LÝ THUYẾT PHÉP ĐO VÀ SAI SỐ

Vật lý học về cơ bản là một khoa học thực nghiệm. Đã nói đến thực nghiệm là phải nói đến đo đạc. Trong thực tế đo một đại lượng vật lý không có nghĩa là tìm được giá trị thực của nó, mà là tìm được một khoảng trong đó có chứa giá trị thực của đại lượng cần đo với một xác suất nhất định. Khoảng này càng bé thì phép đo càng chính xác. Lý thuyết phép đo và sai số sẽ chỉ ra cách đo đạc và tính toán như thế nào để phép đo thu được kết quả chính xác nhất.

I. ĐỊNH NGHĨA PHÉP ĐO VÀ SAI SỐ

1. Định nghĩa phép đo

a. Phép đo trực tiếp: Đo một đại lượng vật lý có nghĩa là so sánh nó với một đại lượng cùng loại mà ta đã chọn làm đơn vị. Phép đo so sánh trực tiếp như vậy gọi là phép đo trực tiếp.

b. Phép đo gián tiếp: Trong nhiều trường hợp giá trị của đại lượng cần đo được suy ra từ giá trị của đại lượng đo trực tiếp thông qua một biểu thức toán học. Phép đo như thế gọi là phép đo gián tiếp.

2. Định nghĩa sai số

Khi tiến hành đo một đại lượng vật lý, dù là đo trực tiếp hay gián tiếp, bao giờ cũng mắc phải những sai số.

a. Sai số hệ thống: Sai số hệ thống xuất hiện do sai sót của dụng cụ đo hoặc do lý thuyết phương pháp đo chưa hoàn chỉnh, chưa tính hết đến các yếu tố ảnh hưởng đến kết quả đo. Sai số hệ thống thường làm kết quả đo lệch về một phía (luôn luôn lớn hơn hoặc nhỏ hơn) so với giá trị thực của đại lượng cần đo, do đó cần phải loại trừ hoặc giảm tối đa sai số hệ thống.

Trong thực hành thí nghiệm các sai số hệ thống xảy ra thường do một sự điều chỉnh khiếm khuyết, thao tác chuẩn máy không chính xác của người đo, ví dụ sự điều chỉnh kim trùng vạch 0 trong đồng hồ vôn-ampe trước khi tiến hành đo hay hiệu chỉnh vạch số 0 trong thước kẹp, thước panme

Một số sai số hệ thống cũng có thể xảy ra từ sự chế tạo máy hay từ sự điều chỉnh ban đầu của người chế tạo. Các dụng cụ đo chỉ đặt đến một độ chính xác nào đó. *Thí dụ:* trên vôn kế có ghi 0,5% toàn thang chia, với thang $100V$, sai số sẽ là $0{,}5\%.100V = 0{,}5V$.

Bằng một sự kiểm tra chính xác dụng cụ và sử dụng những biện pháp thích hợp ta có thể giảm tối đa loại sai số này.

b. Sai số ngẫu nhiên

Sai số ngẫu nhiên sinh ra do nhiều nguyên nhân, chẳng hạn do khả năng có hạn của các giác quan con người làm thí nghiệm, do sự thay đổi ngẫu nhiên không lường trước được các yếu tố ảnh hưởng lên kết quả đo. Sai số ngẫu nhiên làm cho kết quả đo lệch cả về hai phía so với giá trị thực của đại lượng cần đo. Sai số ngẫu nhiên không thể loại trừ hẳn được. Trong các phép đo ta cần phải đánh giá được sai số ngẫu nhiên.

Trong các phép đo ta cũng có thể mắc phải sai lầm. Sai lầm khác với sai số nói trên, sinh ra chủ yếu do sự cẩu thả, thiếu cẩn thận của người làm thí nghiệm, làm cho kết quả đo lệch quá xa giá trị thực cần đo. Sai lầm được loại bỏ bằng cách lặp lại phép đo nhiều lần.

Sau đây là các phương pháp xác định sai số ngẫu nhiên của phép đo trực tiếp và gián tiếp.

II. PHƯƠNG PHÁP XÁC ĐỊNH SAI SỐ CỦA CÁC PHÉP ĐO TRỰC TIẾP

1. Phương pháp chung

Giả sử ta đo n lần đại lượng A. Kết quả các lần đo lần lượt là $A_1, A_2,.., A_n$.

Đại lượng:

$$\overline{A} = \frac{A_1 + A_2 + \cdots + A_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} A_i}{n} \quad (1)$$

được gọi là ***giá trị trung bình*** của đại lượng trong n lần đo, số lần đo n càng lớn, giá trị trung bình $\overline{A}$ càng gần với giá trị thực của A. Trong đó, giá trị trung bình $\overline{A}$ thường lấy đến cấp chính xác cùng với cấp chính xác của các lần đo $A_1, A_2,..,A_n$.

__Thí dụ__: Ta tiến hành đo đại lượng A trong 7 lần với kết quả như sau:

$A_1 = 10{,}1$; $A_2 = 10{,}2$; $A_3 = 10{,}2$; $A_4 = 10{,}4$; $A_5 = 10{,}3$; $A_6 = 10{,}3$; $A_7 = 10{,}4$

$\overline{A} = \frac{10{,}1 + 10{,}2 + 10{,}2 + 10{,}4 + 10{,}3 + 10{,}3 + 10{,}4}{7} = 10{,}271428...$ thì giá trị trung bình sau 7 lần đo thường lấy là $\overline{A} = 10{,}3$

Các hiệu số:

$$\Delta A_1 = \left|\overline{A} - A_1\right|$$
$$\Delta A_2 = \left|\overline{A} - A_2\right|$$
$$\dots\dots\dots\dots \quad \dots\dots\dots\dots \quad ..$$
$$\Delta A_n = \left|\overline{A} - A_n\right|$$

được gọi là sai số tuyệt đối trong mỗi lần đo riêng lẻ.

Để đánh giá sai số của phép đo đại lượng A, người ta thường dùng ***sai số toàn phương trung bình*** (còn gọi là sai số chuẩn σ).

Theo lý thuyết xác suất:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \left|\overline{A} - A_i\right|^2}{n(n-1)}} \quad (2)$$

Như vậy kết quả đo đại lượng A được viết dưới dạng:

$$A = \overline{A} \pm \sigma$$

Cách viết trên có nghĩa là giá trị thực của đại lượng A với một xác suất nhất định β, sẽ nằm trong khoảng từ $(A - \sigma) \rightarrow (A + \sigma)$, nghĩa là:

$$\overline{A} - \sigma \le A \le \overline{A} + \sigma \quad (3)$$

Khoảng $\left[\left(\overline{A} - \sigma\right), \left(\overline{A} + \sigma\right)\right]$ gọi là xác suất tin cậy hay hệ số tin cậy.

Lý thuyết xác suất chỉ ra rằng hệ số tin cậy $\beta = 68\%$, nghĩa là trong 100 lần đo thì 68 lần đo cho kết quả nằm trong khoảmg $\left[\left(\overline{A} - \sigma\right), \left(\overline{A} + \sigma\right)\right]$.

Chúng ta biết rằng ***sai số toàn phương trung bình*** σ chỉ được dùng đối các phép đo đòi hỏi độ chính xác cao với số lần đo n rất lớn. Nhưng trong thực tế đại lượng A chỉ đo được từ 5 đến khoảng 15 lần, thì để đánh giá sai số của phép đo đại lượng A, ta dùng ***sai số tuyệt đối trung bình số học***.

$$\Delta\overline{A} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left|\Delta A_i\right|}{n} \tag{4}$$

Nếu số lần đo nhỏ hơn 5 thì sai số tuyệt đối của đại lượng đo trực tiếp thường lấy ngay giá trị sai số tuyệt đối lớn nhất trong mỗi lần đo riêng lẻ ($\Delta\overline{A} = \left|\Delta A_i\right|_{max}$)

Kết quả đo được viết dưới dạng:

$$A = \overline{A} \pm \Delta\overline{A} \tag{5}$$

Xác suất tin cậy đối với sai số tuyệt đối trung bình số học $\beta = 57\%$. Ngoài sai số tuyệt đối, người ta còn sử dụng ***sai số tỷ đối***, được định nghĩa như sau:

$$\delta = \frac{\Delta\overline{A}}{\overline{A}} \times 100\ \% \tag{6}$$

Kết quả được viết dưới dạng:

$$A = \overline{A} \pm \delta\,\% \tag{7}$$

Tóm lại: Trình tự xác định kết quả của một phép đo trực tiếp theo các bước sau:

Bước 1: Tính giá trị trung bình $\overline{A}$ theo công thức (1).

Bước 2: Tính sai số tuyệt đối trung bình số học $\Delta\overline{A}$ theo công thức (4) hoặc sai số tỷ đối theo công thức (6).

Bước 3: Kết quả viết dưới dạng công thức (5) hoặc (7).

Thí dụ: Đo hiệu điện thế *U* giữa hai đầu của một điện trở trong mạch điện với 10 lần đo ta thu được:

Lần đo *i*	U_i	$\overline{U}$	ΔU_i	$\Delta\overline{U}$
1	998,0	998,8	0,8	0,8
2	999,5		0,7	
3	999,0		0,2	
4	997,0		1,8	
5	999,5		0,7	
6	1000,0		1,2	
7	998,0		0,8	
8	998,5		0,8	
9	1000,0		1,2	
10	998,5		0,3	

Kết quả đo được:

$$U = (998{,}8 \pm 0{,}8)V$$

Sai số tỷ đối:

$$\delta = \frac{0{,}8}{998{,}8} \times 100\% = 0{,}08\%$$

$$U = 998{,}8V \pm 0{,}08\%$$

Kết luận: Kết quả đo hiệu điện thế:

$$U = (998{,}8 \pm 0{,}8)V \quad \text{hoặc} \quad U = 998{,}8V \pm 0{,}08\%$$

2. Một số chú ý

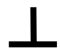
▪ Mỗi dụng cụ có một độ chính xác nhất định. Nếu dùng dụng cụ này để đo một đại lượng vật lý nào đó thì **độ chính xác của phép đo đương nhiên không thể vượt quá độ chính xác của dụng cụ**. Nói cách khác: **sai số phép đo không thể nhỏ hơn sai số sinh ra do bản thân dụng cụ**. Trong nhiêu trường hợp sai số ngẫu nhiên mắc phải trong các phép đo thường lớn hơn sai số sinh ra do dụng cụ, chính vì thế việc tiến hành phép đo nhiều lần (hạn chế sai số ngẫu nhiên) mới có ý nghĩa. Trong những trường hợp đó, người ta cố gắng tiến hành phép đo sao cho độ chính xác của phép đo càng gần với độ chính xác của dụng cụ càng tốt. Tóm lại trong bất kỳ trường hợp nào ta cũng nên lặp lại phép đo nhiều lần.

Tuy nhiên ta cũng thường gặp phép đo chỉ tiến hành một lần, hoặc do độ nhạy của dụng cụ chưa cao, kết quả của các lần đo riêng lẻ trùng nhau. Trong trường hợp đó ta dựa vào độ nhạy của dụng cụ mà xác định sai số. Sai số $\Delta\overline{A}$ thường được lấy bằng ***một giá trị của một độ chia nhỏ nhất*** của dụng cụ đo**.**

Thí dụ: Đo nhiệt độ bằng nhiệt biểu thuỷ ngân chia tới 0,5^oC, sai số sẽ được lấy bằng $\Delta\overline{t} = 0{,}5^oC$. Nếu mức thuỷ ngân nằm ở vị trí 33,5^oC thì kết quả được viết như sau:

$$t = \left(33{,}5 \pm 0{,}5\right)^oC$$

▪ Đối với các dụng cụ đo điện (ampe kế, vôn kế .), sai số được xác theo cấp chính xác của dụng cụ đo (*thường được ghi trên mặt đồ hồ*). Nhưng bay giờ người ta thường sử dụng đồng hồ vạn năng và cấp chính xác của nó thường khác nhau ở các chế độ đo khác nhau (*chẳng hạn chế độ xoay chiều và một chiều*). Phòng thí nghiệm sử dụng đồng hồ vạn năng của ba hã ng là METRAmax2, HIOKI và KYARITSU. **Cấp chính xác** ở từng chế độ đo và một số ký hiệu quan trọng được ghi trong bảng sau:

Chế độ	**METRA max2**	**HIOKI**	**KYARITSU**		**Ký hiệu**	**Ghi chú**
DCV	2,0	2,5	2,5			Kiểu từ trường, khung dây ở phần động
ACV	3,0	2,5	2,5		2,0	Cấp chính xác
DCA	2,0	3,0	3,0			Đặt thẳng đứng
ACA	3,0		3,5			Đặt nằm ngang
Ω		3,0	3,0			Điều chỉnh điểm “ **0** ”

Thí dụ: Vôn kế có cấp chính xác là 2. Nếu dùng thang 250V để đo hiệu điện thế thì sai số dụng cụ mắc phải sẽ là $\Delta\overline{U} = 2\% \times 250V = 5V$, nếu kim chỉ ở vị trí 190V thì kết quả đo sẽ là:

$$U = (190 \pm 5)V \qquad \text{hay} \qquad U = 190V \pm 2{,}6\%$$

Nếu kim chỉ ở vị trí 50V thì:

$$U = (50 \pm 5)V \qquad \text{hay} \qquad U = 50V \pm 10\%$$

Từ đây ta thấy, muốn đo hiệu điện thế với độ chính xác cao (sai số tỷ đối nhỏ) thì phải chọn thang đo sao cho ***kim chỉ càng lệch nhiều càng tốt*** (thông thường lệch quá nửa thang đo là được).

III. PHƯƠNG PHÁP XÁC ĐỊNH SAI SỐ CỦA CÁC PHÉP ĐO GIÁN TIẾP

1. Phương pháp chung

Giả sử đại lượng cần đo A phụ thuộc vào các đại lượng x, y, z theo hàm số $A = f(x, y, z)$.

Trong đó x, y, z là các đại lượng đo trực tiếp và có giá trị bằng:

$$x = \overline{x} \pm \Delta\overline{x}$$

$$y = \overline{y} \pm \Delta\overline{y}$$

$$z = \overline{z} \pm \Delta\overline{z}$$

Giá trị trung bình $\overline{A}$ được xác định bằng cách thay thế các giá trị $\overline{x}, \overline{y}, \overline{z}$ vào hàm trên, nghĩa là:

$$\overline{A} = f(\overline{x}, \overline{y}, \overline{z})$$

Sai số $\Delta\overline{A}$ được xác định bằng phương pháp vi phân nhờ một trong hai quy tắc sau:

<u>Quy tắc 1</u>: Quy tắc này sử dụng thuận tiện khi hàm $f(x, y, z)$ là một hàm tổng hoặc hàm hiệu. Quy tắc này cho phép tính sai số tuyệt đối trước và gồm các bước sau:

<u>Bước 1</u>: Lấy vi toàn phần của hàm $A = f(x, y, z)$, sau đó gộp các số hạng có chứa vi phân của cùng một biến số.

<u>Bước 2</u>: Lấy giá trị tuyệt đối của biểu thức trước dấu vi phân d, thay dấu d bằng dấu Δ, thay các giá $\overline{x}$, $\overline{y}$, $\overline{z}$, $\Delta\overline{x}$, $\Delta\overline{y}$, $\Delta\overline{z}$ vào biểu thức để tính sai số tuyệt đối $\Delta\overline{A}$.

<u>Bước 3</u>: Tính sai số tỷ đối $\delta = \dfrac{\Delta\overline{A}}{\overline{A}} \times 100\%$.

<u>Bước 4</u>: Kết quả viết dưới dạng $A = \overline{A} \pm \Delta\overline{A}$ và $A = \overline{A} \pm \delta$

<u>Thí dụ</u>: Tính chu vi của một tam giác có chiều dài các cạnh kí hiệu là a, b, c. Trong đó chiều dài các cạch được đo bằng thước kẹp có cấp chính là 0,05mm. Phép đo được thực hiện 5 lần với các giá trị tương ứng như bảng sau:

Lần đo	a (mm)	Δa (mm)	b (mm)	Δb(mm)	c (mm)	Δc(mm)
1	10,10	0,01	10,55	0,04	15,40	0,05
2	10,05	0,06	10,45	0,06	15,30	0,05
3	10,15	0,04	10,50	0,01	15,35	0,00
4	10,10	0,01	10,60	0,09	15,35	0,00
5	10,15	0,04	10,45	0,06	15,35	0,00
GTTB	$\overline{a}$ =10,11	$\Delta\overline{a}$ = 0,03	$\overline{b}$ =10,51	$\Delta\overline{b}$ =0,05	$\overline{c}$ =15,35	$\Delta\overline{c}$ =0,02

<u>Lưu ý</u>: ***Ta thấy sai số của phép đo cạnh a, c đều nhỏ hơn sai số dụng cụ đo là 0,05. Do đó sai số của phép đo chính là sai số của dụng cụ đo.***

Giá trị trung bình của chu vi tam giác là:

$$\overline{l} = \overline{a} + \overline{b} + \overline{c} = 10{,}11 + 10{,}51 + 15{,}35 = 35{,}97mm$$

Để tính $\Delta\overline{l}$ ta dùng quy tắc 1:

Bước 1: $$dl = d(a+b+c)$$

$$dl = da + db + dc$$

Bước 2: $$\Delta\bar{l} = \Delta\bar{a} + \Delta\bar{b} + \Delta\bar{c}$$

$$\Delta\bar{l} = 0,05 + 0,05 + 0,05 = 0,15mm$$

Bước 3: Sai số tỷ đối: $$\delta = \frac{\Delta\bar{l}}{\bar{l}} \times 100\% = \frac{0,15}{35,97} \times 100\% = 0,4\%$$

Bước 4: Kết quả được viết như sau:

$$l = (35,97 \pm 0,15)mm \quad \text{hoặc} \quad l = 35,97mm \pm 0,4\%$$

Quy tắc 2: Quy tắc này được sử dụng thuận tiện khi hàm $f(x, y, z)$ có dạng tích, dạng thương, luỹ thừa (có thể lấy lôgarit dễ dàng). Quy tắc này cho phép tính sai số tỷ đối trước và gồm các bước sau:

Bước 1: Lấy lôgarit cơ số e hai vế hàm số $A = f(x,y,z)$.

Bước 2: Tính vi phân toàn phần của hàm $\ln A = \ln f(x,y,z)$, sau đó gộp các số hạng có chứa vi phân của cùng một biến số.

Bước 3: Lấy giá trị tuyệt đối của biểu thức đứng trước vi phân d và chuyển dấu d thành dấu Δ, thay các giá $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \Delta\bar{x}, \Delta\bar{y}, \Delta\bar{z}$ vào biểu thức để tính sai số tỷ đối $\delta = \Delta\bar{A}/\bar{A}$

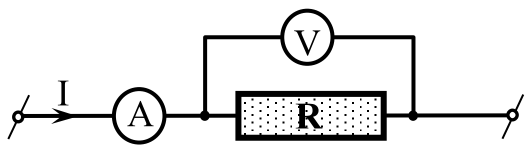
Bước 4: Tính sai số tuyệt đối $\Delta\bar{A} = \delta\bar{A}$.

Bước 5: Kết quả viết dưới dạng: $A = \bar{A} \pm \Delta\bar{A}$ và $A = \bar{A} \pm \delta$

Thí dụ: Tính giá trị của điện trở R trong đoạn mạch điện như hình vẽ.

Áp dụng định luật Ôm:

$$R = \frac{U}{I}$$



Trong đó U, I là các đai lượng đo trực tiếp bởi vôn kế và ampe kế. Giả sử vôn kế, ampe kế đều có cấp chính xác bằng 2 và đo ở các thang tương ứng là $12\,V$ và $1\,A$ (nghĩa là sai số dụng cụ tương ứng là $0,24\,V$ và $0,02\,A$). Phép đo được thực hiện 5 lần với các giá trị tương ứng như bảng sau:

Lần đo	$U\,(V)$	$\Delta U_i\,(V)$	$I\,(A)$	$\Delta I_i(A)$
1	10,55	0,07	0,58	0,00
2	10,50	0,12	0,60	0,02
3	11,05	0,43	0,56	0,02
4	11,00	0,38	0,59	0,01
5	10,00	0,62	0,57	0,01
GTTB	$\bar{U}$=10.62	$\Delta\bar{U} = 0,32$	$\bar{I} = 0,58$	$\Delta I_i = 0,01$

Giá trị trung bình $\overline{R}$ bằng:

$$\overline{R} = \frac{\overline{U}}{\overline{I}} = \frac{10,62}{0,58} = 18,31\,\Omega$$

Tính sai số $\Delta\overline{R}$ theo quy tắc 2:

Bước 1: $\ln R = \ln U - \ln I$

Bước 2: $\dfrac{dR}{R} = \dfrac{dU}{U} - \dfrac{dI}{I}$

Bước 3: $\left|\dfrac{1}{\overline{R}}\right|\Delta\overline{R} = \left|\dfrac{1}{\overline{U}}\right|\Delta\overline{U} + \left|\dfrac{1}{\overline{I}}\right|\Delta\overline{I}$

Lưu ý: ***Ta thấy sai số của phép đo cường độ dòng điện nhỏ hơn sai số dụng cụ đo*** ($\Delta\overline{I} = 0,01$ < sai số dụng cụ 0,02***). Do đó sai số của phép đo chính là sai số của dụng cụ đo.***

Vậy: $\delta = \dfrac{\Delta\overline{R}}{\overline{R}} = \dfrac{0,32}{10,62} + \dfrac{0,02}{0,58} = 0,06 \quad \rightarrow \delta = 6\%$

Bước 4: $\Delta\overline{R} = \delta\overline{R} = 0,06 \cdot 18,31 = 1,10\Omega$

Bước 5: Kết quả được viết như sau:

$$R = (18,31 \pm 1,10)\Omega \quad \text{và} \quad R = 18,31\Omega \ \pm \ 6\%$$

2. Một số công thức thường gặp

Dạng hàm số	Sai số tuyệt đối	Sai số tỷ đối
$A = x - y + z$	$\Delta\overline{A} = \Delta\overline{x} + \Delta\overline{y} + \Delta\overline{z}$	
$A = kx \quad (k = const)$	$\Delta\overline{A} = k\Delta\overline{x}$	
$A = \ln x$	$\Delta\overline{A} = \dfrac{\Delta\overline{x}}{\overline{x}}$	
$A = k\dfrac{x^n y^m}{z^p}$		$\delta = \dfrac{\Delta\overline{A}}{\overline{A}} = n\dfrac{\Delta\overline{x}}{\overline{x}} + m\dfrac{\Delta\overline{y}}{\overline{y}} + p\dfrac{\Delta\overline{z}}{\overline{z}}$
$A = \sqrt[n]{x^m}$		$\delta = \dfrac{\Delta\overline{A}}{\overline{A}} = \dfrac{n}{m}\dfrac{\Delta\overline{x}}{\overline{x}}$
$A = \sin k\alpha$	$\Delta\overline{A} = \lvert k\cos k\overline{\alpha}\rvert\Delta\overline{\alpha}$	
$A = \cos k\alpha$	$\Delta\overline{A} = \lvert k\sin k\overline{\alpha}\rvert\Delta\overline{\alpha}$	
$A = tgk\alpha$	$\Delta\overline{A} = \dfrac{k}{\cos^2 k\overline{\alpha}}\Delta\overline{\alpha}$	
$A = cotgk\alpha$	$\Delta\overline{A} = \dfrac{k}{\sin^2 k\overline{\alpha}}\Delta\overline{\alpha}$	

3. Một số chú ý khi tính toán

▪ Trong một tổng nhiều sai số tỷ đối, nếu số hạng nào đó nhỏ hơn 1/10 số hạng lớn nhất thì ta bỏ qua số hạng đó.

Thí dụ:

$$\frac{\Delta\overline{A}}{\overline{A}} = \frac{\Delta\pi}{\pi} + \frac{6}{300} + \frac{0,6}{40} + \frac{0,4}{400}$$

$$\frac{\Delta\overline{A}}{\overline{A}} = \frac{\Delta\pi}{\pi} + 0,02 + 0,015 + 0,001$$

ta bỏ qua số hạng cuối cùng, do đó:

$$\frac{\Delta\overline{A}}{\overline{A}} = \frac{\Delta\pi}{\pi} + 0,02 + 0,015$$

▪ Sử dụng các hằng số: khi tính các sai số của các phép đo gián tiếp, ta có thể gặp các hằng số như e = 2,71828 , $\pi = 3{,}14159...$, hằng số được tính đến số lẻ thứ mấy? Điều này phụ thuộc vào sai số của các đại lượng đo trực tiếp, ta thường lấy đến số lẻ nào đó, sao cho sai số tỷ đối của hằng số (sinh ra do bỏ qua số lẻ) nhỏ hơn 1/10 sai số tỷ đối (*lớn nhất trong các sai số tỷ đối*) của đại lượng đo trực tiếp khác và do đó có thể bỏ qua sai số của hằng số.

Trong thí dụ trên ta phải chọn:

$$\frac{\Delta\pi}{\pi} < \frac{1}{10} \times 0,02 = 0,002$$

Nghĩa là: $\Delta\pi < 0,002 \times 3,142 \approx 0,006$ (ở đây ta lấy $\pi = 3,142$ cùng cấp chính xác 0,002)

Nếu lấy $\overline{\pi} = 3,1 \rightarrow \Delta\overline{\pi} = 3,142 - 3,1 = 0,042 > 0,006$

Nếu lấy $\overline{\pi} = 3,14 \rightarrow \Delta\overline{\pi} = 3,142 - 3,14 = 0,002 < 0,006$

Vậy phải lấy $\overline{\pi} = 3,14$

Tóm lại: Khi trong biểu thức có hằng số thì cần phải tính sai số trước, từ đó biết hằng số lấy đến số lẻ thứ mấy, rồi sau đó tính giá trị trung bình của đại lượng cần đo.

IV. CÁCH VIẾT KẾT QUẢ

1. Định nghĩa các chữ số có nghĩa

Tất các chữ số tính từ trái sang phải, kể từ số khác không đầu tiên đều là các chữ số có nghĩa.

Thí dụ: số 0,025370 có 5 chữ số có nghĩa là 2; 5; 3; 7; 0

2. Quy tắc làm tròn số

Nếu chữ số đầu tiên ở phần bỏ đi < 5 thì chữ số đứng bên trái nó giữ nguyên.

Thí dụ: $0,07641 \rightarrow 0,076$

Nếu chữ số đầu tiên ở phần bỏ đi ≥ 5 thì chữ số đứng bên trái nó tăng lên 1 đơn vị.

Thí dụ: $6,55661 \rightarrow 6,557$

3. Quy ước viết kết quả

Sai số tuyệt đối $\Delta\overline{A}$ được làm tròn đến chữ số có nghĩa đầu tiên nếu chữ số này > 2 và được làm tròn đến chữ số có nghĩa thứ hai, nếu chữ số có nghĩa đầu tiên ≤ 2, sai số tỷ đối δ được làm tròn đến chữ số có nghĩa thứ hai.

Giá trị trung bình được làm tròn đến chữ số cùng hàng với chữ số có nghĩa của sai số tuyệt đối.

Thí dụ: không thể viết: $I = (6{,}55661 \pm 0{,}07641)A$

mà phải viết: $I = (6{,}56 \pm 0{,}08)A$

sai số tỷ đối: $\delta = \dfrac{0{,}08}{6{,}56} \times 100\% \approx 1{,}2195\%$

thì kết quả nên viết: $I = 6{,}56A \pm 1{,}2\%$

Thí dụ 2: Không thể viết: $m = (146283 \pm 365)kg$

mà phải viết: $m = (146300 \pm 400)kg$

hoặc: $m = (146{,}3 \pm 0{,}4) \times 10^3 kg$

sai số tỷ đối: $\delta = \dfrac{0{,}4}{146{,}3} \times 100\% \approx 0{,}27341\%$

thì kết quả nên viết: $m = 146{,}3 \times 10^3 kg \pm 0{,}27\%$

V. PHÂN TÍCH ĐỒ THỊ CÁC SỐ LIỆU THỰC NGHIỆM

1. Đồ thị vật lý

a. Mục đích: Trong vật lý, phương pháp đồ thi cho thấy rõ mối liên hệ giữa hai đại lượng, từ đó cho phép suy ra các quy luật biến đổi giữa chúng, hay xác định các đại lượng khác từ đặc trưng của đường cong biểu diễn, hoặc có thể ngoại suy một giá trị nào đó của một trong hai đại lượng mà không thể đo trực tiếp trong thí nghiệm.

b. Phương pháp biểu diễn kết quả bằng đồ thị

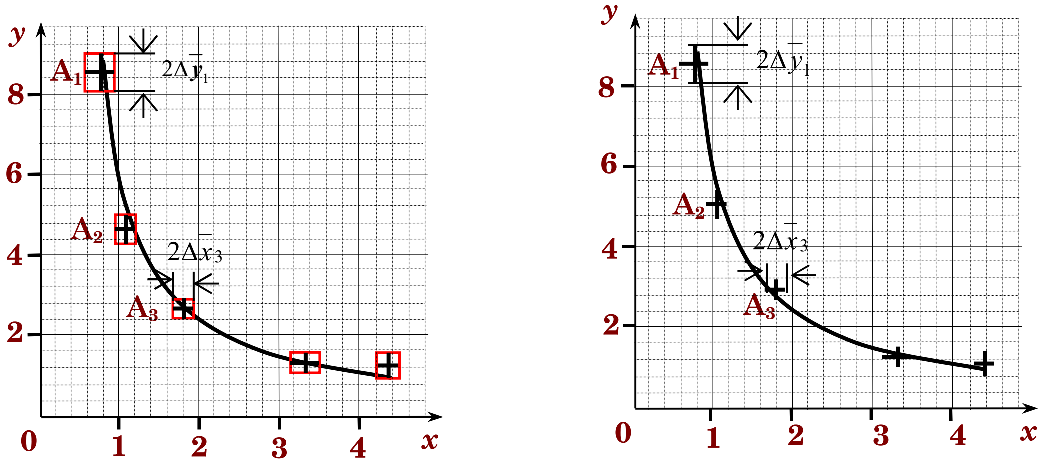
Giả sử bằng các phép đo trực tiếp ta xác định được các cặp giá trị tương ứng của x và y như sau:

$$\begin{cases}\overline{x}_1 \pm \Delta\overline{x}_1 \\ \overline{y}_1 \pm \Delta\overline{y}_1\end{cases} \quad \begin{cases}\overline{x}_2 \pm \Delta\overline{x}_2 \\ \overline{y}_2 \pm \Delta\overline{y}_2\end{cases} \quad \begin{cases}\overline{x}_3 \pm \Delta\overline{x}_3 \\ \overline{y}_3 \pm \Delta\overline{y}_3\end{cases} \qquad \begin{cases}\overline{x}_n \pm \Delta\overline{x}_n \\ \overline{y}_n \pm \Delta\overline{y}_n\end{cases}$$

Muốn biểu diễn hàm số $y = f(x)$ bằng đồ thị ta làm như sau:

- Trên giấy kẻ ô li ta vẽ hệ toạ độ vuông góc. Trên trục hoành đặt các giá trị x, trên trục tung đặt các giá trị y tương ứng. Chọn tỷ lệ xích và đơn vị thích hợp để đồ thị chiếm cả mặt trang giấy.
- Vẽ các hình chữ nhật hoặc các dấu chữ thập có tâm là các điểm $A_1(\overline{x}_1, \overline{y}_1)$, $A_2(\overline{x}_2, \overline{y}_2)$. $A_n(\overline{x}_n, \overline{y}_n)$ và có các cạnh tương ứng là $(2\Delta x_1, 2\Delta y_1)$, $(2\Delta x_2, 2\Delta y_2)$ $(2\Delta x_n, 2\Delta y_n)$.
- Đường biểu diễn $y = f(x)$ là một đường cong trơn không gấp khúc được vẽ sao cho nó cắt hầu hết các hình chữ nhật hoặc các dấu chữ thập và các điểm A_1, A_2 A_n nằm trên hoặc phần bố đều ở hai phía của đường cong.

▪ Nếu có điểm nào nằm tách hẳn đường cong thì phải kiểm tra lại bằng thực nghiệm. Nếu sai thì loại bỏ. Nếu vẫn thấy giá trị cũ thì ta lại tiến hành đo các điểm lận cận để phát hiện ra các điển bất thường (hay các hiệu ứng).



***Hình 5 & 6:* Đồ thị đường cong thực nghiệm**

2. Ứng dụng phương pháp đồ thị

a. Tuyến tính hoá đồ thị

Nếu một quy luật được biểu thị bằng hàm tuyến tính thì không khó khăn gì kiểm chứng xem các điểm thí nghiệm có thẳng hàng không.

▪ Nếu quy luật tuân theo một hàm số có dạng:

$$u = kv^n \quad (k = const)$$

Lấy logarit cơ số e hai vế phương trình trên ta được:

$$\ln u = \ln k + n \ln v$$

Đặt $y = \ln u$, $x = \ln v$ và $b = \ln k$, phương trình trở thành:

$$y = nx + b$$

Đây là phương trình đường thẳng. Độ dốc đường thẳng cho phép xác định số mũ n.

▪ Nhiều hiện tượng vật lý được mô tả bởi một hàm mũ hay một hàm logarit. Thí dụ hiện tượng hấp phụ ánh sáng, dao động tắt dần   .

Giả thiết hàm có dạng:

$$u = e^{kv}$$

Lấy logarit cơ số e hai vế phương trình này ta được:

$$\ln u = kv$$

Đặt $y = \ln u$ và $x = v$, phương trình trở thành:

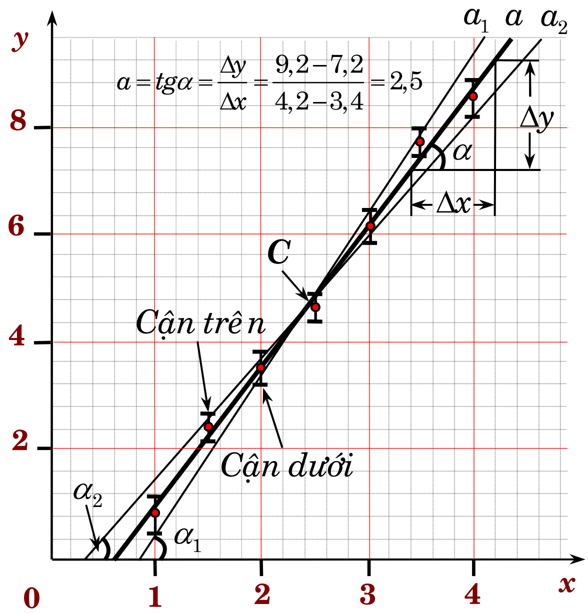
$$y = kx$$

Đây là phương trình đường thẳng đi qua gốc toạ độ. Độ dốc đường thẳng cho phép xác định k.

b. Xác định sai số trên đồ thị

Như đã nói, trong mọi trường hợp có thể được, người ta cố gắng biểu diễn các kết quả thực nghiệm dưới một đường thẳng. Khi đó sai số trên đồ thị được xác định như sau:

__Bước 1__: Vẽ đường thẳng thực nghiệm có hệ số góc a là đường được vẽ sao cho nó cắt hầu hết các điểm thực nghiệm và chia các điểm biểu diễn giá trị trung bình nằm phân bố đều ở hai bên của đường thẳng (hình vẽ).



__Bước 2__: Chọn một điểm C nằm giữa đường thẳng thực nghiệm. Từ C ta vẽ hai đường thẳng có hệ số góc tương ứng là α_1, α_2 (hình vẽ). Đường thẳng ứng với hệ số góc α_1 là đường vẽ sao cho nó chia các điểm biểu diễn sai số cận dưới ở bên trái điểm C và sai số cận trên ở bên phải điểm C nằm phân bố đều ở hai bên của đường thẳng a. Còn đường thẳng ứng với hệ số góc α_2 thì ngược lại.

__Bước 3__: Tính $|a-a_1|$, $|a-a_2|$. Giả sử $|a-a_1| > |a-a_2|$ thì sai số tỷ đối của hệ số góc là:

$$\delta = \frac{|a-a_1|}{|a|} \times 100\%$$

VI. PHƯƠNG PHÁP LÀM MỘT BÀI THÍ NGHIỆM THỰC TẬP VẬT LÝ

1. Chuẩn bị ở nhà

- Tóm tắt lý thuyết phép đo, trả lời câu hỏi.
- Trình bày dự kiến các bước làm thí nghiệm.
- Kẻ sẵn các bảng số liệu, chuẩn bị giấy ô li vẽ đồ thị.

2. Công việc ở phòng thí nghiệm

- Tìm hiểu dụng cụ đo: cách sử dụng, cách đọc số, độ nhạy, cấp chính xác, đơn vị…
- Tiến hành đo đạc theo số lần yêu cầu, ghi số liệu vào bảng kẻ sẵn, sau khi hoàn thành, trình cho giáo viên hướng dẫn xem.

3. Sau buổi thí nghiệm

- Tính toán kết quả, sai số, vẽ đồ thị, nhận xét.
- Yêu cầu mỗi sinh viên viết một báo cáo và nộp cho giáo viên hướng dẫn vào ngày thi tại phòng thí nghiệm.