

# 第5章 自底向上优先分析法

## 5.1 自底向上分析方法的基本思想

## 5.2 算符优先分析法

### 5.2.1 算符优先文法的定义

### 5.2.2 算符优先关系表的构造

### 5.2.3 最左素短语

### 5.2.4 算符优先分析方法

### 5.2.5 优先函数

## 本章要点

## 5.1 自底向上分析方法的基本思想

自底向上分析方法，也称移进—归约分析法，粗略地说它的实现思想是对输入符号串自左向右进行扫描，并将输入符逐个移入一个后进先出栈中，边移入边分析，一旦栈顶符号串形成某个句型的句柄时，（该句柄对应某产生式的右部），就用该产生式的左部非终结符代替相应右部的文法符号串，这称为一步归约。重复这一过程直到归约到栈中只剩文法的开始符号时则为分析成功，也就确认输入串是文法的句子。可以看出，移进—归约过程是自顶向下最右推导的逆过程。最右推导称为规范推导。自左向右的归约过程称为规范归约。

## 5.1 自底向上分析方法的基本思想

例：设文法 $G[S]$ 为：

(1)  $S \rightarrow aAcBe$

(2)  $A \rightarrow b$

(3)  $A \rightarrow Ab$

(4)  $B \rightarrow d$

对输入串 $abbced\#$ 进行分析，检查该符号串是否是 $G[S]$ 的句子。

(1)  $S \rightarrow aAcBe$

(2)  $A \rightarrow b$

(3)  $A \rightarrow Ab$

(4)  $B \rightarrow d$

用移进—归约对输入串abbcde#的分析过程

	符 号 栈	输 入 符 号 串	动 作
	#	abbcde#	移 进
	#a	bbcde#	移 进
3)	#a <b>b</b>	bcde#	归约 ( $A \rightarrow b$ )
4)	#aA	bcde#	移进
5)	#a <b>Ab</b>	cde#	归约 ( $A \rightarrow Ab$ )
6)	#aA	cde#	移进
7)	#aAc	de#	移进
8)	#aAc <b>d</b>	e#	归约 ( $B \rightarrow d$ )
9)	#aAcB	e#	移进
10)	#a <b>AcBe</b>	#	归约 ( $S \rightarrow aAcBe$ )
11)	#S	#	接 受

如何知道何时在栈顶符号串中已形成某句型的句柄，这是自底向上分析的关键。在自底向上分析方法中，本章主要介绍常用的**算符优先分析法**和**LR类分析法**。

## 5.2 算符优先分析法

算符优先分析法只考虑算符（广义为终结符）之间优先关系，根据算符之间优先关系确定何时移进，何时归约。

确定算符之间优先关系的方法：

(1) 对一个给定的文法，人为地规定其算符的优先顺序，称为直观算符优先分析法。

(2) 根据文法确定算符之间的优先关系。

### 5.2.1 算符优先文法的定义

我们首先给出算符文法的定义

**定义5.1** 设有一文法 $G$ ，如果 $G$ 中没有形如 $A \rightarrow \dots BC \dots$ 的产生式，其中 $B$ 和 $C$ 为非终结符，则称 $G$ 为算符文法（Operator Grammar）也称OG文法。

**例如：**表达式文法  $E \rightarrow E + E \mid E * E \mid (E) \mid i$

其中任何一个产生式中都不包含两个非终结符相邻的情况，因此该文法是算符文法。

# 算符文法有如下两个性质:

**性质1** 在算符文法中任何句型都不包含两个相邻的非终结符。 证明思路：归纳法

$$S \Rightarrow W1 \Rightarrow \dots \Rightarrow W_{n-1} \Rightarrow W_n$$

W1中不含相继非终结符

归纳假设W<sub>n-1</sub>中不含相继非终结符，设W<sub>n-1</sub>=αAδ

由A→β得W<sub>n</sub>=αβδ中也一定不含相继非终结符

**性质2** 如果Ab或bA出现在算符文法的句型γ中；其中A∈V<sub>N</sub>，b∈V<sub>T</sub>，则γ中任何含b的短语必含有A。

证明思路：反证法

若有句型...Ab.....

└─┘  
短语,归约到B

则出现句型...AB...

与性质1矛盾。

引入优先关系符号 $=$ ,  $<$ ,  $>$  (以后分别以 $=$ ,  $<$ ,  $>$ 代替) 若句型形如: .....ab.....或.....aAb.....

$a=b$  表示 $a$ 与 $b$ 的优先关系相等

$a<b$  表示 $a$ 的优先性比 $b$ 的优先性小

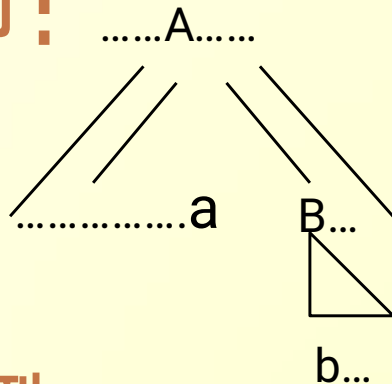
$a>b$  表示 $a$ 的优先性比 $b$ 的优先性大

**定义5.2** 设 $G$ 是一个算符文法,  $a$ 和 $b$ 是任意两个终结符,  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 是非终结符, 算符优先关系 $=$ ,  $<$ ,  $>$ 定义如下:

(1)  $a=b$  当且仅当 $G$ 中含有形如 $A \rightarrow \dots ab \dots$ 或 $A \rightarrow \dots aBb \dots$ 的产生式

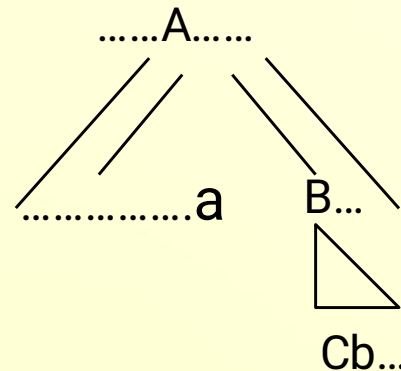
(2)  $a<b$  当且仅当 $G$ 中含有形如 $A \rightarrow \dots aB \dots$ 的产生式且 $B \Rightarrow b \dots$ 或 $B \Rightarrow Cb \dots$

即:



对应句型 .....a b.....  
 应优先归约

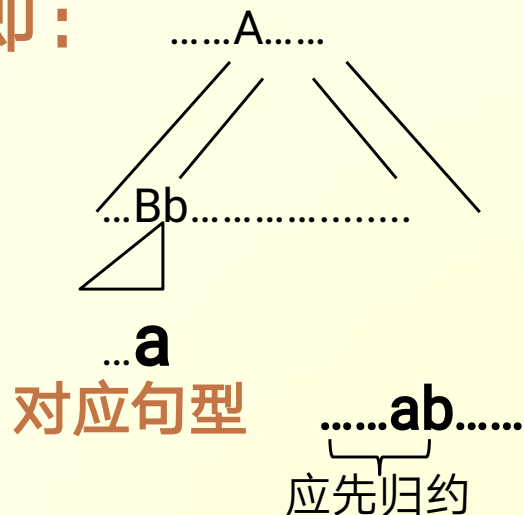
或



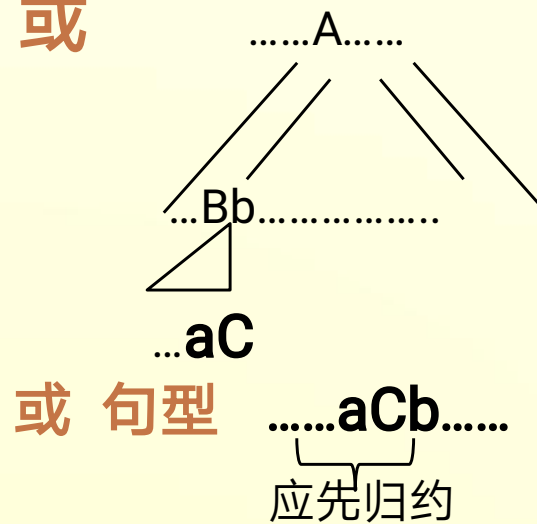
或 句型 .....a Cb.....  
 应优先归约

(3)  $a > b$  当且仅当G中含有形如 $A \rightarrow \dots Bb \dots$ 的产生式, 且 $B \Rightarrow \dots^+ a$ 或 $B \Rightarrow \dots^+ aC$

即:



或



下面给出算符优先文法的定义。

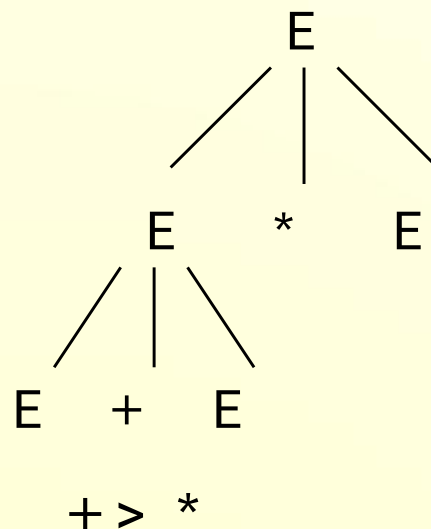
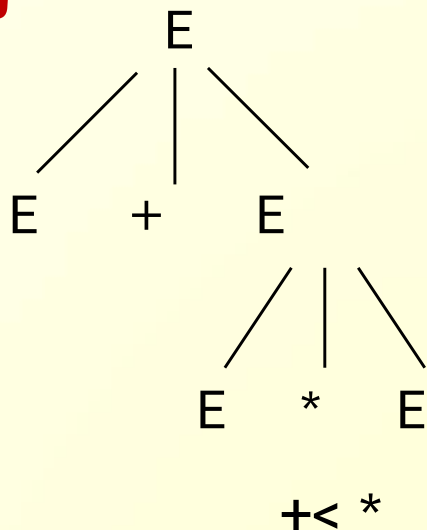
**定义5.3** 设有一不含 $\epsilon$ 产生式的算符文法G, 如果对任意两个终结符对a, b之间至多只有 $<$ 、 $>$ 和 $=$ 三种关系的一种成立, 则称G是一个算符优先文法。

( Operator Precedence Grammar ) 即OPG文法。



如： $E \rightarrow E + E \mid E * E \mid (E) \mid i$   
是算符文法但不是算符优先文法。

因为



- 这样 $+$ 、 $*$ 的优先关系不唯一。
- 所以该文法不是算符优先文法。

**注意：**两个终结符之间的优先关系是有序的。

左边的 $a$  > 右边的 $b$ ，不一定 $b$  <  $a$

$a = b$       不一定 $b = a$ 等。

## 5.2.2 算符优先关系表的构造

(1) 对文法G的每个非终结符B构造两个集合

$$FIRSTVT(B) = \{b / B \Rightarrow \overset{+}{b} \dots \text{或} B \Rightarrow C \overset{+}{b} \dots\}$$

构造规则：

(1) 若  $B \rightarrow b \dots$  或  $B \rightarrow Qb \dots$ ，则  $b \in FIRSTVT(B)$

(2) 若  $B \rightarrow Q \dots$ ，则  $FIRSTVT(Q) \subseteq FIRSTVT(B)$

$$LASTVT(B) = \{a / B \Rightarrow \dots \overset{+}{a} \text{或} B \Rightarrow \dots \overset{+}{a} C\}$$

构造规则

(1) 若  $B \rightarrow \dots a$  或  $B \rightarrow \dots aQ$ ，则  $a \in LASTVT(B)$

(2) 若  $B \rightarrow \dots Q$ ，则  $LASTVT(Q) \subseteq LASTVT(B)$

## (2) 三种优先关系的计算

(a) =关系： 对形如产生式 $A \rightarrow \dots ab \dots$  ,  
 $A \rightarrow \dots aBb \dots$

则有 $a=b$ 成立

(b) <关系： 对形如产生式 $A \rightarrow \dots aB \dots$ 中  
对每一 $b \in \text{FIRSTVT}(B)$  有 $a < b$

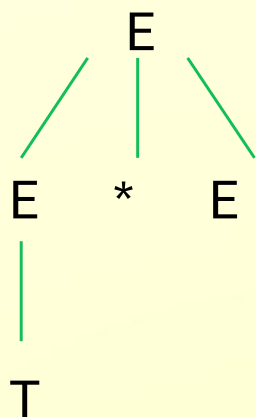
(c) >关系： 对形如产生式 $A \rightarrow \dots Bb \dots$   
对每一 $a \in \text{LASTVT}(B)$  有 $a > b$ 成立

将文法中终结符之间的优先关系用表格形式列出来，则得文法的优先关系表。[\(看例题\)](#)

## 5.2.3 最左素短语

- 因为算符优先关系仅定义在终结符号之间，对于某句型的句柄是单个非终结符时（即文法含有规则右部为单个非终结符），则不能用优先关系找句柄。

例如下面语法树，用算符优先关系无法找到句柄T



为此，引进最左素短语概念

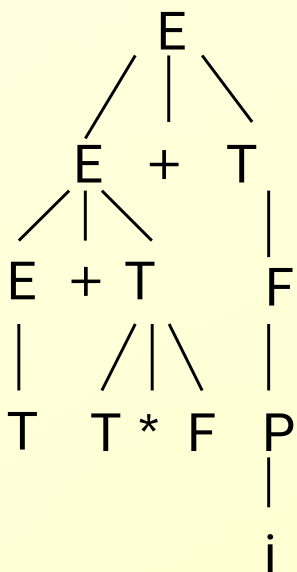
## 1、最左素短语定义：

设有文法 $G[S]$ ，其句型的素短语是一个短语，它至少包含一个终结符，并且除自身外不包含其它素短语，最左边的素短语称最左素短语。

例如，若表达式文法G[S]为：

$$E \rightarrow E + T \mid T$$
$$T \rightarrow T * F | F$$
$$F \rightarrow P \uparrow F|P$$
$$P \rightarrow (E) \mid i$$

有句型#T+T\*F+i#，它的语法树如下图：



由此语法树可发现此句型有如下短语：

$$\begin{array}{l} T+T^*F+i \\ T+T^*F \\ T \\ T^*F \\ i \end{array}$$

其中素短语有:  $i, T^*F$

最左素短语为:  $T^*F$

## 2、根据算符优先关系判断最左素短语

根据算符文法性质1, 算符文法的句型应为如下形式:

$$\#N_1a_1N_2a_2\dots N_na_nN_{n+1}\#$$

其中 $N_i$ 为非终结符或空,  
 $a_i$ 为终结符。

**性质1** 在算符文法中任何句型都不包含两个相邻的非终结符。

**性质2** 如果 $Ab$ 或 $bA$ 出现在算符文法的句型 $r$ 中; 其中 $A \in V_N$ ,  $b \in V_T$ , 则 $r$ 中任何含 $b$ 的短语必含有 $A$ 。

根据算符文法性质2, 句型中的短语形式为:

$$N_ka_k\dots N_ma_mN_{m+1}$$

(若有 $N_k$ ,  $N_{m+1}$ , 则必在此句柄中)

## 2、根据算符优先关系判断最左素短语

· 根据算符优先关系的定义，句型的最左素短语是满足条件

$a_{i-1} < a_i = a_{i+1} = \dots = a_{j-1} = a_j > a_{j+1}$  的最左子串:

$N_i a_i \dots N_j a_j N_{j+1}$

其中  $N_i, N_{j+1}$  为非终结符或空。

· 如上面文法  $G[E]$  的句型  $\#T+T*F+i\#$  中终结符之间的优先关系是:  $\#<+<*>+<i>\#$

最左素短语就是:  $T*F$

栈	优先关系	输入串	最左素短语	动 作
#	<	i+i*i#		移进i
# i	>	+i*i#	i	用 $F \rightarrow i$ 归约

初始时栈底存#，输入指针指向输入串的首字符。

- 控制程序根据栈顶终结符a（若栈顶是非终结符，则次栈顶的终结符称为栈顶终结符）和输入指针所指的输入符b，[查优先关系表M](#)，可能有四种情况：

（1） $M[a, b]$ 为<或=时移进b，即将b进栈，输入指针指向下一输入符。

（2） $M[a, b]$ 为>时，则将栈顶含a的素短语按对应的产生式归约，素短语与产生式右部需终结符对应相同，非终结符位置应相同名称可不同。顶出栈中素短语，非终结符入栈。

（3） $M[a, b]$ 为空白，语法错，调用相应出错处理程序。

（4） $a=b=\#$  时分析结束。[（看例题）](#)



## 5.2.5 优先函数

### 1、优先函数的概念

每个终结符 $a$ 与两个优先函数 $f(a)$ ,  $g(a)$ 相对应。

$f(a)$ 对应终结符对中左边的 $a$ ;

$g(a)$ 对应终结符对中右边的 $a$

若 $a=b$  则令 $f(a)=g(b)$

若 $a<b$  则令 $f(a)<g(b)$

若 $a>b$  则令 $f(a)>g(b)$

## 2、构造优先函数

用关系法构造。 构造步骤：

(a) 对每一终结符 $a$ （包括 $\#$ ），用 $f_a$ ， $g_a$ 为结点名。

(b) 若 $a_i > a_j$ 或 $a_i = a_j$ ，则从 $f_{a_i}$ 到 $g_{a_j}$ 画一条箭弧。

若 $a_i < a_j$ 或 $a_i = a_j$ ，则从 $g_{a_j}$ 到 $f_{a_i}$ 画一条箭弧。

(c) 给每个结点赋一个数，此数等于从该结点出发所能到达的结点（包括该结点自身在内）的个数。赋给结点 $f(a_i)$ 的数，就是函数 $f(a_i)$ 的值，赋给 $g(a_j)$ 的数，就是函数 $g(a_j)$ 的值。

(d) 对构造出的优先函数，按优先关系矩阵检查一遍是否满足优先关系的条件，若不满足时，则在关系图中有回路说明不存在优先函数。

现举例如下：

例1 若已知优先关系矩阵为下表

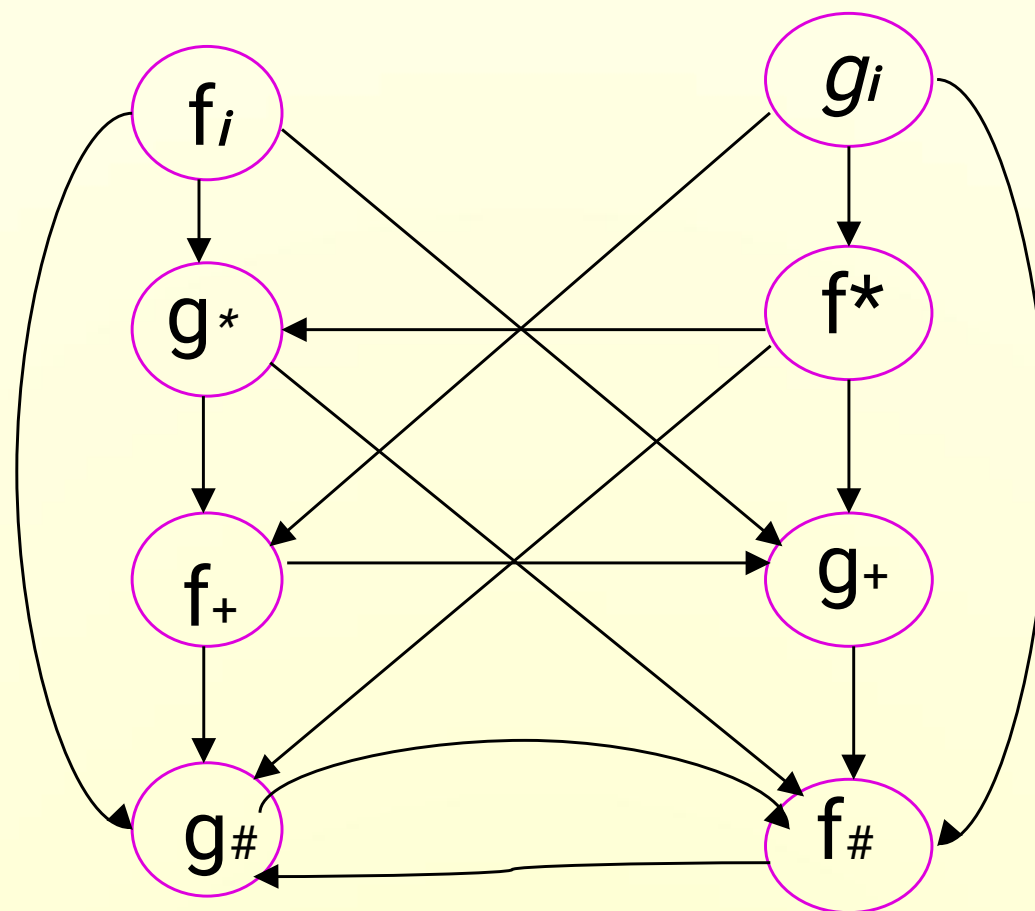
优先关系矩阵

	i	*	+	#
i		>	>	>
*	<	>	>	>
+	<	<	>	>
#	<	<	<	=

构造优先关系图为下图。

构造

$+$   $<$   $i$   
 $+$   $<$   $*$   
 $+$   $>$   $+$   
 $+$   $>$   $\#$   
 $\#$   $<$   $i$   
 $\#$   $<$   $*$   
 $\#$   $<$   $+$   
 $\#$   $=$   $\#$



$i$   $>$   $*$   
 $i$   $>$   $\#$   
 $i$   $>$   $+$   
 $*$   $<$   $i$   
 $*$   $>$   $*$   
 $*$   $>$   $+$   
 $*$   $>$   $\#$

给  $f_i$  结点赋一个数，此数等于从该结点出发所能到达的结点（包括该结点自身在内）的个数，即  $f_i, g^*, f_+, g\#, f\#, g_+$ ，因此 赋给结点  $f_i$  的数是6。同理可得其它结点的值。

由上图求得的优先函数结果为下表。

表优先函数关系表

	i	*	+	#
f	6	6	4	2
g	7	5	3	2

其优先函数的优先关系与优先矩阵的优先关系是一致的。

### 3、优先函数的优缺点

优点：（1）节省存储空间；

（2）执行整数比较运算比查优先关系表方便。

缺点：（1）有些优先关系表不存在优先函数。

（2）原先不存在优先关系的两个终结符变成可比较其函数值大小了，需加以克服。

# 本章要点：

移进一归约方法

算符优先文法

求非终结符的FIRSTVT和LASTVT

构造算符优先关系表

判断最左素短语

算符优先分析

例：若表达式文法为：

(0)  $E' \rightarrow \#E\#$

(1)  $E \rightarrow E+T$

(2)  $E \rightarrow T$

(3)  $T \rightarrow T * F$

(4)  $T \rightarrow F$

(5)  $F \rightarrow (E)$

(6)  $F \rightarrow i$

按任一键继续

# 计算优先关系：

产生式	优先关系
(0) $E' \rightarrow \#E\#$ $\text{FIRSTVT}(E) = \{+, *, (, i\}$ $\text{LASTVT}(E) = \{+, *, ), \}$	$\# = \#$ $\# < +, \# < *, \# < (, \# < i$ $+ > \#, * > \#, i > \#, ) > \#$
(1) $E \rightarrow E+T$ $\text{LASTVT}(E) = \{+, *, i, )\}$ $\text{FIRSTVT}(T) = \{*, (, i\}$	$+ > +, * > +, i > +, ) > +$ $+ < *, + < (, + < i$
(3) $T \rightarrow T * F$ $\text{LASTVT}(T) = \{*, ), i\}$ $\text{FIRSTVT}(F) = \{(, i\}$	$* > *, ) > *, i > *$ $* < (, * < i$
(5) $F \rightarrow (E)$ $\text{FIRSTVT}(E) = \{+, *, (, i\}$ $\text{LASTVT}(E) = \{+, *, ), \}$	$( = )$ $( < +, ( < *, ( < (, ( < i$ $+ > ), * > ), i > ), ) > )$

- (0)  $E' \rightarrow \#E\#$
- (1)  $E \rightarrow E+T$
- (2)  $E \rightarrow T$
- (3)  $T \rightarrow T * F$
- (4)  $T \rightarrow F$
- (5)  $F \rightarrow (E)$
- (6)  $F \rightarrow i$

按任一键继续

返回

退出

下一页

上一页



列出优先关系表为：

<div>右边 左边</div>	+	*	(	)	i	#
+	>	<	<	>	<	>
*	>	>	<	>	<	>
(	<	<	<	=	<	
)	>	>		>		>
i	>	>		>		>
#	<	<	<		<	=

返回

退出

上一页

退

例：表达式文法为：

(0)  $E' \rightarrow \#E\#$

(1)  $E \rightarrow E+T$

(2)  $E \rightarrow T$

(3)  $T \rightarrow T * F$

(4)  $T \rightarrow F$

(5)  $F \rightarrow (E)$

(6)  $F \rightarrow i$

按任一键继续

返回

退出

下一页

(0)  $E' \rightarrow \#E\#$     (1)  $E \rightarrow E+T$     (2)  $E \rightarrow T$     (3)  $T \rightarrow T * F$   
 (4)  $T \rightarrow F$     (5)  $F \rightarrow (E)$     (6)  $F \rightarrow i$

栈	优先关系	输入串	最左素短语	下步动作
#	<	i+i*i#		移进i
#i	>	+i*i#	i	用 $F \rightarrow i$ 归约
#F	<	+i*i#		移进 +
#F+	<	i*i#		移进i
#F+i	>	*i#	i	用 $F \rightarrow i$ 归约
#F+F	<	*i#		移进*
#F+F*	<	i #		移进i
#F+F*i	>	#	i	用 $F \rightarrow i$ 归约
#F+F*F	>	#	F*F	用 $T \rightarrow T * F$ 归约
#F+T	>	#	F+T	用 $E \rightarrow E+T$ 归约
#E	=	#		结束

返回

退出

上一页