

Bài Thực Hành Phần Xác Suất

Họ tên : Thiều Trần Cương

MSSV: 26565

Lớp: 65CS3

Bài 1. Cho X có hàm mật độ xác suất là

$$f(x) = \begin{cases} C \cdot \cos(x) & \text{khi } x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \\ 0 & \text{khi } x \notin \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \end{cases}$$

$$\text{In[13]:= } \frac{1}{\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos[x] \, dx}$$

a, C = $\text{Out[13]= } \frac{1}{2}$

$$\text{In[16]:= } \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{2} * \cos[x] \, dx$$

b, $P(0 \leq X \leq \frac{\pi}{4}) = \text{Out[16]= } \frac{1}{2\sqrt{2}}$

Y = Số lần X thuộc khoảng $[0 - \frac{\pi}{4}]$

$$E(Y) = 5 \times \frac{1}{2\sqrt{2}} = 1,768$$

$$\text{In[13]:=}$$

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x * \frac{1}{2} * \cos[x] \, dx$$

c, $E(X) = \text{Out[13]= } 0$

$$D(X) =$$

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x^2 * \frac{1}{2} * \cos [x] \, dx - \left(\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x * \frac{1}{2} * \cos [x] \, dx \right)^2$$

$$\text{Out[14]} = \frac{1}{4} (-8 + \pi^2)$$

$$\sigma(X) =$$

$$\text{In[15]} := \sqrt{\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x^2 * \frac{1}{2} * \cos [x] \, dx - \left(\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x * \frac{1}{2} * \cos [x] \, dx \right)^2}$$

$$\text{Out[15]} = \frac{1}{2} \sqrt{-8 + \pi^2}$$

$$d, E(2X+3) = 2E(X) + 3 =$$

$$2 * \left(\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x * \frac{1}{2} * \cos [x] \, dx \right) + 3$$

$$\text{Out[17]} = 3$$

$$\text{In[18]} := 3^2 * \frac{1}{4} (-8 + \pi^2)$$

$$D(3X+4) = 3^2 \times D(X) =$$

$$\text{Out[18]} = \frac{9}{4} (-8 + \pi^2)$$

Bài 2. Cho đại lượng ngẫu nhiên liên tục X có hàm mật độ

$$f(x) = \begin{cases} A \cdot 3^{-x} & \text{khi } x \geq 0 \\ 0 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$$

a. Tìm A

b. Tìm $E(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$

c. Tìm hàm mật độ của $Y = 2X + 3$

$$\text{In[19]} := \frac{1}{\int_0^{+\infty} 3^{-x} dx}$$

$$\text{a, A} = \text{Out[19]} = \text{Log}[3]$$

b,

$$\text{In[24]} := \int_0^{+\infty} x * \text{Log}[3] * 3^{-x} dx$$

$$\text{Out[24]} = \frac{1}{\text{Log}[3]}$$

- $E(X) =$

- $D(X) =$

$$\text{In[25]} := \int_0^{+\infty} x^2 * \text{Log}[3] * 3^{-x} dx - \left(\int_0^{+\infty} x * \text{Log}[3] * 3^{-x} dx \right)^2$$

$$\text{Out[25]} = \frac{1}{\text{Log}[3]^2}$$

- $\sigma(X) =$

$$\text{In[26]} := \sqrt{\int_0^{+\infty} x^2 * \text{Log}[3] * 3^{-x} dx - \left(\int_0^{+\infty} x * \text{Log}[3] * 3^{-x} dx \right)^2}$$

$$\text{Out[26]} = \frac{1}{\text{Log}[3]}$$

c, Hàm mật độ của $Y = 2X + 3 =$

$$\begin{aligned}
 y &= 2x + 3 = \varphi(x) \\
 x &= \frac{y-3}{2} = \varphi^{-1}(y) \\
 \Rightarrow \varphi^{-1}(y) &= \frac{1}{2} > 0 \\
 \Rightarrow g(y) &= \begin{cases} \ln 3 \cdot 3^{\frac{y-3}{2}} \cdot \frac{1}{2} & \text{khi } y \geq 3 \\ 0 & y < 3 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Bài 3. Cho đại lượng ngẫu nhiên X có hàm mật độ

$$f(x) = \begin{cases} a \cdot \sqrt{2x+3} & \text{khi } x \in [2, 5] \\ 0 & \text{khi } x \notin [2, 5] \end{cases}$$

- Tìm a
- Tính $P(X > 3)$
- Tính xác suất trong 10 lần quan sát độc lập giá trị của X có 3 lần $X > 3$

$$\text{In[27]:= } \frac{1}{\int_2^5 \sqrt{2x+3} \, dx}$$

$$\text{Out[27]= } \frac{3}{-7\sqrt{7} + 13\sqrt{13}}$$

a, a =

b, $P(X > 3) =$

$$\text{In[32]:= } N\left[\int_3^5 \frac{3}{-7\sqrt{7} + 13\sqrt{13}} * \sqrt{2x+3} \, dx\right]$$

$$\text{Out[32]= } 0.700911$$

c, xác suất trong 10 lần quan sát độc lập giá trị của X có 3 lần $X > 3 =$

$$\text{In[32]:= } N\left[\int_3^5 \frac{3}{-7\sqrt{7} + 13\sqrt{13}} * \sqrt{2x+3} \, dx\right]$$

$$\text{Out[32]= } 0.700911$$

Bài 4. Cho X là đại lượng ngẫu nhiên có phân bố chuẩn, $X \in N(160, 36)$

- Tính $P(X > 170)$
- Trong 100 lần quan sát trung bình có bao nhiêu lần > 170
- Tính xác suất sao cho trong 15 lần quan sát độc lập có nhiều nhất 4 lần X nhận giá trị > 170
- Tính xác suất sao cho trong 15 lần quan sát độc lập có ít nhất 1 lần X nhận giá trị > 170

a, $P(X > 170) =$

Handwritten calculation on graph paper:

$$P(X > 170) = 1 - P(X \leq 170) = 1 - F(170)$$

$$= 1 - \Phi\left(\frac{170 - 160}{6}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{5}{3}\right)$$

f_x	=NORMSDIST(5/3)		
	D	E	F
		0.95221	

$$1 - 0.95221 = 0.04779$$

b, Trong 100 lần quan sát trung bình có : $100 \times 0.04779 = 4,779$ lần

c, Xác suất sao cho trong 15 lần quan sát độc lập có nhiều nhất 4 lần X nhận giá trị $> 170 =$

In[34]= `Sum[Binomial[15, i] * 0.04779i * (1 - 0.04779)^(15 - i), {i, 0, 4}]`

Out[34]= 0.9995

d, Xác suất sao cho trong 15 lần quan sát độc lập có ít nhất 1 lần X nhận giá trị > 170


```
In[35]:= Sum[Binomial[15, i] * 0.04779^i * (1 - 0.04779)^(15 - i), {i, 1, 15}]
```

```
Out[35]= 0.520276
```

Bài 5. Tính các tích phân sau viết lệnh math 5.2

a. $\int_0^e x \cdot \ln x dx$

b. $\int_0^{+\infty} 2^{\frac{-x}{4}} dx$

c. $\int_0^{\pi} x^2 \cdot \sin x dx$

a,

```
In[36]:=  $\int_0^e x * \text{Log}[x] \, dx$ 
```

```
Out[36]=
```

$$\frac{e^2}{4}$$

b,

```
In[37]:=  $\int_0^{+\infty} 2^{\frac{-x}{4}} \, dx$ 
```

```
Out[37]=
```

$$\frac{4}{\text{Log}[2]}$$

c,

$$\text{In[38]:= } \int_0^{\pi} x^2 * \text{Sin}[x] \, dx$$

Out[38]=

$$-4 + \pi^2$$