

Rangsummen-Test von Wilcoxon

Curdin Derungs

Unterlagen: <https://github.com/curdon/zhaw>

Lernziele

1. Sie haben eine **Eselsbrücke** für den Wilcoxon-Test
2. Sie können den Wilcoxon-Test **konzeptionell erklären**
3. Sie kennen die hauptsächlichen Unterschiede zum **T-Test**
4. Sie können den Wilcoxon-Test mit der **R-Software** auf den **Einstichprobenfall** und auf **gepaarte Stichproben** anwenden
5. Sie können den Output der entsprechenden R-Funktion interpretieren und **in Ihre Worte übersetzen**

Zusammenfassung

- Wilcoxon RST ist das nicht-parametrisches Pendant zum T-Test
 - wenn Stichproben nicht normalverteilt sind -> sind sie fast nie!
- Kann für Einstichproben und für gepaarte Stichproben verwendet werden.
 - Nicht für ungepaarte Stichproben, siehe Mann-Whitney Test.
- Anforderung an Stichprobe(n):
 - Messungen sind i.i.d.
 - Unabhängige: X_i sagt nicht über X_{i+n} aus
 - Identisch: es gibt keinen Trend, z.B. $X_i > X_{i+n} > X_{i+n+m}$
 - Skalenniveau der Messungen mindestens ordinal, sicherer sind interval-skalierte Daten
 - Ordinal: Abstände zwischen Rängen sollten möglichst vergleichbar sein
 - Messungen sind symmetrisch um den Erwartungswert verteilt

Einstichproben vs. gepaarte Stichproben

ID	Präferenz
1	5
2	3
3	8
...	...

- Nur eine Stichprobe
- Beispielfrage: Haben die Teilnehmer eine positive Grundeinstellung zum Thema Statistik?

→ Details siehe Wandtafel

ID	Vorher	Nachher
1	5	3
2	3	3
3	8	6
...

- Zwei Stichproben
- Zwei Messungen pro ID (Subjekt)
- Beispielfrage: Unterscheidet sich die Einstellung zum Produkt vor und nach der Info-Veranstaltung?

→ Details siehe R-Folien

Wann kann man den Wilcoxon RST benützen?

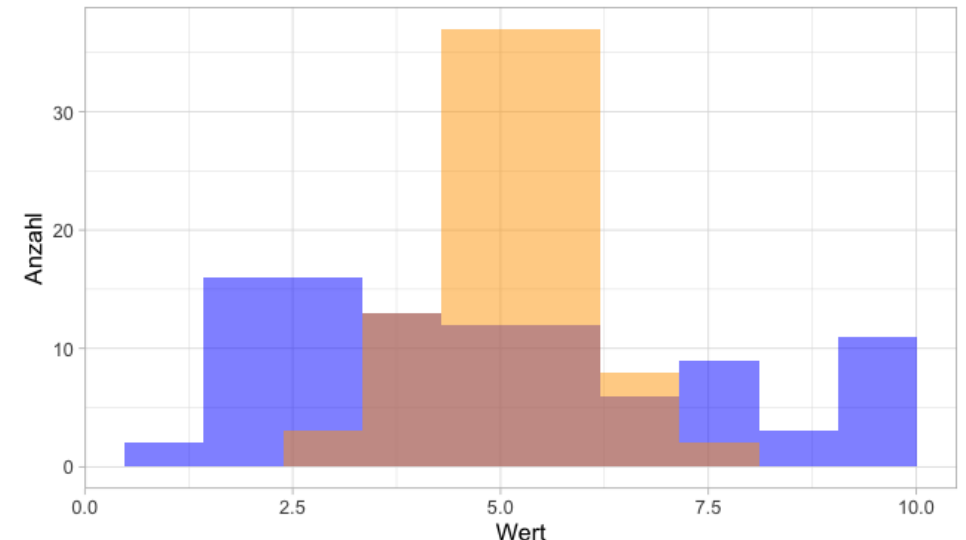
- bei ordinalem Skalenniveau
- auch bei kleiner Stichprobe ($n < 20$)
- wenn es Ausreisser hat
- wenn keine “Gauss’sche Glockenkurve” vorliegt
→ mit Visualisierung prüfen (z.B. Histogramm, QQ-Plot)

```
library(ggplot2)

set.seed(1)

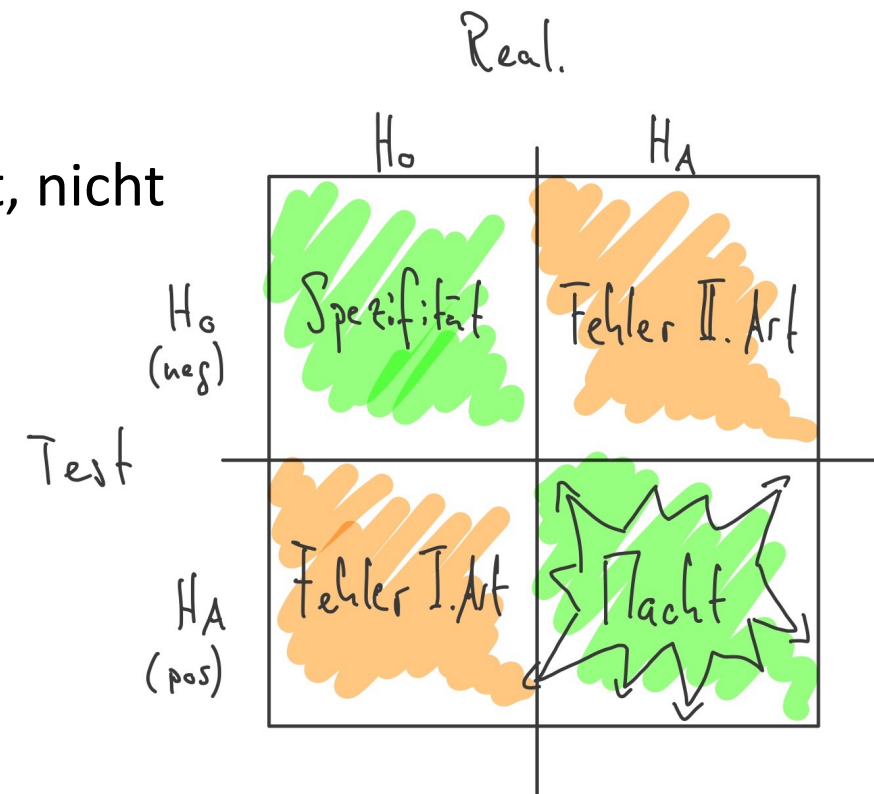
#Beispiel Normal- vs. Nicht-Normalverteilt
normal <- rnorm(mean = 5, sd = 1, n = 100)
uniform <- runif(min=1, max=10, n = 100)

ggplot()+
  geom_histogram(aes(x=uniform), bins = 10, alpha = .5, fill='blue')+
  geom_histogram(aes(x=normal), bins = 10, alpha = .5, fill='orange')+
  xlab("Wert")+
  ylab("Anzahl")+
  theme_light()
```



Macht

- Macht: Mit welcher Wahrscheinlichkeit verwerfen wir H_0 , wenn wir das sollten?
 - Bei Normalverteilung haben parametrische Tests (z.B. T-Test) die grössere Macht als nicht-parametrische
 - Es wird mehr Information in den Daten verwendet, nicht bloss Ränge
 - Wilcoxon RST hat grössere Macht bei nicht-Normalverteilung
 - Es werden keine falschen Annahmen getroffen
- [Link](#) zu Vergleichsstudie



Rechenbeispiel: Wilcoxon RST für gepaarte SP

ID	Vorher	Nachher	Diff	Rang
1	5	2	-3	4
2	3	4	1	1.5
3	8	6	-2	3
4	7	7	0	--
5	4	5	1	1.5

- Positive RS: V_+ : $1.5 + 1.5 = 3$
- Negative RS: V_- : $4 + 3 = 7$
- RS Total: $V_+ + V_- = \frac{n \times (n+1)}{2} = \frac{4 \times 5}{2} = 10$
- Erwartete RS unter H_0 : μ_0 : $\frac{V_+ + V_-}{2} = \frac{10}{2} = 5$
- Beobachtete RS: $V = \max(V_+; V_-)$
- Test Stat.: $z = \frac{V - \mu_0}{\sigma_0} = \frac{7 - 5}{?} = ?$

H_0 : Es gibt keinen Unterschied zwischen Vorher und Nachher
(+) Rangsummen = (-) Rangsummen

H_A : Nachher sind die Messwerte tiefer (z.B. Blutdruck)
(+) Rangsummen < (-) Rangsummen

$$\text{Test Stat.: } z = \frac{\text{beobachtet} - \text{erwartet}}{\text{Standardfehler}}$$

Ein bisschen
kompliziert

In Wilcoxon RST
Tabelle nachschlagen
für P-Value

Wilcoxon-Test in R

R-Markdown

- HTML:

https://github.com/curdon/zhaw/blob/main/rcode_cderungs.html

- R-Code:

https://github.com/curdon/zhaw/blob/main/rcode_cderungs.Rmd

Links & Literatur

- Methodenberatung UZH: https://www.methodenberatung.uzh.ch/de/datenanalyse_spss/unterschiede/zentral/wilcoxon.html
- MarinStatsLectures Wilcoxon RST in Theorie: <https://www.youtube.com/watch?v=v4ZHITbTOK8>
- MarinStatsLectures Wilcoxon RST in R: <https://www.youtube.com/watch?v=zM8OZUM5I4Y>
- Fahrmeir et al.: Statistik: Der Weg zur Datenanalyse, S. 406ff
- Vergleichsstudie zur Macht des Wilcoxon RST bei unterschiedlichen Verteilungen: [Imam et al. 2014](#)