A. $(3;7)$. **B.** $(-3;0)$. **C.** $(3;0)$. **D.** $(-3;7)$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $z^2-6z+14=0$

Có $\Delta'=9-14=-5=5i^2$

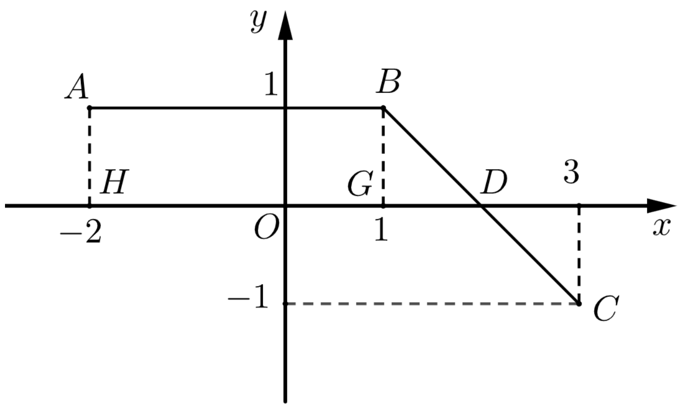
Suy ra $\sqrt{\Delta'}=\sqrt{5i^2}=i\sqrt{3}$

Phương trình có 2 nghiệm là $z_1=3+i\sqrt{3};z_2=3-i\sqrt{3}$

Tọa độ $M\left(3;\sqrt{3}\right);N\left(3;-\sqrt{3}\right)$

Trung điểm của đoạn thẳng MN có tọa độ là $(3;0)$.

Câu 37: Đường gấp khúc ABC trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;3]$.



Tích phân $\int_{-2}^{3} f(x)dx$ bằng

A. 4. **B.** $\dfrac{9}{2}$. **C.** $\dfrac{7}{2}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$\int_{-2}^{3} f(x)dx=S_{ABGH}+S_{BGD}-S_{CDE}$$

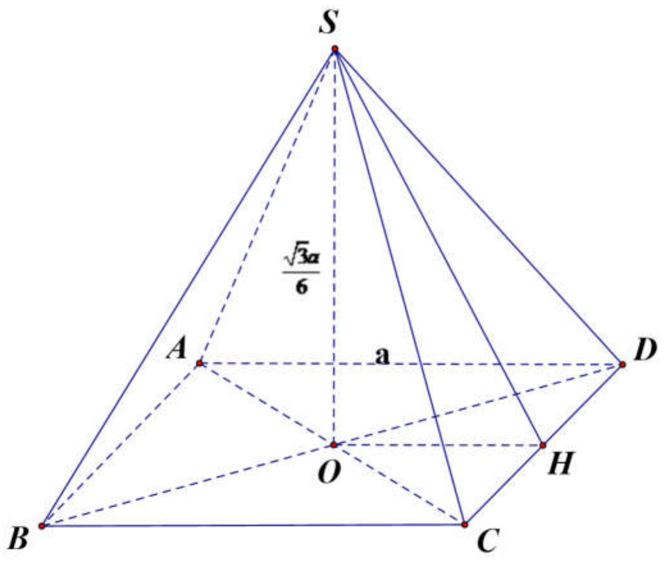
$$\int_{-2}^{3} f(x)dx=3.1+\frac{1}{2}.1.1-\frac{1}{2}.1.1=3.$$

Câu 38: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy bằng a chiều cao bằng $\frac{\sqrt{3}a}{6}$.Góc giữa mặt phẳng (SCD) và mặt phẳng đáy bằng

A. $45°$. **B.** $90°$. **C.** $60°$. **D.** $30°$.

Lời giải

Chọn D



Gọi O là tâm mặt đáy, H là trung điểm cạnh CD

Suy ra $(SOH) \perp CD \Rightarrow SHO = ((SCD),(ABCD))$

$$SO = \frac{\sqrt{3}a}{6}; OH = \frac{a}{2} \Rightarrow \tan(SHO) = \frac{SO}{OH} = \frac{\frac{\sqrt{3}a}{6}}{\frac{a}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ Suy ra } \widehat{SHO} = 30°$$

Vậy góc giữa mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ là $30°$.

Câu 39: Có bao nhiêu số nguyên x thoả mãn điều kiện $(7^x - 49)(\log_3^2 x - 7\log_3 x + 6) < 0$?

A. 728. **B.** 726. **C.** 725. **D.** 729.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x > 0$

$$(7^x - 49)(\log_3^2 x - 7\log_3 x + 6) < 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 7^x - 49 > 0 \\ \log_3^2 x - 7\log_3 x + 6 < 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 7^x - 49 < 0 \\ \log_3^2 x - 7\log_3 x + 6 > 0 \end{cases} \end{array}\right.$$

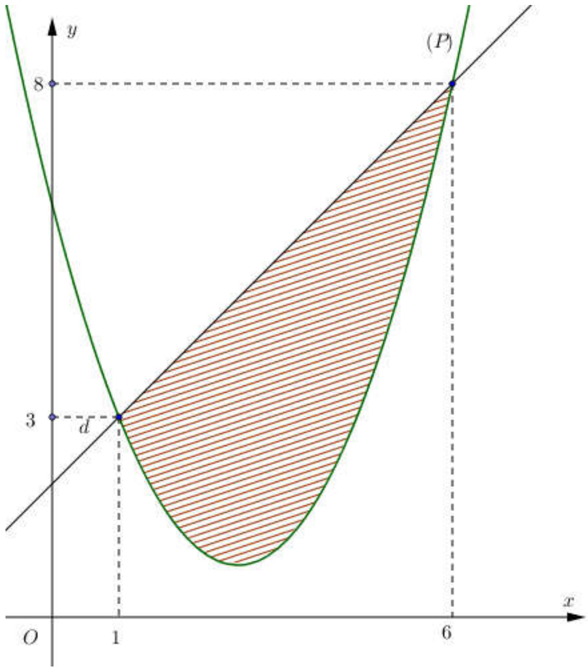
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 7^x > 49 \\ 1 < \log_3 x < 6 \end{cases} \\ \begin{cases} 7^x < 49 \\ \left[\begin{array}{l} \log_3 x < 1 \\ \log_3 x > 6 \end{array}\right. \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x > 2 \\ 3 < x < 3^6 \end{cases} \\ \begin{cases} x < 2 \\ \left[\begin{array}{l} 0 < x < 3 \\ x > 3^6 \end{array}\right. \end{cases} \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0 < x < 2 \\ 3 < x < 3^6 \end{array}\right.$$

Mà $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{1; 4; 5; ...; 728\}$

Vậy có 726 số thỏa mãn.

Câu 40: Cho hàm số bậc hai $y = f(x)$ có đồ thị (P) và đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm như trong hình vẽ bên. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi (P) và d có diện tích $S = \frac{125}{9}$. Tích phân $\int_1^6 (2x-5) f'(x) dx$ bằng



A. $\frac{830}{9}$. **B.** $\frac{178}{9}$. **C.** $\frac{340}{9}$. **D.** $\frac{925}{18}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $S_{hthang} = \frac{(8+3).5}{2} = \frac{55}{2} \Rightarrow \int_1^6 f(x) dx = \frac{55}{2} - \frac{125}{9} = \frac{245}{18}$.

Đặt $\begin{cases} u = 2x - 5 \Rightarrow du = 2dx \\ dv = f'(x) dx \Rightarrow v = f(x) \end{cases}$

$$\int_1^6 (2x-5) f'(x) dx = (2x-5) f(x)\Big|_1^6 - 2\int_1^6 f(x) dx = 7.f(6) + 3.f(1) - 2.\frac{245}{18}$$

$= 7.8 + 3.3 - 2.\dfrac{245}{18} = \dfrac{340}{9}$.

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 3mx + \dfrac{5}{3}$ có đúng một cực trị thuộc khoảng $(-2;5)$?

A. 16. **B.** 6. **C.** 17. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

$y' = -3x^2 + 6x - 3m$

hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 3mx + \dfrac{5}{3}$ có đúng một cực trị thuộc khoảng $(-2;5)$ khi và chỉ khi

$y' = 0$ có một nghiệm thuộc khoảng $(-2;5) \Leftrightarrow x^2 - 2x + m = 0$ có một nghiệm thuộc khoảng $(-2;5)$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x = -m$

$g(x) = x^2 - 2x \Rightarrow g'(x) = 2x - 2$

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$

x	-2		1		5
y'		$-$	0	$+$	
y	8	$\searrow$	-1	$\nearrow$	15

Để hàm số có 1 cực trị $\Rightarrow 8 \le -m < 15 \Leftrightarrow -15 < m \le -8 \Rightarrow m \in \{-14;-13;-12;-11;-10;-9;-8\}$

Câu 42: Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương trên khoảng $(0;+\infty)$, có đạo hàm trên khoảng đó và thỏa mãn $f(x)\ln f(x) = x\left(f(x) - f'(x)\right)$, $\forall x \in (0;+\infty)$. Biết $f(1) = f(3)$, giá trị $f(2)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(12;14)$. **B.** $(4;6)$. **C.** $(1;3)$. **D.** $(6;8)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có

$f(x)\ln f(x) = x\left(f(x) - f'(x)\right) \Leftrightarrow \ln f(x) = x\left(1 - \dfrac{f'(x)}{f(x)}\right) \Leftrightarrow \ln f(x) = x\left(1 - \left(\ln f(x)\right)'\right)$

$\Leftrightarrow (x)'\ln f(x) + x\left(\ln f(x)\right)' = x \Leftrightarrow \left(x\ln f(x)\right)' = x$.

Từ đó $x\ln f\left(x\right)=\int xdx=\frac{1}{2}x^2+C$.

Cho $x=1$ ta được $\ln f\left(1\right)=\frac{1}{2}+C$

Cho $x=3$ ta được $3\ln f\left(3\right)=\frac{9}{2}+C$

Theo bài ra thì $f\left(1\right)=f\left(3\right)$, từ đó suy ra $C=\frac{3}{2}$ nên $f\left(x\right)=e^{\frac{1}{2}x+\frac{3}{2x}}$.

Cho $x=2$ ta được $f\left(2\right)=e^{\frac{7}{4}}\simeq 5,75$

Câu 43: Gọi S là tập hợp các số phức $z=a+bi\ \left(a,b\in\mathbb{R}\right)$ thỏa mãn $\left|z+\overline{z}\right|+\left|z-\overline{z}\right|=6$ và $ab\le 0$. Xét z_1 và z_2 thuộc S sao cho $\frac{z_1-z_2}{-1+i}$ là số thực dương. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\left|z_1+3i\right|+\left|z_2\right|$ bằng

A. $3\sqrt{2}$. **B.** 3. **C.** $3\sqrt{5}$. **D.** $3+3\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1

Từ giả thiết suy ra $\left|a\right|+\left|b\right|=3\Rightarrow a-b=\pm 3$ (do $ab\le 0$)

Do $\frac{z_1-z_2}{-1+i}$ là số thực dương nên $a_1-a_2=-\left(b_1-b_2\right)<0$ suy ra $a_1<a_2$ và $a_1+b_1=a_2+b_2$ (1)

Nếu $a_1-b_1=a_2-b_2$ thì $z_1=z_2$ (loại);

Vậy $a_1-b_1=-\left(a_2-b_2\right)$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $a_1=b_2$, $a_2=b_1\Rightarrow a_1<a_2=b_1$

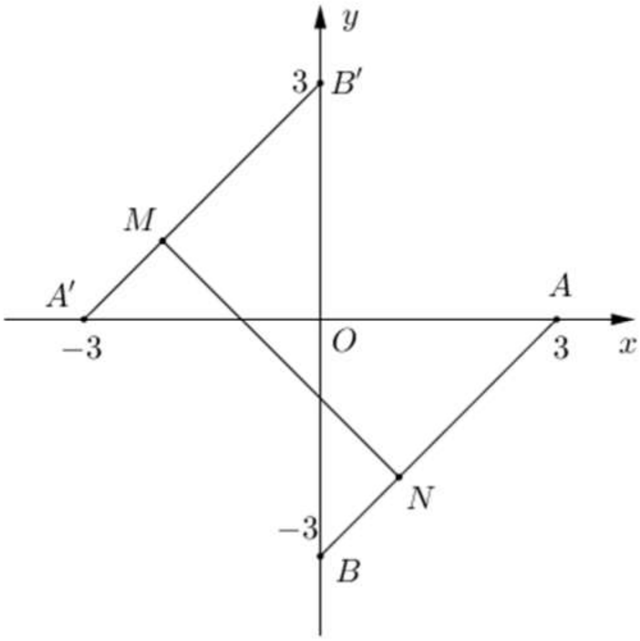
Do đó $a_1-b_1=-3\Rightarrow b_1=a_1+3=x+3$

$\Rightarrow z_1=x+\left(x+3\right)i$, $z_2=x+3+xi$

Vậy $\left|z_1+3i\right|+\left|z_2\right|=\sqrt{x^2+\left(x+6\right)^2}+\sqrt{\left(x+3\right)^2+x^2}\ge\sqrt{3^2+6^2}=3\sqrt{5}$

Dấu "=" xảy ra khi $x=-2$.

Cách 2



Từ giả thiết suy ra $|a|+|b|=3 \Rightarrow a-b=\pm 3$ (do $ab \le 0$)

Trên mặt phẳng *Oab*, vẽ 2 đoạn thẳng

[*AB*]: $a-b=3\ (0 \le a \le 3)$ với $A(3;0)$, $B(0;-3)$

[*A'B'*]: $a-b=-3\ (-3 \le a \le 0)$ với $A'(-3;0)$, $B'(0;3)$

Gọi $M(a;b)$ biểu diễn cho số phức z_1, $N(a';b')$ biểu diễn cho số phức z_2. Thế thì M, N chạy trên [AB] hoặc [A'B'].

Ta có $\dfrac{z_1-z_2}{-1+i}=\dfrac{1}{2}\left[(b-b')-(a-a')-(a-a')i-(b-b')i\right]$

Do $\dfrac{z_1-z_2}{-1+i}$ là số thực dương nên $\begin{cases}(b-b')-(a-a')>0\\(b-b')+(a-a')=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a<a'\\b>b'\\a+b=a'+b'\end{cases}$

Khi đó $M \in [A'B']$, $N \in [AB]$.

Vậy $M(a;a+3)$, $N(a';a'-3)$

Ta có $a+b=a'+b' \Leftrightarrow a+a-3=a'+a'+3 \Leftrightarrow a'=a+3$ nên $N(a+3;a)$

Do vậy

$|z_1+3i|+|z_2|=\sqrt{a^2+(a+6)^2}+\sqrt{(a+3)^2+a^2}=\sqrt{(-a)^2+(a+6)^2}+\sqrt{(a+3)^2+(-a)^2}$

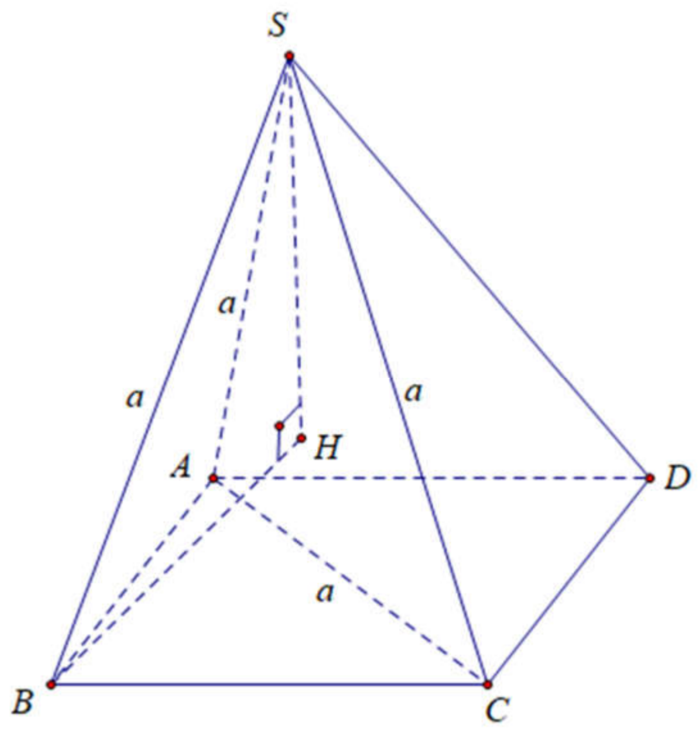
$\ge \sqrt{3^2+6^2}=3\sqrt{5}$

Dấu "=" xảy ra khi $\dfrac{a+6}{-a}=\dfrac{-a}{a+3}>0 \Leftrightarrow a=-2$.

Câu 44: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, $SA=SB=SC=AC=a$, SB tạo với mặt phẳng (SAC) một góc $30°$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3}{8}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$.

Lời giải



Chọn C

Vẽ $BH \perp (SAC)$ tại H suy ra $(SB;(SAC)) = (SB;BH) = \widehat{BSH} = 30°$

Từ đó ta có $V_{S.ABCD} = 2V_{S.ABC} = 2V_{B.SAC}$

Xét ΔSHB vuông tại H ta có $\sin\widehat{BSH} = \frac{BH}{SB} \Rightarrow \sin 30° = \frac{BH}{a} \Leftrightarrow BH = \frac{a}{2}$

Ta có $V_{B.SAC} = \frac{1}{3}BH.S_{\Delta SAC} = \frac{1}{3}.\frac{a}{2}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$

Vậy $V_{S.ABCD} = 2V_{B.SAC} = 2.\frac{a^3\sqrt{3}}{24} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=4$ và đường thẳng d đi qua điểm $A(1;0;-2)$, nhận $\vec{u}=(1;a;1-a)$ (với $a\in\mathbb{R}$) làm vectơ chỉ phương. Biết rằng d cắt (S) tại hai điểm phân biệt mà các tiếp diện của (S) tại hai điểm đó vuông góc với nhau. Hỏi a^2 thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(\frac{3}{2};2\right)$. **C.** $\left(7;\frac{15}{2}\right)$. **D.** $\left(0;\frac{1}{4}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;-1)$, bán kính $R=2$

Gọi B,C là giao điểm giữa d và (S), và O là hình chiếu vuông góc của I trên giao tuyến hai mặt tiếp diện.

Theo đề d cắt (S) tại hai điểm phân biệt mà các tiếp diện của (S) tại hai điểm đó vuông góc với nhau, nghĩa là tứ giác $OBIC$ là hình vuông, từ đó suy ra $BC = 2\sqrt{2}$

Gọi H là trung điểm BC suy ra $BH = \frac{BC}{2} = \sqrt{2}$

Kẻ $IH \perp BC$, ta có $IH = \sqrt{IB^2 - BH^2} = \sqrt{2}$

Từ đó ta có $d(I;d) = \sqrt{2}$

Ta có $\overrightarrow{AI} = (0;-2;1)$, $\vec{u} = (1;a;1-a)$ suy ra $\left[\overrightarrow{AI};\vec{u}\right] = (a-2;1;2)$

Từ đó $\mathrm{d}(I;d) = \sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{\left|\left[\overrightarrow{AI};\vec{u}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|} = \sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{(a-2)^2+1^2+2^2}}{\sqrt{1+a^2+(1-a)^2}} = \sqrt{2} \Leftrightarrow a^2 = \frac{5}{3} \in \left(\frac{3}{2};2\right)$.

Câu 46: Trên tập số phức, xét phương trình $z^2 + az + b = 0$ $(a,b \in \mathbb{R})$. Có bao nhiêu cặp số (a,b) để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 2| = 2$ và $|z_2 + 1 - 4i| = 4$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\Delta = a^2 - 4b$

TH1. $\Delta > 0 \Rightarrow z_1, z_2 \in \mathbb{R}$

$$|z_1 - 2| = 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1 - 2 = 2 \\ z_1 - 2 = -2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1 = 4 \\ z_1 = 0 \end{array}\right.$$

$$|z_2 + 1 - 4i| = 4 \Rightarrow (z_2+1)^2 + 16 = 16 \Leftrightarrow z_2 + 1 = 0 \Leftrightarrow z_2 = -1.$$

Với $z_1 = 4, z_2 = -1$ có $\begin{cases} z_1 + z_2 = -a \\ z_1 z_2 = b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -3\ (\text{tm}) \\ b = -4\ (\text{tm}) \end{cases}$

Với $z_1 = 0, z_2 = -1$ có $\begin{cases} z_1 + z_2 = -a \\ z_1 z_2 = b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1\ (\text{tm}) \\ b = 0\ (\text{tm}) \end{cases}$

Vậy TH1 có 2 cặp số $(a;b)$ thỏa mãn.

TH2. $\Delta < 0 \Rightarrow \begin{cases} z_1 = x + yi \\ z_2 = x - yi \end{cases}$

Vì $\begin{cases} |z_1 - 2| = 2 \\ |z_2 + 1 - 4i| = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x + yi - 2| = 2 \\ |x - yi + 1 - 4i| = 4 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}(x-2)^2+y^2=4\\(x+1)^2+(y+4)^2=16\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x^2+y^2-4x=0 \ (1)\\x^2+y^2+2x+8y+1=0 \ (2)\end{cases}$$

Lấy (2) – (1) vế theo vế ta được: $6x+8y+1=0 \Rightarrow y=\dfrac{-6x-1}{8}$

$$\Rightarrow x^2+\left(\frac{6x+1}{8}\right)^2-4x=0$$

$$\Leftrightarrow 100x^2-244x+1=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}x_1=\dfrac{61+4\sqrt{231}}{50}\\x_2=\dfrac{61-4\sqrt{231}}{50}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y_1=\dfrac{-416-24\sqrt{231}}{400}\\y_2=\dfrac{-416+24\sqrt{231}}{400}\end{cases}$$

Vậy TH2 có 2 cặp số $(a;b)$ thỏa mãn.

Vậy có 4 cặp số $(a;b)$ thỏa mãn.

Câu 47: Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của y sao cho ứng với mỗi y, tồn tại duy nhất một giá trị $x\in\left[\dfrac{3}{2};\dfrac{9}{2}\right]$ thỏa mãn $\log_3\left(x^3-6x^2+9x+y\right)=\log_2\left(-x^2+6x-5\right)$. Số phần tử của S là

A. 7. **B.** 1. **C.** 8. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số

$$f(x)=\log_3\left(x^3-6x^2+9x+y\right)-\log_2\left(-x^2+6x-5\right)$$

$$\Rightarrow f'(x)=\frac{3x^2-12x+9}{\left(x^3-6x^2+9x+y\right)\ln 3}+\frac{2x-6}{\left(-x^2+6x-5\right)\ln 2}$$

$$\Leftrightarrow f'(x)=(x-3)\left[\frac{3x-3}{\left(x^3-6x^2+9x+y\right)\ln 3}+\frac{2}{\left(-x^2+6x-5\right)\ln 2}\right]$$

Xét trên tập $x\in\left[\dfrac{3}{2};\dfrac{9}{2}\right]$ thì ta dễ thấy

$f'(x)>0$ với $x>3$

$f'(x)<0$ với $x<3$

Nếu $x=3$ thỏa mãn điều kiện.

Ta có $f(3)=\log_3 y-2; f\left(\dfrac{3}{2}\right)=\log_3\left(\dfrac{27}{8}+y\right)-\log_2\dfrac{7}{4}; f\left(\dfrac{9}{2}\right)=\log_3\left(\dfrac{81}{8}+y\right)-\log_2\dfrac{7}{4}$

TH1. $f(3)>0 \Leftrightarrow y>9 \Rightarrow$ Phương trình $f(x)=0$ vô nghiệm.

TH2. $f(3)=0 \Leftrightarrow y=9 \Rightarrow$ Phương trình có nghiệm duy nhất $x=3$.

TH3. $f(3)<0$ hoặc $x=3$ không thuộc tập xác định của phương trình, khi đó phương trình có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow \begin{cases} f\left(\frac{3}{2}\right)<0 \\ f\left(\frac{9}{2}\right)\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3\left(\frac{27}{8}+y\right)<\log_2\frac{7}{4} \\ \log_3\left(\frac{81}{8}+y\right)\geq\log_2\frac{7}{4} \end{cases} \Rightarrow -7,7<y<-0,9$

Do y nguyên $\Rightarrow y\in\{-7;-6;-5;-4;-3;-2;-1\}$.

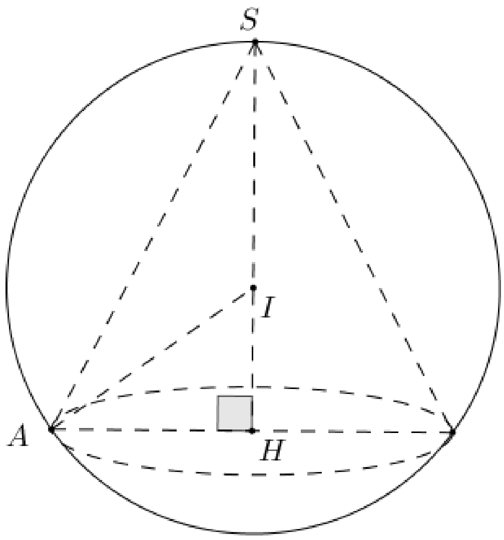
Vậy số phần tử của S là 8.

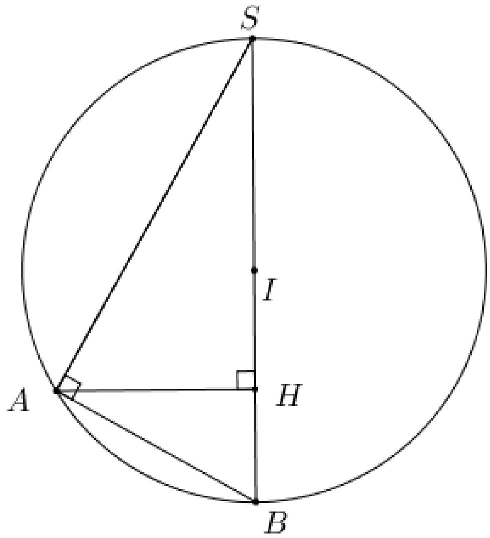
Câu 48: Xét khối nón $(\mathcal{N})$ có đỉnh và đường tròn đáy cùng nằm trên một mặt cầu bán kính bằng 2. Khi $(\mathcal{N})$ có độ dài đường sinh bằng $2\sqrt{3}$, thể tích của nó bằng

A. $2\sqrt{3}\pi$. **B.** 3π. **C.** $6\sqrt{3}\pi$. **D.** π.

Lời giải

Chọn B





Gọi H là tâm đường tròn đáy của (N), đỉnh S

TH1: I thuộc đoạn SH. Đặt $IH=x,\ (0<x<2)$, suy ra $AH=\sqrt{IA^2-IH^2}=\sqrt{4-x^2}$

Ta có $SA^2=SH^2+HA^2$

Suy ra $12=(2+x)^2+4-x^2 \Leftrightarrow x=1\,(t.m)$

Suy ra $SH=3, AH=\sqrt{3} \Rightarrow V=\frac{1}{3}\pi R^2h=\frac{1}{3}\pi.3.3=3\pi$

TH2: H thuộc đoạn SI. Đặt $IH=x,\ (0<x<2)$, suy ra $AH=\sqrt{IA^2-IH^2}=\sqrt{4-x^2}$

Ta có $SA^2=SH^2+HA^2$

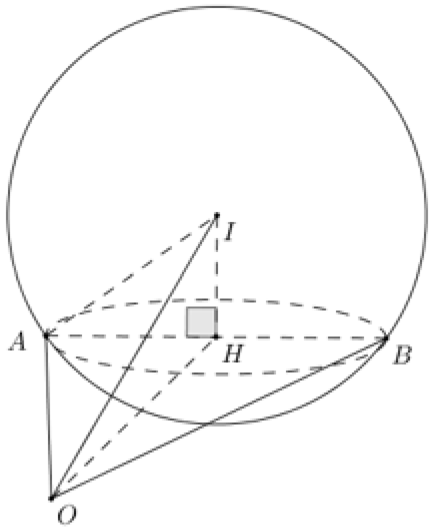
Suy ra $\left(2\sqrt{3}\right)^2=\left(2-x\right)^2+4-x^2 \Leftrightarrow x=-1$ (loại)

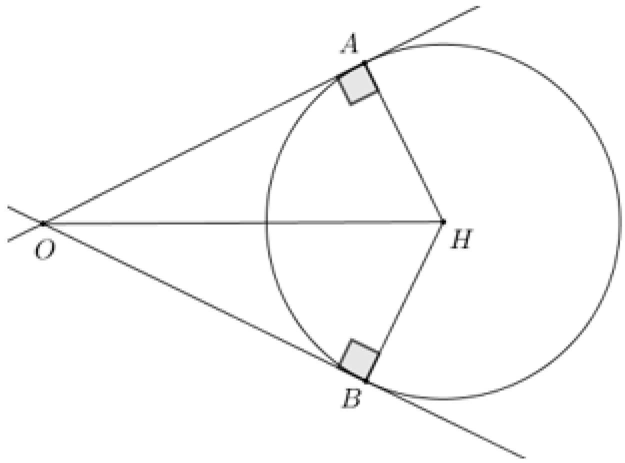
Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, xét mặt cầu (S) có tâm $I(4;8;12)$ và bán kính R thay đổi. Có bao nhiêu giá trị nguyên của R sao cho ứng với mỗi giá trị đó, tồn tại hai tiếp tuyến của (S) trong mặt phẳng (Oyz) mà hai tiếp tuyến đó cùng đi qua O và góc giữa chúng không nhỏ hơn $60°$?

A. 6. **B.** 2. **C.** 10. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D





Giả sử 2 tiếp tuyến OA, OB, theo giả thiết suy ra $\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right)\ge 60°$. Suy ra $30° \le \widehat{AOH} \le 60°$

Gọi H là hình chiếu của I trên (Oyz), suy ra $H(0;8;12)$, suy ra $OH=4\sqrt{13}$

Xét tam giác OAH có: $HA=OH\sin\widehat{AOH}\ge 4\sqrt{13}\sin 30°=2\sqrt{13}$

Ta có $2\sqrt{13}\le HA<2\sqrt{39} \Rightarrow 52\le AH^2\le 156$

$\Rightarrow 52+16\le AH^2+IH^2\le 156+16$

$\Rightarrow 68\le IA^2\le 172 \Rightarrow 68\le R^2\le 172$ hay $8,24\le R\le 13,11$.

Do R là số nguyên $\Rightarrow R\in\{9;10;...;13\}$.

Vậy có tất cả 5 giá trị của R.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)=x^4-32x^2+4$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, tổng giá trị các nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-3;2)$ của phương trình $f\left(x^2+2x+3\right)=m$ bằng -4?

A. 145. **B.** 142. **C.** 144. **D.** 143.

Lời giải

Chọn D

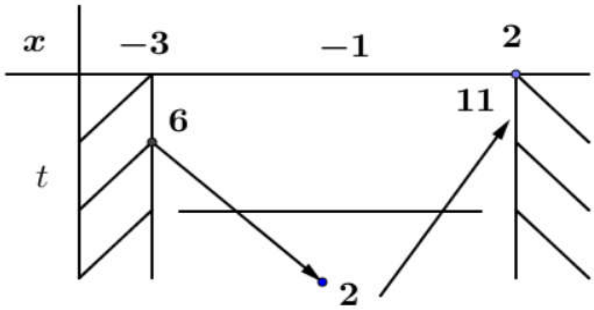
Phương trình $x^2+2x+3=a\ (a\in\mathbb{R})$ có hai nghiệm x_1,x_2 thì ta có: $x_1+x_2=-2$

Phương trình $f\left(x^2+2x+3\right)=m\,(1)$ có tổng nghiệm bằng -4

$\Leftrightarrow$ phương trình (1) có nghiệm xảy ra ở trường hợp: 4 nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3, x_4 (2)

(do khi đó: $(x_1 + x_2) + (x_3 + x_4) = -2 + (-2) = -4$)

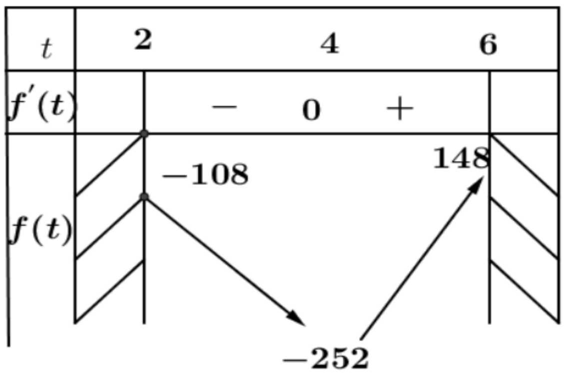
Đặt $x^2 + 2x + 3 = t$



Điều kiện $(2) \Leftrightarrow$ Tìm m để phương trình $f(t) = m$ có 2 nghiệm $2 < t < 6$ (2)

Xét $f(t) = t^4 - 32t^2 + 4$

$\Rightarrow f'(t) = 4t^3 - 64t \Rightarrow f'(t) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 0 \\ t = \pm 4 \end{array}\right.$



Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow -252 < m < -108 \Rightarrow 143$ số.

---------- **HẾT** ----------

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HOC PHỔ THÔNG NĂM 2023**

Đề chính thức **Bài thi: TOÁN – Mã đề: 102**

Ngày thi: 28/6/2023

Thời gian làm bài: 90 phút

(không kể thời gian phát đề)

Câu 1: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M\left(-2;2\right)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

A. $-2+2i$. **B.** $2-2i$. **C.** $2i$. **D.** $2+2i$.

Câu 2: Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int x^5\mathrm{d}x=5x^4+C$. **B.** $\int x^5\mathrm{d}x=x^6+C$. **C.** $\int x^5\mathrm{d}x=\frac{1}{6}x^6+C$. **D.** $\int x^5\mathrm{d}x=\frac{x^5}{\ln 5}+C$.

Câu 3: Nếu $\int\limits_1^4 f\left(x\right)\mathrm{d}x=6$ thì $\int\limits_1^4 2f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 12. **D.** 8.

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2\left(3x\right)>\log_2 5$

A. $\left(\frac{5}{3};+\infty\right)$. **B.** $\left(0;\frac{5}{3}\right)$. **C.** $\left(\frac{3}{5};+\infty\right)$. **D.** $\left(0;\frac{3}{5}\right)$.

Câu 5: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_7\left(7a\right)$ là:

A. $1-\log_7 a$. **B.** $1+\log_7 a$. **C.** $1+a$. **D.** a.

Câu 6: Cho khối chóp có diện tích đáy $B=9a^2$ và chiều cao $h=2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng:

A. $3a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** $18a^3$. **D.** $24a^3$.

Câu 7: Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $F\left(x\right)$ là một nguyên hàm của $f\left(x\right)$ trên $\mathbb{R}$ và $F\left(1\right)=3,F\left(3\right)=6$. Tích phân $\int\limits_1^3 f\left(x\right)dx$ bằng

A. 9. **B.** -3. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 8: Diện tích đáy của khối lăng trụ có thể tích V và chiều cao h bằng.

A. $\frac{V}{h}$. **B.** $\frac{3V}{h}$. **C.** $\frac{V}{3h}$. **D.** $V.h$.

Câu 9: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=x^3,\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\infty;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;1\right)$. **C.** $\left(0;+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;0\right)$.

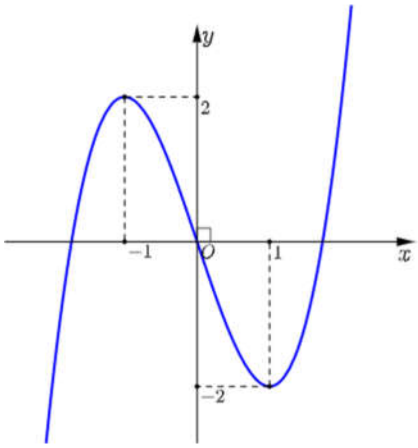
Câu 10: Đạo hàm của hàm số $y=\log_3\left(x+1\right)$ là

A. $y'=\frac{1}{\ln 3}$. **B.** $y'=\frac{1}{\left(x+1\right)\ln 3}$. **C.** $y'=\frac{1}{x+1}$. **D.** $y'=\frac{x=1}{\ln 3}$.

Câu 11: Có bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau mà các chữ số được lấy từ tập hợp $\left\{1,2,3,4,5,6\right\}$?

A. 18. **B.** 216. **C.** 20. **D.** 120.

Câu 12: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $(a, b, c, d \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong như hình bên.



Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $x = 1$. **B.** $x = -2$.

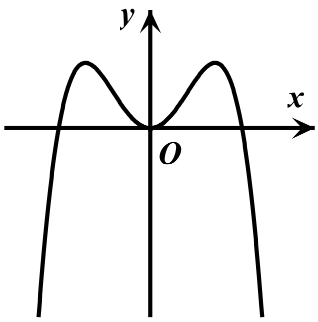
C. $x = -1$. **D.** $x = 2$.

Câu 13: Tập nghiệm của bất phương trình $2^x \geq 8$ là

A. $[-3; +\infty)$. **B.** $[3; +\infty)$.

C. $(3; +\infty)$. **D.** $(-3; +\infty)$.

Câu 14: Hàm số nào dưới đây có đồ thị là đường cong trong hình bên?



A. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. **B.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

C. $y = x^3 - 3x^2$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2$.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$	$\Vert$	$+$	
y	3	$\nearrow$	$+\infty \ \Vert \ -\infty$	$\nearrow$	3

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

A. $x = -1$. **B.** $x = -3$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 1$.

Câu 16: Với a là số thực dương tùy ý, biểu thức $a^{\frac{5}{3}}.a^{\frac{1}{3}}$ bằng

A. a^5. **B.** $a^{\frac{5}{9}}$. **C.** $a^{\frac{4}{3}}$. **D.** a^2.

Câu 17: Cho hình nón có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $\sqrt{3}a$. Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng

A. $\sqrt{2}a$. **B.** $2a$. **C.** $\sqrt{10}a$. **D.** $4a$.

Câu 18: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a và chiều cao $3a$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $8\pi a^2$. **B.** $7\pi a^2$. **C.** $6\pi a^2$. **D.** $14\pi a^2$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2;3;1)$ trên trục Ox có toạ độ là

A. $(0;0;1)$. **B.** $(-2;0;0)$. **C.** $(0;3;1)$. **D.** $(0;3;0)$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): \frac{x}{3} + \frac{y}{5} + \frac{z}{2} = 1$ cắt trục Oy tại điểm có tọa độ là

A. $(0;5;0)$. **B.** $(0;3;0)$. **C.** $(0;-1;0)$. **D.** $(0;2;0)$.

Câu 21: Số phức nào dưới đây là số thuần ảo?

A. $-i$. **B.** 2. **C.** $1-i$. **D.** $1+i$.

Câu 22: Số điểm giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^2+2x$ và trục hoành là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-1)$ và có bán kính $R=\sqrt{2}$. Phương trình của (S) là

A. $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=\sqrt{2}$. **B.** $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=2$.

C. $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=2$. **D.** $(x-1)^2+y^2+(z-1)^2=\sqrt{2}$.

Câu 24: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+2)(x-1)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 25: Cho số phức $z_1=2+3i$ và $z_2=i$. Số phức z_1z_2 bằng

A. $-3+2i$. **B.** $2+4i$. **C.** $2-3i$. **D.** $3-2i$.

Câu 26: Cho hàm số $f(x)=1+2\cos 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=x+2\sin 2x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=x+\sin 2x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=x-\sin 2x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=x-2\sin 2x+C$.

Câu 27: Trong không gian Oxyz, phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(-3;-1;2)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(4;3;-2)$ là

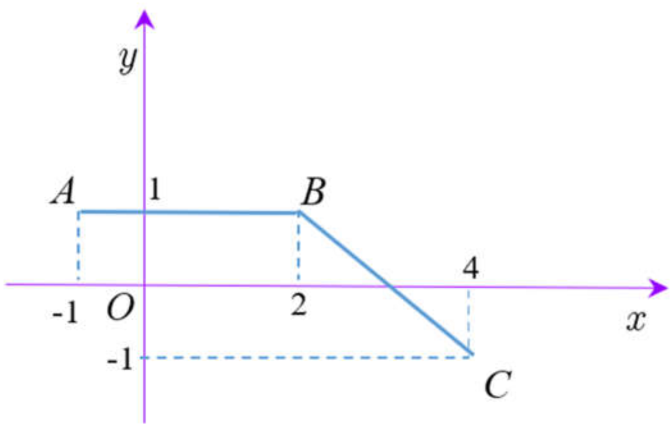
A. $\dfrac{x-4}{-3}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z+2}{2}$. **B.** $\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z+2}{-2}$.

C. $\dfrac{x+3}{4}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z-2}{-2}$. **D.** $\dfrac{x+4}{-3}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-2}{2}$.

Câu 28: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=2$ và $u_2=8$. Công bội của cấp số nhân bằng

A. 4. **B.** -6. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** 6.

Câu 29: Đường gấp khúc ABC trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;4]$.



Tích phân $\int_{-1}^{4} f(x)dx$ bằng

A. $\dfrac{7}{2}$. **B.** $\dfrac{9}{2}$.

C. 3. **D.** 4.

Câu 30: Hàm số $y=x^4-2x^2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-\infty;1)$.

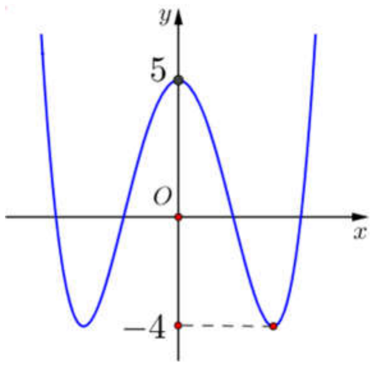
Câu 31: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có độ dài tất cả các cạnh bằng a. Góc giữa hai đường thẳng SB và CD bằng

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho điển $A(1;-1;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x+3y+z-5=0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=2+t \\ y=3-t \\ z=1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+3t \\ z=1+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+3t \\ z=-1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1-3t \\ z=1+t \end{cases}$.

Câu 33: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, phương trình $2f(x)=m$ có 4 nghiệm thực phân biệt?

A. 4. **B.** 16. **C.** 17. **D.** 8.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(-1;0;5)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là?

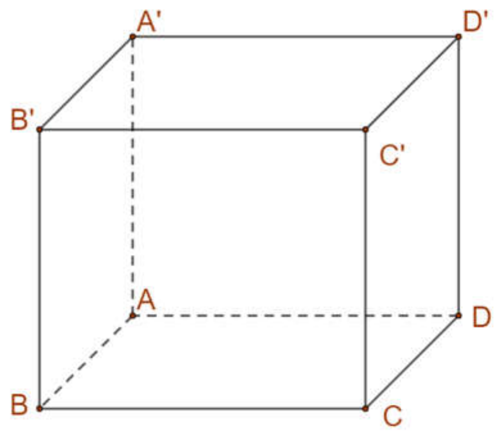
A. $x^2+(y-1)^2+(z-4)^2=3$. **B.** $x^2+(y-1)^2+(z-4)^2=12$.

C. $x^2+(y+1)^2+(z+4)^2=3$. **D.** $x^2+(y+1)^2+(z+4)^2=12$.

Câu 35: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=1, BC=2; AA'=3$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường AB' và BC' bằng?

A. $\dfrac{6}{7}$. **B.** $\dfrac{6\sqrt{13}}{13}$.

C. $\dfrac{7}{6}$. **D.** $\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$.



Câu 36: Tập xác định của hàm số $f(x)=\log_5(30-x^2)$ chứa bao nhiêu số nguyên?

A. 11. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 10.

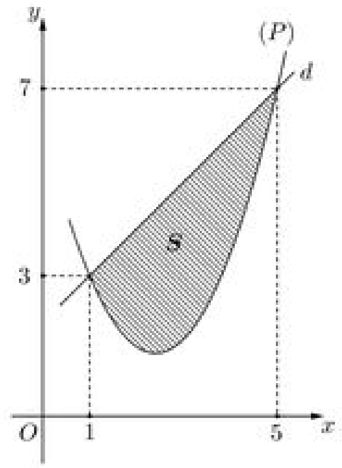
Câu 37: Cho số phức z thỏa mãn $z-2\overline{z}=1+6i$. Môđun z bằng

A. 5. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** 3.

Câu 38: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có hai chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, xác suất để chọn được số có tổng hai chữ số bằng 8 là

A. $\frac{4}{81}$. **B.** $\frac{1}{9}$. **C.** $\frac{7}{81}$. **D.** $\frac{8}{81}$.

Câu 39: Cho hàm số bậc hai $y=f(x)$ có đồ thị (P) và đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm như trong hình bên dưới.



Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi (P) và d có diện tích $S=\frac{32}{3}$.

Tích phân $\int_1^5 (2x-5)f'(x)dx$ bằng:

A. $\frac{104}{3}$. **B.** $\frac{76}{3}$.

C. $\frac{22}{3}$. **D.** $\frac{188}{3}$.

Câu 40: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-x^2-mx+\frac{2}{3}$ có đúng một điểm cực trị thuộc khoảng $(0;6)$?

A. 24. **B.** 25. **C.** 26. **D.** 23.

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị số nguyên x thỏa mãn $(3^x-27)(\log_3^2 x-7\log_3 x+10)<0$

A. 242. **B.** 235. **C.** 233. **D.** 238.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=4$ và đường thẳng d đi qua điểm $A(1;0;-2)$ nhận $\vec{u}=(1;a;4-a)$ (với $a\in\mathbb{R}$) làm vectơ chỉ phương. Biết rằng d cắt (S) tại hai điểm phân biệt mà các tiếp diện của (S) tại hai điểm đó vuông góc với nhau. Hỏi a^2 thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(8;\frac{17}{2}\right)$. **B.** $\left(25;\frac{51}{2}\right)$. **C.** $\left(\frac{23}{2};12\right)$. **D.** $\left(\frac{3}{2};2\right)$.

Câu 43: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 2. Xét hình nón (N) có đáy nằm trên mặt phẳng $(ABCD)$ và mặt xung quanh đi qua bốn điểm $A';B';C';D'$. Khi bán kính đáy của (N) bằng $2\sqrt{2}$, diện tích xung quanh của (N) bằng

A. $8\sqrt{2}\pi$. **B.** $8\sqrt{3}\pi$. **C.** $8\sqrt{6}\pi$. **D.** $4\sqrt{2}\pi$.

Câu 44: Gọi S là tập hợp các số phức $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $|z+\overline{z}|+|z-\overline{z}|=4$ và $ab>0$. Xét z_1 và z_2 thuộc S sao cho $\frac{z_1-z_2}{1+i}$ là số thực dương. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z_1|+|z_2-2i|$ bằng

A. $2\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** $2+2\sqrt{2}$.

Câu 45: Trên tập số phức, xét phương trình $z^2+az+b=0$ $(a,b\in\mathbb{R})$. Có bao nhiêu cặp số (a,b) để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1+1|=2$ và $|z_2-3+2i|=4$?

A. 2. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 46: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AC'=8$, diện tích của tam giác $A'BC$ bằng 9 và đường thẳng AC' tạo với mặt phẳng $(A'BC)$ một góc $30°$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 6. **B.** 18. **C.** $6\sqrt{3}$. **D.** $18\sqrt{3}$.

Câu 47: Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của y sao cho ứng với mỗi y, tồn tại duy nhất một giá trị $x\in\left[\frac{5}{2};\frac{11}{2}\right]$ thỏa mãn $\log_2\left(x^3-9x^2+24x+y\right)=\log_3\left(-x^2+8x-7\right)$. Số phần tử của S bằng

A. 8. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương trên khoảng $(0;+\infty)$, có đạo hàm trên khoảng đó và thỏa mãn $f(x)\ln f(x)=x\left(f(x)-f'(x)\right), \forall x\in(0;+\infty)$. Biết $f(1)=f(4)$, giá trị $f(2)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(1;3)$. **B.** $(8;10)$. **C.** $(6;8)$. **D.** $(13;15)$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, xét mặt cầu (S) có tâm $I(3;7;12)$ và bán kính R thay đổi. Có bao nhiêu giá trị nguyên của R sao cho ứng với mỗi giá trị đó, tồn tại hai tiếp tuyến của (S) trong mặt phẳng (Oyz) mà hai tiếp tuyến đó cùng đi qua O và góc giữa chúng không nhỏ hơn $60°$?

A. 11. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)=x^4-18x^2+4$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, tổng giá trị các nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-4;1)$ của phương trình $f\left(x^2+4x+5\right)=m$ bằng -8?

A. 63. **B.** 65. **C.** 62. **D.** 64.

---------- HẾT ----------

BẢNG ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1. A	2. C	3. C	4. A	5. B	6. B	7. C	8. A	9. D	10. B
11. D	12. A	13. B	14. D	15. D	16. D	17. B	18. C	19. B	20. A
21. A	22. B	23. C	24. A	25. A	26. B	27. C	28. A	29. C	30. B
31. C	32. B	33. C	34. A	35. A	36. A	37. C	38. C	39. B	40. A
41. B	42. C	43. B	44. C	45. C	46. B	47. B	48. C	49. C	50. A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT THAM KHẢO

Câu 1: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M\left(-2;2\right)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

A. $-2+2i$. **B.** $2-2i$. **C.** $2i$. **D.** $2+2i$.

Lời giải

Chọn A

Điểm $M\left(-2;2\right)$ là điểm biễu diễn của số phức $-2+2i$ trên mặt phẳng tọa độ.

Câu 2: Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int x^5\mathrm{d}x=5x^4+C$. **B.** $\int x^5\mathrm{d}x=x^6+C$. **C.** $\int x^5\mathrm{d}x=\frac{1}{6}x^6+C$. **D.** $\int x^5\mathrm{d}x=\frac{x^5}{\ln 5}+C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int x^5\mathrm{d}x=\frac{1}{6}x^6+C$, với C là hằng số.

Câu 3: Nếu $\int\limits_1^4 f\left(x\right)\mathrm{d}x=6$ thì $\int\limits_1^4 2f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 12. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int\limits_1^4 2f\left(x\right)\mathrm{d}x=2\cdot\int\limits_1^4 f\left(x\right)\mathrm{d}x=2\cdot 6=12$.

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2\left(3x\right)>\log_2 5$

A. $\left(\frac{5}{3};+\infty\right)$. **B.** $\left(0;\frac{5}{3}\right)$. **C.** $\left(\frac{3}{5};+\infty\right)$. **D.** $\left(0;\frac{3}{5}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_2\left(3x\right)>\log_2 5\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\3x>5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\x>\frac{5}{3}\end{cases}\Leftrightarrow x>\frac{5}{3}$.

Câu 5: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_7\left(7a\right)$ là:

A. $1-\log_7 a$. **B.** $1+\log_7 a$. **C.** $1+a$. **D.** a.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_7\left(7a\right)=1+\log_7 a$

Câu 6: Cho khối chóp có diện tích đáy $B=9a^2$ và chiều cao $h=2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng:

A. $3a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** $18a^3$. **D.** $24a^3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: Thể tích khối chóp là: $V=\frac{1}{3}B.h=\frac{1}{3}.9a^2.2a=6a^3$.

Câu 7: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $F(1)=3, F(3)=6$. Tích phân $\int_1^3 f(x)dx$ bằng

A. 9. **B.** -3. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

$\int_1^3 f(x)dx=F(3)-F(1)=6-3=3$.

Câu 8: Diện tích đáy của khối lăng trụ có thể tích V và chiều cao h bằng.

A. $\frac{V}{h}$. **B.** $\frac{3V}{h}$. **C.** $\frac{V}{3h}$. **D.** $V.h$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối lăng trụ $V=B.h \Rightarrow B=\frac{V}{h}$ với B là diện tích đáy.

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^3, \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số đã cho nghịch biến $\Leftrightarrow x^3\le 0 \Leftrightarrow x\le 0$.

Câu 10: Đạo hàm của hàm số $y=\log_3(x+1)$ là

A. $y'=\frac{1}{\ln 3}$. **B.** $y'=\frac{1}{(x+1)\ln 3}$. **C.** $y'=\frac{1}{x+1}$. **D.** $y'=\frac{x=1}{\ln 3}$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức $(\log_a u)'=\frac{u'}{u\ln a}$. Ta có

$$y'=\frac{(x+1)'}{(x+1)\ln 3}=\frac{1}{(x+1)\ln 3}.$$

Câu 11: Có bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau mà các chữ số được lấy từ tập hợp $\{1,2,3,4,5,6\}$?

A. 18. **B.** 216. **C.** 20. **D.** 120.

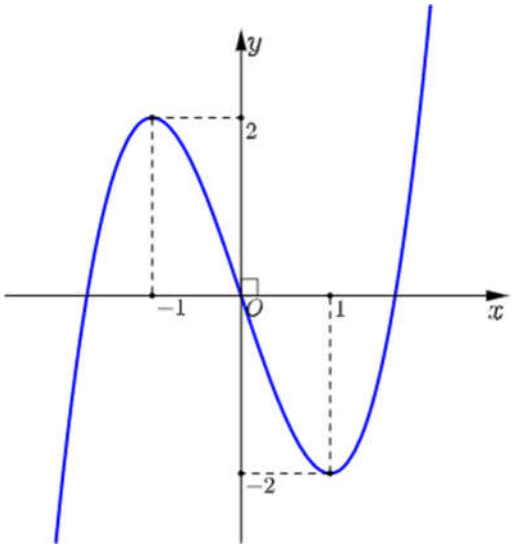
Lời giải

Chọn D

Số các chữ số thỏa mãn yêu cầu bài toán là một chỉnh hợp chập 3 của 6 phần tử.

Vậy có $A_6^3 = 120$ số.

Câu 12: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $(a,b,c,d \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong như hình bên.



Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $x = 1$. **B.** $x = -2$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = 2$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị ta thấy điểm cực tiểu của hàm số đã cho là $x = 1$.

Câu 13: Tập nghiệm của bất phương trình $2^x \ge 8$ là

A. $[-3;+\infty)$. **B.** $[3;+\infty)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(-3;+\infty)$.

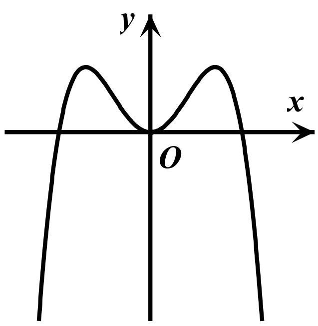
Lời giải

Chọn B

Bất phương trình $2^x \ge 8 \Leftrightarrow 2^x \ge 2^3 \Leftrightarrow x \ge 3$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $[3;+\infty)$.

Câu 14: Hàm số nào dưới đây có đồ thị là đường cong trong hình bên?



A. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. **B.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$. **C.** $y = x^3 - 3x^2$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2$.

Lời giải

Chọn D

Quan sát đồ thị của hàm số thấy đồ thị trên là đồ thị của hàm số trùng phương và $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = -\infty$ suy ra hệ số $a < 0$. Vậy nên chọn đáp án **D.**

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$	||	$+$	
y	3	↗	$+\infty$ || $-\infty$	↗	3

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

A. $x = -1$. **B.** $x = -3$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 1$.

Lời giải

Chọn D

Quan sát bảng biến thiên ta thấy $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = -\infty$; $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = +\infty$.

Do đó đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Câu 16: Với a là số thực dương tùy ý, biểu thức $a^{\frac{5}{3}}.a^{\frac{1}{3}}$ bằng

A. a^5. **B.** $a^{\frac{5}{9}}$. **C.** $a^{\frac{4}{3}}$. **D.** a^2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $a^{\frac{5}{3}}.a^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{5}{3}+\frac{1}{3}} = a^2$.

Câu 17: Cho hình nón có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $\sqrt{3}a$. Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng

A. $\sqrt{2}a$. **B.** $2a$. **C.** $\sqrt{10}a$. **D.** $4a$.

Lời giải

Chọn B

Độ dài đường sinh bằng $l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{a^2 + \left(\sqrt{3}a\right)^2} = 2a$.

Câu 18: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a và chiều cao $3a$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $8\pi a^2$. **B.** $7\pi a^2$. **C.** $6\pi a^2$. **D.** $14\pi a^2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có diện tích xung quanh của hình trụ đã cho là $S = 2\pi rh = 2\pi a.3a = 6\pi a^2$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2;3;1)$ trên trục Ox có toạ độ là

A. $(0;0;1)$. **B.** $(-2;0;0)$. **C.** $(0;3;1)$. **D.** $(0;3;0)$.

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2;3;1)$ trên trục Ox có toạ độ là $(-2;0;0)$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): \frac{x}{3} + \frac{y}{5} + \frac{z}{2} = 1$ cắt trục Oy tại điểm có tọa độ là

A. $(0;5;0)$. **B.** $(0;3;0)$. **C.** $(0;-1;0)$. **D.** $(0;2;0)$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng $(P): \frac{x}{3}+\frac{y}{5}+\frac{z}{2}=1$ cắt trục Oy, suy ra $\begin{cases} x=0 \\ y=5 \\ z=0 \end{cases}$, nên giao điểm có tọa độ là $(0;5;0)$.

Câu 21: Số phức nào dưới đây là số thuần ảo?

A. $-i$. **B.** 2. **C.** $1-i$. **D.** $1+i$.

Lời giải

Chọn A

Số thuần ảo là $-i$.

Câu 22: Số điểm giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^2+2x$ và trục hoành là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình: $x^2+2x=0 \Leftrightarrow x(x+2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \end{array}\right.$

Số điểm giao điểm của đồ thị hàm số và trục hoành là 2.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-1)$ và có bán kính $R=\sqrt{2}$. Phương trình của (S) là

A. $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=\sqrt{2}$. **B.** $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=2$.

C. $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=2$. **D.** $(x-1)^2+y^2+(z-1)^2=\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

Theo bài ra ta có: $\begin{cases} I(1;0;-1) \\ R=\sqrt{2} \end{cases}$.

Do đó mặt cầu (S) có phương trình là: $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=2$.

Câu 24: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+2)(x-1)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình $f'(x)=0$

$\Leftrightarrow f'(x)=(x+2)(x-1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+2=0 \\ x-1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=1 \end{array}\right.$

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	

Từ bảng xét dấu ta có số điểm cực trị của hàm số đã cho là 2.

Câu 25: Cho số phức $z_1=2+3i$ và $z_2=i$. Số phức z_1z_2 bằng

A. $-3+2i$. **B.** $2+4i$. **C.** $2-3i$. **D.** $3-2i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z_1z_2=(2+3i)i=2i+3i^2=-3+2i$

Câu 26: Cho hàm số $f(x)=1+2\cos 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=x+2\sin 2x+C$.

B. $\int f(x)\mathrm{d}x=x+\sin 2x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=x-\sin 2x+C$.

D. $\int f(x)\mathrm{d}x=x-2\sin 2x+C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int(1+2\cos 2x)\mathrm{d}x=\int 1\mathrm{d}x+2\int\cos 2x\mathrm{d}x=x+\sin 2x+C$

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(-3;-1;2)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(4;3;-2)$ là

A. $\frac{x-4}{-3}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z+2}{2}$. **B.** $\frac{x-3}{4}=\frac{y-1}{3}=\frac{z+2}{-2}$.

C. $\frac{x+3}{4}=\frac{y+1}{3}=\frac{z-2}{-2}$. **D.** $\frac{x+4}{-3}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z-2}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d đi qua điểm $M(-3;-1;2)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(4;3;-2)$ có phương trình chính tắc là $\frac{x+3}{4}=\frac{y+1}{3}=\frac{z-2}{-2}$.

Câu 28: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=2$ và $u_2=8$. Công bội của cấp số nhân bằng

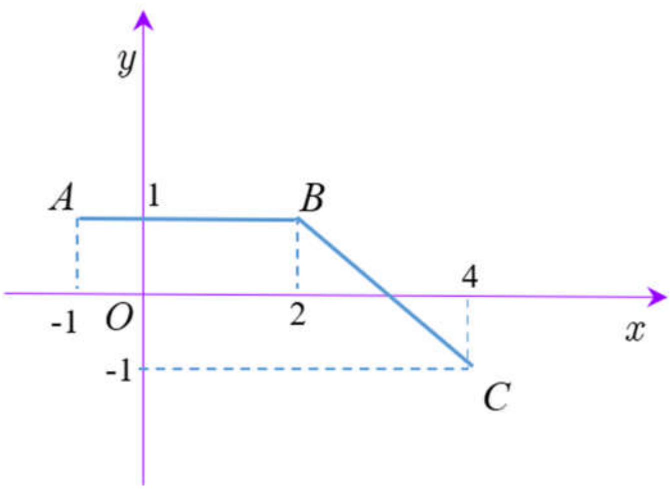
A. 4. **B.** -6. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Công bội của cấp số nhân là $q=\frac{u_2}{u_1}=\frac{8}{2}=4$.

Câu 29: Đường gấp khúc ABC trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;4]$.



Tích phân $\int_{-1}^{4} f(x)\,dx$ bằng

A. $\frac{7}{2}$. **B.** $\frac{9}{2}$. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

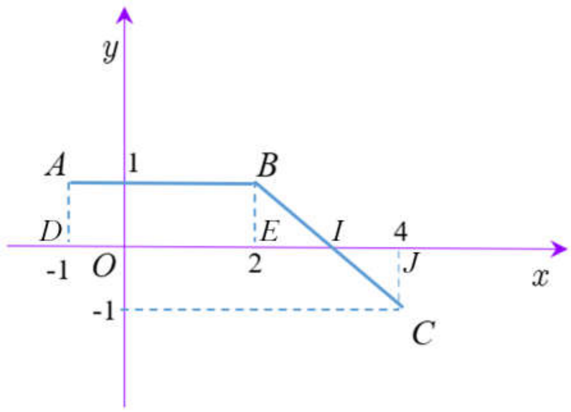
Đường thẳng đi qua AB có phương trình $y = 1$.

Đường thẳng đi qua BC có phương trình $y = -x + 3$.

Do đó $f(x) = \begin{cases} 1 \; khi \; x \in [-1;2] \\ -x+3 \; khi \; x \in [2;4] \end{cases}$.

Vậy $\int_{-1}^{4} f(x)\,dx = \int_{-1}^{2} f(x)\,dx + \int_{2}^{4} f(x)\,dx = \int_{-1}^{2} 1dx + \int_{2}^{4} (-x+3)\,dx = 3$.

(*) **Cách 2:** đề xuất bởi GV Tu Duy:



$\int_{-1}^{4} f(x)\,dx = S_{ABED} + S_{BEI} - S_{ICJ} = S_{ABED} = 3 \times 1 = 3$.

Câu 30: Hàm số $y = x^4 - 2x^2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 4x^3 - 4x$, $y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	0	↘	-1	↗	$+\infty$

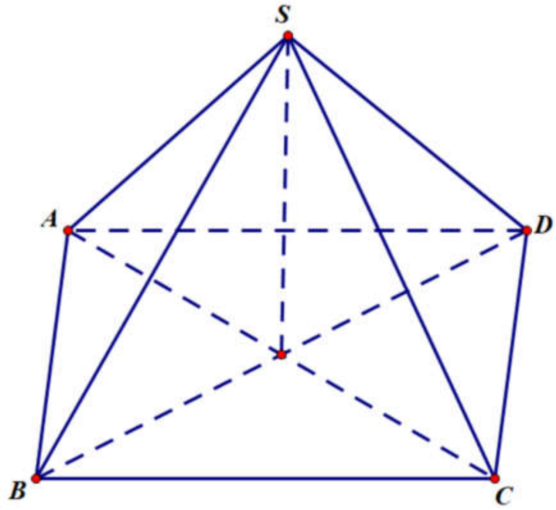
Hàm số $y = x^4 - 2x^2$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$

Câu 31: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có độ dài tất cả các cạnh bằng a. Góc giữa hai đường thẳng SB và CD bằng

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $CD\ //\ AB$ nên $\left(\widehat{SB,CD}\right)=\left(\widehat{SB,AB}\right)=\widehat{SBA}$.

Vì tam giác SAB là tam giác đều có tất cả cách cạnh đều bằng a nên $\widehat{SBA}=60°$.
Vậy góc giữa hai đường thẳng SB và CD bằng $60°$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho điển $A(1;-1;1)$ và mặt phẳng $(P):2x+3y+z-5=0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình là

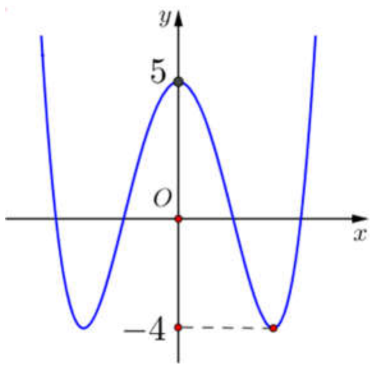
A. $\begin{cases}x=2+t\\y=3-t\\z=1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=-1+3t\\z=1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=-1+3t\\z=-1+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=-1-3t\\z=1+t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng đi qua $A(1;-1;1)$ và vuông góc với $(P):2x+3y+z-5=0$ nhận vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=(2;3;1)$ làm vectơ chỉ phương nên có phương trình là $\begin{cases}x=1+2t\\y=-1+3t\\z=1+t\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$.

Câu 33: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, phương trình $2f(x)=m$ có 4 nghiệm thực phân biệt?

A. 4. **B.** 16. **C.** 17. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

Ta có $2f(x)=m \Leftrightarrow f(x)=\frac{m}{2}$.

Dựa vào đồ thị, phương trình trên có 4 nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $-4<\frac{m}{2}<5 \Leftrightarrow -8<m<10$.

Suy ra, các giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán là: $-7;-6;\ldots;-1;0;1;\ldots;9$.
Có tất cả 17 số m thỏa mãn.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(-1;0;5)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là?

A. $x^2+(y-1)^2+(z-4)^2=3$. **B.** $x^2+(y-1)^2+(z-4)^2=12$.

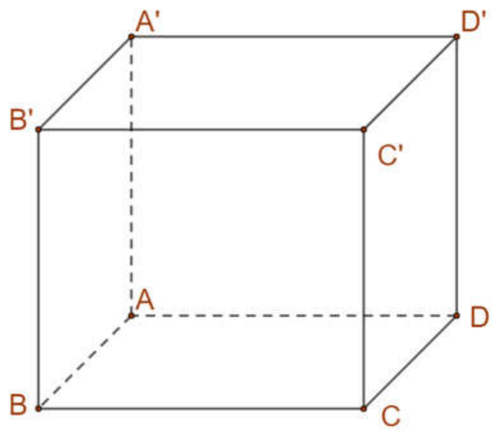
C. $x^2+(y+1)^2+(z+4)^2=3$. **D.** $x^2+(y+1)^2+(z+4)^2=12$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu đường kính AB có tâm là trung điểm $I(0;1;4)$ của AB và bán kính $R=\frac{AB}{2}=\frac{\sqrt{(-1-1)^2+(0-2)^2+(5-3)^2}}{2}=\sqrt{3}$, có phương trình là $x^2+(y-1)^2+(z-4)^2=3$.

Câu 35: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=1, BC=2; AA'=3$ (tham khảo hình vẽ).

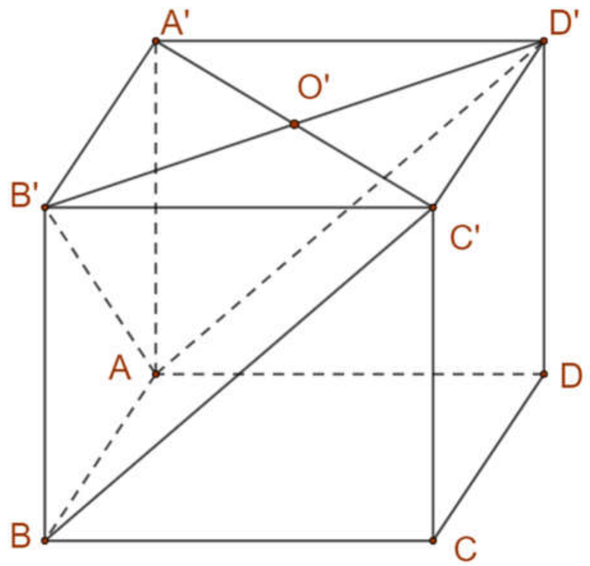


Khoảng cách giữa hai đường AB' và BC' bằng?

A. $\frac{6}{7}$. **B.** $\frac{6\sqrt{13}}{13}$. **C.** $\frac{7}{6}$. **D.** $\frac{3\sqrt{10}}{10}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có

$BC'//AD' \Rightarrow d\left(AB',BC'\right)=d\left(BC',\left(AB'D'\right)\right)=d\left(C';\left(AB'D'\right)\right)$

$=\dfrac{C'O'}{A'O'}d\left(A',\left(AB'D'\right)\right)=d\left(A',\left(AB'D'\right)\right)$.

Lại có $A'B', A'A, A'D$ đôi một vuông góc với nhau tại $A', d\left(A',\left(AB'D'\right)\right)=h$ thì $\dfrac{1}{h^2}=\dfrac{1}{A'B'^2}+\dfrac{1}{A'D'^2}+\dfrac{1}{AA'^2} \Rightarrow h=\dfrac{6}{7}$.

Câu 36: Tập xác định của hàm số $f\left(x\right)=\log_5\left(30-x^2\right)$ chứa bao nhiêu số nguyên?

A. 11. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 10.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $30-x^2>0 \Leftrightarrow x^2<30 \Leftrightarrow -\sqrt{30}<x<\sqrt{30}$.

Do $x\in\mathbb{Z} \Rightarrow x\in\left\{-5;-4;-3;-2;-1;0;1;2;3;4;5\right\}$. Vậy **Chọn A**

Câu 37: Cho số phức z thỏa mãn $z-2\overline{z}=1+6i$. Môđun z bằng

A. 5. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Đặt $z=x+yi\ \left(x,y\in\mathbb{R}\right)$.

Theo giả thiết ta có $x+yi-2\left(x-yi\right)=1+6i \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$.

Do đó $z=-1+2i$.

Vậy $\left|z\right|=\sqrt{5}$.

Câu 38: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có hai chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, xác suất để chọn được số có tổng hai chữ số bằng 8 là

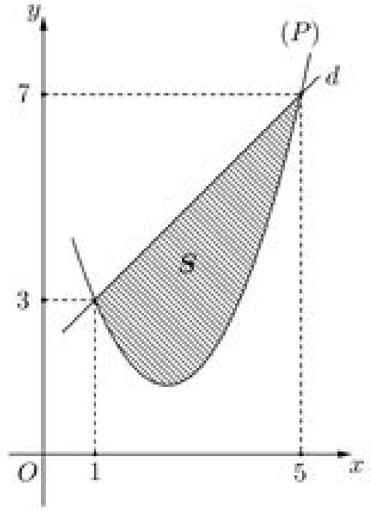
A. $\dfrac{4}{81}$. **B.** $\dfrac{1}{9}$. **C.** $\dfrac{7}{81}$. **D.** $\dfrac{8}{81}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $\overline{ab}$ là số tự nhiên có hai chữ số khác nhau.
Chọn a có 9 cách.
Chọn b có 9 cách.
Do đó có $9.9=81$ số có hai chữ số khác nhau.
Gọi A là biến cố: "Chọn được số có tổng hai chữ số bằng 8".
Khi đó $A=\{80,71,62,53,35,26,17\}$
Vậy $P(A)=\dfrac{7}{81}$.

Câu 39: Cho hàm số bậc hai $y=f(x)$ có đồ thị (P) và đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm như trong hình bên dưới.



Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi (P) và d có diện tích $S=\dfrac{32}{3}$. Tích phân $\int\limits_1^5 (2x-5)f'(x)dx$ bằng:

A. $\dfrac{104}{3}$. **B.** $\dfrac{76}{3}$. **C.** $\dfrac{22}{3}$. **D.** $\dfrac{188}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $\begin{cases} u=2x-5 \\ dv=f'(x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=2dx \\ v=f(x) \end{cases}$.

Ta có: $\int\limits_1^5 (2x-5)f'(x)dx=\left[(2x-5)f(x)\right]\Big|_1^5-2\int\limits_1^5 f(x)dx$

$=5f(5)+3f(1)-2\left[\dfrac{(3+7).4}{2}-\dfrac{32}{3}\right]=\dfrac{76}{3}$.

Câu 40: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-x^2-mx+\dfrac{2}{3}$ có đúng một điểm cực trị thuộc khoảng $(0;6)$?

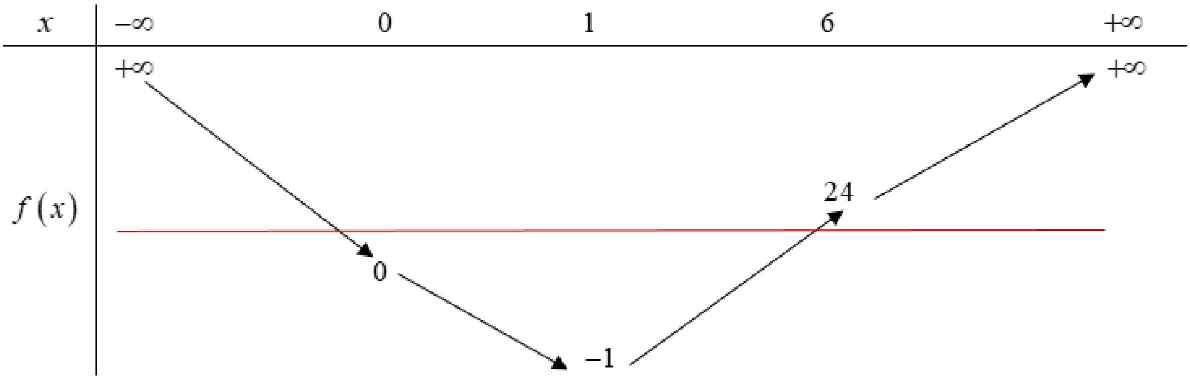
A. 24. **B.** 25. **C.** 26. **D.** 23.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y'=x^2-2x-m=0 \Leftrightarrow f(x)=x^2-2x=m \quad (*)$.

BBT cho hàm số $f(x)$



Hàm số có đúng một điểm cực trị thuộc khoảng $(0;6)$ khi $0 \le m < 24$.

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{0;1;2;...;23\}$. Vậy có tất cả 24 giá trị nguyên của m.

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị số nguyên x thỏa mãn $\left(3^x - 27\right)\left(\log_3^2 x - 7\log_3 x + 10\right) < 0$

A. 242. **B.** 235. **C.** 233. **D.** 238.

Lời giải

Chọn B

Đặt $f(x) = \left(3^x - 27\right)\left(\log_3^2 x - 7\log_3 x + 10\right)$. ĐK: $x > 0$.

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3^x = 27 \\ \log_3 x = 2 \\ \log_3 x = 5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = 9 \\ x = 243 \end{array}\right..$$

Bảng xét dấu:

x	0		3		9		243		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu suy ra tập nghiệm của bất phương trình $S = (0;3) \cup (9;243)$.

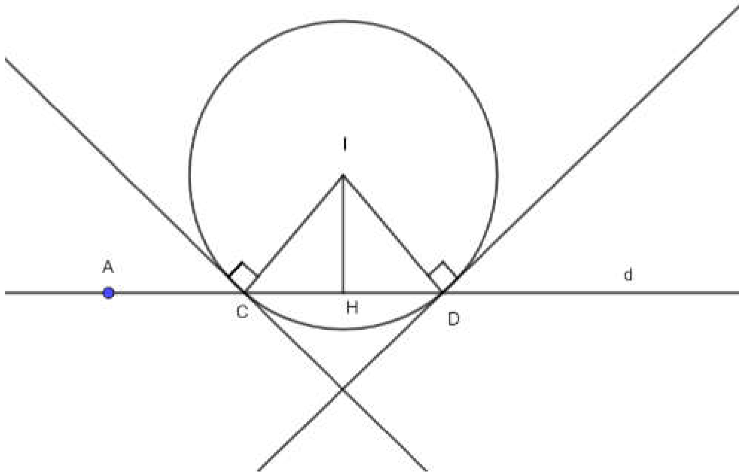
Vậy $x \in \{1;2;10;11;...;242\}$.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 4$ và đường thẳng d đi qua điểm $A(1;0;-2)$ nhận $\vec{u} = (1;a;4-a)$ (với $a \in \mathbb{R}$) làm vectơ chỉ phương. Biết rằng d cắt (S) tại hai điểm phân biệt mà các tiếp diện của (S) tại hai điểm đó vuông góc với nhau. Hỏi a^2 thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(8;\dfrac{17}{2}\right)$. **B.** $\left(25;\dfrac{51}{2}\right)$. **C.** $\left(\dfrac{23}{2};12\right)$. **D.** $\left(\dfrac{3}{2};2\right)$.

Lời giải

Chọn C



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;-1)$ bán kính $R=2$

Gọi C,D là các giao điểm của d với mặt cầu. Từ giả thiết bài ra suy ra ΔICD vuông cân tại I, có $IC=ID=2 \Rightarrow d(I;d)=IH=\frac{1}{2}CD=\frac{2\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$.

Ta lại có $d(I;d)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{IA},\vec{u}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}=\sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{a^2-16a+69}}{\sqrt{2a^2-8a+17}}=\sqrt{2}$

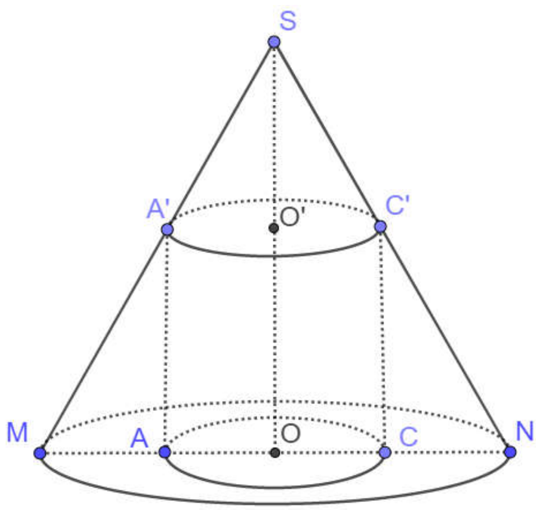
$\Leftrightarrow a^2-16a+69=4a^2-16a+34 \Leftrightarrow 3a^2=35 \Leftrightarrow a^2=\frac{35}{3}\in\left(\frac{23}{2};12\right)$.

Câu 43: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 2. Xét hình nón (N) có đáy nằm trên mặt phẳng $(ABCD)$ và mặt xung quanh đi qua bốn điểm $A';B';C';D'$. Khi bán kính đáy của (N) bằng $2\sqrt{2}$, diện tích xung quanh của (N) bằng

A. $8\sqrt{2}\pi$. **B.** $8\sqrt{3}\pi$. **C.** $8\sqrt{6}\pi$. **D.** $4\sqrt{2}\pi$.

Lời giải

Chọn B



Theo đề ra, ta có: $MN=4\sqrt{2}=2R \Rightarrow AC=2\sqrt{2}$.

Mặt khắc: $\frac{SO'}{SO}=\frac{O'A'}{OM} \Leftrightarrow \frac{SO-2}{SO}=\frac{1}{2} \Leftrightarrow SO=4=h$.

Lại có: $l=\sqrt{h^2+R^2}=\sqrt{4^2+\left(2\sqrt{2}\right)^2}=2\sqrt{6}$.

Vậy $S_{xq} = \pi Rl = 8\pi\sqrt{3}$.

Câu 44: Gọi S là tập hợp các số phức $z = a + bi$ $(a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 4$ và $ab > 0$. Xét z_1 và z_2 thuộc S sao cho $\dfrac{z_1 - z_2}{1+i}$ là số thực dương. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z_1| + |z_2 - 2i|$ bằng

A. $2\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** $2 + 2\sqrt{2}$.

Lời giải

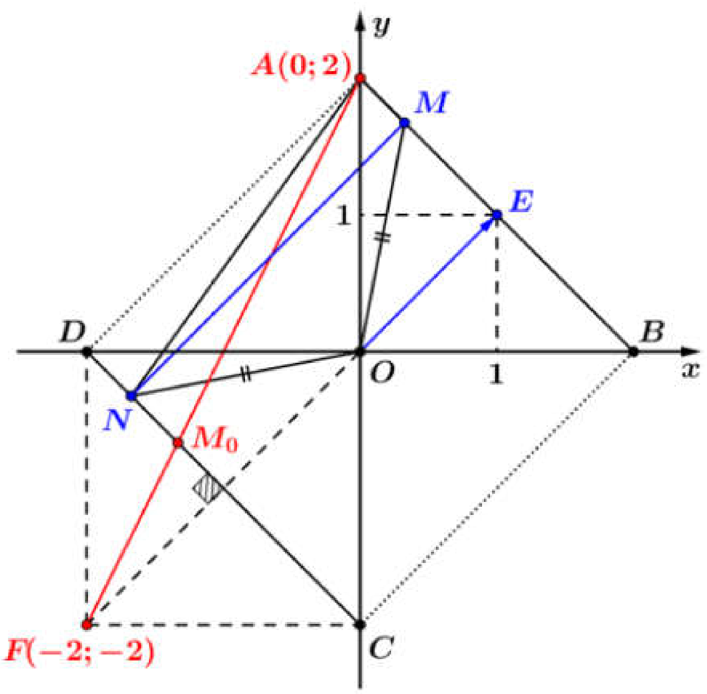
Chọn A

Đầu tiên ta có $z = a + bi$ $(a, b \in \mathbb{R})$ thì khi đó $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 4 \Leftrightarrow |a| + |b| = 2,\ ab > 0$.

Do $\dfrac{z_1 - z_2}{1+i}$ là số thực dương nên khi $M(z_1), N(z_2)$ thì ta có:

$\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{ON} = \overrightarrow{NM} = k(1+i) = k\overrightarrow{OE}\ (k \in \mathbb{R}^+)$ với $E(1;1)$.

Do $ab > 0$ nên tập hợp các điểm M, N thuộc S biểu diễn như hình vẽ sau:



Gọi $F(-2;-2)$ là điểm đối xứng với O qua đoạn thẳng CD

Suy ra $P = |z_1| + |z_2 - 2i| = MO + NA = NO + NA = NF + NA \geq FA = 2\sqrt{5}$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $M \equiv M_0 = AF \cap CD$. Chọn đáp án C.

Câu 45: Trên tập số phức, xét phương trình $z^2 + az + b = 0$ $(a, b \in \mathbb{R})$. Có bao nhiêu cặp số (a, b) để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 1| = 2$ và $|z_2 - 3 + 2i| = 4$?

A. 2. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\Delta = a^2 - 4b$.

TH1: $a^2 - 4b > 0$, phương trình có hai nghiệm thực z_1, z_2. Khi đó

$\begin{cases}|z_1+1|=2\\|z_2-3+2i|=4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}z_1+1=\pm 2\\\sqrt{(z_2-3)^2+4}=4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\left[\begin{array}{l}z_1=1\\z_1=-3\end{array}\right.\\z_2=3\pm 2\sqrt{3}\end{cases}$, suy ra có 4 cặp (a,b) thỏa mãn.

TH2: $a^2-4b<0$, phương trình có hai nghiệm phức liên hợp $z_1=x+yi$, $z_2=x-yi$. $x,\ y\in\mathbb{R}$; $y\neq 0$. Theo giả thiết, ta có: $\begin{cases}|z_1+1|=2\\|z_2-3+2i|=4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\sqrt{(x+1)^2+y^2}=2\\\sqrt{(x-3)^2+(-y+2)^2}=4\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}x^2+y^2+2x-3=0\\x^2+y^2-6x-4y-3=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2x+y=0\\x^2+y^2+2x-3=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=-1\\y=2\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}x=\dfrac{3}{5}\\y=-\dfrac{6}{5}\end{cases}$.

Suy ra $z_1=-1+2i,\ z_2=-1-2i$ hoặc $z_1=\dfrac{3}{5}-\dfrac{6}{5}i$, $z_2=\dfrac{3}{5}+\dfrac{6}{5}i$; do đó có 2 cặp (a,b) thỏa mãn điều kiện $a^2-4b<0$ trong trường hợp này.

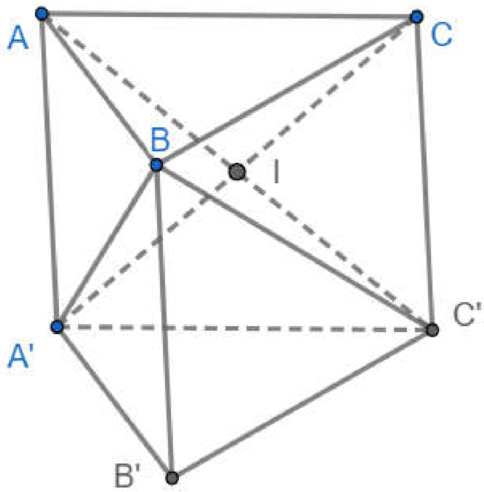
Vậy có tất cả có 6 cặp (a,b) thỏa yêu cầu bài.

Câu 46: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AC'=8$, diện tích của tam giác $A'BC$ bằng 9 và đường thẳng AC' tạo với mặt phẳng $(A'BC)$ một góc $30°$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 6. **B.** 18. **C.** $6\sqrt{3}$. **D.** $18\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi I là giao điểm của AC' và $A'C$ nên I là trung điểm của AC'.

Dễ thấy $V_{A.A'BC}=V_{C'.A'BC}=V_{B.A'B'C'} \Rightarrow V_{ABC.A'B'C'}=3V_{A.A'BC}$.

Do đường thẳng AC' tạo với mặt phẳng $(A'BC)$ một góc $30°$

$\Rightarrow AI$ tạo với mặt phẳng $(A'BC)$ một góc $30°$.

$\Rightarrow d_{(A,(A'BC))}=AI.\sin 30°=\dfrac{AC'}{2}.\sin 30°=2$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'}=3V_{A.A'BC}=3.\dfrac{1}{3}.S_{\Delta A'BC}.d_{(A,(A'BC))}=9.2=18$.

Câu 47: Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của y sao cho ứng với mỗi y, tồn tại duy nhất một giá trị $x\in\left[\frac{5}{2};\frac{11}{2}\right]$ thỏa mãn $\log_2\left(x^3-9x^2+24x+y\right)=\log_3\left(-x^2+8x-7\right)$. Số phần tử của S bằng

A. 8. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có $x^3-9x^2+24x+y=2^{\log_3\left(-x^2+8x-7\right)}\Leftrightarrow y=2^{\log_3\left(-x^2+8x-7\right)}-x^3+9x^2-24x$

Xét hàm số $f\left(x\right)=2^{\log_3\left(-x^2+8x-7\right)}-x^3+9x^2-24x,\forall x\in\left[\frac{5}{2};\frac{11}{2}\right]$

$$f'\left(x\right)=2^{\log_3\left(-x^2+8x-7\right)}.\ln 2.\frac{-2x+8}{\left(-x^2+8x-7\right)\ln 3}-3x^2+18x-24$$

$$=-3\left(x-2\right)\left(x-4\right)-\frac{2\left(x-4\right)}{\left(-x^2+8x-7\right)\ln 3}.2^{\log_3\left(-x^2+8x-7\right)}.\ln 2$$

$$f'\left(x\right)=\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=4\\-3\left(x-2\right)-\dfrac{2}{\left(-x^2+8x-7\right)\ln 3}.2^{\log_3\left(-x^2+8x-7\right)}.\ln 2=0\end{array}\right..$$

Ta có:

$$-x^2+8x-7>0,\forall x\in\left[\frac{5}{2};\frac{11}{2}\right]\Rightarrow-3\left(x-2\right)-\frac{2}{\left(-x^2+8x-7\right)\ln 3}.2^{\log_3\left(-x^2+8x-7\right)}.\ln 2<0,\ \forall x\in\left[\frac{5}{2};\frac{11}{2}\right]$$

Bảng biến thiên

x	5/2		4		11/2
y'		+	0	–	
y			-12		
	−16.038	↗		↘	−22.788

Yêu cầu bài toán suy ra $\left[\begin{array}{l}y=-12\\-22.788\le y<16.038\end{array}\right.$

Do $y\in\mathbb{Z}$ nên ta được tập các giá trị của y là $\left\{-22;-21;-20;-19;-18;-17;-12\right\}$.

Vậy có 7 giá trị thỏa mãn.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương trên khoảng $(0;+\infty)$, có đạo hàm trên khoảng đó và thỏa mãn $f(x)\ln f(x)=x\left(f(x)-f'(x)\right),\forall x\in(0;+\infty)$. Biết $f(1)=f(4)$, giá trị $f(2)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(1;3\right)$. **B.** $\left(8;10\right)$. **C.** $\left(6;8\right)$. **D.** $\left(13;15\right)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x)\ln f(x)=x\left(f(x)-f'(x)\right)\Leftrightarrow\ln f(x)=x\left(1-\dfrac{f'(x)}{f(x)}\right)\Leftrightarrow\ln f(x)=x\left(1-(\ln f(x))'\right)$

$$\Leftrightarrow(x)'\ln f(x)+x\left[\ln f(x)\right]'=x\Leftrightarrow\left[x\ln f(x)\right]'=x\Rightarrow\ x\ln f(x)=\int xdx=\frac{1}{2}x^2+C.$$

Cho $x=1$ ta được $\ln f(1)=\dfrac{1}{2}+C$.

Cho $x=4$ ta được $4\ln f(4)=8+C$.

Theo đề $f(1)=f(4)$ nên suy ra $2+4C=8+C\Rightarrow C=2$ nên $f(x)=e^{\frac{x}{2}+\frac{2}{x}}$.

Vậy $f(2)=e^2\approx 7,39$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, xét mặt cầu (S) có tâm $I(3;7;12)$ và bán kính R thay đổi. Có bao nhiêu giá trị nguyên của R sao cho ứng với mỗi giá trị đó, tồn tại hai tiếp tuyến của (S) trong mặt phẳng (Oyz) mà hai tiếp tuyến đó cùng đi qua O và góc giữa chúng không nhỏ hơn $60°$?

A. 11. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 3.

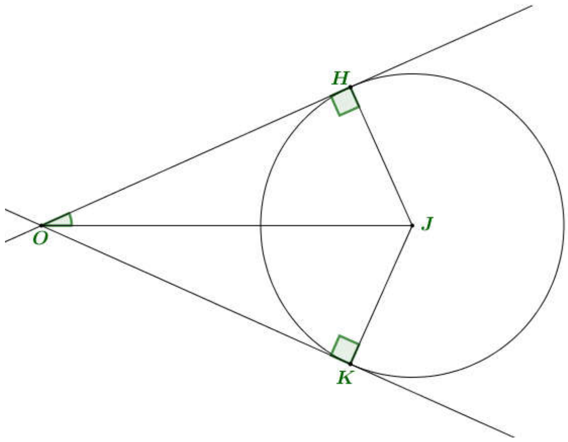
Lời giải

Chọn C

Để tồn tại tiếp tuyến thì mặt cầu (S) phải cắt hoặc tiếp xúc mặt phẳng (Oyz) nên $R\ge 3$.

Gọi J là hình chiếu của I lên mặt phẳng (Oyz) ta có $J(0;7;12)$ và $IJ=3$ và $OJ=\sqrt{193}$.

Xét 2 tiếp tuyến đi qua O và tiếp xúc với (C) tại K,H như hình vẽ.



Từ đề bài ta có $OJ.\sin 60°>r\ge OJ.\sin 30°\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{193}}{2}\le r<\sqrt{193}.\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, với $r=JK=JH$.

Mà $d\left(I,(Oyz)\right)=IJ=3$ nên:

$$\frac{193}{4}+d^2\left(I,(Oyz)\right)\le r^2+d^2\left(I,(Oyz)\right)<\frac{579}{4}+d^2\left(I,(Oyz)\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{193}{4}+9\le R^2<\frac{579}{4}+9\Leftrightarrow \frac{229}{4}\le R^2<\frac{615}{4}$$

$$\Leftrightarrow 7,6\approx\sqrt{\frac{229}{4}}\le R<\sqrt{\frac{615}{4}}\approx 12,4 \text{, do } R\in\mathbb{Z}\Rightarrow R\in\{8;9;10;11;12\}.$$

Vậy, có 5 giá trị nguyên thỏa yêu cầu.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)=x^4-18x^2+4$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, tổng giá trị các nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-4;1)$ của phương trình $f\left(x^2+4x+5\right)=m$ bằng -8?

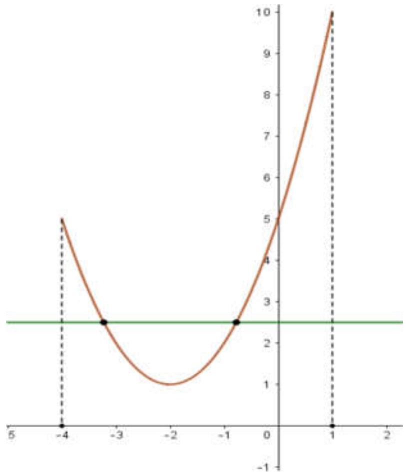
A. 63. **B.** 65. **C.** 62. **D.** 64.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = x^2 + 4x + 5$, vì $x \in (-4;1) \Rightarrow t \in (1;10)$.

Nhận xét: với $1 < t < 5$ ta suy ra có 2 giá trị x có tổng bằng -4 (vì $x_1 + x_2 = -4$).



Yêu cầu bài toán tương đương $f(t) = m$ có 2 nghiệm phân biệt lớn hơn 1.

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ trên khoảng $(1;10)$

x	1		3		10
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	-13	$\searrow$	-77	$\nearrow$	8204

Nhận xét: $f(1) = f(\sqrt{17})$ và phương trình $f(t) = m$ có tối đa 2 nghiệm $t \in (1;10)$.

TH1: Nếu $f(t) = m$ chỉ có 1 nghiệm $t \in (1;10)$ thì tổng các nghiệm của phương trình $x^2 + 4x + 5 = t_0$ sẽ là -4.

TH2: Nếu $f(t) = m$ có 2 nghiệm phân biệt $t_1; t_2 \in (1;10) \Rightarrow t_1; t_2 \in (1; \sqrt{17})$

Khi đó mỗi phương trình $\begin{cases} x^2 + 4x + 5 = t_1 \\ x^2 + 4x + 5 = t_2 \end{cases}$ có 2 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-4;1)$. Từ đó suy ra tổng các nghiệm là -8.

Vậy $m \in (-77;-13)$ và $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-76;...;-14\} \Rightarrow$ có 63 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn.

---------- HẾT ----------

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HOC PHỔ THÔNG NĂM 2023**

Đề chính thức **Bài thi: TOÁN – Mã đề: 103**

Ngày thi: 28/6/2023

Thời gian làm bài: 90 phút

(không kể thời gian phát đề)

Câu 1: Cho hình nón có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $\sqrt{3}a$. Độ dài đường sinh của hình nón đã cho là

A. $4a$. **B.** $2a$. **C.** $\sqrt{10}a$. **D.** $\sqrt{2}a$.

Câu 2: Diện tích đáy của khối lăng trụ có thể tích V và chiều cao h bằng

A. $\frac{V}{3h}$. **B.** $\frac{V}{h}$. **C.** Vh. **D.** $\frac{3V}{h}$.

Câu 3: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a, b, c, d \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $x = 1$. **B.** -2. **C.** $x = -1$. **D.** $x = 2$.

Câu 4: Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int x^5 \mathrm{d}x = \frac{1}{6}x^6 + C$. **B.** $\int x^5 \mathrm{d}x = \frac{x^5}{\ln 5} + C$. **C.** $\int x^5 \mathrm{d}x = 5x^4 + C$. **D.** $\int x^5 \mathrm{d}x = x^6 + C$.

Câu 5: Nếu $\int_1^4 f(x)dx = 6$ thì $\int_1^4 2f(x)dx$ bằng

A. 3. **B.** 12. **C.** 4. **D.** 8.

Câu 6: Cho khối chóp có diện tích đáy bằng $B = 9a^2$ và chiều cao $h = 2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $3a^3$. **B.** $24a^3$. **C.** $18a^3$. **D.** $6a^3$.

Câu 7: Với a là số thực dương tùy ý, biểu thức $a^{\frac{5}{3}}.a^{\frac{1}{3}}$ bằng

A. $a^{\frac{4}{3}}$. **B.** a^5. **C.** a^2. **D.** $a^{\frac{5}{9}}$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): \frac{x}{3} + \frac{y}{5} + \frac{z}{2} = 1$ cắt trục Oy tại điểm có tọa độ là

A. $(0;-1;0)$. **B.** $(0;3;0)$. **C.** $(0;2;0)$. **D.** $(0;5;0)$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(-3;-1;2)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (4;3;-2)$ là

A. $\frac{x-3}{4} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+2}{-2}$. **B.** $\frac{x+3}{4} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{-2}$.

C. $\frac{x-4}{-3} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+2}{2}$. **D.** $\frac{x+4}{-3} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-2}{2}$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^3$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(-\infty;+\infty)$.

Câu 11: Cho số phức $z_1 = 2 + 3i$ và $z_2 = i$. Số phức $z_1.z_2$ bằng

A. $3 - 2i$. **B.** $2 - 3i$. **C.** $-3 + 2i$ **D.** $2 + 4i$.

Câu 12: Số phức nào dưới đây là số thuần ảo?

A. 2. **B.** $1 - i$. **C.** $1 + i$ **D.** $-i$.

Câu 13: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_7(7a)$ bằng

A. $1+a$. **B.** a. **C.** $1-\log_7 a$. **D.** $1+\log_7 a$.

Câu 14: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $F(1)=3$, $F(3)=6$. Tích phân $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -3. **B.** 9. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 15: Tập nghiệm của bất phương trình $2^x \geq 8$ là

A. $(-3;+\infty)$. **B.** $[-3;+\infty)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $[3;+\infty)$.

Câu 16: Cho hàm số $f(x)=1+2\cos 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = x+\sin 2x + C$. **B.** $\int f(x)dx = x+2\sin 2x + C$.

C. $\int f(x)dx = x-2\sin 2x + C$. **D.** $\int f(x)dx = x-\sin 2x + C$.

Câu 17: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $3a$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $7\pi a^2$. **B.** $14\pi a^2$. **C.** $6\pi a^2$. **D.** $8\pi a^2$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-1)$ và bán kính $R=\sqrt{2}$. Phương trình của (S) là.

A. $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=2$. **B.** $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=2$.

C. $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=\sqrt{2}$. **D.** $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=\sqrt{2}$.

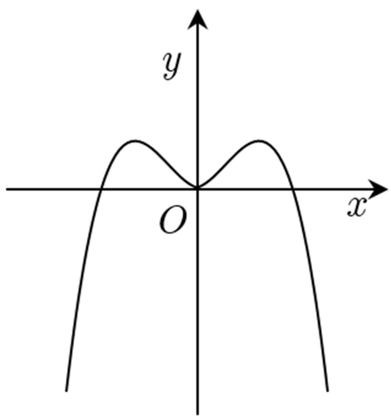
Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$	||	$+$	
y	3	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	3

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

A. $x=-1$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=1$. **D.** $x=3$.

Câu 20: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



A. $y=-x^4+2x^2$. **B.** $y=x^3-3x^2$. **C.** $y=-x^3+3x^2+1$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$.

Câu 21: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+2)(x-1)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 22: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-2;2)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

A. $2-2i$. **B.** $2i$. **C.** $-2+2i$. **D.** $2+2i$.

Câu 23: Đạo hàm của hàm số $y=\log_3(x+1)$ là.

A. $y'=\dfrac{1}{(x+1).\ln 3}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{x+1}$. **C.** $y'=\dfrac{1}{\ln 3}$. **D.** $y'=\dfrac{x+1}{\ln 3}$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2;3;1)$ trên trục Ox có toạ độ là.

A. $(0;3;0)$. **B.** $(-2;0;0)$. **C.** $(0;3;1)$. **D.** $(0;0;1)$.

Câu 25: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^2+2x$ và trục hoành là

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 26: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x)>\log_2 5$ là

A. $\left(\dfrac{3}{5};+\infty\right)$. **B.** $\left(0;\dfrac{5}{3}\right)$. **C.** $\left(\dfrac{5}{3};+\infty\right)$. **D.** $\left(0;\dfrac{3}{5}\right)$.

Câu 27: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=2$ và $u_2=8$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. $\dfrac{1}{4}$. **B.** -6. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 28: Có bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau mà các chữ số được lấy từ tập hợp $\{1,2,3,4,5,6\}$?

A. 120. **B.** 20. **C.** 216. **D.** 18.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(-1;0;5)$. Phương trình của mặt cầu đường kính AB là

A. $x^2+(y+1)^2+(z+4)^2=3$. **B.** $x^2+(y+1)^2+(z+4)^2=12$.

C. $x^2+(y-1)^2+(z-4)^2=3$. **D.** $x^2+(y-1)^2+(z-4)^2=12$.

Câu 30: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có độ dài tất cả các cạnh bằng a. Góc giữa hai đường thẳng SB và CD bằng

A. $60°$. **B.** $90°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$.

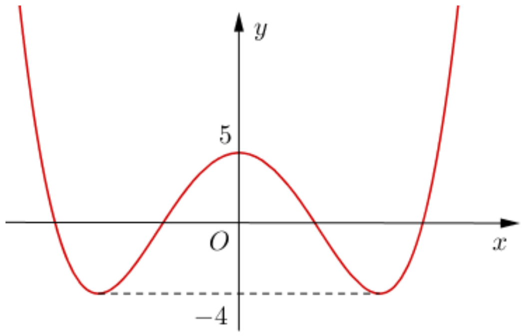
Câu 31: Tập xác định của hàm số $f(x)=\log_5(30-x^2)$ chứa bao nhiêu số nguyên?

A. 10. **B.** 11. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 32: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có hai chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, xác suất để chọn được số có tổng hai chữ số bằng 8 là

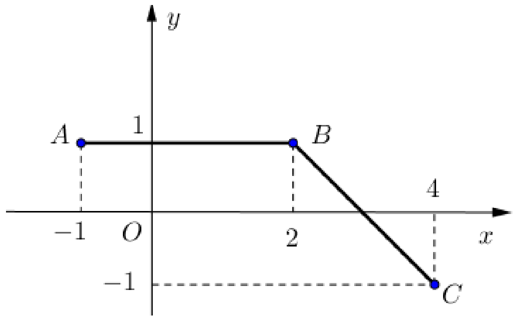
A. $\dfrac{1}{9}$. **B.** $\dfrac{4}{81}$. **C.** $\dfrac{8}{81}$. **D.** $\dfrac{7}{81}$.

Câu 33: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi giá trị của m, phương trình $2f(x)=m$ có 4 nghiệm thực phân biệt?



A. 4. **B.** 17. **C.** 16. **D.** 8.

Câu 34: Cho đường gấp khúc ABC trong hình vẽ là đồ thị của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;4]$. Tích phân $I=\int_{-1}^{4} f(x)dx$ bằng



A. 4. **B.** 3.

C. $\frac{9}{2}$. **D.** $\frac{7}{2}$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x+3y+z-5=0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+3t \\ z=-1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1-3t \\ z=1+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=3-t \\ z=1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+3t \\ z=1+t \end{cases}$.

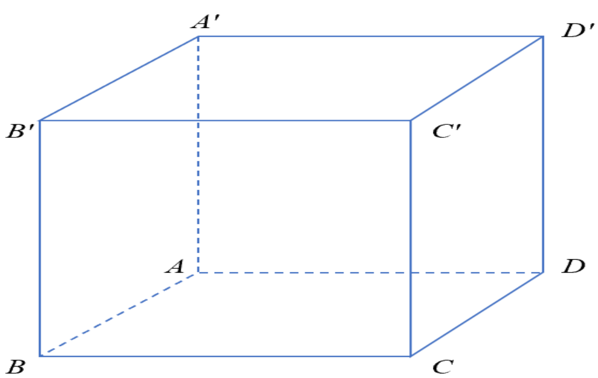
Câu 36: Hàm số $y=x^4-2x^2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 37: Số phức z thoả mãn $z-2\bar{z}=1+6i$. Mô đun của z bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** 3. **C.** 5. **D.** $\sqrt{5}$.

Câu 38: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=1,\ BC=2,\ AA'=3$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng

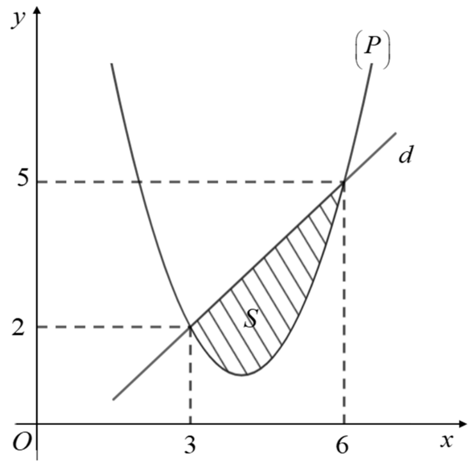


A. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$. **B.** $\frac{6}{7}$. **C.** $\frac{7}{6}$. **D.** $\frac{6\sqrt{13}}{13}$.

Câu 39: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, hàm số $y=-\frac{1}{3}x^3+2x^2+mx-\frac{4}{3}$ có đúng một điểm cực trị thuộc khoảng $(-1;8)$?

A. 26. **B.** 36. **C.** 35. **D.** 27.

Câu 40: Cho hàm số bậc hai $y=f(x)$ có đồ thị (P) và đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm như hình vẽ bên. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi (P) và d có diện tích $S=\frac{9}{2}$. Tích phân $\int_3^6 (2x-3)f'(x)\mathrm{d}x$ bằng



A. 33. **B.** 51.

C. 39. **D.** 27.

Câu 41: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(2^x-16)(\log_3^2 x-9\log_3 x+18)<0$?

A. 704. **B.** 701. **C.** 707. **D.** 728.

Câu 42: Gọi S là tập hợp các số phức $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $|z+\overline{z}|+|z-\overline{z}|=2$ và $ab\le 0$. Xét z_1 và z_2 thuộc S sao cho $\frac{z_1-z_2}{-1+i}$ là số thực dương. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z_1|+|z_2-i|$ bằng:

A. $\sqrt{5}$. **B.** $1+\sqrt{2}$. **C.** 1. **D.** $\sqrt{2}$.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=4$ và đường thẳng d đi qua điểm $A(1;0;-2)$ nhận vectơ $\vec{u}=(1;a;2-a)$ (với $a\in\mathbb{R}$) làm vectơ chỉ phương. Biết rằng d cắt (S) tại hai điểm phân biệt mà các tiếp diện của (S) tại hai điểm đó vuông góc với nhau. Hỏi a^2 thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\frac{2}{5};\frac{2}{3}\right)$. **B.** $\left(\frac{19}{2};10\right)$. **C.** $\left(2;\frac{5}{2}\right)$. **D.** $\left(\frac{7}{2};4\right)$.

Câu 44: Xét khối nón (N) có đỉnh và đường tròn đáy cùng nằm trên một mặt cầu bán kính bằng $2\sqrt{3}$. Khi (N) có độ dài đường sinh bằng 6, thể tích của nó bằng

A. 18π. **B.** $9\sqrt{3}\pi$. **C.** $27\sqrt{3}\pi$. **D.** 54π.

Câu 45: Trên tập số phức xét phương trình $z^2+az+b=0$ $(a,b\in\mathbb{R})$. Có bao nhiêu cặp số thực (a,b) để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1,z_2 thỏa mãn $|z_1-1|=2,|z_2-3-2i|=3$?

A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 6.

Câu 46: Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của y sao cho ứng với mỗi y, tồn tại duy nhất một giá trị $x\in\left[\frac{5}{2};\frac{11}{2}\right]$ thoả mãn $\log_3(x^3-9x^2+24x+y)=\log_2(-x^2+8x-12)$. Số phần tử của S là

A. 3. **B.** 8. **C.** 1. **D.** 7.

Câu 47: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, $SA = SB = SC = AC = a$, SB tạo với mặt phẳng (SAC) một góc $60°$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **C.** $\frac{a^3}{8}$ **D.** $\frac{a^3}{4}$.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương trên khoảng $(0;+\infty)$ có đạo hàm trên khoảng đó và thỏa mãn $f(x)\ln f(x) = x\left(2f(x) - f'(x)\right), \forall x \in (0;+\infty)$. Biết $f(1) = f(3)$, giá trị $f(2)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(40;42)$. **B.** $(3;5)$. **C.** $(32;34)$. **D.** $(1;3)$.

Câu 49: Cho hàm số $f(x) = x^4 - 32x^2 + 4$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, tổng giá trị các nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-4;1)$ của phương trình $f\left(x^2 + 4x + 5\right) = m$ bằng -8?

A. 81. **B.** 82. **C.** 80. **D.** 79.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, xét mặt cầu (S) có tâm $I(5;6;12)$ và bán kính R thay đổi. Có bao nhiêu giá trị nguyên của R sao cho ứng với mỗi giá trị đó, tồn tại hai tiếp tuyến của (S) trong mặt phẳng (Oyz) mà hai tiếp tuyến đó cùng đi qua O và góc giữa chúng không nhỏ hơn $60°$?

A. 9. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 6.

---------- HẾT ----------

BẢNG ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	B	A	A	B	D	C	D	B	C	C	D	D	C	D	A	C	A	C	A	C	C	A	B	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	D	A	C	A	B	D	B	B	D	C	D	B	D	D	A	A	D	B	D	B	D	C	C	B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT THAM KHẢO

Câu 1: Cho hình nón có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $\sqrt{3}a$. Độ dài đường sinh của hình nón đã cho là

A. $4a$. **B.** $2a$. **C.** $\sqrt{10}a$. **D.** $\sqrt{2}a$.

Lời giải

Chọn B

Độ dài đường sinh của hình nón đã cho là $l=\sqrt{r^2+h^2}=\sqrt{a^2+\left(\sqrt{3}a\right)^2}=2a$.

Câu 2: Diện tích đáy của khối lăng trụ có thể tích V và chiều cao h bằng

A. $\frac{V}{3h}$. **B.** $\frac{V}{h}$. **C.** Vh. **D.** $\frac{3V}{h}$.

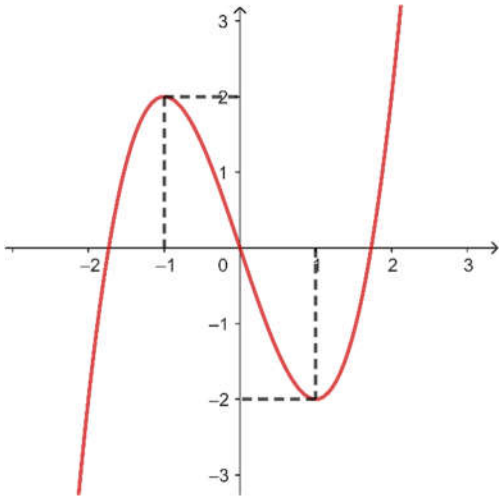
Lời giải

Chọn B

Ta có $V=Sh\Rightarrow S=\frac{V}{h}$.

Câu 3: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $x=1$. **B.** -2. **C.** $x=-1$. **D.** $x=2$.



Lời giải

Chọn A

Câu 4: Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int x^5\mathrm{d}x=\frac{1}{6}x^6+C$. **B.** $\int x^5\mathrm{d}x=\frac{x^5}{\ln 5}+C$. **C.** $\int x^5\mathrm{d}x=5x^4+C$. **D.** $\int x^5\mathrm{d}x=x^6+C$.

Lời giải

Chọn A

Câu 5: Nếu $\int_1^4 f(x)dx = 6$ thì $\int_1^4 2f(x)dx$ bằng

A. 3. **B.** 12. **C.** 4. **D.** 8.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_1^4 2f(x)dx = 2\int_1^4 f(x)dx = 2.6 = 12$.

Câu 6: Cho khối chóp có diện tích đáy bằng $B = 9a^2$ và chiều cao $h = 2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $3a^3$. **B.** $24a^3$. **C.** $18a^3$. **D.** $6a^3$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối chóp đã cho bằng $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}.9a^2.2a = 6a^3$.

Câu 7: Với a là số thực dương tùy ý, biểu thức $a^{\frac{5}{3}}.a^{\frac{1}{3}}$ bằng

A. $a^{\frac{4}{3}}$. **B.** a^5. **C.** a^2. **D.** $a^{\frac{5}{9}}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $a^{\frac{5}{3}}.a^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{5}{3}+\frac{1}{3}} = a^2$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): \frac{x}{3} + \frac{y}{5} + \frac{z}{2} = 1$ cắt trục Oy tại điểm có tọa độ là

A. $(0;-1;0)$. **B.** $(0;3;0)$. **C.** $(0;2;0)$. **D.** $(0;5;0)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có phương trình trục Oy: $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.

Xét phương trình: $\frac{0}{3} + \frac{t}{5} + \frac{0}{2} = 1 \Rightarrow t = 5$.

$\Rightarrow$ Giao điểm của mặt phẳng (P) và trục Oy là $(0;5;0)$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(-3;-1;2)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (4;3;-2)$ là

A. $\frac{x-3}{4} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+2}{-2}$. **B.** $\frac{x+3}{4} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{-2}$.

C. $\frac{x-4}{-3} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+2}{2}$. **D.** $\frac{x+4}{-3} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-2}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng d đi qua điểm $M(-3;-1;2)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (4;3;-2)$ có phương trình chính tắc là: $\frac{x+3}{4} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{-2}$.

Câu 10: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=x^3,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(0;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;1\right)$. **C.** $\left(-\infty;0\right)$. **D.** $\left(-\infty;+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow x^3=0\Leftrightarrow x=0$.

Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu của $f'\left(x\right)$ suy ra hàm $y=f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;0\right)$.

Câu 11: Cho số phức $z_1=2+3i$ và $z_2=i$. Số phức $z_1.z_2$ bằng

A. $3-2i$. **B.** $2-3i$. **C.** $-3+2i$. **D.** $2+4i$.

Lời giải

Chọn C

$z_1.z_2=\left(2+3i\right).i=2i+3i^2=2i+3\left(-1\right)=-3+2i$.

Câu 12: Số phức nào dưới đây là số thuần ảo?

A. 2. **B.** $1-i$. **C.** $1+i$ **D.** $-i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $z=-i=0-1.i$.

Số phức này có phần thực bằng 0, phần ảo bằng -1, khác 0 nên nó là số thuần ảo.

Câu 13: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_7\left(7a\right)$ bằng

A. $1+a$. **B.** a. **C.** $1-\log_7 a$. **D.** $1+\log_7 a$.

Lời giải

Chọn D

$\log_7\left(7a\right)=\log_7 7+\log_7 a=1+\log_7 a$.

Câu 14: Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $F\left(x\right)$ là một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)$ trên $\mathbb{R}$ và $F\left(1\right)=3$, $F\left(3\right)=6$. Tích phân $\int_1^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. -3. **B.** 9. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

$\int_1^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x=F\left(x\right)\Big|_1^3=F\left(3\right)-F\left(1\right)=6-3=3.$

Câu 15: Tập nghiệm của bất phương trình $2^x\geq 8$ là

A. $\left(-3;+\infty\right)$. **B.** $\left[-3;+\infty\right)$. **C.** $\left(3;+\infty\right)$. **D.** $\left[3;+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $2^x\geq 8\Leftrightarrow 2^x\geq 2^3\Leftrightarrow x\geq 3$.

Vạy tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left[3;+\infty\right)$.

Câu 16: Cho hàm số $f(x)=1+2\cos 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = x+\sin 2x + C$. **B.** $\int f(x)dx = x+2\sin 2x + C$.

C. $\int f(x)dx = x-2\sin 2x + C$. **D.** $\int f(x)dx = x-\sin 2x + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int (1+2\cos 2x)dx = \int 1dx + \int 2\cos 2xdx = x + 2\int \frac{\cos 2xd(2x)}{2} = x+\sin 2x + C$.

Câu 17: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $3a$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $7\pi a^2$. **B.** $14\pi a^2$. **C.** $6\pi a^2$. **D.** $8\pi a^2$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng: $S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi.a.3a = 6\pi a^2$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-1)$ và bán kính $R=\sqrt{2}$. Phương trình của (S) là.

A. $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=2$. **B.** $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=2$.

C. $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=\sqrt{2}$. **D.** $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt cầu tâm $I(1;0;-1)$ và bán kính $R=\sqrt{2}$ là $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=2$.

Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1			$+\infty$
y'		$+$	||		$+$	
y	3	↗	$+\infty$ ||	$-\infty$	↗	3

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

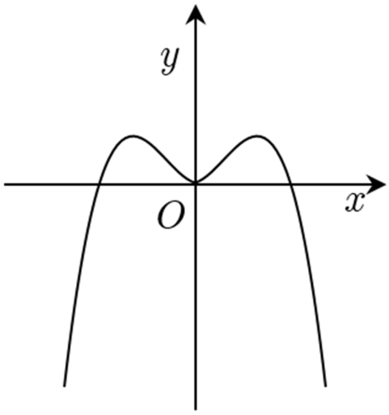
A. $x=-1$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=1$. **D.** $x=3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^+} y = -\infty$ và $\lim\limits_{x\to 1^-} y = +\infty$ nên đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng có phương trình là $x=1$.

Câu 20: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



A. $y=-x^4+2x^2$. **B.** $y=x^3-3x^2$. **C.** $y=-x^3+3x^2+1$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$.

Lời giải

Chọn A

Hình vẽ là đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ với $a<0,\ b>0,\ c=0$.

Câu 21: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+2)(x-1),\ \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Do $f'(x)=(x+2)(x-1),\ \forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Ta lập được bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng biến thiên suy ra số điểm cực trị của hàm số đã cho là 2.

Câu 22: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-2;2)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

A. $2-2i$. **B.** $2i$. **C.** $-2+2i$. **D.** $2+2i$.

Lời giải

Chọn C

Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-2;2)$ là điểm biểu diễn của số phức $-2+2i$.

Câu 23: Đạo hàm của hàm số $y=\log_3(x+1)$ là.

A. $y'=\dfrac{1}{(x+1).\ln 3}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{x+1}$. **C.** $y'=\dfrac{1}{\ln 3}$. **D.** $y'=\dfrac{x+1}{\ln 3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=\dfrac{(x+1)'}{(x+1).\ln 3}=\dfrac{1}{(x+1)\ln 3}$

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2;3;1)$ trên trục Ox có toạ độ là.

A. $(0;3;0)$. **B.** $(-2;0;0)$. **C.** $(0;3;1)$. **D.** $(0;0;1)$.

Lời giải

Chọn B

Dễ thấy hình chiếu của M lên trục Ox là $M'(-2;0;0)$

Câu 25: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^2+2x$ và trục hoành là

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^2+2x$ và trục hoành, ta có

$x^2+2x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Đồ thị hàm số $y=x^2+2x$ cắt trục hoành tại 2 điểm.

Câu 26: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x)>\log_2 5$ là

A. $\left(\frac{3}{5};+\infty\right)$. **B.** $\left(0;\frac{5}{3}\right)$. **C.** $\left(\frac{5}{3};+\infty\right)$. **D.** $\left(0;\frac{3}{5}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_2(3x)>\log_2 5 \Leftrightarrow 3x>5 \Leftrightarrow x>\frac{5}{3}$.

Tập nghiệm của bất phương trình là $\left(\frac{5}{3};+\infty\right)$.

Câu 27: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=2$ và $u_2=8$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. $\frac{1}{4}$. **B.** -6. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_2=u_1.q \Rightarrow q=\frac{u_2}{u_1}=\frac{8}{2}=4$.

Câu 28: Có bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau mà các chữ số được lấy từ tập hợp $\{1,2,3,4,5,6\}$?

A. 120. **B.** 20. **C.** 216. **D.** 18.

Lời giải

Chọn A

Gọi số có 3 chữ số thỏa mãn đề bài là $\overline{abc}$

a có 6 cách chọn 1 số từ tập hợp trên

b có 5 cách chọn 1 số khác a

c có 4 cách chọn 1 số khác a,b

Áp dụng quy tắc nhân ta có: $6\times5\times4=120$ số.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(-1;0;5)$. Phương trình của mặt cầu đường kính AB là

A. $x^2+(y+1)^2+(z+4)^2=3$. **B.** $x^2+(y+1)^2+(z+4)^2=12$.

C. $x^2+(y-1)^2+(z-4)^2=3$. **D.** $x^2+(y-1)^2+(z-4)^2=12$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;-2;2)\Rightarrow AB=2\sqrt{3}$.

Gọi I là trung điểm của AB suy ra tọa độ của I là $I(0;1;4)$

Mặt cầu đường kính AB có tâm $I(0;1;4)$ và bán kính $R=\dfrac{AB}{2}=\sqrt{3}$.

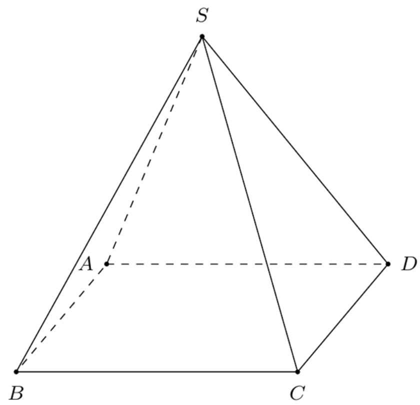
Vậy phương trình mặt cầu là: $x^2+(y-1)^2+(z-4)^2=3$.

Câu 30: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có độ dài tất cả các cạnh bằng a. Góc giữa hai đường thẳng SB và CD bằng

A. $60°$. **B.** $90°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $AB \,//\, CD$

Do đó $\left(\widehat{SB,CD}\right)=\left(\widehat{SB,AB}\right)$.

Mà ΔSAB đều suy ra $\widehat{SBA}=60°$.

Vậy $\left(\widehat{SB,CD}\right)=\left(\widehat{SB,AB}\right)=\widehat{SBA}=60°$.

Câu 31: Tập xác định của hàm số $f(x)=\log_5(30-x^2)$ chứa bao nhiêu số nguyên?

A. 10. **B.** 11. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định: $30-x^2>0\Leftrightarrow -\sqrt{30}<x<\sqrt{30}$.

Tập xác định: $D=\left(-\sqrt{30};\sqrt{30}\right)$.

Vậy D chứa 11 số nguyên: $0;\pm1;\pm2;\pm3;\pm4;\pm5$.

Câu 32: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có hai chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, xác suất để chọn được số có tổng hai chữ số bằng 8 là

A. $\dfrac{1}{9}$. **B.** $\dfrac{4}{81}$. **C.** $\dfrac{8}{81}$. **D.** $\dfrac{7}{81}$.

Lời giải

Chọn D

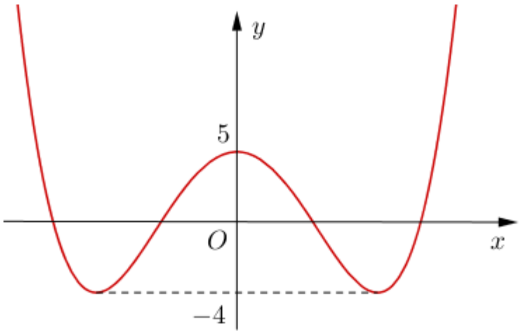
Trong 90 số tự nhiên có hai chữ số, có 9 số gồm hai chữ số giống nhau.

Suy ra tập S có 81 số.

Các số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau có tổng hai chữ số bằng 8 bao gồm: 17; 26; 35; 53; 62; 71 và 80.

Vậy xác suất để chọn được số từ S có tổng hai chữ số bằng 8 là $\frac{7}{81}$.

Câu 33: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi giá trị của m, phương trình $2f\left(x\right)=m$ có 4 nghiệm thực phân biệt?



A. 4. **B.** 17. **C.** 16. **D.** 8.

Lời giải

Chọn B

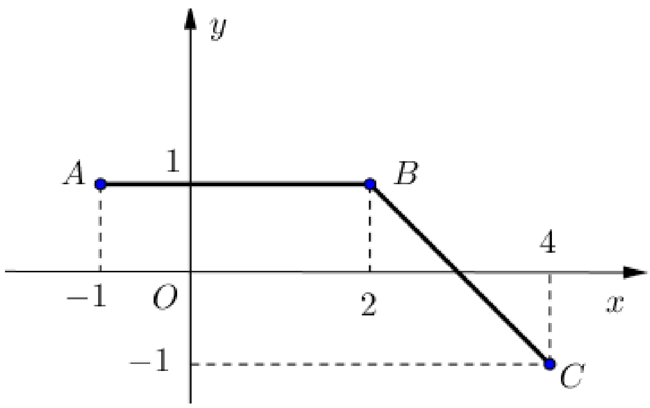
Xét phương trình $2f\left(x\right)=m \Leftrightarrow f\left(x\right)=\frac{m}{2}$.

Phương trình $2f\left(x\right)=m$ có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-4<\frac{m}{2}<5 \Leftrightarrow -8<m<10$.

Do $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\left\{-7;-6;...;7;8;9\right\}$.

Vậy có 17 giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2f\left(x\right)=m$ có 4 nghiệm thực phân biệt.

Câu 34: Cho đường gấp khúc ABC trong hình vẽ là đồ thị của hàm số $y=f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[-1;4\right]$. Tích phân $I=\int\limits_{-1}^{4}f\left(x\right)dx$ bằng



A. 4. **B.** 3. **C.** $\frac{9}{2}$. **D.** $\frac{7}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f\left(x\right)=\begin{cases}1 & , x\in\left[-1;2\right]\\ -x+3 & , x\in\left[2;4\right]\end{cases}$.

Khi đó $I=\int\limits_{-1}^{4}f\left(x\right)dx=\int\limits_{-1}^{2}1\,dx+\int\limits_{2}^{4}\left(-x+3\right)dx=3$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x+3y+z-5=0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+3t \\ z=-1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1-3t \\ z=1+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=3-t \\ z=1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+3t \\ z=1+t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Do đường thẳng cần tìm vuông góc với (P) nên nhận vectơ pháp tuyến $\vec{u}=\overrightarrow{n_P}=(2;3;1)$ làm vectơ chỉ phương.

Đường thẳng đi qua $A(1;-1;1)$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;3;1)$ có dạng: $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+3t \\ z=1+t \end{cases}$.

Câu 36: Hàm số $y=x^4-2x^2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y'=4x^3-4x$

Cho $y'=0 \Leftrightarrow 4x^3-4x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=x^4-2x^2$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Câu 37: Số phức z thoả mãn $z-2\bar{z}=1+6i$. Mô đun của z bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** 3. **C.** 5. **D.** $\sqrt{5}$.

Lời giải

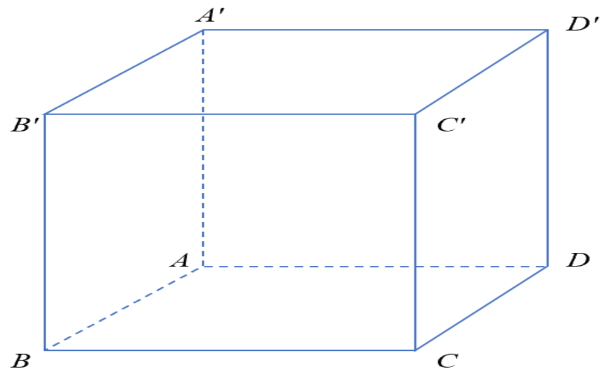
Chọn D

Gọi số phức $z=x+yi \Rightarrow \bar{z}=x-yi, (x,y\in R)$ thay vào $z-2\bar{z}=1+6i$ ta có:

$$z-2\bar{z}=1+6i \Leftrightarrow x+yi-2(x-yi)=1+6i \Leftrightarrow \begin{cases} x-2x=1 \\ y+2y=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}.$$

Vậy số phức $z=-1+2i \Rightarrow |z|=\sqrt{(-1)^2+2^2}=\sqrt{5}$.

Câu 38: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=1$, $BC=2$, $AA'=3$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng

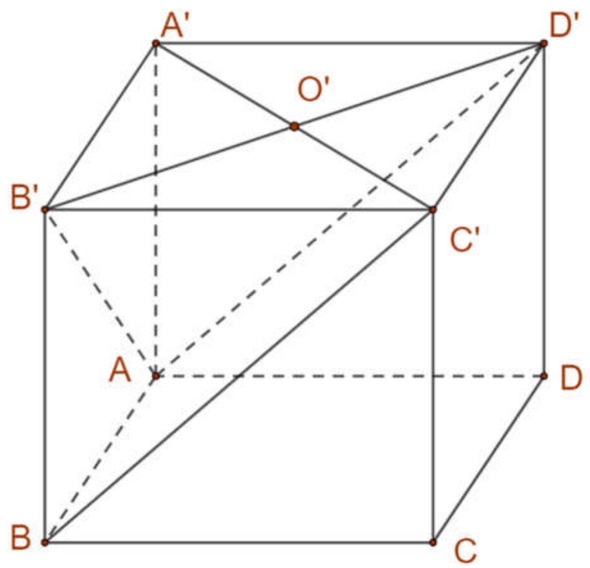


A. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$. **B.** $\frac{6}{7}$. **C.** $\frac{7}{6}$. **D.** $\frac{6\sqrt{13}}{13}$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1:



Ta có

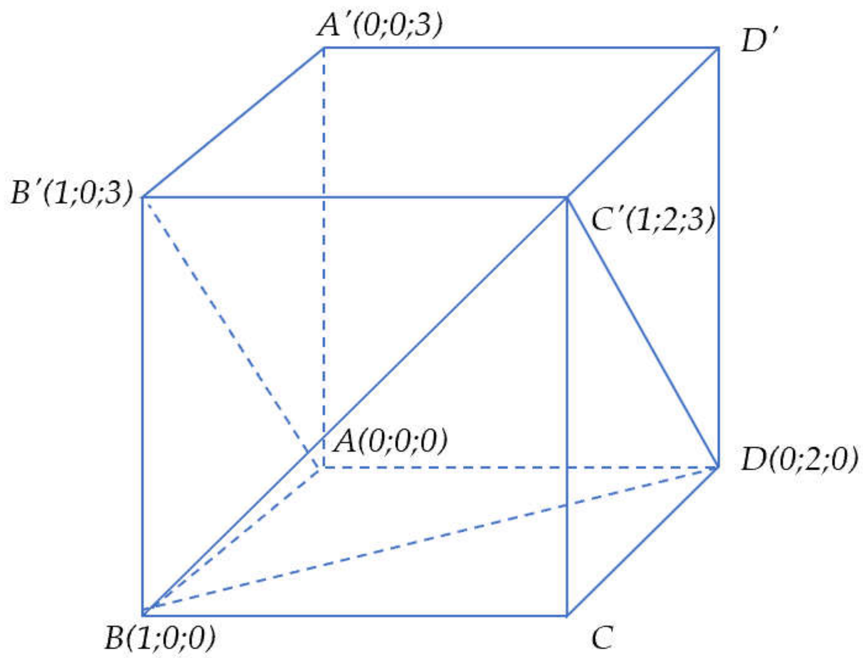
$BC'//AD' \Rightarrow d(AB',BC') = d(BC',(AB'D')) = d(C';(AB'D'))$

$= \frac{C'O'}{A'O'} d(A',(AB'D')) = d(A',(AB'D'))$.

Lại có $A'B', A'A, A'D$ đôi một vuông góc với nhau tại $A', d(A',(AB'D')) = h$ thì

$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{A'B'^2} + \frac{1}{A'D'^2} + \frac{1}{AA'^2} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} \Rightarrow h = \frac{6}{7}$.

Cách 2: Sử dụng tọa độ hóa



Chọn hệ trục $Oxyz$ sao cho $A(0;0;0), B(1;0;0), D(0;2;0)$ (do $BC=2 \Rightarrow AD=2$), $A'(0;0;3)$.

Ta có: $B'(1;0;3)$; $C'(1;2;3)$; $\overrightarrow{BC'}(0;2;3)$; $\overrightarrow{BD}(-1;2;0)$

Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và BC' là khoảng cách giữa đường thẳng AB' và $(BC'D)$ chứa BC' và song song với AB'. Ta có $d_{(AB';BC')}=d_{(AB';(BC'D))}=d_{(A;(BC'D))}$.

Mặt phẳng $(BC'D)$ đi qua $B(1;0;0)$ và nhận vectơ $\vec{n}=\left[\overrightarrow{BC'};\overrightarrow{BD}\right]=(-6;-3;2)$ làm VTPT có phương trình là $-6x-3y+2z+6=0$.

$$d_{(AB';BC')}=d_{(AB';(BC'D))}=d_{(A;(BC'D))}=\frac{|-6.0-3.0+2.0+6|}{\sqrt{(-6)^2+(-3)^2+2^2}}=\frac{6}{7}.$$

Câu 39: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, hàm số $y=-\frac{1}{3}x^3+2x^2+mx-\frac{4}{3}$ có đúng một điểm cực trị thuộc khoảng $(-1;8)$?

A. 26. **B.** 36. **C.** 35. **D.** 27.

Lời giải

Chọn D

$y=-\frac{1}{3}x^3+2x^2+mx-\frac{4}{3} \Rightarrow y'=-x^2+4x+m$.

$y'=0 \Leftrightarrow m=x^2-4x$.

Xét hàm số $g(x)=x^2-4x \Rightarrow g'(x)=2x-4$.

$g'(x)=0 \Leftrightarrow x=2$.

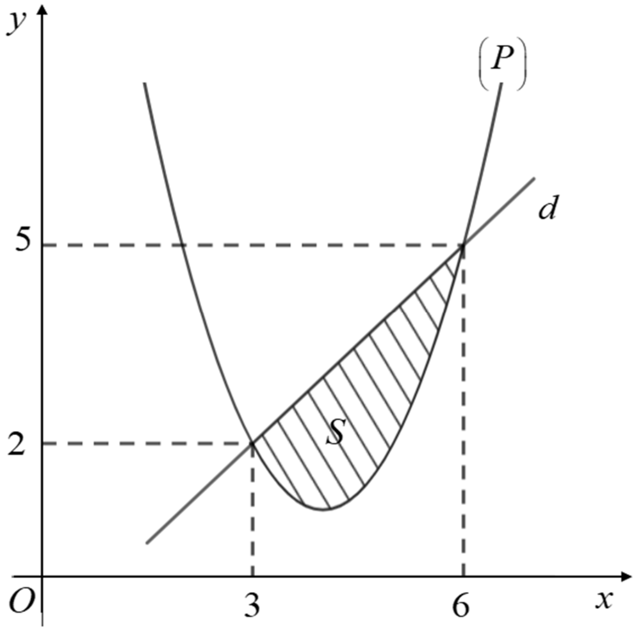
Bảng biến thiên

x	-1		2		8
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	5	$\searrow$	-4	$\nearrow$	32

Hàm số $y=-\frac{1}{3}x^3+2x^2+mx-\frac{4}{3}$ có đúng một điểm cực trị thuộc khoảng $(-1;8)$ khi và chỉ khi $y'=0$ có đúng một nghiệm bội lẻ thuộc khoảng $(-1;8)$.

Suy ra $5\le m<32$.

Câu 40: Cho hàm số bậc hai $y=f(x)$ có đồ thị (P) và đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm như hình vẽ bên. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi (P) và d có diện tích $S=\frac{9}{2}$. Tích phân $\int_3^6(2x-3)f'(x)\mathrm{d}x$ bằng



A. 33. **B.** 51. **C.** 39. **D.** 27.

Lời giải

Chọn D

Giả sử $d: y=mx+n$, $(P): f(x)=ax^2+bx+c$

Tư đồ thị ta có:

Đường thẳng d đi qua $A(3;2),B(6;5)$ nên có $\begin{cases}3m+n=2\\6m+n=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=1\\n=-1\end{cases}\Rightarrow d: y=x-1$.

Đồ thị (P) đi qua $A(3;2),B(6;5)$ nên có $\begin{cases}9a+3b+c=2\\36a+6b+c=5\end{cases}$

Và $S=\int_3^6\left(x-1-ax^2-bx-c\right)\mathrm{d}x=\frac{9}{2}\Leftrightarrow\left.\left(\frac{x^2}{2}-x-\frac{ax^3}{3}-\frac{bx^2}{2}-cx\right)\right|_3^6=\frac{9}{2}$

$\Leftrightarrow 63a+\frac{27}{2}b+3c=6$

Do đó ta có hệ phương trình $\begin{cases}9a+3b+c=2\\36a+6b+c=5\\63a+\frac{27}{2}b+3c=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=-8\\c=17\end{cases}$

$\Rightarrow f(x) = x^2 - 8x + 17 \Rightarrow f'(x) = 2x - 8$.

Suy ra $\int_3^6 (2x-3) f'(x) \mathrm{d}x = \int_3^6 (2x-3)(2x-8) \mathrm{d}x = \int_3^6 (4x^2 - 22x + 24) \mathrm{d}x$

$= \left(\dfrac{4x^3}{3} - 11x^2 + 24x \right) \Bigg|_3^6 = 27$

Câu 41: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(2^x - 16)(\log_3^2 x - 9\log_3 x + 18) < 0$?

A. 704. **B.** 701. **C.** 707. **D.** 728.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x > 0$.

Ta có $(2^x - 16)(\log_3^2 x - 9\log_3 x + 18) < 0$.

Trường hợp 1.

$\begin{cases} 2^x - 16 > 0 \\ \log_3^2 x - 9\log_3 x + 18 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ 3 < \log_3 x < 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ 27 < x < 729 \end{cases} \Leftrightarrow 27 < x < 729$

Vì x nguyên nên $x = 28; 29; ...; 728$, có 701 giá trị nguyên của x.

Trường hợp 2.

$\begin{cases} 2^x - 16 < 0 \\ \log_3^2 x - 9\log_3 x + 18 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 4 \\ \left[\begin{array}{l} \log_3 x < 3 \\ \log_3 x > 6 \end{array} \right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 4 \\ \left[\begin{array}{l} x < 27 \\ x > 729 \end{array} \right. \end{cases} \Leftrightarrow x < 4$

Vì x nguyên nên $x = 1; 2; 3$, có 3 giá trị nguyên của x.

Vậy có tất cả 704 giá trị nguyên của x.

Câu 42: Gọi S là tập hợp các số phức $z = a + bi$ $(a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 2$ và $ab \le 0$. Xét z_1 và z_2 thuộc S sao cho $\dfrac{z_1 - z_2}{-1 + i}$ là số thực dương. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z_1| + |z_2 - i|$ bằng:

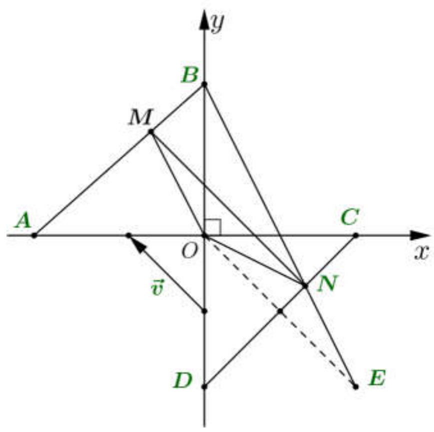
A. $\sqrt{5}$. **B.** $1 + \sqrt{2}$. **C.** 1. **D.** $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z = a + bi$ $(a, b \in \mathbb{R})$.

Khi đó $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 2 \Leftrightarrow 2|a| + 2|b| = 2 \Leftrightarrow |a| + |b| = 1,\ ab \le 0$.



Do $ab \le 0$. nên tập hợp các điểm biểu diễn số phức $z = a + bi$ $(a, b \in \mathbb{R})$ là hai cạnh hình vuông $ABCD$ với $A(-1;0)$, $B(0;1)$, $C(1;0)$, $D(0;-1)$

Gọi $M(z_1)$, $N(z_2)$ ta có: $\dfrac{z_1 - z_2}{-1+i} = k$, $(k > 0) \Rightarrow \overrightarrow{MN} = k\vec{v}$ với $\vec{v} = (-1;1)$

nên $\overrightarrow{MN}$ cùng hướng với $\vec{v} \Rightarrow MN \,//\, AD \,//\, BC$

Gọi $E(1;-1)$ là điểm đối xứng với O qua đoạn thẳng CD

Suy ra $P = |z_1| + |z_2 - i| = MO + NB = NO + NB = NE + NB \ge BE = \sqrt{5}$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $N \equiv N_0 = BE \cap CD$.

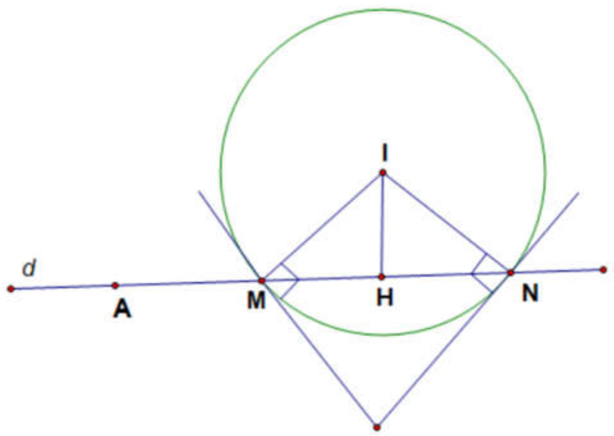
Vậy $P_{\min} = \sqrt{5}$ khi $E; N; B$ thẳng hàng.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 4$ và đường thẳng d đi qua điểm $A(1;\, 0;\, -2)$ nhận vectơ $\vec{u} = (1;\, a;\, 2-a)$ (với $a \in \mathbb{R}$) làm vectơ chỉ phương. Biết rằng d cắt (S) tại hai điểm phân biệt mà các tiếp diện của (S) tại hai điểm đó vuông góc với nhau. Hỏi a^2 thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\dfrac{2}{5}; \dfrac{2}{3}\right)$. **B.** $\left(\dfrac{19}{2}; 10\right)$. **C.** $\left(2; \dfrac{5}{2}\right)$. **D.** $\left(\dfrac{7}{2}; 4\right)$.

Lời giải

Chọn D



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;-1)$, bán kính $R = 2$. Suy ra $\overrightarrow{IA} = (0;\, 2;\, -1)$,

$\left[\overrightarrow{IA}, \vec{u}\right] = (4-a;\, -1;\, -2)$.

Ta có $IM \perp IN$ và $IM = IN = 2 \Rightarrow MN = 2\sqrt{2}$; $IH = \sqrt{2}$

$$\Rightarrow d(I;d) = \sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{\left|\left[\overrightarrow{IA}, \vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|} = \sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{(4-a)^2 + 1 + 4}}{\sqrt{1 + a^2 + (2-a)^2}} = \sqrt{2}$$

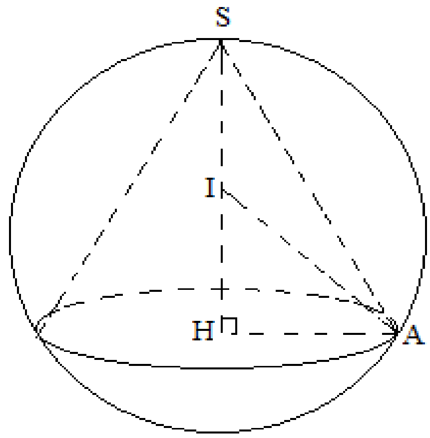
$$\Leftrightarrow a^2 - 8a + 21 = 2(2a^2 - 4a + 5) \Leftrightarrow 3a^2 = 11 \Leftrightarrow a^2 = \frac{11}{3} \approx 3{,}67 \in \left(\frac{7}{2}; 4\right).$$

Câu 44: Xét khối nón (N) có đỉnh và đường tròn đáy cùng nằm trên một mặt cầu bán kính bằng $2\sqrt{3}$. Khi (N) có độ dài đường sinh bằng 6, thể tích của nó bằng

A. 18π. **B.** $9\sqrt{3}\pi$. **C.** $27\sqrt{3}\pi$. **D.** 54π.

Lời giải

Chọn B



+) Mặt cầu tâm (I,R). Có $R=2\sqrt{3}, SA=6$ như hình vẽ trên

+) Có $SH=SI+IH=2\sqrt{3}+\sqrt{12-HA^2}$

+) Có $SH^2+HA^2=SA^2 \Leftrightarrow 12+4\sqrt{36-3HA^2}+12-HA^2+HA^2=36$

$\Leftrightarrow \sqrt{36-3HA^2}=3 \Leftrightarrow HA=3 \Rightarrow SH=3\sqrt{3}.$

+) Vậy $V=\dfrac{1}{3}\pi.3^2.3\sqrt{3}=9\sqrt{3}\pi$

Câu 45: Trên tập số phức xét phương trình $z^2+az+b=0\ (a,b\in\mathbb{R})$. Có bao nhiêu cặp số thực (a,b) để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1,z_2 thỏa mãn $|z_1-1|=2, |z_2-3-2i|=3$?

A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\Delta=a^2-4b$

Trường hợp 1: $\Delta>0 \Leftrightarrow a^2-4b>0$ phương trình có hai nghiệm thực phân biệt z_1,z_2. Khi đó:

$$|z_1+1|^2=4 \Leftrightarrow (z_1+1)^2=4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1+1=2 \\ z_1+1=-2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1=1 \\ z_1=-3 \end{array}\right..$$

$$|z_2-3-2i|=3 \Leftrightarrow (z_2-3)^2+(-2)^2=9 \Leftrightarrow (z_2-3)^2=5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_2=3+\sqrt{5} \\ z_2=2-\sqrt{5} \end{array}\right.$$

Vậy có 4 cặp nghiệm (z_1,z_2) nên có 4 cặp (a,b) tương ứng.

Trường hợp 2: $\Delta<0 \Leftrightarrow a^2-4b<0$. Khi đó, phương trình có 2 nghiệm phức liên hợp $z_1=x+yi,\ z_2=x-yi\,(x,y\in\mathbb{R})$

$$\begin{cases}(x-1)^2+y^2=4 \\ (x-3)^2+(y-2)^2=9\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x^2+y^2-2x=3 \\ x^2+y^2-6x-4y=-4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}4x+4y-7=0\ (d) \\ x^2+y^2-2x-3=0\ (C)\end{cases}\ (I)$$

Xét đường tròn (C): Tâm $I(1;0), R=2$

Ta có $d(I;d)=\dfrac{|4-7|}{\sqrt{4^2+4^2}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{8}<R=2$

Suy ra đường thẳng d và đường tròn (C) có 2 điểm chung. Nên hệ (I) có 2 nghiệm phân biệt.

Suy ra có 2 cặp (z_1, z_2) nên có 2 cặp (a, b) tương ứng.

Vậy có 6 cặp (a, b) thỏa mãn.

Câu 46: Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của y sao cho ứng với mỗi y, tồn tại duy nhất một giá trị $x \in \left[\frac{5}{2}; \frac{11}{2}\right]$ thoả mãn $\log_3\left(x^3 - 9x^2 + 24x + y\right) = \log_2\left(-x^2 + 8x - 12\right)$. Số phần tử của S là

A. 3. **B.** 8. **C.** 1. **D.** 7.

Lời giải

Chọn B

ĐK: $\begin{cases} x^3 - 9x^2 + 24x + y > 0 \\ -x^2 + 8x - 12 > 0 \Leftrightarrow 2 < x < 6 \end{cases}$

Ta có: $\log_3\left(x^3 - 9x^2 + 24x + y\right) = \log_2\left(-x^2 + 8x - 12\right)$

$\Leftrightarrow x^3 - 9x^2 + 24x + y = 3^{\log_2\left(-x^2+8x-12\right)}$

$\Leftrightarrow y = 3^{\log_2\left(-x^2+8x-12\right)} - x^3 + 9x^2 - 24x$.

Xét hàm số $f(x) = 3^{\log_2\left(-x^2+8x-12\right)} - x^3 + 9x^2 - 24x$ với $x \in \left[\frac{5}{2}; \frac{11}{2}\right]$.

Ta có: $f'(x) = 3^{\log_2\left(-x^2+8x-12\right)}.\ln 3.\dfrac{-2x+8}{\left(-x^2+8x-12\right).\ln 2} - 3x^2 + 18x - 24$

$= 3^{\log_2\left(-x^2+8x-12\right)}.\ln 3.\dfrac{-2(x-4)}{\left(-x^2+8x-12\right).\ln 2} - 3(x-4)(x-2)$

$= -(x-4)\left[3^{\log_2\left(-x^2+8x-12\right)}.\ln 3.\dfrac{2}{\left(-x^2+8x-12\right).\ln 2} + 3(x-2)\right]$

Vì $2 < x < 6$ nên $3^{\log_2\left(-x^2+8x-12\right)}.\ln 3.\dfrac{2}{\left(-x^2+8x-12\right).\ln 2} + 3(x-2) > 0$

Do đó, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 4$.

Bảng biến thiên

x	$\frac{5}{2}$		4		$\frac{11}{2}$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-16,95$	$\nearrow$	-7	$\searrow$	$-23,7$

Để với mỗi y, tồn tại duy nhất một giá trị $x \in \left[\frac{5}{2}; \frac{11}{2}\right]$ thì $y = -7$ hoặc $-23,7 \le y < -16,95$.

Mà $y \in \mathbb{Z} \Rightarrow y \in \{-7; -23; -22; ...; -17\}$.

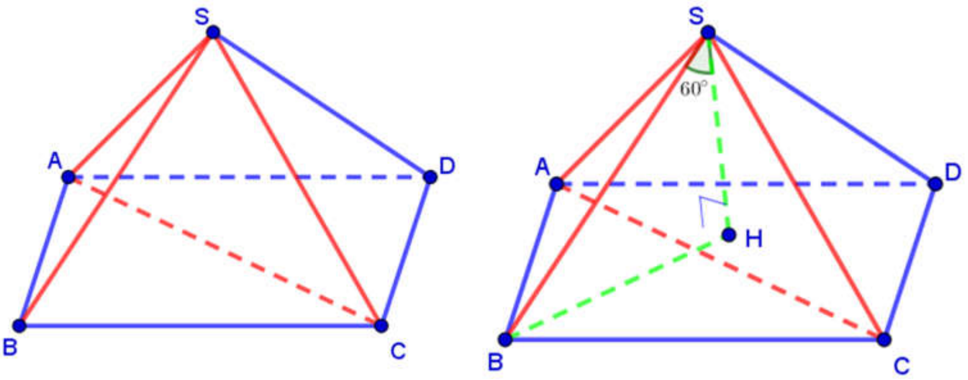
Vậy tập S có 8 phần tử.

Câu 47: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, $SA = SB = SC = AC = a$, SB tạo với mặt phẳng (SAC) một góc $60°$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **C.** $\frac{a^3}{8}$. **D.** $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Do $ABCD$ là hình bình hành $\Rightarrow V_{S.ABCD} = 2 \cdot V_{SABC}$.

Lại có $SA = SC = AC = a \Rightarrow \Delta SAC$ đều cạnh $a \Rightarrow S_{\Delta SAC} = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$.

Mặt khác SB tạo với mặt phẳng (SAC) một góc $60° \Rightarrow d\left(B,(SAC)\right) = \sin 60° \cdot SB = \frac{\sqrt{3}a}{2}$.

Suy ra $V_{B.SAC} = \frac{1}{3} \cdot d\left(B,(SAC)\right) \cdot S_{\Delta SAC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}a}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}a^2}{4} = \frac{a^3}{8}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = 2 \cdot V_{SABC} = \frac{a^3}{4}$.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương trên khoảng $(0;+\infty)$ có đạo hàm trên khoảng đó và thỏa mãn $f(x)\ln f(x) = x\left(2f(x) - f'(x)\right), \forall x \in (0;+\infty)$. Biết $f(1) = f(3)$, giá trị $f(2)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(40;42)$. **B.** $(3;5)$. **C.** $(32;34)$. **D.** $(1;3)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\forall x \in (0;+\infty)$

$$f(x)\ln f(x) = x\left(2f(x) - f'(x)\right)$$

$$\Rightarrow f(x)\ln f(x) = 2xf(x) - xf'(x)$$

$$\Rightarrow f(x)\ln f(x) + xf'(x) = 2xf(x)$$

$$\Rightarrow \ln f(x) + \frac{xf'(x)}{f(x)} = 2x$$

$$\Rightarrow \left(x\ln f(x)\right)' = 2x$$

$$\Rightarrow x\ln f(x) = x^2 + C.$$

Có:

$$\begin{cases} 1\ln f(1) = 1 + C \\ 3\ln f(3) = 9 + C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3\ln f(1) = 3 + 3C \\ 3\ln f(3) = 9 + C \end{cases} \Rightarrow 0 = -6 + 2C \Rightarrow C = 3.$$

Vậy: $x\ln f(x)=x^2+3\Rightarrow \ln f(x)=x+\dfrac{3}{x}$

$\Rightarrow f(x)=e^{x+\frac{3}{x}}$

$f(2)=e^{2+\frac{3}{2}}\approx 33{,}12$.

Câu 49: Cho hàm số $f(x)=x^4-32x^2+4$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, tổng giá trị các nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-4;1)$ của phương trình $f(x^2+4x+5)=m$ bằng -8?

A. 81. **B.** 82. **C.** 80. **D.** 79.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=x^2+4x+5$, với $x\in(-4;1)\Rightarrow x^2+4x+5-t=0\ \ (*)$.

Ta có: $t'=2x+4$.

$t'=0\Leftrightarrow x=-2$.

Bảng biến thiên:

x	-4		-2		1
t'		$-$	0	$+$	
t	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	10

Do đó, với $t<1$, phương trình $(*)$ vô nghiệm.

Với $t=1$ hoặc $5\le t<10$, phương trình $(*)$ có nghiệm duy nhất.

Với $1<t<5$, phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt thoả mãn $x_1+x_2=-4$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow f(t)=m$ có hai nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(1;5)$.

Xét hàm số $f(t)=t^4-32t^2+4$ với $t\in(1;5)$.

$f'(t)=4t^3-64t$.

$f'(t)=0\Leftrightarrow t=4$ (Do $t\in(1;5)$).

Bảng biến thiên:

x	1		4		5
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	-27	$\searrow$	-252	$\nearrow$	-171

Dựa vào bảng biến thiên, ta có yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow -252<m<-171$.

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-251;-250;...;-172\}$.

Vậy có 80 giá trị cần tìm.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, xét mặt cầu (S) có tâm $I(5;6;12)$ và bán kính R thay đổi. Có bao nhiêu giá trị nguyên của R sao cho ứng với mỗi giá trị đó, tồn tại hai tiếp tuyến của (S) trong mặt phẳng (Oyz) mà hai tiếp tuyến đó cùng đi qua O và góc giữa chúng không nhỏ hơn $60°$?

A. 9. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 6.

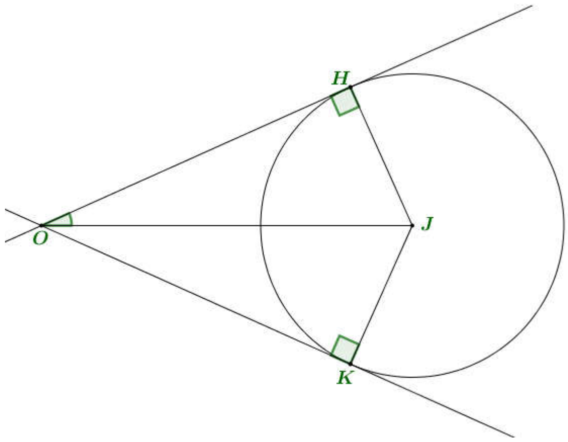
Lời giải

Chọn B

Gọi J là hình chiếu của I lên mặt phẳng (Oyz) ta có $J(0;6;12)$ và $IJ = 5$; $OJ = 6\sqrt{5}$.

Đường tròn giao tuyến của (S) với (Oyz) là (C) có tâm J và có bán kính r tính theo công thức $r^2 + 25 = R^2$.

Xét hai tiếp tuyến đi qua O và tiếp xúc với (C) tại K, H như hình vẽ.



Từ đề bài ta có $60° \le \widehat{KOH} \le 120° \Leftrightarrow 30° \le \widehat{JOH} \le 60°$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \le \sin \widehat{JOH} \le \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{4} \le \frac{r^2}{OJ^2} \le \frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{4} \le \frac{R^2 - 25}{180} \le \frac{3}{4}$

$\Leftrightarrow 70 \le R^2 \le 160 \Leftrightarrow \sqrt{70} \le R \le 4\sqrt{10}$.

Do $R \in \mathbb{Z} \Rightarrow R \in \{9;10;11;12\}$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của R thỏa mãn yêu cầu bài toán.

---------- **HẾT** ----------

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HOC PHỔ THÔNG NĂM 2023**

Đề chính thức **Bài thi: TOÁN – Mã đề: 104**

Ngày thi: 28/6/2023

Thời gian làm bài: 90 phút

(không kể thời gian phát đề)

Câu 1: Cho số phức $z=1-2i$.Phần ảo của số phức $\overline{z}$ bằng

A. -2. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}=(1;2;-2)$ và $\vec{v}=(2;-2;3)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u}+\vec{v}$ là

A. $(1;-4;5)$. **B.** $(3;0;-1)$. **C.** $(3;0;1)$. **D.** $(-1;4;-5)$.

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(2x)\geq\log_3 2$ là

A. $[1;+\infty)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(0;1]$.

Câu 4: Cho hai số phức $z_1=2-i$ và $z_2=1+3i$. Phần thực của số phức z_1-z_2 bằng

A. -1. **B.** 3. **C.** -4. **D.** 1.

Câu 5: Nếu $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=5$ thì $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 3. **B.** 10. **C.** 7. **D.** -3.

Câu 6: Cho hàm số $f(x)=\cos x-x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\sin x+x^2+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\sin x-\dfrac{x^2}{2}+C$.

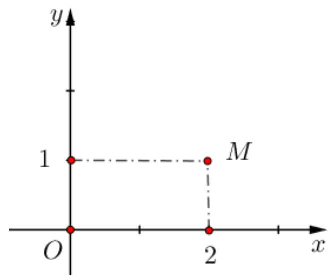
C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\sin x-x^2+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\sin x-\dfrac{x^2}{2}+C$.

Câu 7: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $F(2)=6, F(4)=12$. Tích phân $\int_2^4 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -6. **B.** 2.

C. 18. **D.** 6.

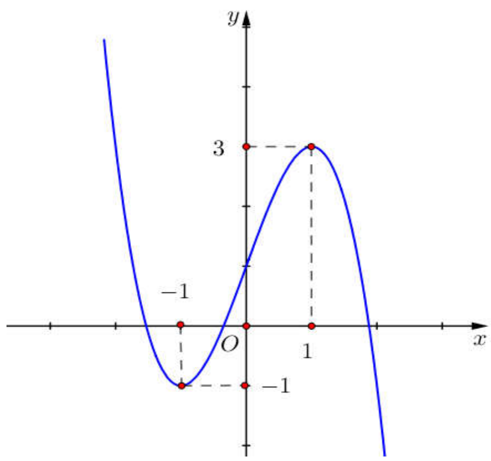
Câu 8: Điểm M trong hình bên biểu diễn số phức nào dưới đây?



A. $1-2i$. **B.** $1+2i$.

C. $2-i$. **D.** $2+i$.

Câu 9: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

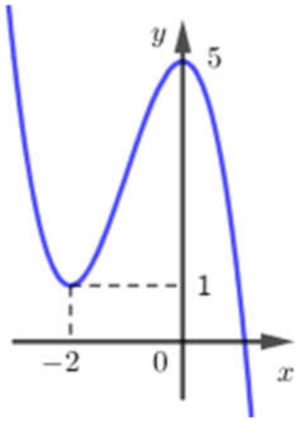
A. 3. **B.** 0.

C. -1. **D.** 1.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxz) có phương trình là

A. $z=0$. **B.** $y=0$. **C.** $x+y+z=0$. **D.** $y=0$.

Câu 11: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=2$ là



A. 0. **B.** 1.
C. 2. **D.** 3.

Câu 12: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

A. $y=-2x^2+1$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x}$. **C.** $y=x^4-3x^2$. **D.** $y=-x^3+3x+1$.

Câu 13: Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int x^{\frac{1}{3}}\mathrm{d}x=x^{\frac{4}{3}}+C$. **B.** $\int x^{\frac{1}{3}}\mathrm{d}x=x^{\frac{2}{3}}+C$. **C.** $\int x^{\frac{1}{3}}\mathrm{d}x=\dfrac{3}{4}x^{\frac{4}{3}}+C$. **D.** $\int x^{\frac{1}{3}}\mathrm{d}x=\dfrac{3}{2}x^{\frac{2}{3}}+C$.

Câu 14: Với b, c là hai số thực dương tuỳ ý thoả mãn $\log_5 b\ge\log_5 c$, khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $b\ge c$. **B.** $b>c$. **C.** $b<c$. **D.** $b\le c$.

Câu 15: Có bao nhiêu tam giác mà ba đỉnh của nó được lấy từ các đỉnh của một lục giác đều?

A. 729. **B.** 216. **C.** 120. **D.** 20.

Câu 16: Cho hàm số $y=\left(2x^2-1\right)^{\frac{1}{2}}$. Giá trị của hàm số đã cho tại điểm $x=2$ bằng

A. 3. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{7}$. **D.** 7.

Câu 17: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x}<8$ là

A. $\left(0;\dfrac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(-\infty;\dfrac{3}{2}\right)$. **C.** $\left(\dfrac{3}{2};+\infty\right)$. **D.** $(-\infty;2)$.

Câu 18: Đạo hàm của hàm số $y=\log_2(x-1)$ là

A. $y'=\dfrac{1}{(x-1)\ln 2}$. **B.** $y'=\dfrac{x-1}{\ln 2}$. **C.** $y'=\dfrac{1}{x-1}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{\ln 2}$.

Câu 19: Cho hình trụ có chiều cao $h=3$ và bán kính đáy $r=4$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 16π. **B.** 56π. **C.** 24π. **D.** 48π.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(2;1;-1)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;3)$ là

A. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+3}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+1}{3}$.

C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-3}{-1}$. **D.** $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-1}{3}$.

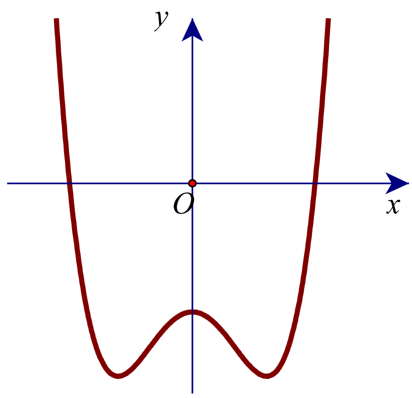
Câu 21: Nếu khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V thì khối chóp $A'.ABC$ có thể tích bằng

A. $\frac{2V}{3}$. **B.** $3V$. **C.** $\frac{V}{3}$. **D.** V.

Câu 22: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1}{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Giá trị của u_3 bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** 4. **C.** $u_2 = 7$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 23: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như đường cong trong hình bên. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là



A. 3. **B.** 1.
C. 2. **D.** 0.

Câu 24: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{x-2}$ có phương trình là

A. $x = \frac{1}{2}$. **B.** $x = -2$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 2$.

Câu 25: Cho khối nón có thể tích bằng 12 và diện tích đáy bằng 9. Chiều cao của khối nón đã cho bằng

A. 4π. **B.** $\frac{4\pi}{3}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** 4.

Câu 26: Cho khối chóp $S.ABCD$ có chiều cao bằng 4 và đáy $ABCD$ có diện tích bằng 3. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 7. **B.** 12. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-1)$ và bán kính $R = 2$. Phương trình của (S) là

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 4$. **B.** $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 2$.
C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 4$. **D.** $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 2$.

Câu 28: Cho hàm số $y = (x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(-1;2)$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(5;2;1)$ và $B(1;0;1)$. Phương trình của mặt cầu đường kính AB là

A. $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 5$. **B.** $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$.
C. $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 20$. **D.** $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 20$.

Câu 30: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$. Góc giữa mặt phẳng (SCD) và mặt phẳng đáy bằng

A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

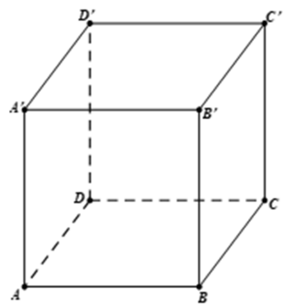
Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(P): x+2y+z=0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-2t \\ z=-1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=-1+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=1-t \end{cases}$.

Câu 32: Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $a \neq 1$ và $\log_a b = 2$, giá trị của $\log_{a^2}\left(ab^2\right)$ bằng:

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** 2. **C.** $\dfrac{5}{2}$. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Câu 33: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=1, BC=2, AA'=2$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AD' và DC' bằng:



A. $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\sqrt{2}$.

C. $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

Câu 34: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-6z+14=0$ và M, N lần lượt là điểm biểu diễn của z_1, z_2 trên mặt phẳng tọa độ. Trung điểm của đoạn thẳng MN có tọa độ là

A. $(-3;0)$. **B.** $(3;0)$. **C.** $(3;7)$. **D.** $(-3;7)$.

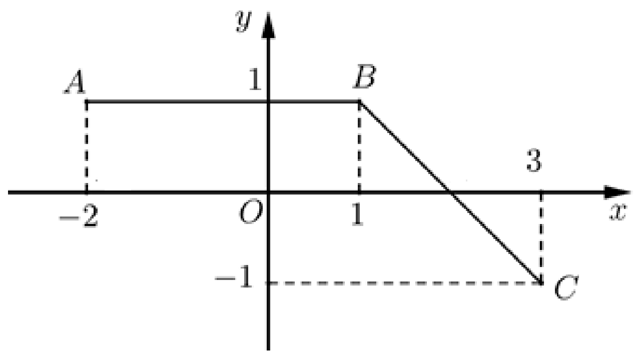
Câu 35: Biết đường thẳng $y=x-1$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{-x+5}{x-2}$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ là x_1, x_2. Giá trị x_1+x_2 bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 36: Từ một nhóm học sinh gồm 5 nam và 8 nữ, chọn ngẫu nhiên 4 học sinh. Xác suất để trong 4 học sinh được chọn có cả nam và nữ bằng:

A. $\dfrac{71}{143}$ **B.** $\dfrac{72}{143}$ **C.** $\dfrac{128}{143}$ **D.** $\dfrac{15}{143}$

Câu 37: Đường gấp khúc ABC trong hình bên là đồ thị của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;3]$. Tích phân $\displaystyle\int_{-2}^{3} f(x)\,dx$ bằng



A. $\dfrac{9}{2}$ **B.** 3

C. 4 **D.** $\dfrac{7}{2}$

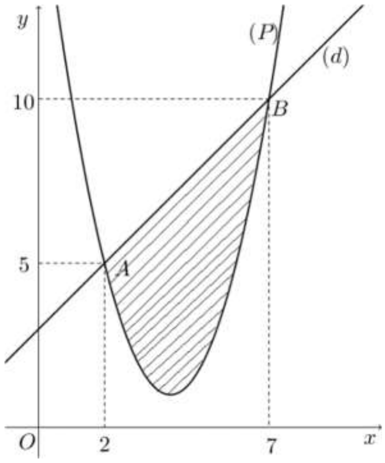
Câu 38: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-4)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f(5)>f(6)$. **B.** $f(0)>f(2)$. **C.** $f(4)>f(0)$. **D.** $f(4)>f(2)$.

Câu 39: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(5^x-125)(\log_3^2 x-8\log_3 x+15)<0$

A. 242. **B.** 217. **C.** 220. **D.** 215.

Câu 40: Cho hàm số bậc hai $y=f(x)$ có đồ thị (P) và đường thẳng d cắt tại hai điểm như trong hình bên. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi (P) và d có diện tích $S=\frac{125}{6}$. Tích phân $\int_2^7(2x-3)f'(x)dx$ bằng



A. $\frac{215}{3}$. **B.** $\frac{265}{3}$. **C.** $\frac{245}{3}$. **D.** $\frac{415}{3}$.

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, hàm số $y=x^3-3x^2+3mx+\frac{1}{3}$ có đúng một điểm cực trị thuộc khoảng $(-1;5)$?

A. 17. **B.** 12. **C.** 16. **D.** 11.

Câu 42: Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương trên khoảng $(0;+\infty)$, có đạo hàm trên khoảng đó và thỏa mãn $f(x)\ln f(x)=x(2f(x)-f'(x))$, $\forall x\in(0;+\infty)$. Biết $f(1)=f(4)$, giá trị $f(2)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(54;56)$. **B.** $(74;76)$. **C.** $(10;12)$. **D.** $(3;5)$.

Câu 43: Gọi S là tập hợp các số phức $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $|z+\bar{z}|+|z-\bar{z}|=8$ và $ab\geq 0$. Xét z_1 và z_2 thuộc S sao cho $\frac{z_1-z_2}{1+i}$ là số thực dương. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z_1+4i|+|z_2|$ bằng

A. 4. **B.** $4\sqrt{2}$. **C.** $4\sqrt{5}$. **D.** $4+4\sqrt{2}$.

Câu 44: Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của y sao cho ứng với mỗi y, tồn tại duy nhất một giá trị $x\in\left[\frac{3}{2};\frac{9}{2}\right]$ thỏa mãn $\log_2(x^3-6x^2+9x+y)=\log_3(-x^2+6x)$. Số phần tử của S là

A. 3. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 1.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=4$ và đường thẳng d đi qua điểm $A(1;0;-2)$, nhận $\vec{u}=(1;a;3-a)$ (với $a\in\mathbb{R}$) làm vectơ chỉ phương. Biết rằng d cắt (S) tại hai điểm phân biệt mà các tiếp diện của (S) tại hai điểm đó vuông góc với nhau. Hỏi a^2 thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\frac{13}{2};\frac{15}{2}\right)$. **B.** $\left(24;\frac{49}{2}\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$. **D.** $\left(\frac{31}{2};\frac{33}{2}\right)$.

Câu 46: Trên tập số phức, xét phương trình $z^2+az+b=0$ $(a,b\in\mathbb{R})$. Có bao nhiêu cặp số (a,b) để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt $z_1;z_2$ thỏa mãn $|z_1-1|=2$ và $|z_2-2+3i|=3$?

A. 4. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 2.

Câu 47: Cho khối lăng trụ $ABC\cdot A'B'C'$ có $AC'=8$, diện tích của tam giác $A'BC$ bằng 9 và đường thẳng AC' tạo với mặt phẳng $(A'BC)$ một góc 60°. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 12. **B.** 18. **C.** $18\sqrt{3}$. **D.** $12\sqrt{3}$.

Câu 48: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 4. Xét hình nón (N) có đáy nằm trên mặt phẳng $(ABCD)$ và mặt xung quanh đi qua bốn điểm A',B',C',D'. Khi bán kính đáy của (N) bằng $3\sqrt{2}$, diện tích xung quanh của (N) bằng

A. 72π. **B.** 54π. **C.** $36\sqrt{2}\pi$. **D.** 108π.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, xét mặt cầu (S) có tâm $I(3;5;12)$ và bán kính R thay đổi. Có bao nhiêu giá trị nguyên của R sao cho ứng với mỗi giá trị đó, tồn tại hai tiếp tuyến của (S) trong mặt phẳng (Oyz) mà hai tiếp tuyến đó cùng đi qua O và góc giữa chúng không nhỏ hơn 60°?

A. 4. **B.** 2. **C.** 10. **D.** 6.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)=x^4-18x^2+4$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, tổng giá trị các nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-3;2)$ của phương trình $f(x^2+2x+3)=m$ bằng -4

A. 24. **B.** 23. **C.** 26. **D.** 25.

---------- **HẾT** ----------

BẢNG ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1.D	2.C	3.A	4.D	5.C	6.B	7.D	8.D	9.A	10.B
11.D	12.D	13.C	14.A	15.D	16.C	17.B	18.A	19.C	20.B
21.C	22.D	23.C	24.D	25.D	26.C	27.A	28.A	29.B	30.C
31.B	32.C	33.A	34.B	35.A	36.C	37.B	38.B	39.B	40.A
41.B	42.A	43.C	44.C	45.A	46.A	47.C	48.B	49.A	50.A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT THAM KHẢO

Câu 1: Cho số phức $z = 1 - 2i$ .Phần ảo của số phức $\bar{z}$ bằng

A. -2. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

$z = 1 - 2i \Rightarrow \bar{z} = 1 + 2i$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1;2;-2)$ và $\vec{v} = (2;-2;3)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u} + \vec{v}$ là

A. $(1;-4;5)$. **B.** $(3;0;-1)$. **C.** $(3;0;1)$. **D.** $(-1;4;-5)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\vec{u} + \vec{v} = (3;0;1)$.

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(2x) \ge \log_3 2$ là

A. $[1;+\infty)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(0;1]$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x > 0$

Ta có: $\log_3(2x) \ge \log_3 2 \Leftrightarrow 2x \ge 2 \Leftrightarrow x \ge 1$

Câu 4: Cho hai số phức $z_1 = 2 - i$ và $z_2 = 1 + 3i$. Phần thực của số phức $z_1 - z_2$ bằng

A. -1. **B.** 3. **C.** -4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $z_1 - z_2 = 2 - i - 1 - 3i = 1 - 4i$

Câu 5: Nếu $\int_0^1 f(x)\,dx = 2$ và $\int_1^3 f(x)\,dx = 5$ thì $\int_0^3 f(x)\,dx$ bằng

A. 3. **B.** 10. **C.** 7. **D.** -3.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_0^3 f(x)\,dx = \int_0^1 f(x)\,dx + \int_1^3 f(x)\,dx = 2 + 5 = 7$.

Câu 6: Cho hàm số $f(x) = \cos x - x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\,dx = -\sin x + x^2 + C$. **B.** $\int f(x)\,dx = \sin x - \frac{x^2}{2} + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = \sin x - x^2 + C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = -\sin x - \dfrac{x^2}{2} + C$.

Lời giải

Chọn B

$\int f(x)\mathrm{d}x = \sin x - \dfrac{x^2}{2} + C$.

Câu 7: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $F(2)=6, F(4)=12$. Tích phân $\int_2^4 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

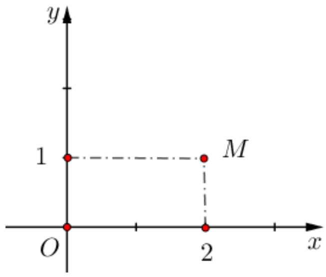
A. -6. **B.** 2. **C.** 18. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_2^4 f(x)\mathrm{d}x = F(4)-F(2) = 12-6 = 6$.

Câu 8: Điểm M trong hình bên biểu diễn số phức nào dưới đây?



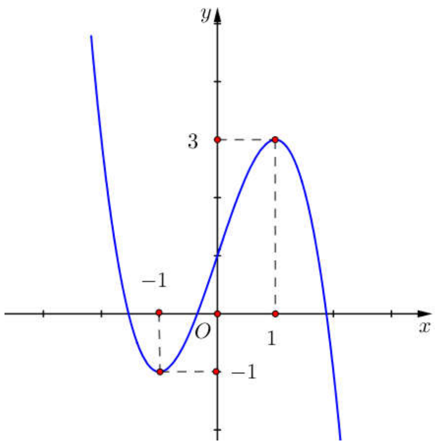
A. $1-2i$. **B.** $1+2i$. **C.** $2-i$. **D.** $2+i$.

Lời giải

Chọn D

Điểm $M(2;1)$ nên biểu diễn số phức $2+i$.

Câu 9: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a,b,c,d \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 3. **B.** 0. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị, giá trị cực đại của hàm số bằng 3.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxz) có phương trình là

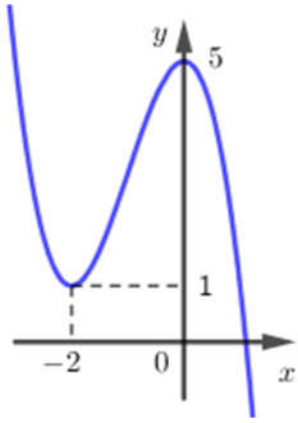
A. $z=0$. **B.** $y=0$. **C.** $x+y+z=0$. **D.** $y=0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (Oxz) đi qua gốc $O(0;0;0)$, nhận $\vec{j}=(0;1;0)$ làm VTPT nên có phương trình là $y=0$.

Câu 11: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=2$ là

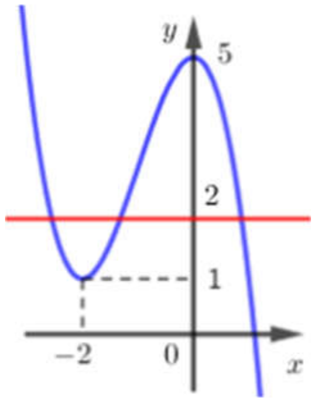


A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=2$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đồ thị đường thẳng $y=2$. Do đó phương trình có 3 nghiệm thực phân biệt.



Câu 12: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

A. $y=-2x^2+1$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x}$. **C.** $y=x^4-3x^2$. **D.** $y=-x^3+3x+1$.

Lời giải

Chọn D

Bảng biến thiên trên là đặc trưng của hàm số bậc 3.

Câu 13: Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int x^{\frac{1}{3}}\mathrm{d}x=x^{\frac{4}{3}}+C$. **B.** $\int x^{\frac{1}{3}}\mathrm{d}x=x^{\frac{2}{3}}+C$. **C.** $\int x^{\frac{1}{3}}\mathrm{d}x=\dfrac{3}{4}x^{\frac{4}{3}}+C$. **D.** $\int x^{\frac{1}{3}}\mathrm{d}x=\dfrac{3}{2}x^{\frac{2}{3}}+C$.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức $\int x^{\alpha}dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \alpha \neq -1$.

Câu 14: Với b, c là hai số thực dương tuỳ ý thoả mãn $\log_5 b \geq \log_5 c$, khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $b \geq c$. **B.** $b > c$. **C.** $b < c$. **D.** $b \leq c$.

Lời giải

Chọn A

$\log_5 b \geq \log_5 c \Leftrightarrow b \geq c$

Câu 15: Có bao nhiêu tam giác mà ba đỉnh của nó được lấy từ các đỉnh của một lục giác đều?

A. 729. **B.** 216. **C.** 120. **D.** 20.

Lời giải

Chọn D

Số tam giác: $C_6^3 = 20$

Câu 16: Cho hàm số $y = \left(2x^2 - 1\right)^{\frac{1}{2}}$. Giá trị của hàm số đã cho tại điểm $x = 2$ bằng

A. 3. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{7}$. **D.** 7.

Lời giải

Chọn C

Giá trị của hàm số đã cho tại điểm $x = 2$ bằng $y = \left(2.2^2 - 1\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{7}$.

Câu 17: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x} < 8$ là

A. $\left(0; \frac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$. **C.** $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$. **D.** $(-\infty; 2)$.

Lời giải

Chọn B

$2^{2x} < 8 \Leftrightarrow 2^{2x} < 2^3 \Leftrightarrow 2x < 3 \Leftrightarrow x < \frac{3}{2}$

Câu 18: Đạo hàm của hàm số $y = \log_2(x-1)$ là

A. $y' = \frac{1}{(x-1)\ln 2}$. **B.** $y' = \frac{x-1}{\ln 2}$. **C.** $y' = \frac{1}{x-1}$. **D.** $y' = \frac{1}{\ln 2}$.

Lời giải

Chọn A

$y' = \left[\log_2(x-1)\right]' = \frac{1}{(x-1)\ln 2}$

Câu 19: Cho hình trụ có chiều cao $h = 3$ và bán kính đáy $r = 4$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 16π. **B.** 56π. **C.** 24π. **D.** 48π.

Lời giải

Chọn C

Diện tích xung quanh của hình trụ $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi.4.3 = 24\pi$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(2;1;-1)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1;-2;3)$ là

A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{-1}$. **B.** $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{3}$.

C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-3}{-1}$. **D.** $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình đường thẳng d là $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+1}{3}$.

Câu 21: Nếu khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V thì khối chóp $A'.ABC$ có thể tích bằng

A. $\dfrac{2V}{3}$. **B.** $3V$. **C.** $\dfrac{V}{3}$. **D.** V.

Lời giải

Chọn C

Ta có $V_{A'.ABC}=\dfrac{1}{3}d\left(A',\left(ABC\right)\right).S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{3}.d\left(\left(A'B'C'\right),\left(ABC\right)\right).S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}=\dfrac{V}{3}$.

Câu 22: Cho dãy số $\left(u_n\right)$ với $u_n=\dfrac{1}{n+1},\forall n\in\mathbb{N}^*$. Giá trị của u_3 bằng

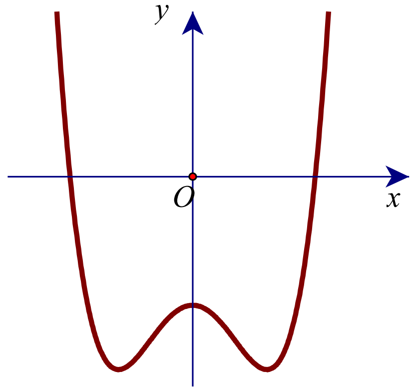
A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** 4. **C.** $u_2=7$. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn D

$u_3=\dfrac{1}{3+1}=\dfrac{1}{4}$.

Câu 23: Cho hàm số bậc bốn $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như đường cong trong hình bên. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là



A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Số cực tiểu là 2.

Câu 24: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-2}$ có phương trình là

A. $x=\dfrac{1}{2}$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn D

Do $\lim\limits_{x\to 2^{\pm}}\dfrac{3x-1}{x-2}=\pm\infty$ nên ta có tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x=2$.

Câu 25: Cho khối nón có thể tích bằng 12 và diện tích đáy bằng 9. Chiều cao của khối nón đã cho bằng

A. 4π. **B.** $\frac{4\pi}{3}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

$V=\frac{1}{3}Sh\Rightarrow h=\frac{3V}{S}=\frac{3\cdot 12}{9}=4$.

Câu 26: Cho khối chóp $S.ABCD$ có chiều cao bằng 4 và đáy $ABCD$ có diện tích bằng 3. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 7. **B.** 12. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

$V=\frac{1}{3}Sh=\frac{1}{3}\cdot 3\cdot 4=4$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-1)$ và bán kính $R=2$. Phương trình của (S) là

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=4$. **B.** $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=2$.

C. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=4$. **D.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=2$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) tâm $I(1;2;-1)$, $R=2$ có phương trình: $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=4$.

Câu 28: Cho hàm số $y=(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(-1;2)$.

Lời giải

Chọn A

Nhận thấy $f'(x)>0$ với $\forall x\in(2;+\infty)$ nên hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(5;2;1)$ và $B(1;0;1)$. Phương trình của mặt cầu đường kính AB là

A. $(x+3)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=5$. **B.** $(x-3)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=5$.

C. $(x-3)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=20$. **D.** $(x+3)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=20$.

Lời giải

Chọn B

Gọi I là trung điểm của AB, ta có $I(3;1;1)$ và $IA=\sqrt{(5-3)^2+(2-1)^2+(1-1)^2}=\sqrt{5}$.

Mặt cầu đường kính AB có tâm là $I(3;1;1)$ và bán kính là $R=IA=\sqrt{5}$ có phương trình là:

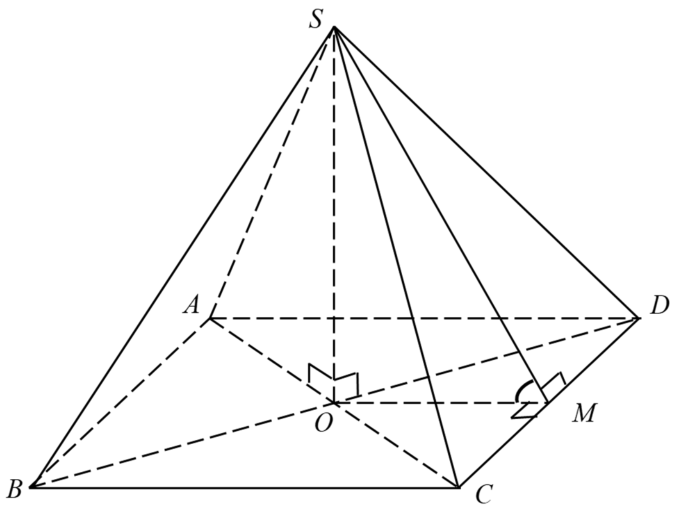
$(x-3)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=5$.

Câu 30: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. Góc giữa mặt phẳng (SCD) và mặt phẳng đáy bằng

A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

Lời giải

Chọn C



Gọi O là tâm của đáy $ABCD \Rightarrow SO \perp (ABCD) \Rightarrow SO = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Gọi M là trung điểm $CD \Rightarrow \begin{cases} OM \perp CD \\ SM \perp CD \end{cases} \Rightarrow \left(\widehat{(SCD),(ABCD)}\right) = \widehat{SMO}$

Trong tam giác SOM vuông tại O ta có $\tan\widehat{SMO} = \frac{SO}{OM} = \frac{SO}{\frac{1}{2}CD} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{6}}{\frac{a}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \widehat{SMO} = 30°$

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(P): x+2y+z=0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-2t \\ z=-1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=-1+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=1-t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi d là đường thẳng đi qua $A(1;2;-1)$ và vuông góc với mặt phẳng (P).

Khi đó: $d \perp (P): x+2y+z=0 \Rightarrow$ Đường thẳng d nhận véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) làm một véc tơ chỉ phương, hay $\overrightarrow{u_d}(1;2;1) \Rightarrow$ Phương trình đường thẳng d là $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=-1+t \end{cases}$

Câu 32: Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $a \neq 1$ và $\log_a b = 2$, giá trị của $\log_{a^2}(ab^2)$ bằng:

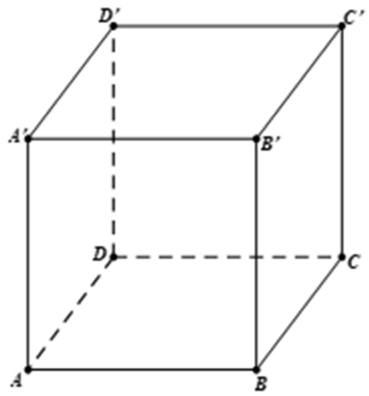
A. $\frac{1}{2}$. **B.** 2. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$\log_{a^2}\left(ab^2\right)=\log_{a^2}\left(a\right)+\log_{a^2}\left(b^2\right)=\frac{1}{2}+2=\frac{5}{2}$.

Câu 33: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=1, BC=2, AA'=2$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AD' và DC' bằng:

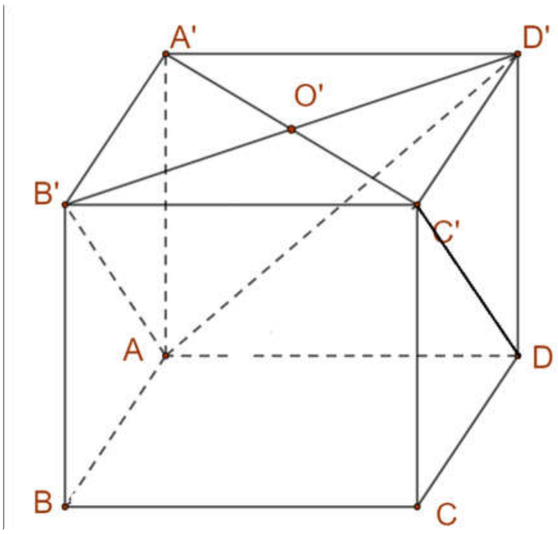


A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1:



Ta có

$DC'//AB' \Rightarrow d\left(DC';AD'\right)=d\left(DC';\left(AB'D'\right)\right)=d\left(C';\left(AB'D'\right)\right)=d\left(A',\left(AB'D'\right)\right)=h$.

Lại có $A'B', A'A, A'D$ đôi một vuông góc với nhau tại A' thì

$\frac{1}{h^2}=\frac{1}{A'B'^2}+\frac{1}{A'D'^2}+\frac{1}{AA'^2}=\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^2}\Rightarrow h=\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Cách 2: Sử dụng tọa độ hóa

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với $\overrightarrow{AB}\equiv\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{AD}\equiv\overrightarrow{Oy}, \overrightarrow{AA'}\equiv\overrightarrow{Oz}$.

Suy ra $A(0;0;0), D'(0;2;2), C'(1;2;2), D(0;2;0)$.

Do AD' đi qua $A(0;0;0)$ và nhận $\vec{u}=(0;1;1)$ làm vec tơ chỉ phương.

Do DC' đi qua $D(0;2;0)$ và nhận $\vec{u'}=(1;0;2)$ làm vec tơ chỉ phương.

Khoảng cách giữa hai đường thẳng AD' và DC' bằng:

$$d_{(AD';DC')} = \frac{\left|\left[\vec{u};\vec{u}'\right].\overrightarrow{AD}\right|}{\left|\left[\vec{u};\vec{u}'\right]\right|} = \frac{2}{\sqrt{2^2+1^2+(-1)^2}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

Trong đó: $\left[\vec{u};\vec{u}'\right] = (2;1;-1)$; $\overrightarrow{AD} = (0;2;0)$

Câu 34: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 6z + 14 = 0$ và M, N lần lượt là điểm biểu diễn của z_1, z_2 trên mặt phẳng tọa độ. Trung điểm của đoạn thẳng MN có tọa độ là

A. $(-3;0)$. **B.** $(3;0)$. **C.** $(3;7)$. **D.** $(-3;7)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\Delta' = 9 - 14 = -5$ có một căn bậc hai là $i\sqrt{5}$ do đó phương trình có hai nghiệm là $z_1 = 3 + i\sqrt{5}$ và $z_2 = 3 - i\sqrt{5}$.

Suy ra tọa độ các điểm biểu diễn của z_1, z_2 lần lượt là $M(3;\sqrt{5}), N(3;-\sqrt{5})$. Vậy trung điểm của đoạn thẳng MN có tọa độ là $(3;0)$.

Câu 35: Biết đường thẳng $y = x - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{-x+5}{x-2}$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ là x_1, x_2. Giá trị $x_1 + x_2$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình hoành độ giao điểm $\frac{-x+5}{x-2} = x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 3 \end{array}\right.$. Vậy $x_1 + x_2 = 2$

.

Câu 36: Từ một nhóm học sinh gồm 5 nam và 8 nữ, chọn ngẫu nhiên 4 học sinh. Xác suất để trong 4 học sinh được chọn có cả nam và nữ bằng:

A. $\frac{71}{143}$. **B.** $\frac{72}{143}$. **C.** $\frac{128}{143}$. **D.** $\frac{15}{143}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi Ω là không gian mẫu

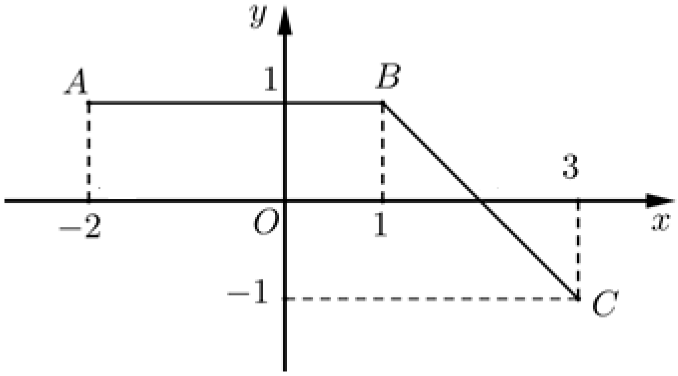
Ta có: $n(\Omega) = C_{13}^4 = 715$

Gọi A: "4 học sinh được chọn có cả nam và nữ"

$n(A) = C_5^1.C_8^3 + C_5^2.C_8^2 + C_5^3.C_8^1 = 640$

Xác suất cần tìm là: $p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{640}{715} = \frac{128}{143}$.

Câu 37: Đường gấp khúc ABC trong hình bên là đồ thị của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2;3]$. Tích phân $\int_{-2}^{3} f(x)\mathrm{d}x$ bằng



A. $\frac{9}{2}$. **B.** 3. **C.** 4. **D.** $\frac{7}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta có:

$$\int_{-2}^{3} f(x)\mathrm{d}x = \int_{-2}^{1} 1.\mathrm{d}x = x\Big|_{-2}^{1} = 1-(-2) = 3$$

Câu 38: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-4)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f(5) > f(6)$. **B.** $f(0) > f(2)$. **C.** $f(4) > f(0)$. **D.** $f(4) > f(2)$.

Lời giải

Chọn B

Ta lập bảng xét dấu của $f(x)$

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy $f(0)$ là cực đại nên $f(0) > f(2)$

Câu 39: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left(5^x - 125\right)\left(\log_3^2 x - 8\log_3 x + 15\right) < 0$

A. 242. **B.** 217. **C.** 220. **D.** 215.

Lời giải

Chọn B

Giải phương trình

$\left(5^x-125\right)\left(\log_3^2 x-8\log_3 x+15\right)<0$

$Dk: x>0$

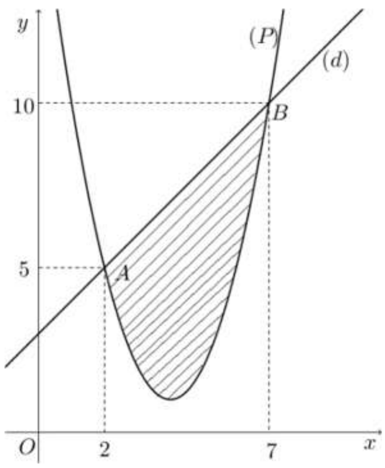
$pt \Leftrightarrow \begin{cases} 5^x-125<0 \\ \log_3^2 x-8\log_3 x+15>0 \end{cases} hay \begin{cases} 5^x-125>0 \\ \log_3^2 x-8\log_3 x+15<0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 5^x<5^3 \\ \left[\begin{array}{l} \log_3 x<3 \\ \log_3 x>5 \end{array}\right. \end{cases} hay \begin{cases} 5^x>5^3 \\ 3<\log_3 x<5 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x<3 \\ \left[\begin{array}{l} x<27 \\ x>243 \end{array}\right. \end{cases} hay \begin{cases} x>3 \\ 27<x<243 \end{cases} \Leftrightarrow x<3 \; hay \; 27<x<243$

x nguyên $\Rightarrow x=1,2,28,29,...,242$ có 217 số.

Câu 40: Cho hàm số bậc hai $y=f(x)$ có đồ thị (P) và đường thẳng d cắt tại hai điểm như trong hình bên. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi (P) và d có diện tích $S=\frac{125}{6}$. Tích phân $\int_2^7 (2x-3)f'(x)dx$ bằng



A. $\frac{215}{3}$. **B.** $\frac{265}{3}$. **C.** $\frac{245}{3}$. **D.** $\frac{415}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1: Đặt $\begin{cases} u=2x-3 \\ dv=f'(x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=2dx \\ v=f(x) \end{cases}$.

Ta có: $\int_2^7 (2x-3)f'(x)dx=\left[(2x-3)f(x)\right]\Big|_2^7-2\int_2^7 f(x)dx$

$=11f(7)-f(2)-2\left[\frac{(5+10).5}{2}-\frac{125}{6}\right]=\frac{215}{3}$.

Cách 2: Dựa vào đồ thị ta có điểm $A(2;5)$ và $B(7;10)$ thuộc đường thẳng d và Parabol (P)

Suy ra đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB}=(5;5)$

Phương trình đường thẳng $d: y=x+3$

Gọi (P) có phương trình: $y=ax^2+bx+c,(a>0)$

$A,B\in(P)\Rightarrow$ Hệ phương trình: $\begin{cases}4a+2b+c=5\\49a+7b+c=10\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c=-4a-2b+5\\49a+7b+5-4a-2b=10\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}c=-4a-2b+5\\b=1-9a\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c=3+14a\\b=1-9a\end{cases}$

Hình phẳng giới hạn bởi (P) và d có diện tích $S=\dfrac{125}{6}$

$\Rightarrow\int\limits_2^7\left|x+3-\left(ax^2+bx+c\right)\right|dx=\dfrac{125}{6}$

$\Rightarrow\int\limits_2^7\left|x+3-\left[ax^2+(1-9a)x+(3+14a)\right]\right|dx=\dfrac{125}{6}$

$\Leftrightarrow\int\limits_2^7\left[-ax^2+9ax-14a\right]dx=\dfrac{125}{6}\Leftrightarrow\left(-\dfrac{ax^3}{3}+\dfrac{9ax^2}{2}-14ax\right)\Bigg|_2^7=\dfrac{125}{6}$

$\Leftrightarrow\dfrac{125}{6}a=\dfrac{125}{6}\Leftrightarrow a=1=>b=-8;c=17$

(P) có phương trình: $y=f(x)=x^2-8x+17\Rightarrow f'(x)=2x-8$

$\Rightarrow\int\limits_2^7(2x-3)f'(x)dx=\dfrac{215}{3}$

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, hàm số $y=x^3-3x^2+3mx+\dfrac{1}{3}$ có đúng một điểm cực trị thuộc khoảng $(-1;5)$?

A. 17. **B.** 12. **C.** 16. **D.** 11.

Lời giải

Chọn B

Cách 1: $y'=3x^2-6x+3m$

$\Delta'=9-9m$

$y'=3x^2-6x+3m=0$ có 2 nghiệm phân biệt $x_1,x_2(x_1<x_2)$ $\Leftrightarrow9-9m>0\Leftrightarrow m<1$

$m<1\Rightarrow x_1=\dfrac{3-\sqrt{9-9m}}{3}=1-\sqrt{1-m},x_2=\dfrac{3+\sqrt{9-9m}}{3}=1+\sqrt{1-m}$

Hàm số $y=x^3-3x^2+3mx+\dfrac{1}{3}$ có đúng một điểm cực trị thuộc khoảng $(-1;5)$ khi và chỉ khi

TH1.

$\begin{cases}\Delta'>0\\-1<x_1<5\le x_2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<1\\-1<1-\sqrt{1-m}<5\\5\le1+\sqrt{1-m}\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}m<1\\-2<-\sqrt{1-m}<4\\\sqrt{1-m}\ge4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<1\\2>\sqrt{1-m}>-4\\\sqrt{1-m}\ge4\end{cases}$ Loại.

TH2.

$$\begin{cases}\Delta' > 0\\ x_1 \le -1 < x_2 < 5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1\\ -1 < 1+\sqrt{1-m} < 5\\ 1-\sqrt{1-m} \le -1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<1\\ -2<\sqrt{1-m}<4\\ \sqrt{1-m}\ge 2\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m<1\\ 2\le\sqrt{1-m}<4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<1\\ 4\le 1-m<16\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<1\\ -3\ge m>-15\end{cases} \Leftrightarrow -15<m\le -3$$

$$\Rightarrow m\in\{-14;-13;-12;-11;-10;-9;-8;-7;-6;-5;-4;-3\}$$

Cách 2:

$y' = 3x^2 - 6x + 3m$

YCBT $\Leftrightarrow$ PT $3x^2 - 6x + 3m = 0$ có 2 nghiệm phân biệt trong đó có đúng 1 nghiệm thuộc khoảng $(-1;5)$.

Xét $3x^2 - 6x + 3m = 0 \Leftrightarrow f(x) = x^2 - 2x = -m$.

Hàm số $f(x) = x^2 - 2x$ có $f'(x) = 2x - 2$. Cho $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$. Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	15		

Từ BBT suy ra điều kiện $3 \le -m < 15 \Leftrightarrow -15 < m \le -3 \Rightarrow m \in \{-14;-13;...;-3\}$. Vậy có 12 giá trị thỏa mãn.

Câu 42: Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương trên khoảng $(0;+\infty)$, có đạo hàm trên khoảng đó và thỏa mãn $f(x)\ln f(x) = x\left(2f(x) - f'(x)\right)$, $\forall x \in (0;+\infty)$. Biết $f(1) = f(4)$, giá trị $f(2)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(54;56)$. **B.** $(74;76)$. **C.** $(10;12)$. **D.** $(3;5)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$$f(x)\ln f(x) = x\left(2f(x)-f'(x)\right) \Rightarrow \ln f(x) = 2x - x\frac{f'(x)}{f(x)}$$

$$\Rightarrow \ln f(x) + x\frac{f'(x)}{f(x)} = 2x \Rightarrow \left(x\ln f(x)\right)' = 2x$$

$$\Rightarrow x\ln f(x) = x^2 + C$$

Từ $f(1) = f(4)$ ta có $\begin{cases}\ln f(1) = 1 + C\\ 4\ln f(4) = 16 + C\end{cases} \Rightarrow 4(1+C) = 16 + C \Rightarrow C = 4$.

Do đó $x\ln f(x) = x^2 + 4 \Rightarrow f(x) = e^{x+\frac{4}{x}} \Rightarrow f(2) = e^4 \approx 54{,}598 \in (54;56)$.

Câu 43: Gọi S là tập hợp các số phức $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $|z+\overline{z}|+|z-\overline{z}|=8$ và $ab\ge 0$. Xét z_1 và z_2 thuộc S sao cho $\dfrac{z_1-z_2}{1+i}$ là số thực dương. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z_1+4i|+|z_2|$ bằng

A. 4. **B.** $4\sqrt{2}$. **C.** $4\sqrt{5}$. **D.** $4+4\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

Từ giả thiết suy ra $|a|+|b|=4\Rightarrow a+b=\pm 4$ (do $ab\ge 0$)

Đặt $z_1=a_1+ib_1, z_2=a_2+ib_2; (a_1,b_1,a_2,b_2\in\mathbb{R})$.

Do $\dfrac{z_1-z_2}{1+i}$ là số thực dương nên $a_1-a_2=b_1-b_2$ và $a_1+b_1>a_2+b_2$

Do đó $a_1+b_1=4\Rightarrow\begin{cases}a_2=a_1-4\\ b_2=a_1\end{cases}$

$\Rightarrow z_1=x+(4-x)i$, $z_2=x-4+xi$

Vậy $|z_1+4i|+|z_2|=\sqrt{x^2+(8-x)^2}+\sqrt{(x-4)^2+x^2}\ge\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}$

Dấu "=" xảy ra khi $x=\dfrac{8}{3}$.

Câu 44: Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của y sao cho ứng với mỗi y, tồn tại duy nhất một giá trị $x\in\left[\dfrac{3}{2};\dfrac{9}{2}\right]$ thỏa mãn $\log_2\left(x^3-6x^2+9x+y\right)=\log_3\left(-x^2+6x\right)$. Số phần tử của S là

A. 3. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

$\log_2\left(x^3-6x^2+9x+y\right)=\log_3\left(-x^2+6x\right)$

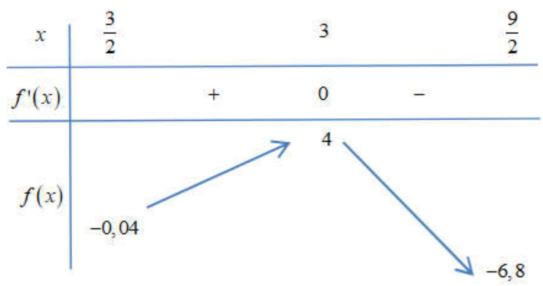
$\Leftrightarrow y=2^{\log_3\left(-x^2+6x\right)}-x^3+6x^2-9$

Xét $f(x)=2^{\log_3\left(-x^2+6x\right)}-x^3+6x^2-9, x\in\left[\dfrac{3}{2};\dfrac{9}{2}\right]$

$\Rightarrow f'(x)=(3-x)\left[\dfrac{2}{\left(-x^2+6x\right)\ln 3}.2^{\log_3\left(-x^2+6x\right)}+3(x-1)\right]$.

Ta thấy $\dfrac{2}{\left(-x^2+6x\right)\ln 3}.2^{\log_3\left(-x^2+6x\right)}+3(x-1)>0\forall x\in\left[\dfrac{3}{2};\dfrac{9}{2}\right]$. Khi đó $f'(x)=0\Leftrightarrow x=3$

Bảng biến thiên



Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=4 \\ -6,8<y<0,04 \end{array}\right.$.

Do y nguyên $\Rightarrow y\in\{-6;-5;-4;-3;-2;-1;4\}$.

Vậy số phần tử của S là 7.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=4$ và đường thẳng d đi qua điểm $A(1;0;-2)$, nhận $\vec{u}=(1;a;3-a)$ (với $a\in\mathbb{R}$) làm vecto chỉ phương. Biết rằng d cắt (S) tại hai điểm phân biệt mà các tiếp diện của (S) tại hai điểm đó vuông góc với nhau. Hỏi a^2 thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\frac{13}{2};\frac{15}{2}\right)$. **B.** $\left(24;\frac{49}{2}\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$. **D.** $\left(\frac{31}{2};\frac{33}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;-1)$, bán kính $R=2$

Gọi B,C là giao điểm giữa d và (S), và O là hình chiếu vuông góc của I trên giao tuyến hai mặt tiếp diện.

Theo đề d cắt (S) tại hai điểm phân biệt mà các tiếp diện của (S) tại hai điểm đó vuông góc với nhau, nghĩa là tứ giác $OBIC$ là hình vuông, từ đó suy ra $BC=2\sqrt{2}$

Gọi H là trung điểm BC suy ra $BH=\frac{BC}{2}=\sqrt{2}$

Kẻ $IH\perp BC$, ta có $IH=\sqrt{IB^2-BH^2}=\sqrt{2}$

Từ đó ta có $d(I;d)=\sqrt{2}$

Ta có $\overrightarrow{AI}=(0;-2;1)$, $\vec{u}=(1;a;3-a)$ suy ra $\left[\overrightarrow{AI};\vec{u}\right]=(a-6;1;2)$

Từ đó $\mathrm{d}(I;d)=\sqrt{2}\Leftrightarrow \frac{\left|\left[\overrightarrow{AI};\vec{u}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}=\sqrt{2}\Leftrightarrow \frac{\sqrt{(a-6)^2+1^2+2^2}}{\sqrt{1+a^2+(3-a)^2}}=\sqrt{2}\Leftrightarrow a^2=7\in\left(\frac{13}{2};\frac{15}{2}\right)$.

Câu 46: Trên tập số phức, xét phương trình $z^2+az+b=0$ $(a,b\in\mathbb{R})$. Có bao nhiêu cặp số (a,b) để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt $z_1;z_2$ thỏa mãn $|z_1-1|=2$ và $|z_2-2+3i|=3$?

A. 4. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

$z^2+az+b=0$

$\Delta=a^2-4b$.

Trường hợp 1: $\Delta>0$, phương trình có 2 nghiệm thực phân biệt.

Khi đó ta có $\begin{cases}|z_1-1|=2\\|z_2-2+3i|=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}z_1-1=2\\z_1-1=-2\end{array}\right.\\\sqrt{(z_2-2)^2+9}=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}z_1=3\\z_1=-1\end{array}\right.\\z_2=2\end{cases}$

Nếu $\begin{cases}z_1=3\\z_2=2\end{cases}$, khi đó theo Viet ta có: $\begin{cases}a=-(z_1+z_2)=-5\\b=z_1.z_2=6\end{cases}$ (nhận)

Nếu $\begin{cases} z_1 = -1 \\ z_2 = 2 \end{cases}$, khi đó theo Viet ta có: $\begin{cases} a = -(z_1 + z_2) = -1 \\ b = z_1.z_2 = -2 \end{cases}$ (nhận)

Trường hợp $\Delta < 0$, phương trình có 2 nghiệm không thực. Khi đó ta có $z_2 = \overline{z_1}$.

Gọi $z_1 = x + yi$ $(x, y \in \mathbb{R}) \Rightarrow z_2 = x - yi$.

Ta có $\begin{cases} (x-1)^2 + y^2 = 4 \\ (x-2)^2 + (y-3)^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 + y^2 = 4 \\ 2x + 6y = 7 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = \dfrac{25+9\sqrt{15}}{20} \\ y = \dfrac{15-3\sqrt{15}}{20} \end{cases} \\ \begin{cases} x = \dfrac{25-9\sqrt{15}}{20} \\ y = \dfrac{15+3\sqrt{15}}{20} \end{cases} \end{array}\right.$. Do đó ta có. $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} z_1 = \dfrac{25+9\sqrt{15}}{20} + \dfrac{15-3\sqrt{15}}{20}i \\ z_2 = \dfrac{25+9\sqrt{15}}{20} - \dfrac{15-3\sqrt{15}}{20}i \end{cases} \\ \begin{cases} z_1 = \dfrac{25-9\sqrt{15}}{20} + \dfrac{15+3\sqrt{15}}{20}i \\ z_2 = \dfrac{25-9\sqrt{15}}{20} - \dfrac{15+3\sqrt{15}}{20}i \end{cases} \end{array}\right.$.

Nếu $\begin{cases} z_1 = \dfrac{25+9\sqrt{15}}{20} + \dfrac{15-3\sqrt{15}}{20}i \\ z_2 = \dfrac{25+9\sqrt{15}}{20} - \dfrac{15-3\sqrt{15}}{20}i \end{cases}$, ta có $\begin{cases} a = -\dfrac{25+9\sqrt{15}}{20} \\ b = \dfrac{55+9\sqrt{15}}{10} \end{cases}$ (nhận)

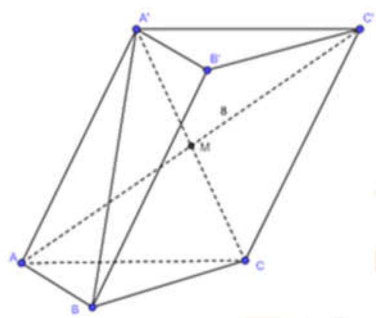
Nếu $\begin{cases} z_1 = \dfrac{25-9\sqrt{15}}{20} + \dfrac{15+3\sqrt{15}}{20}i \\ z_2 = \dfrac{25-9\sqrt{15}}{20} - \dfrac{15+3\sqrt{15}}{20}i \end{cases}$, ta có $\begin{cases} a = -\dfrac{25-9\sqrt{15}}{20} \\ b = \dfrac{55-9\sqrt{15}}{10} \end{cases}$ (Nhận)

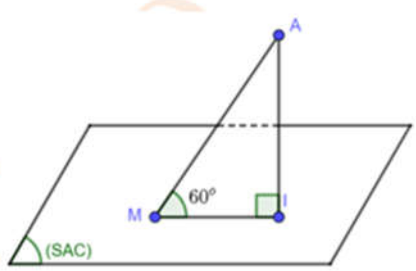
Câu 47: Cho khối lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$ có $AC' = 8$, diện tích của tam giác $A'BC$ bằng 9 và đường thẳng AC' tạo với mặt phẳng $(A'BC)$ một góc 60°. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 12. **B.** 18. **C.** $18\sqrt{3}$. **D.** $12\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C





Gọi I là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $A'BC$ và M là giao điểm của $A'C$ và AC'. Vì $AC' = 8$ nên $AM = 4$.

Ta có $(AC', (A'BC)) = \widehat{AMI} = 60°$.

Từ đó ta có: $AI = AM \cdot \sin 60° = 4 \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$.

$V_{A.A'BC}=\dfrac{1}{3}AI\cdot S_{\Delta A'BC}=\dfrac{1}{3}\cdot 9\cdot 2\sqrt{3}=6\sqrt{3}$.

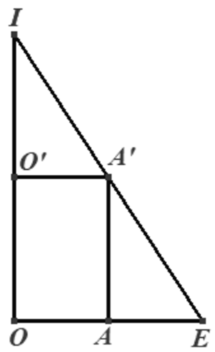
Mặt khác $V_{ABC.A'B'C'}=3V_{A.A'BC}=3\cdot 6\sqrt{3}=18\sqrt{3}$.

Câu 48: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 4. Xét hình nón (N) có đáy nằm trên mặt phẳng $(ABCD)$ và mặt xung quanh đi qua bốn điểm A',B',C',D'. Khi bán kính đáy của (N) bằng $3\sqrt{2}$, diện tích xung quanh của (N) bằng

A. 72π. **B.** 54π. **C.** $36\sqrt{2}\pi$. **D.** 108π.

Lời giải

Chọn B



Gọi *I* là đỉnh của hình nón, *O* và O' lần lượt là tâm của các hình vuông $ABCD$, $A'B'C'D'$.
Ta thấy $I\in OO'$.

Gọi *E* là giao điểm của IA' với $(ABCD)$. Suy ra $A\in OE$.

(N) có bán kính *OE* và đường cao *IO*.

Ta có $\Delta IOE\sim\Delta IO'A'$ $\Rightarrow\dfrac{IO'}{IO}=\dfrac{O'A'}{OE}\Leftrightarrow\dfrac{IO'}{IO'+OO'}=\dfrac{O'A'}{OE}\Leftrightarrow\dfrac{IO'}{IO'+4}=\dfrac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}\Leftrightarrow IO'=8$.

$\Rightarrow IO=8+4=12$.

Do đó độ dài đường sinh của (N) bằng $IE=\sqrt{IO^2+OE^2}=\sqrt{12^2+18}=9\sqrt{2}$.

Vậy diện tích xung quanh của (N) là $S_{xq}=\pi.9\sqrt{2}.3\sqrt{2}=54\pi$.

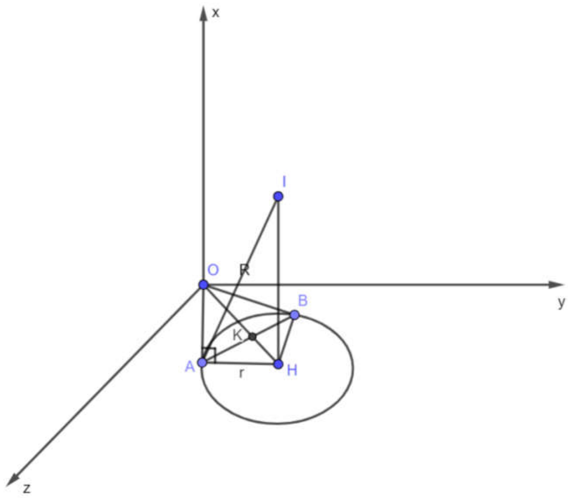
Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, xét mặt cầu (S) có tâm $I(3;5;12)$ và bán kính R thay đổi. Có bao nhiêu giá trị nguyên của R sao cho ứng với mỗi giá trị đó, tồn tại hai tiếp tuyến của (S) trong mặt phẳng (Oyz) mà hai tiếp tuyến đó cùng đi qua O và góc giữa chúng không nhỏ hơn 60°?

A. 4. **B.** 2. **C.** 10. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Cách 1.



TH1: Mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) tại $O \Rightarrow R = OI = \sqrt{178} \notin \mathbb{Z}$ (loại)

TH2: Mặt cầu (S) cắt (Oyz) theo giao tuyến là một đường tròn (C) có bán kính là r.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng (Oyz) ta có $H(0;5;12) \Rightarrow OH^2 = 169$.

Ta có $r^2 = R^2 - 9$.

Mặt khác, $AB^2 = 4AK^2 = 4\cdot\left(\dfrac{OA\cdot r}{OH}\right)^2 = \dfrac{4OA^2\cdot r^2}{169} \Rightarrow \dfrac{AB^2}{OA^2} = \dfrac{4r^2}{169} = \dfrac{4\left(R^2-9\right)}{169}$

Từ đó suy ra: $\cos\widehat{AOB} = \dfrac{OA^2+OB^2-AB^2}{2OA.OB} = \dfrac{2OA^2-AB^2}{2OA^2} = 1 - \dfrac{AB^2}{2OA^2} = \dfrac{187-2R^2}{169}$

Góc giữa hai đường thẳng $(OA,OB) \in \left[60^\circ;90^\circ\right]$

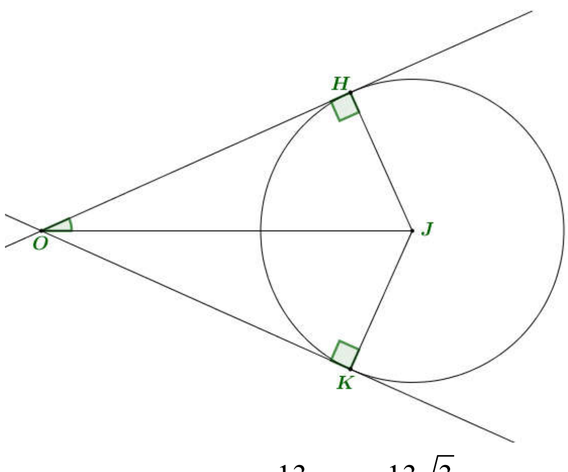
$\Leftrightarrow 60^\circ \le \widehat{AOB} \le 120^\circ \Leftrightarrow -\dfrac{1}{2} \leqslant \dfrac{187-2R^2}{169} \le \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow -\dfrac{169}{2} \le 187 - 2R^2 \le \dfrac{169}{2}$

$\Leftrightarrow \dfrac{205}{4} \le R^2 \le \dfrac{543}{4} \Rightarrow R \in \{8;9;10;11\}$.

Cách 2. Để tồn tại tiếp tuyến thì mặt cầu (S) phải cắt hoặc tiếp xúc mặt phẳng (Oyz) nên $R \ge 3$.

Gọi J là hình chiếu của I lên mặt phẳng (Oyz) ta có $J(0;5;12)$ và $IJ = 3$ và $OJ = 13$.

Xét 2 tiếp tuyến đi qua O và tiếp xúc với (C) tại K,H như hình vẽ.



Từ đề bài ta có $OJ.\sin 60^0 \ge r \ge OJ.\sin 30^0 \Leftrightarrow \dfrac{13}{2} \le r \le \dfrac{13\sqrt{3}}{2}$, với $r = JK = JH$.

Mà $d\left(I,(Oyz)\right) = IJ = 3$ nên:

$$\frac{169}{4}+d^2\left(I,(Oyz)\right)\le r^2+d^2\left(I,(Oyz)\right)<\frac{507}{4}+d^2\left(I,(Oyz)\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{169}{4}+9\le R^2\le\frac{507}{4}+9\Leftrightarrow\frac{205}{4}\le R^2\le\frac{543}{4}$$

$\Leftrightarrow \sqrt{\frac{205}{4}}\le R\le\sqrt{\frac{543}{4}}$, do $R\in\mathbb{Z}\Rightarrow R\in\{8;9;10;11\}$.

Vậy, có 4 giá trị nguyên thỏa yêu cầu

Câu 50: Cho hàm số $f(x)=x^4-18x^2+4$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, tổng giá trị các nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-3;2)$ của phương trình $f\left(x^2+2x+3\right)=m$ bằng -4

A. 24. **B.** 23. **C.** 26. **D.** 25.

Lời giải

Chọn A

$f(x)=x^4-18x^2+4$, TXĐ $D=\mathbb{R}$.

$f'(x)=4x^3-36x$

$$f'(x)=0\Leftrightarrow 4x^3-36x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm3\end{array}\right.$$

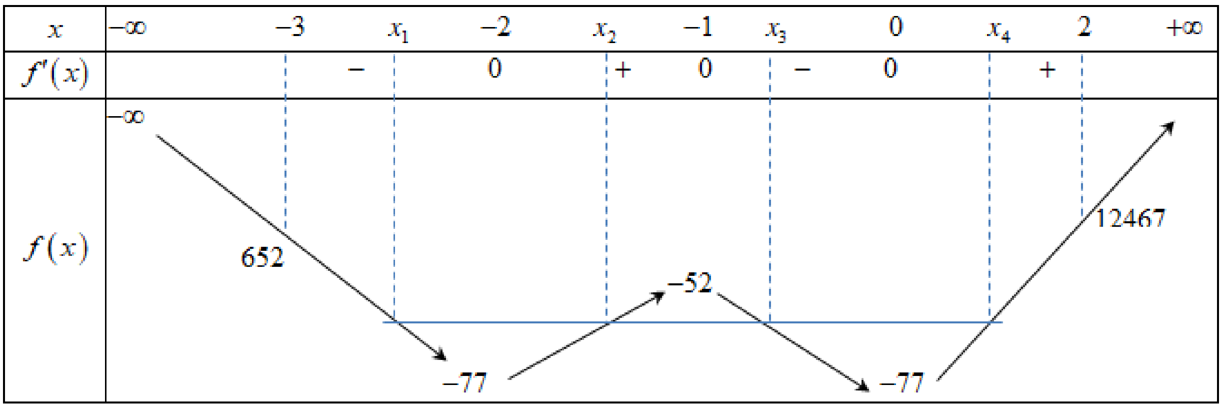
Đặt $g(x)=f\left(x^2+2x+3\right)$, TXĐ $D=\mathbb{R}$.

$g'(x)=(2x+2)f'\left(x^2+2x+3\right)$

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x+2=0\\f'\left(x^2+2x+3\right)=0\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x^2+2x+3=0\\x^2+2x+3=3\\x^2+2x+3=-3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=0\\x=-2\end{array}\right.$$

Ta có bảng biến thiên:



$g(-1)=f(2)=-52$

$g(-2)=f(3)=-77;\ g(0)=f(3)=-77;\ g(-3)=f(6)=652;\ g(2)=f(11)=12467$

Ta thấy hàm số $g(x)$ nhận đường thẳng $x=-1$ làm trục đối xứng.

Do đó tổng giá trị các nghiệm phân biệt thuộc khoảng $\left(-3;2\right)$ của phương trình $f\left(x^2+2x+3\right)=m$ bằng -4 khi nó có bốn nghiệm phân biệt.

Yêu cầu bài toán tương đương với $-77<m<-52$.

Kết luận: Vậy có 24 giá trị m nguyên thỏa mãn đề bài.

---------- HẾT ----------